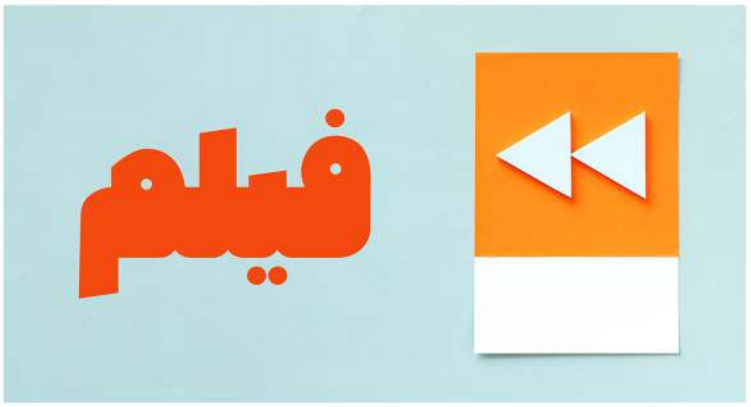
آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۷ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

۲/۸ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

مرکز مشاوره عارف

بودجه‌بندی [redacted] آزمون

حسابان ۱

مثلثات (از ابتدای توابع مثلثاتی تا انتهای فصل ۴)
حد و پیوستگی
(مفهوم حد و فرایندهای حدی، حد های یکطرفه)
صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۲۹

سهم در کنکور: ——

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(کل درس دوم: کاربرد تبدیل‌ها)
روابط طولی در مثلث
(کل درس اول: قضیه سینوس‌ها)
صفحه‌های ۵۰ تا ۶۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

آمار و احتمال

آمار توصیفی
(کل فصل ۳)
صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
(از نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان تا ابتدای قانون لنز)
صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۷

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم (از ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش از دیدگاه کمی تا پایان فصل)
پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر (از ابتدای فصل تا انتهای الیاف و درشت مولکول‌ها) / صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

اگه قصد داری از نیمهٔ دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت‌زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم‌کردن با آزمون ۹ بهمن):
با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروعِ پرانرژی در بهمن و اسفند):
در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالبِ سه‌هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):
از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلّط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):
تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدرت به سال تحصیلی بعد؛ **آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه**

www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @Riomaz1

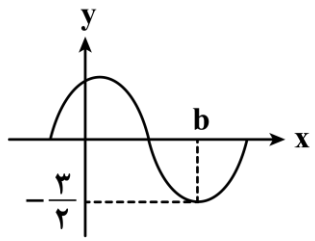
۱- خط $y=۱$ در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ نمودار تابع $y=۲\sin(x-\frac{\pi}{۳})$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- نمودار کدام تابع زیر بر محور xها مماس است؟

۱) $y=\cos(x-\frac{\pi}{۴})$ ۲) $y=۱-\sin x$ ۳) $y=\sin(x+\frac{\pi}{۲})$ ۴) $y=۲+\cos x$

۳- بخشی از نمودار تابع $y=a\cos(x-\frac{\pi}{۶})$ مطابق شکل است. a و b کدام هستند؟



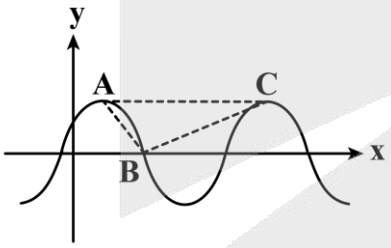
۱) $a=\frac{۳}{۲},b=\frac{۵\pi}{۶}$

۲) $a=\frac{۳}{۲},b=\frac{۷\pi}{۶}$

۳) $a=-\frac{۳}{۲},b=\frac{۵\pi}{۶}$

۴) $a=-\frac{۳}{۲},b=\frac{۷\pi}{۶}$

۴- شکل مقابل، بخشی از نمودار تابع $y=k\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴π باشد، k چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

۵- مقدار $\sin\frac{۵\pi}{۱۲}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$ ۳) $\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۸}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۸}$

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

۶- ساده شدهٔ عبارت $\tan^2\alpha+\frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}$ به‌ازای $x=\frac{\pi}{12}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\sqrt{6}-\sqrt{3}$ ۴) $2-\sqrt{3}$

۷- اگر $\sin(\frac{\pi}{4}+\alpha)\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)+\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\tan^2\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۸- اگر $\tan\alpha=-2$ باشد، مقدار $\sin 4\alpha$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{12}{25}$ ۲) $-\frac{12}{25}$ ۳) $\frac{24}{25}$ ۴) $-\frac{24}{25}$

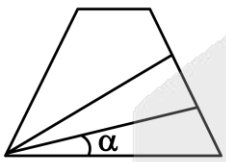
۹- مقدار عددی $\sin^4\frac{\pi}{8}+\cos^4\frac{\pi}{8}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) ۱

۱۰- با فرض $\sin x+\cos x=\frac{\sqrt{6}}{2}$، مقدار عددی $\cos^2 2x$ کدام است؟

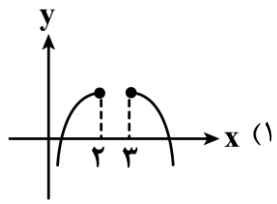
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{5}$

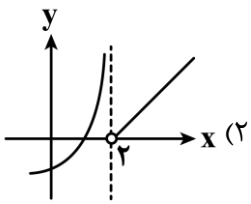
۱۱- در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین مقابل که طول قاعده‌های آن ۳ و ۹ و طول ساق‌های آن ۹ است، یک ساق را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. $\cos 2\alpha$ کدام است؟

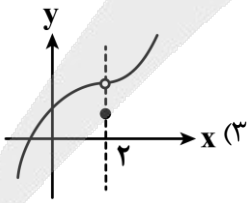


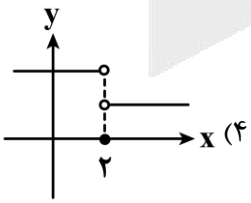
۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{5}{7}$ ۴) $\frac{7}{9}$

۱۲- کدام گزینه نمودار تابعی است که در همسایگی $x=2$ تعریف شده اما در این نقطه فاقد حد است؟

۱)


۲)


۳)


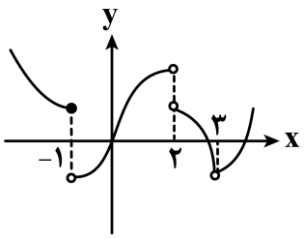
۴)


محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon7 @biomaz1

۱۳- نمودار تابع f مطابق شکل است. در کدام نقطه، تابع حد ندارد ولی مقدار دارد؟



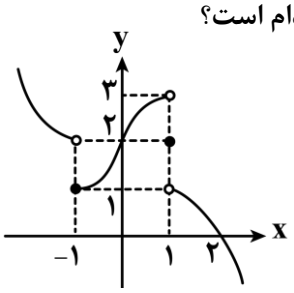
۱) $x=۲$

۲) $x=-۱$

۳) $x=۰$

۴) $x=۳$

۱۴- نمودار تابع f مطابق شکل روبه‌رو است. حاصل $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x)+\lim\limits_{x\to۰^-} f(x)+f(۱)$ کدام است؟



۱) ۴

۲) ۵

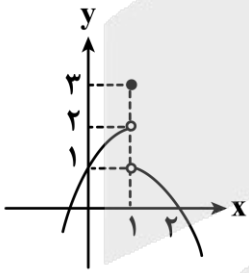
۳) ۶

۴) ۷

۱۵- به‌ازای چه مقادیری از m بازهٔ $(m^۲+۳m-۸,۳m+۵)$ همسایگی نقطهٔ $x=۲$ می‌باشد؟

۱) $(-۵,۲)$ ۲) $(-۱,۲)$ ۳) $(-\infty,-۵)\cup(۲,+\infty)$ ۴) $(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$

۱۶- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. مقادیر $\lim\limits_{x\to۱^+}[f(x)]$ و $\left[\lim\limits_{x\to۱^+} f(x)\right]$ به ترتیب کدام هستند؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)



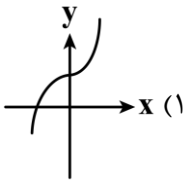
۱) صفر و صفر

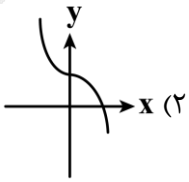
۲) صفر و ۱

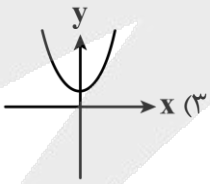
۳) ۱ و صفر

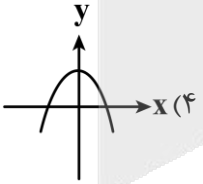
۴) ۱و۱

۱۷- در کدام نمودار رابطهٔ $\lim\limits_{x\to۰}[f(x)]=f(۰)$ می‌تواند برقرار باشد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱)


۲)


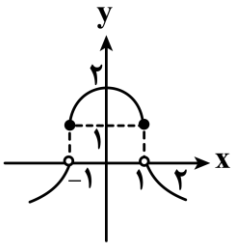
۳)


۴)


محل انجام محاسبات

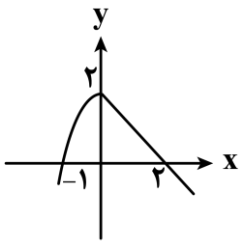
www.ArefOnline.ir

۱۸- نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. حاصل $\lim\limits_{x\to -1^+}[fof(x)]$ کدام است؟



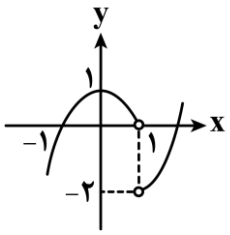
۱) ۱-
۲) صفر
۳) ۱
۴) ۲

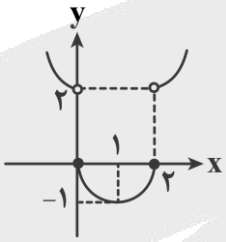
۱۹- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\left[f(-\frac{۲}{f(x)})\right]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

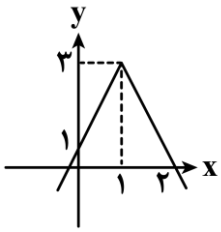


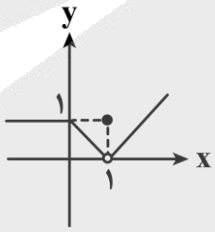
۱) ۱-
۲) صفر
۳) ۲
۴) وجود ندارد.

۲۰- نمودار تابع f به کدام صورت باشد تا تابع fof در $x=0$ فاقد حد باشد؟

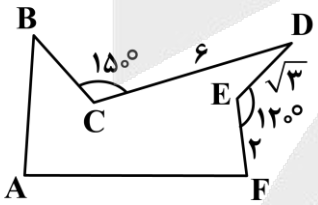
۱)


۲)


۳)


۴)


۲۱- زمینی به شکل مقابل داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را تا بیشترین حد ممکن افزایش دهیم، اگر میزان این افزایش مساحت برابر ۱۵ واحد مربع باشد، اندازهٔ BC برابر کدام است؟



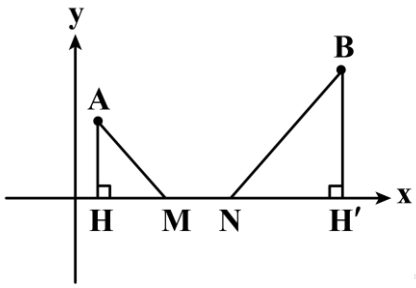
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @bromaz1

۲۲- مطابق شکل مقابل، نقاط $A(۱,۶)$ و $B(۱۷,۹)$ را در دستگاه مختصات در نظر گرفته و نقاط M و N را روی محور xها به فاصلهٔ ۴ از یکدیگر چنان انتخاب می‌کنیم که طول مسیر AMNB کم‌ترین مقدار ممکن باشد. حاصل $MH' - NH$ برابر کدام است؟



۱) ۴/۲
۲) ۳/۶
۳) ۲/۴
۴) ۴/۸

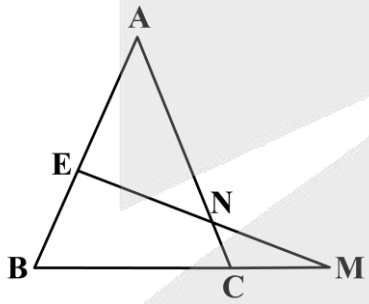
۲۳- مساحت دایرهٔ محیطی مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با معلومات $\hat{A}=۱۰۵^\circ$، $\hat{C}=۴۵^\circ$ و $AC=۴$ برابر کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۸π ۳) ۱۶π ۴) ۳۲π

۲۴- نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC بیرون این مثلث قرار دارد. اگر $\hat{C}=۴۵^\circ$ و $\sqrt{۳}AB=\sqrt{۲}AC$، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $\hat{B}=۶\hat{A}$ ۲) $\hat{A}=۸\hat{B}$ ۳) $\hat{A}=۶\hat{B}$ ۴) $\hat{B}=۸\hat{A}$

۲۵- در مثلث ABC، اگر $AB=AC$، $BE=۷$، $MN=۶$ و $CN=۵$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ ME برابر کدام است؟



۱) $\frac{۲۱}{۲}$
۲) $\frac{۴۴}{۵}$
۳) $\frac{۳۹}{۵}$
۴) $\frac{۴۲}{۵}$

۲۶- در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به دستهٔ به نمایندگی ۱۱/۷۵ برابر ۶۰° است. تقریبا چند درصد داده‌ها کمتر از ۱۰ هستند؟

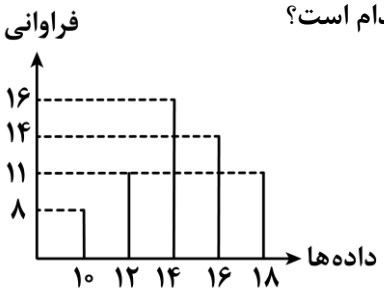
دسته‌ها	۳–۶/۵	۶/۵–۱۰	۱۰–۱۳/۵	۱۳/۵–۱۷
فراوانی مطلق	۴	۷	x	۴

۱) ۵۷ ۲) ۶۱ ۳) ۶۵ ۴) ۷۰

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

۲۷- با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، مجموع میانگین، میانه و مد (نما) داده‌ها کدام است؟



۱) ۴۰/۳
۲) ۴۱/۲
۳) ۴۲
۴) ۴۲/۳

۲۸- اگر میانگین چند دادهٔ آماری مثبت و غیریکسان، برابر ۱۰ باشد و هر یک از داده‌ها را سه برابر و با عدد ۱۵ جمع کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

۲۹- اگر انحراف ۵ دادهٔ آماری از میانگین این داده‌ها به ترتیب $۲,۲,m,-۳,-۱$ باشد، واریانس این ۵ دادهٔ آماری کدام است؟

۱) ۵/۵ ۲) ۵/۸ ۳) ۶/۵ ۴) ۶/۸

۳۰- طبق تحقیقات ۱۰ سال گذشته در یک شهرستان، تعداد دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی که مشکل ضعیفی چشم داشتند به‌صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ ($\sqrt{۵} \simeq ۲/۲$)

۵۰،۵۴،۳۷،۴۲،۳۲،۵۷،۴۶،۵۶،۳۹،۵۹

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۱ ۴) ۰/۱۵

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon / @biomaz1

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفتـــــرچه شمـــــاره ۲

پنجشنبه ۲۷ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

۲/۸ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

مرکز مشاوره عارف

بودجه‌بندی [redacted] آزمون

حسابان ۱

مثلثات (از ابتدای توابع مثلثاتی تا انتهای فصل ۴)
حد و پیوستگی
(مفهوم حد و فرایندهای حدی، حد های یکطرفه)
صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۲۹

سهم در کنکور: ——

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(کل درس دوم: کاربرد تبدیل‌ها)
روابط طولی در مثلث
(کل درس اول: قضیه سینوس‌ها)
صفحه‌های ۵۰ تا ۶۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

آمار و احتمال

آمار توصیفی
(کل فصل ۳)
صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
(از نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان تا ابتدای قانون لنز)
صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۷

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم (از ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش از دیدگاه کمی تا پایان فصل)
پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر (از ابتدای فصل تا انتهای الیاف و درشت مولکول‌ها) / صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

اگه قصد داری از نیمهٔ دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت‌زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم‌کردن با آزمون ۹ بهمن):
با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروعِ پرانرژی در بهمن و اسفند):
در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالبِ سه‌هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):
از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلّط می‌شوید.

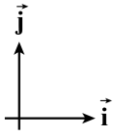
گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):
تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدرت به سال تحصیلی بعد؛ **آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه**

www.ArefOnline.ir

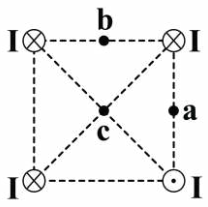
@Tahlilazemoon @biomaz1

۳۱- از سیمی به طول ۱m جریان I در جهت محور x عبور می‌کند. اگر کل این سیم در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}=8\vec{i}+6\vec{j}$ برحسب تسلا قرار گیرد، نیرویی به بزرگی ۶۰N از طرف میدان مغناطیسی به آن وارد می‌شود. I چند آمپر است؟



۱) ۱۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۷/۵ ۴) ۶

۳۲- در شکل زیر، چهار سیم بلند و موازی حامل جریان الکتریکی I که همگی عمود بر صفحه‌اند، در رأس‌های یک مربع قرار گرفته‌اند. جهت میدان مغناطیسی برایند در نقاط a، b و c به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی نشان داده شده است؟ (نقاط a و b در وسط اضلاع مربع و نقطهٔ c در مرکز مربع است.)



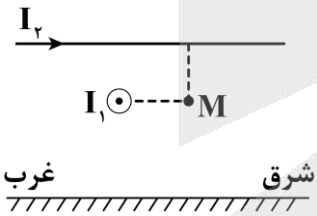
۱) ↖ ، ↓ ، ↙

۲) ← ، ↑ ، ↙

۳) ↙ ، ↓ ، ↙

۴) ↖ ، ↑ ، ↙

۳۳- مطابق شکل زیر، دو سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های I_1 و I_2 در ارتفاع معینی از سطح زمین قرار دارند. نقطهٔ M دقیقاً در سمت راست سیم حامل جریان I_1 و در پایین سیم حامل جریان I_2 قرار دارد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 در محل نقطهٔ M به‌ترتیب از راست به چپ برابر با 1G و 0/3G باشد، بزرگی میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ M چند گاوس است؟ (میدان مغناطیسی زمین را 0/45G و به‌سمت شمال فرض کنید.)



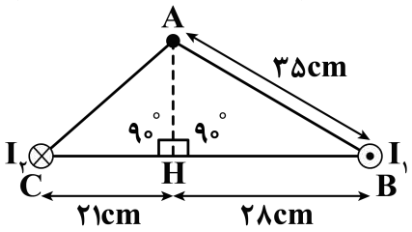
۱) $\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{9}{5}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{6}{5}$

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

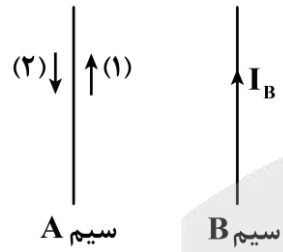
۳۴- دو سیم موازی بسیار بلند حامل جریان‌های I_1 و I_2، مطابق شکل زیر عمود بر صفحه قرار دارند و بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از هر یک از این سیم‌ها در نقطهٔ A برابر با $0/5T$ است. زاویه‌ای که بردار برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان‌های I_1 و I_2 در نقطهٔ A با خط AH می‌سازد، چند درجه است ؟

$(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6)$



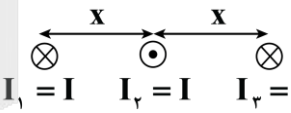
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۱۲

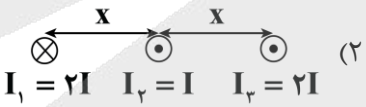
۳۵- مطابق شکل زیر، دو سیم بلند و موازی A و B که حامل جریان هستند، در یک صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم B در محل سیم A برابر با ۵۰mG بوده و بر ۱/۵m از سیم A از طرف سیم B نیروی جاذبه‌ای به بزرگی $6\times10^{-6}N$ وارد می‌شود. جریان عبوری از سیم A چند آمپر و در چه جهتی است؟

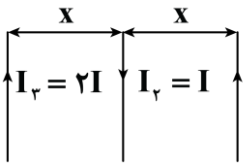


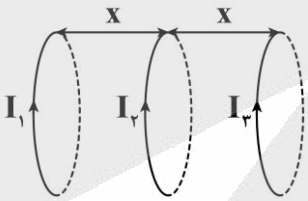
۱) ۰/۸ و در جهت (۱)
۲) ۰/۶ و در جهت (۱)
۳) ۰/۶ و در جهت (۲)
۴) ۰/۸ و در جهت (۲)

۳۶- در هر کدام از گزینه‌های زیر، سیم‌های حامل جریان با طول برابر در فاصله‌های یکسانی از یکدیگر قرار دارند. در کدام گزینه برایند نیروهای مغناطیسی وارد بر هر سه سیم یا حلقهٔ حامل جریان، صفر است؟

۱)


۲)


۳)


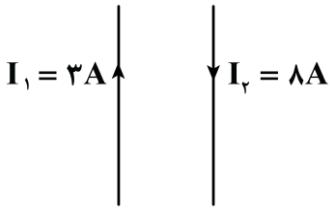
۴)


محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

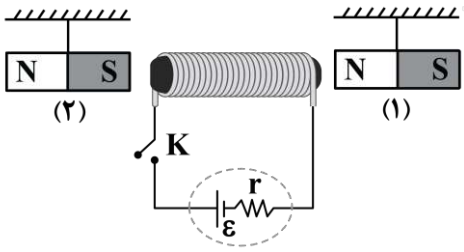
@Tahlilazemoon / @biomaz1

۳۷- در شکل زیر، دو سیم بلند و موازی حامل جریان با طول یکسان در یک صفحه قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I_1 در محل سیم حامل جریان I_2 برابر با $450G$ باشد، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I_2 در محل سیم حامل جریان I_1 چند تسلا است؟



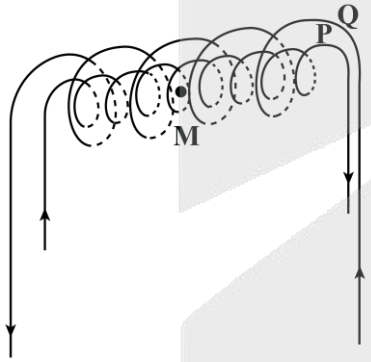
۱) ۱۲۰۰
۲) ۰/۱۲
۳) ۱۶۸۰
۴) ۰/۱۶۸

۳۸- در شکل زیر، با وصل کردن کلید K، کدام‌یک از اتفاقات زیر رخ می‌دهد؟



۱) آهنربای میله‌ای (۱) به طرف سیملوله جذب شده و آهنربای میله‌ای (۲) از سیملوله دفع می‌شود.
۲) هر دو آهنربای میله‌ای (۱) و (۲) جذب سیملوله می‌شوند.
۳) آهنربای میله‌ای (۱) از سیملوله دفع شده و آهنربای میله‌ای (۲) به طرف سیملوله جذب می‌شود.
۴) هر دو آهنربای میله‌ای (۱) و (۲) از سیملوله دفع می‌شوند.

۳۹- در شکل زیر، دو سیملولهٔ آرمانی P و Q هم‌محور بوده و طول یکسانی دارند. اگر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ Q، $\frac{5}{4}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ P باشد، آن‌گاه باید جریان عبوری از سیملولهٔ Q، چند برابر جریان عبوری از سیملولهٔ P باشد تا برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیملوله در نقطهٔ M (روی محور دو سیملوله) صفر باشد؟

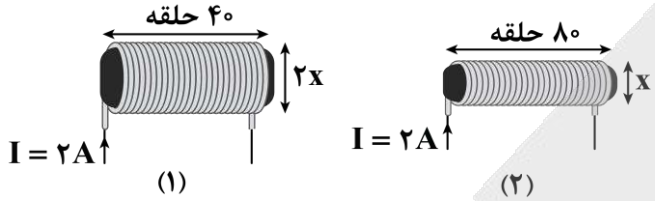


۱) $\frac{5}{4}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) ۴
۴) $\frac{4}{5}$

محل انجام محاسبات

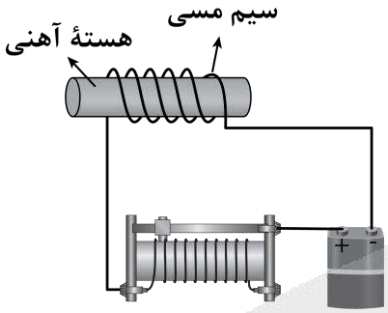
www.ArefOnline.ir

۴۰- مطابق شکل زیر، با سیمی به قطر مقطع یکنواخت D دو سیملولهٔ آرمانی و منظم ساخته‌ایم. به‌طوری‌که در هر دو حالت، حلقه‌ها بدون فاصله کنار هم قرار دارند. از هر دو سیملوله جریان ۲A عبور می‌دهیم. اگر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ (۱) برابر با ۴۰۰G باشد، بزرگی میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۲) درون آن چند گاوس است؟(میدان مغناطیسی داخل هر دو سیملوله را یکنواخت فرض کنید.)



۱) ۲۵۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۸۰۰

۴۱- با توجه به مدار شکل زیر، در چه تعداد از عبارت‌های زیر، بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله افزایش می‌یابد؟



الف- لغزنده را به‌سمت راست حرکت دهیم.

ب- به‌جای سیم مسی ($\rho_{مس}=۱/۷\times۱۰^{-۸}\Omega.m$) از یک سیم نقره‌ای ($\rho_{نقره}=۱/۶\times۱۰^{-۸}\Omega.m$) با همان طول و سطح مقطع استفاده کنیم.

ج- هستهٔ آهنی سیملوله را از آن خارج کنیم.

د- حلقه‌های سیملوله را به هم نزدیک کنیم.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف- اتم‌های مواد فرومغناطیسی و دیامغناطیسی، به‌طور ذاتی دارای خاصیت مغناطیسی هستند.

ب- دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیسی به‌صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و دائمی پیدا می‌کنند.

ج- برای هستهٔ یک آهنربای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی نرم مانند فولاد استفاده می‌شود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

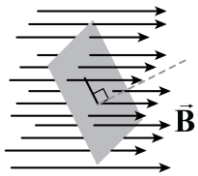
www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @biomaz1

۴۳- اتم‌های مواد اشاره‌شده در کدام گزینه، دارای دوقطبی خالص نیستند ولی حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی شود؟

۱) مس، سدیم و نیکل
۲) مس، اکسیژن و کبالت
۳) مس، نقره و سرب
۴) نقره، سرب و اکسید نیتروژن

۴۴- مطابق شکل زیر، قاب رسانای مستطیلی‌شکلی به مساحت $8cm^2$، درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $2500G$ قرار دارد. اگر شار مغناطیسی گذرنده از این قاب برابر با $0/16mWb$ باشد، زاویهٔ بین قاب و خطوط میدان مغناطیسی چند درجه است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$

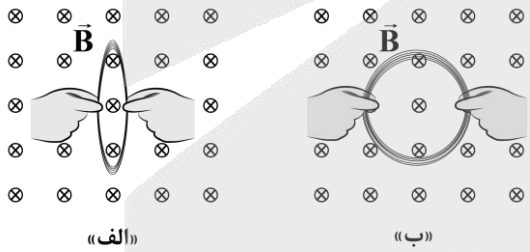


۱) ۳۰
۲) ۳۷
۳) ۵۳
۴) ۶۰

۴۵- از یک سیم مسی به طول $10m$، سیملوله‌ای آرمانی به طول $20cm$ با حلقه‌های نزدیک به هم چنان طراحی شده است که جریان بیشینه‌ای به شدت $1/5A$ می‌تواند از آن عبور کند. اگر با عبور این جریان از سیملوله، اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر با $1/8G$ شود، با فرض این‌که میدان مغناطیسی داخل سیملوله یکنواخت باشد، شار مغناطیسی عبوری از هر حلقهٔ آن چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi = 3, \mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) 6×10^{-6}
۲) 6×10^{-5}
۳) $3/75\times10^{-6}$
۴) $3/75\times10^{-5}$

۴۶- حلقه‌ای رسانا به مساحت $15cm^2$ مطابق شکل «الف»، درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $0/08T$ قرار دارد. اگر مطابق شکل «ب» و بدون تغییر میدان مغناطیسی $\vec{B}$، مساحت حلقه را در مدت‌زمان $0/5s$ به $25cm^2$ برسانیم، آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه در این مدت چند واحد SI می‌شود؟

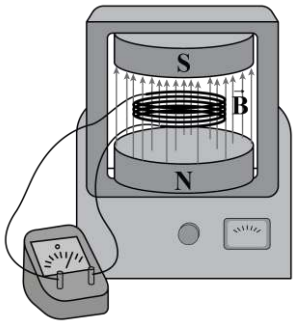


۱) $1/6\times10^{-3}$
۲) $0/16\times10^{-4}$
۳) $1/6\times10^{-2}$
۴) $0/16\times10^{-3}$

محل انجام محاسبات

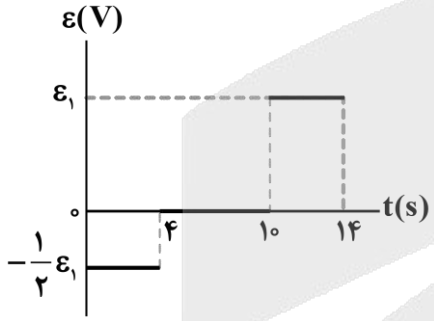
www.ArefOnline.ir

۴۷- پیچه‌ای رسانا شامل ۵۰۰ حلقه که مساحت هر حلقهٔ آن $۲۰cm^۲$ است، بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است. مقاومت الکتریکی پیچه ۱۰Ω بوده و خطوط میدان مغناطیسی آهنربای الکتریکی بر سطح پیچه عمودند. اگر میدان در مدت‌زمان $۰/۱۵s$ از $۰/۱۸T$، رو به بالا به $۰/۱۲T$ رو به پایین برسد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط و اندازهٔ جریان القایی متوسط در پیچه برحسب SI، به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۱) ۱ و ۰/۱
۲) ۲ و ۰/۲
۳) ۳ و ۰/۳
۴) ۴ و ۰/۴

۴۸- شکل زیر، نمودار نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان در یک پیچه با ۵۰ حلقه و مقاومت الکتریکی ۶Ω را نشان می‌دهد. اگر اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۱۰s$ برابر با $۱۲V$ باشد، تعداد الکترون‌های القایی شارش‌یافته در پیچه در بازهٔ زمانی $t=۱۰s$ تا $t=۱۴s$ چقدر است؟ ($e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$)



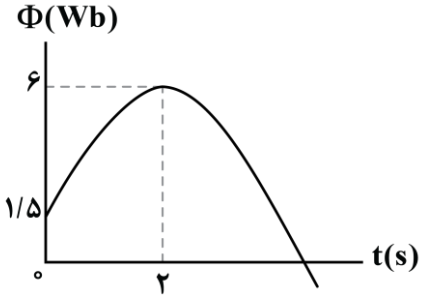
۱) ۵×۱۰^{۲۰}
۲) ۵×۱۰^{۱۹}
۳) $۲/۵\times۱۰^{۲۰}$
۴) $۲/۵\times۱۰^{۱۹}$

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

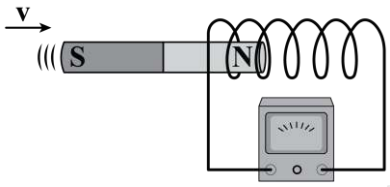
@Tahlilazemoon / @biomaz1

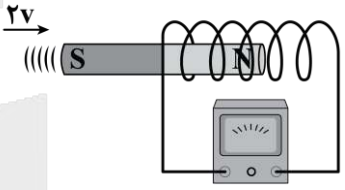
۴۹- نمودار شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای رسانا مطابق سهمی نشان‌داده‌شده در شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این حلقه در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=4s$ چند ولت است؟

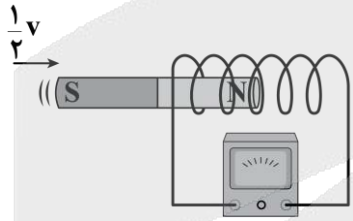


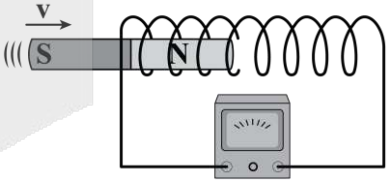
۱) ۱/۵
۲) ۴/۵
۳) ۲/۲۵
۴) ۰/۷۵

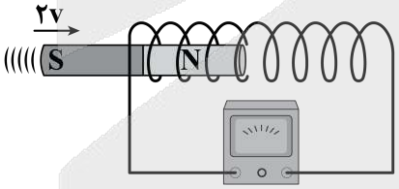
۵۰- مطابق شکل زیر، آهنربایی میله‌ای را با تندی ثابت v وارد یک سیملوله می‌کنیم و ولت‌سنج حساس، نیروی محرکهٔ القایی در سیملوله را نشان می‌دهد. تغییرات نشان‌داده‌شده در کدام‌یک از گزینه‌ها، باعث بیشترین افزایش در مقدار نشان‌داده‌شده توسط ولت‌سنج حساس می‌شود؟ (آهنرباها مشابه بوده و مساحت حلقه‌ها در تمام سیملوله‌ها یکسان است.)



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) همه درشت مولکول‌ها، پلیمر هستند.

۲) ذرات سازنده همه بسپارها، مولکول‌ها هستند.

۳) نیروی بین مولکولی در آب قوی‌تر از روغن زیتون است.

۴) هیچ ماده با تعداد اتم کم در یک مولکول، حالت جامد ندارد.

۵۲- کدام مورد درست است؟

۱) الیافی که دومین فراوانی را در بین الیاف تولیدشده در جهان دارند، در تهیهٔ رویهٔ مبل، پرده و گاز استریل استفاده می‌شوند.

۲) انسان با بهره‌مندی از هوش و تجربه‌های برگرفته از طبیعت توانست نخستین پوشش خود را از بافت‌های گیاهی تهیه کند.

۳) در سال ۲۰۱۴ میلادی نزدیک به صد میلیون تن الیاف ساختگی در جهان تولید و مصرف شده است.

۴) روند تولید الیاف پلی‌استری همانند الیاف پشمی در طی سال‌های اخیر، افزایشی بوده است.

۵۳- کدام‌یک از موارد زیر نادرست هستند؟

الف ـ حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

ب ـ آب، اتان، کربن مونوکسید و آلومینیم اکسید، جزء مواد مولکولی هستند.

ج ـ نشاستهٔ گندم و انسولین درشت مولکول بوده و دارای واحدهای تکرارشونده در ساختار خود هستند.

د ـ هر مولکول سلولز از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز ایجاد شده و شمار اتم‌های هر مولکول گلوکز، بسیار زیاد است.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

۵۴- اگر مراحل تولید لباس از الیاف آن به‌صورت زیر باشد، به‌ترتیب نام مادهٔ B و نام فرایند A کدام است؟

«الیاف $\xleftarrow{\text{ریسندگی}} B \leftarrow X \leftarrow$ پارچهٔ آمادهٔ استفاده $\xleftarrow{A}$ لباس»

۱) نخ ـ بافندگی ۲) پارچهٔ خام ـ بافندگی ۳) نخ ـ دوزندگی ۴) پارچهٔ خام ـ دوزندگی

۵۵- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد اکسیدهای گوگرد نادرست است؟

۱) یکی از عوامل باران اسیدی، اکسیدی با تعداد اتم‌های اکسیژن بیشتر است.

۲) میانگین آنتالپی پیوندهای میان گوگرد و اکسیژن در گوگرد دی‌اکسید بیشتر است.

۳) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در گوگرد دی‌اکسید کمتر است.

۴) اگر واکنش $2SO_2 + O_2 \longrightarrow 2SO_3$ گرماده باشد، گوگرد تری‌اکسید پایدارتر است.

۵۶- مقداری نیتروژن دی‌اکسید در یک ظرف سربسته به عناصر سازنده تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط مصرف NO_2 در ۱۰۰ ثانیه آغازین واکنش برابر ۱/۸ مول بر دقیقه باشد، در پایان ثانیه صدم، چند مولکول نیتروژن در ظرف واکنش وجود دارد؟

۱) $1/806 \times 10^{23}$ ۲) $9/03 \times 10^{23}$ ۳) $1/806 \times 10^{24}$ ۴) $9/03 \times 10^{24}$

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @biomaz1

۵۷- در یک واکنش شیمیایی، مواد گازی A، B و X شرکت دارند و رابطهٔ $\overline{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta n(A)}{۲\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{۳\Delta t} = \frac{\Delta n(X)}{\Delta t}$ در آن برقرار است. اگر پس از گذشت ۷۰ ثانیه از ابتدای واکنش ۷۸/۴ لیتر فراورده در شرایط استاندارد تولید شود، سرعت متوسط واکنش در طول این بازهٔ زمانی برابر چند مول بر دقیقه است؟

۱) ۳ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۵

۵۸- ۷۲ گرم گاز گوگرد دی‌اکسید مطابق واکنش $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g)$ می‌سوزد. اگر پس از گذشت ۵۰ ثانیه از ابتدای واکنش، جرم گاز گوگرد دی‌اکسید باقی‌مانده با جرم گاز تولیدشده برابر شود، سرعت متوسط واکنش در طول این بازهٔ زمانی برابر با چند مول بر دقیقه است؟ $(O = ۱۶, S = ۳۲: g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۲

۵۹- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) با اکسایش هر مول چربی موجود در کوهان شتر، ۱۱۴ مول $CO_۲$ تولیدشده و آب و انرژی مورد نیاز حیوان تأمین می‌شود.

۲) در برخی واکنش‌ها سرعت انجام واکنش برابر با سرعت تولید یا مصرف هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش نخواهد بود.

۳) استفاده از بازدارنده در یک واکنش شیمیایی سرعت واکنش و در نتیجه مقدار نهایی فراورده‌های تولیدشده را کاهش می‌دهد.

۴) اگر فردی نیاز فوری به انرژی داشته باشد، خوردن ماده غذایی چرب نسبت به ماده غذایی پر کربوهیدرات برای او مناسب‌تر است.

۶۰- یکی از الگوهای کاهش ردپای غذا ..... بوده که با اصل ..... از اصول شیمی سبز همخوانی بیشتری دارد.

۱) استفاده از غذاهای بومی و فصلی ـ کاهش مصرف انرژی

۲) استفاده از غذاهای بومی و فصلی ـ کاهش تولید زباله و پسماند

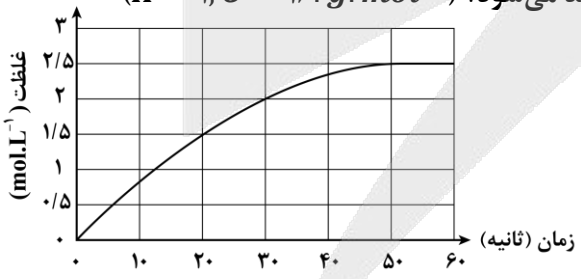
۳) کاهش مصرف گوشت و لبنیات ـ کاهش مصرف انرژی

۴) کاهش مصرف گوشت و لبنیات ـ کاهش تولید زباله و پسماند

۶۱- در واکنش کلسیم اکسید با ۲/۵ مول گاز کربن‌دی‌اکسید در یک ظرف سربسته، هر دقیقه فشار گاز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. سرعت متوسط مصرف کلسیم اکسید در مجموع دقیقه دوم و سوم این واکنش برابر چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟ $(O = ۱۶, Ca = ۴۰: g.mol^{-۱})$

۱) ۳۳۶ ۲) ۴۲۰ ۳) ۶۷۲ ۴) ۸۴۰

۶۲- واکنش $NH_۴NO_۳(s) \rightarrow N_۲O(g) + ۲H_۲O(l)$ در یک ظرف ۴ لیتری انجام شد. اگر نمودار زیر مربوط به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش باشد، سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش برابر با چند مول بر ثانیه بوده و پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۲۱۶ گرم آب تولید می‌شود؟ $(H = ۱, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$



۱) ۲۰ ـ ۰/۲

۲) ۲۰ ـ ۰/۱

۳) ۳۰ ـ ۰/۲

۴) ۳۰ ـ ۰/۱

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

۶۳- فرایند انحلال نمک ..... در آب ..... بوده و از این نمک در تولید بسته ..... مناسب برای درمان آسیب‌دیدگی ورزشکاران استفاده می‌شود.

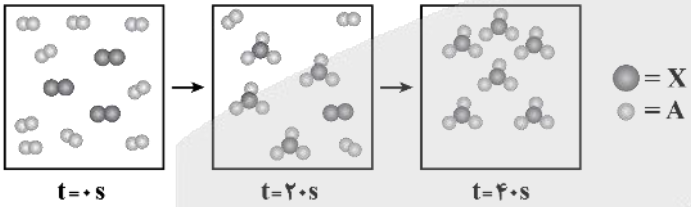
۱) کلسیم کلرید ـ گرماگیر ـ سرمازا
۲) کلسیم کلرید ـ گرماده ـ گرمازا
۳) آمونیوم نیترات ـ گرماده ـ سرمازا
۴) آمونیوم نیترات ـ گرماگیر ـ گرمازا

۶۴- ۴۲۰ گرم سدیم هیدروژن کربنات در یک ظرف مطابق واکنش $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ تجزیه می‌شود. جدول زیر، جرم جامد درون ظرف را در طی انجام واکنش نشان می‌دهد. نسبت سرعت متوسط واکنش در ۳۰ ثانیه اول در مقیاس مول بر دقیقه به سرعت متوسط مصرف سدیم هیدروژن کربنات در ۲۰ ثانیهٔ پایانی در مقیاس مول بر ثانیه کدام است؟ $(H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1})$

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
جرم جامد (g)	۴۲۰	۳۵۸	۳۲۰/۸	۲۹۶	۲۸۰/۵	۲۶۸/۱	۲۶۵

۱) ۳۲۰
۲) ۲۵۰
۳) ۱۶۰
۴) ۱۲۵

۶۵- واکنش موازنه‌نشده $X_2(g) + A_2(g) \rightarrow XA_2(g)$، مطابق شکل زیر در یک ظرف ۲ لیتری انجام می‌شود. سرعت متوسط مصرف گاز A_2 در ۲۰ ثانیهٔ اول واکنش برابر با چند مول بر لیتر بر ثانیه بوده و سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش برابر با چند مول بر دقیقه است؟ (هر ذرّه معادل ۰/۱ مول است.)



۱) ۰/۴۵ ـ ۰/۰۳
۲) ۰/۴۵ ـ ۰/۰۱۵
۳) ۰/۲۲۵ ـ ۰/۰۳
۴) ۰/۲۲۵ ـ ۰/۰۱۵

۶۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد کلسترول درست است؟

الف ـ یک ماده آروماتیک محسوب می‌شود.
ب ـ در ساختار هر مولکول آن ۴ حلقه شش کربنی وجود دارد.
ج ـ ماده‌ای است که در غذاهای گیاهی وجود دارد و موجب سکته می‌شود.
د ـ یک الکل سیرنشده است که مقدار اضافی آن در رگ‌ها رسوب می‌کند.
هـ ـ ضعیف‌ترین و قوی‌ترین پیوند کووالانسی در ساختار این ماده، بین اتم‌های یک عنصر برقرار هستند.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @biomaz1

۶۷- کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) میوه‌ها و سبزیجات حاوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای به نام ریزمغذی‌ها هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند.

۲) در سال ۲۰۴۰ با الگوی مصرفی کنونی، مساحتی حدود دو برابر مساحت کره زمین برای تأمین غذا مورد نیاز است.

۳) تهیه غذا بیشترین عامل تولید گازهای گلخانه‌ای پس از سوختن سوخت‌های فسیلی در کارخانه‌ها و خودروها است.

۴) چهرهٔ پنهان ردپای غذا، تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه کربن‌دی‌اکسید است.

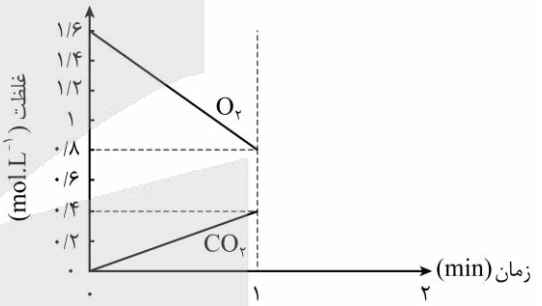
۶۸- **با قرار دادن مقدار کافی از فلز روی در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۶ مولار نقره نیترات، واکنش زیر انجام می‌شود. اگر پس از گذشت ۲ دقیقه از ابتدای واکنش، غلظت یون Ag^+ در محلول به ۰/۱۲ مولار برسد، سرعت متوسط تولید فلز نقره در طول این بازهٔ زمانی برابر با چند گرم بر ثانیه است؟ (حجم محلول ثابت می‌ماند. $Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱}$)**

موازنه شود: $Zn(s) + AgNO_۳(aq) \rightarrow Zn(NO_۳)_۲(aq) + Ag(s)$

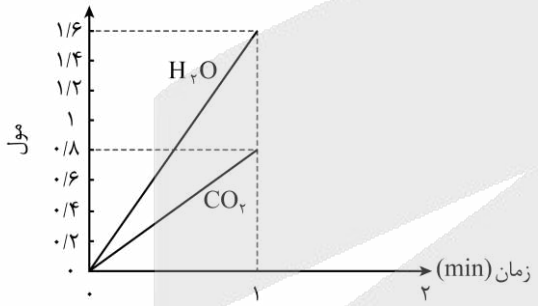
۱) ۰/۰۲۷ ۲) ۰/۰۵۴ ۳) ۰/۱۰۸ ۴) ۰/۲۱۶

۶۹- **۴/۸ مول از گازهای اکسیژن و متان (متناسب با ضرایب استوکیومتری) در یک ظرف ۲ لیتری به‌طور کامل مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $CH_۴(g) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g)$ واکنش می‌دهند. اگر سرعت انجام واکنش ثابت و برابر ۰/۸ مول بر دقیقه باشد، کدام نمودار در رابطه با این واکنش نادرست است؟**

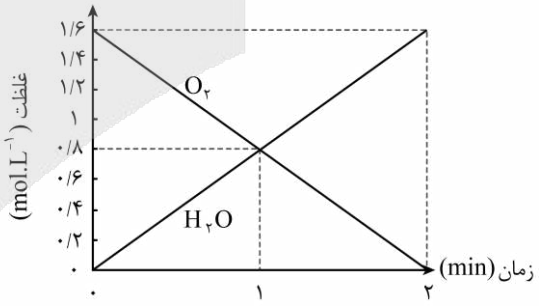
۱)



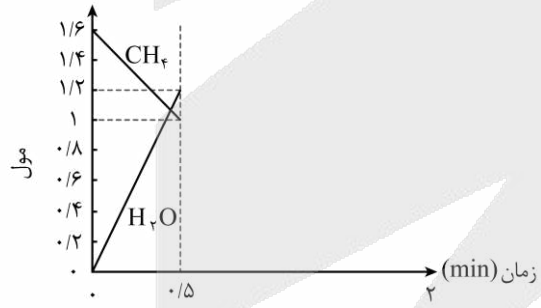
۲)



۳)



۴)



۷۰- **اگر در واکنش سوختن کامل یک هیدروکربن با فرمول مولکولی $C_۸H_y$، نسبت سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن به سرعت متوسط تشکیل آب برابر ۲/۵ باشد. در ساختار این هیدروکربن چند اتم هیدروژن وجود دارد؟**

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

www.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۰ اردیبهشت‌ماه

۳/۸ نیم‌سال دوم

حسابان ۱

حد و پیوستگی
(مفهوم حد و فرایندهای حدی، حد های یکطرفه، قضایای حد)
صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۴۰

هندسه ۲

روابط طولی در مثلث
(کل درس اول: قضیه سینوس‌ها و کل درس دوم: قضیه کسینوس‌ها)
صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷

آمار و احتمال

آمار توصیفی (کل درس ۲: معیارهای گرایش به مرکز، کل درس ۳: معیارهای پراکندگی)
آمار استنباطی (کل درس ۱: گردآوری داده‌ها)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۱

فیزیک ۲

مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
(از میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان تا ابتدای جریان متناوب)
صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۲

شیمی ۲

پوشاک، نیازی پایان ناپذیر
(از ابتدای فصل تا انتهای خود را بیازمایید صفحه ۱۱۵)
صفحه‌های ۹۹ تا ۱۱۵

www.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

$\frac{۲}{۸}$ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	امیرحسین شریفیان ـ حسن محمدبیگی علیرضا شریف‌خطیبی	ندا فرهختی ـ مهرداد اسپیدکار مائده بادان فیروز ـ حمیدرضا ولی‌پور یزدان نیک قدم ـ فؤاد خیرآبادی علی اسدی
فیزیک	حسین‌عبدوی‌نژاد محمدجوادسورچی	حسین عبدوی نژاد ـ مهدی پارسا مروارید شاه‌حسینی	مروارید شاه‌حسینی علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا فرهنگ امیری ـ طاها حق‌بین	محمدمهدی معظمی محمد دارابی‌جم ـ طاها حق‌بین امیرعلی حسینی‌فرد

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مائده بادان‌فیروز

زهره جعفری

مروارید شاه‌حسینی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

www.ArefOnline.ir

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۲۱

خواب

تنظیم خواب توی دوران درس خوندن و استرس کنکور کاملاً طبیعیه که یه کم بهم بریزه، اما نباید فکر کنیم چیز بی‌اهمیتیه. اتفاقاً خیلی مهمه.

روز کنکور باید دقیقاً تو یه بازهٔ زمانی مشخص، یعنی حدود ۷ تا ۱۱ صبح، توی اوج هشیاری باشی و خوابت نیاد. پس اگه تا الان عادت داشتی شب‌ها تا دیر وقت بیدار بمونی و صبح‌ها بخوابی، باید کم‌کم این روند رو عوض کنی تا ساعت هشیاریت بیفته همون ۷ تا ۱۱.

از طرفی متخصص‌ها می‌گن نوجوان‌ها بهتره بین ۶ تا ۸ ساعت خواب کافی داشته باشن تا بدن و مغز فرصت داشته باشن خودشونو ریکاوری کنن و مطالب جدید رو مرتب کنن. اینجوری هم انرژی بیشتری داری، هم تمرکزت برای درس خوندن روز بعد بالاتر میره.

بعضیا می‌گن با اینکه خیلی خسته‌ان، وقتی می‌رن توی رختخواب خوابشون نمی‌بره. این اتفاق توی دوران درس خوندن زیاد پیش میاد. وقتی بیشترِ وقتت صرف مطالعه می‌شه، ذهنت خیلی بیشتر از بدنت خسته می‌شه. برای همین ممکنه با اینکه از نظر ذهنی خسته‌ای، چون بدنت فعالیت زیادی نداشته، نتونی راحت بخوابی.

توی این مواقع یه پیاده‌روی کوتاه شبانه یا یه فعالیت فیزیکی ساده مثل کمک کردن توی کارهای خونه می‌تونه کمک کنه بدنت هم کمی خسته بشه و راحت‌تر به خواب بری. حتی می‌تونی توی همین زمان‌ها ویس‌هایی رو که برای مرور درس‌ها ضبط کردی گوش بدی؛ اینجوری هم ذهنت درگیر مرور مطالب می‌شه هم بدنت در حال حرکت و فعالیت قرار می‌گیره.

در کل فعالیت‌هایی مثل قدم زدن می‌تونن به تقویت حافظه، افزایش خلاقیت و بهتر شدن توانایی حل مسئله کمک کنن و در عین حال باعث بشن خستگی ذهن و جسم متعادل‌تر بشه و خواب راحت‌تری داشته باشی.

وقتی احساس کردی که حالا به اندازهٔ کافی خسته هستی و خوابت میاد برو سراغ تختخواب و این نکات رو رعایت کن:

- ۱- هیچ کاری جز خوابیدن توی تختخواب مجاز نیست. نباید با موبایل بری توی تختخواب. گشتن توی شبکه‌های مجازی به دلیل محرک بودن کلیپ‌ها و محتوای آن، بیشتر باعث هشیاری می‌شه. انگار قبل خواب داری خودت با دست خودت مغزت رو وادار می‌کنی هشیار بمونه و نخوابه.
- ۲- التماس چشماتو نکن که خوابت ببره. فقط بیست دقیقه توی رختخواب بمون اگه خوابت نبرد، پاشو و خودت رو مشغول مطالعه یا یه کار دیگه کن.
- ۳- ساعت بیداری رو درست تنظیم کن: دیدی بعضی وقتا که از خواب بیدار می‌شی، به اندازهٔ کافی انرژی داری و سرحالی؟!! و بعضی وقت‌ها هم برعکس، خیلی بی‌حوصله‌ای و هنوز خوابت میاد و جدا شدن از تختخواب برات سخته. این مسئله مربوط به دورهٔ خوابه. یک دورهٔ کامل خواب حدود ۸۰ تا ۹۰ دقیقه طول می‌کشه به این صورت که توی ۴۰ تا ۶۰ دقیقه بعد از شروع خواب، بدن به حالت خواب عمیق فرو می‌ره و کم‌کم به دقیقهٔ ۸۰ تا ۹۰ که می‌رسی، از عمق خوابت کم می‌شه و بدن آمادهٔ بیدار شدنه، اگه توی این تایم بیدار نشی، خوابت دوباره وارد دورهٔ بعدی می‌شه و این مسیر تا صبح ادامه داره.

www.ArefOnline.ir

حالا اگه بتونی زمان خوابت رو ضریبی از یک‌ونیم ساعت قرار بدی، وقتی بیدار می‌شی تقریباً سرحالی و بیدار شدن برات آسونه، اما اگه تایم بیدار شدنت بیفته وسط دوره، خسته و کسل بیدار می‌شی و بیرون اومدن از تختخواب برات خیلی مشکله. بخوام دقیق‌تر بگم مثلاً اگه ۱۲ شب خوابت ببره حدود ساعتای ۶ یا ۷ونیم خیلی راحت‌تر بیدار می‌شی؛ پس اگه ساعتت رو برای بیداری تنظیم می‌کنی حتماً این نکته رو درنظر بگیر. حالا این ۹۰ دقیقه اون‌قدر هم دقیق نیست و قابل کشفه.

- ۴- در طول روز بهتره سراغ خواب عمیق نری، چون خواب عمیق در روز معمولاً باعث می‌شه شب سخت‌تر بخوابی و ریتم خوابت به هم بریزه. اگر وسط روز خسته شدی، می‌تونی از چرت‌های کوتاه استفاده کنی. این چرت‌ها معمولاً کمتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشن و کمک می‌کنن سریع انرژی بگیری بدون اینکه خواب شب به‌هم بخوره.

برای این نوع چرت لازم نیست روی تخت بخوابی. حتی بهتره روی صندلی یا روی زمین، با کمترین امکانات و در یک وضعیت نیمه‌راحت استراحت کنی. هدف اینه که فقط چند دقیقه به بدنت فرصت استراحت بدی، نه اینکه وارد خواب عمیق بشی. اگه به این نوع چرت زدن عادت کنی، می‌تونه خیلی کمک‌کننده باشه؛ چون در زمان کوتاه، خستگی و کسالت رو کمتر می‌کنه و دوباره تمرکزت برمی‌گرده.

خلاصه اینکه

- در دوران کنکور ممکنه برنامهٔ خواب یه کم به‌هم بریزه، اما تنظیمش خیلی مهمه؛ چون روز کنکور باید بین ۷ تا ۱۱ صبح در اوج هشیاری باشی و برای این کار حدود ۶ تا ۸ ساعت خواب باکیفیت لازم داری.
- اگر با وجود خستگی خوابت نمی‌بره، معمولاً به‌خاطر خستگی ذهنی بیشتر از جسمیه؛ یک پیاده‌روی کوتاه یا فعالیت سبک می‌تونه کمک کنه راحت‌تر بخوابی.
- شب فقط برای خواب به تخت برو و از موبایل دوری کن؛ اگر هم در طول روز خسته شدی، به‌جای خواب طولانی یک چرت کوتاهِ کمتر از ۱۰ دقیقه بزن تا انرژی بگیری بدون اینکه خواب شبت به‌هم بریزه.

www.ArefOnline.ir

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه
دسته بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: مثلثات (درس۳ و ۴) + حد و پیوستگی (درس ۱ و ۲)، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۲۹
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (درس ۲) + روابط طولی در مثلث (درس ۱)، صفحه‌های ۵۰ تا ۶۳
آمار و احتمال: آمار توصیفی، صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

سهم در کنکور

حسابان ۱: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۲: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.

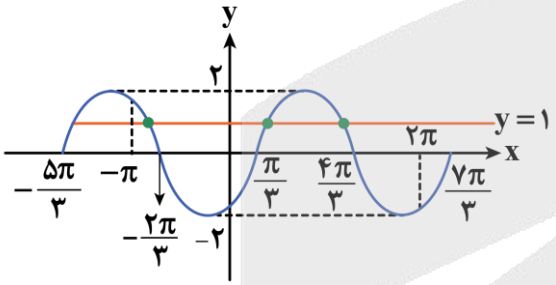
برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

۱- خط $y=۱$ در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$ نمودار تابع $y=۲\sin(x-\frac{\pi}{۳})$ را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

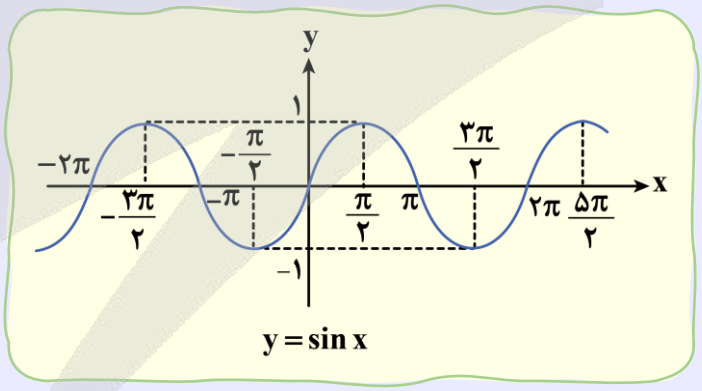
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی/محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۸ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا نمودار تابع $y=۲\sin(x-\frac{\pi}{۳})$ را رسم می‌کنیم. به این منظور نمودار $y=\sin x$ را $\frac{\pi}{۳}$ به سمت راست منتقل کرده و عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم. در نهایت تعداد نقاط تلاقی نمودار به‌دست آمده با خط $y=۱$ را در بازهٔ داده شده می‌یابیم:



با توجه به شکل، دو نمودار در بازهٔ $[-\pi,۲\pi]$، سه نقطهٔ تلاقی دارند.

نمودار تابع سینوس و ویژگی‌ها



۱) مقدار تابع در مضارب صحیح π برابر با **صفر** است پس محل تلاقی نمودار $y=\sin x$ و محور xها نقاط $x=k\pi$ می‌باشند.

۲) مقدار تابع $y=\sin x$ در نقاط $x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}$ برابر با مقدار ماکزیمم (یعنی ۱) و در نقاط $x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}$ برابر با مقدار مینیمم (یعنی -۱) است.

۳) $\sin(۲k\pi+x)=\sin x$

۴) نمودار نسبت به مبدأ مختصات متقارن است، پس:

$$\sin(-x)=-\sin x$$

www.ArefOnline.ir

انتقال افقی و انبساط/انقباض عمودی

۱) برای رسم نمودار $y=f(x-a)$ از روی نمودار $y=f(x)$، کافی است f را در راستای افقی انتقال دهیم.

الف) اگر $a>0$ باشد، نمودار f را a واحد به **راست** انتقال می‌دهیم.

ب) اگر $a<0$ باشد، نمودار f را $|a|$ واحد به **چپ** انتقال می‌دهیم.

۲) برای رسم نمودار $y=kf(x)$ از روی نمودار $y=f(x)$، همهٔ عرض‌ها را k برابر می‌کنیم. بنابراین:

الف) اگر $k>1$، نمودار f در راستای قائم **منبسط** می‌شود.

ب) اگر $0<k<1$، نمودار f در راستای قائم **منقبض** می‌شود.

ج) اگر $k<0$ باشد، ابتدا نمودار f به اندازهٔ $|k|$ طبق حالت الف یا ب، منبسط/منقبض می‌شود، سپس نسبت به **محور xها** قرینه می‌شود.

ماز

۲- **نمودار کدام تابع زیر بر محور xها مماس است؟**

۱) $y=\cos(x-\frac{\pi}{4})$ ۲) $y=1-\sin x$ ۳) $y=\sin(x+\frac{\pi}{2})$ ۴) $y=2+\cos x$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹ ـ ۱۱۰۴)

بررسی سریع:

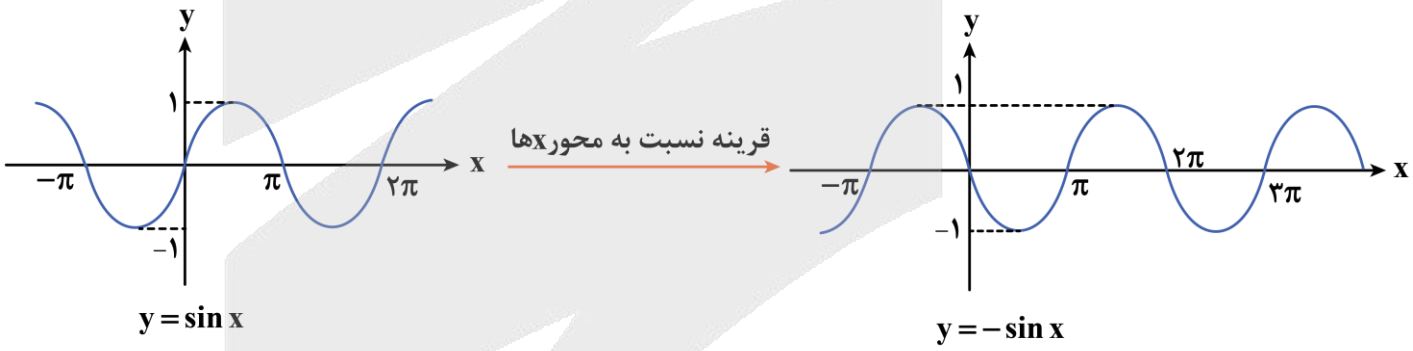
برای آن‌که نمودار موردنظر بر محور xها مماس باشد، باید تغییرات نمودار $y=\sin x$ یا $y=\cos x$ در راستای قائم باشد.

گزینه‌های (۱) و (۳)، انتقال افقی نمودارهای $y=\sin x$ و $y=\cos x$ هستند.

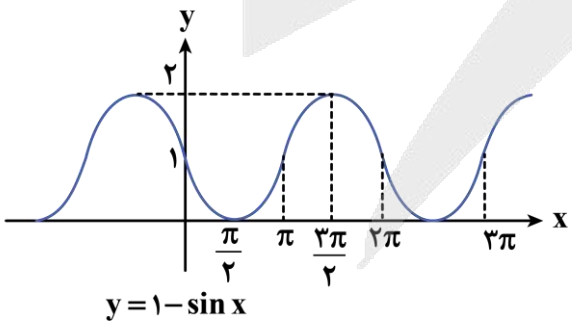
گزینهٔ (۴) انتقال عمودی نمودار $y=\cos x$ است و داریم: $1\le 2+\cos x\le 3 \Rightarrow$ نمی‌تواند بر محور xها مماس باشد.

روش اول

بیشترین و کمترین مقدار تابع $y=\sin x$ به ترتیب برابر ۱ و ۱−است. نمودار تابع $y=1-\sin x$ به‌صورت زیر بر محور xها مماس است.



حال نمودار $y=-\sin x$ را ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم:



روش دوم

به‌طور کلی معادلات $\sin x=\pm 1$ و $\cos x=\pm 1$ دارای ریشهٔ مضاعف هستند، پس تابع نظیر روابط $y=1\pm\sin x$، $y=1\pm\cos x$، $y=\sin x\pm 1$ و $y=\cos x\pm 1$ بر محور xها مماس هستند.

www.ArefOnline.ir

انتقال و قرینه‌سازی عمودی

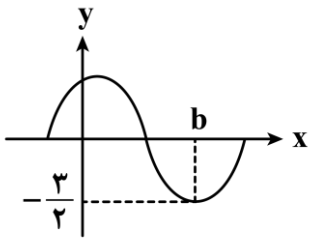
۱) برای رسم نمودار $y=f(x)+k$ از روی نمودار $y=f(x)$، کافی است نمودار f را در راستای قائم انتقال دهیم:

الف) اگر $k>0$، نمودار f را k واحد به **بالا** انتقال می‌دهیم.

ب) اگر $k<0$، نمودار f را $|k|$ واحد به **پایین** انتقال می‌دهیم.

۲) برای رسم نمودار $y=-f(x)$ کافی است نمودار f را نسبت به محور xها قرینه کنیم تا همهٔ yها قرینه شوند.

۳- بخشی از نمودار تابع $y=a\cos(x-\frac{\pi}{6})$ مطابق شکل است. a و b کدام هستند؟



۱) $a=\frac{3}{2}, b=\frac{5\pi}{6}$

۲) $a=\frac{3}{2}, b=\frac{7\pi}{6}$

۳) $a=-\frac{3}{2}, b=\frac{5\pi}{6}$

۴) $a=-\frac{3}{2}, b=\frac{7\pi}{6}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۷ ـ ۱۱۰۴)

اولاً داریم:

$$x=0 \Rightarrow a\underbrace{\cos(-\frac{\pi}{6})}_{\frac{\sqrt{3}}{2}}>0 \Rightarrow a>0$$

از طرفی با توجه به مقدار مینیمم $-\frac{3}{2}$ و این‌که انتقال عمودی نداریم، نمودار در راستای محور yها ۱/۵ برابر شده، همچنین موج آن شبیه نمودار $y=\cos x$ است نه $y=-\cos x$. بنابراین a مثبت است و $a=\frac{3}{2}$. برای محاسبهٔ b دو روش داریم:

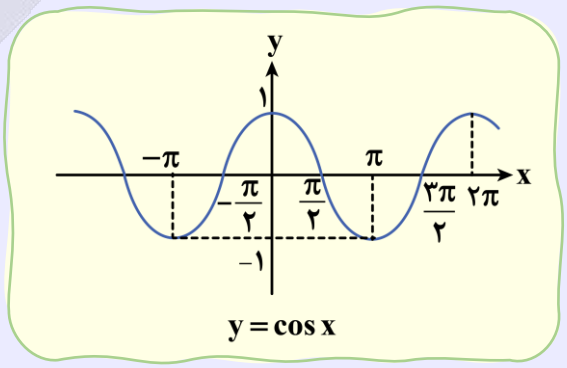
روش اول

با توجه به ضابطه، نمودار به اندازهٔ $\frac{\pi}{6}$ به سمت راست منتقل شده، پس b که در حالت طبیعی برابر π است، اکنون برابر $\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$ می‌باشد.

روش دوم

$$(b,-\frac{3}{2}) \Rightarrow -\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\cos(b-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \cos(b-\frac{\pi}{6})=-1 \Rightarrow b-\frac{\pi}{6}=\pi \Rightarrow b=\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}$$

نمودار کسینوس



www.ArefOnline.ir

۱) مقدار تابع در نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ برابر با صفر است یعنی نقاط $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ محل تلاقی نمودار $y = \cos x$ با محور xها می‌باشند.

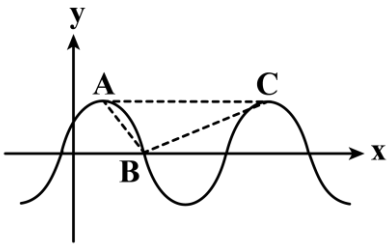
۲) مقدار تابع در نقاط $x = ۲k\pi$ برابر با مقدار ماکزیمم (یعنی ۱) و در نقاط $x = (۲k+۱)\pi$ برابر با مقدار مینیمم (یعنی -۱) است.

۳) $\cos(۲k\pi + x) = \cos x$.

۴) نمودار نسبت به محور yها متقارن است. پس:

$$\cos(-x) = \cos x$$

۴- شکل مقابل، بخشی از نمودار تابع $y = k\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴π باشد، k چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۲

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۷ ـ ۱۱۰۴)

نمودار $y = k\sin(x+\frac{\pi}{۳})$ از k برابر شدن عرض‌های نمودار $y = \sin(x+\frac{\pi}{۳})$ به‌دست می‌آید. پس عرض نقطهٔ A که معادل ارتفاع مثلث است برابر $|k|$ می‌باشد. در این‌جا چون انتقال افقی فقط به اندازهٔ $\frac{\pi}{۳}$ به چپ است و موج نمودار شبیه نمودار $y = \sin x$ است نه $y = -\sin x$ پس $k > ۰$ است.

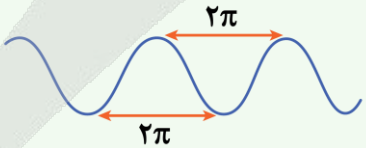
همچنین قاعدهٔ مثلث برابر طول پاره‌خط AC می‌باشد که با توجه به نمودار تابع سینوس برابر ۲π است، بنابراین داریم:

$$S = \frac{۱}{۲} \times AC \times k \Rightarrow ۴\pi = \frac{۱}{۲} \times ۲\pi \times k \Rightarrow k = ۴$$

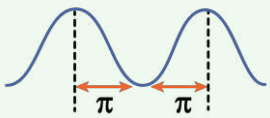
یه نکتهٔ طلایی!

در نمودار توابع $y = a\sin(x+b)+c$ و $y = a\cos(x+b)+c$:

۱) فاصلهٔ بین دو قله (دو ماکزیمم) یا دو دره (دو مینیمم) برابر با (۲π) است.



۲) فاصلهٔ بین یک قله (یک ماکزیمم) و یک دره (یک مینیمم) برابر با π است.



www.ArefOnline.ir

۵- مقدار $\sin\frac{5\pi}{12}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$ ۴) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ۴ ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

$$\sin\frac{5\pi}{12}=\sin(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

روش دوم

$$\sin\frac{5\pi}{12}=\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12})=\cos\frac{\pi}{12}=\cos(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6})$$
$$=\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

روش سوم

$$\sin(\frac{5\pi}{12})=\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12})=\cos\frac{\pi}{12}$$

از طرفی داریم:

$$\cos\frac{\pi}{6}=2\cos^2\frac{\pi}{12}-1$$
$$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=2\cos^2\frac{\pi}{12}-1\Rightarrow\cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}\Rightarrow\cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{1}{2}\times\frac{4+2\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{2}\frac{(1+\sqrt{3})^2}{4}$$
$$\Rightarrow\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1+\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

۱) $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

نسبت‌های مثلثاتی دوبرابر زوایا

۱) $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

۲) $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\xrightarrow{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}\begin{cases}\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1\\ \cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha\end{cases}$

www.ArefOnline.ir

۶- ساده شدهٔ عبارت $\tan^۲\alpha+\frac{\cos ۲\alpha}{\cos^۲\alpha}$ به‌ازای $x=\frac{\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۶}-\sqrt{۳}$ ۴) $۲-\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

$$\tan^۲\alpha+\frac{\cos ۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\tan^۲\alpha+\frac{۲\cos^۲\alpha-۱}{\cos^۲\alpha}=\tan^۲\alpha+۲-\frac{۱}{\cos^۲\alpha}=\tan^۲\alpha+۲-(۱+\tan^۲\alpha)=۱$$

روش دوم

$$\tan^۲\alpha+\frac{\cos ۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}+\frac{\cos ۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\frac{۱-\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}+\frac{۲\cos^۲\alpha-۱}{\cos^۲\alpha}=\frac{\cos^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=۱$$

روابط مثلثاتی

۱) $\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱\Rightarrow \sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha\ ,\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha$

۲) $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ۳) $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$ ۴) $۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$

۷- اگر $\sin(\frac{\pi}{۴}+\alpha)\sin(\frac{\pi}{۴}-\alpha)+\cos(\frac{\pi}{۴}+\alpha)\cos(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=\frac{۱}{۴}$ باشد، مقدار $\tan^۲\alpha$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی/محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

اگر $A=\frac{\pi}{۴}+\alpha$ و $B=\frac{\pi}{۴}-\alpha$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$\sin A\sin B+\cos A\cos B=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\cos(A-B)=\frac{۱}{۴}$$

از آن‌جا که $A-B=(\frac{\pi}{۴}+\alpha)-(\frac{\pi}{۴}-\alpha)=۲\alpha$، پس:

$$\cos ۲\alpha=\frac{۱}{۴}$$

روش اول

$$\cos ۲\alpha=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\begin{cases}۱-۲\sin^۲\alpha=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\sin^۲\alpha=\frac{۳}{۸}\\ ۲\cos^۲\alpha-۱=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\cos^۲\alpha=\frac{۵}{۸}\end{cases}\Rightarrow\tan^۲\alpha=\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}=\frac{۳}{۵}$$

روش دوم

پس از محاسبهٔ $\cos ۲\alpha$ می‌توانستیم از رابطهٔ $\tan^۲\alpha=\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۱+\cos ۲\alpha}$ نیز استفاده کنیم:

$$\tan^۲\alpha=\frac{۱-\frac{۱}{۴}}{۱+\frac{۱}{۴}}=\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۵}{۴}}=\frac{۳}{۵}$$

www.ArefOnline.ir

روش سوم

پس از محاسبهٔ $\cos ۲\alpha$ می‌توانستیم از رابطهٔ $\cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$ نیز استفاده کنیم:

$$\cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha} \xrightarrow{\tan^۲\alpha = x} \frac{۱}{۴} = \frac{۱-x}{۱+x} \Rightarrow ۱+x = ۴-۴x \Rightarrow ۵x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \tan^۲\alpha = \frac{۳}{۵}$$

نکته‌های طلایی!

۱) $\frac{۱-\cos ۲\alpha}{۱+\cos ۲\alpha} = \frac{۲\sin^۲\alpha}{۲\cos^۲\alpha} = \tan^۲\alpha$

۲) $\tan\alpha + \cot\alpha = \frac{۲}{\sin ۲\alpha}$

۳) $\tan\alpha - \cot\alpha = -۲\cot(۲\alpha)$

۴) $\sin ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

۵) $\cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$

۶) $\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}$

jlo

۸- اگر $\tan\alpha = -۲$ باشد، مقدار $\sin ۴\alpha$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{۱۲}{۲۵}$ ۲) $-\frac{۱۲}{۲۵}$ ۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$ ۴) $-\frac{۲۴}{۲۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

$$\sin ۴\alpha = ۲\sin ۲\alpha\cos ۲\alpha = ۲(۲\sin\alpha\cos\alpha)(۲\cos^۲\alpha - ۱) = ۴\sin\alpha\cos\alpha(۲\cos^۲\alpha - ۱)$$

اکنون مقادیر $\sin\alpha$، $\cos\alpha$ و $\cos^۲\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$۱+\tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow ۱+(-۲)^۲ = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\sin^۲\alpha = ۱-\cos^۲\alpha = ۱-\frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \sin\alpha = \pm\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

چون $\tan\alpha < ۰$، پس $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ مختلف‌العلامت هستند و داریم:

$$\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{۲}{۵}$$

اکنون داریم:

$$\sin ۴\alpha = ۴\sin\alpha\cos\alpha(۲\cos^۲\alpha - ۱) = ۴(-\frac{۲}{۵})(۲\times\frac{۱}{۵} - ۱) = ۴(-\frac{۲}{۵})(-\frac{۳}{۵}) = \frac{۲۴}{۲۵}$$

روش دوم

با استفاده از روابط $\sin ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$ و $\cos ۲\alpha = \frac{۱-\tan^۲\alpha}{۱+\tan^۲\alpha}$ داریم:

$$\sin ۲\alpha = \frac{۲(-۲)}{۱+(-۲)^۲} = \frac{-۴}{۵} \qquad \cos ۲\alpha = \frac{۱-(-۲)^۲}{۱+(-۲)^۲} = \frac{-۳}{۵}$$

و درنتیجه:

$$\sin ۴\alpha = ۲\sin ۲\alpha\cos ۲\alpha = ۲(-\frac{۴}{۵})(-\frac{۳}{۵}) = \frac{۲۴}{۲۵}$$

jlo

www.ArefOnline.ir

۹- مقدار عددی $\sin^۴\frac{\pi}{۸}+\cos^۴\frac{\pi}{۸}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی/محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

با توجه به اتحاد $a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab$ داریم:

$$\sin^۴\frac{\pi}{۸}+\cos^۴\frac{\pi}{۸}=(\sin^۲\frac{\pi}{۸}+\cos^۲\frac{\pi}{۸})^۲-۲\sin^۲\frac{\pi}{۸}\cos^۲\frac{\pi}{۸}$$
$$=۱-\frac{۱}{۲}(۲\sin\frac{\pi}{۸}\cos\frac{\pi}{۸})^۲=۱-\frac{۱}{۲}(\sin(۲\times\frac{\pi}{۸}))^۲$$
$$=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲\frac{\pi}{۴}=۱-\frac{۱}{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲=۱-\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

روش دوم

$$\cos\frac{\pi}{۴}=۲\cos^۲\frac{\pi}{۸}-۱\Rightarrow\cos^۲\frac{\pi}{۸}=\frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\cos\frac{\pi}{۴}=۱-۲\sin^۲\frac{\pi}{۸}\Rightarrow\sin^۲\frac{\pi}{۸}=\frac{۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\sin^۴\frac{\pi}{۸}+\cos^۴\frac{\pi}{۸}=(\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴})^۲+(\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴})^۲=\frac{۶-۴\sqrt{۲}}{۱۶}+\frac{۶+۴\sqrt{۲}}{۱۶}=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۳}{۴}$$

توان‌های ۴ و ۶ در سینوس و کسینوس

۱) $\sin^۴\theta+\cos^۴\theta=۱-\frac{۱}{۲}\sin^۲۲\theta$

۲) $\cos^۴\theta-\sin^۴\theta=\cos۲\theta$

۳) $\sin^۶\theta+\cos^۶\theta=۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲۲\theta$

۴) $\sin^۶\theta-\cos^۶\theta=\cos۲\theta(\frac{۱}{۴}\sin^۲۲\theta-۱)=-\frac{۳}{۴}\cos۲\theta-\frac{۱}{۴}\cos^۳۲\theta$

۱۰- با فرض $\sin x+\cos x=\frac{\sqrt{۶}}{۲}$، مقدار عددی $\cos^۲۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی/محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

طرفین فرض را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sin x+\cos x)^۲=(\frac{\sqrt{۶}}{۲})^۲\Rightarrow\sin^۲x+\cos^۲x+۲\sin x\cos x=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow۱+\sin۲x=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\sin۲x=\frac{۱}{۲}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $\sin^۲۲x+\cos^۲۲x=۱$ داریم:

$$(\frac{۱}{۲})^۲+\cos^۲۲x=۱\Rightarrow\cos^۲۲x=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

www.ArefOnline.ir

روش دوم

$$\sin x+\cos x=\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})\Rightarrow\frac{\sqrt{۶}}{۲}=\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})$$

$$\Rightarrow\sin(x+\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow x+\frac{\pi}{۴}=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۴}=\frac{\pi}{۱۲}$$

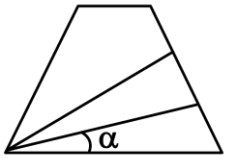
$$\Rightarrow\cos^{۲}۲x=\cos^{۲}\frac{\pi}{۶}=(\frac{\sqrt{۳}}{۲})^{۲}=\frac{۳}{۴}$$

دو فرمول راهگشا!

۱) $\sin x+\cos x=\sqrt{۲}\sin(x+\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۲}\cos(x-\frac{\pi}{۴})$

۲) $\sin x-\cos x=\sqrt{۲}\sin(x-\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۲}\cos(x+\frac{\pi}{۴})$

۱۱- در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین مقابل که طول قاعده‌های آن ۳ و ۹ و طول ساق‌های آن ۹ است، یک ساق را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. $\cos۲\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

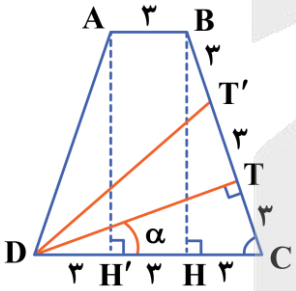
۲) $\frac{۳}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۷}$

۴) $\frac{۷}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

مطابق شکل عمودهایی بر قاعده وارد می‌کنیم. مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ BHC و $AH'D$ به حالت تساوی وتر $(AD=BC)$ و یک ضلع $(AH'=BH)$ هم‌نهشت هستند، بنابراین $DH'=CH$ و چون چهارضلعی $ABHH'$ مستطیل است، پس $HH'=۳$ و درنتیجه:

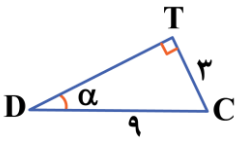


$$DH'=CH=۳$$

اکنون مثلث‌های BHC و TDC نیز هم‌نهشت هستند:

$$\begin{cases}BC=CD=۹\\ \hat{C}\text{ مشترک}\\ CH=TC=۳\end{cases}\xrightarrow{\text{ض‌زض}}\overset{\triangle}{BHC}\cong\overset{\triangle}{TDC}\Rightarrow\hat{T}=\hat{H}=۹۰^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ DTC رابطهٔ فیثاغورس را می‌نویسیم:



$$DT^{۲}+TC^{۲}=DC^{۲}\Rightarrow DT^{۲}+۳^{۲}=۹^{۲}\Rightarrow DT^{۲}=۷۲\Rightarrow DT=۶\sqrt{۲}$$

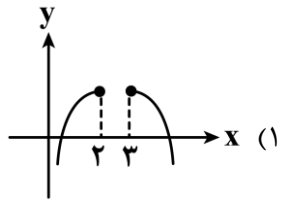
اکنون داریم:

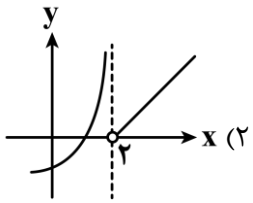
$$\cos\alpha=\frac{DT}{DC}=\frac{۶\sqrt{۲}}{۹}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

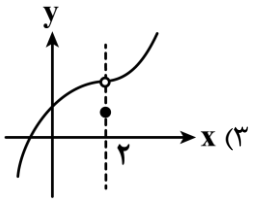
$$\cos۲\alpha=۲\cos^{۲}\alpha-۱=۲(\frac{۲\sqrt{۲}}{۳})^{۲}-۱=۲\times\frac{۸}{۹}-۱=\frac{۷}{۹}$$

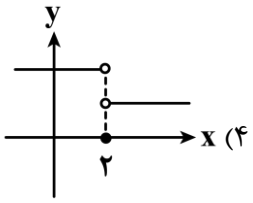
www.ArefOnline.ir

۱۲- کدام گزینه نمودار تابعی است که در همسایگی $x=2$ تعریف شده اما در این نقطه فاقد حد است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۱۸، ۱۲۶ و ۱۲۷ ـ ۱۱۰۵)

بررسی گزینه‌ها:

۱) در همسایگی راست ۲ تعریف نشده است.

۲) در نقطهٔ $x=2$ تعریف نشده است، پس در همسایگی ۲ تعریف نشده است. (در همسایگی محذوف $x=2$ تعریف شده است.)

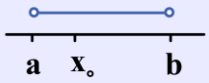
۳) در همسایگی ۲ تعریف شده و در این نقطه دارای حد است.

۴) در همسایگی ۲ تعریف شده اما حد چپ و راست در این نقطه متفاوت است. پس تابع در $x=2$ فاقد حد است.

پس گزینهٔ ۴ جواب است.

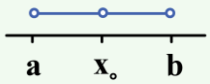
همسایگی

هر بازهٔ باز شامل x_0 را یک همسایگی x_0 می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر $x_0 \in (a,b)$، آن‌گاه (a,b) را همسایگی x_0 می‌نامیم.

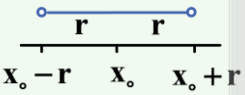


انواع همسایگی

۱) $(a,b)-\{x_0\}$ را یک **همسایگی محذوف** از x_0 می‌نامیم.



۲) (x_0-r, x_0+r) را یک **همسایگی متقارن** به طول $(2r)$ برای x_0 می‌نامیم.

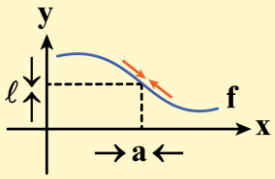


۳) (x_0, x_0+r) را **همسایگی راست** x_0 و (x_0-r, x_0) را یک **همسایگی چپ** برای x_0 می‌نامیم.

مفهوم حد

اگر f در یک همسایگی از x_0 (یا همسایگی محذوف) تعریف شده باشد، به‌طوری که با نزدیک شدن مقادیر x به a در این همسایگی، مقادیر $f(x)$ به عدد ℓ نزدیک شوند، آن‌گاه می‌گوییم f در $x=a$ حدی برابر با ℓ دارد و می‌نویسیم:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \ell$$



www.ArefOnline.ir

۱) اگر مقادیر x، از سمت راست به a نزدیک شوند یعنی xها بزرگ‌تر از a باشند و مقادیر $f(x)$ به ℓ_1 نزدیک شوند، می‌گوییم **حد راست** f در $x=a$ برابر ℓ_1 است:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\ell_1$$

۲) اگر مقادیر x از سمت چپ به a نزدیک شوند، یعنی xها کوچک‌تر از a باشند و مقادیر $f(x)$ به ℓ_2 نزدیک شوند، می‌گوییم **حد چپ** f در $x=a$ برابر ℓ_2 است:

$$\lim_{x\to a^-} f(x)=\ell_2$$

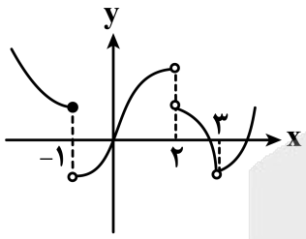
چه موقع تابع دارای حد است؟

واضح است که f در $x=a$ دارای حدی برابر ℓ است، اگر:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=\ell$$

ماز

۱۳- **نمودار تابع f مطابق شکل است. در کدام نقطه، تابع حد ندارد ولی مقدار دارد؟**



۱) $x=2$

۲) $x=-1$

۳) $x=0$

۴) $x=3$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۲۷ ـ ۱۱۰۵)

بررسی گزینه‌ها:

۱) در نقطهٔ $x=2$ تابع، نه حد دارد و نه مقدار. (حد چپ ≠ حد راست و $f(2)$ تعریف نشده است.)

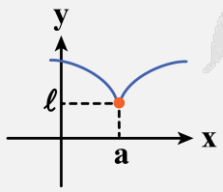
۲) در نقطهٔ $x=-1$ تابع حد ندارد ولی مقدار دارد. (حد چپ ≠ حد راست)

۳) در نقطهٔ $x=0$ تابع هم حد دارد و هم مقدار: $\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)=0$

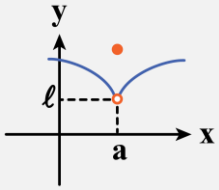
۴) در نقطهٔ $x=+3$ تابع حد دارد ولی مقدار ندارد.

جمع‌بندی طلایی!

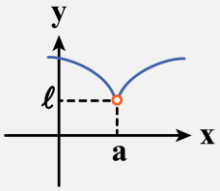
در نقطهٔ $x=a$ تابع f می‌تواند **حد داشته باشد ولی مقدار نداشته باشد** یا **مقدار آن با حد آن فرق داشته باشد**.



$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)=\ell$



$\lim_{x\to a} f(x)=\ell\neq f(a)$



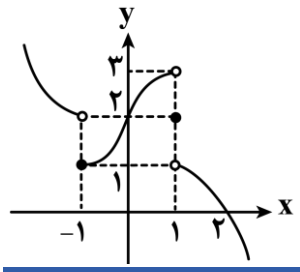
$\lim_{x\to a} f(x)=\ell$

اما $f(a)$ تعریف نشده است.

ماز

www.ArefOnline.ir

۱۴- نمودار تابع f مطابق شکل روبه‌رو است. حاصل $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)+\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)+f(1)$ کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲۷ ـ ۱۱۰۵)

وقتی x با مقادیر بیشتر از ۱- به ۱- نزدیک می‌شود، مقدار تابع به ۱ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x\to(-1)^+} f(x)=1$$

وقتی x با مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، مقدار تابع به ۲ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=2$$

همچنین با توجه به نمودار مقدار $f(1)$ برابر ۲ می‌باشد، بنابراین:

$$\lim_{x\to(-1)^+} f(x)+\lim_{x\to 0^-} f(x)+f(1)=1+2+2=5$$

۱۵- به‌ازای چه مقادیری از m بازهٔ $(m^2+3m-8,3m+5)$ همسایگی نقطهٔ $x=2$ می‌باشد؟

۱) $(-5,2)$ ۲) $(-1,2)$ ۳) $(-\infty,-5)\cup(2,+\infty)$ ۴) $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۸ ـ ۱۱۰۵)

باید $2\in(m^2+3m-8,3m+5)$ باشد، بنابراین:

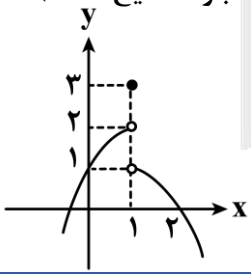
$$m^2+3m-8<2<3m+5$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1)\ m^2+3m-8<2\Rightarrow m^2+3m-10<0\Rightarrow(m+5)(m-2)<0\Rightarrow -5<m<2\\ 2)\ 3m+5>2\Rightarrow 3m>-3\Rightarrow m>-1\end{cases}$$

از اشتراک دو محدودهٔ به‌دست آمده داریم:

$$m\in(-1,2)$$

۱۶- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. مقادیر $\lim\limits_{x\to 1^+}[f(x)]$ و $\left[\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\right]$ به ترتیب کدام هستند؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)



۱) صفر و صفر
۲) صفر و ۱
۳) ۱ و صفر
۴) ۱ و ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲۹ ـ ۱۱۰۵)

چون با نزدیک شدن x به ۱ از سمت راست، تابع با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x\to 1^+}[f(x)]=\left[1^-\right]=0$$

وقتی x با مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقدار تابع به ۱ نزدیک می‌شود و بنابراین $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=1$ بوده و در نتیجه:

$$\left[\lim_{x\to 1^+} f(x)\right]=[1]=1$$

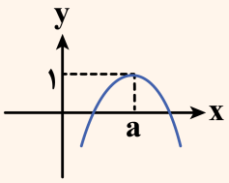
www.ArefOnline.ir

توجه!

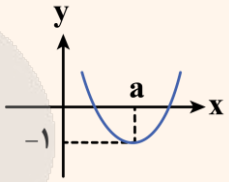
در حالت کلی:

$$\left[\lim_{x\to a} f(x)\right] \neq \lim_{x\to a}\left[f(x)\right]$$

دو نمونهٔ باحال ببین!



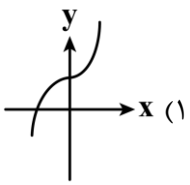
$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a} f(x)=۱ \Rightarrow \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]=۱\\ \lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\right]=\left[۱^-\right]=۰\end{cases}$$

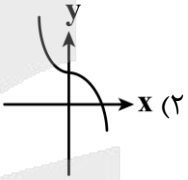


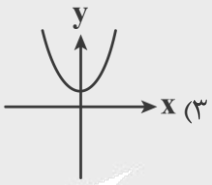
$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a} f(x)=-۱ \Rightarrow \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]=-۱\\ \lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\right]=\left[(-۱)^+\right]=-۱\end{cases}$$

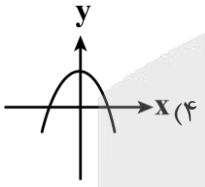
مثال

۱۷- در کدام نمودار رابطهٔ $\lim\limits_{x\to ۰}\left[f(x)\right]=f(۰)$ می‌تواند برقرار باشد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/ترکیبی ـ استاندارد ۷ ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷ ـ ۱۱۰۵)

اگر محل تلاقی نمودار با محور yها را a بنامیم، $\left(f(۰)=a\right)$، a باید حتماً صحیح باشد، چون در غیر این‌صورت $f(۰)=a$ عددی غیرصحیح و $\lim\limits_{x\to ۰}\left[f(x)\right]$ عددی صحیح خواهد بود و برابر نخواهند شد. لذا با فرض $a\in\mathbb{Z}$ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر x با مقادیر بیشتر از صفر به صفر نزدیک شود f(x) با مقادیر بیشتر از a به a نزدیک می‌شود و $\lim\limits_{x\to ۰^+}\left[f(x)\right]=\left[a^+\right]=a$ و اگر x با مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک شود f(x) با مقادیر کمتر از a به a نزدیک می‌شود و $\lim\limits_{x\to ۰^-}\left[f(x)\right]=\left[a^-\right]=a-۱$، پس $\left[f(x)\right]$ در $x=۰$ فاقد حد است.

۲) مشابه گزینهٔ ۱ داریم:

$$\lim_{x\to ۰^-}\left[f(x)\right]=a \qquad \lim_{x\to ۰^+}\left[f(x)\right]=a-۱$$

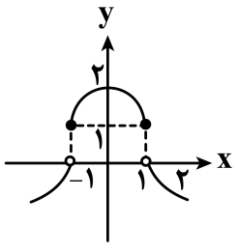
پس $\left[f(x)\right]$ در $x=۰$ فاقد حد است.

۳) با نزدیک شدن x به صفر (چه از راست چه از چپ) f(x) با مقادیر بیشتر از a به a نزدیک می‌شود، پس $\lim\limits_{x\to ۰}\left[f(x)\right]=\left[a^+\right]=a$ که با $f(۰)=a$ برابر است. درنتیجه گزینهٔ ۳ جواب است.

۴) با نزدیک شدن x به صفر (چه از چپ و چه از راست) f(x) با مقادیر کمتر از a به a نزدیک می‌شود، پس $\lim\limits_{x\to ۰}\left[f(x)\right]=\left[a^-\right]=a-۱$ و با $f(۰)=a$ برابر نیست. ($\left[f(x)\right]$ در $x=۰$ دارای حد است ولی حد آن با مقدار تابع برابر نیست.)

www.ArefOnline.ir

۱۸- نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. حاصل $\lim\limits_{x\to -۱^+}[fof(x)]$ کدام است؟



۱) ۱−
۲) صفر
۳) ۱
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۲۶ و ۱۲۷ ـ ۱۱۰۵)

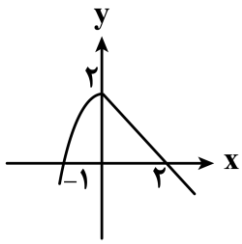
وقتی x از سمت راست به ۱− نزدیک می‌شود، $f(x)$ با مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود و وقتی x با مقادیر بیشتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، $f(x)$ با مقادیر کمتر از صفر به صفر نزدیک می‌شود، پس داریم:

$$\lim_{x\to(-۱)^+}[fof(x)]=\lim_{x\to ۱^+}[f(x)]=[۰^-]=-۱$$

دام تستی!

اگر به براکت و مقادیر کمتر از صفر در گام آخر توجه نکنی در دام گزینهٔ ۲ می‌افتی!

۱۹- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\left[f(-\frac{۲}{f(x)})\right]$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)



۱) ۱−
۲) صفر
۳) ۲
۴) وجود ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی/ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹ ـ ۱۱۰۵)

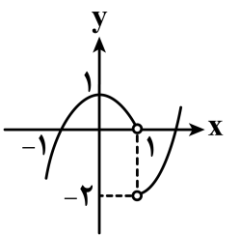
با نزدیک شدن x به صفر، $f(x)$ با مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شود، پس می‌توان نوشت:

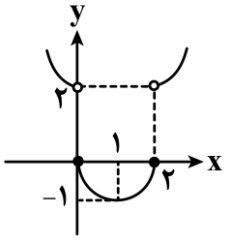
$$f(x)<۲\Rightarrow \frac{۱}{f(x)}>\frac{۱}{۲}\Rightarrow -\frac{۱}{f(x)}<-\frac{۱}{۲}\Rightarrow -\frac{۲}{f(x)}<-۱$$

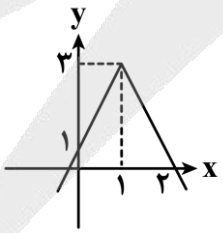
و بنابراین داریم:

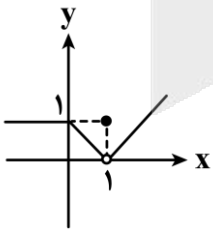
$$\lim_{x\to ۰}\left[f(-\frac{۲}{f(x)})\right]=\lim_{x\to(-۱)^-}[f(x)]=[۰^-]=-۱$$

۲۰- نمودار تابع f به کدام صورت باشد تا تابع fof در $x=۰$ فاقد حد باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲۶ ـ ۱۱۰۵)

بررسی گزینه‌ها:

۱

با نزدیک شدن x به صفر، $f(x)$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود و داریم:

$$\lim_{x\to ۰}fof(x)=\lim_{x\to ۱^-}f(x)=۰$$

۲

با نزدیک شدن x به صفر، مقدار $f(x)$ با توجه به جهت میل کردن x، تفاوت دارد، پس ناگزیر می‌بایست حد چپ و راست را جداگانه بررسی کنیم:

$$\lim_{x\to ۰^+}fof(x)=\lim_{x\to ۰^-}f(x)=۲ \qquad \lim_{x\to ۰^-}fof(x)=\lim_{x\to ۲^+}f(x)=۲$$

www.ArefOnline.ir

چون حد چپ و راست برابرند، پس: $\lim_{x\to 0} fof(x) = 2$

۳

با نزدیک شدن x به صفر، f(x) به ۱ نزدیک می‌شود و چون تابع f در $x = 1$ حدی برابر ۳ دارد، پس حد تابع fof برابر با ۳ است:

$$\lim_{x\to 0} fof(x) = \lim_{x\to 1} f(x) = 3$$

۴

با نزدیک شدن x به صفر از سمت راست، f(x) با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، پس: $\lim_{x\to 0^+} fof(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$

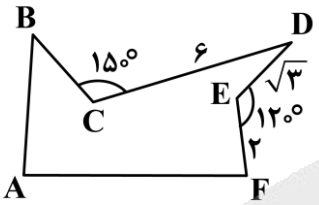
با نزدیک شدن x به صفر از سمت چپ، مقدار تابع f دقیقاً برابر ۱ است، پس:

$$\lim_{x\to 0^-} fof(x) = f(1) = 1$$

چون حد چپ و راست برابر نیست، پس در گزینهٔ ۴ $\lim_{x\to 0} fof(x)$ وجود ندارد.

ماز

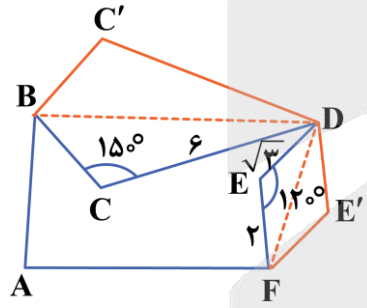
۲۱- زمینی به شکل مقابل داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را تا بیشترین حد ممکن افزایش دهیم، اگر میزان این افزایش مساحت برابر ۱۵ واحد مربع باشد، اندازهٔ BC برابر کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۵ (۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۱ ـ ۱۱۰۲)

بازتاب نقطهٔ C نسبت به BD را C' و بازتاب نقطهٔ E نسبت به DF را نقطهٔ E' می‌نامیم. در این صورت محیط چندضلعی $ABC'DE'F$ با محیط چندضلعی ABCDEF برابر است ولی مساحت آن به اندازهٔ $2S_{\triangle DEF} + 2S_{\triangle BCD}$ افزایش یافته است، بنابراین:

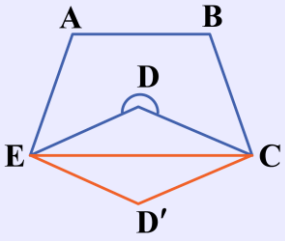


$$15 = 2S_{\triangle DEF} + 2S_{\triangle BCD} \Rightarrow 15 = 2(\frac{1}{2}DE \times EF \times \sin 120^\circ) + 2(\frac{1}{2}BC \times CD \times \sin 150^\circ)$$

$$\Rightarrow 15 = \sqrt{3} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + BC \times 6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 15 = 3 + 3BC \Rightarrow BC = 4$$

افزایش مساحت

در مسائلی که صحبت از افزایش مساحت یک چندضلعی مقعر بدون تغییر محیط آن باشد، کافی است مطابق شکل زیر قسمت‌هایی از چندضلعی که دارای زاویهٔ بیشتر از ۱۸۰° هستند را بازتاب دهیم، ببینید:

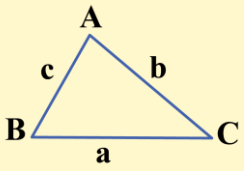


اکنون محیط چندضلعی ABCDE با چندضلعی $ABCD'E$ برابر است.

www.ArefOnline.ir

مساحت مثلث با داشتن دو ضلع و زاویهٔ بین

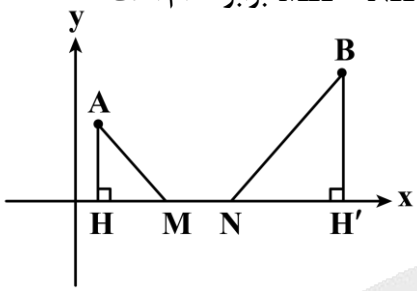
مساحت هر مثلث برابر است با $\frac{۱}{۲}$ حاصل‌ضرب ۲ ضلع در سینوس زاویهٔ بین دو ضلع.



$$S=\frac{۱}{۲}ab\sin\hat{C}=\frac{۱}{۲}bc\sin\hat{A}=\frac{۱}{۲}ac\sin\hat{B}$$

ماز

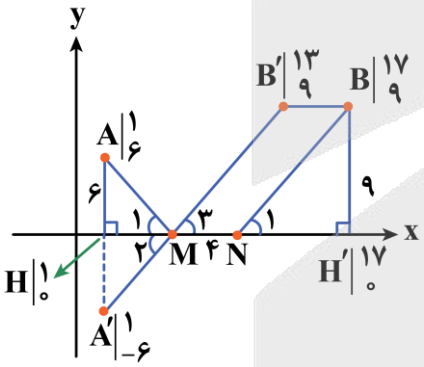
۲۲- مطابق شکل مقابل، نقاط $A(۱,۶)$ و $B(۱۷,۹)$ را در دستگاه مختصات در نظر گرفته و نقاط M و N را روی محور xها به فاصلهٔ ۴ از یکدیگر چنان انتخاب می‌کنیم که طول مسیر AMNB کم‌ترین مقدار ممکن باشد. حاصل $MH'-NH$ برابر کدام است؟



۱) ۴/۲
۲) ۳/۶
۳) ۲/۴
۴) ۴/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۱۰۲)

با توجه به شکل، نقاط H و H' دارای مختصات $H(۱,۰)$ و $H'(۱۷,۰)$ هستند، پس $HH'=۱۶$ می‌باشد.



از طرف دیگر، نقطهٔ B را به اندازهٔ ۴ واحد در راستای محور x به سمت A انتقال می‌دهیم تا به نقطهٔ $B'(۱۳,۹)$ برسیم و همچنین بازتاب $A(۱,۶)$ نسبت به محور x، نقطهٔ $A'(۱,-۶)$ می‌باشد. حال از A' به B' وصل می‌کنیم تا محور x را در نقطهٔ M قطع کند و N روی محور x به فاصلهٔ ۴ از M در سمت راست آن انتخاب می‌گردد. حال بنابر مسئلهٔ هرون، مسیر AMNB کم‌ترین مقدار ممکن است.

با توجه به شکل، زاویه‌های $\hat{M}_۱$، $\hat{M}_۲$، $\hat{M}_۳$ و $\hat{N}_۱$ مساوی‌اند، پس داریم:

$$\left.\begin{matrix}\hat{M}_۱=\hat{N}_۱\\ \hat{H}=\hat{H}'=۹۰^\circ\end{matrix}\right\}\xrightarrow{(zz)}\overset{\triangle}{AMH}\sim\overset{\triangle}{BNH'}\Rightarrow\frac{MH}{NH'}=\frac{AH}{BH'}\quad(۱)$$

اکنون فرض می‌کنیم $MH=x$، پس:

$$NH'=HH'-(MH+MN)=۱۶-(۴+x)=۱۲-x$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(۱)}\frac{x}{۱۲-x}=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow ۳x=۲۴-۲x\Rightarrow ۵x=۲۴\Rightarrow x=\frac{۲۴}{۵}=۴/۸$$

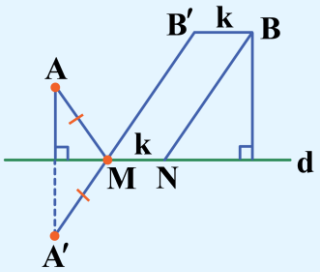
در نتیجه:

$$MH'-NH=(MN+NH')-(MN+MH)=NH'-MH=(۱۲-x)-x=۱۲-۲x=۱۲-۲(۴/۸)=۲/۴$$

www.ArefOnline.ir

این استراتژی را همیشه به خاطر داشته باشید!

مسئلهٔ هرون: دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d قرار دارند. باید نقاط M و N به فاصلهٔ ثابت k از هم روی خط d طوری قرار بگیرند که طول مسیر AMNB کمترین مقدار شود. برای این خواسته می‌توان مطابق شکل از نقطهٔ B، k واحد موازی خط d به طرف A حرکت کرد تا نقطهٔ B' حاصل شود، سپس بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. محل برخورد $A'B'$ با خط d همان نقطهٔ M است. حال از M به اندازهٔ k واحد روی خط d به راست می‌رویم تا نقطهٔ N حاصل شود. AMNB کوتاه‌ترین مسیر موردنظر مسئله است.



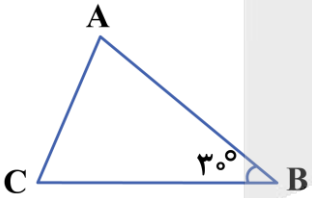
۲۳- مساحت دایرهٔ محیطی مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ با معلومات $\hat{A}=۱۰۵^\circ$، $\hat{C}=۴۵^\circ$ و $AC=۴$ برابر کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۸π ۳) ۱۶π ۴) ۳۲π

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۲ ـ ۱۱۰۳)

مجموع زوایای داخلی مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر ۱۸۰° است، پس:

$$\hat{B}=۱۸۰^\circ-(\hat{A}+\hat{C})=۱۸۰^\circ-(۱۰۵^\circ+۴۵^\circ)=۳۰^\circ$$



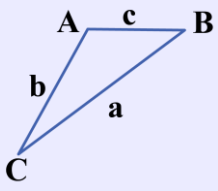
اکنون با استفاده از قضیهٔ سینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{AC}{\sin\hat{B}}=۲R\Rightarrow\frac{۴}{\sin ۳۰^\circ}=۲R\Rightarrow\frac{۴}{\frac{۱}{۲}}=۲R\Rightarrow R=۴$$

بنابراین مساحت دایرهٔ محیطی مثلث برابر است با:

$$S=\pi R^۲=۱۶\pi$$

قضیهٔ سینوس‌ها در مثلث



$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=۲R$$

R شعاع دایره محیطی مثلث است

www.ArefOnline.ir

۲۴- نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC بیرون این مثلث قرار دارد. اگر $\hat{C}=۴۵^\circ$ و $\sqrt{۳}AB=\sqrt{۲}AC$، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $\hat{B}=۶\hat{A}$ ۲) $\hat{A}=۸\hat{B}$ ۳) $\hat{A}=۶\hat{B}$ ۴) $\hat{B}=۸\hat{A}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۳ ـ ۱۱۰۳)

نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC بیرون آن است، پس این مثلث منفرجه‌الزاویه است، یعنی یکی از زوایای آن بیشتر از ۹۰° است. اکنون با استفاده از قضیهٔ سینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{AB}{\sin\hat{C}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}\Rightarrow\frac{AB}{\sin ۴۵^\circ}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}\xrightarrow[AB=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}AC]{\text{بنابرفرض}}\frac{\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}AC}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}}\Rightarrow\sin\hat{B}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

بنابراین $\hat{B}=۶۰^\circ$ یا $\hat{B}=۱۲۰^\circ$.

چون این مثلث دارای زاویهٔ منفرجه است پس $\hat{B}=۶۰^\circ$ قابل قبول نیست، در نتیجه $\hat{B}=۱۲۰^\circ$ می‌باشد.

بنابراین:

$$\hat{A}=۱۸۰^\circ-(\hat{B}+\hat{C})\Rightarrow\hat{A}=۱۸۰^\circ-(۱۲۰^\circ+۴۵^\circ)=۱۵^\circ$$

$$\hat{A}=۱۵^\circ\ ,\ \hat{B}=۱۲۰^\circ\Rightarrow\frac{\hat{B}}{\hat{A}}=\frac{۱۲۰^\circ}{۱۵^\circ}=۸\Rightarrow\hat{B}=۸\hat{A}$$

رفع ابهام!

توجه کنید اگر $\hat{B}=۶۰^\circ$ را انتخاب می‌کردیم، آن‌گاه با فرض $\hat{C}=۴۵^\circ$، اندازهٔ زاویهٔ $\hat{A}$ برابر ۷۵° می‌شد، در این صورت همهٔ زاویه‌های این مثلث حاده می‌شوند، یعنی نقطهٔ تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع، درون مثلث قرار می‌گیرد که خلاف فرض سوال است.

هم‌رسی‌های معروف در مثلث

۱) محل برخورد میانه‌ها و نیمسازها: محل برخورد میانه‌ها و محل برخورد نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث، همواره **درون مثلث** قرار دارد.

۲) محل برخورد ارتفاع‌ها و عمودمنصف‌ها:

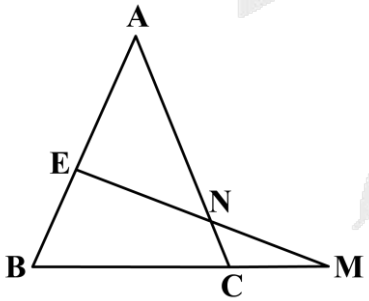
الف) اگر تمامی زوایای مثلث **تند (حاده)** باشند، محل برخورد ارتفاع‌ها و عمودمنصف‌ها **درون مثلث** است.

ب) اگر مثلث **قائم‌الزاویه** باشد، محل برخورد **ارتفاع‌ها** در **رأس قائمهٔ مثلث** و محل برخورد **عمودمنصف‌های مثلث**، **وسط وتر مثلث** قرار دارد یعنی این دو نقطه (محل برخورد ارتفاع‌ها و محل برخورد عمودمنصف‌ها) **روی محیط مثلث** قرار دارند.

ج) اگر مثلث **یک زاویهٔ باز (منفرجه)** داشته باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها و همچنین عمودمنصف‌ها **خارج مثلث** قرار دارد.

تاز

۲۵- در مثلث ABC، اگر $AB=AC$، $BE=۷$، $MN=۶$ و $CN=۵$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ ME برابر کدام است؟



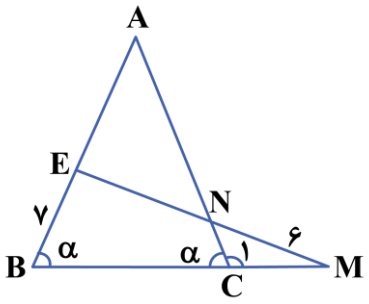
۱) $\frac{۲۱}{۲}$ ۲) $\frac{۴۴}{۵}$ ۳) $\frac{۳۹}{۵}$ ۴) $\frac{۴۲}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۳ ـ ۱۱۰۳)

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، پس:

$$AB=AC\Rightarrow\hat{B}=\hat{C}=\alpha\Rightarrow\hat{C}_۱=۱۸۰^\circ-\alpha$$

www.ArefOnline.ir



اکنون با استفاده از قضیهٔ سینوس‌ها می‌نویسیم:

$$\overset{\triangle}{MNC}: \frac{NC}{\sin\hat{M}} = \frac{MN}{\sin\hat{C}_1} \Rightarrow \frac{۵}{\sin\hat{M}} = \frac{۶}{\sin\hat{C}_1} \Rightarrow \frac{۵}{\sin\hat{M}} = \frac{۶}{\sin(۱۸۰^\circ-\alpha)} \xrightarrow{\sin(۱۸۰^\circ-\alpha)=\sin\alpha} \sin\hat{M} = \frac{۵\sin\alpha}{۶} \quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{BME}: \frac{BE}{\sin\hat{M}} = \frac{ME}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{۷}{\sin\hat{M}} = \frac{ME}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\hat{M} = \frac{۷\sin\alpha}{ME} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲)\text{ از} \Rightarrow \frac{۵\sin\alpha}{۶} = \frac{۷\sin\alpha}{ME} \Rightarrow \frac{۵}{۶} = \frac{۷}{ME} \Rightarrow ME = \frac{۴۲}{۵}$$

۲۶- در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به دستهٔ به نمایندگی ۱۱/۷۵ برابر ۶۰° است. تقریبا چند درصد داده‌ها کمتر از ۱۰ هستند؟

دسته‌ها	۳–۶/۵	۶/۵–۱۰	۱۰–۱۳/۵	۱۳/۵–۱۷
فراوانی مطلق	۴	۷	x	۴

۱) ۵۷ ۲) ۶۱ ۳) ۶۵ ۴) ۷۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۷۲ ـ ۱۱۰۳)

چون ۱۱/۷۵ وسط بازهٔ $(۱۰,۱۳/۵)$ است نمایندهٔ دستهٔ $[۱۰-۱۳/۵]$ می‌باشد و زاویهٔ مربوط به آن در نمودار دایره‌ای از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$۶۰^\circ = \frac{x}{۴+۷+x+۴}\times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۶۰^\circ = \frac{x}{۱۵+x}\times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۵+x = ۶x \Rightarrow ۵x = ۱۵ \Rightarrow x = ۳$$

داده‌های کمتر از ۱۰ مربوط به دو دستهٔ $[۳-۶/۵]$ و $[۶/۵-۱۰)$ می‌شوند، پس $۴+۷=۱۱$ داده کمتر از ۱۰ داریم، درنتیجه:

$$\frac{۱۱}{۴+۷+۳+۴}\times ۱۰۰ \simeq ۶۱$$

تقریبا ۶۱ درصد داده‌ها کمتر از ۱۰ می‌باشند.

جدول فراوانی داده‌ها

بسیاری از اوقات به‌جای خود داده‌ها حدود داده‌ها را داریم. یعنی می‌دانیم که اگر داده‌ای در دستهٔ iام باشد حدود آن در چه بازه‌ای است اما مقدار دقیق هر داده را نمی‌دانیم. در این شرایط وسط هر بازه را به عنوان نمایندهٔ داده‌های آن دسته حساب می‌کنیم. همچنین با استفاده از جدولی به شکل زیر وضعیت داده‌ها را نمایش می‌دهیم:

حدود دسته‌ها	a_1-b_1	a_2-b_2	a_3-b_3	$\cdots$	a_k-b_k
فراوانی مطلق	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_k

با داشتن جدول بالا مشخص است که **مرکز هر دسته (نمایندهٔ هر دسته)** برابر است با:

$$\frac{a_i+b_i}{۲} \qquad ۱\le i\le k$$

www.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال ببین!

میانگین داده‌ها در جدول زیر ۴ است. درصد فراوانی دستهٔ آخر را به‌دست آورید.

حدود دسته‌ها	۰ – ۲	۲ – ۴	۴ – ۶	۶ – ۸
فراوانی مطلق	۵	۷	۴	x

پاسخ تشریحی:

ابتدا مرکز هر دسته را محاسبه می‌کنیم و با اضافه کردن یک سطر به انتهای جدول آن‌ها را در جای خود قرار می‌دهیم:

حدود دسته‌ها	۰ – ۲	۲ – ۴	۴ – ۶	۶ – ۸
فراوانی مطلق	۵	۷	۴	x
مراکز دسته‌ها	$\frac{۰+۲}{۲}=۱$	$\frac{۲+۴}{۲}=۳$	$\frac{۴+۶}{۲}=۵$	$\frac{۶+۸}{۲}=۷$

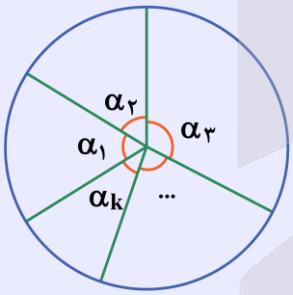
حال برای محاسبهٔ میانگین از مراکز دسته‌ها استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۵(۱)+۷(۳)+۴(۵)+x(۷)}{۵+۷+۴+x}\Rightarrow ۴=\frac{۴۶+۷x}{۱۶+x}\Rightarrow ۴۶+۷x=۶۴+۴x\Rightarrow ۳x=۱۸\Rightarrow x=۶$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی دستهٔ آخر}=\frac{۶}{۲۲}\times ۱۰۰\simeq ۲۷/۲۷$$

نمودار دایره‌ای برای نمایش داده‌ها

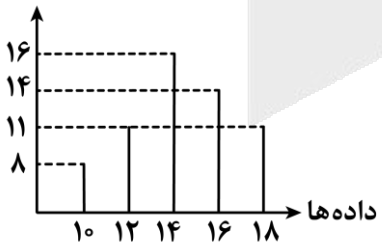
برای نمایش داده‌ها با استفاده از نمودار دایره‌ای، فراوانی نسبی هر داده در ۳۶۰° را در نظر گرفته و آن را به منزلهٔ زاویهٔ مرکزی نظیر این داده در دایره قرار می‌دهیم. به عنوان مثال اگر جامعه n عضو و k نوع داده داشته باشد برای هر $۱\le i\le k$ ، α_i زاویهٔ نظیر دادهٔ دستهٔ iام در دایره است و داریم:



$$\alpha_i=\frac{\text{تعداد اعضای دستهٔ i-ام}}{\text{تعداد اعضای کل جامعه}}\times ۳۶۰^\circ=\frac{f_i}{n}\times ۳۶۰^\circ$$

مازاد

۲۷- با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، مجموع میانگین، میانه و مد (نما) داده‌ها کدام است؟



۱) ۴۰/۳
۲) ۴۱/۲
۳) ۴۲
۴) ۴۲/۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۸۳ ـ ۱۱۰۳)

کلام اول محاسبهٔ مد یا نمادادە:

عدد ۱۴ بیشترین فراوانی را دارد پس مد یا نما همان ۱۴ است.

کلام دوم محاسبهٔ میانه:

تعداد کل داده‌ها برابر است با: $n=۸+۱۱+۱۴+۱۶+۱۱=۶۰$

پس میانگین داده‌های با شمارهٔ ۳۰ و ۳۱ همان میانه است که هر دو عدد ۱۴ هستند.

www.ArefOnline.ir

(چون مجموع تعداد داده‌های ۱۰، ۱۲، ۱۴ مساوی ۳۵ است، یعنی داده‌های ۳۰ام و ۳۱ام هر دو در دستهٔ ۱۴ هستند و هر دو برابر با ۱۴ هستند، پس میانگینشان همان ۱۴می‌شود)، پس:

میانه = ۱۴

گام سوم محاسبهٔ میانگین:

برای ساده‌تر شدن محاسبات از همهٔ داده‌ها ۱۴ واحد کم می‌کنیم و میانگین را محاسبه کرده و سپس در نهایت میانگین به‌دست آمده را با ۱۴ جمع می‌کنیم:

$$\bar{x} = ۱۴ + \frac{۸(۱۰-۱۴)+۱۱(۱۲-۱۴)+۱۶(۱۴-۱۴)+۱۴(۱۶-۱۴)+۱۱(۱۸-۱۴)}{۸+۱۱+۱۶+۱۴+۱۱} = ۱۴ + \frac{۱۸}{۶۰} = ۱۴ + \frac{۳}{۱۰} = ۱۴/۳$$

گام آخر

میانگین = میانه + مد = ۱۴ + ۱۴ + ۱۴/۳ = ۴۲/۳

میانگین

میانگین ($\bar{x}$): اگر مجموع تمام داده‌ها را به تعدادشان تقسیم کنیم، میانگین به‌دست می‌آید. به میانگین **مرکز ثقل** هم گفته می‌شود.

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_n}{n}$$

میانه

میانه ($Q_۲$): ابتدا تمام داده‌ها را به ترتیب صعودی یا نزولی مرتب می‌کنیم:

اگر تعداد داده‌ها فرد بود ⇐ داده‌ٔ وسط = $Q_۲$ = میانه

اگر تعداد داده‌ها زوج بود ⇐ میانگین دو داده‌ٔ وسط = $Q_۲$ = میانه

مد (نما‌داده)

مُد (نَما): داده‌ای که بیش‌ترین فراوانی را در بین داده‌ها دارد، مُد یا نمای داده‌ها نامیده می‌شود.

نکات مهم مد!

۱) اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، مد ندارند.

۲) اگر دو داده بیش‌ترین فراوانی را داشته باشند، داده‌ها دو مُد دارند.

قِلِقشو یاد بگیر!

برای آسان‌تر شدن محاسبات در زمان محاسبهٔ میانگین می‌توانیم عددی ثابت را از همهٔ داده‌ها کم کنیم و سپس میانگین داده‌های جدید را محاسبه کنیم. در نهایت برای رسیدن به میانگین داده‌های اولیه باید عدد کم شده را به میانگین به‌دست آمده اضافه کنیم.

مثال

۲۸- اگر میانگین چند دادهٔ آماری مثبت و غیریکسان، برابر ۱۰ باشد و هر یک از داده‌ها را سه برابر و با عدد ۱۵ جمع کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ⏲ ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به فرمول ضریب تغییرات $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ نیاز داریم که بدانیم انحراف معیار و میانگین هر کدام با تغییر داده‌ها چگونه تغییر می‌کنند؟

فرض کنید n دادهٔ $x_۱, x_۲, \ldots, x_n$ با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ را داشته باشیم.

www.ArefOnline.ir

اگر داده‌های آماری را سه برابر و با ۱۵ جمع کنیم:

۱) میانگین نیز به همان صورت عوض می‌شود، زیرا هر داده را ۳ برابر کرده و با ۱۵ جمع می‌کنیم و سپس میانگین را حساب می‌کنیم.

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{(3x_1+15)+(3x_2+15)+\cdots+(3x_n+15)}{n} = \frac{3(x_1+x_2+\cdots+x_n)+15n}{n} = 3\underbrace{\frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)}{n}}_{\bar{x}}+15$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = 3\bar{x}+15$$

۲) واریانس ۹ برابر و انحراف معیار ۳ برابر می‌شود. زیرا:

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{((3x_1+15)-(3\bar{x}+15))^2+\cdots+((3x_n+15)-(3\bar{x}+15))^2}{n}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(3x_1-3\bar{x})^2+\cdots+(3x_n-3\bar{x})^2}{n} = \frac{3^2(x_1-\bar{x})^2+\cdots+3^2(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{3^2(x_1-\bar{x})^2+\cdots+3^2(x_n-\bar{x})^2}{n} = 3^2\underbrace{\frac{(x_1-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}}_{\sigma^2} = 3^2\sigma^2$$

درنتیجه:

$$\sigma_{\text{جدید}} = \sqrt{\sigma^2_{\text{جدید}}} = \sqrt{3^2\sigma^2} = 3\sigma$$

پس برای نسبت ضریب تغییرات جدید به ضریب تغییرات قدیم برابر است با:

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{3\sigma_1}{(3\times 10)+15}}{\frac{\sigma_1}{10}} = \frac{\frac{3}{45}}{\frac{1}{10}} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

معیارهای پراکندگی

۱) واریانس: $\sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$

۲) انحراف معیار: $\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$

۳) ضریب تغییرات: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

۴) دامنهٔ تغییرات: $R = x_{max} - x_{min}$

اثر تغییرات روی داده‌ها در مشخصه‌های عددی مربوط به داده‌ها

۱) اگر همهٔ داده‌ها با مقداری ثابت جمع شوند واریانس تغییری نمی‌کند.

۲) اگر داده‌ها k برابر شوند، واریانس k^2 برابر می‌شود.

۳) اگر داده‌ها k برابر شوند، انحراف معیار $|k|$ برابر می‌شود.

۴) اگر داده‌ها با عددی جمع شوند یا عددی از آن‌ها کم شود، یا در عددی ضرب یا بر آن تقسیم شوند، همین تغییرات روی میانگین هم اعمال می‌شوند:

$$\forall 1\le i\le n\ ,k\in\mathbb{R},b\in\mathbb{R}\quad ;\quad x'_i = kx_i+b \Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = k\bar{x}_{\text{اولیه}}+b$$

www.ArefOnline.ir

۲۹- اگر انحراف ۵ دادهٔ آماری از میانگین این داده‌ها به ترتیب $-۱,-۳,-۲,۲,m$ باشد، واریانس این ۵ دادهٔ آماری کدام است؟

۱) ۵/۵ ۲) ۵/۸ ۳) ۶/۵ ۴) ۶/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم **مجموع انحراف داده‌ها از میانگین** همیشه **صفر** است، پس:

$$(-۱)+(-۳)+(-۲)+۲+m=۰ \Rightarrow m=۴$$

حال با داشتن اختلاف هر داده از میانگین به‌راحتی اطلاعات مسئله را در فرمول واریانس جای‌گذاری می‌کنیم و داریم:

$$\sigma^۲=\frac{\sum_{i=۱}^{۵}(x_i-\bar{x})^۲}{n}=\frac{(-۱)^۲+(-۳)^۲+(-۲)^۲+۲^۲+۴^۲}{۵}=\frac{۳۴}{۵}=۶/۸$$

واریانس

برای محاسبهٔ واریانس n دادهٔ آماری $x_۱,x_۲,\dots,x_n$ داریم:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_n-\bar{x})^۲}{n} \text{ یا } \sigma^۲=\frac{x_۱^۲+x_۲^۲+\cdots+x_n^۲}{n}-\bar{x}^۲$$

قِلِقِشو یاد بگیر!

گاهی اوقات مانند این سؤال راحت‌تر است $(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_n-\bar{x})^۲$ را به‌دست آوریم که مجموع مربعات اختلاف از میانگین‌ها است.

گاهی راحت‌تر است $x_۱^۲+x_۲^۲+\cdots+x_n^۲$ را به‌دست آوریم که مجموع مربعات داده‌ها است.

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین

همواره برای هر مجموعه‌ای از داده‌ها، **مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر** است.

$$(x_۱-\bar{x})+(x_۲-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})=(x_۱+x_۲+\cdots+x_n)-(\underbrace{\bar{x}+\bar{x}+\cdots+\bar{x}}_{n\text{ تا}})=n\bar{x}-n\bar{x}=۰$$

$$(x_۱-\bar{x})+(x_۲-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})=۰$$

۳۰- طبق تحقیقات ۱۰ سال گذشته در یک شهرستان، تعداد دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی که مشکل ضعیفی چشم داشتند به‌صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{۵}\simeq ۲/۲)$

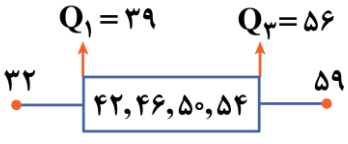
۵۰,۵۴,۳۷,۴۲,۳۲,۵۷,۴۶,۵۶,۳۹,۵۹

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۹ ۳) ۰/۱۱ ۴) ۰/۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۱۰۳)

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\underbrace{۳۲,۳۷,۳۹,۴۲,}_{Q_۱=۳۹}\underbrace{۴۶}_{Q_۲=۴۸},\underbrace{۵۰,۵۴,۵۶,۵۷,۵۹}_{Q_۳=۵۶}$$



ابتدا میانگین و انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۴۲+۴۶+۵۰+۵۴}{۴}=۴۸$$

www.ArefOnline.ir

$$\sigma^2 = \frac{(۴۲-۴۸)^2+(۴۶-۴۸)^2+(۵۰-۴۸)^2+(۵۴-۴۸)^2}{۴} \Rightarrow \sigma^2 = ۲۰ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

اکنون ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۴۸} = \frac{۲\times ۲/۲}{۴۸} \simeq ۰/۰۹$$

چارک‌ها

چارک‌ها (Q): چارک اول، دوم و سوم مقادیری هستند که داده‌های مرتب شده را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنند.

چارک دوم همان **میانه** ($Q_۲$) است.

روش محاسبهٔ **چارک اول** ($Q_۱$) و **چارک سوم** ($Q_۳$):

۱) داده‌ها را به‌صورت صعودی مرتب کرده و میانه را می‌یابیم.

۲) میانهٔ داده‌های مرتب شدهٔ کوچک‌تر از میانه را چارک اول ($Q_۱$) می‌نامیم.

۳) میانهٔ داده‌های مرتب شدهٔ بزرگ‌تر از میانه را چارک سوم ($Q_۳$) می‌نامیم.

نمودار جعبه‌ای

نمودار جعبه‌ای، نموداری است که می‌تواند نحوهٔ پراکندگی داده‌ها را به نمایش بگذارد. این نمودار براساس ۵ شاخص مهم آماری زیر رسم می‌شود:

۱) کوچک‌ترین داده (Min)

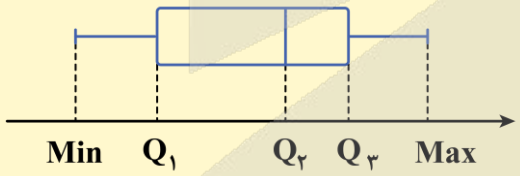
۲) چارک اول ($Q_۱$)

۳) میانه یا چارک دوم ($Q_۲$)

۴) چارک سوم ($Q_۳$)

۵) بزرگ‌ترین داده (Max)

داده‌های بزرگ‌تر از $Q_۱$ و کوچک‌تر از $Q_۳$ (بین $Q_۱$ و $Q_۳$) را داده‌های **داخل جعبه** و داده‌های بزرگ‌تر از $Q_۳$ و کوچک‌تر از $Q_۱$ را داده‌های **بیرون جعبه** و $Q_۱$ و $Q_۳$ را داده‌های **روی جعبه** می‌نامند.



دامنهٔ میان‌چارکی داده‌ها

به اختلاف $Q_۳$ و $Q_۱$ دامنهٔ میان‌چارکی داده‌ها می‌گویند.

$$IQR = Q_۳ - Q_۱$$

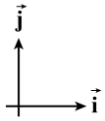
www.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی این آزمون: مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب (از نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان تا ابتدای قانون لنز) - صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۷

سهم در کنکور: درمجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامه ویدئویی آزمون بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید! QR Code

۳۱- از سیمی به طول ۱m جریان I در جهت محور x عبور می‌کند. اگر کل این سیم در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}=8\vec{i}+6\vec{j}$ برحسب تسلا قرار گیرد، نیرویی به بزرگی ۶۰N از طرف میدان مغناطیسی به آن وارد می‌شود. I چند آمپر است؟



۱) ۱۰ ۲) ۰/۱ ۳) ۷/۵ ۴) ۶

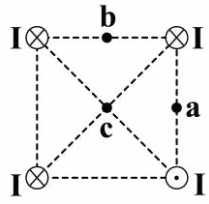
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۱۰۳)

مؤلفه‌ای از میدان مغناطیسی که هم‌راستا با جریان سیم است، نمی‌تواند نیرویی به سیم وارد کند، بنابراین در این سوال فقط مؤلفهٔ قائم میدان مغناطیسی به سیم نیرو وارد می‌کند، درنتیجه داریم:

$$F=I\ell B\sin\theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} 60=I\times1\times6\times1\Rightarrow I=10A$$

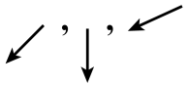
ماز

۳۲- در شکل زیر، چهار سیم بلند و موازی حامل جریان الکتریکی I که همگی عمود بر صفحه‌اند، در رأس‌های یک مربع قرار گرفته‌اند. جهت میدان مغناطیسی برایند در نقاط a، b و c به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی نشان داده شده است؟ (نقاط a و b در وسط اضلاع مربع و نقطهٔ c در مرکز مربع است.)



۱)

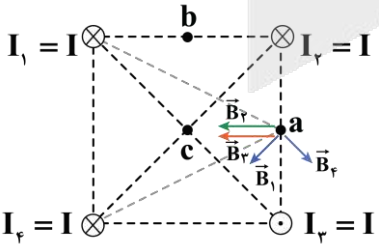
۲)

۳) 

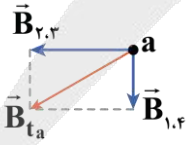
۴)

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم میدان مغناطیسی حاصل از سیم بلند و مستقیم حامل جریان، با اندازهٔ جریان سیم، رابطهٔ مستقیم و با فاصله از سیم، رابطهٔ عکس دارد $(B\propto\frac{I}{r})$، بنابراین داریم:



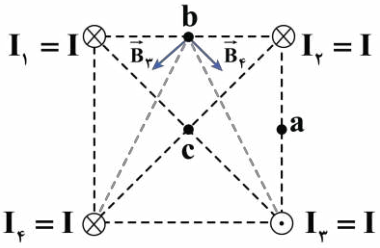
تعیین جهت میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ a:

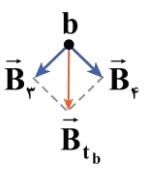


$$r_{1a}=r_{4a}\ ,\ I_1=I_4\Rightarrow B_1=B_4$$
$$r_{2a}=r_{3a}\ ,\ I_2=I_3\Rightarrow B_2=B_3$$

تعیین جهت میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ b:

I_1 و I_2 هم‌جهت و هم‌اندازه‌اند و نقطهٔ b در وسط این دو سیم است، پس میدان مغناطیسی حاصل از این دو سیم در نقطهٔ b، یکدیگر را خنثی می‌کنند و فقط به تحلیل میدان حاصل از I_3 و I_4 در نقطهٔ b می‌پردازیم:

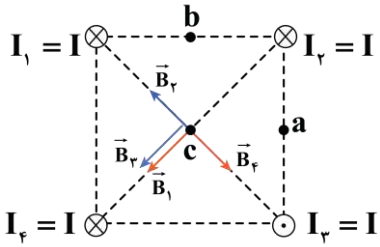


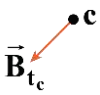


$$r_{3b}=r_{4b}\ ,\ I_3=I_4\Rightarrow B_3=B_4$$

www.ArefOnline.ir

تعیین جهت میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ c:





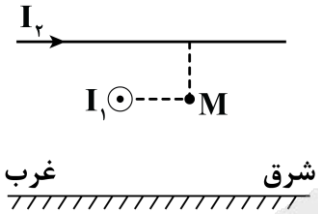
$r_{2c} = r_{4c}\ ,\ I_2 = I_4 \Rightarrow B_2 = B_4 \Rightarrow$ $\vec{B}_2$ و $\vec{B}_4$ خنثی می‌شوند.

$r_{1c} = r_{3c}\ ,\ I_1 = I_3 \Rightarrow B_1 = B_3$

نکته

هرچه جریان سیم، بزرگ‌تر و فاصله از سیم، کمتر باشد، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان، بزرگ‌تر است.

۳۳- مطابق شکل زیر، دو سیم مستقیم و بلند حامل جریان‌های I_1 و I_2 در ارتفاع معینی از سطح زمین قرار دارند. نقطهٔ M دقیقاً در سمت راست سیم حامل جریان I_1 و در پایین سیم حامل جریان I_2 قرار دارد. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های I_1 و I_2 در محل نقطهٔ M به‌ترتیب از راست به چپ برابر با $1G$ و $0/3G$ باشد، بزرگی میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ M چند گاوس است؟ (میدان مغناطیسی زمین را $0/45G$ و به‌سمت شمال فرض کنید.)



۱) $\frac{7}{4}$

۲) $\frac{9}{5}$

۳) $\frac{5}{4}$

۴) $\frac{6}{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۱۰۳)

کلم اول

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان‌های I_1 و I_2 را در نقطهٔ M به‌دست می‌آوریم.

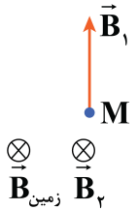
$\vec{B}_1$: اگر انگشت شست دست راست را در جهت I_1 قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت در نقطهٔ M به‌سمت **بالا** می‌شود.

$\vec{B}_2$: اگر انگشت شست دست راست را در جهت I_2 قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت در نقطهٔ M در جهت **شمال (درون‌سو)** خواهد بود.

می‌دانیم جهت میدان مغناطیسی زمین در جهت **شمال (درون‌سو)** است.

کلم آخر

حالا بریم سراغ محاسبهٔ بزرگی میدان برایند در نقطهٔ M:

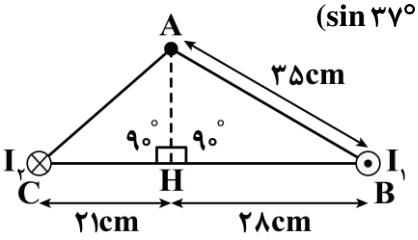


$$\begin{cases} B_1 = 1G \\ B_2 + B_{زمین} = 0/3G + 0/45G = \frac{3}{4}G \end{cases} \xrightarrow{\vec{B}_1\ ,\ \vec{B}_2 + \vec{B}_{زمین}\ \text{بر هم عمودند.}} B_M = \sqrt{B_1^2 + (B_2 + B_{زمین})^2}$$

$$\Rightarrow B_M = \sqrt{1^2 + (\frac{3}{4})^2} = \frac{5}{4}G$$

www.ArefOnline.ir

۳۴- دو سیم موازی بسیار بلند حامل جریان‌های I_1 و I_2، مطابق شکل زیر عمود بر صفحه قرار دارند و بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از هر یک از این سیم‌ها در نقطهٔ A برابر با $0/5T$ است. زاویه‌ای که بردار برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان‌های I_1 و I_2 در نقطهٔ A با خط AH می‌سازد، چند درجه است؟ $(\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0/6)$



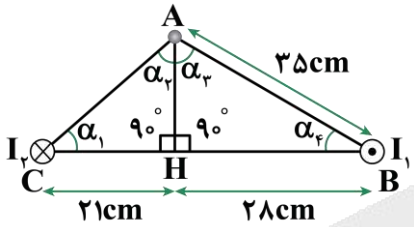
۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۱۰۳)

به کمک قضیهٔ فیثاغورس طول خط AH را به‌دست می‌آوریم:

$$AH^2 + 28^2 = 35^2 \Rightarrow AH = 21cm$$

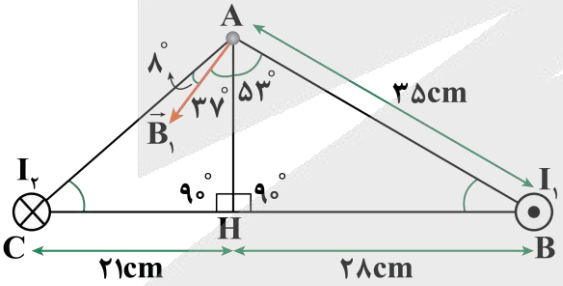
در مثلث ACH طول ضلع‌های AH و CH با هم برابر است، پس این مثلث، قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین می‌باشد:

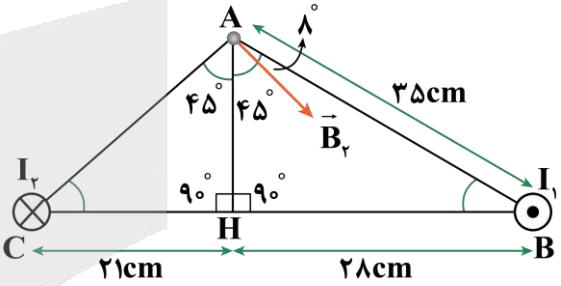


$$AH = CH = 21cm \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$$

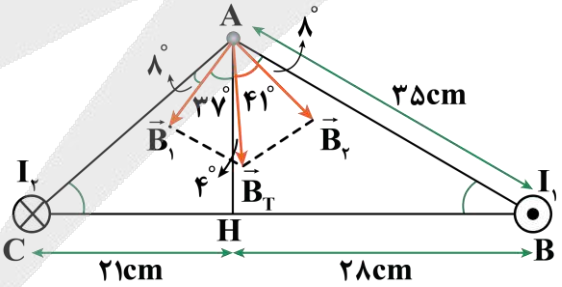
در مثلث AHB: $\sin\alpha_3 = \frac{28}{35} = 0/8 \Rightarrow \alpha_3 = 53^\circ$

جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان، عمود بر خط واصل سیم و نقطهٔ موردنظر (نقطهٔ A) است. با توجه به این نکته و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را در نقطهٔ A مشخص می‌کنیم.





با توجه به هم‌اندازه بودن $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ می‌توان نتیجه گرفت که بردار میدان خالص دو سیم، دقیقاً وسط بردار میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ قرار می‌گیرد (نیمساز).



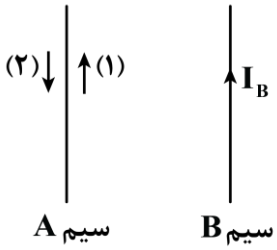
با توجه به زاویه‌ها، بردار میدان خالص، سمت راست AH قرار می‌گیرد و با **خط AH زاویهٔ 4° می‌سازد.**

راهنمای مسیر

مشابه همین سؤال در کنکور تجربی ۱۳۹۴ داده شده که طراح می‌توانست ایده‌های جالب‌تری در سؤال مطرح کند. ممکن است همین سؤال را با یک ایدهٔ دیگر در آزمون‌های بعدی بدهیم. مثلاً زاویهٔ میدان خالص با ضلع AH مجهول مسئله باشد.

www.ArefOnline.ir

۳۵- مطابق شکل زیر، دو سیم بلند و موازی A و B که حامل جریان هستند، در یک صفحه قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم B در محل سیم A برابر با ۵۰mG بوده و بر ۱/۵m از سیم A از طرف سیم B نیروی جاذبه‌ای به بزرگی $۶\times۱۰^{-۶}N$ وارد می‌شود. جریان عبوری از سیم A چند آمپر و در چه جهتی است؟



۱) ۰/۸ و در جهت (۱)
۲) ۰/۶ و در جهت (۱)
۳) ۰/۶ و در جهت (۲)
۴) ۰/۸ و در جهت (۲)

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم اگر جریان‌های دو سیم موازی، هم‌جهت باشند، نیروی مغناطیسی بین دو سیم از نوع جاذبه (ربایشی) خواهد بود، پس جریان عبوری از سیم A در **جهت (۱)** و هم‌جهت با جریان سیم B است.

بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم A از طرف سیم B برابر است با:

$$F_{BA}=I_A\ell_A B_B\sin\theta \xrightarrow[B_B=۵۰mG=۵\times۱۰^{-۶}T\ ,\ \theta=۹۰^\circ]{F_{BA}=۶\times۱۰^{-۶}N\ ,\ \ell_A=۱/۵m} ۶\times۱۰^{-۶}=I_A\times۱/۵\times۵\times۱۰^{-۶}\times۱\Rightarrow I_A=۰/۸A$$

نیروی بین سیم‌های موازی حامل جریان

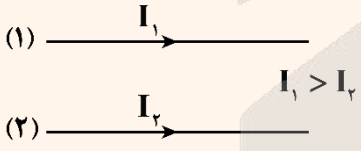
دو سیم موازی حامل جریان به هم نیرو وارد می‌کنند:

۱- اگر جریان‌های دو سیم، **هم‌جهت** باشند، یکدیگر را **جذب** می‌کنند.

۲- اگر جریان‌های دو سیم، **در خلاف جهت** یکدیگر باشند، یکدیگر را **دفع** می‌کنند.

یه نمونهٔ باحال

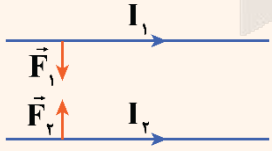
در شکل زیر، دو سیم بلند (۱) و (۲)، موازی هم در یک صفحه قرار دارند و بر هم نیروی مغناطیسی وارد می‌کنند. اگر نیروی وارد بر هر متر سیم (۱)، $\vec{F}_۱$ و نیروی وارد بر هر متر از سیم (۲)، $\vec{F}_۲$ باشد، $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ به‌ترتیب از راست به چپ در چه جهتی هستند و اندازهٔ آن‌ها چگونه است؟



۱) $F_۱=F_۲$ و ↓ و ↑
۲) $F_۱=F_۲$ و ↑ و ↓
۳) $F_۱>F_۲$ و ↓ و ↑
۴) $F_۱<F_۲$ و ↑ و ↓

پاسخ تشریحی:

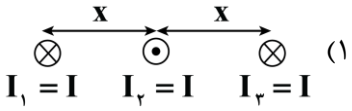
با توجه به این‌که جهت جریان الکتریکی در دو سیم (۱) و (۲) یکسان است؛ بنابراین دو سیم یکدیگر را جذب می‌کنند. از طرفی طبق قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیروی سیم (۱) بر سیم (۲) با اندازهٔ نیروی سیم (۲) بر سیم (۱)، برابر است.

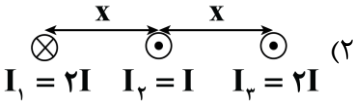


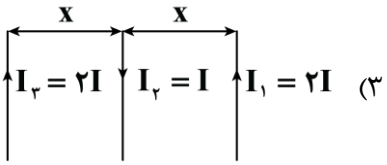
پاسخ: گزینهٔ ۱

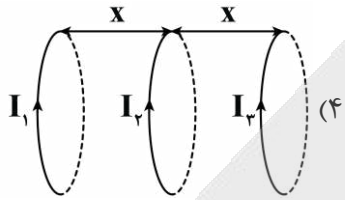
www.ArefOnline.ir

۳۶- در هر کدام از گزینه‌های زیر، سیم‌های حامل جریان با طول برابر در فاصله‌های یکسانی از یکدیگر قرار دارند. در کدام گزینه برایند نیروهای مغناطیسی وارد بر هر سه سیم یا حلقهٔ حامل جریان، صفر است؟

۱) 

۲) 

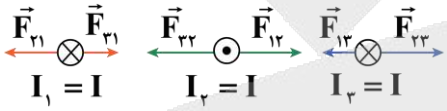
۳) 

۴) 

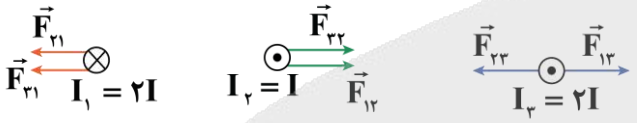
پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ⏱ ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۱۰۳)

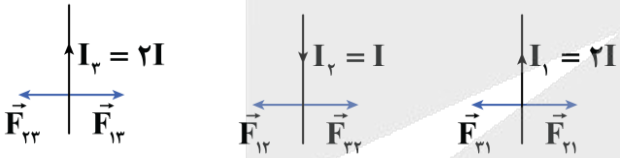
بررسی گزینه‌ها:

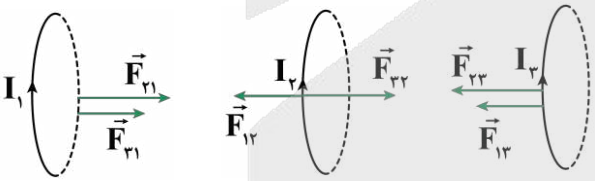
۱) $\begin{cases} I_۲ = I_۳ = I \\ r_{۲۱} < r_{۳۱} \end{cases} \Rightarrow F_{۲۱} > F_{۳۱}$



$\begin{cases} I_۱ = I_۲ = I \\ r_{۲۳} < r_{۱۳} \end{cases} \Rightarrow F_{۲۳} > F_{۱۳}$

۲) 

۳) 

۴) 

با توجه به شکل‌ها گزینهٔ (۳) صحیح است.

نکات

هرگاه دو سیم بلند حامل جریان داشته باشیم، میدان مغناطیسی می‌تواند در بین دو سیم یا خارج از فاصلهٔ دو سیم، صفر شود:

۱- اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشند، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در بین آن‌ها و نزدیک به سیم حامل جریان کوچک‌تر، صفر می‌شود.

تذکر

اگر جریان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت باشند، درست در وسط فاصلهٔ بین آن‌ها برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، صفر می‌شود.

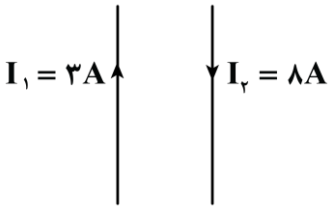
۲- اگر جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشند، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در خارج فاصلهٔ دو سیم و در نزدیکی سیم حامل جریان کوچک‌تر می‌تواند صفر شود.

تذکر

اگر جریان‌ها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند، در هیچ نقطه‌ای برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم صفر نمی‌شود.

www.ArefOnline.ir

۳۷- در شکل زیر، دو سیم بلند و موازی حامل جریان با طول یکسان در یک صفحه قرار دارند. اگر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I_1 در محل سیم حامل جریان I_2 برابر با ۴۵۰G باشد، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان I_2 در محل سیم حامل جریان I_1 چند تسلا است؟



۱) ۱۲۰۰
۲) ۰/۱۲
۳) ۱۶۸۰
۴) ۰/۱۶۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۱۰۳)

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که سیم حامل جریان I_2 بر یک متر از سیم حامل جریان I_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه با نیرویی است که سیم حامل جریان I_1 بر یک متر از سیم حامل جریان I_2 وارد می‌کند، بنابراین:

$$F_{12}=F_{21}\Rightarrow B_1I_2\ell_2=B_2I_1\ell_1\Rightarrow ۴۵۰\times۸\times۱=B_2\times۳\times۱\Rightarrow B_2=۱۲۰۰G=۰/۱۲T$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به یکای خواسته‌شده در انتهای سوال نباشد، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید!

اندازهٔ نیروی مغناطیسی که دو سیم حامل جریان به یکدیگر وارد می‌کنند

فرض کنید سیم (۱) دارای طول ℓ_1 و حامل جریان I_1 و سیم (۲) دارای طول ℓ_2 و حامل جریان I_2 است. میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) در مکان سیم (۲) را $\vec{B}_1$ و میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) در مکان سیم (۱) را $\vec{B}_2$ می‌نامیم، در این صورت داریم:

۱- اندازهٔ نیرویی که سیم (۱) به سیم (۲) وارد می‌کند، برابر است با:

$$F_{12}=B_1I_2\ell_2$$

۲- اندازهٔ نیرویی که سیم (۲) به سیم (۱) وارد می‌کند، برابر است با:

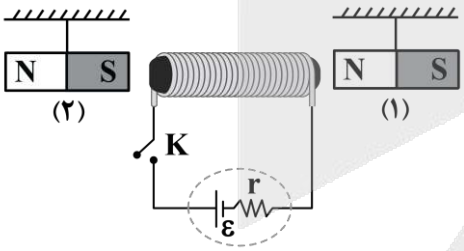
$$F_{21}=B_2I_1\ell_1$$

نکته

نیرویی که دو سیم موازی هم طول حامل جریان به یکدیگر وارد می‌کنند، طبق **قانون سوم نیوتون** با یکدیگر **هم‌اندازه** و **در خلاف جهت** یکدیگر هستند.

ماز

۳۸- در شکل مقابل، با وصل کردن کلید K، کدام‌یک از اتفاقات زیر رخ می‌دهد؟

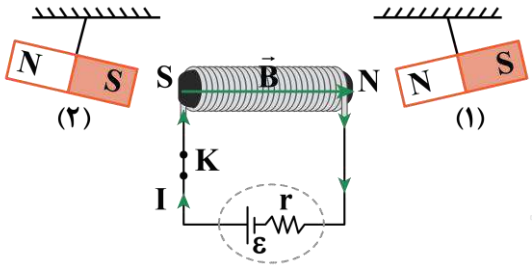


۱) آهنربای میله‌ای (۱) به طرف سیملوله جذب شده و آهنربای میله‌ای (۲) از سیملوله دفع می‌شود.
۲) هر دو آهنربای میله‌ای (۱) و (۲) جذب سیملوله می‌شوند.
۳) آهنربای میله‌ای (۱) از سیملوله دفع شده و آهنربای میله‌ای (۲) به طرف سیملوله جذب می‌شود.
۴) هر دو آهنربای میله‌ای (۱) و (۲) از سیملوله دفع می‌شوند.

www.ArefOnline.ir

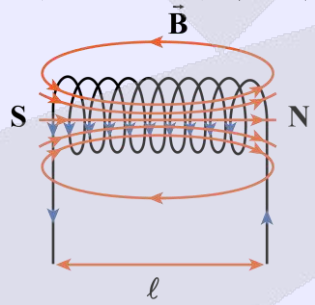
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۹ ـ ۱۱۰۳)

با وصل کردن کلید K، جریان الکتریکی در سیملوله برقرار شده و میدان مغناطیسی داخل سیملوله به کمک قاعدهٔ دست راست، مطابق شکل زیر می‌شود. با توجه به شکل، قطب S سیملوله، قطب S آهنربای میله‌ای (۲) را دفع می‌کند و قطب N سیملوله، قطب N آهنربای میله‌ای (۱) را دفع می‌کند، بنابراین **هر دو آهنربای میله‌ای (۱) و (۲) از سیملوله دفع می‌شوند.**



جهت میدان مغناطیسی سیملوله

به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید. این‌گونه که چرخش چهار انگشت دست راست در جهت جریان و شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیملوله را نشان می‌دهد.

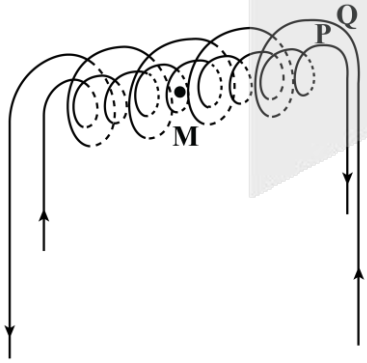


راهنمای مسیر

بچه‌ها این سؤال از دل کتاب درسی براتون طرح شده تا دید خوبی نسبت به میدان مغناطیسی سیملوله بهتون بده. چه برای کنکور و چه برای امتحان نهایی، حواستون به این سؤال باشه.

ماز

۳۹- در شکل زیر، دو سیملولهٔ آرمانی P و Q هم‌محور بوده و طول یکسانی دارند. اگر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ Q، $\frac{۵}{۴}$ برابر تعداد حلقه‌های سیملولهٔ P باشد، آن‌گاه باید جریان عبوری از سیملولهٔ Q، چند برابر جریان عبوری از سیملولهٔ P باشد تا برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیملوله در نقطهٔ M (روی محور دو سیملوله) صفر باشد؟



۱) $\frac{۵}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۴

۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۳)

طبق قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ P در نقطهٔ M در خلاف جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ Q در این نقطه است، پس کافیست $B_P = B_Q$ باشد تا برایند میدان‌ها در نقطهٔ M صفر شود:

$$B_P = B_Q \Rightarrow \frac{\mu_0 N_P I_P}{\ell_P} = \frac{\mu_0 N_Q I_Q}{\ell_Q} \Rightarrow N_P I_P = N_Q I_Q \Rightarrow \frac{I_Q}{I_P} = \frac{N_P}{N_Q} = \frac{۴}{۵}$$

www.ArefOnline.ir

میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان

سیملوله سیم بلندی است که به‌صورت مارپیچی پیچیده شده و با عبور جریان از آن، میدان مغناطیسی، درون و اطراف آن تولید می‌شود.

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ آرمانی و روی محور آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$B=\frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}$$

I: جریان الکتریکی سیملوله برحسب آمپر (A) N: تعداد حلقه ℓ: طول سیملوله برحسب متر (m)

$\mu_{\circ}$: تراوایی مغناطیسی خلأ $=۴\pi\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A}$

توجه

اگر قطر سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک باشند، سیملوله را سیملولهٔ آرمانی گویند.

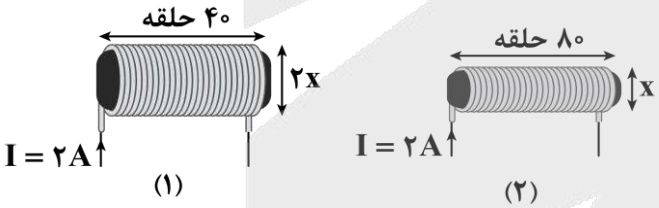
یه نمونهٔ باحال

سیملوله‌ای آرمانی به طول ۶۰cm، دارای ۲۰۰ حلقه است و از آن جریان ۵A عبور می‌کند. بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند تسلا است؟ $(\mu_{\circ}=۱۲\times۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$

پاسخ تشریحی:

$$B=\frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}\xrightarrow[\ell=۰/۶m\ ,\ \mu_{\circ}=۱۲\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A}]{N=۲۰۰\ ,\ I=۵A} B=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times۵}{۰/۶}=۲\times۱۰^{-۳}T$$

۴۰- **مطابق شکل زیر، با سیمی به قطر مقطع یکنواخت D دو سیملولهٔ آرمانی و منظم ساخته‌ایم. به‌طوری‌که در هر دو حالت، حلقه‌ها بدون فاصله کنار هم قرار دارند. از هر دو سیملوله جریان ۲A عبور می‌دهیم. اگر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملولهٔ (۱) برابر با ۴۰۰G باشد، بزرگی میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۲) درون آن چند گاوس است؟(میدان مغناطیسی داخل هر دو سیملوله را یکنواخت فرض کنید.)**



۱) ۲۵۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به این‌که حلقه‌ها بدون فاصله کنار هم پیچیده شده‌اند، طول سیملوله برابر ND خواهد بود، بنابراین:

$$B=\frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}\xrightarrow{\ell=ND}B=\frac{\mu_{\circ} NI}{ND}\Rightarrow B=\frac{\mu_{\circ} I}{D}\xrightarrow[D_۱=D_۲=D]{I_۱=I_۲=۲A}B_۱=B_۲=۴۰۰G$$

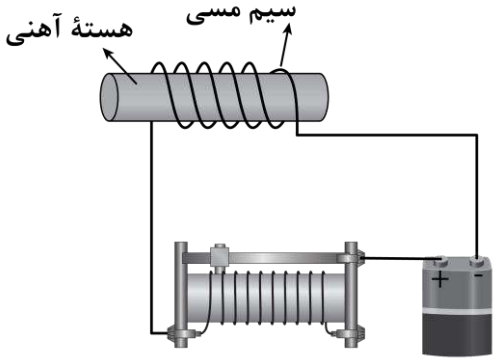
نکات

۱- اگر سیمی به طول L را به‌صورت سیملولهٔ آرمانی به شعاع R دربیاوریم، تقریباً تعداد حلقه‌های آن برابر با $N=\frac{L}{۲\pi R}$ است.

۲- اگر قطر سیم به‌کاررفته در سیملولهٔ آرمانی D بوده و سیم‌ها بدون فاصله کنار هم پیچیده شده باشند، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر با $B=\frac{\mu_{\circ} I}{D}$ است.

www.ArefOnline.ir

۴۱- با توجه به مدار شکل زیر، در چه تعداد از عبارت‌های زیر، بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله افزایش می‌یابد؟



الف- لغزنده را به‌سمت راست حرکت دهیم.

ب- به‌جای سیم مسی ($\rho_{مس}=1/7\times10^{-8}\Omega.m$) از یک سیم نقره‌ای ($\rho_{نقره}=1/6\times10^{-8}\Omega.m$) با همان طول و سطح مقطع استفاده کنیم.

ج- هستهٔ آهنی سیملوله را از آن خارج کنیم.

د- حلقه‌های سیملوله را به هم نزدیک کنیم.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۳)

در موارد «ب» و «د» بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد.

بررسی موارد:

الف

با حرکت لغزنده به‌سمت راست، مقاومت الکتریکی رئوستا افزایش و جریان مدار کاهش می‌یابد، به همین دلیل **بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله کاهش می‌یابد.**

$$\uparrow R=\rho\frac{L\uparrow}{A}\Rightarrow\downarrow I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R+r}\Rightarrow\downarrow B=\frac{\mu_0 NI\downarrow}{L}$$

ب

مقاومت ویژهٔ نقره کمتر از مس است، پس می‌توان نوشت:

$$\downarrow R=\frac{\downarrow\rho L}{A}\Rightarrow\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}\Rightarrow\uparrow B=\frac{\mu_0 NI\uparrow}{L}$$

ج

وجود هستهٔ آهنی باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود، پس با خارج کردن هستهٔ آهنی، **بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله کاهش می‌یابد.**

د

با نزدیک کردن حلقه‌های سیملوله به هم تعداد دورها در واحد طول سیملوله افزایش می‌یابد، بنابراین **بزرگی میدان مغناطیسی سیملوله افزایش می‌یابد.**

۴۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف- اتم‌های مواد فرومغناطیسی و دیامغناطیسی، به‌طور ذاتی دارای خاصیت مغناطیسی هستند.

ب- دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیسی به‌صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و دائمی پیدا می‌کنند.

ج- برای هستهٔ یک آهنربای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی نرم مانند فولاد استفاده می‌شود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

www.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۳ ـ ۱۱۰۳)

تمام عبارت‌های مطرح‌شده، نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف

اتم‌های مواد فرومغناطیسی و **پارامغناطیسی**، به‌طور ذاتی دارای خاصیت مغناطیسی هستند.

ب

دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیسی به‌صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و **موقت** پیدا می‌کنند.

ج

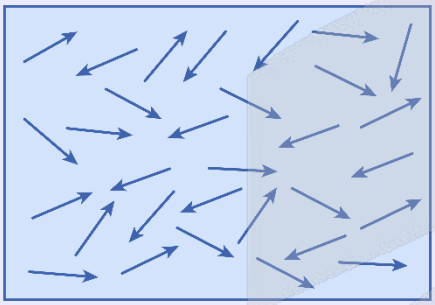
فولاد یک مادهٔ فرومغناطیسی سخت بوده و برای استفاده به‌عنوان هستهٔ آهنربای الکتریکی مناسب **نیست**.

تذکر

مواد فرومغناطیسی سخت برای ساخت آهنربای دائمی مناسب هستند.

مواد پارامغناطیسی

اتم‌های مواد پارامغناطیسی، **به‌طور ذاتی خاصیت مغناطیسی دارند**، اما **دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به‌طور کاتوره‌ای سوگیری کرده‌اند** و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.



جسم پارامغناطیس در غیاب میدان مغناطیسی

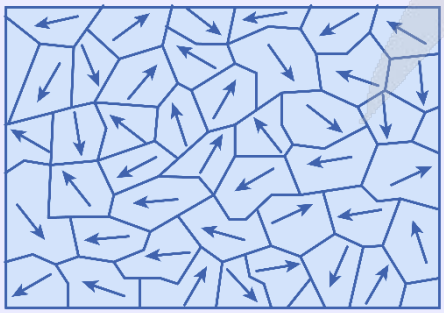
با قراردادن مواد پارامغناطیسی درون میدان مغناطیسی خارجی قوی، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، مانند عقربهٔ قطب‌نما در نزدیکی آهنربا رفتار می‌کنند و به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند. با دورکردن آهنربا از این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها، دوباره به‌طور کاتوره‌ای سوگیری می‌کنند.

به این ترتیب، می‌توان گفت مواد پارامغناطیسی **در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند**.

اورانیم، پلاتین، آلومینیم، سدیم، اکسیژن و اکسید نیتروژن ازجمله مواد پارامغناطیسی هستند.

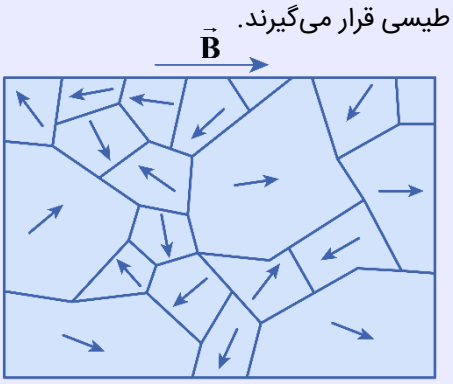
مواد فرومغناطیسی

در این مواد، دوقطبی‌های مغناطیسی به‌صورت گروهی، حوزه‌های مغناطیسی تشکیل می‌دهند.



www.ArefOnline.ir

با قرارگرفتن این مواد در میدان مغناطیسی خارجی، حوزه‌هایی که دوقطبی‌های آن‌ها در جهت میدان مغناطیسی هستند، گسترش می‌یابند و ماده خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کند. در حالت اشباع، تمام دوقطبی‌ها در راستای میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند.



مواد فرومغناطیسی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

فرومغناطیس	نرم	در میدان مغناطیسی، سریعاً آهنربا می‌شوند و در غیاب آن سریعاً خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند.
	سخت	در میدان مغناطیسی، به‌سختی آهنربا می‌شوند و به‌سختی خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند.

موادی مانند آهن، کبالت و نیکل فرومغناطیس نرم هستند و **در هستهٔ سیملوله‌ها و ساخت آهنرباهای الکتریکی کاربرد دارند** و آلیاژ آن‌ها مانند **فولاد و آلیاژهای آهن، کبالت و نیکل فرومغناطیس سخت هستند** و در **ساخت آهنرباهای دائمی** کاربرد دارند.

مواد دیامغناطیسی

اتم‌های مواد دیامغناطیسی نظیر **مس، نقره، سرب و بیسموت به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند**؛ به عبارت دیگر، هیچ‌یک از اتم‌های این مواد **دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند**. با این وجود، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی **در خلاف جهت میدان خارجی**، در این مواد شود (توسط آهنربا دفع می‌شوند).

القای خاصیت مغناطیسی

وقتی که مواد پارامغناطیسی یا فرومغناطیسی در میدان مغناطیسی قرار بگیرند، دوقطبی‌های آن‌ها همانند عقربهٔ مغناطیسی عمل کرده و در جهت میدان قرار می‌گیرند.بنابراین بر خاصیت مغناطیسی آن‌ها افزوده می‌شود و اثر آهنربایی از خود نشان می‌دهند.

اگر این میدان مغناطیسی حذف شود:

در مواد پارامغناطیسی، دوقطبی‌ها به وضعیت اولیه‌شان برمی‌گردند.

در مواد فرومغناطیسی نرم، حوزه‌ها به حالت اولیه برمی‌گردند.

در مواد فرومغناطیسی سخت، حوزه‌ها تقریباً در همین وضعیت باقی می‌مانند و حالت آهنربای دائم تشکیل می‌دهند.

۴۳- اتم‌های مواد اشاره‌شده در کدام گزینه، دارای دوقطبی خالص نیستند ولی حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی شود؟

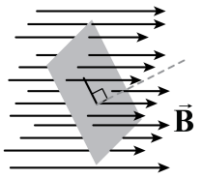
۱) مس، سدیم و نیکل ۲) مس، اکسیژن و کبالت ۳) مس، نقره و سرب ۴) نقره، سرب و اکسید نیتروژن

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۲ ـ ۱۱۰۳)

اتم‌های مواد دیامغناطیسی، نظیر **مس، نقره، سرب و بیسموت**، به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند. به عبارت دیگر، **هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند**. با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب **القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی**، در مواد دیامغناطیسی شود.

www.ArefOnline.ir

۴۴- مطابق شکل زیر، قاب رسانای مستطیلی‌شکلی به مساحت $8cm^2$، درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $2500G$ قرار دارد. اگر شار مغناطیسی گذرنده از این قاب برابر با $0/16mWb$ باشد، زاویهٔ بین قاب و خطوط میدان مغناطیسی چند درجه است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۳۰
۲) ۳۷
۳) ۵۳
۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

کلم اول

به کمک رابطهٔ شار مغناطیسی گذرنده از یک قاب رسانا داریم:

$$\Phi = BA\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\Phi}{BA} \xrightarrow[A=8cm^2=8\times10^{-4}\,m^2]{\Phi=0/16mWb=1/6\times10^{-4}\,Wb\ ,\ B=2500G=2/5\times10^{-1}T}$$

$$\cos\theta = \frac{1/6\times10^{-4}}{2/5\times10^{-1}\times8\times10^{-4}} = 0/8 \Rightarrow \theta = 37^\circ$$

کلم آخر

حالا که زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح قاب و خطوط میدان برابر با 37° است، پس زاویهٔ بین سطح قاب با خطوط میدان (α) برابر است با:

$$\alpha = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

سوتی‌های پرتکرار

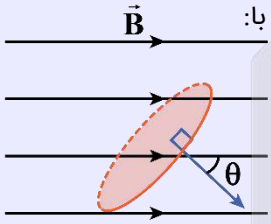
اگر به اشتباه، زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان رو به‌عنوان خواستهٔ سؤال در نظر بگیرید، در دام گزینهٔ (۲) می‌افتید!

تذکر

بچه‌ها حواستون باشه که در این تیپ تست‌ها به زاویهٔ داده‌شده یا خواسته‌شده دقت کنید. چرا که در رابطهٔ $\Phi = BA\cos\theta$، θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح قاب و خطوط میدان است و بالطبع متمم این زاویه، می‌شود زاویهٔ میان سطح قاب و خطوط میدان!

شار مغناطیسی

شار مغناطیسی، کمیتی **نرده‌ای** است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از پیچه‌ای عبور می‌کند، برابر است با:



$$\Phi = AB\cos\theta$$

Φ : شار مغناطیسی برحسب وبر (Wb)
A: مساحت برحسب متر مربع (m^2)
B: اندازهٔ میدان مغناطیسی برحسب تسلا (T)
θ : زاویهٔ خطوط میدان با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

نکات

۱- یکای وبر (Wb) معادل $T.m^2$ است.

۲- زاویهٔ خطوط میدان مغناطیسی با سطح حلقه (α) متمم زاویهٔ خطوط میدان مغناطیسی با نیم‌خط عمود بر سطح حلقه (θ) است. $(\theta = 90 - \alpha)$

۳- **بیشینهٔ** شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه هنگامی رخ می‌دهد که **خطوط میدان مغناطیسی بر سطح پیچه عمود باشند** $(\Phi_{max} = AB)$ و هنگامی‌که **سطح پیچه موازی خطوط میدان مغناطیسی** است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه **صفر** است.

۴- شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه به **تعداد حلقه‌های** پیچه بستگی **ندارد**.

www.ArefOnline.ir

۴۵- از یک سیم مسی به طول ۱۰m، سیملوله‌ای آرمانی به طول ۲۰cm با حلقه‌های نزدیک به هم چنان طراحی شده است که جریان بیشینه‌ای به شدت ۱/۵A می‌تواند از آن عبور کند. اگر با عبور این جریان از سیملوله، اندازهٔ میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر با ۱/۸G شود، با فرض این‌که میدان مغناطیسی داخل سیملوله یکنواخت باشد، شار مغناطیسی عبوری از هر حلقهٔ آن چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi=3, \mu_0=12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) 6×10^{-6} ۲) 6×10^{-5} ۳) $3/75\times10^{-6}$ ۴) $3/75\times10^{-5}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ⏱ ـ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

کام اول

با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله، تعداد حلقه‌های سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}\Rightarrow N=\frac{B\ell}{\mu_0 I}\xrightarrow[\mu_0=12\times10^{-7}\frac{T.m}{A}\ ,\ I=1/5A]{B=1/8G=1/8\times10^{-4}T\ ,\ \ell=20cm=0/2m} N=\frac{1/8\times10^{-4}\times0/2}{12\times10^{-7}\times1/5}=20$$

کام دوم

با توجه به این‌که سیملوله آرمانی است، با استفاده از تعداد حلقه‌های سیملوله، شعاع سطح مقطع سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$N=\frac{L}{2\pi r}\Rightarrow 20=\frac{10}{2\times3\times r}\Rightarrow r=\frac{10}{20\times2\times3}=\frac{1}{12}m$$

کام سوم

مساحت هر حلقهٔ سیملوله برابر است با:

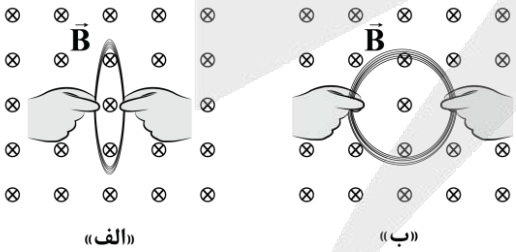
$$A=\pi r^2=3\times(\frac{1}{12})^2=\frac{1}{48}m^2$$

کام آخر

شار مغناطیسی عبوری از هر حلقهٔ سیملوله برابر است با:

$$\Phi=BA\cos\theta=1/8\times10^{-4}\times\frac{1}{48}\times\cos0^\circ=3/75\times10^{-6}\ Wb$$

۴۶- حلقه‌ای رسانا به مساحت $15cm^2$ مطابق شکل «الف»، درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $0/08T$ قرار دارد. اگر مطابق شکل «ب» و بدون تغییر میدان مغناطیسی $\vec{B}$، مساحت حلقه را در مدت‌زمان $0/5s$ به $25cm^2$ برسانیم، آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه در این مدت چند واحد SI می‌شود؟



«الف» «ب»

۱) $1/6\times10^{-3}$
۲) $0/16\times10^{-4}$
۳) $1/6\times10^{-2}$
۴) $0/16\times10^{-3}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

طبق رابطهٔ شار مغناطیسی گذرنده از یک قاب رسانا و با توجه به این‌که فقط مساحت حلقهٔ رسانا تغییر می‌کند، داریم:

$$\text{آهنگ تغییر شار}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B\cos\theta\Delta A}{\Delta t}\xrightarrow[\theta=0^\circ\ ,\ \Delta t=0/5s]{B=0/08T\ ,\ \Delta A=A_2-A_1=25-15=10cm^2=10^{-3}m^2}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{0/08\times1\times10^{-3}}{0/5}=0/16\times10^{-3}\ \frac{Wb}{s}$$

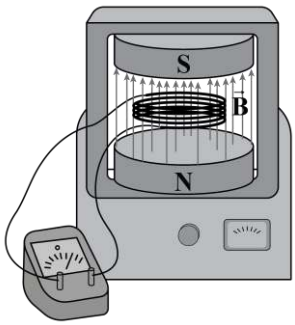
www.ArefOnline.ir

نکته

با تغییر هر یک از عوامل مساحت حلقهٔ رسانا، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت و زاویهٔ بین سطح حلقه و خطوط میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی عبوری از حلقهٔ رسانا تغییر می‌کند.

مثال

۴۷- پیچه‌ای رسانا شامل ۵۰۰ حلقه که مساحت هر حلقهٔ آن $20cm^2$ است، بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است. مقاومت الکتریکی پیچه 10Ω بوده و خطوط میدان مغناطیسی آهنربای الکتریکی بر سطح پیچه عمودند. اگر میدان در مدت‌زمان $0/15s$ از $0/18T$، رو به بالا به $0/12T$ رو به پایین برسد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط و اندازهٔ جریان القایی متوسط در پیچه برحسب SI، به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۱) ۱ و ۰/۱

۲) ۲ و ۰/۲

۳) ۳ و ۰/۳

۴) ۴ و ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

کلام اول

ابتدا تغییرات شار مغناطیسی ناشی از تغییرات اندازه و جهت میدان را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\Phi_1 = AB_1\cos\theta_1 \xrightarrow{A=20cm^2=2\times10^{-3}m^2\ ,\ B_1=0/18T\ ,\ \theta_1=0^\circ} \Phi_1 = 2\times10^{-3}\times0/18\times1 = 0/36\times10^{-3}Wb \\ \Phi_2 = AB_2\cos\theta_2 \xrightarrow{A=2\times10^{-3}m^2\ ,\ B_2=0/12T\ ,\ \theta_2=180^\circ} \Phi_2 = 2\times10^{-3}\times0/12\times(-1) = -0/24\times10^{-3}Wb\end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = -0/24\times10^{-3} - 0/36\times10^{-3} = -0/6\times10^{-3}Wb$$

کلام آخر

اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه برابر است با:

$$|\varepsilon_{av}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-500\times\frac{-0/6\times10^{-3}}{0/15}\right| = 2V$$

اندازهٔ جریان القایی متوسط در پیچه برابر است با:

$$I_{av} = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{2}{10} = 0/2A$$

قانون فاراده

هرگاه شار مغناطیسی عبوری از یک حلقهٔ رسانا تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در حلقه القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه متناسب است.

تغییر شار مغناطیسی در یک حلقه ← ایجاد نیروی محرکهٔ القایی ← ایجاد جریان القایی

نیروی محرکهٔ القایی متوسط بنابر قانون فاراده برای پیچه یا سیملوله‌ای که از N حلقهٔ مشابه تشکیل شده باشد از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ε_{av} : نیروی محرکهٔ القایی متوسط برحسب ولت (V)

N: تعداد حلقه

$\Delta\Phi$: تغییر شار مغناطیسی برحسب وبر (Wb)

Δt : مدت‌زمان تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه برحسب ثانیه (s)

www.ArefOnline.ir

نکته

در این رابطه نیروی محرکهٔ القایی متوسط برحسب **ولت** است که یک ولت، معادل **وبر بر ثانیه** است.

تذکر

علامت منفی در این رابطه، مخالفت نیروی محرکهٔ القایی متوسط با تغییر شار مغناطیسی عبوری از پیچه را نشان می‌دهد.

جریان القایی در یک پیچه با تغییر شار مغناطیسی عبوری از آن

اگر نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه برابر با ε_{av} و مقاومت الکتریکی حلقه R باشد، اندازهٔ جریان القایی متوسط در حلقه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

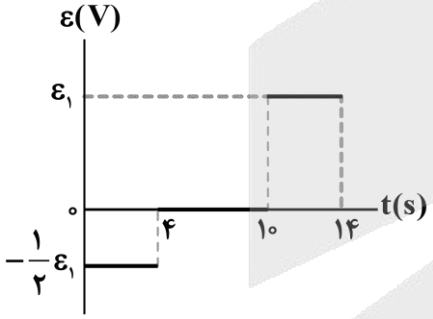
$$I_{av}=\frac{|\varepsilon_{av}|}{R}=\left|-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

بار الکتریکی خالص شارش‌یافته در پیچهٔ رسانایی با مقاومت الکتریکی R در اثر تغییر شار مغناطیسی عبوری از آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta q=I_{av}\Delta t=\left|-\frac{N}{R}\Delta\Phi\right|$$

مثال

۴۸- **شکل زیر، نمودار نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان در یک پیچه با ۵۰ حلقه و مقاومت الکتریکی ۶Ω را نشان می‌دهد. اگر اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=10s$ برابر با ۱۲V باشد، تعداد الکترون‌های القایی شارش‌یافته در پیچه در بازهٔ زمانی $t=10s$ تا $t=14s$ چقدر است؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$)**



۱) 5×10^{20}

۲) 5×10^{19}

۳) $2/5\times10^{20}$

۴) $2/5\times10^{19}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ استدلالی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

کلم اول

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار نیروی محرکه - زمان و محور زمان برابر با قدر مطلق حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌ها در تغییر شار مغناطیسی است، بنابراین در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=10s$ داریم:

$$N\times|\Delta\Phi_{0-10s}|=S_{0-10s}=S_{0-4s}+\cancel{S_{4s-10s}}=S_{0-4s}\Rightarrow N\times|\Delta\Phi_{0-10s}|=4\times\frac{1}{2}\varepsilon_1=2\varepsilon_1$$

$$|\varepsilon_{av_{0-10s}}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi_{0-10s}}{\Delta t}\right|=N\frac{|\Delta\Phi_{0-10s}|}{\Delta t}\Rightarrow 12=\frac{2\varepsilon_1}{10}\Rightarrow\varepsilon_1=60V$$

کلم دوم

در بازهٔ زمانی $t=10s$ تا $t=14s$ داریم:

$$N\times|\Delta\Phi_{10s-14s}|=S_{10s-14s}=(14-10)\times\varepsilon_1=4\times60=240Wb$$

اندازهٔ بار القایی شارش‌یافته در بازهٔ زمانی $t=10s$ تا $t=14s$ برابر است با:

$$|\Delta q|=N\frac{|\Delta\Phi_{10s-14s}|}{R}=\frac{240}{6}=40C$$

www.ArefOnline.ir

کلم آخر

تعداد الکترون‌های القایی شارش‌یافته در پیچه در بازهٔ زمانی $t=۱۰s$ تا $t=۱۴s$ را به کمک رابطهٔ $|\Delta q|=ne$ به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{|\Delta q|}{e}=\frac{۴۰}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۲/۵\times۱۰^{۲۰}$$

نکته

مقدار بار شارش‌یافته در پیچه به مدت‌زمان تغییر شار مغناطیسی، بستگی ندارد و تنها به بزرگی تغییرات شار مغناطیسی وابسته است.

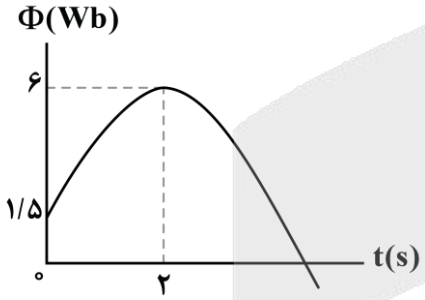
نمودار نیروی محرکهٔ القایی متوسط برحسب زمان

مساحت محصور بین نمودار و محور زمان برابر با حاصل‌ضرب تعداد حلقه‌های آن پیچه (سیملوله) در اندازهٔ تغییرات شار مغناطیسی عبوری از آن پیچه در آن مدت‌زمان است $S=|N\Delta\Phi|$

تذکر

اگر این مساحت بالای محور زمان باشد، تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در آن بازهٔ زمانی، منفی است و اگر این مساحت پایین محور زمان باشد، تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از حلقه در این بازهٔ زمانی، مثبت است.

۴۹- نمودار شار مغناطیسی عبوری از حلقه‌ای رسانا مطابق سهمی نشان‌داده‌شده در شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این حلقه در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۴s$ چند ولت است؟



۱) ۱/۵
۲) ۴/۵
۳) ۲/۲۵
۴) ۰/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

کلم اول

با توجه به اطلاعات روی نمودار، ابتدا معادلهٔ شار - زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\Phi=a(t-t_{رأس})^{۲}+\Phi_{رأس}=a(t-۲)^{۲}+۶\xrightarrow{t=۰\Rightarrow\Phi=۱/۵Wb}۱/۵=a(۰-۲)^{۲}+۶$$

$$\Rightarrow -۴/۵=۴a\Rightarrow a=-\frac{۹}{۸}\Rightarrow\Phi=-\frac{۹}{۸}(t-۲)^{۲}+۶$$

کلم دوم

در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۴s$، تغییرات شار مغناطیسی عبوری از حلقه برابر است با:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow\Phi_۱=۶Wb\\ t_۲=۴s\Rightarrow\Phi_۲=-\frac{۹}{۸}(۴-۲)^{۲}+۶=-\frac{۹}{۲}+۶Wb\end{cases}\Rightarrow\Delta\Phi=\Phi_۲-\Phi_۱=-\frac{۹}{۲}+۶-۶=-\frac{۹}{۲}Wb$$

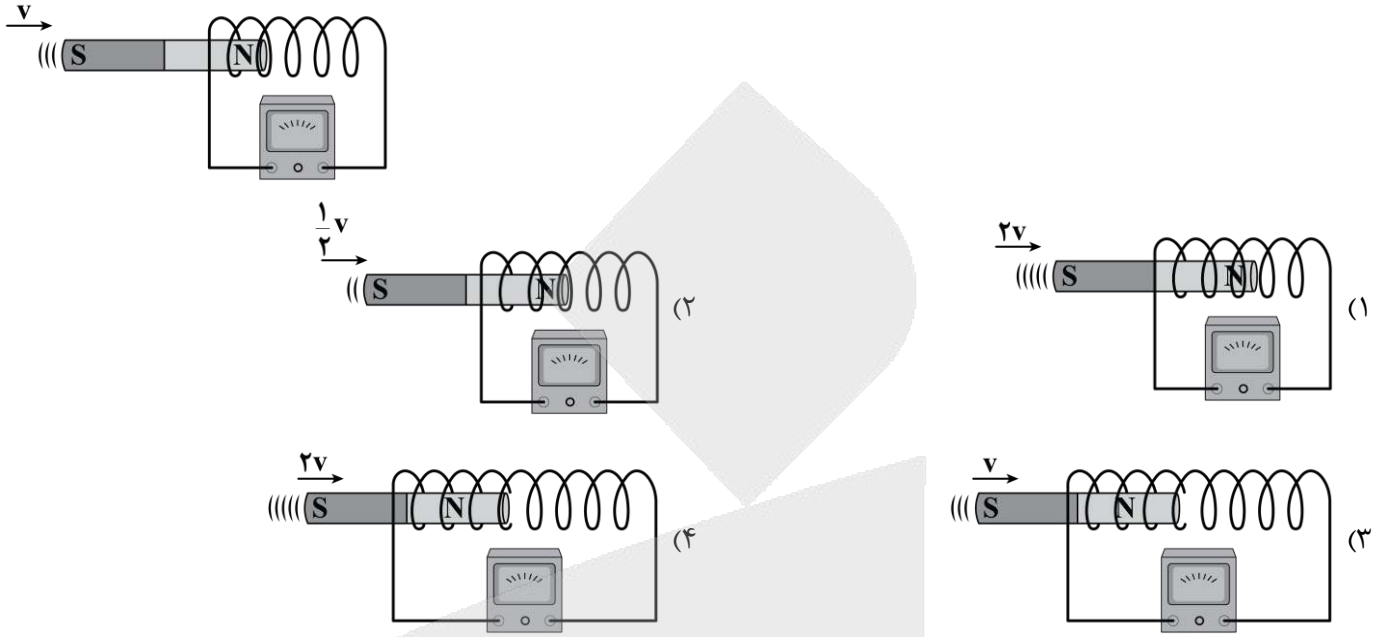
کلم آخر

بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه را به‌دست می‌آوریم:

$$|\varepsilon_{av}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\left|-۱\times\frac{-\frac{۹}{۲}}{۲}\right|=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵V$$

www.ArefOnline.ir

۵۰- مطابق شکل زیر، آهنربایی میله‌ای را با تندی ثابت v وارد یک سیملوله می‌کنیم و ولت‌سنج حساس، نیروی محرکهٔ القایی در سیملوله را نشان می‌دهد. تغییرات نشان‌داده‌شده در کدام‌یک از گزینه‌ها، باعث بیشترین افزایش در مقدار نشان‌داده‌شده توسط ولت‌سنج حساس می‌شود؟ (آهنرباها مشابه بوده و مساحت حلقه‌ها در تمام سیملوله‌ها یکسان است.)



پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

برای حل این تست به دو تا نکته باید دقت کنیم:

۱) هرچه تندی حرکت آهنربا بیشتر باشد، تغییرات شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله در مدت‌زمان کمتری رخ می‌دهد ($\Delta t \downarrow$) و طبق رابطهٔ $|\varepsilon_{av}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیملوله افزایش می‌یابد ($|\varepsilon_{av}| \uparrow$).

۲) هرچه تعداد حلقه‌های سیملوله بیشتر باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیملوله نیز بیشتر می‌شود، زیرا $|\varepsilon_{av}|$ متناسب با N است.

حالا به کمک این دو نکته متوجه می‌شویم در گزینهٔ (۴) هم تندی حرکت آهنربا و هم تعداد حلقه‌های سیملوله افزایش یافته‌اند، پس **اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیملولهٔ گزینهٔ (۴)، افزایش بیشتری نسبت به سایر گزینه‌ها خواهد داشت.**

نکته

۱- هر چه تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک سیملوله(پیچه) سریع‌تر رخ دهد و همین طور تعداد حلقه‌ها بیشتر باشد، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه بیشتر خواهد بود.

۲- هرچه مقاومت الکتریکی پیچه(سیملوله) که شار مغناطیسی عبوری از آن تغییر می‌کند، بیشتر باشد، جریان کوچک‌تری در آن القا می‌شود.

www.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی این آزمون

در پی غذای سالم (از ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش از دیدگاه کمّی تا پایان فصل)
پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر (از ابتدای فصل تا انتهای الیاف و درشت مولکول‌ها)
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۴

سهم در کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) همه درشت مولکول‌ها، پلیمر هستند.
۲) ذرات سازنده همه بسپارها، مولکول‌ها هستند.
۳) نیروی بین مولکولی در آب قوی‌تر از روغن زیتون است.
۴) هیچ ماده با تعداد اتم کم در یک مولکول، حالت جامد ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۱۰۳ ـ ۱۱۰۳)

مواد مولکولی بر اساس جرم مولی و تعداد اتم‌ها به دو دسته **درشت** مولکول و مولکول‌های **کوچک** تا **متوسط** تقسیم می‌شوند. همچنین خود درشت مولکول‌ها نیز بر اساس وجود یا عدم وجود بخش تکرارشونده به دو دسته **پلیمری** و غیر **پلیمری** تقسیم خواهند شد. پس هر **پلیمری** (بسپار) جزء **ترکیبات مولکولی** بوده و ذرات سازنده آن، مولکول‌ها هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برخی درشت مولکول‌ها در ساختار خود بخش **تکرارشونده ندارند** و به همین دلیل **پلیمر نیستند**، یکی از این مواد **روغن زیتون** است. این ماده با این که درشت مولکول بوده، ولی به دلیل نداشتن واحد تکرارشونده، پلیمر نیست. در واقع در ساختار این ماده بخش‌های تکراری دیده نمی‌شوند اما به علت تعداد بالای اتم‌های موجود در ساختار آن، درشت مولکول به حساب می‌آید. تنها ماده درشت مولکول غیر پلیمر مطرح‌شده در کتاب درسی، روغن زیتون است.

۳) روغن زیتون یک درشت مولکول بوده و جرم مولی **بسیار زیادی** دارد در مقابل اما، آب مولکول **کوچکی** دارد. نیروی بین مولکولی در درشت مولکول‌ها نسبت به سایر ترکیبات مولکولی با مولکول‌های کوچک تا متوسط، بسیار **بیشتر** بوده و این امر موجب بیشتر بودن نقطه جوش آن‌ها نیز می‌شود.

۴) عنصر **ید** یک ماده مولکولی دو اتمی است که **جامدی بنفش‌رنگ** می‌باشد.

مواد مولکولی

مواد مولکولی، موادی هستند که ذره‌های تشکیل‌دهنده آن‌ها مولکول‌ها هستند. این مواد به دو دسته کوچک مولکول و درشت مولکول تقسیم‌بندی می‌شوند.
۱) کوچک مولکول‌ها اتم‌های سازنده کمی دارند؛ در نتیجه جرم مولی آن‌ها کم تا متوسط است. از جمله کوچک مولکول‌ها می‌توان به کربن‌دی‌اکسید، آب، متان، برخی هیدروکربن‌ها و ... اشاره کرد.
۲) درشت مولکول‌ها، اتم‌های سازنده زیادی دارند و درنتیجه جرم مولی آن‌ها زیاد بوده و نیروی بین‌مولکولی بیشتری نسبت به مولکول‌های کوچک دارند که به همین علت در دمای اتاق اغلب به حالت جامد هستند. برخی از درشت مولکول‌ها دارای واحد تکرارشونده هستند و پلیمر یا بسپار نام دارند. (مانند پروتئین موجود در پشم و ابریشم، انسولین، سلولز، نشاسته، پلی اتن، نایلون و ...) اما برخی درشت مولکول‌ها واحد تکرارشونده ندارند و پلیمر نیستند. تنها درشت مولکول غیر پلیمری مطرح‌شده در کتاب درسی، روغن زیتون است.

www.ArefOnline.ir

۵۲- کدام مورد درست است؟

۱) الیافی که دومین فراوانی را در بین الیاف تولیدشده در جهان دارند، در تهیهٔ رویهٔ مبل، پرده و گاز استریل استفاده می‌شوند.

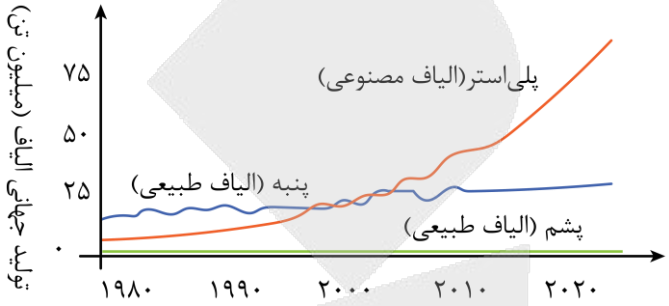
۲) انسان با بهره‌مندی از هوش و تجربه‌های برگرفته از طبیعت توانست نخستین پوشش خود را از بافت‌های گیاهی تهیه کند.

۳) در سال ۲۰۱۴ میلادی نزدیک به صد میلیون تن الیاف ساختگی در جهان تولید و مصرف شده است.

۴) روند تولید الیاف پلی‌استری همانند الیاف پشمی در طی سال‌های اخیر، افزایشی بوده است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۰۱ ـ ۱۱۰۳)

مطابق نمودار زیر، در طی سال‌های گذشته بیشتر الیاف تولیدشده در جهان مربوط به الیاف پلی‌استر و سپس الیاف پنبه بوده است:



روند تولید الیاف در سالیان اخیر

از سال ۱۹۸۰ تا به الان، تولید الیاف نخی و پلی‌استری افزایش پیدا کرده است اما میزان تولید الیاف پشمی، در طول این سال‌ها نسبتاً ثابت بوده است. همچنین شیب روند افزایش تولید الیاف پلی‌استری نیز تندتر از شیب روند افزایش تولید الیاف پنبه‌ای بوده است که موجب پیشی گرفتن الیاف پلی‌استری از الیاف پنبه‌ای شده است.

الیاف پنبه (نخی) که در طی سال‌های اخیر **دومین** فراوانی را در بین الیاف تولید شده در جهان دارند، در تهیهٔ رویهٔ مبل، پرده، تور ماهیگیری، گاز استریل و ... استفاده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) انسان با بهره‌مندی از هوش و تجربه‌های برگرفته از طبیعت توانست نخستین پوشش خود را از پشم، مو و پوست جانوران تهیه کند. او با گذشت زمان از بافت‌های گیاهی نیز برای پوشش خود استفاده کرد.

بافت‌های گیاهی ← بافت‌های جانوری مثل پشم، مو و پوست ← ترتیب پوشش‌های انسان

۳) در سال ۲۰۱۴ میلادی نزدیک به صد میلیون تن الیاف (نه فقط ساختگی) در جهان تولید و مصرف شده است.

۴) روند تولید الیاف پلی‌استری برخلاف الیاف پشمی در طی سال‌های اخیر، افزایشی بوده است.

۵۳- کدام‌یک از موارد زیر نادرست هستند؟

الف ـ حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

ب ـ آب، اتان، کربن مونوکسید و آلومینیم اکسید، جزء مواد مولکولی هستند.

ج ـ نشاستهٔ گندم و انسولین درشت مولکول بوده و دارای واحدهای تکرارشونده در ساختار خود هستند.

د ـ هر مولکول سلولز از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز ایجاد شده و شمار اتم‌های هر مولکول گلوکز، بسیار زیاد است.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۱۰۲ ـ ۱۱۰۳)

موارد «ب» و «د» نادرست هستند.

www.ArefOnline.ir

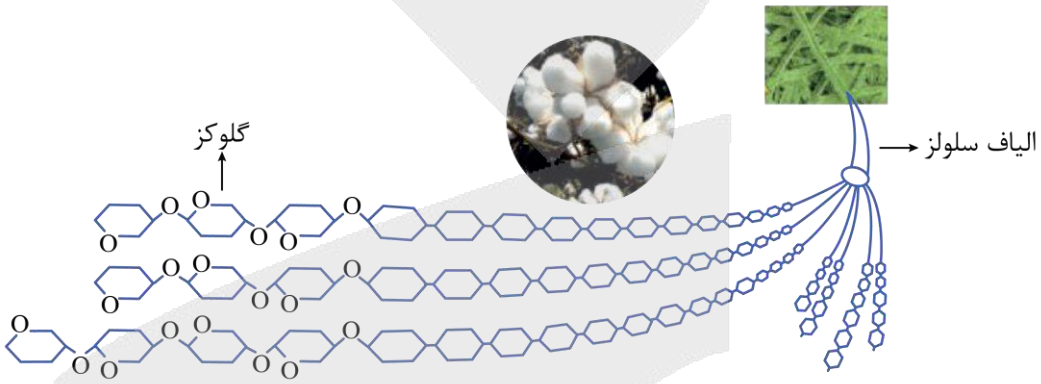
بررسی موارد:

الف) آمارها نشان می‌دهند که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شوند.

ب) آب، اتان و کربن مونوکسید، هر سه مادهٔ مولکولی هستند؛ زیرا ذرّه‌های سازندهٔ آن‌ها مولکول‌ها هستند. امّا آلومینیوم اکسید (Al_2O_3) یک ترکیب یونی است و ذرّه‌های سازندهٔ آن یون‌ها هستند.

ج) مولکول نشاستهٔ گندم همانند مولکول انسولین **بسیار بزرگ** است به‌طوری‌که شمار اتم‌های آن‌ها به ده‌ها هزار می‌رسد، از این رو یک درشت مولکول هستند. از آنجا که نشاستهٔ گندم همانند انسولین یک پلیمر بوده، هر دو دارای واحدهای تکرارشونده در ساختار خود هستند.

د) شکل زیر ساختار سلولز را نمایش می‌دهد:



هر مولکول سلولز از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شود. با این توصیف شمار اتم‌های سازندهٔ هر مولکول سلولز (نه گلوکز)، بسیار زیاد بوده و اندازهٔ مولکول آن بزرگ است. گلوکز یک مولکول با شمار اتم کم می‌باشد.

ماز

۵۴- اگر مراحل تولید لباس از الیاف آن به‌صورت زیر باشد، به‌ترتیب نام مادهٔ B و نام فرایند A کدام است؟

«الیاف $\xrightarrow{\text{ریسندگی}}$ B ← X ← پارچهٔ آمادهٔ استفاده $\xleftarrow{A}$ لباس»

۱) نخ ـ بافندگی ۲) پارچهٔ خام ـ بافندگی ۳) نخ ـ دوزندگی ۴) پارچهٔ خام ـ دوزندگی

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۰۱ ـ ۱۱۰۳)

مراحل تولید لباس از الیاف پنبه به‌صورت زیر است:

در نتیجه فرایند A، دوزندگی و نام مادهٔ B نخ است.

پوشاک

انسان در گذشته از مواد طبیعی مانند پشم گوسفند و شتر، پوست، چرم، پنبه و ... پوشاک خود را تأمین می‌کرد. با گذشت زمان و افزایش جمعیت روش‌های سنتی پاسخگوی نیازهای جامعه نبود. به همین دلیل صنعت نساجی به شکل امروزه پدیدار شد. موفقیت صنعت نساجی در گرو تأمین الیاف مورد نیاز بود. پنبه، از سلولز تشکیل شده که خود سلولز نیز از گلوکز با فرمول $C_6H_{12}O_6$ تشکیل می‌شود. از پنبه علاوه بر تولید پوشاک، در تهیه رویه مبل، پرده، تور ماهیگیری، گاز استریل و ... استفاده می‌شود.

ماز

www.ArefOnline.ir

۵۵- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد اکسیدهای گوگرد نادرست است؟

۱) یکی از عوامل باران اسیدی، اکسیدی با تعداد اتم‌های اکسیژن بیشتر است.

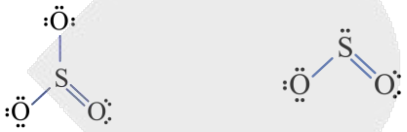
۲) میانگین آنتالپی پیوندهای میان گوگرد و اکسیژن در گوگرد دی‌اکسید بیشتر است.

۳) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در گوگرد دی‌اکسید کمتر است.

۴) اگر واکنش $2SO_2 + O_2 \longrightarrow 2SO_3$ گرماده باشد، گوگرد تری‌اکسید پایدارتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۰ ـ ۱۱۰۲)

گوگرد **دو** اکسید شناخته‌شده دارد؛ **گوگرد دی‌اکسید** (SO_2) و **گوگرد تری‌اکسید** (SO_3). ساختار این دو ماده به‌صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در این دو ماده یکسان و برابر $\frac{۳}{۶} = \frac{۴}{۸} = ۰/۵$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یکی از آلاینده‌های هوا که باعث **تولید باران اسیدی** می‌شود، گاز **گوگرد تری‌اکسید** است که مطابق واکنش زیر تولید می‌شود:

$$2SO_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2SO_3(g)$$

۲) مطابق ساختار این دو ماده، در گوگرد دی‌اکسید یک پیوند دوگانه و یک پیوند یگانه وجود دارد، درحالی‌که در گوگرد تری‌اکسید یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه وجود دارد. پس تعداد پیوندهای **قوی‌تر** در دو ماده یکسان و تعداد پیوندهای **ضعیف‌تر** در گوگرد دی‌اکسید کمتر است. پس به‌طور میانگین پیوندها در گوگرد دی‌اکسید آنتالپی پیوند **بیشتری** داشته و **قوی‌تر** هستند.

۴) در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها **کمتر** از واکنش‌دهنده‌ها بوده و به همین علت فراورده‌ها **پایدارتر** هستند. بنابراین بر اساس واکنش گرماده **بالا**، **گوگرد تری‌اکسید** (فراورده) پایدارتر از **گوگرد دی‌اکسید** (واکنش‌دهنده) است.

۵۶- مقداری نیتروژن دی‌اکسید در یک ظرف سربسته به عناصر سازنده تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط مصرف NO_2 در ۱۰۰ ثانیه آغازین واکنش برابر ۱/۸ مول بر دقیقه باشد، در پایان ثانیه صدم، چند مولکول نیتروژن در ظرف واکنش وجود دارد؟

۱) $1/806 \times 10^{23}$ ۲) $9/03 \times 10^{23}$ ۳) $1/806 \times 10^{24}$ ۴) $9/03 \times 10^{24}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۸۹ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه‌شده واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$2NO_2(g) \longrightarrow 2O_2(g) + N_2(g)$$

راه‌حل مسئله

تعداد مولکول‌های گاز نیتروژن تولیدشده را با استفاده از مقدار گاز نیتروژن دی‌اکسید مصرف‌شده محاسبه می‌کنیم. مقدار نیتروژن دی‌اکسید مصرف‌شده را نیز از سرعت مصرف این ماده به‌دست می‌آوریم.

ابتدا با استفاده از سرعت متوسط مصرف NO_2 مقدار مصرف‌شده این گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{R}_{NO_2} = \frac{-\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow ۱/۸\ mol.min^{-۱} = \frac{-\Delta n}{۱۰۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} \Rightarrow -\Delta n = ۳\ mol$$

حال تعداد مولکول‌های گاز نیتروژن تولیدشده را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$?\ molecule\ N_2 = ۳\ mol\ NO_2 \times \frac{۱\ mol\ N_2}{۲\ mol\ NO_2} \times \frac{۶/۰۲ \times 10^{23}\ molecule\ N_2}{۱\ mol\ N_2} = ۹/۰۳ \times 10^{23}\ molecule$$

پس در ظرف واکنش در پایان ثانیه صدم، $9/03 \times 10^{23}$ مولکول نیتروژن وجود دارد.

www.ArefOnline.ir

۵۷- در یک واکنش شیمیایی، مواد گازی A، B و X شرکت دارند و رابطهٔ $\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta n(A)}{۲\Delta t} = \frac{\Delta n(B)}{۳\Delta t} = \frac{\Delta n(X)}{\Delta t}$ در آن برقرار است. اگر پس از گذشت ۷۰ ثانیه از ابتدای واکنش ۷۸/۴ لیتر فراورده در شرایط استاندارد تولید شود، سرعت متوسط واکنش در طول این بازهٔ زمانی برابر چند مول بر دقیقه است؟

۱) ۳ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

راه‌حل مسئله

برای محاسبه سرعت واکنش ابتدا باید ضریب ماده مورد نظر را در واکنش موازنه‌شده محاسبه کنیم و سپس مقدار یکی از فراورده‌های تولیدشده را به‌دست آوریم.

از آنجا که نسبت مربوط به مادهٔ A علامت منفی دارد ولی نسبت مربوط به دو مادهٔ دیگر علامت مثبت دارد، می‌توان فهمید مادهٔ A واکنش‌دهنده و مواد B و X فراوردهٔ واکنش هستند. همچنین با توجه به ضریب موجود در مخرج کسرها، ضریب این مواد نیز در معادله واکنش مشخص است:

$$۲A(g) \rightarrow ۳B(g) + X(g)$$

حال از آنجا که ۷۸/۴ لیتر فراورده در مدت زمان ۷۰ ثانیه تولید شده است، مقدار (مول) گاز X تولیدشده برابر است با:

$$?\ mol\ X = ۷۸/۴\ L\ \text{فراورده} \times \frac{۱\ mol\ \text{فراورده}}{۲۲/۴\ L\ \text{فراورده}} \times \frac{۱\ mol\ X}{۴\ mol\ \text{فراورده}} = \frac{۷}{۸}\ mol$$

با توجه به این‌که ضریب استوکیومتری مادهٔ X برابر ۱ است، سرعت متوسط واکنش برابر با سرعت متوسط تولید این ماده خواهد بود:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_X = \frac{\Delta n(X)}{\Delta t} = \frac{\frac{۷}{۸}\ mol}{۷۰s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} = ۰/۷۵\ mol.min^{-۱}$$

در نتیجه سرعت متوسط واکنش در طول بازهٔ زمانی مورد نظر برابر با **۰/۷۵ مول بر دقیقه** است.

۵۸- **۷۲ گرم گاز گوگرد دی‌اکسید مطابق واکنش $۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g)$ می‌سوزد. اگر پس از گذشت ۵۰ ثانیه از ابتدای واکنش، جرم گاز گوگرد دی‌اکسید باقی‌مانده با جرم گاز تولیدشده برابر شود، سرعت متوسط واکنش در طول این بازهٔ زمانی برابر با چند مول بر دقیقه است؟** $(O = ۱۶, S = ۳۲: g.mol^{-۱})$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۶ ۴) ۱/۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن گوگرد دی‌اکسید به‌صورت زیر است:

$$۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g)$$

راه‌حل مسئله

برای حل این مسئله باید مقدار گوگرد دی‌اکسید مصرف‌شده، تا رسیدن به جرم برابر گوگرد دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید را محاسبه کنیم و به کمک آن سرعت انجام واکنش را مشخص کنیم.

از آنجا که در ابتدای واکنش ۷۲ گرم گاز گوگرد دی‌اکسید ($\frac{۷۲}{۶۴}$ مول) وارد واکنش شده است و پس از گذشت ۵۰ ثانیه از ابتدای واکنش جرم گاز گوگرد دی‌اکسید باقی‌مانده با جرم گاز گوگرد تری‌اکسید تولیدشده برابر شده است، داریم:

$$۲SO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۳(g)$$

شمار مول در ابتدای واکنش :	$\frac{۷۲}{۶۴}$	۰
شمار مول در ثانیهٔ ۵۰ واکنش :	$\frac{۷۲}{۶۴} - ۲x$	$۲x$

www.ArefOnline.ir

چون جرم گاز گوگرد دی‌اکسید باقی‌مانده با جرم گاز گوگرد تری‌اکسید تولیدشده برابر است، جرم این دو ماده را برابر قرار می‌دهیم:

$$m_{\text{گوگرد دی‌اکسید}} = m_{\text{گوگرد تری‌اکسید}} \Rightarrow \left(\frac{۷۲}{۶۴} - ۲x\right) \times ۶۴ = ۲x \times ۸۰ \Rightarrow ۷۲ - ۱۲۸x = ۱۶۰x \Rightarrow ۲۸۸x = ۷۲$$
$$\Rightarrow x = ۰/۲۵\ mol$$

در نهایت سرعت متوسط واکنش را در این بازهٔ زمانی به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{SO_۲}}{۲} = -\frac{\Delta n(SO_۲)}{۲ \times \Delta t} = -\frac{(-۲x)\ mol}{۲ \times ۵۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} = -\frac{(-۰/۵)\ mol}{\frac{۱۰}{۶}\ min} = ۰/۳\ mol.min^{-۱}$$

در نتیجه سرعت متوسط واکنش برابر با **۰/۳ مول بر دقیقه** است.

۵۹- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) با اکسایش هر مول چربی موجود در کوهان شتر، ۱۱۴ مول $CO_۲$ تولیدشده و آب و انرژی مورد نیاز حیوان تأمین می‌شود.
۲) در برخی واکنش‌ها سرعت انجام واکنش برابر با سرعت تولید یا مصرف هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش نخواهد بود.
۳) استفاده از بازدارنده در یک واکنش شیمیایی سرعت واکنش و در نتیجه مقدار نهایی فراورده‌های تولیدشده را کاهش می‌دهد.
۴) اگر فردی نیاز فوری به انرژی داشته باشد، خوردن ماده غذایی چرب نسبت به ماده غذایی پر کربوهیدرات برای او مناسب‌تر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۸ ـ ۱۰۲)

رابطه میان سرعت متوسط یک ماده و سرعت متوسط واکنش به‌صورت زیر است:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{ماده}}}{\text{ضریب}}$$

پس برای آن که سرعت یک واکنش با یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش **برابر** باشد، باید ضریب آن ماده برابر **یک** باشد. در برخی واکنش‌ها ضریب هیچ‌یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش **برابر یک نیست**. به‌عنوان مثال در واکنش تولید **اوزون** از اکسیژن ضریب **اوزون ۲** و ضریب **اکسیژن ۳** است و سرعت واکنش با هیچ‌کدام از این دو ماده برابر نخواهد بود:

$$۳O_۲(g) \longrightarrow ۲O_۳(g)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با **اکسایش چربی** موجود در **کوهان شتر** علاوه بر **آب** مورد نیاز حیوان، **انرژی لازم** برای فعالیت‌های این جانور تأمین می‌شود. واکنش اکسایش این چربی به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶(s) + ۱۶۳O_۲(g) \longrightarrow ۱۱۴CO_۲(g) + ۱۱۰H_۲O(l) + ۷۵۵۲۰kJ$$

به‌طور کلی در واکنش سوختن یک مول ترکیب آلی nکربنه، n مول کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود. پس در واکنش اکسایش یک مول از این چربی ۵۷کربنه، ۵۷ مول کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود.

۳) بازدارنده‌ها موجب **کاهش** سرعت واکنش می‌شوند اما تأثیری بر مقدار فراورده در انتهای واکنش **ندارند**. در واقع تنها کاهش مقدار واکنش‌دهنده‌ها بر روی مقدار فراورده نهایی تأثیرگذار است و موجب **افزایش** یا **کاهش** آن می‌شود.

۴) اگر بدن فردی نیاز فوری به تأمین انرژی داشته باشد باید از خوراکی‌هایی استفاده شود که میزان **کربوهیدرات** بیشتری دارند؛ زیرا کربوهیدرات‌ها **به سرعت** به **قند خون** تبدیل می‌شوند. همچنین مواد چرب به علت **ارزش سوختی بیشتر**، برای تأمین انرژی فعالیت‌های فیزیکی که در مدت **طولانی‌تری** انجام می‌شوند، **مناسب‌تر** هستند.

www.ArefOnline.ir

۶۰- **یکی از الگوهای کاهش ردپای غذا ..... بوده که با اصل ..... از اصول شیمی سبز همخوانی بیشتری دارد.**

۱) استفاده از غذاهای بومی و فصلی ـ کاهش مصرف انرژی

۲) استفاده از غذاهای بومی و فصلی ـ کاهش تولید زباله و پسماند

۳) کاهش مصرف گوشت و لبنیات ـ کاهش مصرف انرژی

۴) کاهش مصرف گوشت و لبنیات ـ کاهش تولید زباله و پسماند

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۹۵ ـ ۱۱۰۲)

استفاده از غذاهای **بومی** و **فصلی** در الگوی کاهش ردپای غذا، بیانی از کاهش مصرف انرژی از **اصول شیمی سبز** است. در جدول زیر هر یک از الگوهای کاهش ردپای غذا مقابل اصلی از شیمی سبز قرار دارد که با آن همخوانی بیشتری دارد.

اصل شیمی سبز	الگوی کاهش ردپای غذا منطبق با اصول شیمی سبز
کاهش مصرف انرژی	استفاده از غذاهای بومی و فصلی
کاهش تولید زباله و پسماند	خرید به اندازه نیاز
طراحی مواد و فراورده‌های شیمیایی سالم‌تر	کاهش مصرف غذاهای فراوری‌شده
کاهش ورود مواد شیمیایی ناخواسته به محیط زیست	کاهش مصرف گوشت و لبنیات

ماز

۶۱- **در واکنش کلسیم اکسید با ۲/۵ مول گاز کربن‌دی‌اکسید در یک ظرف سربسته، هر دقیقه فشار گاز ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. سرعت متوسط مصرف کلسیم اکسید در مجموع دقیقه دوم و سوم این واکنش برابر چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟**

$(O = ۱۶, Ca = ۴۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۳۳۶ ۲) ۴۲۰ ۳) ۶۷۲ ۴) ۸۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۸۹ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$CaO(s) + CO_۲(g) \longrightarrow CaCO_۳(s)$$

راه‌حل مسئله

برای حل این مسئله باید مقدار کربن‌دی‌اکسید مصرف‌شده در دقیقه دوم و سوم را محاسبه کنیم. به این منظور با توجه به کاهش ۲۰ درصدی فشار و در نتیجه مقدار گاز درون ظرف، مقدار گاز درون ظرف ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. پس مقدار گاز کربن‌دی‌اکسید مصرف‌شده در ثانیه‌های اول، دوم و سوم مشخص می‌شود. در نهایت جرم کلسیم اکسید و در نتیجه سرعت متوسط مصرف آن را در دقیقه‌های دوم و سوم محاسبه می‌کنیم.

با توجه به قانون گازها در حجم و دمای ثابت، فشار گاز تنها با مقدار آن گاز رابطه مستقیم دارد. پس اگر هر دقیقه ۲۰ درصد از فشار گاز درون ظرف کم می‌شود، به معنای آن است که هر دقیقه ۲۰ درصد از مقدار گاز موجود در ظرف کاهش و مقدار گاز به ۸۰ درصد می‌رسد. پس داریم:

زمان (دقیقه)	۰	۱	۲	۳
مقدار $CO_۲$ مصرف‌شده (mol)	۰	$۲/۵ \times ۰/۲ = ۰/۵$	$۲ \times ۰/۲ = ۰/۴$	$۱/۶ \times ۰/۲ = ۰/۳۲$
مقدار $CO_۲$ باقی‌مانده (mol)	۲/۵	$۲/۵ \times ۰/۸ = ۲$	$۲ \times ۰/۸ = ۱/۶$	$۱/۶ \times ۰/۸ = ۱/۲۸$

پس در دقیقه دوم و سوم در مجموع ۰/۷۲ مول گاز $CO_۲$ مصرف‌شده است. بر این اساس جرم کلسیم اکسید مصرف‌شده در این بازه را به‌دست می‌آوریم:

$$?\, g\ CaO = ۰/۷۲\ mol\ CO_۲ \times \frac{۱\ mol\ CaO}{۱\ mol\ CO_۲} \times \frac{۵۶\ g\ CaO}{۱\ mol\ CaO} = ۰/۷۲ \times ۵۶\ g$$

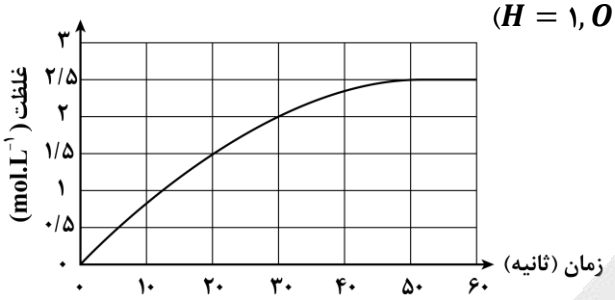
در نهایت سرعت متوسط مصرف کلسیم اکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{CaO} = \frac{\text{مصرف‌شده } CaO \text{ به میلی‌گرم}}{\text{زمان به ثانیه}} = \frac{۰/۷۲ \times ۵۶\ g \times \frac{۱۰۰۰\ mg}{۱\ g}}{۲\ min \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min}} = \frac{۷۲ \times ۵۶}{۲ \times ۶} = \frac{۳۶ \times ۵۶}{۶} = ۶ \times ۵۶ = ۳۳۶\ mg.s^{-۱}$$

پس سرعت مصرف کلسیم اکسید در بازه مورد نظر برابر **۳۳۶ میلی‌گرم بر ثانیه** بوده است.

www.ArefOnline.ir

۶۲- واکنش $NH_4NO_3(s) \rightarrow N_2O(g) + 2H_2O(l)$ در یک ظرف ۴ لیتری انجام شد. اگر نمودار زیر مربوط به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش باشد، سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش برابر با چند مول بر ثانیه بوده و پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۲۱۶ گرم آب تولید می‌شود؟ $(H = 1, O = 16 : g.mol^{-1})$



۱) ۲۰ ـ ۰/۲
۲) ۲۰ ـ ۰/۱
۳) ۳۰ ـ ۰/۲
۴) ۳۰ ـ ۰/۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش به‌صورت زیر است:

$$NH_4NO_3(s) \longrightarrow N_2O(g) + 2H_2O(l)$$

با توجه به این که غلظت مادهٔ نشان داده شده با گذشت زمان **افزایش** می‌یابد، متوجه می‌شویم که این ماده مربوط به یکی از مواد **فراورده** است. سپس از آن جا که غلظت این ماده در طی واکنش تغییر کرده است، متوجه می‌شویم این یک فراورده **گازی** یا **محلول** است؛ زیرا غلظت مواد **جامد** و **مایع** با گذشت زمان در طی واکنش **ثابت** می‌ماند. در نتیجه این نمودار مربوط به گاز N_2O است.

با توجه به نمودار، واکنش در ثانیهٔ ۵۰اُم پایان می‌یابد و مقدار تغییر غلظت گاز N_2O در طی این بازهٔ زمانی برابر با ۲/۵ مول بر لیتر است. از آنجا که حجم ظرفی که واکنش در آن انجام می‌شود برابر با ۴ لیتر است، مقدار تغییر مول این گاز برابر است با:

$$\text{تغییرات مول} = \text{تغییرات غلظت} \times \text{حجم} \Rightarrow n = 2/5 \times 4 \Rightarrow \Delta n = 10\ mol$$

بنابراین سرعت متوسط واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{N_2O}}{1} = \frac{\Delta n(N_2O)}{\Delta t} = \frac{10\ mol}{50\ s} = 0/2\ mol.s^{-1}$$

در نتیجه سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش **برابر با ۰/۲ مول بر ثانیه** است.

حال مقدار مول گاز N_2O تولیدشده را به ازای تولید ۲۱۶ گرم آب در این واکنش، محاسبه می‌کنیم:

$$?\ mol\ N_2O = 216\ g\ H_2O \times \frac{1\ mol\ H_2O}{18\ g\ H_2O} \times \frac{1\ mol\ N_2O}{2\ mol\ H_2O} = 6\ mol$$

در نهایت غلظت این ماده را حساب می‌کنیم:

$$\Delta[N_2O] = \frac{\Delta n(N_2O)}{V} = \frac{6}{4} = 1/5\ mol.L^{-1}$$

پس تا زمانی که غلظت گاز N_2O برابر با ۱/۵ مول بر لیتر شود، ۲۱۶ گرم آب تولیدشده است. این غلظت در زمان **۲۰ ثانیه** ایجاد می‌شود.

www.ArefOnline.ir

۶۳- **فرایند انحلال نمک ..... در آب ..... بوده و از این نمک در تولید بسته ..... مناسب برای درمان آسیب‌دیدگی ورزشکاران استفاده می‌شود.**

۱) کلسیم کلرید ـ گرماگیر ـ سرمازا
۲) کلسیم کلرید ـ گرماده ـ گرمازا
۳) آمونیوم نیترات ـ گرماده ـ سرمازا
۴) آمونیوم نیترات ـ گرماگیر ـ گرمازا

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۹۶ ـ ۱۱۰۲)

فرایندهای انحلال **آمونیوم نیترات** و **کلسیم کلرید** در آب به‌ترتیب **گرماگیر** و **گرماده** هستند؛ پس با حل شدن این دو ماده در آب به‌ترتیب دمای آب **کاهش** و **افزایش** می‌یابد و از این مواد برای تولید بسته‌های **سرمازا** و **گرمازا** در ورزش استفاده می‌شود.

نوع بسته	نمک بسته	علامت آنتالپی	واکنش انحلال
سرمازا	آمونیوم نیترات (NH_4NO_3)	مثبت	$NH_4NO_3(s) + Q \xrightarrow{\text{در آب}} NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$
گرمازا	کلسیم کلرید ($CaCl_2$)	منفی	$CaCl_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq) + Q$

در فرایند گرماده انحلال کلسیم کلرید، گرما تولید می‌شود و این گرما موجب افزایش دمای محلول بسته محتوی این ماده می‌شود.

$$CaCl_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq) + Q$$

پس از این ماده برای تولید بسته گرمازا استفاده می‌شود.

ماز

۶۴- **۴۲۰ گرم سدیم هیدروژن کربنات در یک ظرف مطابق واکنش $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ تجزیه می‌شود. جدول زیر، جرم جامد درون ظرف را در طی انجام واکنش نشان می‌دهد. نسبت سرعت متوسط واکنش در ۳۰ ثانیه اول در مقیاس مول بر دقیقه به سرعت متوسط مصرف سدیم هیدروژن کربنات در ۲۰ ثانیهٔ پایانی در مقیاس مول بر ثانیه کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)**

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰
جرم جامد (g)	۴۲۰	۳۵۸	۳۲۰/۸	۲۹۶	۲۸۰/۵	۲۶۸/۱	۲۶۵

۱) ۳۲۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۳ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$$

کاهش جرم مخلوط ناشی از تولید و آزاد شدن گاز کربن‌دی‌اکسید و بخار آب است. در نتیجه به ازای مصرف ۲ مول سدیم هیدروژن کربنات، یک مول گاز کربن‌دی‌اکسید (۴۴ گرم) و یک مول بخار آب (۱۸ گرم) تولید شده و در مجموع، جرم مخلوط ۶۲ گرم کاهش می‌یابد. در ابتدا، از آنجا که جرم مخلوط در ۳۰ ثانیهٔ اول واکنش ۱۲۴ گرم ($420g - 296g$) کاهش یافته است، مقدار $NaHCO_3$ مصرف‌شده را حساب می‌کنیم:

$$?\ mol\ NaHCO_3 = 124\ g\ \text{کاهش جرم} \times \frac{2\ mol\ NaHCO_3}{62\ g\ \text{کاهش جرم}} = 4\ mol$$

حال سرعت متوسط واکنش را در مقیاس مول بر دقیقه در این بازهٔ زمانی به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{NaHCO_3}}{2} = \frac{-\Delta n(NaHCO_3)}{2\Delta t} = \frac{4\ mol}{2 \times 30\ s \times \frac{1\ min}{60\ s}} = 4\ mol.min^{-1}$$

سپس، از آنجا که در ۲۰ ثانیهٔ پایانی ثبت‌شده در جدول (از ثانیهٔ ۴۰ تا ثانیهٔ ۶۰) جرم مخلوط ۱۵/۵ گرم ($280/5g - 265g$) کاهش یافته است، داریم:

$$?\ mol\ NaHCO_3 = 15/5\ g\ \text{کاهش جرم} \times \frac{2\ mol\ NaHCO_3}{62\ g\ \text{کاهش جرم}} = 0/5\ mol$$

www.ArefOnline.ir

حال سرعت متوسط مصرف سدیم هیدروژن کربنات در مقیاس مول بر ثانیه را در این بازهٔ زمانی محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{NaHCO_3} = \frac{-\Delta n(NaHCO_3)}{\Delta t} = \frac{۰/۵\ mol}{۲۰\ s} = ۰/۰۲۵\ mol.s^{-۱}$$

در نهایت نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش}}(۰s - ۳۰s)}{\bar{R}_{NaHCO_3}(۴۰s - ۶۰s)} = \frac{۴}{۰/۰۲۵} = ۱۶۰$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر **۱۶۰** است.

سرعت متوسط واکنش

سرعت متوسط واکنش به معنای تعداد انجام معادله واکنش در واحد زمان است و از تقسیم سرعت تولید یا مصرف یک ماده شرکت‌کننده در واکنش به ضریب آن ماده در معادله واکنش به‌دست می‌آید:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_x}{x\ \text{ضریب}} = \frac{\bar{R}_y}{y\ \text{ضریب}} = \frac{\bar{R}_z}{z\ \text{ضریب}} = \cdots$$

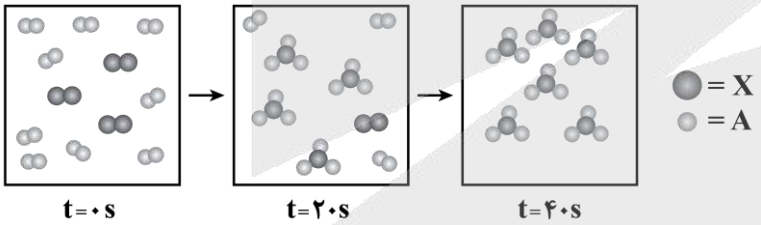
به‌عنوان مثال در واکنشی با معادله $۲A(g) \rightarrow ۳B(g) + X(g)$ سرعت متوسط واکنش به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{۲} = \frac{\bar{R}_B}{۳} = \bar{R}_X$$

نکته

همان‌طور که مشخص است، سرعت واکنش برابر سرعت ماده‌ای است که ضریب آن در معادله واکنش برابر یک باشد.

۶۵- واکنش موازنه‌نشده $X_۲(g) + A_۲(g) \rightarrow XA_۳(g)$، مطابق شکل زیر در یک ظرف ۲ لیتری انجام می‌شود. سرعت متوسط مصرف گاز $A_۲$ در ۲۰ ثانیهٔ اول واکنش برابر با چند مول بر لیتر بر ثانیه بوده و سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش برابر با چند مول بر دقیقه است؟ (هر ذرّه معادل ۰/۱ مول است.)



۱) ۰/۴۵ ـ ۰/۰۳

۲) ۰/۴۵ ـ ۰/۰۱۵

۳) ۰/۲۲۵ ـ ۰/۰۳

۴) ۰/۲۲۵ ـ ۰/۰۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۳ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$X_۲(g) + ۳A_۲(g) \rightarrow ۲XA_۳(g)$$

از آنجا که در ۲۰ ثانیهٔ اول واکنش ۶ ذره گاز $A_۲$ که معادل ۰/۶ مول (۰/۱ × ۶) از آن بوده، مصرف شده است، سرعت متوسط مصرف آن در طول این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{A_۲} = -\frac{\Delta n(A_۲)}{V.\Delta t} = -\frac{(-۰/۶\ mol)}{۲\ L \times ۲۰s} = ۰/۰۱۵\ mol.L^{-۱}.s^{-۱}$$

پس سرعت متوسط مصرف گاز $A_۲$ در طول بازهٔ زمانی خواسته‌شده برابر **۰/۰۱۵ مول بر لیتر بر ثانیه** است.

در طول واکنش (۴۰ ثانیه) ۳ ذرّه گاز $X_۲$ که معادل ۰/۳ مول (۰/۱ × ۳) از آن است، مصرف شد. بر این اساس سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{X_۲} = -\frac{\Delta n(X_۲)}{\Delta t} = -\frac{(-۰/۳\ mol)}{۴۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s}} = ۰/۴۵\ mol.min^{-۱}$$

در نتیجه سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای واکنش برابر با **۰/۴۵ مول بر دقیقه** است.

www.ArefOnline.ir

۶۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد کلسترول درست است؟

الف ـ یک ماده آروماتیک محسوب می‌شود.

ب ـ در ساختار هر مولکول آن ۴ حلقه شش کربنی وجود دارد.

ج ـ ماده‌ای است که در غذاهای گیاهی وجود دارد و موجب سکته می‌شود.

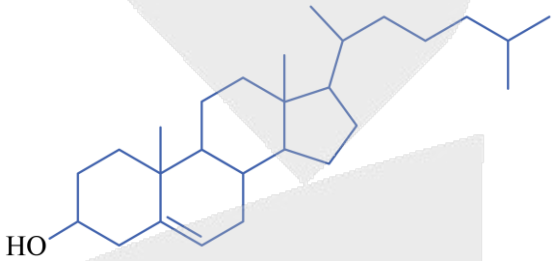
د ـ یک الکل سیرنشده است که مقدار اضافی آن در رگ‌ها رسوب می‌کند.

هـ ـ ضعیف‌ترین و قوی‌ترین پیوند کووالانسی در ساختار این ماده، بین اتم‌های یک عنصر برقرار هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۶ ـ ۱۱۰۲)

کلسترول ترکیبی با ساختار زیر است:



فرمول مولکولی این ماده به‌صورت $C_{۲۷}H_{۴۶}O$ می‌باشد.

عبارت‌های (د) و (هـ) در مورد این ماده درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در ساختار این ماده، **چهار** حلقه کربنی وجود دارد که هیچ‌کدام حلقه **آروماتیک** یا حلقه **بنزنی نیست**. حلقه بنزنی یک حلقه **شش کربنه** با **۳ پیوند دوگانه** $C=C$ است. در حد کتاب درسی، تنها ترکیبی آروماتیک است که حلقه بنزنی داشته باشد.

ب) در ساختار این ماده **۳ حلقه ۶ کربنی** و **یک حلقه ۵ کربنی** وجود دارد.

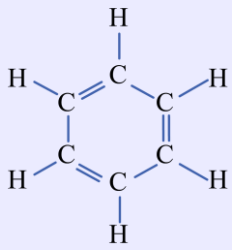
ج) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است و رسوب مقدار اضافی آن در رگ‌ها می‌تواند موجب گرفتگی رگ‌ها و سکته شود.

د) در ساختار این ماده یک پیوند دوگانه $C=C$ وجود دارد که آن را یک ترکیب سیرنشده می‌کند. همچنین در ساختار این ماده، گروه $-OH$، گروه هیدروکسیل یا همان عامل الکلی وجود دارد و این ماده را در دسته الکل‌ها قرار می‌دهد. مقدار اضافی این ماده در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند و می‌تواند باعث گرفتگی رگ‌ها و حتی مرگ شود. (کلسترول یک ماده ضروری برای بدن انسان بوده و با توجه به عدم تولید آن در بدن، بدون آن مرگ حتمی است و باید مقدار کافی از آن در غذای مصرفی وجود داشته باشد.)

هـ) **ضعیف‌ترین** و **قوی‌ترین** پیوند کووالانسی در این ترکیب به‌ترتیب $C-C$ و $C=C$ هستند که هر دو میان اتم‌های کربن مشاهده می‌شوند.

حلقه بنزنی، نماد ترکیبات آروماتیک

حلقه بنزنی، یک حلقه ۶ ضلعی ساخته‌شده از اتم‌های کربن است که در آن پیوندهای بین اتم‌های کربن یکی در میان دوگانه هستند. بنزن، بنزوئیک اسید، بنزآلدهید، نفتالن، ترکیب آلی عامل طعم و بوی گیاه رازیانه، ترکیب‌های آلی موجود در دارچین و زردچوبه و ویتامین (کا)، مهم‌ترین ترکیبات آروماتیک مطرح شده در کتاب درسی شیمی یازدهم هستند. تصویر زیر، نمایی از مولکول بنزن به‌عنوان سرگروه ترکیبات آروماتیک را نشان می‌دهد.



www.ArefOnline.ir

۶۷- کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟

۱) میوه‌ها و سبزیجات حاوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای به نام ریزمغذی‌ها هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند.

۲) در سال ۲۰۴۰ با الگوی مصرفی کنونی، مساحتی حدود دو برابر مساحت کره زمین برای تأمین غذا مورد نیاز است.

۳) تهیه غذا بیشترین عامل تولید گازهای گلخانه‌ای پس از سوختن سوخت‌های فسیلی در کارخانه‌ها و خودروها است.

۴) چهرهٔ پنهان ردپای غذا، تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه کربن‌دی‌اکسید است.

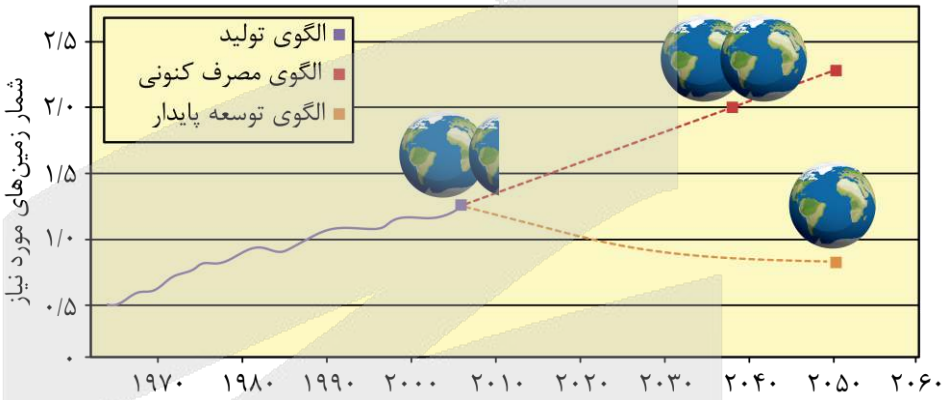
پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۹۴ ـ ۱۱۰۲)

مقدار کربن‌دی‌اکسید تولیدشده در فرایند تهیه غذا به‌عنوان چهره پنهان ردپای غذا شناخته می‌شود و این مقدار حتی به مراتب **بیشتر** از کربن‌دی‌اکسید تولیدشده از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پژوهش‌های علمی نشان داده‌اند که میوه‌ها و سبزیجات محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای به نام **ریزمغذی‌ها** هستند، ترکیب‌هایی که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند.

۲) نمودار زیر از کتاب درسی مساحت مورد نیاز برای تأمین غذای ساکنان کره زمین را نشان می‌دهد:



طبق پیش‌بینی با توجه به الگوی مصرفی کنونی، در سال ۲۰۴۰ به مساحتی حدود دو برابر مساحت کره زمین برای تأمین غذا نیاز است.

۴) چهرهٔ پنهان ردپای غذا، تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه کربن‌دی‌اکسید است. آن‌چنان‌که سهم تولید این گاز در ردپای غذا به مراتب بیشتر از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

ماز

۶۸- **با قرار دادن مقدار کافی از فلز روی در ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۶ مولار نقره نیترات، واکنش زیر انجام می‌شود. اگر پس از گذشت ۲ دقیقه از ابتدای واکنش، غلظت یون Ag^+ در محلول به ۰/۱۲ مولار برسد، سرعت متوسط تولید فلز نقره در طول این بازهٔ زمانی برابر با چند گرم بر ثانیه است؟ (حجم محلول ثابت می‌ماند. $g.mol^{-1}$: $Ag = ۱۰۸$)**

موازنه شود: $Zn(s) + AgNO_۳(aq) \rightarrow Zn(NO_۳)_۲(aq) + Ag(s)$

۱) ۰/۰۲۷ ۲) ۰/۰۵۴ ۳) ۰/۱۰۸ ۴) ۰/۲۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۸۹ ـ ۱۱۰۲)

واکنش موازنه‌شده به‌صورت زیر است:

$$Zn(s) + ۲AgNO_۳(aq) \rightarrow Zn(NO_۳)_۲(aq) + ۲Ag(s)$$

غلظت یون نقره (Ag^+) در ابتدای واکنش برابر با غلظت محلول نقره نیترات ($AgNO_۳$) یعنی ۰/۶ مولار است. با توجه به این‌که پس از گذشت ۲ دقیقه از ابتدای واکنش، غلظت یون Ag^+ در محلول به ۰/۱۲ مولار رسیده است، تغییر غلظت یون نقره برابر با $۰/۶ - ۰/۱۲ = ۰/۴۸$ مولار است. بنابراین تغییر مقدار یون Ag^+ برابر است با:

$$\Delta[Ag^+] = \frac{\Delta n(Ag^+)}{V} \Rightarrow ۰/۴۸ = \frac{\Delta n(Ag^+)}{۰/۵\ L} \Rightarrow \Delta n(Ag^+) = ۰/۲۴\ mol$$

www.ArefOnline.ir

حال مقدار فلز نقره تولیدشده در این بازهٔ زمانی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ Ag = ۰/۲۴\ mol\ Ag^{+} \times \frac{۲\ mol\ Ag}{۲\ mol\ Ag^{+}} \times \frac{۱۰۸\ g\ Ag}{۱\ mol\ Ag} = ۰/۲۴ \times ۱۰۸\ g$$

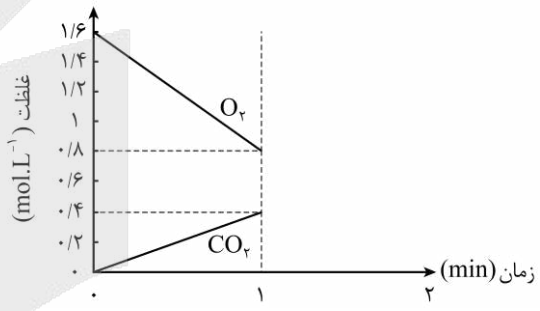
در نهایت سرعت متوسط تولید فلز نقره در بازهٔ زمانی مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{Ag} = \frac{\Delta m(Ag)}{\Delta t} = \frac{۰/۲۴ \times ۱۰۸\ g}{۲\ min \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min}} = ۰/۲۱۶\ g.s^{-۱}$$

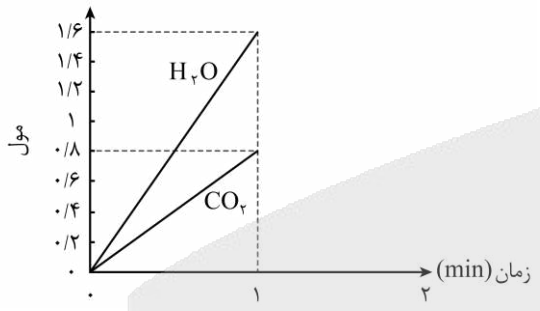
در نتیجه سرعت متوسط تولید فلز نقره در این بازهٔ زمانی برابر با **۰/۲۱۶ گرم بر ثانیه** است.

۶۹- ۴/۸ مول از گازهای اکسیژن و متان (متناسب با ضرایب استوکیومتری) در یک ظرف ۲ لیتری به‌طور کامل مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $CH_۴(g) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + H_۲O(g)$ واکنش می‌دهند. اگر سرعت انجام واکنش ثابت و برابر ۰/۸ مول بر دقیقه باشد، کدام نمودار در رابطه با این واکنش نادرست است؟

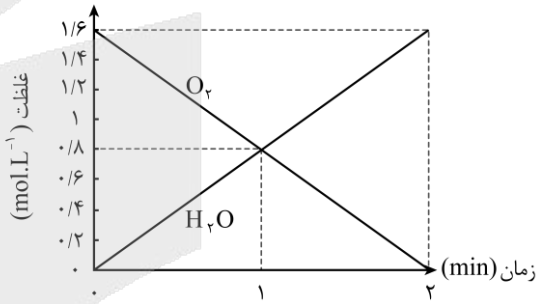
(۱)



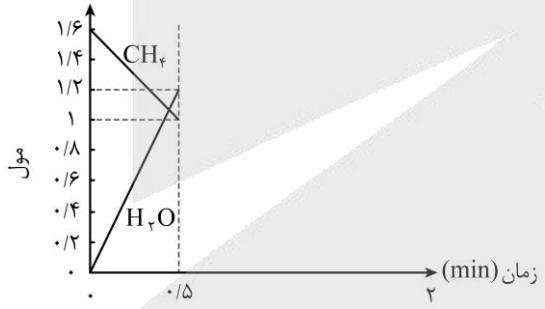
(۲)



(۳)



(۴)



پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۹۳ ـ ۱۱۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل متان به‌صورت زیر است:

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

۴/۸ مول از گازهای متان و اکسیژن متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها وارد واکنش شده است، در نتیجه ۱/۶ مول گاز متان و ۳/۲ مول گاز اکسیژن در ابتدای واکنش وجود دارد. سرعت واکنش **ثابت** و برابر **۰/۸ مول بر دقیقه** است. پس مقدار (مول) متان مصرف شده در **۳۰ ثانیه** یا **۰/۵ دقیقهٔ** اول واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{CH_۴} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{\Delta n(CH_۴)}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{\Delta n(CH_۴)}{۰/۵} \Rightarrow \Delta n(CH_۴) = -۰/۴\ mol$$

در نتیجه پس از گذشت ۳۰ ثانیه از اول واکنش ۰/۴ مول گاز متان مصرف شده و مقدار (مول) آن به ۱/۲ مول (۱/۶ − ۰/۴) می‌رسد. درحالی‌که در نمودار گزینه چهارم این مقدار برابر ۱ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقدار (مول) گاز اکسیژن مصرفی در یک دقیقه اول واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۲} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{\Delta n(O_۲)}{۲\Delta t} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{\Delta n(O_۲)}{۲ \times ۱} \Rightarrow \Delta n(O_۲) = -۱/۶\ mol$$

www.ArefOnline.ir

با توجه به اینکه حجم ظرف واکنش برابر ۲ لیتر است، غلظت گاز اکسیژن در ابتدای واکنش برابر ۱/۶ مول بر لیتر خواهد بود. حال طبق رابطهٔ غلظت ($\text{غلظت} = \frac{\text{مقدار مول}}{\text{حجم}}$)، از آنجا که ۱/۶ مول گاز اکسیژن در طول این بازهٔ زمانی مصرف شده است، تغییر غلظت آن برابر با ۰/۸ مول بر لیتر خواهد بود و غلظت آن پس از یک دقیقه از ابتدای واکنش به ۰/۸ مول بر لیتر می‌رسد. با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری گاز کربن دی‌اکسید نصف گاز اکسیژن است، تغییر غلظت آن نیز نصف گاز اکسیژن بوده و غلظت آن پس از یک دقیقه از ابتدای واکنش به ۰/۴ مول بر لیتر می‌رسد.

۲ مطابق محاسبات گزینه قبل مقدار (مول) گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در یک دقیقه اول واکنش برابر است با:

$$n = CV \longrightarrow n = ۰/۴ \times ۲ = ۰/۸\ mol$$

و از آن‌جا که ضریب استوکیومتری بخار آب دو برابر گاز کربن دی‌اکسید است، تغییر مقدار مول آن نیز دو برابر خواهد بود. در نتیجه پس از گذشت ۱ دقیقه از ابتدای واکنش مقدار (مول) بخارآب به ۱/۶ مول می‌رسد.

۳ با توجه به محاسبات انجام‌شده، تغییر غلظت گاز اکسیژن در یک دقیقه اول برابر با ۰/۸ مول بر لیتر است و غلظت آن نیز به ۰/۸ مولار می‌رسد. از آنجا که ضریب استوکیومتری بخار آب با گاز اکسیژن برابر است، تغییر غلظت بخار آب در این بازهٔ زمانی نیز برابر ۰/۸ مول بر لیتر خواهد بود و غلظت آن نیز به ۰/۸ مول بر لیتر می‌رسد. حال با توجه به اینکه سرعت واکنش ثابت است، زمان اتمام واکنش برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۲} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{\Delta n(O_۲)}{۲\Delta t} \Rightarrow ۰/۸ = -\frac{(-۳/۲)}{۲ \times \Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۲\ min$$

در نتیجه واکنش پس از گذشت ۲ دقیقه پایان می‌یابد و واکنش‌دهنده‌ها به‌طور کامل مصرف می‌شوند و مقدار (مول) گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب به‌ترتیب به ۱/۶ مول و ۳/۲ مول می‌رسد. غلظت گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب نیز در انتهای واکنش به‌ترتیب به ۰/۸ مولار و ۱/۶ مولار می‌رسد.

ماز

۷۰- اگر در واکنش سوختن کامل یک هیدروکربن با فرمول مولکولی $C_۸H_y$، نسبت سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن به سرعت متوسط تشکیل آب برابر ۲/۵ باشد، در ساختار این هیدروکربن چند اتم هیدروژن وجود دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحه ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل هیدروکربن مورد نظر ($C_۸H_y$) به‌صورت زیر است:

$$C_۸H_y + (۸ + \frac{y}{۴})O_۲ \rightarrow ۸CO_۲ + \frac{y}{۲}H_۲O$$

از آنجا که سرعت تولید یا مصرف مواد در یک واکنش متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها است، داریم:

$$\frac{\bar{R}_{O_۲}}{\bar{R}_{H_۲O}} = \frac{(۸ + \frac{y}{۴})}{\frac{y}{۲}} = ۲/۵ \Rightarrow ۱/۲۵\,y = ۰/۲۵\,y + ۸ \Rightarrow y = ۸$$

در نتیجه شمار اتم‌های هیدروژن در یک مولکول از این هیدروکربن برابر با ۸ است.

راز سرعت واکنش در یک نگاه

در یک واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد مختلف، متناسب با ضریب استوکیومتری این مواد در معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر است. به‌عنوان مثال، اگر در طول بازه زمانی Δt تغییر مقدار مواد شرکت‌کننده در واکنش $۲A(s) \rightarrow C(s) + ۴B(g)$ را بررسی کنیم، با توجه به ضرایب مواد شرکت‌کننده در آن، رابطه $|\Delta n_B| = |۴\Delta n_C| = |۲\Delta n_A|$ بین مقدار تغییر شمار مول‌های این مواد برقرار است. بر این اساس، تساوی $|\bar{R}_B| = |۴\bar{R}_C| = |۲\bar{R}_A|$ بین سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد نیز برقرار می‌شود؛ پس داریم:

$\frac{\bar{R}_C}{\bar{R}_B} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$ $\frac{\bar{R}_A}{\bar{R}_C} = \frac{۲}{۱} = ۲$ $\frac{\bar{R}_A}{\bar{R}_B} = \frac{۲}{۴} = ۰/۵$

ماز

www.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

شب امتحان حوصله نداری دیگه درس بخونی ؟!

خب درساتو گوش کن!

پادکست های شب امتحان، ویژهٔ مرور و یادگیری دروس و نکات مهم در لحظات آخر قبل امتحان

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org

دیجی‌ماز

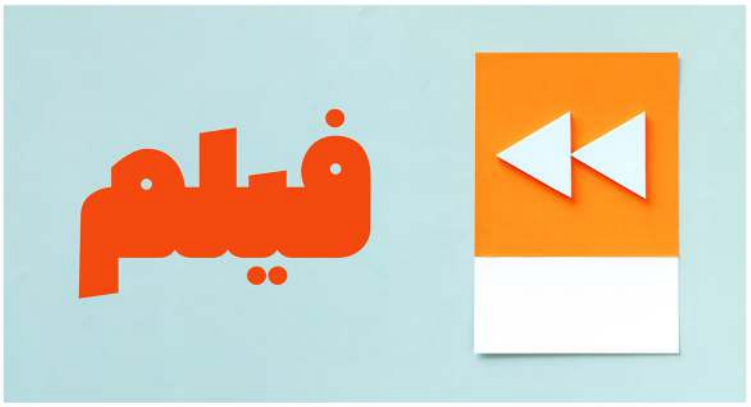
اسکن کن!

www.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف