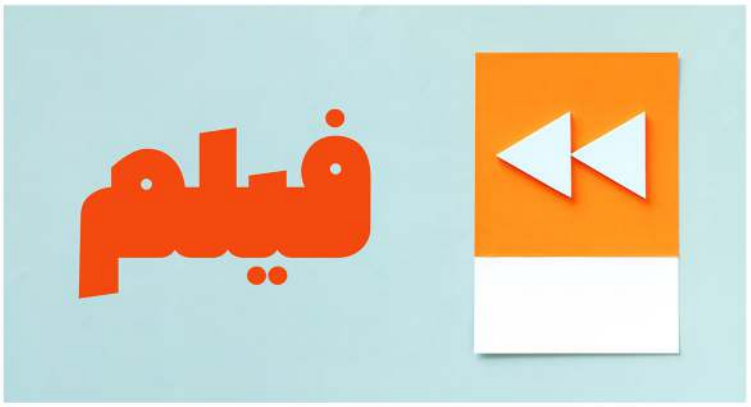
آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفترچه شماره ۱

جمعه ۱۴ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

$\frac{۴}{۸}$ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (کل فصل ۴)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل‌های هندسی از ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱ و کل درس ۲: کاربرد تبدیل‌ها)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی، کل درس ۴: پیشامدهای مستقل و وابسته)
آمار توصیفی (کل درس ۱: توصیف و نمایش داده‌ها)
صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس
(تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای خوراکی‌های طبیعی رنگین، باز دارنده‌هایی مفید و موثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

اگه قصد داری از نیمهٔ دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت‌زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم‌کردن با آزمون ۹ بهمن):
با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروعِ پرانرژی در بهمن و اسفند):
در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالبِ سه‌هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):
از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلّط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):
تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدرت به سال تحصیلی بعد؛ **آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه**

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۱- نمودار تابع $f(x)=۴-\log_{۳}^{(۲x+۱)}$، محور xها را در نقطهٔ A و محور yها را در نقطهٔ B قطع می‌کند. شیب خط AB کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) −۰/۱ ۳) ۱۰ ۴) −۱۰

۲- ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=۱۰^{(۴x-۱)}$ به‌صورت $f^{-۱}(x)=a+b\log x$ است. حاصل $۴a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۳- قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادلهٔ $\log_{۵}^{(۶x-۱)}=۱+\log_{\sqrt{۵}}^{x}$ کدام است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۰/۴

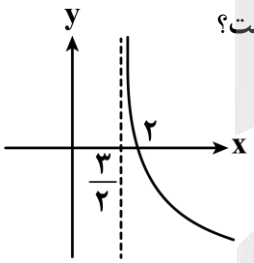
۴- با فرض $\log ۲=۰/۳$، مقدار $\log \sqrt[۵]{۱۲۵۰}$ کدام است؟

۱) ۰/۷۸ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۷۲ ۴) ۰/۶۲

۵- اگر $A=\frac{۱}{\log_{۲۷}^{۶}}+\frac{۱}{\log_{۸}^{۶}}$ و $B=۵^{\log_{۲۵}^{۳}}$، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۳

۶- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=\log_{۴}^{(\frac{۱}{ax+b})}$ را نمایش می‌دهد. حاصل $f^{-۱}(-۲)$ کدام است؟



۱) ۶/۵
۲) ۷/۵
۳) ۸/۵
۴) ۹/۵

۷- اگر $\left[\log_{۲}^{a}\right]+\left[\log_{۳}^{۲۲}\right]=۵$ باشد، جمع مقادیر طبیعی به‌دست آمده برای a کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۹۲ ۲) ۱۰۸ ۳) ۱۱۵ ۴) ۹۹

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۸- تعداد اعداد طبیعی که در نامعادلهٔ $\left|\log_{۲}^{(x-۴)}\right| < ۳$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۹

۹- اگر $\log_{\sqrt[۳]{۳}}^{۸} = k$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{۱۸}}^{\sqrt{۱۲}}$ برحسب k کدام است؟

۱) $\frac{k+۱۸}{۲k+۹}$ ۲) $\frac{k+۸}{۲k+۱۹}$ ۳) $\frac{۲k+۱۹}{k+۸}$ ۴) $\frac{۲k+۹}{k+۱۸}$

۱۰- در یک ظرف ۲۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۸ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از گذشت چند روز غلظت محلول به $\frac{۱}{۳}$ غلظت محلول اول می‌رسد؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و $\log ۳ = ۰/۴۸$)

۱) ۱۶ ۲) ۲۱ ۳) ۴۸ ۴) ۲۴

۱۱- در دایره‌ای به شعاع ۱۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی θ برحسب رادیان، برابر $\frac{۴\pi}{۳}$ است. مساحت قطاع نظیر این زاویه کدام است؟

۱) ۶π ۲) ۸π ۳) ۱۲π ۴) ۱۶π

۱۲- مقدار $۴\cos\frac{۵۳\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}+۱$ ۲) $\sqrt{۳}-۱$ ۳) $\sqrt{۶}+\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۶}-\sqrt{۲}$

۱۳- اگر $\cot\alpha = -۳$ و انتهای کمان مقابل به زاویهٔ α در ناحیهٔ چهارم باشد، حاصل عبارت $A = \frac{۲\cos(\frac{۱۷\pi}{۲}+\alpha)-\sin(۱۳\pi-\alpha)}{\tan(\frac{۲\alpha-۳۱\pi}{۲})}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$ ۲) $\frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}$ ۳) $\frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$ ۴) $\frac{-۹}{\sqrt{۱۰}}$

۱۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin ۶۳^\circ \sin ۳۳^\circ + \sin ۲۷^\circ \sin ۵۷^\circ}{\sin ۱۷^\circ \cos ۱۳^\circ + \sin ۱۳^\circ \cos ۱۷^\circ}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۱۵- اگر $\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{۳}{۵}}$ باشد، مقدار $\cos ۴x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۱۶- اگر $\frac{\cos(۲a+b)}{\cos(۲a-b)} = \frac{۴}{۳}$ و $\tan ۲a = \frac{۷}{۵}$ باشد، مقدار $\cot b$ کدام است؟

۱) $-۹/۸$ ۲) $۹/۸$ ۳) $-۱۰/۸$ ۴) $۱۰/۸$

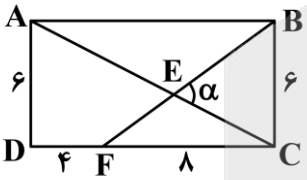
۱۷- بیشترین مقدار تابع $f(x) = (۵ - \sin x)(۶ + \sin x)$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) $\frac{۱۲۱}{۴}$ ۳) $\frac{۶۱}{۲}$ ۴) ۳۱

۱۸- اگر $\frac{\pi}{۸} < x < \frac{\pi}{۳}$ و $\sin x \cos x = \frac{m-۱}{۱۲}$ باشد، حدود m شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۹- چهارضلعی ABCD در شکل مقابل، مستطیل است. مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{۱۲}{۵\sqrt{۵}}$ ۲) $\frac{۸}{۵\sqrt{۵}}$

۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$ ۴) $\frac{۲}{\sqrt{۵}}$

۲۰- حاصل عبارت $A = \frac{\sin ۶۵^\circ \times \sqrt{۱ - \sin ۴۰^\circ}}{\cos ۴۰^\circ}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۲۱- چه تعداد از نگاشت‌های زیر تبدیل همانی است؟

الف) دوران با زاویهٔ ۱۸۰°

ب) تجانس با نسبت ۱-

ج) بازتاب نسبت به خط

د) انتقال با بردار صفر

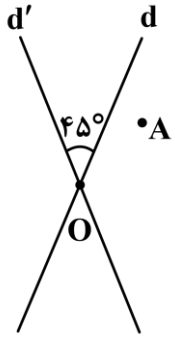
هـ) تجانس با نسبت صفر

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

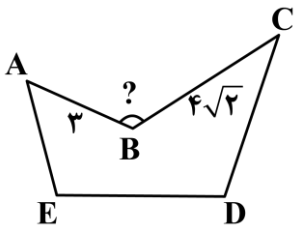
WWW.ArefOnline.ir

۲۲- دو خط d و d' در نقطهٔ $O(۱,-۳)$ متقاطع هستند. اگر بازتاب نقطهٔ $A(۵,۰)$ نسبت به خط d، نقطهٔ A' و بازتاب A' نسبت به خط d' نقطهٔ A'' باشد، آن‌گاه مساحت مثلث OAA'' برابر کدام است؟



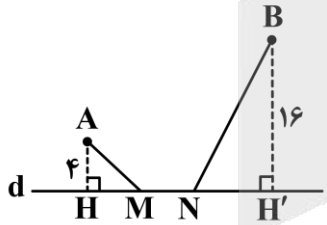
۱) ۱۲/۵
۲) ۱۲
۳) ۱۰/۵
۴) ۱۰

۲۳- زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. اگر میزان افزایش مساحت ۱۲ واحد مربع باشد، اندازهٔ زاویهٔ $A\hat{B}C$ چند درجه است؟



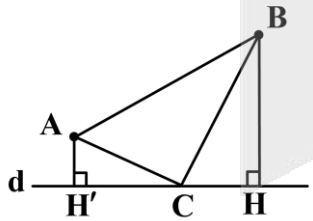
۱) ۱۵۰°
۲) ۱۲۵°
۳) ۱۲۰°
۴) ۱۳۵°

۲۴- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر $HH'=۴۳$ و $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن به طول ۴۸ باشد، اندازهٔ MN کدام است؟



۱) ۵
۲) ۵/۵
۳) ۶
۴) ۶/۵

۲۵- در شکل زیر، فاصلهٔ نقاط A و B از خط d به ترتیب ۲ و ۸ واحد است و نقطهٔ C روی خط d تغییر مکان می‌دهد، به‌طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی $ABHH'$ برابر $۴۵\sqrt{۳}$ باشد، اندازهٔ CH' چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) ۲
۲) ۱/۵
۳) ۲/۲
۴) ۱/۸

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۲۶- جعبه‌ای شامل ۴ مهرهٔ سبز و ۶ مهرهٔ قرمز است. مهره‌های آن را یکی پس از دیگری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که مهرهٔ دوم سبز و هر دو مهرهٔ پنجم و نهم قرمز باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

۲۷- جعبهٔ A شامل ۲ مهرهٔ سفید و ۱ مهرهٔ قرمز و جعبهٔ B شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ قرمز است. دو مهره به تصادف از B برداشته و در جعبهٔ A می‌اندازیم و سپس یک مهره به تصادف از A بیرون می‌آوریم. احتمال سفید بودن این مهره کدام است؟

۱) $\frac{۲۵}{۴۲}$ ۲) $\frac{۱۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۲۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۰}{۲۱}$

۲۸- حسن و حسین فرزندانی از یک خانوادهٔ چهار فرزندی هستند. احتمال این‌که حسین فرزند اول خانواده باشد در صورتی که بین حسن و حسین خواهری وجود داشته باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

۲۹- اگر دو پیشامد A و B مستقل، $P(A|B')=\frac{۳}{۱۰}$ و $P(B'|A')=\frac{۲}{۳}$ باشد، آن‌گاه $P(A-B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۳۰- در یک اجتماع n نفری فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی A دارند $\frac{۱}{۱۲}$، زاویهٔ مرکزی مربوط به افرادی که گروه خونی B دارند، ۶۰° و درصد فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی AB دارند ۲۵ درصد است. اگر ۴۸ نفر از این اجتماع، گروه خونی O داشته باشند، آن‌گاه رقم دهگان عدد n کدام است؟

۱) ۹ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفتـــــرچه شمـــــاره ۲

جمعه ۱۴ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

$\frac{۴}{۸}$ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

بودجه‌بندی دروس این آزمون

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم تا انتهای فصل ۳)
مثلثات (کل فصل ۴)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل‌های هندسی از ابتدای انتقال تا انتهای درس ۱ و کل درس ۲: کاربرد تبدیل‌ها)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی، کل درس ۴: پیشامدهای مستقل و وابسته)
آمار توصیفی (کل درس ۱: توصیف و نمایش داده‌ها)
صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

فیزیک ۲

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس
(تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای خوراکی‌های طبیعی رنگین، باز دارنده‌هایی مفید و موثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

سهم در کنکور: ۳ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۰۵-۱۴۰۴

اگه قصد داری از نیمهٔ دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت‌زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم‌کردن با آزمون ۹ بهمن):
با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

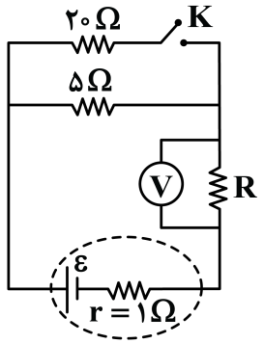
گام دوم (شروعِ پرانرژی در بهمن و اسفند):
در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالبِ سه‌هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):
از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلّط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلّط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

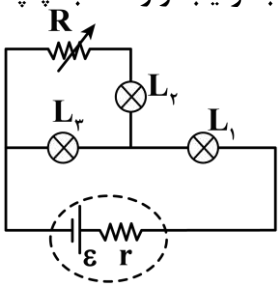
گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):
تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدرت به سال تحصیلی بعد؛ **آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه**

۳۱- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، عدد نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل از ۲۵V به ۲۷V افزایش می‌یابد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟



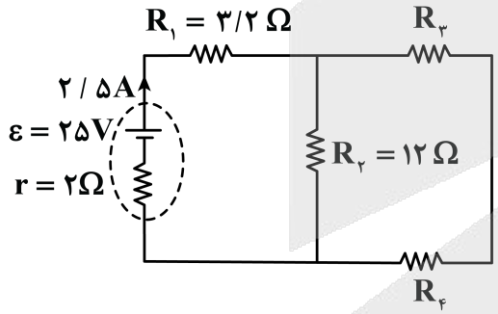
۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۴۰
۴) ۴۵

۳۲- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا، روشنایی هر یک از لامپ‌های L_1، L_2 و L_3 به‌ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟



۱) کاهش، کاهش و کاهش
۲) افزایش، افزایش و کاهش
۳) کاهش، کاهش و افزایش
۴) کاهش، افزایش و کاهش

۳۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_3 برابر با ۳V است. توان مصرفی مقاومت R_4 چند وات است؟

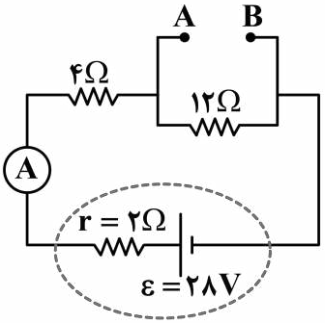


۱) ۶
۲) ۱۳/۵
۳) ۱۲
۴) ۱۴/۵

محل انجام محاسبات

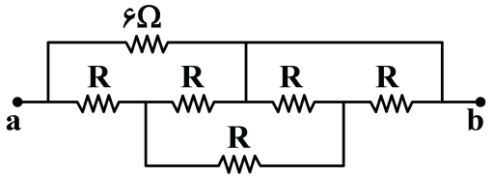
http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۳۴- در مدار شکل زیر، یک بار مقاومت R_1 و بار دیگر مقاومت R_2 را بین نقاط A و B قرار می‌دهیم. اگر در هر دو حالت، توان مصرفی مقاومت قرار داده‌شده بین نقاط A و B، $\frac{2}{3}$ برابر توان مقاومت 4Ω باشد، اختلاف عددی که آمپرسنج آرمانی در این دو حالت نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



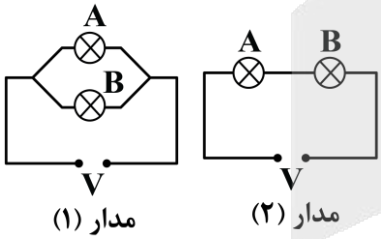
۱) ۰/۸
۲) ۰/۴
۳) ۱/۸
۴) ۱/۴

۳۵- در مدار شکل زیر، مقدار R چند اهم باشد تا مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطهٔ a و b برابر با $0/8R$ باشد؟



۱) ۱/۷۵
۲) ۲/۷۵
۳) ۳/۷۵
۴) ۴/۷۵

۳۶- دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشتهٔ آن‌ها یکسان است، ولی رشتهٔ لامپ B ضخیم‌تر از رشتهٔ لامپ A است. این دو لامپ را یک‌بار طبق مدار شکل (۱) و بار دیگر طبق مدار شکل (۲) به منبع نیروی محرکه وصل می‌کنیم. کدام لامپ، پرنورترین لامپ خواهد بود؟

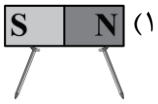


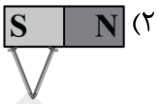
۱) لامپ A در مدار (۱)
۲) لامپ A در مدار (۲)
۳) لامپ B در مدار (۱)
۴) لامپ B در مدار (۲)

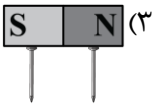
محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۳۷- دو میخ آهنی را به قسمت‌های مختلف یک آهنربای میله‌ای نزدیک می‌کنیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر در مورد القای مغناطیسی درست است؟

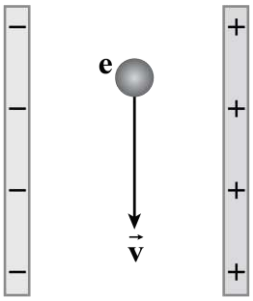
۱) 

۲) 

۳) 

۴)

۳۸- مطابق شکل زیر، الکترونی با سرعت ثابت $\vec{v}$ در حال عبور از یک میدان الکتریکی یکنواخت است. برای این‌که این الکترون بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟ (از نیروی وزن وارد بر الکترون صرف‌نظر کنید.)



الف- میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر صفحهٔ کاغذ و به‌سمت داخل باشد.

ب- نیروی مغناطیسی حتماً باید به سمت چپ باشد.

ج- خطوط میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر خطوط میدان الکتریکی باشد.

د- نیروی مغناطیسی حتماً باید هم‌راستا با خطوط میدان الکتریکی باشد.

۱) «الف»،«ب» و «د» ۲) «الف»،«ج» و«د» ۳) فقط «ب» و«د» ۴) فقط «الف» و«ب»

۳۹- پروتونی با تندی $1/4\times10^{4}\ \frac{m}{s}$ و با زاویهٔ 53° نسبت به خطوط میدان مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شود. اگر زاویهٔ بین جهت حرکت پروتون و خطوط میدان مغناطیسی، 8° کاهش یابد، برای این‌که اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون، ثابت بماند، باید تندی آن چند کیلومتر بر ثانیه افزایش یابد؟ $(\sin 53^\circ = 0/8\ ,\ \sqrt{2} = 1/4)$

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۲ ۳) ۴۰۰۰ ۴) ۴

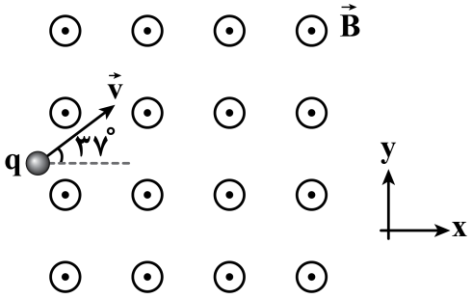
محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۴۰- ذره‌ای با بار $2\mu C$ و با تندی $10^4 \frac{m}{s}$ وارد فضایی دارای دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت و هم‌جهت $E=2000\frac{N}{C}$ و $B=1500G$ می‌شود. اندازهٔ نیروی خالص وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ (از اثر نیروی گرانش و مقاومت هوا صرف‌نظر شود و جهت حرکت ذره بر خطوط میدان‌ها عمود است.)

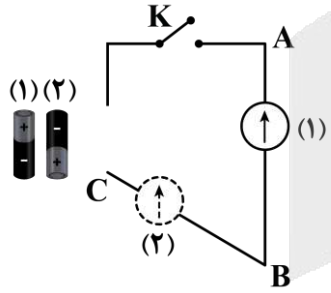
۱) $2/5\times10^{-3}$ ۲) $2/5\times10^{-4}$ ۳) 5×10^{-3} ۴) 5×10^{-4}

۴۱- مطابق شکل زیر، یک ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$، پرتاب شده است. در این حالت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره ..... است و اگر زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$، 37° کاهش یابد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، ..... می‌یابد. $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۰/۶ نیروی مغناطیسی بیشینه - افزایش
۲) بیشینه - کاهش
۳) ۰/۶ نیروی مغناطیسی بیشینه - کاهش
۴) بیشینه – افزایش

۴۲- در مدار شکل زیر، اگر باتری ..... را در مدار قرار دهیم، بعد از بستن کلید K، عقربهٔ (۱) که بر روی سیم AB قرار دارد، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت شروع به چرخش می‌کند و عقربهٔ (۲) که در زیر سیم BC قرار دارد، بعد از تعادل، به شکل ..... قرار می‌گیرد.

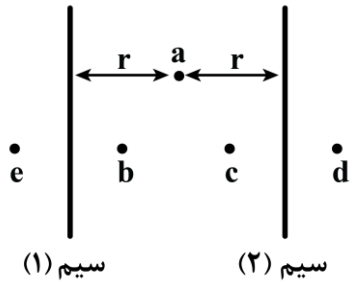


۱) (۱) و ↗
۲) (۱) و ↙
۳) (۲) و ↙
۴) (۲) و ↗

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۴۳- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد که برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از این دو سیم در نقطهٔ a برابر با صفر است. اگر جهت جریان عبوری یکی از سیم‌ها را برعکس کرده و اندازهٔ جریان عبوری از سیم دیگر را افزایش دهیم، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در کدام‌یک از نقاط نشان‌داده‌شده می‌تواند برابر با صفر شود؟



۱) b و c
۲) e و d
۳) b و d
۴) c و e

۴۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد میدان‌های مغناطیسی بدن انسان درست است؟

الف- جریان‌های الکتریکی ضعیف در بدن انسان، میدان‌های مغناطیسی ضعیف ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند.

ب- اندازهٔ میدان‌های مغناطیسی حاصل از عضله‌های اسکلتی و مغز به‌ترتیب در حدود $10^{-6}\,G$ و $10^{-12}\,T$ است.

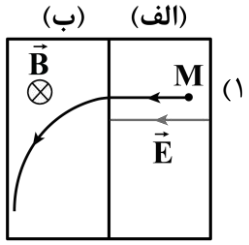
ج- برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی حاصل از مغز، از دستگاهی به نام اسکوپید استفاده می‌شود.

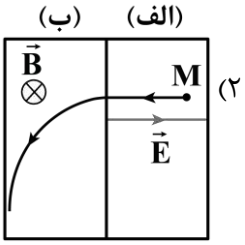
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

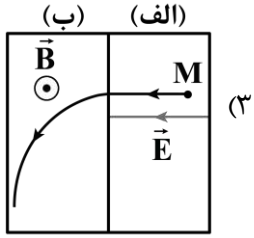
محل انجام محاسبات

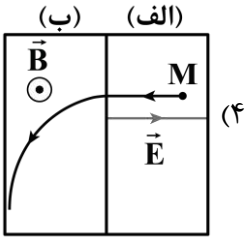
WWW.ArefOnline.ir

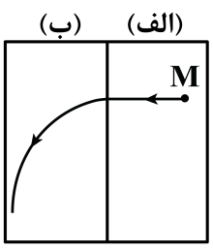
۴۵- در شکل زیر در هر یک از مناطق مجزای «الف» و «ب» فقط یک میدان الکتریکی یکنواخت یا میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر یک الکترون را از نقطهٔ M رها کنیم، این الکترون مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. در کدام گزینه جهت میدان‌ها به‌درستی رسم شده‌است؟ (از اثر نیروی وزن صرف‌نظر کنید.)

۱)


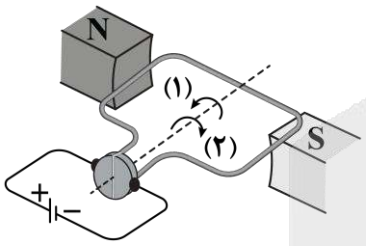
۲)


۳)


۴)


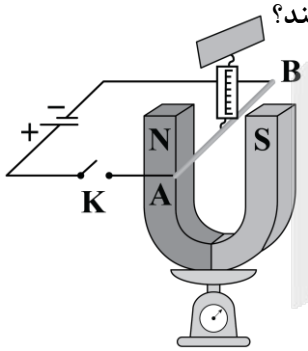


۴۶- کدام گزینه در مورد ابزار نشان داده‌شده در شکل زیر نادرست است؟



۱) طرحی ساده از یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.
۲) این ابزار انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند.
۳) این ابزار اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهد.
۴) در لحظهٔ نشان داده‌شده حلقه در جهت (۲) می‌چرخد.

۴۷- در شکل زیر، سیم افقی AB به طول ۲۰cm در میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب آهنربا به بزرگی ۰/۴T معلق است و اعدادی که نیروسنج فنری و ترازو نشان می‌دهند، به‌ترتیب T و F_N هستند. وقتی کلید K بسته شود، از سیم، جریان ۱۰A می‌گذرد. با وصل کلید K، مقدار $F_N - T$ چند نیوتون تغییر می‌کند؟

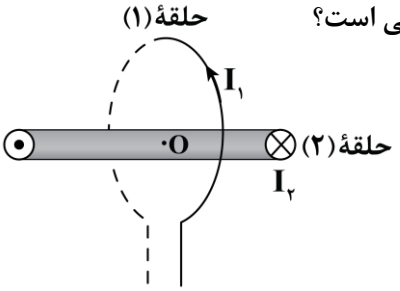


۱) +۰/۸
۲) −۰/۸
۳) +۱/۶
۴) −۱/۶

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

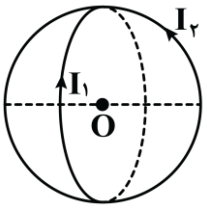
۴۸- شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای هم‌مرکز و حامل جریان را نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) هم‌اندازه هستند. میدان خالص در مرکز حلقه‌ها در چه جهتی است؟



۱) ←
۲) ↑
۳) ↖
۴) ↙

۴۹- مطابق شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای مشابه حامل جریان با شعاع ۱۰cm بر هم عمود هستند. اگر $I_1 = 6A$ و $I_2 = 8A$ باشد، اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص حاصل از حلقه‌ها در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟

$(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) 6×10^{-5}
۲) $7/5\times10^{-5}$
۳) 6×10^{-4}
۴) $7/5\times10^{-4}$

۵۰- پیچه‌ای مسطح به شعاع 5cm از N حلقه تشکیل شده است. اگر جریان عبوری از این پیچه را $\frac{5}{\pi}$ میل‌آمپر تغییر دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن ۰/۴G کاهش می‌یابد. پیچه از چند دور سیم تشکیل شده است؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۲۰۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۲۰
۴) ۲

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) میوه‌ها نسبت به آبمیوه‌های طبیعی ماندگاری بیشتر و کیفیت بهتری دارند.

۲) سرعت متوسط تولید فراورده‌های گازی را می‌توان با اندازه‌گیری فشار آن‌ها تعیین کرد.

۳) هر چه آهنگ یک واکنش بیشتر باشد، زمان ماندگاری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر خواهد بود.

۴) در انفجار یک ماده منفجره جامد یا مایع، حجم زیادی گاز طی زمان بسیار کم تولید می‌شود.

۵۲- در یک سیلندر با پیستون متحرک ۴۴/۸ لیتر گاز نیتروژن مونوکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن در شرایط استاندارد طبق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $NO(g) + O_2(g) \longrightarrow NO_2(g)$ واکنش می‌دهد. اگر پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه حجم گاز نیتروژن مونوکسید به ۱۱/۲ لیتر برسد، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با چند مول بر دقیقه است؟

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

۵۳- اگر ۴/۴۸ لیتر مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق معادله موازنه‌نشدهٔ $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ در شرایط استاندارد به‌طور کامل واکنش دهند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی پیوندهای $N \equiv N$، $N - H$ و $H - H$ به‌ترتیب برابر با ۹۴۰، ۳۹۱ و ۴۳۶ کیلوژول بر مول است.)

۱) ۴/۶ ۲) ۴/۹ ۳) ۹/۲ ۴) ۹/۸

۵۴- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر میان مقدار آنتالپی پیوندها نادرست است؟

۱) $C = C < C = O$ ۲) $Br - Br < Cl - Cl$

۳) $H - F < H - Cl$ ۴) $N - N < N = O$

۵۵- آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار معیّن برابر ۱۳۶۵− کیلوژول بر مول است. از گرمای حاصل از سوختن کامل چند گرم اتانول گرمای مورد نیاز برای تولید در مجموع ۱۲۶ گرم فراورده در واکنش $C(s) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)\ ,\Delta H = +۱۳۰\ kJ$ تأمین می‌شود؟

$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$

۱) ۳۶/۸ ۲) ۳۳/۶ ۳) ۱۸/۴ ۴) ۱۶/۸

۵۶- اگر در واکنش سوختن ۵۶ گرم از یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار، ۵۶ لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید در شرایط استاندارد و ۵۴ گرم آب تولید شود، درصد جرمی اکسیژن در این ترکیب به‌تقریب چقدر است؟

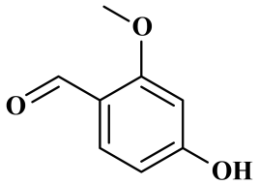
$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$

۱) ۳۹/۳ ۲) ۴۲/۹ ۳) ۳۲/۱ ۴) ۳۵/۷

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۵۷- **کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل، درست است؟** ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱}$)



۱) اختلاف جرم مولی آن با ۲-هپتانون برابر با ۳۴ گرم است.

۲) حدود ۴۳ درصد از جفت الکترون‌های پیوندی آن میان اتم‌های کربن قرار دارند.

۳) آلدهید موجود در بادام برخلاف ترکیب مورد نظر دارای یک گروه عاملی کربونیل در ساختار خود است.

۴) در سوختن کامل آن در دما و فشار مشخص، حجم اکسیژن مصرف‌شده و کربن‌دی‌اکسید تولیدشده برابر است.

۵۸- **اگر Δn یک ماده در واکنش $A(g) \longrightarrow B(g) + C(g)$ مقداری ..... باشد، آن ماده ..... این واکنش است و در طول زمان انجام این واکنش، سرعت این ماده ..... می‌یابد.**

۱) مثبت ـ فراورده ـ کاهش
۲) منفی ـ فراورده ـ افزایش
۳) مثبت ـ واکنش‌دهنده ـ کاهش
۴) منفی ـ واکنش‌دهنده ـ افزایش

۵۹- **واکنش تجزیه ۶ مول گوگرد تری‌اکسید مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ $SO_۳(g) \longrightarrow SO_۲(g) + O_۲(g)$ در یک ظرف در حال انجام است. اگر از زمانی که جرم گوگرد تری‌اکسید و اکسیژن در ظرف واکنش برابر می‌شود تا پایان واکنش، ۲۰ دقیقه طول بکشد، سرعت تولید گوگرد دی‌اکسید در این بازه زمانی برابر چند میلی‌مول بر دقیقه است؟** ($O = ۱۶, S = ۳۲: g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۶۰- **کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**

۱) مقدار انرژی مصرف‌شده برای شکستن پیوندهای موجود در یک مول ید در دما و فشار اتاق برابر با آنتالپی پیوند $I - I$ است.

۲) گرمای حاصل از سوختن $۲m$ گرم پروتئین در مقایسه با گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی، بیشتر است.

۳) مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در یک مول ۱-بوتن و یک مول ۲-بوتن یکسان است.

۴) با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، ارزش سوختی آن‌ها کاهش می‌یابد.

۶۱- **کدام گزینه، عبارت زیر را به‌درستی تکمیل نمی‌کند؟**

«اگر در یک واکنش، ..... مواد فراورده از مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH این واکنش همانند واکنش ..... خواهد بود.»

۱) آنتالپی ـ فتوسنتز
۲) آنتالپی ـ تبدیل گاز کربن‌دی‌اکسید به اتم‌های گازی مجزا
۳) مجموع آنتالپی پیوندهای ـ تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده آن
۴) مجموع آنتالپی پیوندهای ـ تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازنده آن

محل انجام محاسبات

۶۲- چند مورد از مطالب زیر درباره رادیکال‌های آزاد درست است؟

الف ـ اگر در مولکولی حداقل یک اتم از آرایش هشت‌تایی پیروی نکند، آن ماده رادیکال آزاد است.

ب ـ رادیکال‌های آزاد گونه‌هایی ناپایدار هستند که واکنش‌پذیری بسیار بالایی دارند.

ج ـ در ساختار رادیکال‌های آزاد همه اتم‌ها از ساختار هشت‌تایی تبعیت نمی‌کنند.

د ـ در ساختار این مواد حداقل یک الکترون جفت‌نشده وجود دارد.

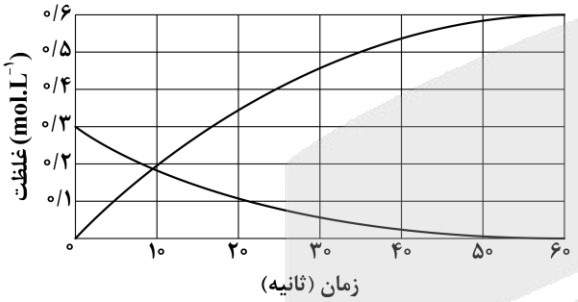
هـ ـ در ساختار این مواد جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶۳- برای یک ترکیب آلی بدون شاخه با فرمول مولکولی $C_5H_{10}O$، به‌ترتیب چند ساختار آلدهیدی و چند ساختار کتونی می‌توان در نظر گرفت؟

۱) ۱ ـ ۲ ۲) ۲ ـ ۳ ۳) ۱ ـ ۳ ۴) ۲ ـ ۲

۶۴- واکنش $2Cl_2O(g) \rightarrow 4Cl(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام است. اگر نمودار زیر تغییرات غلظت مولی دو مادهٔ شرکت‌کننده در این واکنش را نشان دهد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن از ابتدا تا انتهای واکنش بر حسب مول بر دقیقه کدام است و طی این واکنش چند گرم گاز Cl تولید شده است؟ ($Cl = 35/5\ g.mol^{-1}$)



۱) ۱۰۶/۵ ـ ۰/۷۵

۲) ۱۰۶/۵ ـ ۳

۳) ۴۲۶ ـ ۳

۴) ۴۲۶ ـ ۰/۷۵

۶۵- با توجه به جدول زیر، آنتالپی واکنش موازنه‌شده تجزیه آب اکسیژنه در شرایط گازی، برابر چند کیلوژول بر مول است؟

پیوند	$O=O$	$O-H$	$H-H$	$O-O$
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۴۹۵	۴۶۳	۴۳۶	۱۴۶

۱) −۱۴۴ ۲) −۳۴۹ ۳) −۲۹۰ ۴) −۲۰۳

محل انجام محاسبات

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۶۶- در یک ظرف سرباز ۳۵۰ گرم کلسیم کربنات مطابق معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ به‌طور کامل تجزیه می‌شود. اگر جدول زیر نشان‌دهندهٔ جرم تودهٔ جامد موجود در ظرف با گذشت زمان باشد، کدام گزینه دربارهٔ این واکنش نادرست است؟

$(C = 12, O = 16, Ca = 40: g.mol^{-1})$

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
جرم تودهٔ جامد (g)	۳۵۰	۳۰۶	۲۷۳	۲۵۱	۲۴۰

۱) شیب نمودار مول-زمان برای فراورده‌های این واکنش، با یکدیگر برابر و مثبت است.

۲) سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در ۴۰ ثانیه اول واکنش برابر با ۳/۷۵ مول بر دقیقه است.

۳) اگر سرعت تجزیهٔ کلسیم کربنات پس از ۳۰ ثانیهٔ نخست ثابت بماند، زمان کل انجام واکنش برابر با ۷۰ ثانیه خواهد بود.

۴) نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیهٔ اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیهٔ سوم برابر با ۲ است.

۶۷- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر:

$$4NO(g) \rightarrow 2NO_2(g) + N_2(g) \quad ,\Delta H = -294/7\ kJ$$
$$N_2(g) + 2O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) \quad ,\Delta H = +66/4\ kJ$$

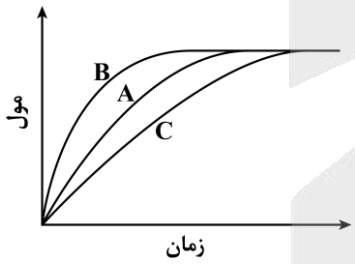
آنتالپی واکنش $3N_2(g) + 4O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g) + 4NO(g)$ برابر چند کیلوژول بر است؟

۱) $+384/5$ ۲) $+427/5$ ۳) $+452/6$ ۴) $+350/4$

۶۸- بازدارنده موجود در هندوانه یک ترکیب آلی ..... و ..... است.

۱) سیرشده ـ بدون شاخه ۲) سیرنشده ـ بدون شاخه ۳) سیرشده ـ شاخه‌دار ۴) سیرنشده ـ شاخه‌دار

۶۹- چند مورد از موارد زیر به‌ترتیب با انجام تغییرات گفته‌شده باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و از A به C می‌شوند؟ (نمودار، نشان‌دهندهٔ تغییر مول‌های یکی از مواد فراورده در واکنش است.)



الف ـ افزودن مقداری بنزوئیک اسید به ماده غذایی در حال فاسد شدن.

ب ـ افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید در واکنش آن با فلز آهن.

ج ـ فرایند هضم کلم و حبوبات در افرادی که با خوردن آن‌ها دچار نفخ می‌شوند.

د ـ استفاده از ۱ مول فلز روبیدیم به‌جای ۱ مول فلز پتاسیم در واکنش با آب سرد.

۱) ۳ ـ ۱ ۲) ۲ ـ ۲ ۳) ۱ ـ ۳ ۴) ۴ ـ صفر

۷۰- اگر در یک ظرف ۲ لیتری، یک نمونه از پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ $KNO_3(s) \rightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$ به‌طور کامل تجزیه شود و سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در طی واکنش برابر با ۰/۳ مول بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۱۰۲ گرم فراوردهٔ جامد تولید می‌شود؟

$(N = 14, O = 16, K = 39: g.mol^{-1})$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۴۰

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ فروردین ماه

حسابان ۱

مثلثات (از ابتدای توابع مثلثاتی تا انتهای فصل ۴)
حد و پیوستگی
(مفهوم حد و فرایندهای حدی، حد های یکطرفه)
صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۲۹

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(کل درس دوم: کاربرد تبدیل‌ها)
روابط طولی در مثلث (کل درس اول: قضیه سینوس‌ها)
صفحه‌های ۵۰ تا ۶۳

آمار و احتمال

آمار توصیفی
(کل فصل ۳)
صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

فیزیک ۲

مغناطیس + القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب
(از نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان تا ابتدای قانون لنز)
صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۷

شیمی ۲

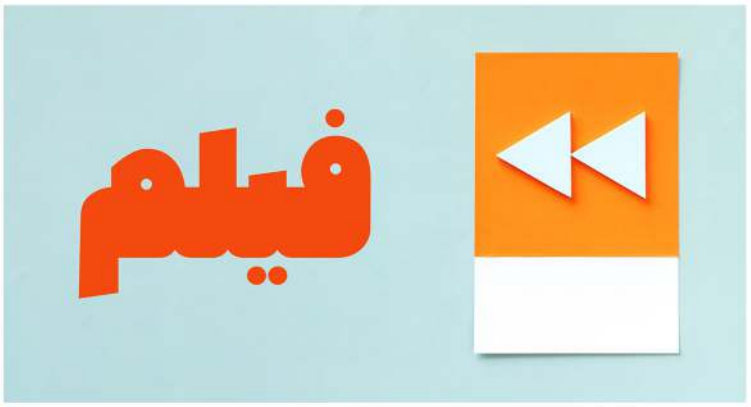
در پی غذای سالم (از ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش از دیدگاه کمی تا پایان فصل)
پوشاک، نیازی پایان ناپذیر (از ابتدای فصل تا انتهای الیاف و درشت مولکول‌ها)
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۴

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۴ فروردین‌ماه ۱۴۰۵

$\frac{۴}{۸}$ نیم‌سال دوم

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	محمد پورسعید ـ حسن محمدبیگی رسول حاجی‌زاده	مائده بادان فیروز ـ مهرداد اسپیدکار مهدی رمضانی ـ حمیدرضا ولی‌پور یزدان نیک‌قدم ـ حسین صنمی فؤاد خیرآبادی ـ علی اسدی
فیزیک	حسین‌عبدوی‌نژاد محمدجوادسورچی	حسین عبدوی نژاد ـ مهدی پارسا محمد جواد سورچی ـ مروارید شاه‌حسینی	مروارید شاه‌حسینی ایلیا فقیه‌میرزایی علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا فرهنگ امیری ـ طاها حق‌بین	محمدمهدی معظمی فرهنگ امیری ـ طاها حق‌بین امیرعلی حسینی‌فرد محمد دارابی‌جم

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مائده بادان‌فیروز

زهره جعفری

مروارید شاه‌حسینی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۲۰

خانواده و درس خوندن

شاید بعضی وقت‌ها وقتی می‌خوای برای کنکور درس بخونی، توی ذهنت این فکر بیاد که شرایط خونه خیلی برای درس خوندن ایده‌آل نیست. مثلاً با خودت بگی: «اگه خونه آروم‌تر بود یا شرایط یه کم بهتر بود، راحت‌تر می‌تونستم درس بخونم.» این فکر تا حدی طبیعیه و خیلی از دانش‌آموزها تجربه‌ش می‌کنن.

اما اینجا قرار نیست دربارهٔ این صحبت کنیم که خونواده دقیقاً چه کارهایی باید انجام بدن تا شرایط بهتر بشه. چون اگر بیش از حد روی این موضوع تمرکز کنیم، ممکنه کم‌کم ذهنمون عادت کنه همه چیز رو به شرایط بیرونی ربط بده و تمرکزمون از چیزی که واقعاً دست خودمونه دور بشه.

هدف این مطلب بیشتر اینه که یاد بگیریم چطور در کنار خونواده و اطرافیان، با آرامش بیشتری درس بخونیم و رابطه‌ای داشته باشیم که تنش کمتری ایجاد کنه؛ طوری که هم حال خودمون بهتر باشه و هم تمرکزمون برای درس خوندن حفظ بشه.

اینجا قراره یاد بگیری چطوری هیجانات خودت و خونواده‌ت رو کنترل کنی تا وقتی برای کنکور درس می‌خونی (و حتی بقیهٔ وقتا) بتونی با آرامش بیشتری کنار بقیه زندگی کنی و درس بخونی.

واقعیت اینه که هر کسی در کنار خانواده و اطرافیانش گاهی با اختلاف نظر روبه‌رو می‌شه و این کاملاً طبیعیه. تعارض یعنی دقیقاً همین لحظه‌هایی که خواستهٔ تو با خواستهٔ یک نفر دیگه جور درنمیاد. مثلاً تو می‌خوای توی سکوت درس بخونی، اما یکی از اعضای خونواده تلویزیون رو روشن کرده؛ یا تو برنامه‌ریزی کردی شب زودتر بخوابی، ولی بقیه هنوز بیدارن و سر و صدا هست.

در این جور موقعیت‌ها معمولاً هر دو طرف احساس می‌کنن حق با خودشونه و همین‌جا جرقهٔ بحث یا دلخوری زده می‌شه.

به این موقعیت‌ها می‌گیم «تعارض».

حالا سؤال مهم اینه که وقتی چنین موقعیت‌هایی پیش میاد، باید چه کار کنیم؟ جالبه بدونی برای برخورد با تعارض‌ها در کل **چهار نوع واکنش یا راه‌حل** وجود داره؛ نه بیشتر. توی ادامه می‌خوایم این چهار مدل رو با هم مرور کنیم تا بدونی در هر موقعیتی کدوم انتخاب می‌تونه منطقی‌تر و کم‌هزینه‌تر باشه.

قبل از اینکه بریم سراغشون یه مثال بزنم. فرض کن تو و داداشت می‌خواین تلویزیون ببینین. تو می‌خوای شبکهٔ آموزش ببینی، اون می‌خواد فوتبال ببینه. خب اینجا دعوا شروع می‌شه! حالا ببین چه مدل‌هایی برای حلش داریم:

۱. جنگیدن

اولین چیزی که معمولاً به ذهن آدم می‌رسه، جنگیدنه! مثلاً دعوا می‌کنی، کنترل رو می‌گیری، اونم جیغ می‌زنه و اعصاب داغون می‌شه.

این روش هزار تا ضرر داره — از آسیب جسمی گرفته تا اعصاب‌خوردی. **پس فقط وقتایی ازش استفاده کن که واقعاً چیزی که می‌خوای ارزش اون همه هزینه رو داشته باشه. وگرنه نرو سمتش!**

۲. قهر، فرار، تصریم

راه دوم هم معمولاً کار آدماییه که هنوز از نظر روحی کاملاً پخته نیستن. قهر کردن یعنی باخت - باخت. چون هم تو از بودن با اون محروم می‌شی، هم اون از بودن با تو. این در واقع به هیچ‌کدومتون سود نمی‌رسونه.

فقط وقتی از این روش استفاده کن که همه‌چی رو امتحان کردی و طرف مقابل با گفت‌وگو و تعامل درست نشد؛ اونم نه بیشتر از دو سه روز. چون وقتی طولش بدی، ذهن شروع می‌کنه از اون آدم یه «دشمن» می‌سازه و همهٔ خوبی‌هاشو فراموش می‌کنی. **نتیجه‌اش؟ اعصاب داغونِ خودت!**

۳. تسلیم شدن

تسلیم شدن همیشه بد نیست! اگه با فکر و حساب باشه حتی از گفت‌وگو هم مؤثرتره.

مثلاً شاید دیدن شبکهٔ آموزش برای تو ۵۰٪ مهمه، ولی برای داداشت فوتبال ۸۰٪ اهمیت داره. اینجور وقتا اگه بتونی کوتاه بیای و بگی:

«باشه عزیزم، تو فوتبال ببین، من آموزش رو بعداً می‌بینم.»

با همین کار ساده هم فداکار دیده می‌شی، هم احتمال زیاد بعداً اونم وقتی نوبتت شد، باهات راه میاد.

۴. گفت‌وگو

با کلاس‌ترین و عاقلانه‌ترین گزینه همینه. گفت‌وگو یعنی به‌جای داد و سکوت قهرآلود، حرف بزنی. خیلی وقتا فقط با یه گفت‌وگوی آروم و محترمانه، راه‌حل خودبه‌خود پیدا می‌شه.

اجازه نده ناراحتی‌ها و فکرای منفی هی تو ذهنت بمونن و تمرکزت رو از درس خوندن برای کنکور بگیرن. فقط بگو چی اذیتت کرده.

مثلاً ساده بگو:

«فلان کارت منو ناراحت کرد.»

بدون داد زدن و فحش دادن و جنجال!

جمع‌بندی آخر...

وقتی برای کنکور درس می‌خونی، جنگ و قهر رو تا حد ممکن کنار بذار.
درعوض یاد بگیر آگاهانه از تسلیم سنجیده و گفت‌وگو استفاده کنی.
اینطوری هم اعصابت راحت‌تره، هم رابطه‌هات آروم‌تر می‌شن، هم تمرکزت برای درس خوندن برای کنکور حفظ می‌شه.

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینهٔ ۳ — (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) | دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه
دسته‌بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول و دقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتم (درس ۲ و ۳) + مثلثات (کل فصل ۴)، صفحه‌های ۸۰ تا ۱۱۲
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای انتقال تا آخر فصل)، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴
آمار و احتمال: احتمال (درس ۳ و ۴) + آمار توصیفی (درس ۱)، صفحه‌های ۴۸ تا ۷۸

سهم در کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۳ تست از ۱۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: : این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

۱- نمودار تابع $f(x)=۴-\log_{۳}^{(۲x+۱)}$، محور xها را در نقطهٔ A و محور yها را در نقطهٔ B قطع می‌کند. شیب خط AB کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) −۰/۱ ۳) ۱۰ ۴) −۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۲ ـ ۱۱۰۳)

برای به‌دست‌آوردن محل تقاطع تابع با محور xها باید $f(x)$ را مساوی صفر قرار دهیم:

$$f(x)=۰ \Rightarrow ۴-\log_{۳}^{(۲x+۱)}=۰ \Rightarrow \log_{۳}^{(۲x+۱)}=۴ \Rightarrow ۲x+۱=۳^{۴}=۸۱ \Rightarrow x=۴۰ \Rightarrow A(۴۰,۰)$$

و برای به‌دست آوردن محل تقاطع تابع با محور yها باید در ضابطهٔ تابع x را مساوی صفر قرار دهیم:

$$x=۰ \Rightarrow f(۰)=۴-\log_{۳}^{۱}=۴-۰=۴ \Rightarrow B(۰,۴)$$

حال می‌توانیم شیب خط AB را محاسبه کنیم:

$$m_{AB}=\frac{۴-۰}{۰-۴۰}=-\frac{۱}{۱۰}=-۰/۱$$

عرض از مبدأ و طول از مبدأ

عرض از مبدأ: محل تلاقی نمودار با محور yها است که با جای‌گذاری $x=۰$ در ضابطهٔ تابع به‌دست می‌آید، به عبارتی برابر با $f(۰)$ است.

طول از مبدأ: محل تلاقی نمودار با محور xها است و از حل معادلهٔ $f(x)=۰$ به‌دست می‌آید.

تذکر!

هر دو نقطه در ضابطهٔ تابع صدق می‌کنند.

معادلات لگاریتمی

برای حل معادلات لگاریتمی تا حد امکان آن‌ها را به کمک ویژگی‌های لگاریتم ساده کرده، سپس با استفاده از روابط زیر مجموعه جواب را تعیین می‌کنیم.

۱) $\log_{a}^{x}=y \Leftrightarrow x=a^{y} \quad (a,x>۰,a\neq ۱)$

۲) $\log_{a}^{x}=\log_{a}^{y} \Leftrightarrow x=y \quad (a,x,y>۰\ ,\ a\neq ۱)$

تذکر!

توجه داشته باشید که به‌ازای جواب‌های به‌دست آمده باید عبارت‌های لگاریتمی تعریف شده باشند.

یادآوری! (تعیین شیب خط با داشتن دو نقطه)

اگر دو نقطه $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ را داشته باشیم آن‌گاه شیب خط AB برابر است با:

$$m_{AB}=\frac{y_۲-y_۱}{x_۲-x_۱}$$

۲- ضابطهٔ وارون تابع $f(x)=۱۰^{(۴x-۱)}$ به‌صورت $f^{-۱}(x)=a+b\log x$ است. حاصل $۴a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۱ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به تعریف لگاریتم $(y=\log_a^x \Leftrightarrow x=a^y)$ در تابع داده شده، x را برحسب y به‌دست می‌آوریم، سپس با تعویض نام x و y، $f^{-۱}(x)$ را تعیین می‌کنیم:

$$f(x)=۱۰^{۴x-۱} \Rightarrow y=۱۰^{۴x-۱} \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم در مبنای ۱۰ می‌گیریم}} \log_{۱۰}^{y}=\log_{۱۰}^{۱۰^{۴x-۱}} \Rightarrow \log_{۱۰}^{y}=۴x-۱$$

$$\Rightarrow ۴x=\log_{۱۰}^{y}+۱ \Rightarrow x=\frac{۱+\log y}{۴} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱+\log x}{۴}=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}\log x$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}\log x=a+b\log x \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۱}{۴} \\ b=\frac{۱}{۴} \end{cases}$$

$$۴a+b=۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$$

وارون تابع نمایی

وارون یک تابع نمایی را تابع لگاریتمی می‌نامیم. تابع نمایی $f(x)=a^x$ با شرط $a>۰$ و $a\neq ۱$ یک‌به‌یک است و از این رو دارای تابع وارون $f^{-۱}(x)$ است که تابع لگاریتمی با مبنای a نامیده می‌شود و آن را با نماد $y=\log_a^x$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر داریم:

$$y=a^x \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم در مبنای a می‌گیریم}} \log_a^y=x$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\log_a^x$$

۳- قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادلهٔ $\log_{۵}^{(۶x-۱)}=۱+\log_{\sqrt{۵}}^{x}$ کدام است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۶ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

برای حل معادله دو روش وجود دارد.

روش اول

به کمک رابطهٔ $\log_a^x=y \Leftrightarrow x=a^y$:

$$\log_{۵}^{(۶x-۱)}=۱+\log_{\sqrt{۵}}^{x} \Rightarrow \log_{۵}^{(۶x-۱)}-\log_{\sqrt{۵}}^{x}=۱ \Rightarrow \log_{۵}^{(۶x-۱)}-\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\log_{۵}^{x}=۱$$

$$\log_{۵}^{(۶x-۱)}-۲\log_{۵}^{x}=۱ \Rightarrow \log_{۵}^{(۶x-۱)}-\log_{۵}^{x^۲}=۱$$

$$\log_{۵}^{\frac{۶x-۱}{x^۲}}=۱ \Rightarrow \frac{۶x-۱}{x^۲}=۵ \Rightarrow ۵x^۲-۶x+۱=۰ \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۵} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند، زیرا هم در معادلهٔ اولیه صدق می‌کنند و هم در دامنهٔ تابع لگاریتمی جای دارند.

روش دوم

به کمک رابطهٔ $\log_a^x = \log_a^y \Leftrightarrow x = y$:

$$\log_5^{(6x-1)} = 1 + \log_{\sqrt{5}}^x \Rightarrow \log_5^{(6x-1)} = \log_5^5 + \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_5^x = \log_5^5 + 2\log_5^x$$

$$\Rightarrow \log_5^{(6x-1)} = \log_5^5 + \log_5^{x^2} \Rightarrow \log_5^{(6x-1)} = \log_5^{5x^2} \Rightarrow 6x - 1 = 5x^2$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 6x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند، زیرا هم در معادلهٔ اولیه صدق می‌کنند و هم در دامنهٔ تابع لگاریتمی جای دارند. بنابراین داریم:

$$|x_2 - x_1| = \left|\frac{1}{5} - 1\right| = \frac{4}{5} = 0/8$$

ویژگی‌های لگاریتم

با فرض آن‌که هر یک از لگاریتم‌ها تعریف شده باشند مهمترین قوانین و ویژگی‌های لگاریتم به‌صورت زیر هستند:

۱) $\log_a^x - \log_a^y = \log_a^{\frac{x}{y}}$

۲) $\log_a^x + \log_a^y = \log_a^{(xy)}$

۳) $\log_a^{x^m} = m\log_a^x$

۴) $\log_{a^n}^x = \frac{1}{n}\log_a^x$

حالت کلی $\rightarrow \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$

۵) $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$

۶) $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

۷) $x^{\log_a^y} = y^{\log_a^x}$

حالت‌های خاص حل معادلهٔ درجه دوم

در معادلهٔ درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ داریم:

$a + b + c = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌های معادله}} x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{c}{a}$

$b = a + c \xrightarrow{\text{ریشه‌های معادله}} x_1 = -1\ ,\ x_2 = -\frac{c}{a}$

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\sqrt[a]{3}x^2 + (\overbrace{\sqrt{3}+5}^{b})x + \sqrt[c]{5} = 0 \Rightarrow b = a + c \Rightarrow x_1 = -1\ ,\ x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-5}{\sqrt{3}}$$

۴- با فرض $\log ۲ = ۰/۳$، مقدار $\log \sqrt[۵]{۱۲۵۰}$ کدام است؟

۱) ۰/۷۸ ۲) ۰/۶۸ ۳) ۰/۷۲ ۴) ۰/۶۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$\log \sqrt[۵]{۱۲۵۰} = \log(۱۲۵۰)^{\frac{۱}{۵}} = \frac{۱}{۵}\log(۵^۴ \times ۲)$$

$$= \frac{۱}{۵}(۴\log ۵ + \log ۲) = \frac{۱}{۵}(۴\log \frac{۱۰}{۲} + \log ۲)$$

$$= \frac{۱}{۵}(۴\log ۱۰ - ۴\log ۲ + \log ۲) = \frac{۱}{۵}(۴ - ۳\log ۲)$$

$$= \frac{۱}{۵}\big(۴ - ۳(۰/۳)\big) = \frac{۱}{۵}(۳/۱) = ۰/۶۲$$

قِلِقِشو یاد بگیر!

برای تبدیل $\log ۲$ و $\log ۵$ به یکدیگر از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\log ۱۰ = \log ۵ + \log ۲ \Rightarrow \begin{cases} \log ۲ = ۱ - \log ۵ \\ \log ۵ = ۱ - \log ۲ \end{cases}$$

۵- اگر $A = \frac{۱}{\log_{۲۷}^{۶}} + \frac{۱}{\log_{۸}^{۶}}$ و $B = ۵^{\log_{۲۵}^{۳}}$، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

ابتدا به کمک ویژگی‌های لگاریتم A و B را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{۱}{\log_{۲۷}^{۶}} + \frac{۱}{\log_{۸}^{۶}} \Rightarrow A = \log_{۶}^{۲۷} + \log_{۶}^{۸} = \log_{۶}^{۸\times ۲۷} = \log_{۶}^{۲۱۶} = \log_{۶}^{۶^۳} = ۳$$

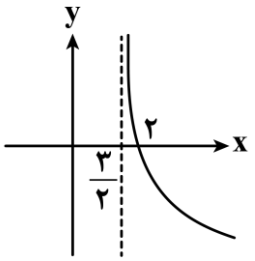
$$B = ۵^{\log_{۲۵}^{۳}} = ۳^{\log_{۲۵}^{۵}} = ۳^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{A}{B} = \frac{۳}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳}$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

۶- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=\log_{۴}^{(\frac{۱}{ax+b})}$ را نمایش می‌دهد. حاصل $f^{-۱}(-۲)$ کدام است؟



۱) ۶/۵
۲) ۷/۵
۳) ۸/۵
۴) ۹/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۱۰۳)

بررسی سریع:

$$f(x)=-\log_{۴}^{(ax+b)}$$

$$\begin{cases}\xrightarrow{(۲,۰)} f(۲)=۰\Rightarrow -\log_{۴}^{(۲a+b)}=۰\Rightarrow ۲a+b=۴^{۰}\Rightarrow ۲a+b=۱\\ ax+b\xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}}\frac{۳}{۲}a+b=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\ b=-۳\end{cases}$$

$$f(x)=-\log_{۴}^{(۲x-۳)}\xrightarrow{f^{-۱}(-۲)=\alpha\Leftrightarrow f(\alpha)=-۲}-\log_{۴}^{(۲\alpha-۳)}=-۲\Rightarrow\alpha=۹/۵$$

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=\log_{۴}^{(\frac{۱}{ax+b})}=\log_{۴}^{(ax+b)^{-۱}}=-\log_{۴}^{(ax+b)}$$

چون دامنهٔ تابع $(\frac{۳}{۲},+\infty)$ است، پس $x=\frac{۳}{۲}$ ریشهٔ عبارت جلوی لگاریتم است.

$$ax+b=۰\xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}}\frac{۳}{۲}a+b=۰\ (I)$$

از طرفی نقطهٔ $(۲,۰)$ روی نمودار قرار دارد، پس:

$$f(۲)=۰\Rightarrow -\log_{۴}^{(۲a+b)}=۰\Rightarrow ۲a+b=۴^{۰}\Rightarrow ۲a+b=۱\ (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)}\begin{cases}\frac{۳}{۲}a+b=۰\Rightarrow b=-\frac{۳}{۲}a\xrightarrow{a=۲}b=-۳\\ ۲a+b=۱\xrightarrow{b=-\frac{۳}{۲}a}۲a-\frac{۳}{۲}a=۱\Rightarrow\frac{۱}{۲}a=۱\Rightarrow a=۲\end{cases}$$

$$f(x)=-\log_{۴}^{(۲x-۳)}$$

و همچنین می‌دانیم اگر $(-۲,\alpha)\in f^{-۱}$ باشد، آن‌گاه $(\alpha,-۲)\in f$ است، پس خواهیم داشت:

$$f^{-۱}(-۲)=\alpha\Rightarrow f(\alpha)=-۲\Rightarrow -\log_{۴}^{(۲\alpha-۳)}=-۲\Rightarrow ۲\alpha-۳=۴^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲\alpha-۳=۱۶\Rightarrow ۲\alpha=۱۹\Rightarrow\alpha=\frac{۱۹}{۲}=۹/۵$$

نکته!

اگر $A(a,b)$ روی نمودار f باشد، آن‌گاه $A'(b,a)$ روی نمودار $f^{-۱}$ است.

$$f(a)=b\Leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$$

۷- اگر $\left[\log_{۲}^{a}\right]+\left[\log_{۳}^{۲۲}\right]=۵$ باشد، جمع مقادیر طبیعی به‌دست آمده برای a کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۹۲ ۲) ۱۰۸ ۳) ۱۱۵ ۴) ۹۹

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۲ ـ ۱۱۰۳)

برای برداشتن جزءصحیح ابتدا باید دید که هر کدام از لگاریتم‌ها بین کدام دو عدد صحیح قرار دارند.

$$۹<۲۲<۲۷ \Rightarrow ۳^{۲}<۲۲<۳^{۳} \xrightarrow{۳>۱} \log_{۳}^{۳^{۲}}<\log_{۳}^{۲۲}<\log_{۳}^{۳^{۳}} \Rightarrow ۲<\log_{۳}^{۲۲}<۳ \Rightarrow \left[\log_{۳}^{۲۲}\right]=۲$$

مقدار آن را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\left[\log_{۳}^{۲۲}\right]+\left[\log_{۲}^{a}\right]=۵ \Rightarrow ۲+\left[\log_{۲}^{a}\right]=۵ \Rightarrow \left[\log_{۲}^{a}\right]=۳ \Rightarrow ۳\le\log_{۲}^{a}<۴$$

$$\Rightarrow ۳\log_{۲}^{۲}\le\log_{۲}^{a}<۴\log_{۲}^{۲} \Rightarrow \log_{۲}^{۲^{۳}}\le\log_{۲}^{a}<\log_{۲}^{۲^{۴}} \xrightarrow{۲>۱} ۲^{۳}\le a<۲^{۴} \Rightarrow ۸\le a<۱۶$$

بنابراین خواهیم داشت:

مجموع مقادیر طبیعی a: $۸+۹+\ldots+۱۵=۹۲$

تعیین لگاریتم بین دو عدد صحیح

برای تعیین این‌که لگاریتم یک عدد در پایهٔ b بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرد، کافی است تعیین کنیم که آن عدد در بین کدام دو توان صحیح و متوالی b قرار می‌گیرد.

یه نمونهٔ باحال ببین!

لگاریتم ۱۶ در پایهٔ ۵ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

$$۵^{۱}<۱۶<۵^{۲} \Rightarrow ۱<\log_{۵}^{۱۶}<۲$$

پس $\log_{۵}^{۱۶}$ بین ۱ و ۲ قرار دارد.

یادآوری

جزء صحیح (براکت): بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی x را جزء صحیح x می‌نامیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$\left[-۲/۵\right]=-۳ \quad , \quad \left[۲/۹\right]=۲ \quad , \quad \left[-۱۰\right]=-۱۰$$

نکته!

برای هر $k\in\mathbb{Z}$ از $\left[x\right]=k$ می‌توان نتیجه گرفت:

$$\left[x\right]=k \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k\le x<k+۱$$

باز

۸- تعداد اعداد طبیعی که در نامعادلهٔ $\left|\log_{۲}^{(x-۴)}\right|<۳$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

ابتدا با استفاده از حل نامعادلهٔ قدرمطلقی داریم:

$$\left|\log_{۲}^{(x-۴)}\right|<۳ \Rightarrow -۳<\log_{۲}^{(x-۴)}<۳$$

$$\begin{cases}\log_{۲}^{(x-۴)}>-۳ \xrightarrow{۲>۱} x-۴>۲^{-۳} \Rightarrow x-۴>\frac{۱}{۸} \Rightarrow x>\frac{۳۳}{۸}\\ \log_{۲}^{(x-۴)}<۳ \xrightarrow{۲>۱} x-۴<۲^{۳} \Rightarrow x-۴<۸ \Rightarrow x<۱۲\end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{۳۳}{۸}<x<۱۲$$

دامنهٔ تابع لگاریتمی بالا نیز به‌صورت $(۴,+\infty)$ است، که اشتراک آن با مجموعه جواب به‌دست آمده به‌صورت $\frac{۳۳}{۸} < x < ۱۲$ خواهد بود.

اعداد طبیعی که در نامعادله صدق می‌کنند عبارتند از $۵,۶,۷,۸,۹,۱۰,۱۱$ که تعداد آن‌ها برابر ۷ است.

نامعادلات لگاریتمی

$$۱)\ \log_a^x > y \xleftrightarrow{a>۱} x > a^y$$

$$\log_a^x > y \Rightarrow \log_a^x > y\log_a^a \Rightarrow \log_a^x > \log_a^{a^y} \xrightarrow{a>۱} x > a^y$$

$$۲)\ \log_a^x > y \xleftrightarrow{۰<a<۱} x < a^y$$

$$\log_a^x > y \Rightarrow \log_a^x > y\log_a^a \Rightarrow \log_a^x > \log_a^{a^y} \xrightarrow{۰<a<۱} x < a^y$$

و از روی نمودار تابع لگاریتمی هم مشخص می‌شود که:

$$۳)\ \log_a^x > \log_a^y \xleftrightarrow{a>۱} x > y$$

$$۴)\ \log_a^x > \log_a^y \xleftrightarrow{۰<a<۱} x < y$$

تذکر!

در هر یک از روابط بالا فرض شده که تمام عبارت‌ها تعریف شده‌اند.

مثال

۹- اگر $\log_{\sqrt[۳]{۳}}^{۸} = k$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{۱۸}}^{\sqrt{۱۲}}$ برحسب k کدام است؟

۱) $\frac{k+۱۸}{۲k+۹}$ ۲) $\frac{k+۸}{۲k+۱۹}$ ۳) $\frac{۲k+۱۹}{k+۸}$ ۴) $\frac{۲k+۹}{k+۱۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۶ ـ ۱۱۰۳)

ابتدا دادهٔ مسئله را با استفاده از ویژگی های لگاریتم ساده‌تر می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt[۳]{۳}}^{۸} = k \Rightarrow \log_{۳^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^۳} = k \Rightarrow ۳\times۳\times\log_۳^۲ = k \Rightarrow \log_۳^۲ = \frac{k}{۹}$$

حال سعی می‌کنیم با ساده‌سازی خواستهٔ مسئله و ظاهر شدن $\log_۳^۲$ در آن مقدارش را برحسب k بیابیم:

$$\log_{\sqrt{۱۸}}^{\sqrt{۱۲}} = \frac{\log_۳^{\sqrt{۱۲}}}{\log_۳^{\sqrt{۱۸}}} = \frac{\log_۳^{۲\sqrt{۳}}}{\log_۳^{۳\sqrt{۲}}} = \frac{\log_۳^۲ + \log_۳^{\sqrt{۳}}}{\log_۳^۳ + \log_۳^{\sqrt{۲}}} = \frac{\log_۳^۲ + \frac{۱}{۲}\log_۳^۳}{۱ + \frac{۱}{۲}\log_۳^۲} = \frac{\frac{k}{۹} + \frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{۱}{۲}(\frac{k}{۹})} = \frac{\frac{۲k+۹}{۱۸}}{\frac{۱۸+k}{۱۸}} = \frac{۲k+۹}{۱۸+k}$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۰- در یک ظرف ۲۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۸ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از گذشت چند روز غلظت محلول به $\frac{۱}{۳}$ غلظت محلول اول می‌رسد؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و $\log ۳ = ۰/۴۸$)

۱) ۱۶ ۲) ۲۱ ۳) ۴۸ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم که: $\text{غلظت محلول} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}$

فرض کنیم غلظت اولیهٔ محلول $A_۰$ و جرم حل شوندهٔ موجود در محلول اولیه x باشد. در این صورت داریم:

$$\text{غلظت اولیه محلول } A_۰ = \frac{x}{۲۰۰} \Rightarrow x = ۲۰۰A_۰$$

حال برای یافتن غلظت محلول در روزهای بعدی باید نسبت جرم حل‌شونده به جرم محلول را در هر روز بیابیم. دقت کنید که در مجموع جرم محلول ثابت می‌ماند. اما چون از محلول ۸ لیتر برمی‌داریم از جرم حل‌شونده کم می‌شود و با اضافه کردن حلال جرم کل ثابت می‌ماند. پس برای محاسبهٔ غلظت روزهای بعد داریم:

$$\text{غلظت محلول پس از ۱ روز} = A_۱ = \frac{x - ۸A_۰}{۲۰۰} = \frac{۲۰۰A_۰ - ۸A_۰}{۲۰۰} = \frac{۱۹۲A_۰}{۲۰۰} = \frac{۱۹۲}{۲۰۰}A_۰ \quad (۱)$$

$$\text{غلظت محلول پس از ۲ روز} = A_۲ = \frac{۲۰۰A_۱ - ۸A_۱}{۲۰۰} = \frac{۱۹۲}{۲۰۰}A_۱ \overset{(۱)}{=} \left(\frac{۱۹۲}{۲۰۰}\right)^۲ A_۰$$

و به همین ترتیب غلظت محلول پس از n روز برابر می‌شود با:

$$\text{غلظت محلول پس از } n \text{ روز} = A_n = \left(\frac{۱۹۲}{۲۰۰}\right)^n A_۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}\cancel{A_۰} = \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^n \cancel{A_۰} \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} n = \log_{\frac{۹۶}{۱۰۰}}^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow n = \frac{\log ۳^{-۱}}{\log ۹۶ - \log ۱۰۰} = \frac{-\log ۳}{\log(۳^۵ \times ۳) - ۲} = \frac{-\log ۳}{۵\log ۲ + \log ۳ - ۲}$$

$$n = \frac{-۰/۴۸}{۵(۰/۳) + ۰/۴۸ - ۲} = \frac{-۰/۴۸}{-۰/۰۲} = \frac{۴۸}{۲} = ۲۴$$

درنتیجه بعد از گذشت ۲۴ روز به غلظت موردنظر می‌رسیم.

غلظت محلول (ترکیب مواد)

اگر ترکیبی از حلال و حل شونده به‌ترتیب به جرم x و y موجود باشد و k واحد به حل‌شونده اضافه شود، غلظت محلول برابر است با:

$$\text{غلظت محلول} = \frac{y + k}{x + y + k}$$

و اگر k واحد به حلال اضافه شود، غلظت محلول برابر است با:

$$\text{غلظت محلول} = \frac{y}{x + y + k}$$

توجه!

توجه کنید که به هر کدام از حلال (معمولاً آب) یا حل‌شونده (معمولاً نمک) می‌توان k واحد اضافه کرد و غلظت محلول به‌طور معمول نسبت جرم حل‌شونده به محلول است.

۱۱- در دایره‌ای به شعاع ۱۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویهٔ مرکزی θ برحسب رادیان، برابر $\frac{۴\pi}{۳}$ است. مساحت قطاع نظیر این زاویه کدام است؟

۱) ۶π ۲) ۸π ۳) ۱۲π ۴) ۱۶π

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۱۰۴)

روش اول

طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی θ رادیان در دایره‌ای به شعاع R، از رابطهٔ $L = R.\theta$ به‌دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\frac{۴\pi}{۳} = ۱۲ \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۹} \text{rad}$$

اگر در دایره‌ای به شعاع R زاویهٔ قطاعی برابر با θ رادیان باشد، مساحت این قطاع برابر $S = \frac{۱}{۲}R^۲\theta$ است، بنابراین داریم:

$$\text{مساحت قطاع } S = \frac{۱}{۲} \times ۱۲^۲ \times \frac{\pi}{۹} = ۸\pi$$

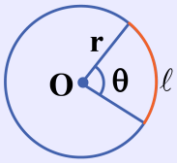
روش دوم

با استفاده از نکتهٔ انتهای سؤال به‌طور مستقیم داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}Lr = \frac{۱}{۲}(\frac{۴\pi}{۳})(۱۲) = ۸\pi$$

طول کمان

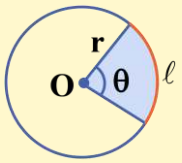
در یک دایره به شعاع r، اگر زاویهٔ مرکزی برحسب رادیان برابر θ باشد، آن‌گاه طول کمان برابر است با:



$$\ell = r\theta$$

مساحت قطاع

مساحت قطاعی از دایره به شعاع r و زاویهٔ مرکزی θ رادیان برابر است با:



$$S = \frac{۱}{۲}r^۲\theta$$

نکته

از ترکیب دو فرمول قبل داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}r^۲\theta = \frac{۱}{۲}(r\theta)(r) = \frac{۱}{۲}Lr$$

۱۲- مقدار $۴\cos\frac{۵۳\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}+۱$ ۲) $\sqrt{۳}-۱$ ۳) $\sqrt{۶}+\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۶}-\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۱ و ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا کمان مقابل کسینوس را کوچک‌تر می‌کنیم:

$$\cos\frac{۵۳\pi}{۱۲} = \cos(۴\pi + \frac{۵\pi}{۱۲}) = \cos\frac{۵\pi}{۱۲} = \cos(\frac{\pi}{۴}+\frac{\pi}{۶})$$

$$= \cos\frac{\pi}{۴}\cos\frac{\pi}{۶} - \sin\frac{\pi}{۴}\sin\frac{\pi}{۶} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴}$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\Rightarrow ۴\cos\frac{۵۳\pi}{۱۲}=\sqrt{۶}-\sqrt{۲}$$

روابط سینوس و کسینوس مجموع و تفاضل دو کمان

۱) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

۲) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

۳) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

۴) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

مثال

۱۳- اگر $\cot\alpha=-۳$ و انتهای کمان مقابل به زاویهٔ α در ناحیهٔ چهارم باشد، حاصل عبارت $A=\dfrac{۲\cos(\frac{۱۷\pi}{۲}+\alpha)-\sin(۱۳\pi-\alpha)}{\tan(\frac{۲\alpha-۳۱\pi}{۲})}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$ ۲) $\frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}$ ۳) $\frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$ ۴) $\frac{-۹}{\sqrt{۱۰}}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۰ و ۱۰۳ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا با توجه به نسبت‌های مثلثاتی $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$، عبارت‌ها را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$۲\cos(\frac{۱۷\pi}{۲}+\alpha)\xrightarrow[\text{فرد }k]{\text{ناحیهٔ دوم }\cos<۰}-۲\sin\alpha$$

$$\sin(۱۳\pi-\alpha)\xrightarrow[\text{زوج }k]{\text{ناحیهٔ دوم }\sin>۰}+\sin\alpha$$

$$\tan(\frac{۲\alpha-۳۱\pi}{۲})=-\tan(۱۵\pi+\frac{\pi}{۲}-\alpha)=-\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)\xrightarrow[\text{فرد }k]{\text{ناحیهٔ اول }\tan>۰}-\cot\alpha$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A=\frac{۲\cos(\frac{۱۷\pi}{۲}+\alpha)-\sin(۱۳\pi-\alpha)}{\tan(\frac{۲\alpha-۳۱\pi}{۲})}=\frac{-۲\sin\alpha-\sin\alpha}{-\cot\alpha}=\frac{۳\sin\alpha}{\cot\alpha}$$

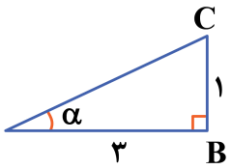
اکنون برای محاسبهٔ $\sin\alpha$ دو روش وجود دارد:

روش اول به کمک روابط اولیهٔ مثلثات:

$$۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}\xrightarrow{\cot\alpha=-۳}۱+۹=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}\Rightarrow\sin^۲\alpha=\frac{۱}{۱۰}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha<۰]{\alpha\text{ ناحیهٔ چهارم}}\sin\alpha=\frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}$$

روش دوم به کمک مثلث قائم‌الزاویه:

$\cot\alpha=-۳\Rightarrow$ 

در مثلث قائم‌الزاویهٔ مقابل: $AB^۲+BC^۲=AC^۲\Rightarrow ۹+۱=AC^۲\Rightarrow AC=\sqrt{۱۰}$

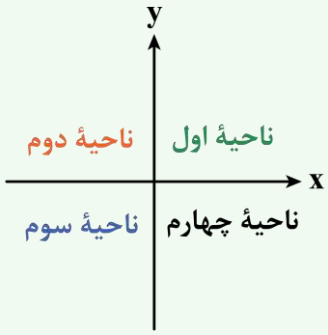
$$|\sin\alpha|=\frac{BC}{AC}=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\xrightarrow[\sin\alpha<۰]{\alpha\text{ ناحیهٔ چهارم}}\sin\alpha=\frac{-۱}{\sqrt{۱۰}}$$

بنابراین با توجه به مقادیر $\sin\alpha$ و $\cot\alpha$ داریم:

$$A=\frac{۳\sin\alpha}{\cot\alpha}=\frac{-\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}{-۳}=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$

علامت نسبت‌های مثلثاتی

در ناحیهٔ اول دایرهٔ مثلثاتی همهٔ نسبت‌های مثلثاتی مثبت‌اند. در ناحیهٔ دوم فقط علامت سینوس مثبت است. در ناحیهٔ سوم فقط تانژانت و کتانژانت مثبت هستند و در ناحیه چهارم فقط علامت کسینوس مثبت است.



http://rubika.ir/Tahlilazemoon

نسبت‌های مثلثاتی قرینهٔ کمان

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی نسبت‌های مثلثاتی کمان $(-\theta)$ به‌صورت زیر می‌باشند:

۱) $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ ۲) $\cos(-\theta)=\cos\theta$ ۳) $\tan(-\theta)=-\tan\theta$ ۴) $\cot(-\theta)=-\cot\theta$

نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های $\frac{k\pi}{۲}\pm\theta$

برای محاسبهٔ این نسبت‌ها، ابتدا مشخص می‌کنیم که انتهای کمان در کدام ناحیه است (فرض می‌کنیم θ زاویهٔ حاده است) و علامت آن را مشخص می‌کنیم. حال اگر k زوج باشد همان نسبت مثلثاتی را با زاویهٔ θ می‌نویسیم (عبارت $\frac{k\pi}{۲}\pm$ را حذف می‌کنیم) اما اگر k فرد باشد، نسبت‌های مثلثاتی به‌صورت زیر تغییر می‌کنند:

۱) $\sin\to\cos$ ۲) $\cos\to\sin$ ۳) $\tan\to\cot$ ۴) $\cot\to\tan$

و مجدداً پس از تعیین علامت و تغییر نسبت، آن را با کمان θ می‌نویسیم.

یه نمونه باحال ببین!

۱) $\sin(۱۲\pi+\alpha)\xrightarrow[\text{زوج }k]{\text{در ناحیهٔ اول }\sin>۰}+\sin\alpha$

۲) $\tan(\frac{۱۳\pi}{۲}-\alpha)\xrightarrow[\text{فرد }k]{\text{در ناحیهٔ اول }\tan>۰}+\cot\alpha$

رابطهٔ مثلثاتی برای تبدیل کسینوس و تانژانت به یکدیگر و سینوس و کتانژانت به یکدیگر

$$۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$$

$$۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$$

ماز

۱۴- حاصل عبارت $A=\frac{\sin۶۳^\circ\sin۳۳^\circ+\sin۲۷^\circ\sin۵۷^\circ}{\sin۱۷^\circ\cos۱۳^\circ+\sin۱۳^\circ\cos۱۷^\circ}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۱۰۴)

$$A=\frac{\sin۶۳^\circ\sin۳۳^\circ+\sin۲۷^\circ\sin۵۷^\circ}{\sin۱۷^\circ\cos۱۳^\circ+\sin۱۳^\circ\cos۱۷^\circ}$$

چون دو زاویه ۲۷° و ۶۳° و همچنین ۵۷° و ۳۳° متمم یکدیگرند، آن‌گاه:

$$\begin{cases}\sin ۲۷^\circ = \cos ۶۳^\circ \\ \sin ۵۷^\circ = \cos ۳۳^\circ\end{cases}$$

پس خواهیم داشت: $A = \dfrac{\sin ۶۳^\circ \sin ۳۳^\circ + \cos ۶۳^\circ \cos ۳۳^\circ}{\sin ۱۷^\circ \cos ۱۳^\circ + \cos ۱۷^\circ \sin ۱۳^\circ} = \dfrac{\cos(۶۳^\circ - ۳۳^\circ)}{\sin(۱۷^\circ + ۱۳^\circ)} = \dfrac{\cos ۳۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \cot ۳۰^\circ = \sqrt{۳}$

نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های متمم

دو زاویهٔ α و β را متمم گویند هرگاه مجموع آن‌ها ۹۰° یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان باشد، به عبارت دیگر دو زاویهٔ α و $\frac{\pi}{۲} - \alpha$ متمم یکدیگرند.

۱) $\sin(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \cos\alpha$ ۲) $\cos(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \sin\alpha$

۳) $\tan(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \cot\alpha$ ۴) $\cot(\frac{\pi}{۲} - \alpha) = \tan\alpha$

(این تبدیل نسبت‌ها نیز به نوعی حالت خاص درسنامهٔ سؤال قبل‌اند.)

مثال

۱۵- اگر $\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{۳}{۵}}$ باشد، مقدار $\cos ۴x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

$$\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{۳}{۵}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \sin^۲ x + \cos^۲ x - ۲\sin x \cos x = \frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow ۱ - \sin ۲x = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \sin ۲x = \frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow \cos ۴x = ۱ - ۲\sin^۲ ۲x \Rightarrow \cos ۴x = ۱ - ۲(\frac{۴}{۲۵}) = ۱ - \frac{۸}{۲۵} = \frac{۱۷}{۲۵}$$

نسبت‌های مثلثاتی دو برابر کمان

۱) $\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$

۲) $\cos ۲x = \cos^۲ x - \sin^۲ x = ۲\cos^۲ x - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲ x$

مثال

۱۶- اگر $\frac{\cos(۲a+b)}{\cos(۲a-b)} = \frac{۴}{۳}$ و $\tan ۲a = \frac{۷}{۵}$ باشد، مقدار $\cot b$ کدام است؟

۱) $-۹/۸$ ۲) $۹/۸$ ۳) $-۱۰/۸$ ۴) $۱۰/۸$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

با استفاده از فرمول‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا داریم:

$$\frac{\cos(۲a+b)}{\cos(۲a-b)} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۴\cos(۲a-b) = ۳\cos(۲a+b)$$

WWW.ArefOnline.ir

$\Rightarrow ۴(\cos ۲a\cos b+\sin ۲a\sin b)=۳(\cos ۲a\cos b-\sin ۲a\sin b)$

$\Rightarrow \cos ۲a\cos b=-۷\sin ۲a\sin b\Rightarrow \dfrac{\cos b}{\sin b}=-۷\dfrac{\sin ۲a}{\cos ۲a}$

$\Rightarrow \cot b=-۷\tan ۲a\Rightarrow \cot b=(-۷)(\dfrac{۷}{۵})=-\dfrac{۴۹}{۵}=-۹/۸$

۱۷- بیشترین مقدار تابع $f(x)=(۵-\sin x)(۶+\sin x)$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) $\dfrac{۱۲۱}{۴}$ ۳) $\dfrac{۶۱}{۲}$ ۴) ۳۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۰۷ ـ ۱۱۰۴)

برای یافتن بیشترین مقدار تابع $f(x)$ دو روش وجود دارد.

روش اول به کمک مربع کامل کردن:

$f(x)=(۵-\sin x)(۶+\sin x)\Rightarrow f(x)=-\sin^۲ x-\sin x+۳۰$

$f(x)=-(\sin^۲ x+\sin x)+۳۰=-(\sin^۲ x+\sin x+\dfrac{۱}{۴}-\dfrac{۱}{۴})+۳۰$

$f(x)=-(\sin x+\dfrac{۱}{۲})^۲+\dfrac{۱۲۱}{۴}$

بیشترین مقدار عبارت $-(\sin x+\dfrac{۱}{۲})^۲$ برابر صفر است، بنابراین بیشترین مقدار $f(x)$ برابر $\dfrac{۱۲۱}{۴}$ است.

روش دوم به کمک تعیین رأس سهمی در تابع درجه دوم:

$f(x)=-\sin^۲ x-\sin x+۳۰$

$\sin x=t\Rightarrow y=-t^۲-t+۳۰\quad -۱\le t\le ۱$

ابتدا $t_{\text{رأس}}$ را به‌دست می‌آوریم:

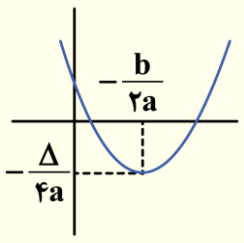
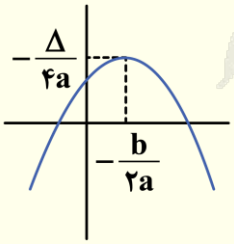
$t_{\text{رأس}}=-\dfrac{۱}{۲}$

چون $t=-\dfrac{۱}{۲}$ در بازهٔ $[-۱,۱]$ (محدودهٔ مجاز سینوس) قرار دارد، پس ماکزیمم مقدار y در رأس سهمی اخذ می‌شود:

$y=-t^۲-t+۳۰\xrightarrow{t=-\frac{۱}{۲}}y=-\dfrac{۱}{۴}+\dfrac{۱}{۲}+۳۰=\dfrac{۱۲۱}{۴}$

ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دوم

در تابع درجه دوم $f(x)=ax^۲+bx+c$ با توجه به نمودار آن دو حالت وجود دارد:

حالت اول: $a>۰$	حالت دوم: $a<۰$
	
مینیمم $=\dfrac{-\Delta}{۴a}$	ماکزیمم $=\dfrac{-\Delta}{۴a}$

راهنمای زرنگ‌بازی!

برای راحت‌تر شدن محاسبات می‌تونی برای به‌دست آوردن y رأس سهمی، $x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a}$ رو به‌دست بیاری و بعد در تابع قرار بدی یعنی $f(-\frac{b}{2a})$ رو محاسبه کنی.

ماز

۱۸- اگر $\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{3}$ و $\sin x \cos x = \frac{m-1}{12}$ باشد، حدود m شامل چند عدد صحیح است؟

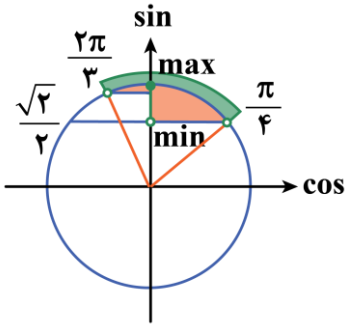
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا معادلهٔ داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x \cos x = \frac{m-1}{12} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{m-1}{12} \Rightarrow \sin 2x = \frac{m-1}{6}$$

حال محدودهٔ $2x$ را مشخص می‌کنیم:



$$\frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{4} < 2x < \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\text{طبق شکل}} \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 2x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{m-1}{6} \leq 1 \Rightarrow 3\sqrt{2} < m-1 \leq 6 \Rightarrow 3\sqrt{2}+1 < m \leq 7$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

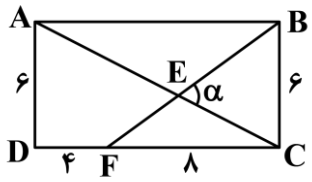
m فقط دو مقدار صحیح می‌تواند اختیار کند. $(m=6 \ , \ m=7)$

دام تستی!

اگر اشتباهی $\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ را در نظر بگیرید، در دام گزینهٔ ۱ می‌افتید!

ماز

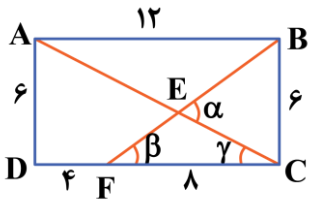
۱۹- چهارضلعی $ABCD$ در شکل مقابل، مستطیل است. مقدار $\sin\alpha$ کدام است؟



۱) $\frac{12}{5\sqrt{5}}$ ۲) $\frac{8}{5\sqrt{5}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث‌های ACD و BCF داریم:



$$AC = \sqrt{144+36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$BF = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

از طرفی α زاویهٔ خارجی مثلث ECF است و با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاورش برابر است، یعنی داریم:

$$\alpha = \beta + \gamma \Rightarrow \sin\alpha = \sin(\beta+\gamma) \Rightarrow \sin\alpha = \sin\beta\cos\gamma + \cos\beta\sin\gamma$$

حال طبق شکل داریم:

$$\overset{\triangle}{BCF}: \sin\beta = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \quad , \quad \cos\beta = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵}$$

$$\overset{\triangle}{ACD}: \sin\gamma = \frac{۶}{۶\sqrt{۵}} = \frac{۱}{\sqrt{۵}} \ , \ \cos\gamma = \frac{۱۲}{۶\sqrt{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\sin\alpha = \frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{\sqrt{۵}} + \frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{۱۰}{۵\sqrt{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

۲۰- حاصل عبارت $A = \dfrac{\sin ۶۵^\circ \times \sqrt{۱-\sin ۴۰^\circ}}{\cos ۴۰^\circ}$ **کدام است؟**

۱) ۱ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۱۲ ـ ۱۱۰۴)

می‌دانیم $\sin ۴۰^\circ = ۲\sin ۲۰^\circ \cos ۲۰^\circ$ و $\sin^۲ ۲۰^\circ + \cos^۲ ۲۰^\circ = ۱$، پس داریم:

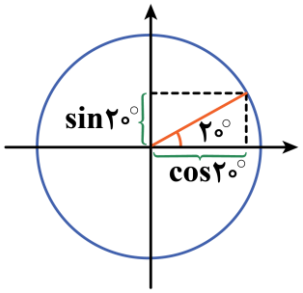
$$۱ - \sin ۴۰^\circ = \sin^۲ ۲۰^\circ + \cos^۲ ۲۰^\circ - ۲\sin ۲۰^\circ \cos ۲۰^\circ = (\sin ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ)^۲$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \frac{\sin ۶۵^\circ \times \sqrt{۱-\sin ۴۰^\circ}}{\cos ۴۰^\circ} = \frac{\sin ۶۵^\circ \times \sqrt{(\sin ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ)^۲}}{\cos^۲ ۲۰^\circ - \sin^۲ ۲۰^\circ}$$

$$= \frac{\sin ۶۵^\circ \times |\sin ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ|}{(\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ)(\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ)}$$

توجه شود که $\cos ۲۰^\circ > \sin ۲۰^\circ$، بنابراین عبارت داخل قدرمطلق منفی است و خواهیم داشت:



$$A = \frac{\sin ۶۵^\circ \times (\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ)}{(\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ)(\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ)} = \frac{\sin ۶۵^\circ}{\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ}$$

$$= \frac{\sin ۶۵^\circ}{\sqrt{۲}\sin(۴۵^\circ + ۲۰^\circ)} = \frac{\sin ۶۵^\circ}{\sqrt{۲}\sin ۶۵^\circ} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

دو اتحاد مهم!

۱) $\sin x + \cos x = \sqrt{۲}\sin(x + \frac{\pi}{۴})$

۲) $\sin x - \cos x = \sqrt{۲}\sin(x - \frac{\pi}{۴})$

WWW.ArefOnline.ir

۲۱- چه تعداد از نگاشت‌های زیر تبدیل همانی است؟

الف) دوران با زاویهٔ 180°

ب) تجانس با نسبت ۱-

ج) بازتاب نسبت به خط

د) انتقال با بردار صفر

هـ) تجانس با نسبت صفر

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۱۰۲)

تبدیل همانی، تبدیلی است که هر نقطه از صفحه را به خودش تصویر کند.

دوران 360° (و مضارب صحیح 360°) و تجانس با نسبت ۱ و انتقال با بردار صفر، تبدیل همانی هستند.

بازتاب نسبت به خط، تبدیل همانی نیست و تجانس با نسبت صفر، اصلاً تبدیل نیست چون تابع یک‌به‌یک نیست. پس بین نگاشت‌های داده شده فقط ۱ مورد یعنی انتقال با بردار صفر، تبدیل همانی است.

تبدیل همانی

به تبدیلی که هر نقطه از صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند، تبدیل همانی می‌گوییم.

کدام تبدیل‌های هندسی می‌توانند در یک حالت خاص یک تبدیل همانی باشند؟

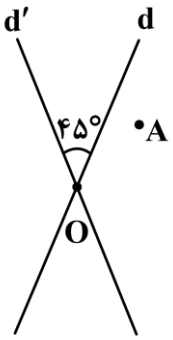
۱) انتقال با بردار صفر

۲) دوران با زاویهٔ 360° (و مضارب صحیح 360°)

۳) تجانس با نسبت ۱

ماز

۲۲- دو خط d و d' در نقطهٔ $O(1,-3)$ متقاطع هستند. اگر بازتاب نقطهٔ $A(5,0)$ نسبت به خط d، نقطهٔ A' و بازتاب A' نسبت به خط d' نقطهٔ A'' باشد، آن‌گاه مساحت مثلث OAA'' برابر کدام است؟



۱) ۱۲/۵

۲) ۱۲

۳) ۱۰/۵

۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ خط به خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۴۱ ـ ۱۱۰۲)

می‌دانیم حاصل دو بازتاب نسبت به دو خط متقاطع، یک دوران به مرکز نقطهٔ تلاقی دو خط و زاویه‌ای مساوی دو برابر زاویهٔ بین دو خط است.

پس در این‌جا A'' دوران‌یافتهٔ A به مرکز O با زاویهٔ $2\times 45^\circ = 90^\circ$ است. در نتیجه $A\hat{O}A'' = 90^\circ$ و چون دوران یک تبدیل ایزومتری است، نتیجه می‌گیریم $OA = OA''$ و داریم:

$$OA = \sqrt{(5-1)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

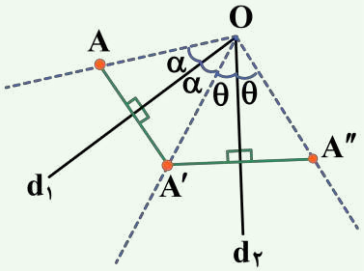
چون مثلث OAA'' متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$S_{\triangle OAA''} = \frac{1}{2} OA \times OA'' = \frac{1}{2}(5)(5) = \frac{25}{2} = 12/5$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

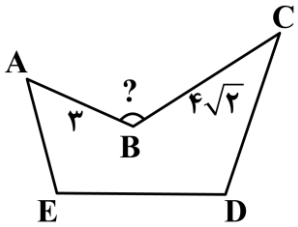
ترکیب دو بازتاب = دوران

اگر نقطهٔ A را یک بار نسبت به خط d_1 بازتاب دهیم تا نقطهٔ A' به‌دست آید و A' را نسبت به خط d_2 بازتاب دهیم تا نقطهٔ A'' به‌دست آید، می‌توان گفت A'' دوران‌یافتهٔ نقطهٔ A با زاویهٔ ۲ برابر زاویهٔ بین خط d_1 و d_2 و مرکز دوران O می‌باشد.



مثال

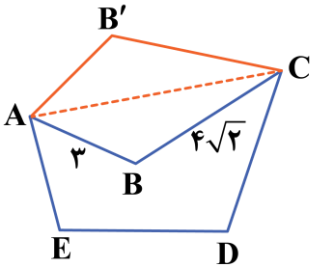
۲۳- **زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون آن‌که محیط این زمین تغییر کند مساحتش را افزایش دهیم. اگر میزان افزایش مساحت ۱۲ واحد مربع باشد، اندازهٔ زاویهٔ $A\hat{B}C$ چند درجه است؟**



۱) ۱۵۰°
۲) ۱۲۵°
۳) ۱۲۰°
۴) ۱۳۵°

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۱ ـ ۱۱۰۲)

در صورتی‌که B' بازتاب B نسبت به خط AC باشد، آن‌گاه محیط چندضلعی جدید $AB'CDE$ برابر محیط زمین اولیه است زیرا بازتاب تبدیلی طولپاست، ولی به مساحت زمین اولیه مساحت چهارضلعی $ABCB'$ که مساوی دو برابر مساحت مثلث ABC می‌باشد، افزوده شده است. بنابراین:



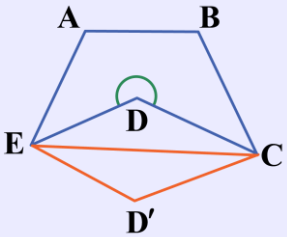
$$\text{میزان افزایش مساحت} = 2S_{\triangle ABC} = 12 \Rightarrow 2(\frac{1}{2}AB \times BC \sin A\hat{B}C) = 12 \Rightarrow 3 \times 4\sqrt{2} \sin A\hat{B}C = 12$$

$$\Rightarrow \sin A\hat{B}C = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A\hat{B}C = 135^\circ$$

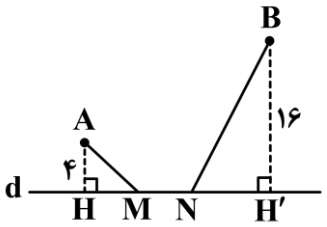
توجه کنید زاویهٔ $A\hat{B}C$ می‌تواند 45° هم باشد ولی با توجه به شکل و گزینه‌ها این زاویه منفرجه است.

افزایش مساحت بدون تغییر محیط

در مسائلی که صحبت از افزایش مساحت یک چندضلعی بدون تغییر محیط آن باشد، کافی است مطابق شکل زیر قسمت‌هایی از چندضلعی که دارای زاویهٔ بیشتر از 180° باشند را تحت بازتاب قرار دهیم، ببینید:



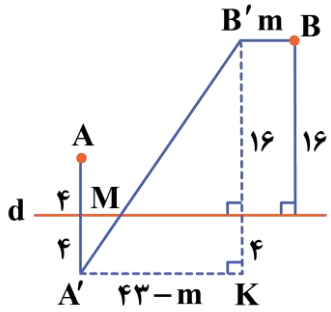
۲۴- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر $HH'=۴۳$ و AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن به طول ۴۸ باشد، اندازهٔ MN کدام است؟



۱) ۵
۲) ۵/۵
۳) ۶
۴) ۶/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی/محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۱۰۲)

ابتدا نقطهٔ B را در راستای خط d به سمت A به اندازهٔ $MN=m$ منتقل می‌کنیم. سپس بازتاب A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم آن‌گاه بنابر مسئلهٔ هرون، کوتاه‌ترین طول AMNB برابر $A'B'+m$ است. با توجه به شکل در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{A'B'K}$ می‌نویسیم:



$$A'B'^{۲}=A'K^{۲}+B'K^{۲} \xrightarrow{A'B'+m=۴۸} (۴۸-m)^{۲}=(۴۳-m)^{۲}+۲۰^{۲}$$

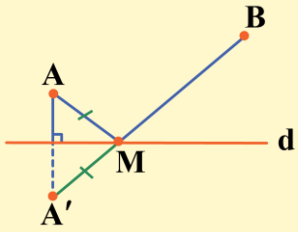
$$\Rightarrow ۴۸^{۲}+m^{۲}-۹۶m=۴۳^{۲}+m^{۲}-۸۶m+۴۰۰$$

$$\Rightarrow ۴۸^{۲}-۴۳^{۲}=۱۰m+۴۰۰ \Rightarrow (۴۸-۴۳)(۴۸+۴۳)=۱۰m+۴۰۰$$

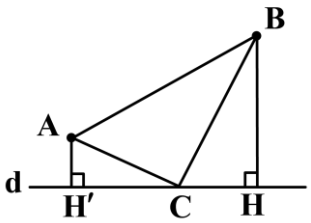
$$\Rightarrow ۵(۹۱)=۱۰m+۴۰۰ \xrightarrow{\div ۵} ۹۱=۲m+۸۰ \Rightarrow ۲m=۱۱ \Rightarrow m=۵/۵$$

مسئلهٔ هرون

دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d قرار دارند. برای یافتن نقطه‌ای روی خط d که مجموع فاصله‌های آن از A و B مینیمم باشد، باید بازتاب نقطهٔ A را نسبت به خط d یافته و از آن به نقطهٔ B وصل کنیم. طبق شکل زیر، $MA+MB$ همواره کمترین مقدار را دارد.



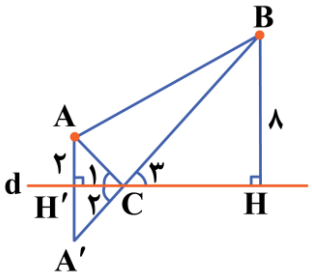
۲۵- در شکل زیر، فاصلهٔ نقاط A و B از خط d به ترتیب ۲ و ۸ واحد است و نقطهٔ C روی خط d تغییر مکان می‌دهد، به‌طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد. اگر مساحت چهارضلعی $ABHH'$ برابر $۴۵\sqrt{۳}$ باشد، اندازهٔ CH' چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) ۲
۲) ۱/۵
۳) ۲/۲
۴) ۱/۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۵۲ ـ ۱۱۰۲)

چهارضلعی $ABHH'$ ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه با ارتفاع HH' و قاعده‌های $AH'=۲$ و $BH=۸$ است، پس:



$$S_{ABHH'}=\frac{۱}{۲}HH'(AH'+BH)\Rightarrow ۴۵\sqrt{۳}=\frac{۱}{۲}HH'(۲+۸)\Rightarrow HH'=۹\sqrt{۳}\quad (۱)$$

از طرف دیگر برای پیدا کردن نقطهٔ C روی خط d به‌طوری که محیط مثلث ABC کمترین باشد از مسئلهٔ هرون استفاده می‌کنیم. به این صورت که بازتاب A را نسبت به d نقطهٔ A' می‌نامیم و از A' به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطهٔ C قطع کند. در این صورت $CA+CB$ کمترین مقدار را خواهد داشت، درنتیجه محیط $\overset{\triangle}{ABC}$ کمترین مقدار را دارد. در ضمن می‌دانیم بازتاب اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند، بنابراین:

$$\hat{C}_۱=\hat{C}_۲\xrightarrow{\hat{C}_۲=\hat{C}_۳}\left.\begin{matrix}\hat{C}_۱=\hat{C}_۳\\ \hat{H}=\hat{H}'=۹۰^\circ\end{matrix}\right\}\xrightarrow{(zz)}\overset{\triangle}{ACH'}\sim\overset{\triangle}{BCH}\Rightarrow\frac{CH'}{CH}=\frac{AH'}{BH}$$

$$\Rightarrow\frac{CH'}{CH}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}\xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}}\frac{CH'}{CH+CH'}=\frac{۱}{۴+۱}\xrightarrow{\text{از }(۱)}\frac{CH'}{۹\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow CH'=\frac{۹\sqrt{۳}}{۵}=۱/۸\sqrt{۳}$$

۲۶- جعبه‌ای شامل ۴ مهرهٔ سبز و ۶ مهرهٔ قرمز است. مهره‌های آن را یکی پس از دیگری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که مهرهٔ دوم سبز و هر دو مهرهٔ پنجم و نهم قرمز باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۱۰۲)

روش اول

احتمال آن‌که مهرهٔ دوم سبز و هر دو مهرهٔ پنجم و نهم قرمز باشند، با احتمال آن‌که مهرهٔ اول سبز و هر دو مهرهٔ دوم و سوم قرمز باشند، معادل است، (زیرا با در نظر گرفتن تمام حالت‌ها برای مهره‌های مابین می‌بینیم که در نهایت تأثیری ندارند.):

$$P(\text{اولی سبز}\cap\text{دومی قرمز}\cap\text{سومی قرمز})=?$$

$$P(\text{اولی سبز})\cdot P(\text{دومی قرمز}\mid\text{اولی سبز})\cdot P(\text{سومی قرمز}\mid\text{اولی سبز}\cap\text{دومی قرمز})$$

$$=\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۶}{۹}\times\frac{۵}{۸}=\frac{۱}{۶}$$

روش دوم

$|S|$ تعداد حالت‌های چیدن ۴ مهرهٔ سبز و ۶ مهرهٔ قرمز در یک ردیف است. که به $\binom{۱۰}{۴}=\frac{۱۰!}{۴!\times۶!}$ طریق امکان‌پذیر است. $|A|$ تعداد حالت‌های چیدن ۴ مهرهٔ سبز و ۶ مهرهٔ قرمز است به شرطی که جایگاه دوم سبز و هر دو جایگاه پنجم و نهم قرمز باشند:

	س			ق				ق	

که این کار به $\binom{۷}{۳}=\frac{۷!}{۳!\times ۴!}$ طریق امکان‌پذیر است، پس:

$$P=\frac{\frac{۷!}{۳!\times ۴!}}{\frac{۱۰!}{۴!\times ۶!}}=\frac{۱}{۶}$$

پیشامدهای مستقل و وابسته

اگر A و B دو پیشامد باشند به‌طوری‌که احتمال رخ دادن یکی روی دیگری تأثیری نداشته باشد این دو پیشامد را **مستقل** می‌گویند. مثلاً احتمال قبولی سارا و تارا در درس ریاضی مستقل از هم است و فقط به تلاش هر کدام از آن‌ها بستگی دارد.

در پیشامدهای مستقل A و B داریم:

$$P(A|B)=P(A)\quad (\text{چون } B \text{ تأثیری روی } A \text{ نداره!})$$

درنتیجه:

$$A, B \text{ مستقل‌اند} \Leftrightarrow P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

دو پیشامدی که مستقل نباشند، **وابسته** هستند. یعنی در محاسبهٔ احتمال A که وابسته به وقوع B است ابتدا باید ببینیم کدام حالت برای B رخ داده!

مثلا می‌خواهیم بدانیم آیا در سال گذشته میزان بارندگی بالاتر ۱۰ میلی‌متر مکعب بوده است یا خیر؟ برای آن ابتدا باید بدانیم اصلا بارندگی رخ داده یا نداده؟ اگر هیچ بارندگی‌ای رخ نداده باشد، اندازه‌گیری حجم آب حاصل از آن دیگر معنی ندارد! پس اینجا A (بیشتر بودن حجم بارندگی از ۱۰ میلی‌متر) به B (وقوع یا عدم وقوع بارش) بستگی دارد.

قانون ضرب احتمال

برای محاسبهٔ احتمال رخداد همزمان دو پیشامد A و B با استفاده از احتمال شرطی به‌دست می‌آید:

$$P(A\cap B)=P(B)\times P(A|B)$$

که به **قانون ضرب احتمال** معروف است. تعمیم آن برای ۳ پیشامد A، B و C به‌صورت زیر است:

$$P(A\cap B\cap C)=P(A)\times P(B|A)\times P(C|A\cap B)$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

WWW.ArefOnline.ir

۲۷- جعبهٔ A شامل ۲ مهرهٔ سفید و ۱ مهرهٔ قرمز و جعبهٔ B شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ قرمز است. دو مهره به تصادف از B برداشته و در جعبهٔ A می‌اندازیم و سپس یک مهره به تصادف از A بیرون می‌آوریم. احتمال سفید بودن این مهره کدام است؟

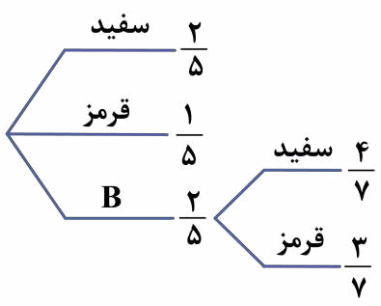
۱) $\frac{۲۵}{۴۲}$ ۲) $\frac{۱۵}{۲۸}$ ۳) $\frac{۲۲}{۳۵}$ ۴) $\frac{۱۰}{۲۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۵ ـ ۱۱۰۲)

روش اول

جعبهٔ A به شکل زیر تغییر می‌کند:

۲: سفید
۱: قرمز
B :۲



$$\Rightarrow P(\text{سفید}) = \frac{۲}{۵} + \frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۲}{۵} \times \frac{۱۱}{۷} = \frac{۲۲}{۳۵}$$

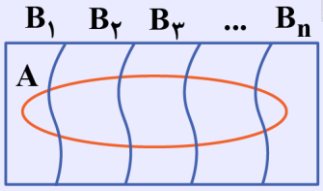
روش دوم

اگر مهرهٔ انتخاب شده از مهره‌های متعلق به خود A باشد، احتمال سفید یا قرمز بودن آن با توجه به مهره‌هایی که از ابتدا در آن بوده تعیین می‌شود، اما اگر مهرهٔ انتخاب شده از جعبهٔ B آمده باشد، احتمال سفید یا قرمز بودنش با توجه به جعبهٔ B مشخص می‌شود:

$$\Rightarrow P(\text{سفید}) = P(A)P(\text{سفید}\,|\,A) + P(B)P(\text{سفید}\,|\,B) = \frac{۳}{۵} \times \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۵} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۲}{۵} + \frac{۸}{۳۵} = \frac{۲۲}{۳۵}$$

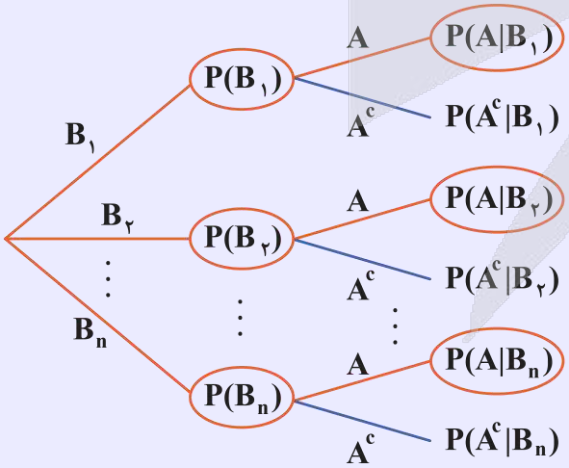
قانون احتمال کل

برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبهٔ احتمال وقوع رویداد A به‌صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.



$$P(A) = P(B_۱)P(A|B_۱) + P(B_۲)P(A|B_۲) + \ldots + P(B_n)P(A|B_n)$$

رسم نمودار درختی برای محاسبهٔ چنین احتمال‌هایی بسیار مفید است.



اعداد یک مسیر نارنجی افقی را در هم ضرب کرده و سپس مجموع اعداد تمام شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم.

۲۸- حسن و حسین فرزندانی از یک خانوادهٔ چهار فرزندی هستند. احتمال این‌که حسین فرزند اول خانواده باشد در صورتی که بین حسن و حسین خواهری وجود داشته باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۵۸ ـ ۱۱۰۲)

روش اول

با استفاده از قانون بیز داریم:

$$P(\text{حسین فرزند اول} \mid \text{خواهری بین حسن و حسین}) = \frac{P(\text{حسین فرزند اول} \cap \text{خواهری بین حسن و حسین})}{P(\text{خواهری بین حسن و حسین})}$$

حال برای محاسبهٔ احتمال این‌که بین حسن و حسین یک خواهر وجود داشته باشد داریم:

$$P(\text{وجود خواهر بین حسن و حسین}) = P(\text{حسن و حسین اول و سوم}) + P(\text{حسن و حسین دوم و چهارم}) + P(\text{حسن و حسین اول و چهارم})$$

$$= \underset{\text{جابه‌جایی حسن و حسین}}{۲} \left(\underset{\text{حسین}}{\frac{۱}{۴}} \times \underset{\text{خواهر بین حسن و حسین}}{\frac{۱}{۲}} \times \underset{\text{حسن}}{\frac{۱}{۳}}\right) + ۲\left(\frac{۱}{۴} \times \underset{\text{حداقل ۱ خواهر بین حسن و حسین}}{\frac{۳}{۴}} \times \frac{۱}{۳}\right) + ۲\left(\frac{۱}{۴} \times \underset{\text{خواهر بین حسن و حسین}}{\frac{۱}{۲}} \times \frac{۱}{۳}\right) = \frac{۷}{۲۴}$$

حال در صورت کسر چون فقط می‌خواهیم حسین اول باشد داریم:

$$P(\text{حسین فرزند اول} \cap \text{خواهری بین حسن و حسین}) = \left(\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳}\right) + \left(\frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۳}\right) = \frac{۵}{۴۸}$$

$$P(\text{حسین فرزند اول} \mid \text{خواهری بین حسن و حسین}) = \frac{\frac{۵}{۴۸}}{\frac{۷}{۲۴}} = \frac{۵}{۱۴}$$

دقت کنید که برای این‌که حسین فرزند اول باشد فقط حالت اول و دوم می‌تواند قابل قبول باشد و در این صورت هم چون جای حسین مشخص شده، دیگر حالتی برای جابه‌جایی حسن و حسین نداریم.

روش دوم

با استفاده از کاهش فضای نمونه داریم:

اگر این خانواده ۳ فرزند پسر و یک فرزند دختر داشته باشد:

(حسن، پ، د، حسین) یا (حسن، د، پ، حسین) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! + ۲! = ۴$

(حسن، پ، حسن، د) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! = ۲$

(حسن، د، حسن، پ) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! = ۲$

اگر این خانواده۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر داشته باشد:

(حسن، د، د، حسین) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! = ۲$

(حسن، د، حسن، د) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! = ۲$

(حسن، د، حسن، د) ⇒ تعداد حالت‌ها $= ۲! = ۲$

در بین تمام حالت‌ها که ۱۴ تا هستند فقط در ۵ مورد حسین فرزند اول است، پس:

$$P(\text{حسین فرزند اول} \mid \text{خواهری بین حسن و حسین}) = \frac{۵}{۱۴}$$

قانون بیز

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند تصادف پی‌درپی رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم ریشهٔ این اتفاق به کدام‌یک از اتفاق‌های اولیه برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیلهٔ احتمال کل و نمودار درختی پیدا کنیم. یعنی:

اگر $B_1, B_2, \ldots B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افراز می‌کنند، در این‌صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \le i \le n$ داریم:

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(B_i)P(A \mid B_i)}{\underbrace{P(B_1)P(A \mid B_1) + \ldots + P(B_n)P(A \mid B_n)}_{P(A)\text{احتمال کل}}}$$

۲۹- اگر دو پیشامد A و B مستقل، $P(A|B') = \frac{۳}{۱۰}$ و $P(B'|A') = \frac{۲}{۳}$ باشد، آن‌گاه $P(A-B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۶۴ ـ ۱۱۰۲)

اگر A و B مستقل باشند، آن‌گاه A و B' همچنین A' و B' نیز مستقل خواهند بود:

$$P(A|B') = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۱۰}$$

$$P(B'|A') = \frac{۲}{۳} \Rightarrow P(B') = \frac{۲}{۳}$$

$$P(A-B) = P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = \frac{۳}{۱۰} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۵}$$

یه نکتهٔ طلایی!

اگر A و B مستقل باشند جفت مجموعه‌های زیر نیز مستقل‌اند:

$(A, B'), (A', B), (A', B')$

۳۰- در یک اجتماع n نفری فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی A دارند $\frac{۱}{۱۲}$، زاویهٔ مرکزی مربوط به افرادی که گروه خونی B دارند، ۶۰° و درصد فراوانی نسبی افرادی که گروه خونی AB دارند ۲۵ درصد است. اگر ۴۸ نفر از این اجتماع، گروه خونی O داشته باشند، آن‌گاه رقم دهگان عدد n کدام است؟

۱) ۹ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۷۸ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم که درصد فراوانی نسبی دستهٔ iام در جامعه‌ای n عضوی برابر است با:

$$\frac{f_i}{n} \times ۱۰۰$$

و اگر زاویهٔ مرکزی نظیر دستهٔ iام برابر با α درجه باشد، فراوانی آن برابر است با:

$$f_i = \frac{\alpha}{۳۶۰^\circ} \times n$$

بنابراین برای محاسبهٔ فراوانی نسبی گروه خونی B و گروه خونی AB داریم:

$$\theta_B = ۶۰^\circ \Rightarrow \frac{f_B}{n} = \frac{۶۰^\circ}{۳۶۰^\circ} = \frac{۱}{۶}$$

$$\frac{f_{AB}}{n} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴}$$

حال می‌دانیم که مجموع فراوانی نسبی همهٔ دسته‌ها برابر با ۱ می‌شود، پس:

$$\frac{f_A + f_B + f_{AB} + f_O}{n} = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} + \frac{f_O}{n} = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{f_O}{n} = ۱ - \left[\frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴}\right] = \frac{۶}{۱۲} \Rightarrow \frac{۴۸}{n} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow n = ۹۶$$

فراوانی

به تعداد دفعات تکرار یک نوع داده در بین کل اعضای نمونه فراوانی می‌گویند.

اگر k نوع دادهٔ متفاوت داشته باشیم، فراوانی آن‌ها را به ترتیب با $f_۱, f_۲, \ldots, f_k$ نشان می‌دهند. توجه داریم که هر کدام از آن‌ها حتما عددی بین صفر تا n (تعداد اعضای کل نمونه) است.

توجه!

جمع کل فراوانی‌ها برابر است با n.

$$f_۱ + f_۲ + \ldots + f_k = n$$

فراوانی نسبی

به نسبتی که از تقسیم فراوانی یک داده بر تعداد کل اعضای نمونه به‌دست می‌آید، فراوانی نسبی داده می‌گویند.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های $f_۱, f_۲, \ldots, f_k$، فراوانی‌های نسبی برابرند با:

$$\frac{f_۱}{n}, \frac{f_۲}{n}, \ldots, \frac{f_k}{n}$$

توجه!

جمع کل فراوانی نسبی‌ها برابر است با ۱.

$$\frac{f_۱}{n} + \frac{f_۲}{n} + \cdots + \frac{f_k}{n} = \frac{n}{n} = ۱$$

درصد فراوانی نسبی (درصد فراوانی نسبی)

اگر فراوانی نسبی را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی نسبی به‌دست می‌آید.

در نمونه‌ای به تعداد اعضای n و فراوانی‌های نسبی $\frac{f_۱}{n}, \frac{f_۲}{n}, \ldots, \frac{f_k}{n}$، درصدهای فراوانی نسبی برابرند با:

$$\frac{f_۱}{n} \times ۱۰۰, \frac{f_۲}{n} \times ۱۰۰, \ldots, \frac{f_k}{n} \times ۱۰۰$$

توجه!

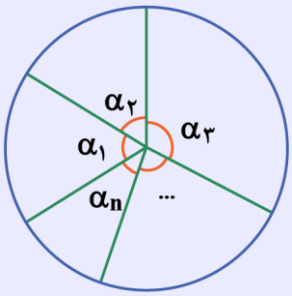
جمع کل درصدهای فراوانی نسبی برابر است با ۱۰۰ درصد است.

$$\left(\frac{f_۱}{n} + \frac{f_۲}{n} + \cdots + \frac{f_k}{n}\right) \times ۱۰۰ = \frac{n}{n} \times ۱۰۰ = ۱۰۰$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

نمودار دایره‌ای برای نمایش داده‌ها

برای نمایش داده‌ها با استفاده از نمودار دایره‌ای، فراوانی نسبی هر داده در ۳۶۰° را در نظر گرفته و آن را به منزلهٔ زاویهٔ مرکزی نظیر این داده در دایره قرار می‌دهیم. به عنوان مثال اگر جامعه n عضو و k نوع داده داشته باشد برای هر $1 \le i \le k$ ، α_i زاویهٔ نظیر دادهٔ دستهٔ iام در دایره است و داریم:



$$\alpha_i = \frac{\text{تعداد اعضای دستهٔ i-ام}}{\text{تعداد اعضای کل جامعه}} \times ۳۶۰^\circ = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ$$

WWW.ArefOnline.ir

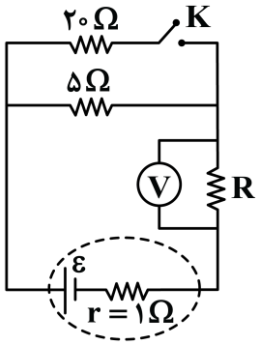
بودجه‌بندی این آزمون: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس (تا ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان) - صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

سهم در کنکور: درمجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامهٔ ویدئویی آزمون بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید! QR Code

۳۱- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، عدد نشان داده‌شده توسط ولت‌سنج ایده‌آل از ۲۵V به ۲۷V افزایش می‌یابد. نیروی محرکهٔ باتری چند ولت است؟

۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۴۰
۴) ۴۵



پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

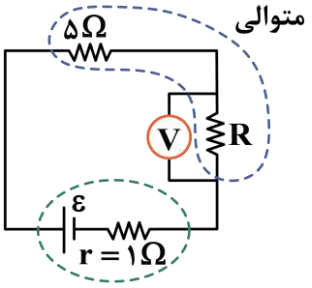
راه نجات سریع

برای دو حالت کلید باز و کلید بسته، اول R_{eq} رو به‌دست بیار. بعد به کمک رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ جریان عبوری از مقاومت R رو پیدا کن.

در نهایت از رابطهٔ $V=RI$، ولتاژ مقاومت R رو برای دو حالت حساب کن و با مقایسهٔ اون‌ها ادامه بده.

کلم اول

قبل از بستن کلید K داریم:



$$R_{eq}=۵+R$$

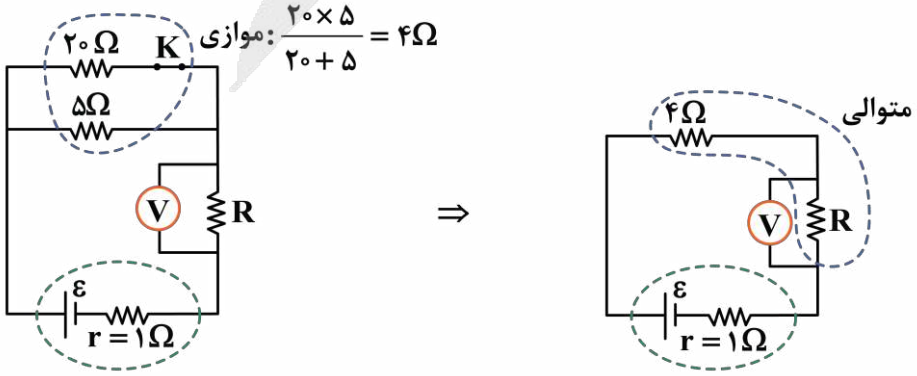
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{۵+R+۱}=\frac{\varepsilon}{R+۶}$$

ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد، بنابراین با توجه به قانون اهم داریم:

$$V_R=RI \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+۶}} V_R=\frac{R\varepsilon}{R+۶}=۲۵ \quad (۱)$$

کلم دوم

بعد از بستن شدن کلید K داریم:



$$R'_{eq} = R + ۴$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{R + ۴ + ۱} = \frac{\varepsilon}{R + ۵}$$

$$V'_R = RI' \xrightarrow{I' = \frac{\varepsilon}{R+۵}} V'_R = \frac{R\varepsilon}{R + ۵} = ۲۷ \quad (۲)$$

کلام آخر

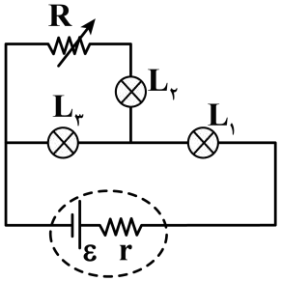
با تقسیم طرفین روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{V'_R}{V_R} = \frac{\frac{R\varepsilon}{R+۵}}{\frac{R\varepsilon}{R+۶}} = \frac{R+۶}{R+۵} \xrightarrow[V_R = ۲۵V]{V'_R = ۲۷V} \frac{۲۷}{۲۵} = \frac{R+۶}{R+۵} \Rightarrow ۲۷R + ۱۳۵ = ۲۵R + ۱۵۰ \Rightarrow ۲R = ۱۵ \Rightarrow R = \frac{۱۵}{۲}\Omega$$

بنابراین با توجه به رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{R\varepsilon}{R+۶} = ۲۵ \Rightarrow \frac{\frac{۱۵}{۲} \times \varepsilon}{\frac{۱۵}{۲} + ۶} = ۲۵ \Rightarrow \frac{۳\varepsilon}{۲۷} = ۵ \Rightarrow \varepsilon = ۴۵V$$

۳۲- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا، روشنایی هر یک از لامپ‌های $L_۱$، $L_۲$ و $L_۳$ به‌ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کند؟

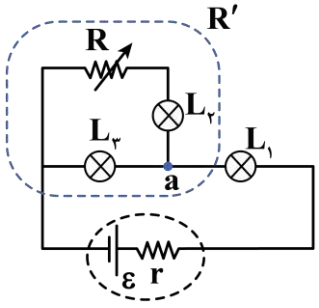


۱) کاهش، کاهش و کاهش
۲) افزایش، افزایش و کاهش
۳) کاهش، کاهش و افزایش
۴) کاهش، افزایش و کاهش

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

کلام اول

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت کل مدار افزایش یافته و جریان خروجی از باتری که از لامپ $L_۱$ نیز عبور می‌کند، کاهش می‌یابد:



$$R \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}} I \downarrow$$

$$P_{L_۱} = R_{L_۱} I^۲ \xrightarrow[\text{ثابت: } R_{L_۱}]{I \downarrow} P_{L_۱} \downarrow \Rightarrow$$ **روشنایی لامپ $L_۱$ کاهش می‌یابد.**

کلام دوم

با کاهش جریان خروجی از باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، افزایش و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ $L_۱$ کاهش می‌یابد، بنابراین داریم:

$$V_{\text{باتری}} = V_{L_۱} + V_{R'} \xrightarrow[V_{\text{باتری}} \uparrow]{V_{L_۱} \downarrow} V_{R'} \uparrow$$

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

با افزایش اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R'، نتیجه می‌گیریم اختلاف پتانسیل الکتریکی لامپ L_3 افزایش یافته و در نتیجه توان مصرفی و **روشنایی لامپ L_3 نیز افزایش می‌یابد.**

$$V_{L_3}\uparrow \xrightarrow[\text{ثابت: } R_{L_3}]{V_{L_3}=R_{L_3}I_{L_3}} I_{L_3}\uparrow$$

$$\xrightarrow[I\downarrow\ ,\ I_{L_3}\uparrow]{\text{در نقطه a: } I=I_{L_2}+I_{L_3}} I_{L_2}\downarrow \Rightarrow$$ **توان مصرفی و روشنایی لامپ L_2 کاهش می‌یابد.**

سوتی‌های پرتکرار

اگر در ترتیب تحلیل روشنایی لامپ‌های L_2 و L_3 اشتباه کنید، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتید.

بررسی تغییر در مدارهای الکتریکی

در این درس‌نامه به بررسی سؤالاتی می‌پردازیم که در آن‌ها مقدار یک مقاومت تغییر می‌کند یا کلیدی باز یا بسته می‌شود و اثر این تغییرات بر مقادیر ولت‌سنج‌ها، آمپرسنج‌ها و یا نور لامپ‌ها از ما پرسیده می‌شود. برای حل این نوع از سؤالات می‌توانیم گام‌های زیر را طی کنیم.

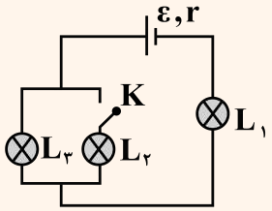
۱- تعیین می‌کنیم مقاومت معادل مدار چگونه تغییر کرده است.

۲- با توجه به نتیجهٔ گام قبل، تعیین می‌کنیم جریان خروجی از باتری چگونه تغییر می‌کند.

۳- با مشخص‌شدن تغییرات جریان خروجی از باتری، تغییر نور برخی از لامپ‌ها و یا تغییرات اعداد برخی از ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌های مدار مشخص می‌شود. برای تعیین تغییرات نور لامپ‌های دیگر و مقادیر سایر ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها ولتاژ باتری را بررسی می‌کنیم.

یه نمونهٔ باحال

در مدار مقابل با بستن کلید K، نور لامپ‌های L_1 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ تشریحی:

برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: با بستن کلید K، دو لامپ L_2 و L_3 باهم موازی می‌شوند و درنتیجه مقاومت معادل مدار، کاهش می‌یابد.

گام دوم: با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان خروجی از باتری زیاد می‌شود. چون جریان باتری به‌طور کامل از لامپ L_1 می‌گذرد، با افزایش جریان، نور L_1 هم زیاد می‌شود.

گام آخر: جریان کل مدار زیاد شده است، ولی این جریان با بسته شدن کلید باید بین دو لامپ L_2 و L_3 تقسیم شود؛ بنابراین با کمک جریان نمی‌توانیم تغییرات نور لامپ L_3 را بررسی کنیم. برای این کار از تغییرات ولتاژ باتری در مدار کمک می‌گیریم.

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}}\downarrow$$

$$\downarrow V_{\text{باتری}}=\uparrow V_{L_1}+V_{L_3} \Rightarrow V_{L_3}\downarrow$$

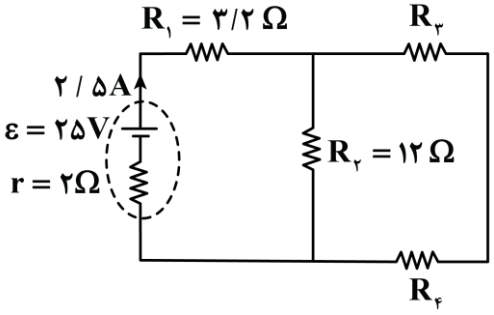
بنابراین نور لامپ L_3 با کاهش ولتاژ آن کم شده است. راه‌حل این مثال را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

$$\text{بستن کلید K} \Rightarrow R_{eq}\downarrow \Rightarrow I_t\uparrow \Rightarrow \text{پرنورتر } L_1$$

$$I_t\uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}}\downarrow \Rightarrow V_{L_3}\downarrow \Rightarrow \text{کم‌نورتر } L_3$$

۳۳- در مدار شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_۳$ برابر با ۳V است. توان مصرفی مقاومت $R_۴$ چند وات است؟

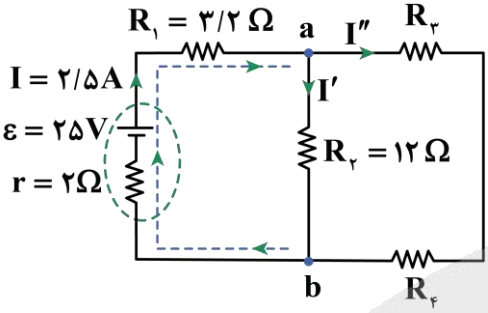
۱) ۶
۲) ۱۳/۵
۳) ۱۲
۴) ۱۴/۵



پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

کام اول

ابتدا به کمک مسیر نشان داده‌شده، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطهٔ a و b را به‌دست می‌آوریم:



$$V_b + \varepsilon - rI - R_۱I = V_a$$
$$\Rightarrow V_{ab} = \varepsilon - (r + R_۱)I = ۲۵ - (۲ + ۳/۲) \times ۲/۵$$
$$\Rightarrow V_{ab} = ۱۲V$$

کام دوم

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_۲$ نیز برابر V_{ab} است، بنابراین جریان عبوری از آن (I') برابر است با:

$$I' = \frac{V_{ab}}{R_۲} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱A$$
$$I = I' + I'' \Rightarrow ۲/۵ = ۱ + I'' \Rightarrow I'' = ۱/۵A$$

مجموع جریان‌های ورودی به نقطهٔ a برابر با مجموع جریان‌های خروجی از آن نقطه است، بنابراین:

$$I = I' + I'' \Rightarrow ۲/۵ = ۱ + I'' \Rightarrow I'' = ۱/۵A$$

کام سوم

حالا که جریان عبوری از مقاومت‌های متوالی $R_۳$ و $R_۴$ را داریم، به کمک اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_۳$ می‌توانیم مقاومت $R_۳$ را به‌دست آوریم:

$$V_{R_۳} = R_۳I'' \Rightarrow ۳ = R_۳ \times ۱/۵ \Rightarrow R_۳ = ۲\Omega$$

کام چهارم

اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومتِ معادل مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ نیز برابر با V_{ab} است، بنابراین داریم:

$$V_{R_{۳,۴}} = V_{ab} \xrightarrow{\text{مقاومت‌های } R_۳ \text{ , } R_۴ \text{ متوالی‌اند: } R_{۳,۴} = R_۳ + R_۴} (R_۳ + R_۴)I'' = V_{ab} \Rightarrow (۲ + R_۴) \times ۱/۵ = ۱۲ \Rightarrow R_۴ = ۶\Omega$$

کام آخر

$R_۴ = ۶\Omega$ و جریان عبوری از آن $I'' = ۱/۵A$ است، پس به کمک رابطهٔ $P = RI^۲$، توان مصرفی آن را به‌دست می‌آوریم:

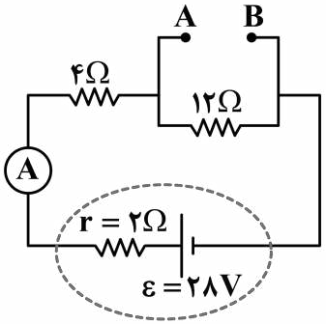
$$P_{R_۴} = R_۴I''^۲ = ۶ \times (۱/۵)^۲ = ۱۳/۵W$$

راهنمای مسیر

بچه‌ها برای این‌که بتونین خیلی راحت از پس حل این تیپ تست‌ها بربیاین، باید پروتکل‌های اختلاف پتانسیل‌نویسی رو خوب بلد باشین. پس حتماً یه سر به درسنامه بزنین تا این روش بسیار مهمِ تحلیل مدار رو بلد بشین.

ماز

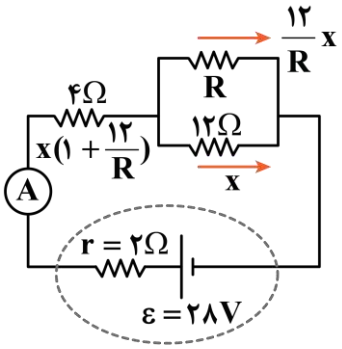
۳۴- در مدار شکل زیر، یک بار مقاومت R_1 و بار دیگر مقاومت R_2 را بین نقاط A و B قرار می‌دهیم. اگر در هر دو حالت، توان مصرفی مقاومت قرار داده‌شده بین نقاط A و B، $\frac{2}{3}$ برابر توان مقاومت 4Ω باشد، اختلاف عددی که آمپرسنج آرمانی در این دو حالت نشان می‌دهد، چند آمپر است؟



۱) ۰/۸
۲) ۰/۴
۳) ۱/۸
۴) ۱/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

اگر بین نقاط A و B، یک مقاومت مجهول (R) قرار دهیم، برای مقایسهٔ توان مصرفی مقاومت R و توان مصرفی مقاومت 4Ω به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_R}{P_{4\Omega}} = \frac{R(\frac{12}{R}x)^2}{4x^2(1+\frac{12}{R})^2} \Rightarrow \frac{R \times \frac{144}{R^2}}{4(1+\frac{12}{R})^2} = \frac{2}{3}$$

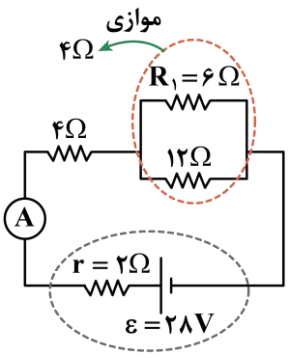
$$\Rightarrow \frac{54}{R} = (1+\frac{12}{R})^2 \Rightarrow \frac{54}{R} = 1 + \frac{24}{R} + \frac{144}{R^2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{30}{R} + \frac{144}{R^2} = 0 \Rightarrow R^2 - 30R + 144 = 0$$

$$\Rightarrow (R-6)(R-24) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 6\Omega \\ R_2 = 24\Omega \end{cases}$$

حال عدد آمپرسنج را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

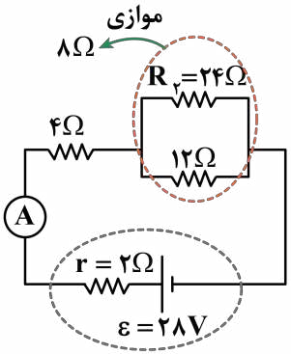
حالت اول



$$R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{28}{2+8} = 2/8A$$

حالت دوم



$$R'_{eq} = 8 + 4 = 12\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{r + R'_{eq}} = \frac{28}{2+12} = 2A$$

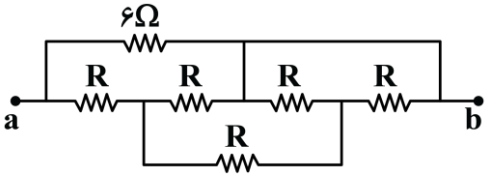
WWW.ArefOnline.ir

بنابراین اختلاف عدد نشان داده‌شده توسط آمپرسنج در دو حالت برابر است با:

$$I - I' = ۰/۸A$$

ماز

۳۵- در مدار شکل زیر، مقدار R چند اهم باشد تا مقاومت الکتریکی معادل بین دو نقطهٔ a و b برابر با ۰/۸R باشد؟



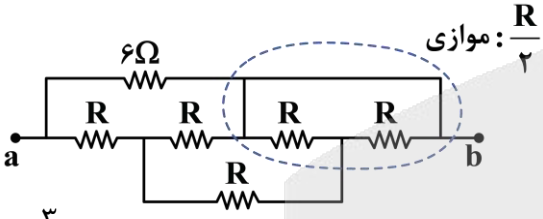
۱) ۱/۷۵
۲) ۲/۷۵
۳) ۳/۷۵
۴) ۴/۷۵

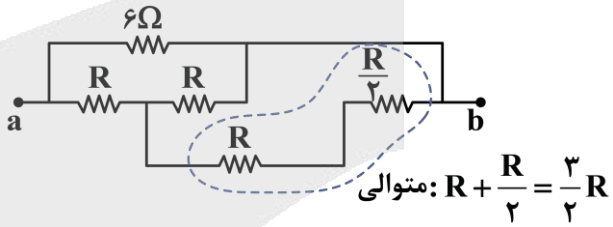
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

راهنمای زرنگ‌بازی

در ساده‌سازی مدار اگر n تا مقاومت موازی دارین، به‌جز یکی، بقیهٔ مقاومت‌ها رو حذف کنید و به‌جای اون یه دونه‌ای که نگه‌داشتین، مقاومت معادل این n تا موازی‌ها رو بنویسین.

دوتا مقاومت R که نشون دادیم با هم موازی هستند و یکی رو حذف کردیم و به‌جای اونی که باقی مونده، معادل رو نوشتیم:

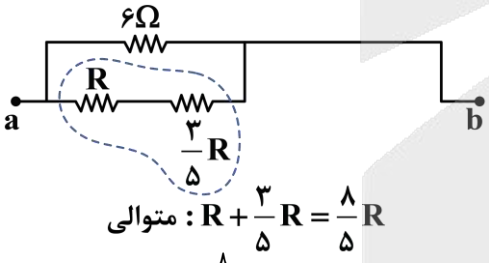




$$\frac{۳}{۲}R \,||\, R \frac{\frac{۳}{۲}R \times R}{\frac{۳}{۲}R + R} = \frac{۳}{۵}R \Rightarrow$$

به‌جای R که نگه داشته‌ایم، $\frac{۳}{۵}R$ خواهیم داشت.

مشاهده می‌کنید که مقاومت $\frac{۸}{۵}R$ با مقاومت ۶Ω موازی بوده و داریم:

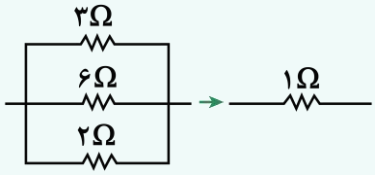


$$R_{ab} = \frac{۸}{۵}R \,||\, ۶ = \frac{\frac{۸}{۵}R \times ۶}{\frac{۸}{۵}R + ۶} = \frac{۴۸R}{۸R + ۳۰} \xrightarrow{R_{ab}=\frac{۴}{۵}R} \frac{۴۸R}{۸R+۳۰} = \frac{۴}{۵}R \Rightarrow \frac{۶}{۴R+۱۵} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow ۴R = ۱۵ \Rightarrow R = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵\Omega$$

جرقهٔ ذهنی

وقتی چند مقاومت با هم متوالی هستند، می‌توانید یکی از آن‌ها را نگه داشته و به‌جای بقیهٔ آن‌ها سیم خالی بکشید و مقاومت معادلشان را بر روی آن مقاومتی که نگه داشته‌اید، بنویسید. به‌عنوان مثال در شکل زیر، به‌جای سه مقاومت ۳Ω، ۴Ω و ۵Ω مقاومت معادل آن‌ها یعنی ۱۲Ω را قرار می‌دهیم.

در حالتی که چند مقاومت با هم موازی هستند، می‌توانید یکی از آن‌ها را نگه داشته و بقیه را پاک کنید و مقاومت معادلشان را بر روی آن مقاومتی که نگه داشته‌اید بنویسید. به‌عنوان مثال در شکل مقابل داریم:

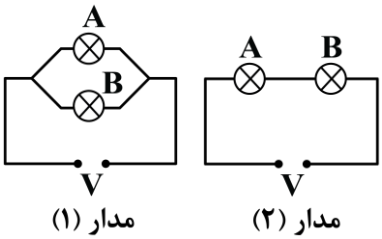


راهنمای مسیر

بچه‌ها در این تست یک قلق خیلی خفن بهتون یاد دادیم تا خیلی سریع و راحت بتونین مدار رو ساده کنین. این قلق در واقع به شما دیدِ مداری میده تا به‌راحتی از عهدهٔ تحلیل ترکیب مقاومت‌ها بربیاین. پس حتماً یه سر به پاسخ‌نامه بزنین.

ماز

۳۶- دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشتهٔ آن‌ها یکسان است، ولی رشتهٔ لامپ B ضخیم‌تر از رشتهٔ لامپ A است. این دو لامپ را یک‌بار طبق مدار شکل (۱) و بار دیگر طبق مدار شکل (۲) به منبع نیروی محرکه وصل می‌کنیم. کدام لامپ، پرنورترین لامپ خواهد بود؟



۱) لامپ A در مدار (۱)
۲) لامپ A در مدار (۲)
۳) لامپ B در مدار (۱)
۴) لامپ B در مدار (۲)

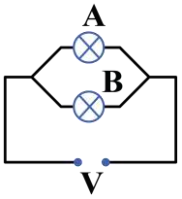
پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۱۰۲)

رشتهٔ لامپ B ضخیم‌تر است، بنابراین طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، مقاومت الکتریکی لامپ B کمتر از مقاومت الکتریکی لامپ A است.

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow[\rho_A=\rho_B]{L_A=L_B}\frac{R_B}{R_A}=\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A_B>A_A}R_B<R_A$$

هنگامی که لامپ‌ها به‌طور متوالی به منبع ولتاژ وصل می‌شوند، ولتاژ منبع بین آن‌ها تقسیم می‌شود، در حالی‌که در اتصال موازی، ولتاژ هر دو لامپ، برابر ولتاژ منبع است، بنابراین در مدار (۱) که لامپ‌ها به‌طور موازی متصل شده‌اند، توان مصرفی آن‌ها بیشتر است و نور آن‌ها نیز بیشتر خواهد بود.

برای مقایسهٔ توان مصرفی لامپ‌ها در مدار (۱) داریم:



$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow[V_A=V_B=V]{}\frac{P_A}{P_B}=\frac{R_B}{R_A}\xrightarrow{R_B<R_A}\frac{P_A}{P_B}<1\Rightarrow P_A<P_B$$

بنابراین **پرنورترین لامپ، لامپ B در مدار (۱) است.**

یادآوری

طبق رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ درمی‌یابیم مقاومت الکتریکی یک سیم به جنس، طول و سطح مقطع سیم وابسته است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2}$$

نکته

۱- در اتصال **موازی** مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌ها و با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$، **توان مصرفی در هر مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطهٔ عکس دارد.**

$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow{\text{ثابت: }V}\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}$$

یعنی در اتصال موازی مقاومت‌ها، هر چه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن کمتر است.

۲- در اتصال **متوالی** مقاومت‌ها به یکدیگر، با توجه به برابر بودن جریان عبوری از مقاومت‌ها و با توجه به رابطهٔ $P = RI^2$، **توان مصرفی هر مقاومت با مقدار هر مقاومت، رابطهٔ مستقیم دارد.**

$$P = RI^2 \xrightarrow{I:\text{ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

یعنی در اتصال متوالی مقاومت‌ها، هرچه مقاومت، بزرگ‌تر باشد، توان مصرفی آن بیشتر است.

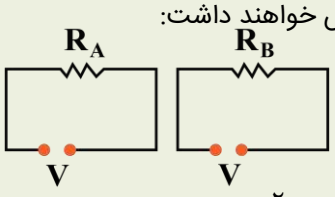
آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳

۶۳- دو مقاومت الکتریکی A و B را وقتی به‌تنهایی به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی می‌بندیم، توان مصرفی مقاومت A دو برابر توان مصرفی مقاومت B است. حال اگر آن‌ها را با هم متوالی بسته و دو سر آن‌ها را به همان اختلاف پتانسیل ثابت ببندیم، توان مصرفی مقاومت A چند برابر توان مصرفی مقاومت B است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۴

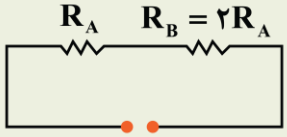
پاسخ تشریحی:

حالت اول: چون اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر است، طبق رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$، توان و مقاومت باهم رابطهٔ عکس خواهند داشت:



$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{2P_B}{P_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

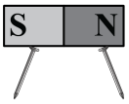
حالت دوم: وقتی که دو مقاومت را به‌صورت متوالی می‌بندیم، جریان عبوری از آن‌ها برابر با هم است و طبق رابطهٔ $P = RI^2$، توان و مقاومت با هم رابطهٔ مستقیم خواهند داشت:



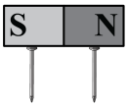
$$R_B = 2R_A \Rightarrow P_B = 2P_A \Rightarrow P_A = \frac{1}{2}P_B$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

۳۷- دو میخ آهنی را به قسمت‌های مختلف یک آهنربای میله‌ای نزدیک می‌کنیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر در مورد القای مغناطیسی درست است؟

۱) 

۲)

۳) 

۴)

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۸۵ ـ ۱۱۰۳)

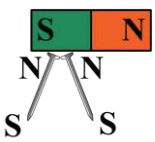
با توجه به القای مغناطیسی، وقتی دو سوزن را به آهنربا نزدیک می‌کنیم یکی از حالات زیر اتفاق می‌افتد:

حالت اول

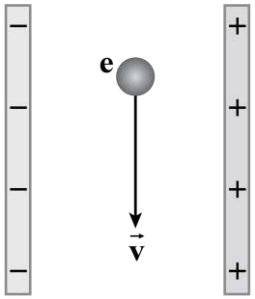
دو قطب متفاوت: جاذبه

حالت دوم

یک قطب: دافعه



۳۸- مطابق شکل زیر، الکترونی با سرعت ثابت $\vec{v}$ در حال عبور از یک میدان الکتریکی یکنواخت است. برای این‌که این الکترون بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟ (از نیروی وزن وارد بر الکترون صرف‌نظر کنید.)



الف- میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر صفحهٔ کاغذ و به‌سمت داخل باشد.

ب- نیروی مغناطیسی حتماً باید به سمت چپ باشد.

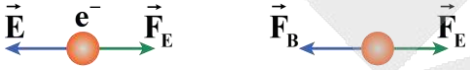
ج- خطوط میدان مغناطیسی حتماً باید عمود بر خطوط میدان الکتریکی باشد.

د- نیروی مغناطیسی حتماً باید هم‌راستا با خطوط میدان الکتریکی باشد.

۱) «الف»،«ب» و «د» ۲) «الف»،«ج» و«د» ۳) فقط «ب» و«د» ۴) فقط «الف» و«ب»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ⏲ ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۲)

برای این‌که الکترون بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی، نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ در نتیجه داریم:



بنابراین عبارت‌های «ب» و «د» درست هستند.

از طرفی برای این‌که نیروی مغناطیسی وارد بر ذره‌ای که به سمت پایین حرکت می‌کند، به سمت چپ باشد، بی‌شمار جهت برای میدان مغناطیسی وجود دارد و لزومی ندارد که حتماً میدان مغناطیسی درون‌سو یا عمود بر میدان الکتریکی باشد.

بنابراین عبارت‌های «الف» و «ج» نادرست هستند.

راهنمای مسیر

مشابه این سؤال به شکل دیگه‌ای توی کنکور مطرح شده. مطمئن باش با بررسی این سؤال مفهوم رو خیلی بهتر می‌فهمی!

۳۹- پروتونی با تندی $۱/۴\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ و با زاویهٔ ۵۳° نسبت به خطوط میدان مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت پرتاب می‌شود. اگر زاویهٔ بین جهت حرکت پروتون و خطوط میدان مغناطیسی، ۸° کاهش یابد، برای این‌که اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون، ثابت بماند، باید تندی آن چند کیلومتر بر ثانیه افزایش یابد؟ $(\sin ۵۳^{\circ}=۰/۸\ ,\ \sqrt{۲}=۱/۴)$

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۲ ۳) ۴۰۰۰ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏲ ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

طبق رابطهٔ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در یک میدان مغناطیسی داریم:

$$F=|q|vB\sin\theta \xrightarrow{q\ ,\ B:\text{ثابت}} \frac{F_۲}{F_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}\times\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \xrightarrow[\theta_۲=۵۳^{\circ}-۸^{\circ}=۴۵^{\circ}]{F_۲=F_۱\ ,\ \theta_۱=۵۳^{\circ}} ۱=\frac{v_۲}{v_۱}\times\frac{\sin ۴۵^{\circ}}{\sin ۵۳^{\circ}}$$

$$\xrightarrow{v_۱=۱/۴\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}} ۱=\frac{v_۲}{۱/۴\times۱۰^{۴}}\times\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۰/۸} \Rightarrow v_۲=۱/۴\times۱۰^{۴}\times\frac{۰/۸}{۰/۷} \Rightarrow v_۲=۱/۶\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$$

در نهایت داریم:

$$v_۲-v_۱=۱/۶\times۱۰^{۴}-۱/۴\times۱۰^{۴}=۰/۲\times۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}=۲۰۰۰\ \frac{m}{s}=۲\ \frac{km}{s}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستان به واحد خواسته‌شده برای کمیت v نباشد، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتید!

WWW.ArefOnline.ir

۴۰- ذره‌ای با بار $2\mu C$ و با تندی $10^4 \frac{m}{s}$ وارد فضایی دارای دو میدان الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت و هم‌جهت $E=2000\frac{N}{C}$ و $B=1500G$ می‌شود. اندازهٔ نیروی خالص وارد بر این ذره چند نیوتون است؟ (از اثر نیروی گرانش و مقاومت هوا صرف‌نظر شود و جهت حرکت ذره بر خطوط میدان‌ها عمود است.)

۱) $2/5\times10^{-3}$ ۲) $2/5\times10^{-4}$ ۳) 5×10^{-3} ۴) 5×10^{-4}

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

راه نجات سریع

اول اندازهٔ هر کدوم از نیروهای الکتریکی و مغناطیسی رو به‌دست بیار. بعدش با توجه به عمود بودن نیروها به کمک قضیهٔ فیثاغورس، نیروی خالص رو حساب کن.

گام اول

اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$F_E = E|q| \Rightarrow F_E = 2000\times2\times10^{-6} = 4\times10^{-3}\,N$$

با توجه به این‌که بار ذره مثبت است، جهت نیروی الکتریکی، هم‌جهت با خطوط میدان الکتریکی است.

گام دوم

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره برابر است با:

$$F_B = |q|vB\sin\theta \Rightarrow F_B = 2\times10^{-6}\times10^4\times1500\times10^{-4}\times1 = 3\times10^{-3}\,N$$

جهت نیروی مغناطیسی، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی است.

گام آخر

با توجه به این‌که نیروی الکتریکی هم‌سو با خطوط میدان‌ها و نیروی مغناطیسی عمود بر خطوط میدان‌ها است، اندازهٔ نیروی خالص وارد بر ذره برابر است با:

$$F_{net} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = \sqrt{(4\times10^{-3})^2 + (3\times10^{-3})^2} = 5\times10^{-3}\,N$$

ذرهٔ باردار متحرک تحت تأثیر میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی

اگر ذرهٔ باردار با سرعت $\vec{v}$ در دو میدان مغناطیسی $\vec{B}$ و الکتریکی $\vec{E}$ که بر هم عمود هستند، عمود بر $\vec{B}$ حرکت کند، دو حالت داریم:

۱- نیروی حاصل از میدان الکتریکی و نیروی حاصل از میدان مغناطیسی یکدیگر را خنثی کنند، ذره با تندی ثابت حرکت می‌کند و از مسیر منحرف نمی‌شود. در این صورت تندی حرکت ذره برابر است با:

$$v = \frac{E}{B}$$

۲- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، هم‌جهت باشند، در این صورت داریم:

$$F_{net} = F_E + F_B$$

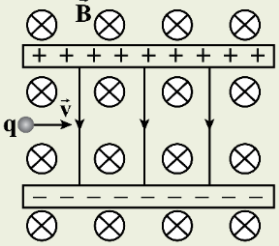
۳- نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی، بر هم عمود باشند، در این صورت داریم:

$$F_{net} = \sqrt{F_E^2 + F_B^2}$$

WWW.ArefOnline.ir

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۰

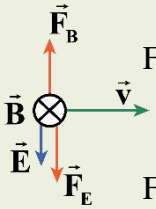
مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = ۲\mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = ۲\times ۱۰^{۴}\ \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده‌شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = ۰/۰۲T$ و $E = ۵۰۰\ \frac{N}{C}$ است، وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر این ذره در لحظهٔ ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



۱) صفر ۲) ۳×۱۰^{-۴} ۳) ۲×۱۰^{-۴} ۴) $۱/۸\times ۱۰^{-۳}$

پاسخ تشریحی:

جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی است و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را می‌توانیم به کمک قاعدهٔ دست راست مشخص کنیم.



$$F_E = E|q| \xrightarrow[q=۲\times ۱۰^{-۶}C]{E=۵۰۰\frac{N}{C}} F_E = ۵۰۰\times ۲\times ۱۰^{-۶} = ۱۰^{-۳}N$$

$$F_B = |q|vB\sin\theta \xrightarrow[B=۲\times ۱۰^{-۲}T\ ,\ \sin\theta=۱]{q=۲\times ۱۰^{-۶}C\ ,\ v=۲\times ۱۰^{۴}\frac{m}{s}} F_B = ۲\times ۱۰^{-۶}\times ۲\times ۱۰^{۴}\times ۲\times ۱۰^{-۲}\times ۱ = ۸\times ۱۰^{-۴}N$$

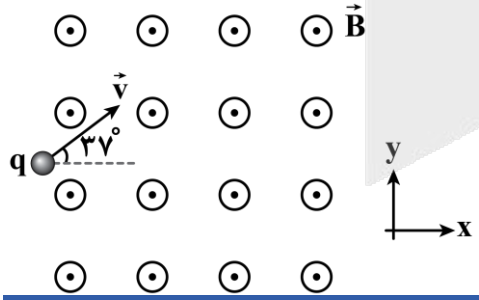
با توجه به این‌که $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ در خلاف جهت هم هستند، داریم:

$$F_{net} = F_E - F_B \xrightarrow[F_B=۸\times ۱۰^{-۴}N]{F_E=۱۰^{-۳}N} F_{net} = ۱۰^{-۳} - (۸\times ۱۰^{-۴}) = ۲\times ۱۰^{-۴}N$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

۴۱- **مطابق شکل زیر، یک ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$، پرتاب شده است. در این حالت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره ..... است و اگر زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$، ۳۷° کاهش یابد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، ..... می‌یابد.**

$(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



۱) ۰/۶ نیروی مغناطیسی بیشینه - افزایش
۲) بیشینه - کاهش
۳) ۰/۶ نیروی مغناطیسی بیشینه - کاهش
۴) بیشینه – افزایش

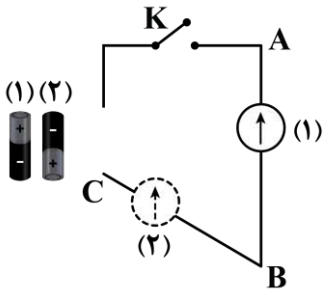
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به شکل درمی‌یابیم که میدان مغناطیسی بر صفحه عمود است؛ بنابراین زاویهٔ بین $\vec{B}$ و $\vec{v}$ ۹۰ درجه است؛ در نتیجه اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره **بیشینه** است. از طرفی اگر این زاویه ۳۷° کاهش یابد، $\theta = ۹۰ - ۳۷ = ۵۳^\circ$ خواهد شد و اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذره طبق رابطهٔ $F = |q|vB\sin\theta$ **کاهش می‌یابد**.

سوتی‌های پرتکرار

حواست باشه زاویهٔ ۳۷ درجه توی این سؤال انحرافیه تا توی دام گزینهٔ (۱) بیفتی!

۴۲- در مدار شکل زیر، اگر باتری ..... را در مدار قرار دهیم، بعد از بستن کلید K، عقربهٔ (۱) که بر روی سیم AB قرار دارد، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت شروع به چرخش می‌کند و عقربهٔ (۲) که در زیر سیم BC قرار دارد، بعد از تعادل، به شکل ..... قرار می‌گیرد.



۱) (۱) و ↗
۲) (۱) و ↙
۳) (۲) و ↙
۴) (۲) و ↗

http://rubika.ir/Tahlilazemoon

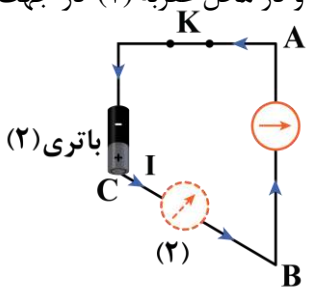
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۵ ـ ۱۱۰۳)

کام اول

با قرار دادن یکی از باتری‌ها در مدار و بستن کلید، جریان الکتریکی در مدار برقرار می‌شود. جهت جریان در سیم AB یا در جهت A به B و یا در جهت B به A خواهد بود. با توجه به این‌که عقربهٔ (۱) در جهت حرکت عقربه‌های ساعت چرخش می‌کند و از طرفی هم این عقربه بر روی سیم AB قرار دارد، پس طبق قاعدهٔ دست راست، باید جریان سیم AB در جهت B به A باشد تا جهت چرخش چهار انگشت دست راست در بالای سیم AB به سمت راست باشد، **بنابراین باید باتری (۲) در مدار قرار بگیرد.**

کام آخر

با توجه به جهت جریان عبوری از سیم BC و به کمک قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی در زیر سیم BC و در محل عقربهٔ (۲) در جهت ↗ خواهد بود، پس عقربهٔ مغناطیسی (۲) هم در این جهت قرار می‌گیرد.



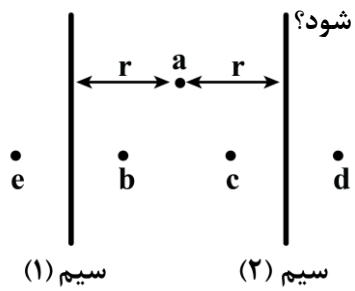
سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست نباشه که عقربهٔ (۲) در زیر سیم BC قرار داره در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید!

راهنمای مسیر

اگر این سؤال رو نتونستی جواب بدی، پس مفهوم میدان مغناطیسی اطراف سیم راست و یا استفاده از قاعدهٔ دست راست رو هنوز کامل یاد نگرفتی و حتماً با مراجعه به درسنامه و پاسخنامه سعی کن تسلطت رو بر روی این مباحث بالا ببری تا هم در کنکور و هم در امتحان نهایی مشکلی نداشته باشی.

۴۳- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد که برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از این دو سیم در نقطهٔ a برابر با صفر است. اگر جهت جریان عبوری یکی از سیم‌ها را برعکس کرده و اندازهٔ جریان عبوری از سیم دیگر را افزایش دهیم، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در کدام‌یک از نقاط نشان‌داده‌شده می‌تواند برابر با صفر شود؟

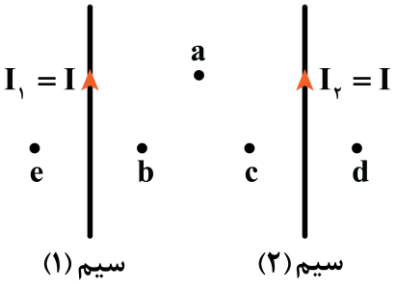


۱) b و c
۲) e و d
۳) b و d
۴) c و e

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۱۰۳)

گام اول

می‌دانیم در دو سیم موازی و بلند حامل جریان، اگر جریان‌ها هم‌جهت باشند، در ناحیه‌ای بین دو سیم و نزدیک سیمی با جریان کوچک‌تر، میدان مغناطیسی برایند برابر با صفر می‌شود. در حالتی که جریان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت باشند، میدان مغناطیسی برایند دقیقاً در وسط دو سیم برابر با صفر می‌شود. با این توضیح جامع، قطعاً متوجه شدید که در این تست، در ابتدا دو سیم، حامل جریان الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت هستند. می‌توانیم مطابق شکل مقابل، فرض کنیم که جهت جریان‌ها به سمت بالا باشد:

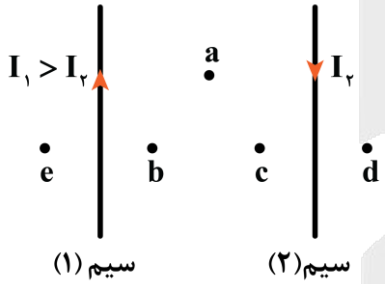


گام دوم

می‌دانیم در دو سیم موازی و بلند حامل جریان، اگر جریان‌ها در خلاف جهت هم باشند، در ناحیه‌ای خارج از بین دو سیم و نزدیک سیمی با جریان کوچک‌تر، میدان مغناطیسی برایند برابر با صفر می‌شود. در حالتی هم که جریان‌ها هم‌اندازه و خلاف جهت هم باشند، چنین نقطه‌ای که میدان مغناطیسی برایند در آن صفر باشد، وجود نخواهد داشت (البته به‌جز نقاطی که در فاصله‌های خیلی دور از سیم‌ها قرار دارند).

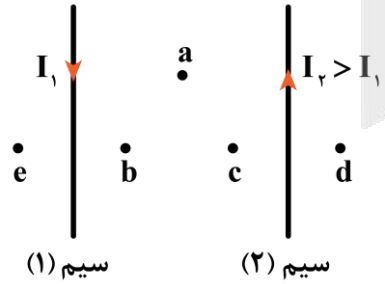
حالت اول

فرض کنید جهت جریان عبوری از سیم (۲) را برعکس کرده و اندازهٔ جریان عبوری از سیم (۱) را افزایش دهیم، بنابراین باید در ناحیه‌ای خارج از فضای بین دو سیم و نزدیک به سیمی با جریان کوچک‌تر (I_2)، میدان مغناطیسی برایند صفر باشد، پس با توجه به شکل زیر، میدان مغناطیسی برایند می‌تواند در نقطهٔ d برابر با صفر باشد.



حالت دوم

فرض کنید جهت جریان عبوری از سیم (۱) را برعکس کرده و اندازهٔ جریان عبوری از سیم (۲) را افزایش دهیم. بدیهی است که در این حالت، میدان مغناطیسی برایند در نقطهٔ e می‌تواند برابر با صفر باشد.



گام آخر

پس بسته به این‌که جهت جریان کدام سیم برعکس شده و اندازهٔ جریان عبوری از سیم دیگر افزایش یابد، **میدان مغناطیسی برایند می‌تواند در نقطهٔ d یا در نقطهٔ e برابر با صفر شود.**

سوتی‌های پرتکرار

اگر در تعیین جهت اولیهٔ جریان سیم‌ها دچار اشتباه شوید، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتین.

نکته

هرگاه دو سیم بلند حامل جریان داشته باشیم، میدان مغناطیسی می‌تواند در بین دو سیم یا خارج از فاصلهٔ دو سیم، صفر شود:

۱- اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشند، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در بین آن‌ها و نزدیک به سیم حامل جریان کوچک‌تر، صفر می‌شود.

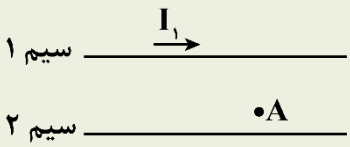
تذکر

اگر جریان‌ها هم‌اندازه و هم‌جهت باشند، درست در وسط فاصلهٔ بین آن‌ها برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، صفر می‌شود.

۲- اگر جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشند، برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم، در خطی به موازات آن دو سیم و در خارج فاصلهٔ دو سیم و در نزدیکی سیم حامل جریان کوچک‌تر می‌تواند صفر شود.

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطهٔ A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟



۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچک‌تر از آن است.

۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچک‌تر از آن است.

پاسخ تشریحی:

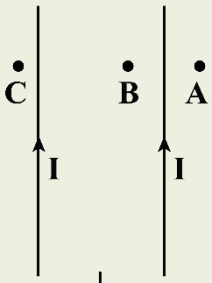
با توجه به این‌که میدان حاصل از سیم I_1 در نقطهٔ A با استفاده از قاعدهٔ دست راست، درون‌سو است، پس باید میدان حاصل از سیم I_2، برون‌سو باشد تا میدان خالص در این نقطه صفر شود. در نتیجه جریان I_2 باید به سمت راست (هم‌جهت با I_1) باشد.

از طرفی چون نقطهٔ A به سیم I_2 نزدیک‌تر است، بنابراین باید جریان I_2 کوچک‌تر از جریان I_1 باشد تا بزرگی میدان‌ها برابر شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

آزمون سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۳

۶۵- در شکل زیر، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت در سیم‌ها جاری است. جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های الکتریکی در نقاط A، B و C به‌ترتیب کدام‌اند؟



۱) ⊙ - ⊙ - ⊗

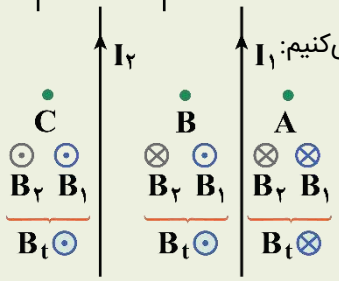
۲) ⊗ - ⊗ - ⊙

۳) ⊙ - ⊗ - ⊗

۴) ⊗ - ⊙ - ⊙

پاسخ تشریحی:

با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از سیم‌ها را در نقاط موردنظر مشخص می‌کنیم:



نقطهٔ A: چون هر دو میدان، درون‌سو هستند، پس جهت میدان خالص، درون‌سو است. (⊗)

نقطهٔ B: جریان دو سیم، برابر است. از طرفی نقطهٔ B به سیم (۱) نزدیک‌تر است (r کم‌تر)، پس میدان سیم (۱) در نقطهٔ B قوی‌تر است.

$B_1 > B_2 \xrightarrow{\vec{B}_1 \text{ جهت میدان خالص در}}$ میدان خالص برون‌سو (⊙)

نقطهٔ C: چون هر دو میدان، برون‌سو هستند، پس میدان خالص، برون‌سو است. (⊙)

پاسخ: گزینهٔ ۱

۴۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد میدان‌های مغناطیسی بدن انسان درست است؟

الف- جریان‌های الکتریکی ضعیف در بدن انسان، میدان‌های مغناطیسی ضعیف ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند.

ب- اندازهٔ میدان‌های مغناطیسی حاصل از عضله‌های اسکلتی و مغز به‌ترتیب در حدود $10^{-6}\,G$ و $10^{-12}\,T$ است.

ج- برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی حاصل از مغز، از دستگاهی به نام اسکوپید استفاده می‌شود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

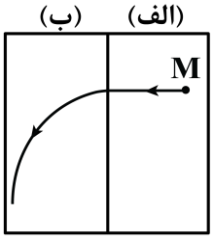
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۱۰۳)

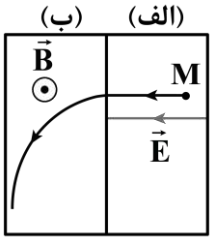
تمام عبارت‌های مطرح‌شده، طبق متن کتاب درسی، درست هستند.

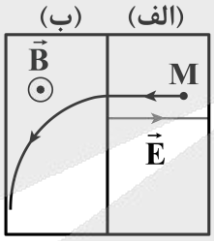
میدان‌های مغناطیسی بدن

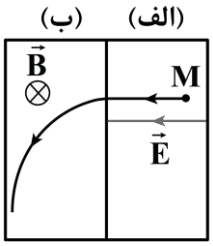
تمام یاخته‌های زندهٔ بدن انسان به‌طور الکتریکی فعال‌اند. جریان‌های الکتریکی ضعیف در بدن، میدان‌های مغناطیسی ضعیف ولی قابل اندازه‌گیری تولید می‌کنند. اندازهٔ میدان‌های حاصل از عضله‌های اسکلتی کوچک‌تر از $10^{-10}\,T$، یعنی در حدود یک میلیونیم میدان مغناطیسی زمین است. میدان‌های مغناطیسی حاصل از مغز بسیار ضعیف‌تر و در حدود $10^{-12}\,T$ هستند و برای اندازه‌گیری آن‌ها باید مغناطیس‌سنج‌های بسیار حساس به کار برد. در حال حاضر، چنین مغناطیس‌سنج‌هایی به نام اسکوپید ساخته شده‌اند.

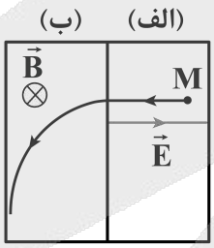
۴۵- در شکل زیر در هر یک از مناطق مجزای «الف» و «ب» فقط یک میدان الکتریکی یکنواخت یا میدان مغناطیسی یکنواخت وجود دارد. اگر یک الکترون را از نقطهٔ M رها کنیم، این الکترون مسیری مطابق شکل زیر را طی می‌کند. در کدام گزینه جهت میدان‌ها به‌درستی رسم شده‌است؟ (از اثر نیروی وزن صرف‌نظر کنید.)



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به این‌که ذرهٔ باردار در جهت نیروی وارد بر آن حرکت می‌کند، بنابراین نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان الکتریکی در بخش «الف» به‌سمت چپ است. از طرفی می‌دانیم که نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است، پس میدان الکتریکی به‌سمت راست می‌باشد (نادرستی گزینه‌های (۱) و (۳)).

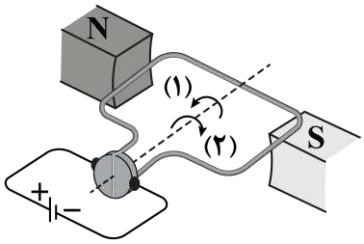
باتوجه به قاعدهٔ دست راست برای بار منفی، جهت میدان مغناطیسی، برون‌سو می‌باشد (نادرستی گزینه‌های (۳) و (۴)).

تذکر

برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی در منطقهٔ «ب» از قاعدهٔ دست چپ استفاده می‌کنیم.

WWW.ArefOnline.ir

۴۶- **کدام گزینه در مورد ابزار نشان داده‌شده در شکل زیر نادرست است؟**



۱) طرحی ساده از یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.
۲) این ابزار انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کند.
۳) این ابزار اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهد.
۴) در لحظهٔ نشان داده‌شده حلقه در جهت (۲) می‌چرخد.

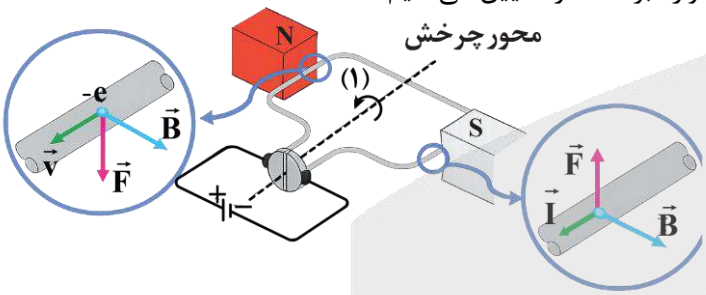
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۱ ـ ۱۱۰۳)

شکل، طرحی ساده از اجزای اصلی یک موتور الکتریکی را نشان می‌دهد.

موتورهای الکتریکی، ابزارهایی هستند که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کنند و اساس کار بسیاری از دستگاه‌ها نظیر جاروی برقی، متهٔ برقی، آسیاب برقی، ماشین لباسشویی، پنکه و ... را تشکیل می‌دهند.

در هر موتور الکتریکی، سیم‌هایی وجود دارند که حامل جریان‌اند (یعنی بارهای الکتریکی در آن‌ها در حرکت‌اند) و آهنرباهایی نیز وجود دارند که بر بارهای متحرک نیرو وارد می‌کنند. از این‌رو، بر هر سیم حامل جریان، نیروی مغناطیسی وارد می‌شود و این نیروها حلقه را می‌چرخانند.

مطابق شکل زیر، به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه را تعیین می‌کنیم:

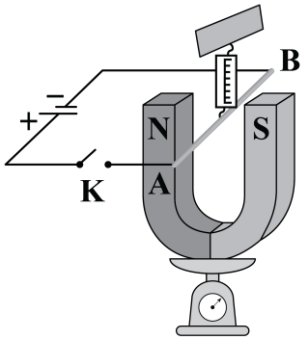


بنابراین حلقه در جهت (۱) می‌چرخد.

تذکر

دقت کنید که جهت میدان مغناطیسی از قطب مثبت به قطب منفی است و جهت حرکت الکترون‌ها در درون سیم، در خلاف جهت جریان در سیم می‌باشد.

۴۷- **در شکل زیر، سیم افقی AB به طول ۲۰cm در میدان مغناطیسی یکنواخت بین دو قطب آهنربا به بزرگی ۰/۴T معلق است و اعدادی که نیروسنج فنری و ترازو نشان می‌دهند، به‌ترتیب T و F_N هستند. وقتی کلید K بسته شود، از سیم، جریان ۱۰A می‌گذرد. با وصل کلید K، مقدار $F_N - T$ چند نیوتون تغییر می‌کند؟**



۱) +۰/۸
۲) −۰/۸
۳) +۱/۶
۴) −۱/۶

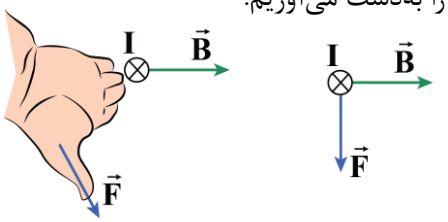
پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۱۰۳)

قبل از وصل کلید، نیروسنج، وزن سیم و ترازو وزن آهنربا را نشان می‌دهند.

$T_1 =$ وزن سیم $= W$

$F_{N_1} =$ وزن آهنربا $= W'$

با وصل کلید K و برقراری جریان، به سیم نیروی مغناطیسی وارد می‌شود. اندازه و جهت این نیرو را به‌دست می‌آوریم:

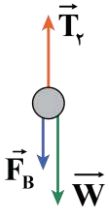


$$F_B = BI\ell\sin\theta = ۰/۴\times۱۰\times۰/۲\times\sin۹۰^\circ = ۰/۸N$$

تذکر

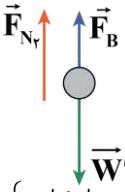
جهت میدان مغناطیسی از قطب N به قطب S می‌باشد.

با توجه به نیروهای وارد بر سیم می‌توان نوشت:



$$T_۲ = W + F_B \xrightarrow{F_B = ۰/۸N} T_۲ = W + ۰/۸$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارد بر آهنربا ۰/۸N و به‌سمت بالا می‌باشد، بنابراین:



$$F_{N_۲} = W' - F_B \xrightarrow{F_B = ۰/۸N} F_{N_۲} = W' - ۰/۸$$

برای دو حالت قبل و بعد از وصل کلید، مقدار $F_N - T$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{قبل از وصل کلید}: F_{N_1} - T_1 = W' - W \\ \text{بعد از وصل کلید}: F_{N_۲} - T_۲ = (W' - ۰/۸) - (W + ۰/۸) = W' - W - ۱/۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (W' - W - ۱/۶) - (W' - W) = -۱/۶N$$

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

$$F = I\ell B\sin\theta$$

F: اندازهٔ نیروی مغناطیسی بر حسب نیوتون (N)

I: جریان الکتریکی بر حسب آمپر (A)

B: بزرگی میدان مغناطیسی بر حسب تسلا(T)

θ: زاویهٔ بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی

ℓ: طول بخشی از سیم (برحسب m) که در میدان مغناطیسی B قرار دارد.

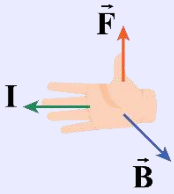
نکات

۱- شکل سیم هرگونه باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن، عمود بر راستای میدان است.

۲- اگر راستای سیم و خطوط میدان مغناطیسی، یکسان باشد، نیروی وارد بر آن صفر و اگر سیم عمود بر خطوط میدان مغناطیسی باشد، نیروی وارد بر آن بیشینه $(F_{max} = I\ell B)$ است.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

اگر از سیمی به طول ℓ که درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد، جریان I عبور کند، به آن نیروی مغناطیسی $\vec{F}$ وارد می‌شود. جهت این نیرو مطابق قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.



اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان بازشدهٔ ما در جهت I باشد، به‌گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت $\vec{B}$ قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان خواهد بود.

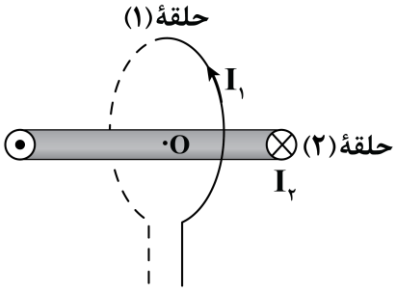
عبور سیم حامل جریان الکتریکی از بین قطب‌های یک آهنربای لاشکل که بر روی ترازو قرار دارد

اگر فرض کنیم وزن آهنربا به تنهایی برابر با mg باشد، آن‌گاه داریم:

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت بالا باشد ← عدد ترازو افزایش می‌یابد. $\Rightarrow$ عدد ترازو $= mg + F_B$

اگر $\vec{F}_B$ وارد بر سیم به سمت پایین باشد ← عدد ترازو کاهش می‌یابد. $\Rightarrow$ عدد ترازو $= mg - F_B$

۴۸- شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای هم‌مرکز و حامل جریان را نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) هم‌اندازه هستند. میدان خالص در مرکز حلقه‌ها در چه جهتی است؟



۱) ←

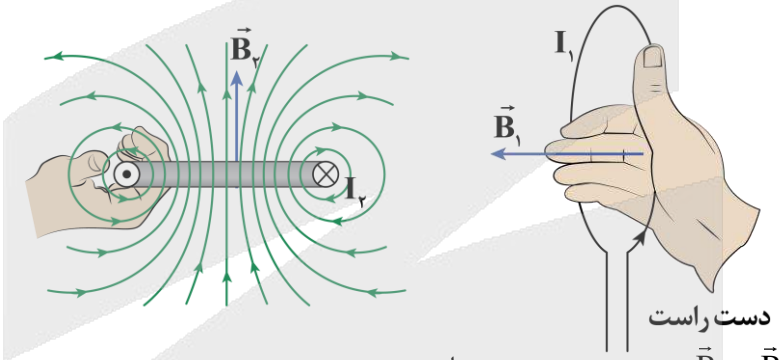
۲) ↑

۳) ↖

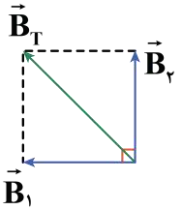
۴) ↙

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۱۰۳)

به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از حلقه‌ها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:



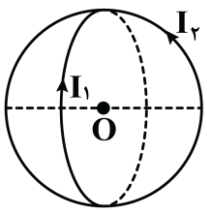
با توجه به این‌که میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ عمود بر هم هستند، داریم:



راهنمای مسیر

این سؤال بدون هیچ تغییری، برگرفته از دو شکل از کتاب درسی است. برای حل این‌گونه سؤالات، آشنایی با دو روش ترسیم حلقه و همچنین قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی، ضروری است.

۴۹- مطابق شکل زیر، دو حلقهٔ رسانای مشابه حامل جریان با شعاع ۱۰cm بر هم عمود هستند. اگر $I_1 = 6A$ و $I_2 = 8A$ باشد، اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص حاصل از حلقه‌ها در نقطهٔ O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟ $(\mu_0 = 12\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) 6×10^{-5}

۲) $7/5\times10^{-5}$

۳) 6×10^{-4}

۴) $7/5\times10^{-4}$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۱۰۳)

کام اول

طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌ها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:

بنابراین میدان‌های $\vec{B}_1$، $\vec{B}_2$ بر هم عمود هستند.

کام دوم

اندازهٔ هر کدام از میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به‌دست می‌آوریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}\Rightarrow\begin{cases}B_1=\dfrac{12\times10^{-7}\times1\times6}{2\times0/1}=3/6\times10^{-5}\,T\\ I_2=\dfrac{4}{3}I_1\Rightarrow B_2=\dfrac{4}{3}B_1=\dfrac{4}{3}\times3/6\times10^{-5}\,T=4/8\times10^{-5}\,T\end{cases}$$

کام آخر

بزرگی میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O برابر است با:

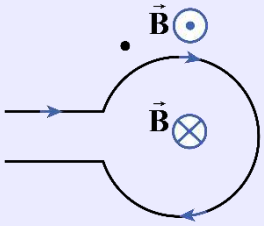
$$B_t=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\sqrt{(3/6\times10^{-5})^2+(4/8\times10^{-5})^2}$$

$$\Rightarrow B_t=6\times10^{-5}\,T$$

میدان مغناطیسی پیچهٔ حامل جریان

حلقهٔ رسانا (یا پیچه‌ای شامل N حلقهٔ نزدیک به‌هم) با شعاع R که از آن جریان I عبور می‌کند، درون فضای داخل و اطراف خود میدان مغناطیسی تولید می‌کند.

جهت میدان درون پیچه طبق قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود:



شست دست راست را طوری در جهت جریان قرار می‌دهیم که چرخش طبیعی چهار انگشت (جهت بسته شدن) جهت میدان را درون پیچه نشان دهد.

نکته

جهت میدان مغناطیسی داخل پیچه همواره مخالف خارج پیچه است.

تاز

۵۰- پیچه‌ای مسطح به شعاع ۵cm از N حلقه تشکیل شده است. اگر جریان عبوری از این پیچه را $\frac{5}{\pi}$ میلی‌آمپر تغییر دهیم، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از پیچه در مرکز آن ۰/۴G کاهش می‌یابد. پیچه از چند دور سیم تشکیل شده است؟

$$(\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A})$$

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه داریم:

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}\Rightarrow|\Delta B|=\frac{\mu_{\circ}N|\Delta I|}{2R}\Rightarrow 0/4\times10^{-4}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times N\times\frac{5}{\pi}\times10^{-3}}{2\times5\times10^{-2}}\Rightarrow N=2000$$

میدان مغناطیسی حاصل از یک پیچهٔ حامل جریان

اگر از یک پیچهٔ رسانا با N حلقه جریان I عبور کند و شعاع حلقه R باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در داخل پیچه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{2R}$$

B: بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه بر حسب تسلا (T) $\mu_{\circ}$: تراوایی مغناطیسی خلأ $(\mu_{\circ}=4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$

N: تعداد حلقه I: جریان الکتریکی بر حسب آمپر (A) R: شعاع حلقه بر حسب متر (m)

نکته

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه با تعداد حلقه‌های پیچه و جریان عبوری از آن رابطهٔ مستقیم و با شعاع پیچه رابطهٔ عکس دارد.

بودجه‌بندی این آزمون

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای خوراکی‌های طبیعی رنگین، بازدارنده‌هایی مفید و مؤثر)
صفحه‌های ۶۵ تا ۹۲

سهم در کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون

۵۱- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) میوه‌ها نسبت به آبمیوه‌های طبیعی ماندگاری بیشتر و کیفیت بهتری دارند.
۲) سرعت متوسط تولید فراورده‌های گازی را می‌توان با اندازه‌گیری فشار آن‌ها تعیین کرد.
۳) هر چه آهنگ یک واکنش بیشتر باشد، زمان ماندگاری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر خواهد بود.
۴) در انفجار یک ماده منفجره جامد یا مایع، حجم زیادی گاز طی زمان بسیار کم تولید می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۷۹ ـ ۱۱۰۲)

هر چه سرعت یک واکنش بیشتر باشد، واکنش‌دهنده‌های آن واکنش با سرعت بیشتری مصرف می‌شوند و زمان ماندگاری آن‌ها کمتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار مانع از ورود اکسیژن به درون مواد غذایی می‌گردد و به همین علت، مانع از فساد سریع این مواد می‌شود. پس تولید آبمیوه از میوه‌ها، آن‌ها را در معرض اکسیژن قرار می‌دهد و موجب فاسد شدن و کمتر شدن زمان ماندگاری آن‌ها می‌شود.

۲) سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده را می‌توان با اندازه‌گیری کمیت‌هایی مانند جرم، فشار و ... تعیین کرد.

۴) انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن، از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود. با توجه به سرعت بسیار زیاد این واکنش، می‌توان گفت این واکنش طی زمان بسیار کم انجام می‌شود.

۵۲- در یک سیلندر با پیستون متحرک ۴۴/۸ لیتر گاز نیتروژن مونوکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن در شرایط استاندارد طبق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $NO(g) + O_2(g) \rightarrow NO_2(g)$ واکنش می‌دهد. اگر پس از گذشت ۱۵۰ ثانیه حجم گاز نیتروژن مونوکسید به ۱۱/۲ لیتر برسد، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با چند مول بر دقیقه است؟

۱) ۰/۱۵ ۲) ۰/۳ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۸۶ ـ ۱۱۰۲)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$$

ابتدا مقدار گاز اکسیژن مصرف‌شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم. از آنجا که حجم گاز نیتروژن مونوکسید از ۴۴/۸ لیتر به ۱۱/۲ لیتر رسیده است، پس ۳۳/۶ لیتر از این گاز مصرف شده است.

$$?\ mol\ O_2 = 33/6\ L\ NO \times \frac{1\ mol\ NO}{22/4\ L\ NO} \times \frac{1\ mol\ O_2}{2\ mol\ NO} = 0/75\ mol$$

در نتیجه، ۰/۷۵ مول گاز اکسیژن در این واکنش مصرف شده است.

در نهایت سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن را در این واکنش به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{|\Delta n(O_2)|}{\Delta t} = \frac{0/75\ mol}{150\ s \times \frac{1\ min}{60\ s}} = 0/3\ mol.min^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در این مدت برابر با ۰/۳ مول بر دقیقه است.

سرعت متوسط مواد

در یک واکنش شیمیایی، به مرور زمان از مقدار واکنش‌دهنده‌ها کاسته شده و به مقدار فراورده‌ها اضافه می‌شود. برای واکنش‌دهنده‌ها، سرعت متوسط مصرف و برای فراورده‌ها، سرعت متوسط تولید به کار می‌رود. سرعت متوسط مصرف یا تولید، مثبت بوده و با $\overline{R}$ نمایش داده می‌شود. معادله‌های زیر سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده و تولید فراورده را نمایش می‌دهد:

$$\overline{R}_{\text{واکنش‌دهنده}} = \frac{-\Delta n}{\Delta t} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} \quad , \quad \overline{R}_{\text{فراورده}} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

منظور از Δn، اختلاف مول‌ها در بازه زمانی Δt است. برای مثال، اگر مقدار یک واکنش‌دهنده در آغاز واکنش (ثانیه $t = ۰$)، ۲ مول بوده باشد و بعد از ۱۰ ثانیه، مقدار آن به ۱ مول رسیده باشد؛ سرعت متوسط مصرف آن واکنش‌دهنده برابر است با:

$$\overline{R}_{\text{واکنش‌دهنده}} = \frac{-(۱-۲)}{۱۰} = ۰/۱ \frac{mol}{s}$$

همان‌طور که مشخص است، علامت منفی در فرمول مربوط به سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده، به‌خاطر این است که مقدار عددی سرعت را مثبت کند؛ چون سرعت کمیتی مثبت است. به‌جای علامت منفی، می‌توان از قدر مطلق نیز استفاده کرد.

۵۳- اگر ۴/۴۸ لیتر مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن مطابق معادله موازنه‌نشده $N_۲(g) + H_۲(g) \rightarrow NH_۳(g)$ در شرایط استاندارد به‌طور کامل واکنش دهند، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (آنتالپی پیوندهای $N \equiv N$، $N - H$ و $H - H$ به‌ترتیب برابر با ۹۴۰، ۳۹۱ و ۴۳۶ کیلوژول بر مول است.)

۱) ۴/۶ ۲) ۴/۹ ۳) ۹/۲ ۴) ۹/۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۶۹ ـ ۱۱۰۲)

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \rightarrow ۲NH_۳(g)$$

ابتدا ΔH واکنش مورد نظر را با استفاده از آنتالپی پیوند محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$= [\Delta H(N \equiv N) + ۳\Delta H(H - H)] - [۲ \times ۳\Delta H(N - H)] = [۹۴۰ + ۳ \times ۴۳۶] - [۲ \times ۳ \times ۳۹۱]$$

$$= ۲۲۴۸ - ۲۳۴۶ = -۹۸\ kJ$$

در نتیجه، آنتالپی این واکنش برابر با ۹۸− کیلوژول است.

در این واکنش ۴/۴۸ لیتر گاز مصرف شده است که معادل ۰/۲ مول گاز است. همچنین از آنجا که گازهای هیدروژن و نیتروژن به‌طور کامل واکنش داده‌اند، می‌توان فهمید که مقدار گاز هیدروژن ۳ برابر مقدار گاز نیتروژن است؛ بنابراین مقدار گاز نیتروژن مصرف‌شده برابر است با:

$$n_{H_۲} + n_{N_۲} = ۰/۲ \Rightarrow ۳n_{N_۲} + n_{N_۲} = ۰/۲ \Rightarrow ۴n_{N_۲} = ۰/۲ \Rightarrow n_{N_۲} = ۰/۰۵$$

پس در این واکنش ۰/۰۵ مول گاز نیتروژن مصرف شده است. در نهایت مقدار گرمای آزادشده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ kJ \text{ گرما} = ۰/۰۵\ mol\ N_۲ \times \frac{۹۸\ kJ \text{ گرما}}{۱\ mol\ N_۲} = ۴/۹\ kJ$$

در نتیجه، در این واکنش ۴/۹ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

۵۴- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر میان مقدار آنتالپی پیوندها نادرست است؟

۱) $C = C < C = O$ ۲) $Br - Br < Cl - Cl$

۳) $H - F < H - Cl$ ۴) $N - N < N = O$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۶۸ ـ ۱۱۰۲)

برای مقایسه آنتالپی پیوندها ابتدا به مرتبه پیوندها توجه می‌کنیم. هر کدام مرتبه بالاتری داشت، آنتالپی پیوند بزرگ‌تری دارد. (تنها استثنا در کتاب درسی $H - F$ است که آنتالپی پیوندی بزرگ‌تر از پیوند $O = O$ دارد.) پس از آن به شعاع اتم‌های سازنده پیوند توجه می‌کنیم؛ هر کدام شعاع اتم‌های کوچک‌تری داشت، آنتالپی بزرگ‌تری دارد.

در مقایسه بین $H - F$ و $H - Cl$، شعاع اتمی فلوئور کوچک‌تر از کلر بوده و به همین علت آنتالپی پیوند $H - F$ بزرگ‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شعاع اتمی اکسیژن کوچک‌تر از کربن بوده و به همین علت آنتالپی پیوند $C = O$ بزرگ‌تر از پیوند $C = C$ است.

۲) شعاع اتمی کلر کوچک‌تر از برم بوده و این موضوع موجب بیشتر بودن آنتالپی پیوند $Cl - Cl$ نسبت به $Br - Br$ می‌شود.

۴) پیوند $N = O$ از مرتبه دوگانه و پیوند $N - N$ یگانه است. پس پیوند $N = O$ قوی‌تر بوده و آنتالپی پیوند بزرگ‌تری دارد.

۵۵- آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار معیّن برابر ۱۳۶۵− کیلوژول بر مول است. از گرمای حاصل از سوختن کامل چند گرم اتانول گرمای مورد نیاز برای تولید در مجموع ۱۲۶ گرم فراورده در واکنش $C(s) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)\ ,\Delta H = +۱۳۰\ kJ$ تأمین می‌شود؟ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۳۶/۸ ۲) ۳۳/۶ ۳) ۱۸/۴ ۴) ۱۶/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۷۲ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$C(s) + H_2O(g) + ۱۳۰kJ \longrightarrow CO(g) + H_2(g)$$

در ابتدا مقدار گرمای مورد نیاز برای انجام واکنش بالا را محاسبه می‌کنیم. در این واکنش به‌ازای تولید ۳۰ گرم از فراورده‌ها در مجموع (۲ گرم گاز هیدروژن و ۲۸ گرم گاز کربن مونوکسید)، ۱۳۰ کیلوژول گرما مصرف می‌شود. پس داریم:

$$?\ kJ \text{ گرما} = ۱۲۶\ g \text{ فراورده} \times \frac{۱۳۰\ kJ \text{ گرما}}{۳۰\ g \text{ فراورده}} = ۵۴۶\ kJ$$

آنتالپی سوختن اتانول برابر با ۱۳۶۵− کیلوژول بر مول است؛ پس، از سوختن هر مول از آن ۱۳۶۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. بر این اساس جرم اتانول سوخته‌شده برای تولید ۵۴۶ کیلوژول گرما را حساب می‌کنیم:

$$?\ g\ C_2H_5OH = ۵۴۶\ kJ \text{ گرما} \times \frac{۱\ mol\ C_2H_5OH}{۱۳۶۵\ kJ \text{ گرما}} \times \frac{۴۶\ g\ C_2H_5OH}{۱\ mol\ C_2H_5OH} = ۱۸/۴\ g$$

در نتیجه برای انجام واکنش، به گرمای سوختن ۱۸/۴ گرم اتانول نیاز است.

۵۶- اگر در واکنش سوختن ۵۶ گرم از یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار، ۵۶ لیتر گاز کربن‌دی‌اکسید در شرایط استاندارد و ۵۴ گرم آب تولید شود، درصد جرمی اکسیژن در این ترکیب به‌تقریب چقدر است؟ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$

۱) ۳۹/۳ ۲) ۴۲/۹ ۳) ۳۲/۱ ۴) ۳۵/۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۷۱ ـ ۱۱۰۲)

واکنش سوختن ترکیبات آلی اکسیژن‌دار مانند سوخت‌های سبز به‌صورت زیر است:

$$C_nH_mO_x + O_۲ \longrightarrow CO_۲ + H_۲O$$

بر اساس قانون پایستگی جرم، جرم اتم‌های هر یک از عناصر در دو طرف واکنش، برابر است. پس جرم کربن موجود در کربن‌دی‌اکسید و جرم هیدروژن موجود در آب برابر جرم این دو عنصر در ترکیب آلی است. با مشخص شدن جرم این دو عنصر در ترکیب آلی، باقی جرم مربوط به اتم‌های اکسیژن است.

$$?\,g\,H = ۵۴\,g\,H_۲O \times \frac{۱\,mol\,H_۲O}{۱۸\,g\,H_۲O} \times \frac{۲\,mol\,H}{۱\,mol\,H_۲O} \times \frac{۱\,g\,H}{۱\,mol\,H} = ۶\,g$$

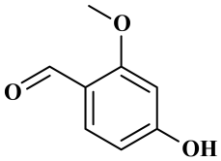
$$?\,g\,C = ۵۶\,L\,CO_۲ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۲۲/۴\,L\,CO_۲} \times \frac{۱\,mol\,C}{۱\,mol\,CO_۲} \times \frac{۱۲\,g\,C}{۱\,mol\,C} = ۳۰\,g$$

در نتیجه در ۵۶ گرم از این ترکیب، ۳۶ گرم کربن و هیدروژن و در نتیجه ۲۰ گرم اکسیژن وجود دارد. در نهایت درصد جرمی اتم‌های اکسیژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی } O = \frac{\text{جرم اتم‌های } O}{\text{جرم ماده}} \times ۱۰۰ \Rightarrow A = \frac{۲۰}{۵۶} \times ۱۰۰ \simeq ۳۵/۷٪$$

بنابراین درصد جرمی عنصر اکسیژن در این ترکیب به‌تقریب برابر ۳۵/۷ درصد است.

۵۷- کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل، درست است؟ $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$



۱) اختلاف جرم مولی آن با ۲-هپتانون برابر با ۳۴ گرم است.

۲) حدود ۴۳ درصد از جفت الکترون‌های پیوندی آن میان اتم‌های کربن قرار دارند.

۳) آلدهید موجود در بادام برخلاف ترکیب مورد نظر دارای یک گروه عاملی کربونیل در ساختار خود است.

۴) در سوختن کامل آن در دما و فشار مشخص، حجم اکسیژن مصرف‌شده و کربن‌دی‌اکسید تولیدشده برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۷۱ ـ ۱۱۰۲)

فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به‌صورت «$C_۸H_۸O_۲$» است. در ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی موجود در این ترکیب برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{۴ \times (\text{شمار اتم‌های } C) + ۱ \times (\text{شمار اتم‌های } H) + ۲ \times (\text{شمار اتم‌های } O)}{۲}$$

$$= \frac{۴ \times ۸ + ۱ \times ۸ + ۲ \times ۳}{۲} = \frac{۳۲ + ۸ + ۶}{۲} = \frac{۴۶}{۲} = ۲۳$$

پس در این ترکیب ۲۳ پیوند اشتراکی وجود دارد و با توجه به ساختار این مولکول ۱۰ پیوند اشتراکی بین اتم‌های کربن موجود است. در نتیجه حدوداً ۴۳ درصد از پیوندهای اشتراکی این مولکول مربوط به پیوندهای موجود بین دو اتم کربن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) جرم مولی این ترکیب با فرمول مولکولی $C_۸H_۸O_۲$ برابر ۱۵۲ گرم است و جرم مولی ۲-هپتانون با فرمول مولکولی $C_۷H_{۱۴}O$ برابر ۱۱۴ گرم است. اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر با ۳۸ گرم است.

۳) این ترکیب همانند بنزآلدهید (آلدهید موجود در بادام) دارای یک گروه عاملی کربونیل $(C = O)$ در ساختار خود است.

۴) معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن کامل این ترکیب به‌صورت زیر است:

$$۲C_۸H_۸O_۴ + ۱۷O_۲ \rightarrow ۱۶CO_۲ + ۸H_۲O$$

در این واکنش مقدار و همچنین حجم کربن‌دی‌اکسید تولیدشده کمتر از اکسیژن مصرف‌شده است.

۵۸- اگر Δn یک ماده در واکنش $A(g) \rightarrow B(g) + C(g)$ مقداری ..... باشد، آن ماده ..... این واکنش است و در طول زمان انجام این واکنش، سرعت این ماده ..... می‌یابد.

۱) مثبت ـ فراورده ـ کاهش
۲) منفی ـ فراورده ـ افزایش
۳) مثبت ـ واکنش‌دهنده ـ کاهش
۴) منفی ـ واکنش‌دهنده ـ افزایش

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحه ۸۶ ـ ۱۱۰۲)

در یک واکنش، Δn یک ماده مقدار (مول) تغییرات آن ماده را در مدت زمان مشخص نشان می‌دهد. اگر این مقدار منفی باشد، یعنی ماده مصرف شده و واکنش‌دهنده است؛ اما اگر این مقدار مثبت شود، یعنی به مقدار ماده اضافه شده و ماده مورد نظر فراورده است.

به‌طور کلی، در اکثر واکنش‌ها با شروع واکنش و پیشرفت آن، سرعت واکنش و در نتیجه سرعت مصرف یا تولید همه مواد کاهش می‌یابد. علت این موضوع مصرف‌شدن واکنش‌دهنده‌ها و کاهش غلظت آن‌ها در محیط واکنش است. تنها واکنش‌هایی که واکنش‌دهنده‌های آن‌ها فقط مایع یا جامد خالص هستند، سرعت واکنش کاهش نیافته و ثابت می‌ماند.

۵۹- واکنش تجزیه ۶ مول گوگرد تری‌اکسید مطابق واکنش موازنه‌نشده $SO_۳(g) \rightarrow SO_۲(g) + O_۲(g)$ در یک ظرف در حال انجام است. اگر از زمانی که جرم گوگرد تری‌اکسید و اکسیژن در ظرف واکنش برابر می‌شود تا پایان واکنش، ۲۰ دقیقه طول بکشد، سرعت تولید گوگرد دی‌اکسید در این بازه زمانی برابر چند میلی‌مول بر دقیقه است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲: g.mol^{-۱}$)

۱) ۳۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۸۸ ـ ۱۱۰۲)

واکنش موازنه‌شده به‌صورت زیر است:

$$۲SO_۳(g) \rightarrow ۲SO_۲(g) + O_۲(g)$$

مطابق معادله واکنش، با مصرف $۲x$ مول گوگرد تری‌اکسید، x مول اکسیژن تولید می‌شود. چون مقدار اولیه گوگرد تری‌اکسید ۶ مول بوده، مقدار آن در لحظه مورد نظر برابر $۶ - ۲x$ است. جرم x مول اکسیژن برابر $۳۲x$ گرم و جرم $۶ - ۲x$ مول گوگرد تری‌اکسید برابر $۸۰ \times (۶ - ۲x)$ گرم است. پس مقدار x برابر است با:

$$۸۰(۶ - ۲x) = ۳۲x \Rightarrow ۱۰(۶ - ۲x) = ۴x \Rightarrow ۵(۳ - x) = x \Rightarrow x = \frac{۱۵}{۶} = \frac{۵}{۲}\ mol$$

پس در این واکنش تا به این لحظه مقدار گوگرد دی‌اکسید تولیدشده برابر $۲x = ۵$ مول است. همچنین اگر واکنش به انتها برسد، با توجه به مقدار اولیه ۶ مول گوگرد تری‌اکسید، انتظار داریم ۶ مول گوگرد دی‌اکسید در انتهای واکنش تولید شده باشد. پس سرعت متوسط تولید گوگرد دی‌اکسید در این بازه ۲۰ دقیقه‌ای برابر است با:

$$\bar{R}_{SO_۲} = \frac{\Delta n_{SO_۲}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{SO_۲} = \frac{(۶ - ۵)\ mol \times \frac{۱۰۰۰\ mmol}{۱\ mol}}{۲۰\ min} = ۵۰\ mmol.min^{-۱}$$

پس سرعت خواسته‌شده برابر ۵۰ میلی‌مول بر دقیقه است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۴ مول گاز فلوئور و ۴ مول گاز هیدروژن را در دمای ۱۴۵− درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر در یک ظرف در فشار ثابت نگه می‌داریم. این دو گاز بر اساس واکنش $H_2(g) + F_2(g) \rightarrow 2HF(l)$ با هم واکنش می‌دهند. پس از گذشتن ۵ دقیقه، حجم گازهای درون مخزن نصف شده و دمای آن‌ها به ۱۷− درجه سانتی‌گراد می‌رسد. در طول این بازه زمانی، سرعت متوسط تولید هیدروژن فلوئورید برابر با چند مول بر ساعت بوده است؟

۱) ۳۶ ۲) ۷۲ ۳) ۱۴۴ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

به کمک قانون گازها، باید شمار مول‌های گازی موجود در مخزن واکنش را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه کنیم. رابطه مقایسه‌ای قانون گازها برای مقایسه میان مؤلفه‌های مختلف دو نمونه گازی استفاده می‌شود و به شرح زیر است:

$$\frac{PV}{T} \propto n \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

در ابتدای واکنش ۸ مول گاز در ظرف وجود داشته است. با توجه به دما و حجم جدید گازها، مقدار آن‌ها را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که فشار گازها در طول انجام واکنش ثابت است.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Longrightarrow \frac{n_2}{8\ mol} = \frac{273+(-145)}{273+(-17)} \times \frac{1\ atm}{1\ atm} \times \frac{\frac{1}{2}V_1}{V_1} \Longrightarrow n_2 = 2\ mol$$

جدول زیر را بر اساس معادله این واکنش رسم می‌کنیم:

مجموع مول‌های گازها	HF	F_2	H_2	ماده
۸	۰	۴	۴	شمار مول‌های اولیه
$8-2x$	$2x$	$4-x$	$4-x$	شمار مول‌های ثانویه

بر اساس شمار مول‌های گازی موجود در ظرف واکنش، پس از گذشتن ۵ دقیقه از شروع واکنش، مقدار هیدروژن فلوئورید تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$8-2x=2 \Rightarrow x=3\ mol$$

با توجه به مقدار x، مقدار HF تولیدشده در این بازه ۵ دقیقه‌ای برابر ۶ مول است. حال سرعت متوسط تولید آن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{HF} = \frac{\text{مول } HF \text{ تولیدشده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{HF} = \frac{6\ mol}{5\ min \times \frac{1\ hour}{60\ min}} = 72\ mol.hour^{-1}$$

پس سرعت تولید این ماده برابر ۷۲ مول بر ساعت بوده است.

ماز

۶۰- **کدام‌یک از موارد زیر درست است؟**

۱) مقدار انرژی مصرف‌شده برای شکستن پیوندهای موجود در یک مول ید در دما و فشار اتاق برابر با آنتالپی پیوند $I-I$ است.

۲) گرمای حاصل از سوختن $2m$ گرم پروتئین در مقایسه با گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی، بیشتر است.

۳) مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در یک مول ۱-بوتن و یک مول ۲-بوتن یکسان است.

۴) با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، ارزش سوختی آن‌ها کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۷۶ ـ ۱۱۰۲)

در آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، آنتالپی سوختن منفی‌تر و ارزش سوختی کمتر می‌شود؛ به‌طوری‌که متان در بین آلکان‌ها بیشترین ارزش سوختی را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ید (I_2) در دما و فشار اتاق به‌صورت جامد وجود دارد و واکنش شکستن پیوندهای آن در این شرایط به‌صورت زیر خواهد بود:

$$I_2(s) \rightarrow 2I(g)$$

اما گرمای مصرف شده در این واکنش برابر با آنتالپی پیوند $I-I$ نیست؛ زیرا حالت فیزیکی مولکول ید باید به حالت گازی باشد.

۲) ارزش سوختی چربی بیش از دو برابر ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین است. پس گرمای حاصل از سوختن یک گرم چربی از دو گرم پروتئین بیشتر خواهد بود. بر همین اساس، گرمای حاصل از سوختن $2m$ گرم پروتئین کمتر از گرمای حاصل از سوختن m گرم چربی است.

۳) مجموع آنتالپی پیوندها در ایزومرها یکسان نیست، هر چند در ساختار هر کدام، نوع و شمار پیوندها یکسان باشد. این موضوع از آنجایی مشخص می‌شود که پیوندهای کووالانسی مشابه در یک مولکول ساده مانند متان نیز مقدار یکسانی ندارند و مجموع آنتالپی پیوندهایی که از جدول آنتالپی پیوندها حاصل می‌شود در واقع، مجموع میانگین آنتالپی پیوندها است و نه مقدار دقیق آن! توجه داریم که هر ایزومری که مجموع آنتالپی پیوند بیشتری داشته باشد، پایدارتر است.

۶۱- کدام گزینه، عبارت زیر را به‌درستی تکمیل نمی‌کند؟

«اگر در یک واکنش، ..... مواد فراورده از مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH این واکنش همانند واکنش ..... خواهد بود.»

۱) آنتالپی ـ فتوسنتز

۲) آنتالپی ـ تبدیل گاز کربن‌دی‌اکسید به اتم‌های گازی مجزا

۳) مجموع آنتالپی پیوندهای ـ تشکیل هیدرازین از عناصر سازنده آن

۴) مجموع آنتالپی پیوندهای ـ تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازنده آن

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۷۶ ـ ۱۱۰۲)

برای تعیین آنتالپی یک واکنش با استفاده از آنتالپی پیوند، رابطهٔ زیر را داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

در نتیجه در واکنشی که مجموع آنتالپی پیوندهای مواد فراورده از مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن منفی خواهد بود. واکنش تشکیل هیدرازین از عناصر سازندهٔ آن (گازهای نیتروژن و هیدروژن) یک واکنش گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نماد آنتالپی «H» است و آنتالپی یک واکنش با استفادهٔ از آنتالپی مواد شرکت‌کننده در واکنش به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = H_{\text{فراورده}} - H_{\text{واکنش‌دهنده}}$$

در نتیجه در واکنشی که آنتالپی مواد فراورده از آنتالپی مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن مثبت خواهد بود. فتوسنتز یک فرایند گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است.

۲) واکنشی که آنتالپی مواد فراورده از آنتالپی مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن مثبت خواهد بود. شکسته شدن پیوندهای موجود در گاز کربن‌دی‌اکسید و تبدیل آن به اتم‌های گازی مجزا نیازمند دریافت گرما است و در نتیجه علامت ΔH این واکنش مثبت است.

۴) در واکنشی که مجموع آنتالپی پیوندهای مواد فراورده از مواد واکنش‌دهنده بیشتر باشد، علامت ΔH آن منفی خواهد بود. واکنش تشکیل هیدروژن پراکسید از عناصر سازندهٔ آن (گازهای اکسیژن و هیدروژن) یک واکنش گرماده است و علامت ΔH آن منفی است.

ماز

۶۲- چند مورد از مطالب زیر درباره رادیکال‌های آزاد درست است؟

الف ـ اگر در مولکولی حداقل یک اتم از آرایش هشت‌تایی پیروی نکند، آن ماده رادیکال آزاد است.

ب ـ رادیکال‌های آزاد گونه‌هایی ناپایدار هستند که واکنش‌پذیری بسیار بالایی دارند.

ج ـ در ساختار رادیکال‌های آزاد همه اتم‌ها از ساختار هشت‌تایی تبعیت نمی‌کنند.

د ـ در ساختار این مواد حداقل یک الکترون جفت‌نشده وجود دارد.

هـ ـ در ساختار این مواد جفت الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۱ ـ ۱۱۰۲)

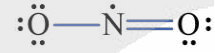
عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) وجود الکترون جفت‌نشده عامل رادیکال آزاد شدن یک گونه است. در این گونه، اتمی که حاوی تک الکترون است، از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند. اما باید در نظر گرفت که همه ترکیباتی که یک یا چند اتم آن‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند، رادیکال نیستند. به‌عنوان مثال، یکی از اتم‌هایی که در ترکیبات زیادی یافت می‌شود و از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند، هیدروژن است. این اتم همواره یک پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهد و به آرایش هلیم می‌رسد که آرایش آن غیر هشت‌تایی است. همچنین سایر اتم‌ها مانند فسفر در PCl_5 یا گوگرد در SF_6 ممکن است که از قاعده هشت‌تایی پیروی نکنند، اما در ساختار مولکول حاوی آن‌ها، تک الکترون ناپیوندی وجود نداشته باشد و ماده مورد نظر یک رادیکال محسوب نخواهد شد. پس وجود تک الکترون نسبت به نرسیدن به آرایش هشت‌تایی، نشانه بهتری برای شناسایی رادیکال‌ها بوده و ترکیبی که در ساختار خود الکترون جفت نشده داشته باشد، رادیکال محسوب می‌شود.

ب) رادیکال، گونه فعال و ناپایداری بوده و واکنش‌پذیری بالایی دارد. علت واکنش‌پذیری بالای این دسته از مواد وجود تک الکترون در ساختار این گونه‌ها است. یکی از واکنش‌های این مواد، واکنش با بافت‌های زنده بوده که به سرعت انجام می‌شود. این واکنش‌ها به بدن انسان آسیب می‌رساند.

ج) در ساختار این مواد ممکن است، اتم‌هایی از قاعده هشت‌تایی پیروی کنند و تنها اتم حاوی الکترون تکی، از قاعده هشت‌تایی پیروی نخواهد کرد. به‌عنوان مثال نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) دو رادیکال هستند. که در ساختار آن‌ها اتم‌های اکسیژن از قاعده هشت‌تایی تبعیت می‌کنند.

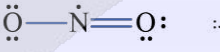
نیتروژن دی‌اکسید:  نیتروژن مونوکسید:

د) وجود الکترون جفت‌نشده عامل تبدیل شدن یک ماده به رادیکال آزاد است و در همه رادیکال‌های آزاد مشاهده می‌شود.

هـ) وجود جفت الکترون ناپیوندی مغایرتی با رادیکال آزاد بودن آن گونه ندارد. به‌عنوان مثال، در دو اکسید نیتروژن مطرح‌شده، جفت الکترون ناپیوندی دیده می‌شود.

رادیکال‌ها

رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های موجود در ساختار آن الکترون جفت‌نشده دارند. در واقع، رادیکال‌ها محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. به‌عنوان مثال، به ساختار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) دقت کنید:

نیتروژن دی‌اکسید:  نیتروژن مونوکسید:

همان‌طور که مشخص است، اتم‌های نیتروژن موجود در این ترکیب‌ها دارای یک الکترون جفت‌نشده هستند؛ پس این ترکیب‌ها رادیکال محسوب می‌شوند. با توجه به حضور یک یا چند الکترون جفت‌نشده در ساختار رادیکال‌ها، این گونه‌های شیمیایی واکنش‌پذیری بالایی دارند. در بدن ما نیز به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آیند که اگر تأثیر آن‌ها خنثی نشود، می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند.

ماز

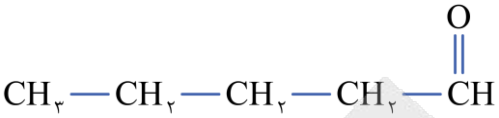
۶۳- برای یک ترکیب آلی بدون شاخه با فرمول مولکولی $C_5H_{10}O$، به‌ترتیب چند ساختار آلدهیدی و چند ساختار کتونی می‌توان در نظر گرفت؟

۱) ۱ ـ ۲ ۲) ۲ ـ ۳ ۳) ۱ ـ ۳ ۴) ۲ ـ ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۷۰ ـ ۱۱۰۲)

در ساختار مورد نظر یک اتم اکسیژن وجود دارد و بر همین اساس در ساختار آن یک گروه عاملی وجود دارد. همچنین ترکیب مورد نظر بدون شاخه است. پس ساختارهای آلدهیدی و کتونی که می‌توان به آن نسبت داد، بر روی یک زنجیره پنج کربنی قرار دارند:

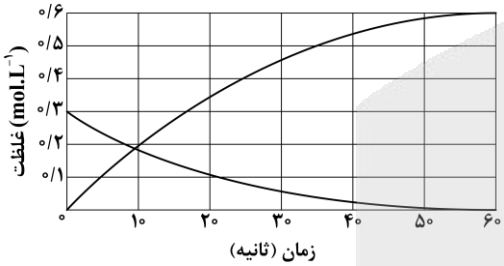
گروه آلدهیدی تنها می‌تواند در ابتدای زنجیره کربنی قرار گیرد و به همین علت اگر گروه کربونیل بر روی اتم کربن اول قرار گیرد، ترکیب مورد نظر آلدهید است. (توجه داریم که چه از سمت چپ و چه از سمت راست گروه آلدهیدی را بر کربن اول قرار دهیم، فرقی ندارد و ساختار مشابه ایجاد می‌شود.)



گروه کتونی بر اتم کربن اول و آخر قرار نمی‌گیرد. پس اگر گروه کربونیل بر کربن دوم یا سوم قرار گیرد، ترکیب حاصل کتون خواهد بود. (توجه داریم که کربن دوم از دو سمت، ساختار مشابه ایجاد می‌کنند.)

در نتیجه برای این ترکیب آلی، یک ساختار با گروه عاملی آلدهیدی و دو ساختار با گروه عاملی کتونی دارد.

۶۴- واکنش $2Cl_2O(g) \rightarrow 4Cl(g) + O_2(g)$ در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام است. اگر نمودار زیر تغییرات غلظت مولی دو مادهٔ شرکت‌کننده در این واکنش را نشان دهد، سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن از ابتدا تا انتهای واکنش بر حسب مول بر دقیقه کدام است و طی این واکنش چند گرم گاز Cl تولید شده است؟ $(Cl = 35/5\ g.mol^{-1})$



۱) ۱۰۶/۵ ـ ۰/۷۵
۲) ۱۰۶/۵ ـ ۳
۳) ۴۲۶ ـ ۳
۴) ۴۲۶ ـ ۰/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۰ ـ ۱۱۰۲)

همان‌طور که در نمودار مشخص است، در مدت ۶۰ ثانیه غلظت یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش از صفر به ۰/۶ مولار و غلظت یکی دیگر از مواد از ۰/۳ مولار به صفر می‌رسد. ماده‌ای که غلظت آن کاهش می‌یابد، واکنش‌دهنده بوده و چون تنها یک واکنش‌دهنده وجود دارد، آن ماده Cl_2O است. پس غلظت اولیه Cl_2O برابر ۰/۳ مولار بوده و همه این ماده در واکنش مصرف شده است. ابتدا مقدار اولیه Cl_2O را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0/3 = \frac{n}{5} \Rightarrow n = 1/5\ mol$$

در نتیجه در این واکنش ۱/۵ مول Cl_2O مصرف شده که ۰/۷۵ مول اکسیژن تولید می‌کند. بر این اساس سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن را در این واکنش که در مدت زمان ۶۰ ثانیه (یک دقیقه) انجام شده است، حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n(O_2)}{\Delta t} = \frac{0/75\ mol}{1\ min} = 0/75\ mol.min^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن برابر با ۰/۷۵ مول بر دقیقه است.

در ادامه مقدار گاز Cl تولیدشده را به‌دست می‌آوریم. از آنجا که غلظت نهایی این گاز به ۰/۶ مولار رسیده است، مقدار (مول) آن برابر است با:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0/6 = \frac{n}{5} \Rightarrow n = 3\ mol$$

پس جرم گاز Cl تولیدشده برابر است با:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow 3 = \frac{m}{35/5} \Rightarrow m = 3 \times 35/5 = 106/5\ g$$

در نتیجه، ۱۰۶/۵ گرم گاز Cl در این واکنش تولید شده است.

WWW.ArefOnline.ir

۶۵- با توجه به جدول زیر، آنتالپی واکنش موازنه‌شده تجزیه آب اکسیژنه در شرایط گازی، برابر چند کیلوژول بر مول است؟

پیوند	$O=O$	$O-H$	$H-H$	$O-O$
میانگین آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-1})$	۴۹۵	۴۶۳	۴۳۶	۱۴۶

۱) ۱۴۴− ۲) ۳۴۹− ۳) ۲۹۰− ۴) ۲۰۳−

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحه ۶۸ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$2H_2O_2(g) \longrightarrow 2H_2O(g) + O_2(g)$$

همچنین ساختار مواد شرکت‌کننده در این واکنش به‌صورت زیر است:

$$2H-O-O-H \longrightarrow 2H-O-H + O=O$$

همان‌طور که مشخص است، در این واکنش دو پیوند $O-O$ می‌شکند و یک پیوند $O=O$ تشکیل می‌شود. پس آنتالپی این واکنش را به کمک آنتالپی پیوندها محاسبه می‌کنیم:

ΔH واکنش = [مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته‌شده در مواد واکنش‌دهنده] − [مجموع آنتالپی پیوندهای ایجادشده در مواد فراورده]

$$\Delta H \text{ واکنش} = 2\Delta H(O-O) - \Delta H(O=O) = 2(146) - 495 = -203\ kJ \Longrightarrow \Delta H \text{ واکنش} = -203\ kJ$$

بنابراین آنتالپی این واکنش برابر ۲۰۳− کیلوژول بر مول است.

محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند

ΔH واکنش = [مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته‌شده در مواد واکنش‌دهنده] − [مجموع آنتالپی پیوندهای ایجادشده در مواد فراورده]

تاز

۶۶- در یک ظرف سرباز ۳۵۰ گرم کلسیم کربنات مطابق معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ به‌طور کامل تجزیه می‌شود. اگر جدول زیر نشان‌دهندهٔ جرم تودهٔ جامد موجود در ظرف با گذشت زمان باشد، کدام گزینه دربارهٔ این واکنش نادرست است؟ $(C=12, O=16, Ca=40: g.mol^{-1})$

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
جرم تودهٔ جامد (g)	۳۵۰	۳۰۶	۲۷۳	۲۵۱	۲۴۰

۱) شیب نمودار مول-زمان برای فراورده‌های این واکنش، با یکدیگر برابر و مثبت است.

۲) سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در ۴۰ ثانیه اول واکنش برابر با ۳/۷۵ مول بر دقیقه است.

۳) اگر سرعت تجزیهٔ کلسیم کربنات پس از ۳۰ ثانیهٔ نخست ثابت بماند، زمان کل انجام واکنش برابر با ۷۰ ثانیه خواهد بود.

۴) نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیهٔ اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیهٔ سوم برابر با ۲ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحه ۸۷ ـ ۱۱۰۲)

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$CaCO_3(s) \longrightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

کاهش جرم تودهٔ جامد موجود در ظرف ناشی از تولید گاز کربن‌دی‌اکسید و خارج شدن آن از ظرف سرباز است. در ابتدا باید جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده در ۴۰ ثانیهٔ اول را پیدا کنیم. از آنجا که کاهش جرم تودهٔ جامد در این مدت زمان برابر با ۱۱۰ گرم است، جرم گاز کربن‌دی‌اکسید تولیدشده برابر با این مقدار است:

$$?\ g\ CaCO_3 = 110\ g\ CO_2 \times \frac{1\ mol\ CO_2}{44\ g\ CO_2} \times \frac{1\ mol\ CaCO_3}{1\ mol\ CO_2} \times \frac{100\ g\ CaCO_3}{1\ mol\ CaCO_3} = 250\ g$$

در نتیجه تا ثانیهٔ ۴۰ واکنش، ۲۵۰ گرم کلسیم کربنات مصرف شده و ۱۰۰ گرم از آن باقی مانده است. با توجه به اینکه سرعت مصرف کلسیم کربنات پس از ۳۰ ثانیهٔ اول واکنش ثابت مانده است و از ثانیهٔ ۳۰ تا ۴۰ (ده ثانیه) واکنش، ۱۱ گرم گاز کربن‌دی‌اکسید که معادل $\frac{1}{4}$ مول از آن است، تولید شده و به همان مقدار یعنی $\frac{1}{4}$ مول کلسیم کربنات (۲۵ گرم کلسیم کربنات) مصرف شده است می‌توان فهمید ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات باقی‌مانده در مدت ۴۰ ثانیه مصرف می‌شود و مدت زمان کل واکنش برابر با ۸۰ ثانیه خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شیب نمودار مول-زمان مواد موجود در واکنش متناسب با ضریب استوکیومتری آن‌ها است. از آن‌جا که ضریب استوکیومتری فراورده‌های این واکنش برابر است، شیب نمودار مول-زمان آن‌ها با هم برابر خواهد بود و همچنین چون مقدار (مول) فراورده‌های واکنش با گذر زمان افزایش می‌یابند، شیب آن‌ها مثبت خواهد بود.

۲) همان‌طور که گفته شد، در ۴۰ ثانیهٔ اول واکنش ۱۱۰ گرم گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده است. در نتیجه مقدار (مول) کلسیم اکسید تولیدشده برابر است با:

$$؟\,mol\,CaO = ۱۱۰\,g\,CO_۲ \times \frac{۱\,mol\,CO_۲}{۴۴\,g\,CO_۲} \times \frac{۱\,mol\,CaO}{۱\,mol\,CO_۲} = ۲/۵\,mol$$

حال سرعت متوسط تشکیل کلسیم اکسید در این مدت زمان (۴۰ ثانیه) را حساب می‌کنیم:

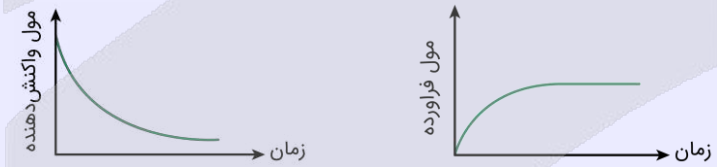
$$\bar{R}_{CaO} = \frac{\Delta n(CaO)}{\Delta t} = \frac{۲/۵\,mol}{۴۰\,s \times \frac{۱\,min}{۶۰\,s}} = ۳/۷۵\,mol.min^{-۱}$$

۴) در ده ثانیهٔ اول واکنش (ثانیهٔ صفر تا ۱۰)، ۴۴ گرم یا یک مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود و همین مقدار (مول) یعنی یک مول از کلسیم کربنات نیز مصرف می‌شود. در ده ثانیهٔ سوم واکنش (ثانیهٔ ۲۰ تا ۳۰)، ۲۲ گرم یا نیم مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود و همین مقدار (مول) از کلسیم کربنات نیز مصرف می‌شود. حال نسبت سرعت متوسط مصرف کلسیم کربنات در ده ثانیهٔ اول به سرعت متوسط مصرف این ماده در ده ثانیهٔ سوم برابر است با:

$$\frac{\bar{R}_{CaCO_۳}(۰ - ۱۰s)}{\bar{R}_{CaCO_۳}(۲۰ - ۳۰s)} = \frac{\frac{\Delta n(CaCO_۳)}{\Delta t}}{\frac{\Delta n'(CaCO_۳)}{\Delta t'}} = \frac{\frac{۱\,mol}{۱۰\,s}}{\frac{۰/۵\,mol}{۱۰\,s}} = ۲$$

شیب نمودار مول-زمان

در اکثر واکنش‌ها سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت متوسط تولید فراورده‌ها با گذشت زمان کاهش می‌یابد (مگر در برخی واکنش‌ها مانند تبدیل کلسیم کربنات به کلسیم اکسید و کربن‌دی‌اکسید) و نمودار مول – زمان مربوط به واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها خطی نیست و به‌صورت زیر است:



هرچه شیب نمودار مول – زمان، در یک بازه زمانی مشخص برای ماده‌ای در واکنش بیشتر باشد، سرعت متوسط آن ماده در آن بازه زمانی بیشتر است. می‌توان گفت هرچه ضریب استوکیومتری یک ماده در واکنش موازنه شده بیشتر باشد، سرعت متوسط آن ماده، بیشتر بوده و شیب نمودار مول – زمان برای آن ماده در نمودار تندتر است.

یه تذکر کوچک اما مهم!!!

این واکنش در شرایط مشخص با سرعت ثابت انجام می‌شود؛ ولی اگر شرایط ثابت نباشد، سرعت تغییر می‌کند. این سؤال به‌طور عمدی مطرح شده تا یک تذکر برای شما باشد که در نظر بگیرید که همواره صورت سؤال و اطلاعات مطرح‌شده در سؤال بر هر اطلاعات یا دانش دیگری که ما داریم ارجح است. مثلاً ممکن است در سؤالی برای محاسبه آنتالپی واکنشی با استفاده آنتالپی پیوند شما بدانید که واکنش مطرح‌شده گرماده است و تنها یک آنتالپی منفی نیز در گزینه‌ها وجود داشته باشد؛ در این سؤال شما حق ندارید با دانش خود این گزینه را انتخاب کنید، بلکه باید آنتالپی را حساب کنید و ممکن است در محاسبات آنتالپی واکنش گرماگیر به‌دست آید.

اما در مورد واکنش بالا که در دمای مشخص با سرعت ثابت انجام می‌شود چطور ممکن است، سرعت آن تغییر کند؟ با انجام یک واکنش گرماگیر (اگر دما ثابت نباشد)، دمای محیط واکنش کاهش و به همین علت، سرعت انجام واکنش کاهش می‌یابد. همچنین در نظر داریم این که سرعت واکنش ثابت است، در حالتی است که سطح تماس ثابت بماند، این در حالی است که در این واکنش با کاهش مقدار واکنش‌دهنده، سطح تماس کاهش می‌یابد.

WWW.ArefOnline.ir

۶۷- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر:

$$۴NO(g) \rightarrow ۲NO_۲(g) + N_۲(g) \quad ,\Delta H = -۲۹۴/۷\ kJ$$
$$N_۲(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow ۲NO_۲(g) \quad ,\Delta H = +۶۶/۴\ kJ$$

آنتالپی واکنش $۳N_۲(g) + ۴O_۲(g) \rightarrow ۲NO_۲(g) + ۴NO(g)$ برابر چند کیلوژول بر است؟

۱) $+۳۸۴/۵$ ۲) $+۴۲۷/۵$ ۳) $+۴۵۲/۶$ ۴) $+۳۵۰/۴$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۷۵ ـ ۱۱۰۲)

در این واکنش‌ها $NO(g)$ در واکنش اول غیرتکراری است. پس واکنش اول را معکوس می‌کنیم تا جهت و ضریب $NO(g)$ در واکنش اول و واکنش نهایی مشابه شود:

$$۲NO_۲(g) + N_۲(g) \rightarrow ۴NO(g) \quad ,\Delta H = +۲۹۴/۷\ kJ$$

در مورد واکنش دوم نیز $O_۲(g)$، ماده غیر تکراری است و ضریب آن باید ۴ و در جهت واکنش‌دهنده‌ها باشد. پس واکنش دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$۲N_۲(g) + ۴O_۲(g) \rightarrow ۴NO_۲(g) \quad ,\Delta H_۳ = +۱۳۲/۸\ kJ$$

با جمع واکنش‌های تغییریافته، واکنش مورد نظر به‌دست می‌آید. در نتیجه بر اساس قانون هس آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است:

$$\Delta H = ۲۹۴/۷ + ۱۳۲/۸ = ۴۲۷/۵\ kJ$$

بنابراین آنتالپی واکنش مورد نظر برابر با ۴۲۷/۵ کیلوژول است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

گلوکز طی واکنشی تخمیری به لاکتیک اسید($C_۳H_۶O_۳$) تبدیل می‌شود. اگر ارزش سوختی گلوکز و لاکتیک اسید به‌ترتیب برابر ۱۵/۶ و ۱۵/۱ کیلوژول بر گرم باشد، با تخمیر ۱۵۰ گرم گلوکز در این واکنش، ..... کیلوژول گرما ..... می‌شود.

$(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶: g.mol^{-۱})$

۱) ۷۵ ـ مصرف ۲) ۹۰ ـ تولید ۳) ۷۵ ـ تولید ۴) ۹۰ ـ مصرف

پاسخ: گزینهٔ ۳

واکنش تخمیری انجام شده به‌صورت زیر است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(s) \rightarrow ۲C_۳H_۶O_۳(l)$$

بر اساس قانون هس ΔH یک واکنش را می‌توان از طریق فرمول زیر محاسبه کرد:

ΔH واکنش = [مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش‌دهنده] − [مجموع آنتالپی سوختن مواد فراورده]

بنابراین ابتدا آنتالپی سوختن گلوکز و لاکتیک اسید را حساب می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی گلوکز : گلوکز} = \frac{|\Delta H \text{ سوختن گلوکز}|}{\text{جرم مولی گلوکز}} \Rightarrow ۱۵/۶ = \frac{|\Delta H \text{ سوختن گلوکز}|}{۱۸۰}$$

آنتالپی سوختن منفی است.

$$\Longrightarrow \Delta H \text{ سوختن گلوکز} = -۲۸۰۸\ kJ$$

$$\text{ارزش سوختی لاکتیک اسید : لاکتیک اسید} = \frac{|\Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید}|}{\text{جرم مولی لاکتیک اسید}} \Rightarrow ۱۵/۱ = \frac{|\Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید}|}{۹۰}$$

آنتالپی سوختن همواره منفی است.

$$\Longrightarrow \Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید} = -۱۳۵۹\ kJ$$

حال ΔH واکنش تخمیر گلوکز را حساب می‌کنیم:

ΔH واکنش = [مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش‌دهنده] − [مجموع آنتالپی سوختن مواد فراورده]

$$\Rightarrow \Delta H \text{ واکنش} = [\Delta H \text{ سوختن گلوکز}] - [۲ \times \Delta H \text{ سوختن لاکتیک اسید}] = (-۲۸۰۸) - (۲ \times (-۱۳۵۹)) = -۹۰kJ$$

البته می‌توان ΔH این واکنش را بر اساس قانون هس و با استفاده از واکنش‌های سوختن لاکتیک اسید و گلوکز محاسبه کرد. با توجه به علامت ΔH، با انجام این واکنش گرما تولید می‌شود. در نهایت، مقدار گرمای آزادشده از تخمیر ۱۵۰گرم گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$?\ kJ \text{ گرما} = ۱۵۰\ g\ C_۶H_{۱۲}O_۶ \times \frac{۱\ mol\ C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱۸۰\ g\ C_۶H_{۱۲}O_۶} \times \frac{۹۰\ kJ \text{ گرما}}{۱\ mol\ C_۶H_{۱۲}O_۶} = ۷۵\ kJ$$

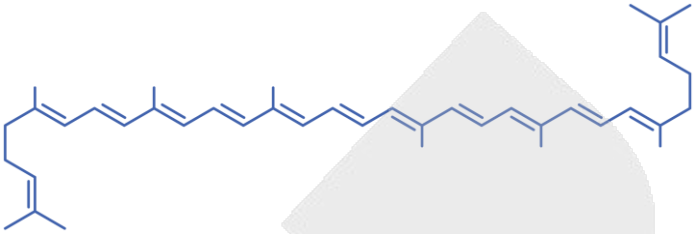
در نتیجه در این واکنش ۷۵ کیلوژول گرما آزاد شده است.

۶۸- **بازدارنده موجود در هندوانه یک ترکیب آلی ..... و ..... است.**

۱) سیرشده ـ بدون شاخه ۲) سیرنشده ـ بدون شاخه ۳) سیرشده ـ شاخه‌دار ۴) سیرنشده ـ شاخه‌دار

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۹۱ ـ ۱۱۰۲)

بازدارنده موجود در هندوانه لیکوپن با ساختار زیر است:

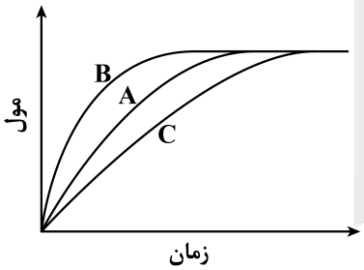


این ماده یک هیدروکربن سیرنشده است. همچنین در ساختار آن هیچ حلقه‌ای وجود ندارد و حاوی تعدادی شاخه متیل بر زنجیره اصلی است.

بازدارنده‌ها

بازدارنده‌ها، موادی هستند که از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته در بدن به‌دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. با این توصیف، مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها سبب به دام افتادن و جذب رادیکال‌ها شده و با کاهش مقدار آن‌ها، از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته می‌شود. لیکوپن یکی از انواع بازدارنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. از آنجا که مولکول‌های لیکوپن فقط شامل اتم‌های کربن و هیدروژن می‌باشند، این ماده همانند آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها در دسته هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرد. فرمول شیمیایی لیکوپن به‌صورت $C_{۴۰}H_{۵۶}$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۱۰۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. توجه داریم که در این ماده، ۱۳ پیوند دوگانه حضور دارد.

۶۹- **چند مورد از موارد زیر به‌ترتیب با انجام تغییرات گفته‌شده باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و از A به C می‌شوند؟ (نمودار، نشان‌دهندهٔ تغییر مول‌های یکی از مواد فراورده در واکنش است.)**



الف ـ افزودن مقداری بنزوئیک اسید به ماده غذایی در حال فاسد شدن.

ب ـ افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید در واکنش آن با فلز آهن.

ج ـ فرایند هضم کلم و حبوبات در افرادی که با خوردن آن‌ها دچار نفخ می‌شوند.

د ـ استفاده از ۱ مول فلز روبیدیم به‌جای ۱ مول فلز پتاسیم در واکنش با آب سرد.

۱) ۳ ـ ۱ ۲) ۲ ـ ۲ ۳) ۱ ـ ۳ ۴) ۴ ـ صفر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحه ۹۲ ـ ۱۱۰۲)

تغییر منحنی واکنش از A به B مربوط به افزایش سرعت واکنش و تغییر منحنی واکنش از A به C مربوط به کاهش سرعت واکنش در حال انجام است. در هر دو منحنی، مقدار فراورده نهایی واکنش تغییر نمی‌کند. مورد «د» باعث تغییر منحنی واکنش از A به B و موارد «الف»، «ب» و «ج» باعث تغییر منحنی واکنش از A به C می‌شوند.

بررسی موارد:

الف) بنزوئیک اسید یک مادهٔ نگهدارنده است که سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مادهٔ غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهد.

ب) با افزودن آب مقطر به محلول هیدروکلریک اسید، غلظت آن کاهش می‌یابد؛ در واکنش‌های شیمیایی با کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.

ج) افرادی که آنزیم (کاتالیزگر) هضم‌کنندهٔ کلم و حبوبات را ندارند، دچار نفخ می‌شوند. در نتیجه سرعت واکنش هضم این مواد غذایی در بدن آن‌ها کاهش می‌یابد.

د) فلز روبیدیم در دورهٔ پایین‌تری نسبت به فلز پتاسیم قرار گرفته است؛ در نتیجه، دارای خصلت فلزی و واکنش‌پذیری بیشتری است و به این علت می‌تواند با آب سرد واکنش شدیدتر و سریع‌تری دهد.

WWW.ArefOnline.ir

۷۰- اگر در یک ظرف ۲ لیتری، یک نمونه از پتاسیم نیترات مطابق واکنش موازنه‌نشده $KNO_3(s) \rightarrow KNO_2(s) + O_2(g)$ به‌طور کامل تجزیه شود و سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در طی واکنش برابر با ۰/۳ مول بر دقیقه باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش ۱۰۲ گرم فراوردهٔ جامد تولید می‌شود؟ $(N = 14, O = 16, K = 39: g.mol^{-1})$

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۱۰ ۴) ۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحه ۸۶ ـ ۱۱۰۲)

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$2KNO_3(s) \longrightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$$

در ابتدا مقدار اکسیژن تولیدشده به ازای تولید ۱۰۲ گرم پتاسیم نیتریت را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ O_2 = 102\ g\ KNO_2 \times \frac{1\ mol\ KNO_2}{85\ g\ KNO_2} \times \frac{1\ mol\ O_2}{2\ mol\ KNO_2} = 0/6\ mol$$

پس در این واکنش ۰/۶ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود. حال با توجه به سرعت متوسط تولید این ماده، زمان انجام واکنش را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n_{O_2}}{\Delta t} \Rightarrow 0/3\ mol.min^{-1} = \frac{0/6\ mol}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2\ min \times \frac{60\ s}{1\ min} = 120\ s$$

در نتیجه پس از گذشت ۱۲۰ ثانیه از ابتدای واکنش مقدار فراوردهٔ مورد نظر به‌دست می‌آید.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

واکنش موازنه‌نشده $MnO_2(s) + HCl(aq) \longrightarrow MnCl_2(aq) + Cl_2(g) + H_2O(l)$ را در نظر بگیرید. اگر سرعت متوسط مصرف هیدروکلریک اسید در این واکنش برابر با $0/05\ mol.s^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید در این واکنش برابر با چند گرم بر دقیقه است؟ $(Mn = 55, Cl = 35/5: g.mol^{-1})$

۱) ۱۲۶ ۲) ۶۳ ۳) ۴۷/۲۵ ۴) ۹۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$MnO_2(s) + 4HCl(aq) \longrightarrow MnCl_2(aq) + Cl_2(g) + 2H_2O(l)$$

در قدم اول، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف‌شده در طول یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ HCl = 1\,min\ \text{زمان} \times \frac{60\ s\ \text{زمان}}{1\,min\ \text{زمان}} \times \frac{0/05\ mol\ HCl}{1\ s\ \text{زمان}} = 3\ mol$$

در قدم بعد، جرم منگنز (II) کلرید تولیدشده در طول همین بازه زمانی را به دست می‌آوریم:

$$?\ g\ MnCl_2 = 3\ mol\ HCl \times \frac{1\ mol\ MnCl_2}{4\ mol\ HCl} \times \frac{126\ g\ MnCl_2}{1\ mol\ MnCl_2} = 94/5\ g$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{MnCl_2} = \frac{\text{جرم } MnCl_2 \text{ تولیدشده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{MnCl_2} = \frac{94/5\ g}{1\ min} = 94/5\ g.min^{-1}$$

بنابراین سرعت متوسط تولید منگنز (II) کلرید برابر ۹۴/۵ گرم بر دقیقه است.

مرکز مشاوره عارف

دیجی‌ماز

وقتایی که
حالِ درس خوندن نداری
درساتو گوش بده!!

«پادکست‌های درسی دیجی‌ماز»

رایگان

اسکن کن!

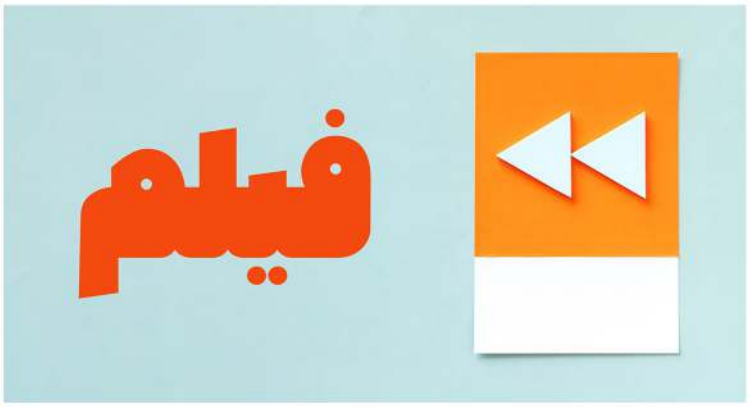
برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف