

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۷ آذرماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره ماز

هندسه ۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
درس ۲: قضیه تالس /
درس ۳: تشابه مثلثها
صفحه های ۳۴ تا ۴۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

ریاضی ۱

مثلثات
درس ۲: دایره مثلثاتی / درس ۳:
روابط بین نسبت های مثلثاتی
توان های گویا و عبارات های جبری
درس ۱: ریشه وتوان / درس ۲: ریشه n ام /
درس ۳: توان های گویا
صفحه های ۳۶ تا ۶۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها
فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم
تا پایان فصل
صفحه های ۲۴ تا ۴۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۱

**ویژگی های فیزیکی مواد+
کار، انرژی و توان**
(از فشارسنج شماره ها تا قبل از
کار و انرژی جنبشی)
صفحه های ۳۸ تا ۶۰

سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی: سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز (تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت: سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول (زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- جمع بندی پایان نیم سال اول: دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی (ایستگاه جمع بندی و جبران)



۱- اگر x در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد و $\sin^2 x + 2\cos^2 x = \frac{1}{5}$ ، مقدار $\cos^2 x - 2\sin^2 x$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۲- به ازای مقادیر مجاز برای x ، ساده شده عبارت $\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $\tan x$ (۲) $\cot x$ (۳) $-\tan x$ (۴) $-\cot x$

۳- خط $2mx + (m-1)y = 3$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد. مقدار m چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

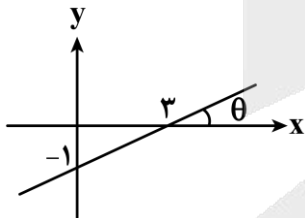
۴- اگر انتهای کمان x در ناحیه چهارم باشد و $\tan x = -2$ ، مقدار $\sin^3 x - 2\cos^3 x$ چند برابر $\frac{\sqrt{5}}{5}$ است؟

- (۱) -4 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -1

۵- اگر $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ و $A = (1 - \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right)$ باشد، مقدار A^2 چه عددی است؟

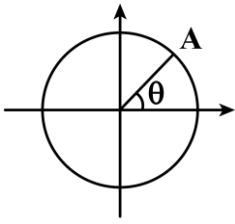
- (۱) $\frac{8}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{8}}$ (۴) $\frac{8}{\sqrt{5}}$

۶- در شکل روبه‌رو، مقدار $A = \cot \theta + 1 \cdot \cos^2 \theta$ چه عددی است؟



- (۱) ۱۱
(۲) ۹
(۳) ۱۲
(۴) ۱۳

۷- اگر $A(\alpha, \frac{2}{3} \tan \theta)$ روی دایره مثلثاتی مطابق شکل مشخص شده باشد، مقدار α چه عددی است؟



(۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{9}$

(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

۸- اگر x در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد و رابطه $\sin x + \cos x = 1$ برقرار باشد، مقدار $\cot^2 x - \tan^2 x$ کدام عدد است؟

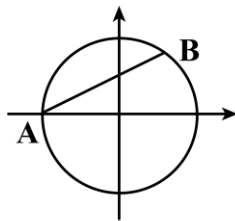
(۴) $-\frac{7}{3}$

(۳) $-\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۱) $\frac{7}{3}$

۹- اندازه پاره خط AB در دایره مثلثاتی $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ است. فاصله نقطه B تا محور طولها کدام است؟



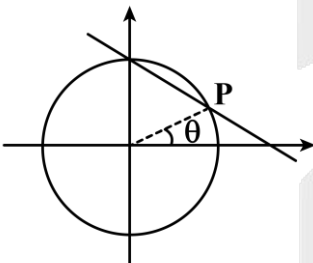
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۰- خط $y = 1 - \frac{1}{4}x$ دایره مثلثاتی را در نقطه P قطع کرده است. مقدار $\tan \theta$ چه عددی است؟



(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{5}$

محل انجام محاسبات



۱۱- هرگاه $\tan x - \cot x = \frac{5}{2}$ ، مقدار $\frac{\sin^3 x}{\cos x} - \frac{\cos^3 x}{\sin x}$ کدام عدد می تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۵

۱۲- هرگاه $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ و $\frac{1}{\sqrt{\sin^2 \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} + \cot \alpha$ انتهای کمان α در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار

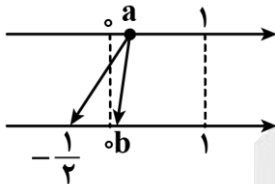
گرفته است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۳- هرگاه $\sqrt{b+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{a}$ ، مقدار $a+b$ چه عددی است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴- عدد a در محور بالا را به یکی از ریشه های دوم و مربع آن بر روی محور پایین وصل کرده ایم، مقدار ab کدام عدد است؟



- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) $\frac{1}{96}$ (۴) $\frac{1}{48}$

۱۵- هرگاه a ریشه ششم ۶۴ و b ریشه دوم ۶۴ باشد، حداکثر مقدار $a-b$ چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) ۱۶

۱۶- اگر $A = \sqrt[5]{8\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ، مقدار $\frac{1}{4}(4A)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر ریشه سوم عدد a برابر ۴ باشد، اختلاف ریشه های ششم آن چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۸- اگر اختلاف ریشه های ششم عدد ۱۶ را A فرض کنیم به طوری که $2^x = A^3 \times \sqrt[3]{2\sqrt{8}}$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{25}{2}$ (۳) $\frac{25}{6}$ (۴) $\frac{25}{6}$

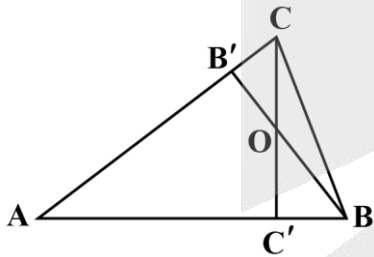
۱۹- هرگاه $4 = \frac{\sqrt[3]{4^3 \sqrt{16}} \times 2^x}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times 8^{-\frac{2}{3}}}$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $-\frac{11}{18}$ (۲) $\frac{11}{9}$ (۳) $-\frac{11}{27}$ (۴) $-\frac{29}{18}$

۲۰- اگر $A = \sqrt[4]{8^3 \sqrt{16}} \times (\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}}$ ، حاصل $(A^7)^{\frac{24}{7}}$ چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{64}$ (۳) $\sqrt[3]{16}$ (۴) ۴

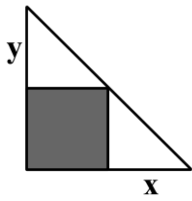
۲۱- در مثلث ABC دو ارتفاع BB' و CC' در نقطه O متقاطع اند. اگر $OC = OC' = 4$ و $OB = 5$ باشد، اندازه OB' کدام است؟



- (۱) $2/4$ (۲) $2/8$ (۳) ۳ (۴) $3/2$

محل انجام محاسبات

۲۲- در شکل مقابل، مساحت مربع رنگی چقدر است؟



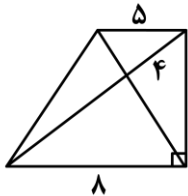
(۲) $\frac{1}{2}xy$

(۱) xy

(۴) $\frac{xy}{x+y}$

(۳) $x^2 + y^2$

۲۳- طول قطر بزرگ دوزنقه مقابل، چقدر است؟



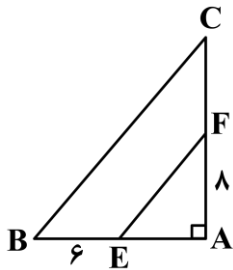
(۱) $۹/۶$

(۲) $۹/۸$

(۳) $۱۰/۲$

(۴) $۱۰/۴$

۲۴- اگر مساحت مثلث $\triangle AEF$ برابر ۲۴ واحد مربع باشد، محیط دوزنقه چند واحد است؟



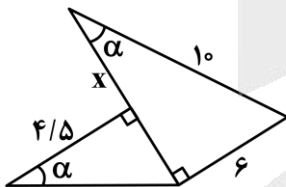
(۱) ۴۲

(۲) ۴۴

(۳) ۴۶

(۴) ۴۸

۲۵- در شکل مقابل، مقدار x برابر کدام است؟



(۲) $\frac{۱۹}{۴}$

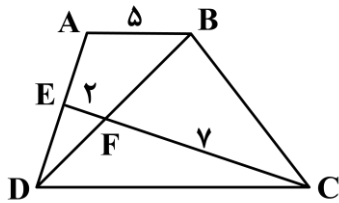
(۱) $\frac{۹}{۴}$

(۴) $\frac{۴۸}{۸}$

(۳) $\frac{۳۷}{۸}$

محل انجام محاسبات

۲۶- نقطه E وسط ساق دوزنقه ABCD است. طول قاعده بزرگ این دوزنقه برابر کدام است؟



- (۱) ۸ / ۲۵
- (۲) ۸ / ۵
- (۳) ۸ / ۷۵
- (۴) ۸ / ۸

۲۷- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، $(\hat{A} = 90^\circ)$ فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر تا رأس C برابر ۴ و طول وتر برابر ۱۳ است. نسبت اضلاع قائم برابر کدام است؟

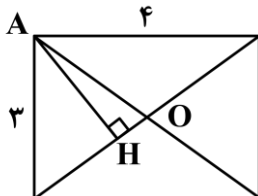
(۴) ۱ / ۵

(۳) ۲

(۲) $1/5\sqrt{13}$

(۱) $2\sqrt{13}$

۲۸- در مستطیل روبه‌رو، مساحت مثلث OAH برابر کدام است؟



(۱) ۰ / ۴۸

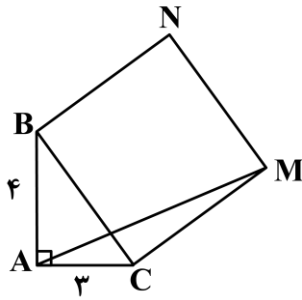
(۲) ۰ / ۵۶

(۳) ۰ / ۷۲

(۴) ۰ / ۸۴

محل انجام محاسبات

۲۹- در شکل مقابل، چهارضلعی BCMN مربع و مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است. اندازه AM برابر کدام است؟



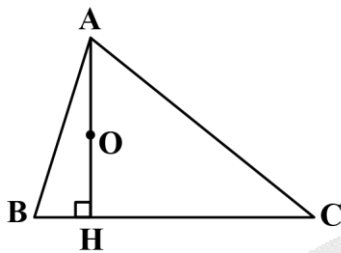
(۱) $\sqrt{56}$

(۲) $\sqrt{57}$

(۳) $\sqrt{58}$

(۴) $\sqrt{59}$

۳۰- در مثلث $\triangle ABC$ ، نقطه تلاقی ارتفاع‌های مثلث است. اگر $OA = 5$ ، $OH = 4$ و $CH = 12$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث



$\triangle ABH$ برابر کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۳

(۳) $12/5$

(۴) $13/5$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۷ آذر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره ماز

هندسه ۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
درس ۲: قضیه تالس /
درس ۳: تشابه مثلث ها
صفحه های ۳۴ تا ۴۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

ریاضی ۱

مثلثات
درس ۲: دایره مثلثاتی / درس ۳:
روابط بین نسبت های مثلثاتی
توان های گویا و عبارات های جبری
درس ۱: ریشه وتوان / درس ۲: ریشه n ام /
درس ۳: توان های گویا
صفحه های ۳۶ تا ۶۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها
فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم
تا پایان فصل
صفحه های ۲۴ تا ۴۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۱

**ویژگی های فیزیکی مواد+
کار، انرژی و توان**
(از فشارسنج شماره ها تا قبل از
کار و انرژی جنبشی)
صفحه های ۳۸ تا ۶۰

سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

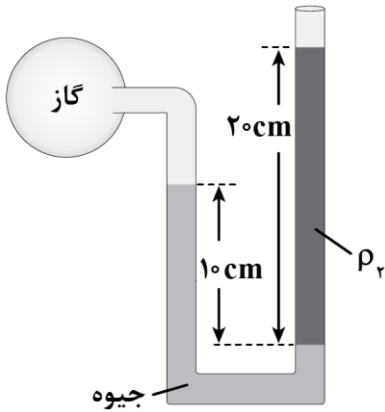
۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز (تکرار مباحث آزمون های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول (زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع بندی (ایستگاه جمع بندی و جبران)

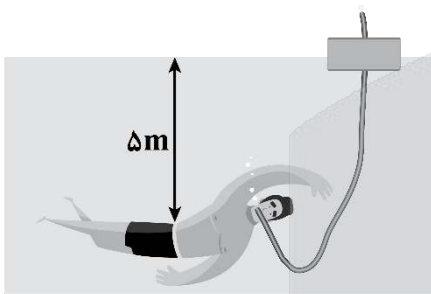


۳۱- در شکل زیر، درون لوله U شکل، جیوه با چگالی $\rho_1 = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ و مایعی با چگالی نامعلوم ρ_2 در حال تعادل قرار دارند. اگر فشار هوا $100 kPa$ و فشار مخزن گاز $88 kPa$ باشد، ρ_2 چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۰/۶
- (۲) ۰/۸
- (۳) ۶۰۰
- (۴) ۸۰۰

۳۲- در شکل زیر، غواص با قراردادن یک سر لوله‌ای در دهان خود، درحالی‌که سر دیگر آن از آب بیرون است، نفس می‌کشد. در عمق $5m$ از سطح آب، اختلاف فشار درون ریه غواص با فشار وارد بر قفسه سینه او چند کیلو پاسکال

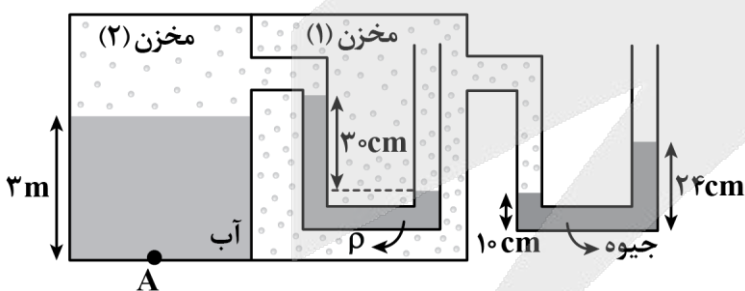


است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۱۰۵
- (۴) ۱۵۰

۳۳- در شکل زیر، فشار هوای محیط $76 cmHg$ و فشار کل در نقطه A برابر با $150 kPa$ است. چگالی ρ چند گرم بر

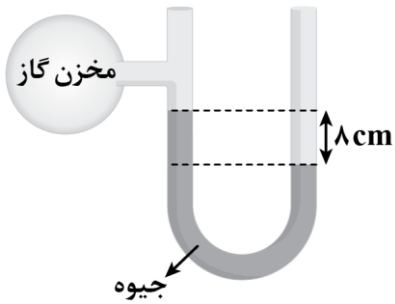
سانتی متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۰/۶
- (۲) ۰/۷
- (۳) ۰/۸
- (۴) ۰/۹

محل انجام محاسبات

۳۴- مطابق شکل زیر، کنار دریای آزاد، توسط یک فشارسنج، فشار گاز درون یک مخزن را اندازه گرفته‌ایم. کدام گزینه نادرست است؟ ($P_0 = 76 \text{ cmHg}$)



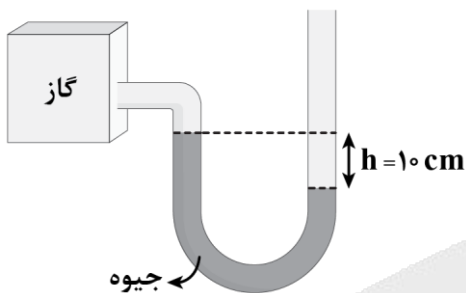
(۱) نام این فشارسنج، مانومتر است که برای اندازه‌گیری فشار یک شارهٔ محصور استفاده می‌شود.

(۲) فشار گاز مخزن 84 cmHg است.

(۳) فشار پیمانه‌ای گاز مخزن -8 cmHg است.

(۴) اگر فشار گاز مخزن از فشار جو، بیشتر شود، فشارسنج عددی مثبت را نشان می‌دهد.

۳۵- اگر فشار هوا 70 cmHg باشد، با توجه به شکل، فشار مخزن گاز چند کیلوپاسکال است؟



$$\left(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

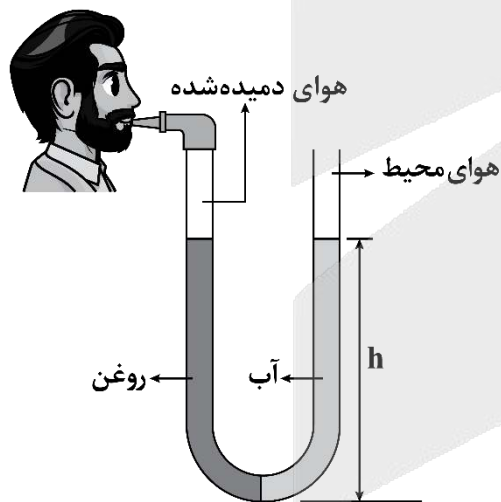
(۱) ۱۳۶

(۲) ۹۵/۲

(۳) ۸۱/۶

(۴) ۱۰۸/۸

۳۶- لولهٔ U شکلی را در نظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است (شکل زیر). اگر فشار پیمانه‌ای هوای درون ریهٔ شخص 1 cmHg باشد، ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟



$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0/83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

(۱) ۴۰

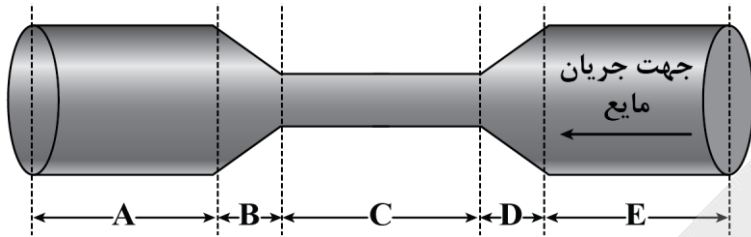
(۲) ۶۰

(۳) ۸۰

(۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۴۰- مطابق شکل زیر، آب درون لوله به صورت پایا از راست به چپ در جریان است. چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با شکل، صحیح است؟



الف - تندی آب در قسمت‌های A و C ثابت است.

ب - فشار در قسمت C بیش‌تر از فشار در قسمت E است.

ج - تندی آب در قسمت D در حال افزایش است.

د - آهنگ شارش حجمی آب در قسمت B در حال افزایش است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۱- در شکل‌های زیر، کدام گزینه در مورد مقایسه فشار هوا و تندی جریان هوا در قسمت‌های مشخص شده درست است؟



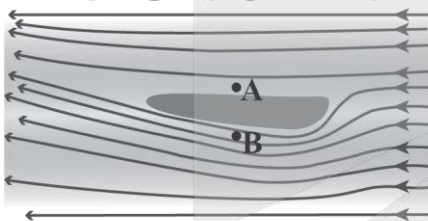
(۱) $P_A < P_B, v_C < v_D$

(۲) $v_A < v_B, P_C > P_D$

(۳) $P_A < P_B, v_C > v_D$

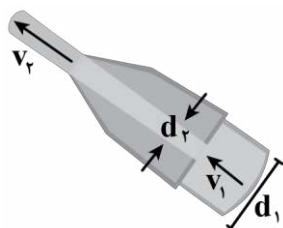
(۴) $v_A < v_B, P_C < P_D$

شکل (۱): دمیدن در سطح بالای کاغذ



شکل (۲): حرکت جسم کایت مانند درون هوا

۴۲- شکل زیر، نمایی از شیر بسته شده به انتهای لوله آتش نشانی است. اگر قطر خروجی شیر ۲۰ درصد قطر قسمت ورودی آن باشد و تندی خروج آب از شیر $108 \frac{km}{h}$ باشد، آب با چه تندی ای در SI از لوله وارد شیر شده است؟



(۱) $1/2$

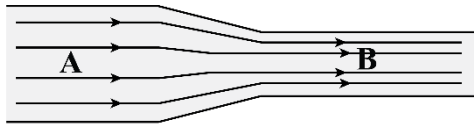
(۲) $4/32$

(۳) 6

(۴) $19/2$

محل انجام محاسبات

۴۳- در شکل زیر، سیال تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و قطر مقطع لوله در قسمت A سه برابر قطر مقطع قسمت B است. اگر آهنگ شارش حجمی سیال در مقطع A، $\frac{L}{\text{min}}$ باشد، آهنگ شارش حجمی سیال در مقطع B چند متر مکعب بر ثانیه است؟



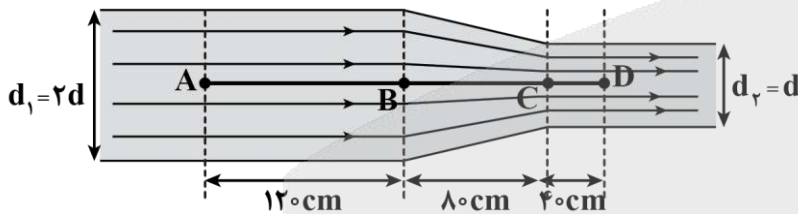
(۱) $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$

(۲) 10^{-2}

(۳) 3×10^{-2}

(۴) 27×10^{-2}

۴۴- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است و قطر مقطع بزرگ لوله، ۲ برابر قطر مقطع کوچک لوله است. اختلاف تندی آب در نقاط A و D برابر با $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است. اگر یک ذره از شاره روی خط مستقیم در مدت ۱۷s از A به D برسد، تندی متوسط این ذره در مسیر B تا C چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



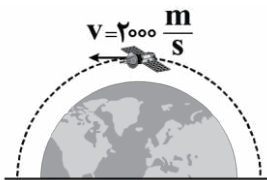
(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۳۰

۴۵- مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای با تندی ثابت $2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ دور زمین می‌چرخد. اگر انرژی جنبشی این ماهواره 400 MJ باشد، جرم آن چند کیلوگرم است؟



(۲) 2×10^2

(۴) 4×10^5

(۱) 10^2

(۳) 4×10^2

۴۶- جسمی بر روی یک مسیر مستقیم با سرعت v در حال حرکت است. اگر تندی این جسم ۳۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 138 J افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی نهایی جسم چند ژول می‌شود؟

(۴) ۳۳۸

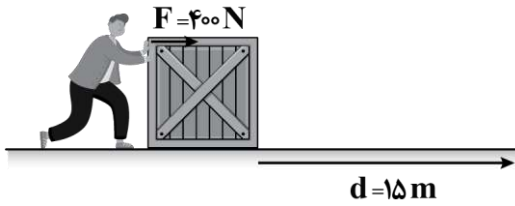
(۳) ۲۰۰

(۲) ۱۶۹

(۱) ۱۰۰

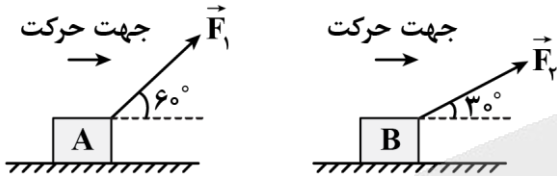
محل انجام محاسبات

۴۷- شکل زیر، کارگری را در حال هل دادن جعبه‌ای با نیروی ثابت 400N نشان می‌دهد. اگر جعبه 15m در امتداد نیرو جابه‌جا شود، کار انجام‌شده توسط این نیرو چند کیلوژول است؟



- (۱) $0/4$
- (۲) $0/6$
- (۳) 4
- (۴) 6

۴۸- مطابق شکل‌های زیر، اگر جابه‌جایی جسم A ، دو برابر جابه‌جایی جسم B و کار نیروی \vec{F}_1 بر روی جسم A با کار نیروی \vec{F}_2 بر روی جسم B یکسان باشد، نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۴۹- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در طول مسیر AB برابر با -18J باشد، مسافت طی شده در مسیر AB چند متر است؟ (نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت و بزرگی آن برابر با 3N است.)



- (۱) 4
- (۲) 6
- (۳) 8
- (۴) 10

۵۰- به یک جسم ساکن بر روی یک صفحه افقی، سه نیرو به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند و جسم شروع به حرکت کرده و روی سطح به اندازه $1/5\text{m}$ جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروها بر روی جسم در این جابه‌جایی برابر با -100J ، 150J و 20J ، نیروی خالص وارد بر جسم چند نیوتون است؟

- (۱) $\frac{35}{3}$
- (۲) $\frac{70}{3}$
- (۳) $\frac{140}{3}$
- (۴) 70

محل انجام محاسبات

۵۱- چند مورد از مطالب زیر، در مورد عناصر A ، B و C درست است؟
الف - عنصر B با عنصر Mo هم گروه است.

ب - هر سه اتم، دو الکترون با عدد کوانتومی $l = 0$ و $n = 4$ دارند.

ج - شمار الکترونهایی با $l = 2$ در اتم C ، دو برابر شمار این الکترونها در اتم B است.

د - در یون A^{2+} برخلاف یون B^{2+} ، همه زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده، پر هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

(۱) کلسیم سولفید همانند سدیم اکسید، ترکیب یونی دوتایی محسوب می‌شود.

(۲) همه عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸، متعلق به عناصر دسته p جدول دوره‌ای هستند.

(۳) آرایش الکترونی $\frac{1}{4}$ از عناصر دوره سوم، به زیرلایه‌ای تک الکترونی ختم می‌شود.

(۴) به تقریب، $23/7$ درصد از عناصر جدول دوره‌ای را، عناصر دسته f تشکیل داده‌اند.

۵۳- شمار الکترونهای مبادله شده به هنگام تشکیل کدام ترکیب یونی، بیشتر از سایر گزینه‌ها است؟

(۱) لیتیم سولفید (۲) منیزیم سولفید (۳) آلومینیم فلئورید (۴) آلومینیم اکسید

۵۴- اگر عنصر X با عنصر M واکنش داده و ترکیب یونی شامل یونهای M^{3+} و X^{2-} تشکیل دهد، کدام مورد درست است؟ (عناصر X و M در دوره‌های ۵ تا ۷ قرار ندارند).

(۱) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل، به صورت X_3M_2 است.

(۲) اگر آرایش الکترونی هر دو یون یکسان باشد، اختلاف عدد اتمی دو عنصر X و M برابر با ۵ است.

(۳) اگر آرایش الکترونی هر دو یون یکسان باشد، اختلاف شماره گروه دو عنصر X و M نمی‌تواند برابر با ۳ باشد.

(۴) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی عنصر X ، نسبت شمار الکترونها با $l = 0$ به شمار الکترونها با $l = 1$ برابر با ۱ است.

۵۵- شمار الکترونهای ظرفیتی کدام عنصر با شماره گروه آن، برابر است؟

(۱) عنصری که فقط لایه اول خود را تکمیل کرده است.

(۲) عنصری که در آخرین لایه خود دارای ۶ الکترون است.

(۳) عنصری که مجموع عدد کوانتومی اصلی همه الکترونهای آن برابر با ۴ است.

(۴) عنصری از دوره چهارم که در خارجی‌ترین زیرلایه خود دارای ۳ الکترون است.

۵۶- با توجه به آرایش الکترونی اتمهای داده شده، کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

A: $[He]2s^2 2p^2$ B: $[He]2s^2 2p^4$ C: $[Ne]3s^2 3p^5$

الف - مولکول C_2 خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد.

ب - در مولکول B_2 هر اتم B یک الکترون به اشتراک می‌گذارد.

ج - در ترکیب AH_4 ، اتم A چهار الکترون به اشتراک گذاشته است.

د - در ترکیب حاصل از اتمهای B و C یک پیوند کووالانسی وجود دارد.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

۵۷- آرایش الکترونی فشرده کدامیک از یون‌های زیر، مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب نیست؟



۵۸- شمار الکترون‌های ظرفیتی کدام دو عنصر با هم برابر نیست؟



۵۹- چند درصد از عناصر دوره دوم تمایل به تشکیل یون دارند و چند درصد از آن‌ها دارای حداقل یک جفت الکترون در ساختار الکترون نقطه‌ای خود هستند؟



۶۰- شکل روبه‌رو موقعیت ۵ عنصر جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد. اگر اتم G دارای ۱۲ الکترون با $n + l = 6$ باشد، کدامیک از مطالب زیر درست است؟

		E	
A	B	G	D

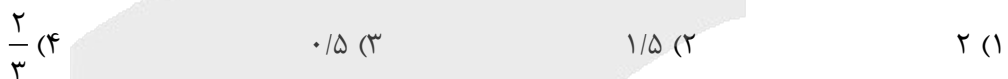
(۱) هیچ‌یک از عناصر نمی‌تواند از عناصر دسته d باشد.

(۲) همه عناصر داده شده به‌جز عنصر E دو زیرلایه d دارند.

(۳) اگر عنصر G قادر به تشکیل یون G^{2+} باشد، آرایش الکترونی فشرده این یون، مشابه گاز نجیب Kr است.

(۴) همه الکترون‌هایی که در آرایش الکترونی فشرده عنصر D نوشته می‌شوند، الکترون‌های ظرفیتی آن محسوب می‌شوند.

۶۱- شمار یون‌های موجود در ۱۶ گرم منیزیم اکسید چند برابر شمار آنیون‌های موجود در $23/2$ گرم سدیم نیتريد است؟
($N = 14, O = 16, Na = 23, Mg = 24 g \cdot mol^{-1}$)



۶۲- با توجه به جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟

یون/عنصر	A	B ⁺	C ⁻	D ³⁻
عدد کوانتومی اصلی خارجی‌ترین زیرلایه	۴	۳	۴	۲
عدد کوانتومی فرعی خارجی‌ترین زیرلایه	۰	۱	۱	۱
تعداد الکترون خارجی‌ترین زیرلایه	۱	۶	۶	۶

(۱) عنصر A می‌تواند از جمله عناصر دسته s یا دسته d جدول دوره‌ای باشد.

(۲) در آرایش الکترون نقطه‌ای هر دو عنصر B و C یک الکترون جفت نشده دیده می‌شود.

(۳) در یون D^{3-} شمار الکترون‌هایی با $l = 1$ ، $1/5$ برابر شمار الکترون‌هایی با $l = 0$ است.

(۴) به هنگام تشکیل هر مول از ترکیب یونی حاصل از یون B^+ و یون فسفید، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

۶۳- در میان عناصر زیر، کدام عناصر به ترتیب کمترین و بیشترین اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم را دارد؟



محل انجام محاسبات

۶۴- عنصر X با عدد اتمی ۱۹ با عنصر Y با عدد اتمی واکنش داده و ترکیب با فرمول شیمیایی تشکیل می‌دهد.

(۱) ۱۶ - مولکولی - X_2Y (۲) ۷ - یونی - XY_2 (۳) ۱۶ - یونی - X_2Y (۴) ۷ - مولکولی - X_2Y

۶۵- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیبات زیر، ۴ اتم دیده می‌شود؟

(۱) آمونیاک (۲) سدیم اکسید (۳) متان (۴) هیدروژن کلرید

۶۶- در کدام گزینه نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن تطابق دارد و شمار الکترون‌های آنیون و کاتیون با هم برابر است؟

(۱) سدیم نیترات: NaN_3 (۲) کلسیم فسفید: Ca_3P_2 (۳) پتاسیم برمید: KBr (۴) سدیم اکسید: Na_2O

۶۷- شمار الکترون‌های لایه ظرفیت چه تعداد از عناصر زیر با شمار الکترون‌های لایه ظرفیت ۱۰ عنصر قبل از خود برابر است؟

${}_{31}Ga$, ${}_{36}Kr$, ${}_{16}S$, ${}_{12}Mg$, ${}_{11}Na$

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۸- کدام آرایش الکترونی زیر را می‌توان به یک اتم خنثی و نیز یک کاتیون نسبت داد؟

(۱) $[Ne]3s^23p^2$ (۲) $[Ar]3d^10$ (۳) $[Ar]3d^54s^1$ (۴) $[Kr]4d^105s^2$

۶۹- اگر آلومینیم در واکنش با هر یک از گازهای اکسیژن و فلوئور، $10^{24} \times 1/20.8$ الکترون از دست بدهد، نسبت جرم

آلومینیم فلوئورید تولید شده به آلومینیم اکسید تولید شده به تقریب کدام است؟

($O = 16, F = 19, Al = 27 \text{ g. mol}^{-1}$)

(۱) ۱/۶ (۲) ۱/۴ (۳) ۲/۳ (۴) ۲

۷۰- عنصری که دارای الکترون در خود است، یونی با بار تشکیل می‌دهد.

(۱) ۳ - لایه دوم - $3+$ (۲) ۳ - زیرلایه $2p$ - $3+$

(۳) ۴ - زیرلایه $2p$ - $2-$ (۴) ۴ - لایه سوم - $2-$

محل انجام محاسبات

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۵ دی ماه

هندسه ۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
 درس ۲: قضیه تالس / درس ۳: تشابه مثلث‌ها
 درس ۴: کاربردهایی از قضیه تالس و تشابه مثلث‌ها
 صفحه‌های ۳۴ تا ۴۹

ریاضی ۱

مثلثات
 درس ۲: دایره مثلثاتی / درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
توان‌های گویا و عبارت‌های جبری (کل فصل ۳)
 صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها / ردیای گازها در زندگی
 فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم تا پایان فصل
 و فصل ۲ تا پایان ترکیب اکسیژن با فلزها و نافلزها
 صفحه‌های ۲۴ تا ۵۸

فیزیک ۱

ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان
 (از فشارسنج شماره‌ها تا قبل از پایداری انرژی مکانیکی)
 صفحه‌های ۳۸ تا ۶۸





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ آذرماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مأئده بادان فیروز مهرداد اسپیدکار - مهدی رضانی محمد حصاری - فاطمه روان بخش فؤاد خیر آبادی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده حسن محمدبیگی	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
مروارید شاه حسینی فاطمه شفاخواه	مهدی پارسا - حامد نبی منصور محمدجواد سورچی - مجید رجبی وندچالی زهرا کاشفی - حسین زین العابدین زاده سجاد صادقی زاده - حسین عبدوی نژاد	مهدی پارسا	فیزیک
فرهنگ امیری محمد داودآبادی فراهانی منیب نظری ماهان فرهمندفر	مهسا بایمانی نژاد	مهسا بایمانی نژاد	شیمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مجتبی آدمیان

زهرة جعفری

مأئده بادان فیروز

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

چگونه مرور کنیم؟ سه مرحله‌ای تا حفظ پایدار

در مقاله‌های قبل گفتیم که «مرور» یک کار اضافه و حاشیه‌ای نیست؛ خودش بخش اصلی یادگیریه. خیلی از غلط‌های ما توی آزمون، مربوط به سؤال‌هایی‌ان که قبلاً بلد بودیم اما از ذهنمون سر خوردن و فراموش شدن؛ یعنی فهم اتفاق افتاده، اما ذخیره‌سازی کامل نشده. همینجاست که مرور درست وارد بازی می‌شه: هم کاری می‌کنه زحمتی که برای مطالعه کشیدی واقعاً ثبت بشه، هم باعث می‌شه عملکردت توی آزمون دقیقاً همون چیزی باشه که خوندی، نه کمتر.

یادداشت برداری؛ مهم‌ترین ابزار مرور

یادداشت‌ها چکیده‌ای از چیزهایی هستن که برات سخت، فرار یا پر تکرار بودن.

چرا این قدر مؤثرن؟

- چون وقتی با «زبان خودت» می‌نویسی، همون نظم ذهنی رو منتقل می‌کنی که باهاش یاد گرفتی.
 - مرورش سریع‌تره؛ چشم تو نوشته‌های خودتو خیلی راحت‌تر می‌خونه.
 - و مهم‌تر از همه: ۵ دقیقه مرور یادداشت‌ها = ۱۵ دقیقه مرور جزوه یا کتاب.
- یادداشت در واقع دفترچه نیست؛ «نسخه فشرده فهم تو» هست.

همون چیزیه که مرور رو از یک کار سفت تبدیل می‌کنه به یک کار دقیق و سریع.

پادکست‌های شفصی؛ مرور بدون نوشتن پشت میز

یک روش مدرن و کم‌هزینه برای مرور اینه که از یادداشت‌ها فایل صوتی بسازی.

چرا خوبه؟

■ مجبوری دوباره سازمان‌دهی کنی

چون مجبور می‌شی نکات رو مرتب، کوتاه و قابل‌فهم بگی؛ همین باعث میشه بفهمی کدوم بخش‌ها رو هنوز خوب یاد نگرفتی.

■ مرورت آزاد از میز و کتاب میشه

روی مبل، توی راه، قبل خواب، موقع خستگی... فقط هدفون بذار و بگذار صدای خودت نکات رو برات بازسازی کنه. اینجوری ساعت مطالعات بی‌دردسر زیاد میشه.

چند نکته ریز ولی مهم:

صدای واضح، جمله‌های کوتاه، مکث‌های کوچک، مثال‌های ساده، فایل‌های ۱۰-۱۵ دقیقه‌ای، و یک جمع‌بندی یک دقیقه‌ای در آخر.

لازم نیست حرفه‌ای باشه فقط نسخه شنیداری فهم تو باشه.



کی به کی مرور کنیم؟

مرور «هر وقت حسش بود» نیست؛ مغز زمان بندی خودش رو داره.

■ **مرور اول:** همون روز مطالعه (مهم ترین مرور)

اگر امروز ۹۰ دقیقه درس خوندی، فقط ۵-۱۰ دقیقه مرور شبانه جلوی فراموش شدن نصفش رو می گیره.

■ **مرور دوم:** هفته بعد (تثبیت دوباره)

این همون لحظه ای که مغز بخش زیادی از مطلب رو رها می کنه و اگه برنگردی، دوباره خوانی لازم میشه.

مرورهای بلندمدت:

با برنامه راهبردی آزمون انجام میشن؛

خودشون به موقع تو رو برمی گردونن سراغ مطالب تا تثبیت طولانی مدت شکل بگیره.

مرور یعنی اینکه قبل از اینکه مغز مطلب رو پرت کنه بیرون، دوباره بهش یادآوری کنی که
«این مهمه، زلّهش دارا»

جمع بندی: چرخه سه تایی مرور

یک مرور مؤثر یعنی سه ابزار کنار هم:

- ۱) می نویسی ← فهم عمیق
- ۲) ضبط می کنی ← مرور راحت و سریع
- ۳) زمان بندی می کنی ← ماندگاری واقعی

اگر همین سه بخش رو نگه داری، هیچ مبحثی هدر نمی ره و یادگیریت از «مطالعه های فصلی و فترار»
تبدیل میشه به «دانش همراه و پایدار»؛ همونی که روز از موم لازم داری.



راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها



زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) |
زمان بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینه ۳  (متوسط - خط به خط - سریع  - صفحه ۱۶ - ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتماد به نفس) | متوسط (محک جدی)
دشوار (چالش رشد).

هشتگ سؤال:
شماره درس + شماره پایه
دسته بندی راحت تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) |
محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

- یادتون باشه:**
- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
 - ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
 - ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایتون نزدیک‌تر می‌شید.
 - ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: مثلثات (درس ۲ و ۳)، توان‌های گویا و عبارات‌های جبری (درس‌های ۱ تا ۳)، صفحه‌های ۳۶ تا ۶۱
هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (درس‌های ۲ و ۳)، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۴

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- اگر x در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد و $\sin^2 x + 2\cos^2 x = \frac{8}{5}$ ، مقدار $\cos^2 x - 2\sin^2 x$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\begin{cases} \sin^2 x + 2\cos^2 x = \frac{8}{5} \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = \frac{3}{5} \\ \sin^2 x = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \cos^2 x - 2\sin^2 x = \frac{3}{5} - 2\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$

مطابق روابط اولیه مثلثاتی می‌دانیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

اکنون با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} \sin^2 x + 2\cos^2 x = \frac{8}{5} \quad (1) \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (2) \end{cases}$$

معادله (۲) را از (۱) کم می‌کنیم:

$$\cos^2 x = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{در رابطه (۲)}} \sin^2 x + \frac{3}{5} = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{2}{5}$$

جواب نهایی برابر است با:

$$\cos^2 x - 2\sin^2 x = \frac{3}{5} - 2\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$

دام تستی!

اگر ضریب ۲ کنار سینوس رو نبینی به گزینه اشتباه ۴ می‌رسی!



۲- به‌ازای مقادیر مجاز برای x ، ساده شده عبارت $\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $\tan x$ (۲) $\cot x$ (۳) $-\tan x$ (۴) $-\cot x$

(آسان - خط‌بخط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{1 - \cos^2 x + \sin x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin^2 x + \sin x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x(1 + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم و بعد به کمک اتحادهای مثلثاتی عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{1 - \cos^2 x + \sin x}{\cos x(1 + \sin x)}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1 - \cos^2 x = \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} \rightarrow \frac{\sin^2 x + \sin x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x(1 + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

با جای گذاری مقادیر زاویه 60° داریم:

$$\frac{1}{\cos 60^\circ} - \frac{\cos 60^\circ}{1 + \sin 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2 - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})}{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

پس چون مقدار به دست آمده برابر تانژانت 60° شد، حاصل عبارت برابر $\tan x$ است.

یادآوری اتحادهای مثلثاتی!

۱) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

۲) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

۳) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

۴) $\tan x \times \cot x = 1$

۵) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

۶) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$



۳- خط $2mx + (m-1)y = 3$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد. مقدار m چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۰ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا معادله را به فرم $y = ax + b$ درمی‌آوریم:

$$(m-1)y = -2mx + 3 \Rightarrow y = \frac{-2m}{m-1}x + \frac{3}{m-1} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{-2m}{m-1}$$

می‌دانیم اگر خطی با جهت مثبت محور طولها زاویه α بسازد، شیب آن خط برابر $\tan \alpha$ است، پس:

$$\tan \alpha = \tan 45^\circ = 1$$

$$\tan(45^\circ) = \frac{-2m}{m-1} = 1 \Rightarrow -2m = m-1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

$$y = m x + n$$

\downarrow \downarrow
 شیب عرض از مبدأ

تذکره!

برای محاسبه شیب و عرض از مبدأ خطهایی به فرم $ax + by + c = 0$ ، ابتدا معادله آن خطها را به فرم $y = mx + n$ درمی آوریم و بعد با توجه به نکته بالا مقدار شیب و عرض از مبدأ محاسبه می شود.

نسبت های مثلثاتی مهم

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ت.ن	0	ت.ن
$\cot \theta$	ت.ن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	ت.ن	0

راهنمای زنگ بازی!

برای به خاطر سپردن نسبت های مثلثاتی زوایا، تکنیک متمم را به خاطر بسپارید:

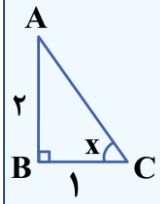
$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta & , \quad \tan \alpha = \cot \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta & , \quad \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

مثلا برای زاویه 30° و 60° کفایت فقط نسبت های زاویه 30° را حفظ باشیم.



- ۴- اگر انتهای کمان x در ناحیه چهارم باشد و $\tan x = -2$ ، مقدار $\sin^3 x - 2 \cos^3 x$ چند برابر $\frac{\sqrt{5}}{5}$ است؟
- (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲



$$\Rightarrow \sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin^3 x - 2 \cos^3 x = \frac{-8}{5\sqrt{5}} - \frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{-10}{5\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5} = -2 \left(\frac{\sqrt{5}}{5} \right)$$

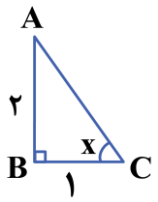
بررسی سریع:

می دانیم چون x در ناحیه چهارم واقع شده، $\sin x < 0$ و $\cos x > 0$ است.



روش اول

یک مثلث قائم‌الزاویه دلخواه بدون در نظر گرفتن ناحیه مثلثاتی فرض می‌کنیم و مقدار یکی از زوایای حاده را x فرض می‌کنیم و مطابق شکل، چون $|\tan x| = 2$ ، پس داریم:



$$\triangle ABC \text{ قائم‌الزاویه در مثلث فیثاغورس} \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 4 + 1 \Rightarrow AC = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\sin x| = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ |\cos x| = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ و } \sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

چون x در ناحیه چهارم واقع شده، پس:

$$\sin^3 x - 2\cos^3 x = \frac{-8}{5\sqrt{5}} - \frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{-10}{5\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5} = -2 \left(\frac{\sqrt{5}}{5} \right)$$

روش دوم

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ و } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \text{ می‌دانیم}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\tan x = -2} 1 + 4 = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5} \xrightarrow{\cos x > 0} \cos x = +\frac{1}{\sqrt{5}}$$

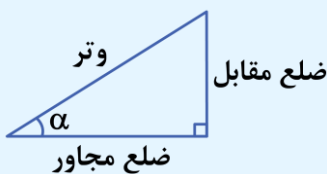
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \xrightarrow{\cos^2 x = \frac{1}{5}} \sin^2 x + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{4}{5} \xrightarrow{\sin x < 0} \sin x = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin^3 x - 2\cos^3 x = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 - 2\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^3 = \frac{-8}{5\sqrt{5}} - \frac{2}{5\sqrt{5}} = \frac{-10}{5\sqrt{5}} = \frac{-2}{\sqrt{5}} = -2 \left(\frac{\sqrt{5}}{5} \right)$$

-2 برابر $\frac{\sqrt{5}}{5}$ می‌باشد.

راهنمای زنگ‌بازی!

وقتی که فقط یکی از نسبت‌های مثلثاتی را داریم، برای محاسبه اندازه سایر نسبت‌های مثلثاتی می‌توان با توجه به تعریف آن‌ها، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرد و نسبت معلوم را روی دو ضلع آن نوشت. سپس با استفاده از رابطه فیثاغورس طول ضلع دیگر را به دست آورد و تمام نسبت‌ها را این گونه مشخص کرد.



$$\sin \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه ضلع مجاور}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه ضلع مقابل}}$$

توجه!

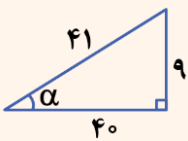
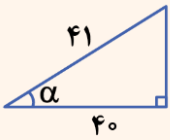
توجه داشته باشید که با روش رسم مثلث فقط اندازه نسبت به دست می‌آید و برای تعیین علامت نسبت باید به این که انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد توجه کرد.

یه نمونه باحال بین!

اگر $\cos \alpha = -\frac{40}{41}$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را برای زاویه α به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرده و ضلع مجاور را برابر 40 و وتر را برابر 41 قرار می‌دهیم.



سپس با استفاده از فیثاغورس اندازه ضلع مقابل را به دست می‌آوریم:

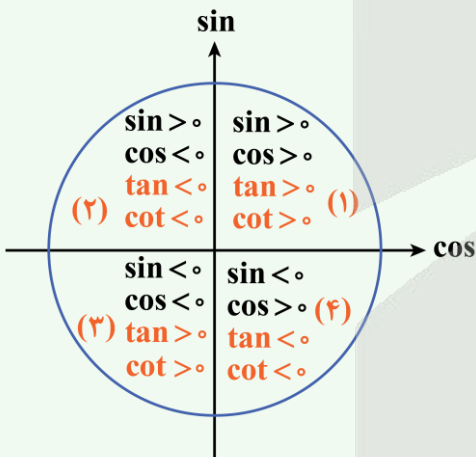
$$41^2 - 40^2 = 9^2$$

حال می‌توانیم سه نسبت مثلثاتی دیگر را به راحتی به دست آوریم، توجه داریم که در ناحیه سوم سینوس منفی و تانژانت و کتانژانت مثبت‌اند پس داریم:

$$\sin \alpha = -\frac{9}{41} \quad \tan \alpha = \frac{9}{40} \quad \cot \alpha = \frac{40}{9}$$

نواحی چهارگانه مثلثاتی

دایره مثلثاتی دارای 4 ناحیه به صورت زیر می‌باشد:



راهنمای ز رنگ‌بازی!

برای این که علامت نسبت‌های مثلثاتی رو توی هر ناحیه یادت باشه رمز پایین رو به خاطر بسپارا! 😊

- | | | |
|---|---|----------------------------|
| <p>۱. ناحیه اول: همه مثبت</p> <p>۲. ناحیه دوم: فقط سینوس مثبت</p> <p>۳. ناحیه سوم: فقط تانژانت و کتانژانت مثبت</p> <p>۴. ناحیه چهارم: فقط کسینوس مثبت</p> | } | <p>هستک</p> <p>۴ ۳ ۲ ۱</p> |
|---|---|----------------------------|

با این رمز تو هر ناحیه نسبت‌هایی که علامت مثبت دارن رو سریع پیدا می‌کنی و می‌دونی که مابقی نسبت‌ها توی اون ناحیه منفی هستن.





۵- اگر $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ و $A = (1 - \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right)$ باشد، مقدار A^2 چه عددی است؟

(۴) $\frac{8}{\sqrt{5}}$

(۳) $\frac{4}{\sqrt{8}}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۱) $\frac{8}{5}$

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ و $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ، آن‌گاه داریم:

$$A = (1 - \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)$$

$$\Rightarrow A = (1 - \sin \theta) \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) = \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{\cos \theta}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} \xrightarrow{1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta} \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{4}{5}$$

بنابراین داریم:

دو نمونه مثلثاتی از اتحاد مزدوج!

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$1) (\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$2) (1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$$



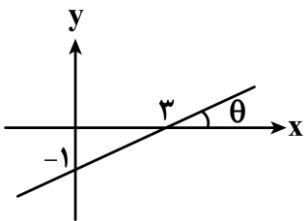
۶- در شکل روبه‌رو، مقدار $A = \cot \theta + 1 \cdot \cos^2 \theta$ چه عددی است؟

(۱) ۱۱

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳



(متوسط - خط به خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۰ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

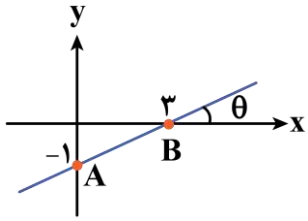
بررسی سریع:

$$\tan \theta = \frac{1}{3} \begin{cases} \xrightarrow{1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}} \cos^2 \theta = \frac{9}{10} \\ \xrightarrow{\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}} \cot \theta = 3 \end{cases}$$

$$A = \cot \theta + 1 \cdot \cos^2 \theta = 3 + 1 \cdot \left(\frac{9}{10} \right) = 3 + 9 = 12$$



با توجه به این که نقاط $A(0, -1)$ و $B(3, 0)$ روی خط قرار دارند، داریم:



$$\text{شیب: } m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-1 - 0}{0 - 3} = \frac{1}{3}$$

اکنون چون θ زاویه خط با جهت مثبت محور x ها است، داریم:

$$\text{شیب: } m = \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{3}$$

حال به کمک روابط اولیه مثلثاتی:

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \xrightarrow{\tan \theta = \frac{1}{3}} 1 + \frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{10}$$

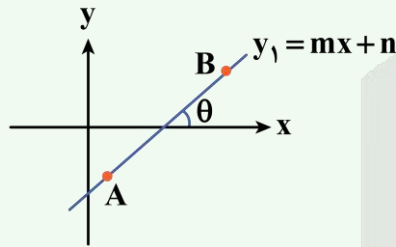
$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$A = \cot \theta + 1 \cdot \cos^2 \theta = 3 + 1 \cdot \left(\frac{9}{10}\right) = 3 + 9 = 12$$

بنابراین جواب نهایی برابر است با:

نکات شیب خط

(۱) اگر دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ روی خط y باشند، شیب برابر است با:

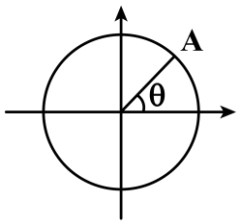


$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

(۲) اگر زاویه خط y با جهت مثبت محور x ها برابر θ باشد، آنگاه شیب خط برابر است با: $m = \tan(\theta)$



۷- اگر $A(\alpha, \frac{2}{3} \tan \theta)$ روی دایره مثلثاتی مطابق شکل مشخص شده باشد، مقدار α چه عددی است؟



$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۴)$$

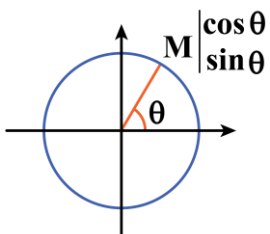
$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\begin{cases} \alpha = \cos \theta \\ \frac{2}{3} \tan \theta = \sin \theta \end{cases} \xrightarrow{(\sin \theta \neq 0)} \frac{2 \sin \theta}{3 \cos \theta} = \sin \theta \Rightarrow 2 \cos \theta = 3 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$$



هر نقطه روی دایره مثلثاتی که در انتهای کمان θ واقع شده باشد، مختصات آن به صورت $\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$ خواهد بود.

از طرفی می‌دانیم $A(\alpha, \frac{2}{3} \tan \theta)$ روی دایرهٔ مثلثاتی است، پس داریم:

$$\begin{cases} \alpha = \cos \theta & (1) \\ \frac{2}{3} \tan \theta = \sin \theta & (2) \end{cases}$$

در معادلهٔ (2)، می‌دانیم $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ ، در نتیجه خواهیم داشت:

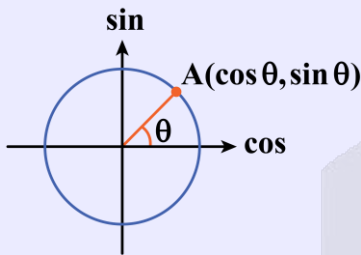
$$(\sin \theta \neq 0) \cdot \frac{2 \cancel{\sin \theta}}{3 \cos \theta} = \cancel{\sin \theta} \Rightarrow 2 \cos \theta = 3 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\alpha = \cos \theta = \frac{2}{3}$$

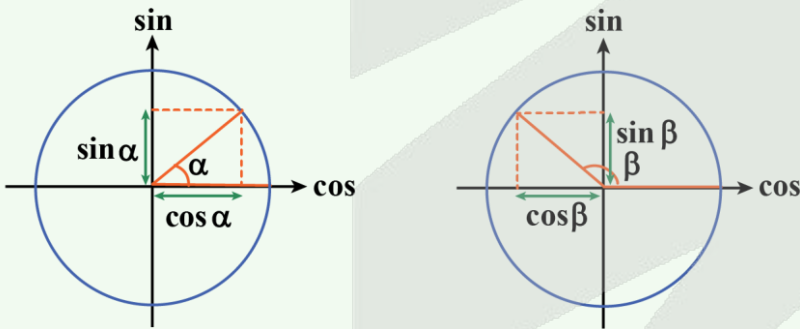
با توجه به معادلهٔ (1):

دایرهٔ مثلثاتی

- اگر در صفحه مختصات به مرکز مبدأ مختصات دایره‌ای به شعاع یک واحد رسم کنیم، به آن دایرهٔ مثلثاتی می‌گویند.
- در دایرهٔ مثلثاتی محوری که بر محور Xها منطبق است **محور کسینوس‌ها** و محوری که بر محور Yها منطبق است **محور سینوس‌ها** نامیده می‌شود.
- اگر A روی دایرهٔ مثلثاتی باشد مختصات آن برابر $A(\cos \theta, \sin \theta)$ است.
- شعاع دایرهٔ مثلثاتی یک است.



برای محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی به‌طور تقریبی کافی است از انتهای کمان زاویه بر محور sin و cos عمود کنیم و به مبدأ وصل کنیم.



۸- اگر x در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی باشد و رابطهٔ $2 \cos^2 x = 1 + \sin x$ برقرار باشد، مقدار $2 \tan^2 x - \cot^2 x$ کدام عدد است؟

$-\frac{7}{3}$ (۴)

$-\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحهٔ ۴۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

در ابتدا با توجه به $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ داریم:

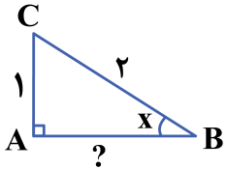
$$2 \cos^2 x = 1 + \sin x \Rightarrow 2(1 - \sin^2 x) = 1 + \sin x$$

$$2(1 - \sin x)(1 + \sin x) = 1 + \sin x \Rightarrow \begin{cases} 1 + \sin x = 0 \\ 1 - \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \text{ غ ق ق} \\ \sin x = \frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$$

انتهای کمان در ناحیهٔ دوم است.

روش اول

با در نظر گرفتن مثلث قائم الزاویه فرضی داریم:



$$\triangle ABC: BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow 4 = AB^2 + 1 \Rightarrow AB = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\tan x| = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ |\cot x| = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \end{cases}$$

x در ناحیه دوم است، پس $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\cot x = -\sqrt{3}$ ، به این ترتیب:

$$2 \tan^2 x - \cot^2 x = 2\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 - (-\sqrt{3})^2 = \frac{2}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

روش دوم

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی:

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \xrightarrow{\sin x = \frac{1}{2}} 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\Rightarrow \cot^2 x = 3 \xrightarrow{\cot x < 0} \cot x = -\sqrt{3}$$

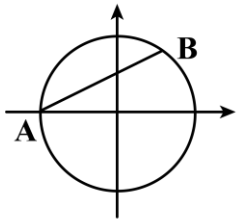
$$\tan x = \frac{1}{\cot x} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

بنابراین داریم:

$$2 \tan^2 x - \cot^2 x = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - (-\sqrt{3})^2 = \frac{2}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$



۹- اندازه پاره خط AB در دایره مثلثاتی $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ است. فاصله نقطه B تا محور طولها کدام است؟



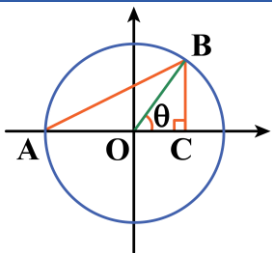
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(سخت - خطبه خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم شعاع دایره مثلثاتی یک واحد است، پس $OA = 1$ و همچنین $OC = \cos \theta$ و $BC = \sin \theta$.





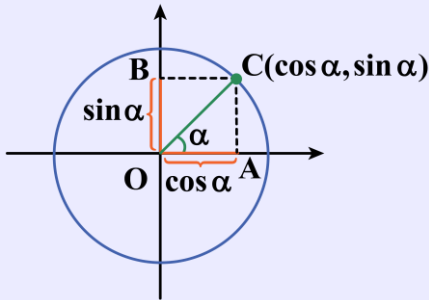
با توجه به این که $AB = \sqrt{2} + \sqrt{2}$ است، طبق رابطه فیثاغورس در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$AB^2 = BC^2 + CA^2 \Rightarrow AB^2 = BC^2 + (AO + OC)^2 \Rightarrow (\sqrt{2} + \sqrt{2})^2 = \sin^2 \theta + (1 + \cos \theta)^2$$

$$\Rightarrow 2 + \sqrt{2} = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 1 + 2 \cos \theta \Rightarrow 2 + \sqrt{2} = 2 + 2 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

یعنی فاصله B تا محور طول‌ها برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

نسبت‌های مثلثاتی روی دایره مثلثاتی



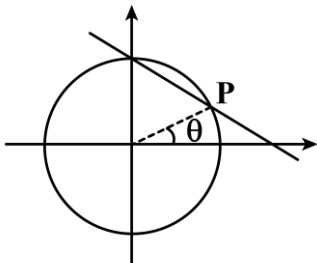
$$\begin{cases} \cos \alpha = OA \\ \sin \alpha = OB \end{cases}$$

تذکره!

شعاع دایره مثلثاتی یک واحد است.



۱۰- خط $y = 1 - \frac{1}{4}x$ دایره مثلثاتی را در نقطه P قطع کرده است. مقدار $\tan \theta$ چه عددی است؟



- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{4}{5}$

- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{2}{5}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۶ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$\alpha^2 + (1 - \frac{1}{4}\alpha)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \text{ (X)} \\ \alpha = \frac{4}{5} \text{ (✓)} \end{cases} \Rightarrow P \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5} \right) \Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

نقطه P روی خط $y = 1 - \frac{1}{4}x$ است، پس:

$$P(\alpha, 1 - \frac{1}{4}\alpha)$$

از طرفی P روی دایره مثلثاتی است، لذا $P \begin{cases} \cos \theta \\ \sin \theta \end{cases}$ چون داریم: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ، پس:

$$x_P^2 + y_P^2 = 1$$



$$\alpha^2 + (1 - \frac{1}{4}\alpha)^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{1}{4}\alpha^2 + 1 - \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}\alpha^2 - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\frac{5}{4}\alpha - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \times \\ \alpha = \frac{4}{5} \checkmark \end{cases} \Rightarrow P \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{matrix}$$

یعنی $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و $\cos \theta = \frac{4}{5}$ پس:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$



۱۱- هرگاه $\tan x - \cot x = \frac{5}{2}$ ، مقدار $\frac{\sin^3 x}{\cos x} - \frac{\cos^3 x}{\sin x}$ کدام عدد می تواند باشد؟

۵ (۴)

$\frac{5}{4}$ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ (صفحه ۴۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^3 x}{\cos x} - \frac{\cos^3 x}{\sin x} &= \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x \cos x} = \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \tan x - \cot x = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

برای فرض داده شده با توجه به اتحاد $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ داریم:

$$\tan x - \cot x = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\sin^3 x}{\cos x} - \frac{\cos^3 x}{\sin x} = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x \cos x} = \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin x \cos x}$$

از طرفی:

چون $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ، پس عبارت را به صورت زیر می نویسیم و مطابق فرض به دست آمده داریم:

$$\frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin x \cos x} = (\sin^2 x + \cos^2 x) \frac{(\sin^2 x - \cos^2 x)}{\sin x \cos x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{5}{2}$$





۱۲- هرگاه $\frac{1}{\sqrt{\sin^2 \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} + \cot \alpha$ و $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ انتهای کمان α در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار گرفته است؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

به کمک یکی از روابط داده شده داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|}$$

یعنی $|\cos \alpha| = \cos \alpha$ یعنی $\cos \alpha > 0$ پس α در یکی از نواحی اول یا چهارم است. از طرفی مطابق رابطه دیگر داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{\sin^2 \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} + \cot \alpha \Rightarrow \frac{1}{|\sin \alpha|} = \frac{1 - \cos \alpha}{|\sin \alpha|} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{|\sin \alpha|} - \frac{1 - \cos \alpha}{|\sin \alpha|} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{|\sin \alpha|} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

یعنی $|\sin \alpha| = \sin \alpha$ یعنی $\sin \alpha > 0$ پس α در یکی از نواحی اول یا دوم است، پس در نهایت تنها ناحیه قابل قبول ناحیه اول است.



۱۳- هرگاه $\sqrt{b+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{a}$ مقدار $a+b$ چه عددی است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

(آسان - خطبه خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۵۷ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$b + 2\sqrt{12} = 4 + a + 4\sqrt{a} \Rightarrow b + 4\sqrt{3} = 4 + a + 4\sqrt{a} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow b + a = 10$$

اگر طرفین را به توان ۲ برسانیم، آن گاه:

$$b + 2\sqrt{12} = 4 + a + 4\sqrt{a} \Rightarrow b + 4\sqrt{3} = 4 + a + 4\sqrt{a}$$

در تساوی فوق، باید بخش رادیکالی باهم و بخش غیررادیکالی باهم برابر شوند، (توجه داریم که a و b هیچ کدام نمی توانند رادیکالی باشند زیرا در این صورت معادله برقرار نمی شود.) بنابراین:

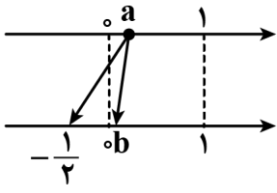
$$\begin{cases} 4\sqrt{3} = 4\sqrt{a} \Rightarrow a = 3 \\ b = 4 + a \Rightarrow b = 4 + 3 = 7 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$a + b = 10$$



۱۴- عدد a در محور بالا را به یکی از ریشه‌های دوم و مربع آن بر روی محور پایین وصل کرده‌ایم، مقدار ab کدام عدد است؟



(۲) $\frac{1}{64}$
(۴) $\frac{1}{48}$

(۱) $\frac{1}{16}$
(۳) $\frac{1}{96}$

(متوسط - خط‌بخط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۵۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

چون $0 < a < 1$ است، پس a عددی مثبت است. بنابراین دارای ۲ ریشه دوم است و یک مقدار برای مربع آن به دست می‌آید، البته ریشه‌های دوم عدد مثبت a قرینه هم هستند. به این ترتیب $-\frac{1}{4}$ ریشه دوم منفی عدد a است. یعنی $a = \frac{1}{4}$.

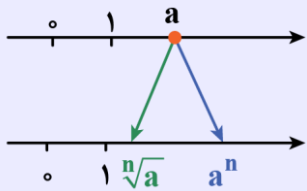
اکنون چون $0 < a < 1$ است، پس $a^2 < a < \sqrt{a}$ ، پس نتیجه می‌شود که:

$$b = a^2 = \frac{1}{16}$$

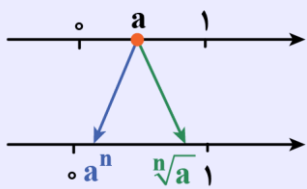
$$ab = \frac{1}{4} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{64}$$

بنابراین:

مقایسه ریشه n -ام و توان n -ام

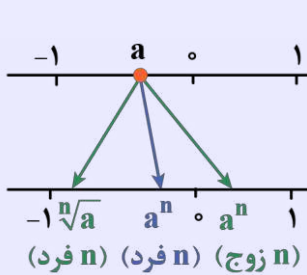


(۱) اگر $a > 1$ باشد، آن‌گاه با افزایش n مقدار a^n افزایش و مقدار $\sqrt[n]{a}$ کاهش می‌یابد.



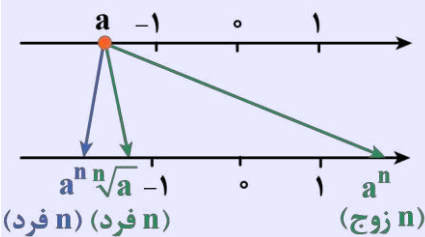
(۲) اگر $0 < a < 1$ باشد، آن‌گاه با افزایش n مقدار a^n کاهش و مقدار $\sqrt[n]{a}$ افزایش می‌یابد.

(۳) اگر $-1 < a < 0$ باشد، آن‌گاه مقدار a^n یک در میان مثبت و منفی می‌شود (در این حالت همواره $a^n > a$ است) همچنین $\sqrt[n]{a}$ به ازای



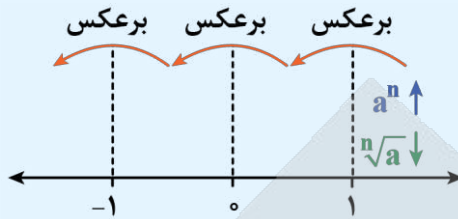
n های زوج تعریف نمی‌شود و به ازای n های فرد با افزایش n مقدار $\sqrt[n]{a}$ کاهش می‌یابد.

(۴) اگر $a < -1$ باشد، آن‌گاه مقدار a^n یکی در میان مثبت و منفی می‌شود (در صورتی که n زوج باشد $a^n > a$ و اگر n فرد باشد $a^n < a$ است) همچنین $\sqrt[n]{a}$ به ازای n های زوج تعریف نمی‌شود و به ازای n های فرد با افزایش n مقدار $\sqrt[n]{a}$ افزایش می‌یابد.



راهنمای زنگ بازی!

خلاصه تمام حرف‌های بالا رو با تقسیم کردن کل اعداد به ۴ تا ناحیه به خاطر بسپار. با عبور از هر قسمت به ترتیب (هر کدام اگه تعریف شده باشن) رفتار شون برعکس می‌شه.



۱۵- هرگاه a ریشه ششم ۶۴ و b ریشه دوم ۶۴ باشد، حداکثر مقدار $a-b$ چه عددی است؟

۱۶ (۴)

۱۰ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(آسان - خطبه‌خط - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۵۵ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

ریشه‌های ششم: ۲ و ۲- ریشه‌های دوم: ۸ و ۸- حداکثر $a-b$: $2 - (-8) = 10$

هر عدد مثبت مثل ۶۴ دارای ۲ ریشه ششم است که باهم قرینه هستند و مقادیر آن‌ها ۲ و ۲- است، به همین ترتیب دارای ۲ ریشه دوم ۸ و ۸- می‌باشد.

پس چهار حالت برای $a-b$ وجود دارد:

$$a = 2, b = 8 \Rightarrow a - b = -6$$

$$a = 2, b = -8 \Rightarrow a - b = 10$$

$$a = -2, b = 8 \Rightarrow a - b = -10$$

$$a = -2, b = -8 \Rightarrow a - b = 6$$

بنابراین حداکثر مقدار آن ۱۰ می‌باشد.

ریشه n ام چیه؟

اگر $a^n = b$ باشد، آن‌گاه عدد a را ریشه n ام عدد b می‌گوییم و با $\sqrt[n]{b}$ نمایش می‌دهیم ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) از تعریف می‌توان نتیجه گرفت اگر n زوج باشد، b مثبت، علاوه بر a ، $-a$ نیز ریشه n ام b می‌باشد.

تذکره!

تفاوت $\sqrt[n]{a}$ و ریشه n ام: در صورتی که n فرد باشد فرقی ندارند، اما اگر n زوج باشد و a مثبت، آن‌گاه داریم:

$$a \text{ عدد } n \text{ ام ریشه} = \pm \sqrt[n]{a}$$

یه نمونه باحال بین!

$\sqrt[4]{16} = 2$ است، اما ریشه چهارم ۱۶ برابر ± 2 می‌باشد.



۱۶- اگر $A = \sqrt[5]{8^3 \sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ، مقدار $\frac{1}{4} (4A)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۵۷ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

کافی است در ابتدا عبارت A را تا حد امکان ساده کنیم:

$$A = \sqrt[5]{2^3 \times 2^3 \times (2^{-2})^{-\frac{2}{3}}} \Rightarrow A = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}} \Rightarrow A = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow A = 2^2 \Rightarrow A = 4$$

اکنون عبارت $\frac{1}{4} (4A)$ را به دست می آوریم.

$$(4A) \frac{1}{4} = (16) \frac{1}{4} = (2^4) \frac{1}{4} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

توان‌های گویا

هرگاه $a > 0$ برای هر عدد طبیعی m و n داریم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

قوانین توان‌های گویا

اگر a و b دو عدد مثبت و r و s دو عدد حقیقی باشند، داریم:

۱) $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$ ۲) $(a^r)^s = a^{rs}$ ۳) $a^r \times a^s = a^{r+s}$
 ۴) $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ ۵) $(ab)^r = a^r \times b^r$ ۶) $\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

۱۷- اگر ریشه سوم عدد a برابر ۴ باشد، اختلاف ریشه‌های ششم آن چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۵۴ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که اگر $a^n = b$ باشد، آن‌گاه عدد a را ریشه nام عدد b می‌گوییم، پس اگر ریشه سوم عدد a برابر ۴ باشد، آن‌گاه $a = 4^3 = 64$.

چون a عددی مثبت است، پس ۲ ریشه ششم دارد که قرینه یکدیگر می‌باشند یعنی ± 2 ریشه‌های ششم ۶۴ هستند که اختلاف آن‌ها ۴ است.



۱۸- اگر اختلاف ریشه‌های ششم عدد ۱۶ را A فرض کنیم به طوری که $2^x = A^3 \times \sqrt[3]{2\sqrt{8}}$ ، مقدار x کدام است؟

$\frac{35}{6}$ (۴)

$\frac{25}{6}$ (۳)

$\frac{25}{2}$ (۲)

$\frac{35}{2}$ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۶۱ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

هر عدد مثبت مثل ۱۶ دارای ۲ ریشه مثبت است که قرینه هم هستند به طوری که:

$$\begin{cases} \sqrt[6]{16} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} \\ -\sqrt[6]{16} = -2^{\frac{4}{6}} = -2^{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

یعنی ریشه‌های ششم ۱۶ اعداد $2^{\frac{2}{3}}$ و $-2^{\frac{2}{3}}$ هستند. اختلاف آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$A = 2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 2 \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{1+\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow 2^x = A^3 \times \sqrt[3]{2\sqrt{8}} \Rightarrow 2^x = (2^{\frac{5}{3}})^3 \times \sqrt[3]{2 \times 2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^5 \times \sqrt[3]{2^{\frac{5}{2}}} \Rightarrow 2^x = 2^5 \times 2^{\frac{5}{6}} \Rightarrow 2^x = 2^{\frac{35}{6}} \Rightarrow x = \frac{35}{6}$$

قلقشو یاد بگیر!

روش کلی برای حل این معادلات، همپایه‌سازی است. یعنی پایه‌ها را یکسان کنیم و در گام بعد توان‌ها را برابر قرار می‌دهیم.

یه نمونه باحال ببین!

$$2^{2x+2} = 8^2 \Rightarrow 2^{2x+2} = 2^6 \Rightarrow 2x+2 = 6 \Rightarrow x = 2$$



۱۹- هرگاه $\frac{\sqrt[3]{4\sqrt[3]{16}} \times 2^x}{\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \times 8^{-\frac{2}{3}}} = 4$ ، مقدار x کدام است؟

$-\frac{29}{18}$ (۴)

$-\frac{11}{27}$ (۳)

$\frac{11}{9}$ (۲)

$-\frac{11}{18}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۱ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

برای ساده کردن عبارت به کمک ویژگی‌های توان گویا داریم:

$$\frac{\sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^x}}{\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}} \times (2^2)^{-\frac{2}{3}}}} = 4 \Rightarrow \frac{2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{4}{9}} \times 2^x}{2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-2}} = 4 \Rightarrow \frac{2^{\frac{6+4+9x}{9}}}{2^{-\frac{3}{2}}} = 4 \Rightarrow 2^{\frac{10+9x}{9}} = 2^2 \times 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{10+9x}{9}} = 2^{\frac{7}{2}} \Rightarrow \frac{10+9x}{9} = \frac{7}{2} \Rightarrow 20+18x = 9 \Rightarrow x = -\frac{11}{18}$$



۲۰- اگر $A = \sqrt[4]{8^3 \sqrt{16}} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ حاصل (A^7) چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[4]{64}$ (۳) $\sqrt[4]{16}$ (۴) ۴

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۵۹ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

در ابتدا عبارت A را به کمک توان‌های گویا ساده می‌کنیم:

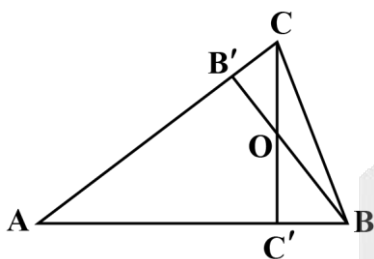
$$A = \sqrt[4]{2^3 \times 2^3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow A = \sqrt[4]{2^6} \times (2^{-2})^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow A = 2^{\frac{6}{4}} \times 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow A = 2^{\frac{6-2}{4}} \Rightarrow A = 2^{\frac{4}{4}}$$

$$\Rightarrow A^7 = ((2)^{\frac{4}{4}})^7 = 2^7 = 128$$



۲۱- در مثلث ABC دو ارتفاع BB' و CC' در نقطه O متقاطع‌اند. اگر $OC = OC' = 4$ و $OB = 5$ باشد، اندازه OB' کدام است؟

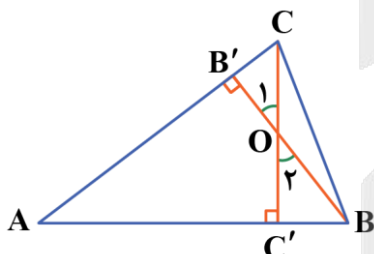


- (۱) ۲/۴
(۲) ۲/۸
(۳) ۳
(۴) ۳/۲

(آسان - خط‌بخط - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث $OB'C$ و OBC' متشابه‌اند چون دو زاویه مساوی دارند، ببینید:



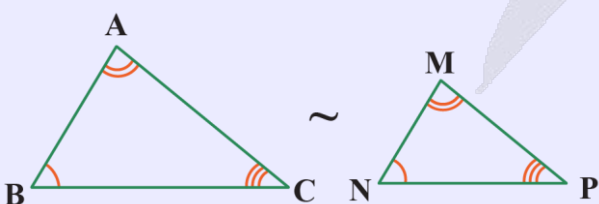
$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{C}' = \hat{B}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ZZ)} \triangle OB'C \sim \triangle OBC'$$

بنابراین:

$$\frac{OB'}{OC'} = \frac{OC}{OB} \Rightarrow \frac{OB'}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow OB' = \frac{16}{5} \Rightarrow OB' = 3\frac{1}{5}$$

تشابه

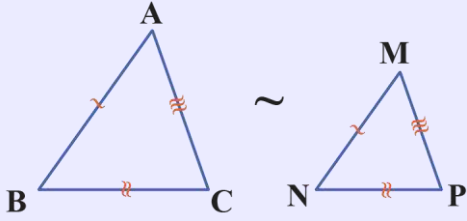
مثلث‌های ABC و MNP را متشابه می‌گوییم هرگاه نسبت اضلاع آن‌ها با هم برابر و زاویه‌های آن‌ها نیز دوبره‌دو برابر باشند.



$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k \\ \hat{A} = \hat{M}, \hat{B} = \hat{N}, \hat{C} = \hat{P} \end{cases}$$

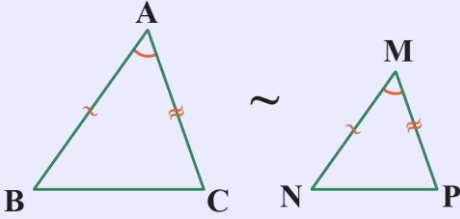
نسبت اضلاع دو مثلث را **نسبت تشابه** می‌گوییم و آن را با k نشان می‌دهیم. چطور ثابت کنیم دو مثلث متشابه هستند؟

۱) اگر ۳ ضلع از مثلثی با ۳ ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب ۳ ضلع متشابه‌اند.



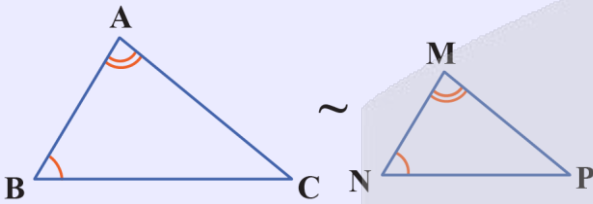
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۲) اگر ۲ ضلع از مثلثی با ۲ ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین دو ضلع در دو مثلث برابر باشد، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب ۲ ضلع و تساوی زاویه بین متشابه‌اند.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \\ \hat{A} = \hat{M} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

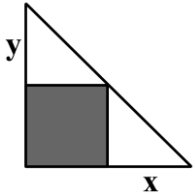
۳) اگر ۲ زاویه از مثلثی با ۲ زاویه از مثلث دیگر به طور نظیر برابر باشند (زاویه‌های سوم دو مثلث نیز برابر خواهند شد)، آن‌گاه ۲ مثلث به حالت برابری ۲ زاویه متشابه خواهند بود.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{N} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$



۲۲- در شکل مقابل، مساحت مربع رنگی چقدر است؟



$$\frac{1}{2}xy \quad (۲)$$

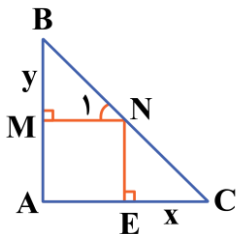
$$\frac{xy}{x+y} \quad (۴)$$

$$xy \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 \quad (۳)$$

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱



دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle BMN$ و $\triangle NEC$ متشابه‌اند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel AC \\ \text{مورب } BC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M} = \hat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle BMN \sim \triangle NEC \Rightarrow$$

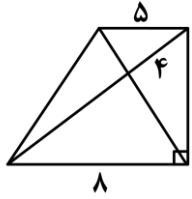
$$\frac{BM}{NE} = \frac{MN}{EC} \xrightarrow{MN=NE} MN^2 = BM \times CE = xy$$

پس مساحت مربع برابر xy است.



۲۳- طول قطر بزرگ دوزنقه مقابل، چقدر است؟

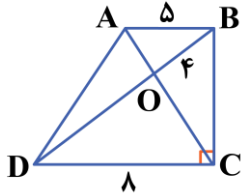
- (۱) ۹/۶
- (۲) ۹/۸
- (۳) ۱۰/۲
- (۴) ۱۰/۴



(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث OAB و OCD را در نظر می‌گیریم، داریم:



$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OAB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{4}{OD} = \frac{5}{8}$$

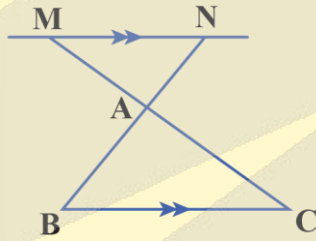
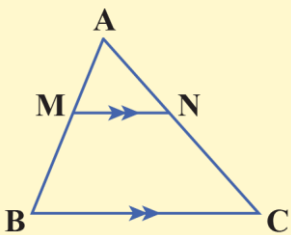
$$\Rightarrow OD = \frac{32}{5} = \frac{64}{10} = 6\frac{4}{5}$$

$$\text{قطر بزرگ} = BD = OB + OD = 4 + 6\frac{4}{5} = 10\frac{4}{5}$$

پس:

قضیه اساسی تشابه

اگر یک خط راست موازی یکی از اضلاع مثلث رسم شود، به گونه‌ای که دو ضلع دیگر یا امتداد آن‌ها را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AMN$$

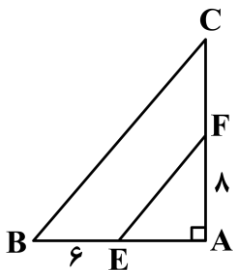
راز طراح!

توجه کنید فرض $\hat{C} = 90^\circ$ در این سؤال یک داده اضافی است و در حل مسئله تأثیری ندارد. گاهی اوقات این داده‌های اضافی می‌توانند ذهن شما را درگیر راه‌حل‌های طولانی‌تر کنند!



۲۴- اگر مساحت مثلث AEF برابر ۲۴ واحد مربع باشد، محیط دوزنقه چند واحد است؟

- (۱) ۴۲
- (۲) ۴۴
- (۳) ۴۶
- (۴) ۴۸



(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

از فرض سوال استفاده کرده و می‌نویسیم:

$$S_{\triangle AEF} = 24 \Rightarrow \frac{1}{2} AF \times AE = 24 \Rightarrow \frac{1}{2} (8)(AE) = 24 \Rightarrow AE = 6$$

$$\triangle AEF: EF^2 = AF^2 + AE^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow EF = 10$$

پس:

از طرف دیگر چهارضلعی BEFC دوزنقه است، پس:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{8}{AC} = \frac{6}{12} = \frac{10}{BC} \Rightarrow AC = 16, BC = 20$$

بنابراین:

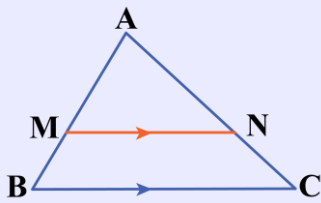
$$CF = AC - AF = 16 - 8 = 8$$

در نتیجه محیط دوزنقه برابر است با:

$$BEFC \text{ محیط} = BE + EF + FC + BC = 6 + 10 + 8 + 20 = 44$$

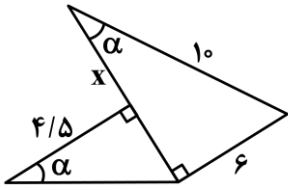
قضیه تالس در مثلث

مطابق شکل، اگر پاره خط MN با BC موازی باشد، داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} & \text{جزء به جزء} \\ \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} & \text{جزء به کل} \end{cases}$$

۲۵- در شکل مقابل، مقدار X برابر کدام است؟



$$\frac{19}{4} \quad (2)$$

$$\frac{48}{8} \quad (4)$$

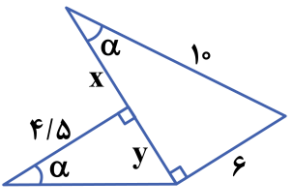
$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

$$\frac{27}{8} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث قائم الزاویه با داشتن دو زاویه مساوی، متشابهاند، پس:



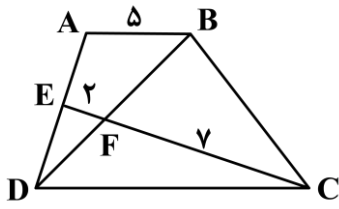
$$\frac{y}{6} = \frac{4/5}{x+y} \quad (1)$$

از طرف دیگر با استفاده از قضیه فیثاغورس می نویسیم:

$$10^2 = 6^2 + (x+y)^2 \Rightarrow (x+y)^2 = 64 \Rightarrow x+y = 8 \quad (2)$$

بنابراین:

$$(2) \text{ و } (1) \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{4/5}{8} \Rightarrow y = \frac{27}{8} \xrightarrow{x+y=8} x = 8 - \frac{27}{8} = \frac{37}{8}$$



۲۶- نقطه E وسط ساق دوزنقه ABCD است. طول قاعده بزرگ این دوزنقه برابر کدام است؟

- (۱) ۸/۲۵
- (۲) ۸/۵
- (۳) ۸/۷۵
- (۴) ۸/۸

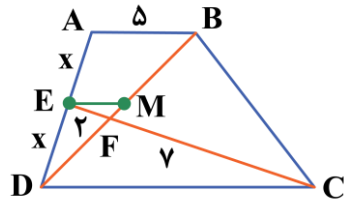
(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

از خط EM موازی با قاعده‌ها رسم می‌کنیم. بنابراین:

$$\triangle ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DE}{AD} = \frac{EM}{AB} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{EM}{8} \Rightarrow EM = \frac{8x}{5}$$

از طرف دیگر:



$$EM \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle EFM \sim \triangle DFC \Rightarrow \frac{EM}{DC} = \frac{EF}{FC} \Rightarrow \frac{\frac{8x}{5}}{DC} = \frac{2}{7} \Rightarrow DC = \frac{35}{4} = 8\frac{5}{4}$$

راز طراح!

به سؤالاتی که با رسم خط اضافه حل می‌شوند توجه کنید. رسم خط EM موازی با قاعده‌های دوزنقه باعث می‌شود EM را به قاعده‌های AB و DC مربوط کنیم.

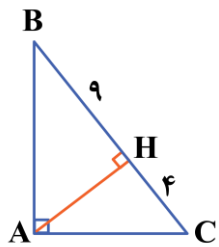


۲۷- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، $\hat{A} = 90^\circ$ فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر تا رأس C برابر ۴ و طول وتر برابر ۱۳ است. نسبت اضلاع قائم برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{13}$
- (۲) $1/5\sqrt{13}$
- (۳) ۲
- (۴) ۱/۵

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

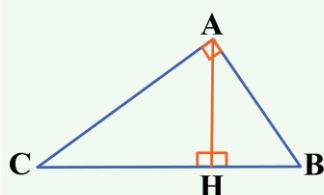


فرض کنید AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC، $\hat{A} = 90^\circ$ و $CH = 4$ باشد، چون $BC = 13$ ، پس $BH = 9$ است.

اکنون با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13} \\ AC^2 &= CH \times BC = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{2} = 1/5$$

مثلث قائم‌الزاویه چی می‌گه؟



اگر AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC باشد، می‌توان گفت: $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{BH}{CH}}$

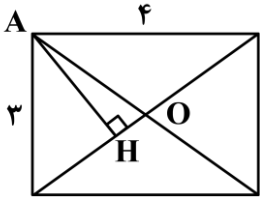
اثبات رابطه فوق به عنوان تمرین به شما واگذار می‌شود. (اگه به راه حل سؤال دقت کنی

اثباتش همونجا هم هست. 😊)



۲۸- در مستطیل روبه‌رو، مساحت مثلث OAH برابر کدام است؟

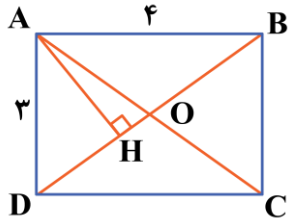
- / ۴۸ (۱)
- / ۵۶ (۲)
- / ۷۲ (۳)
- / ۸۴ (۴)



(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

روش اول



در مستطیل، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.

$$OD = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{3^2 + 4^2}}{2} = \frac{5}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

$$\triangle ABD: AH \times BD = AB \times AD \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\triangle ABD: AD^2 = DH \times BD \Rightarrow 9 = DH \times 5 \Rightarrow DH = \frac{9}{5} \Rightarrow OH = OD - DH \Rightarrow OH = \frac{5}{2} - \frac{9}{5} = \frac{7}{10}$$

بنابراین:

$$S_{\triangle OAH} = \frac{1}{2} AH \times OH = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{84}{100} = 0.84$$

روش دوم

$$BD^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow BD = 5$$

به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABD داریم:

$$OA = \frac{5}{2} = 2.5$$

با توجه به این که در مستطیل قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند، داریم:

$$AH \times BD = AB \times AD \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

از طرفی:

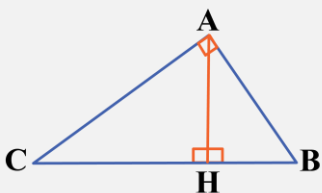
بنابراین:

$$\triangle AHO: OH^2 = OA^2 - AH^2 \Rightarrow OH^2 = 2.5^2 - 2.4^2 = \underbrace{(2.5 - 2.4)}_{0.1} \underbrace{(2.5 + 2.4)}_{4.9} \Rightarrow OH^2 = 0.49 \Rightarrow OH = 0.7$$

$$S_{\triangle OAH} = \frac{AH \times OH}{2} = \frac{2.4 \times 0.7}{2} = 0.84$$

پس مساحت مثلث OAH برابر است با:

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه



۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۲) $AH \times BC = AB \times AC$

۳) $AH^2 = BH \times HC$

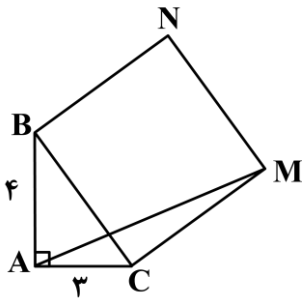
۴) $AB^2 = BH \times BC$

۵) $AC^2 = CH \times BC$

۶) $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{BH}{CH}}$ (نتیجه ۴ و ۵)



۲۹- در شکل مقابل، چهارضلعی BCMN مربع و مثلث ABC قائم الزاویه است. اندازه AM برابر کدام است؟

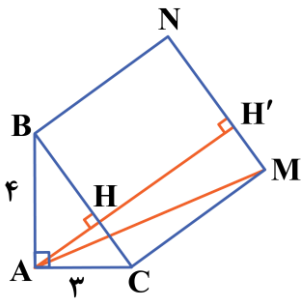


- (۱) $\sqrt{56}$
- (۲) $\sqrt{57}$
- (۳) $\sqrt{58}$
- (۴) $\sqrt{59}$

(سخت - مفهومی - زمان بر) - هندسه ۱ صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

در مثلث قائم الزاویه ABC ارتفاع وارد بر وتر یعنی AH را رسم کرده و امتداد می دهیم تا در نقطه H' بر ضلع MN از مربع BCMN عمود شود، با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه می نویسیم:



$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$\triangle ABC: AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 3^2 = CH \times 5 \Rightarrow CH = \frac{9}{5}$$

$$\triangle ABC: AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

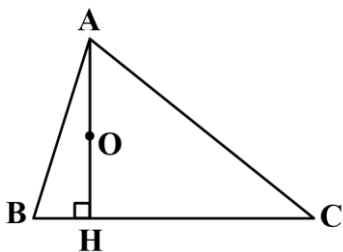
از طرف دیگر چهارضلعی MCHH' مستطیل است، پس $HH' = MC = BC = 5$ و در نتیجه

$$MH' = CH = \frac{9}{5} \text{ و } AH' = AH + HH' = \frac{12}{5} + 5 = \frac{37}{5}$$

$$\triangle AH'M: AM^2 = AH'^2 + MH'^2 = \left(\frac{37}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{1369}{25} + \frac{81}{25} = \frac{1450}{25} = 58 \Rightarrow AM = \sqrt{58}$$



۳۰- در مثلث ABC، نقطه تلاقی ارتفاع های مثلث است. اگر $OA = 5$ ، $OH = 4$ و $CH = 12$ باشد، آن گاه مساحت مثلث ABH برابر



کدام است؟

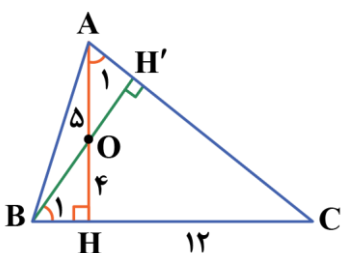
- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۳
- (۳) $12/5$
- (۴) $13/5$

(سخت - ترکیبی - زمان بر) - هندسه ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

O نقطه تلاقی ارتفاع های مثلث ABC است، پس اگر از B به O وصل کرده و امتداد دهیم، ارتفاع وارد بر ضلع AC ایجاد می شود، پس:



$$\left. \begin{aligned} \triangle AHC: \hat{H} = 90^\circ &\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C} = 90^\circ \\ \triangle BH'C: \hat{H}' = 90^\circ &\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle OBH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{OH}{CH} \Rightarrow \frac{BH}{9} = \frac{4}{12} \Rightarrow BH = 3$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} BH \times AH = \frac{1}{2} (3)(9) = \frac{27}{2} = 13.5$$

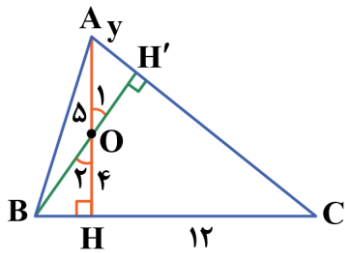
در نتیجه:

روش دوم

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = 9^2 + 12^2 \Rightarrow AC = 15$$

به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle AHC$ داریم:

مثلث‌های $\triangle AHC$ و $\triangle OAH'$ به حالت برابری ۲ زاویه متشابه‌اند، ببینید:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{H} = \hat{H}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAH' \sim \triangle AHC \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{OA}{AC} \Rightarrow \frac{y}{9} = \frac{5}{15} \Rightarrow y = 3 \Rightarrow H'C = 12$$

از طرفی:

$$\triangle OAH' \Rightarrow OH'^2 = OA^2 - AH'^2 \Rightarrow OH'^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow OH' = 4$$

مثلث‌های $\triangle OBH$ و $\triangle OAH'$ بنابر حالت (ضض) هم‌نهشتند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OH' = OH = 4 \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضض)}} \triangle OAH' \cong \triangle OBH \xrightarrow{\text{تساوی اجزای نظیر}} \begin{cases} OA = OB = 5 \\ BH = AH' = 3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$S_{\triangle ABH} = \frac{BH \times AH}{2} = \frac{3 \times 9}{2} = 13.5$$





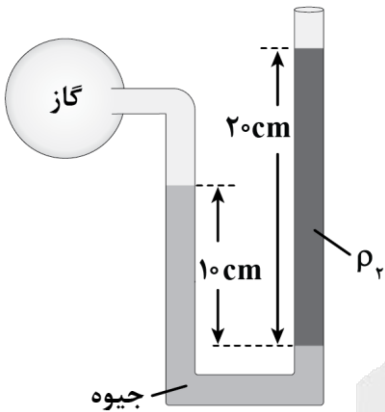
ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان (از فشارسنج شاره‌ها تا قبل از کار و انرژی جنبشی)
صفحه‌های ۳۸ تا ۶۰

بودجه‌بندی
این آزمون

در مجموع ۱ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
سهم در کنکور

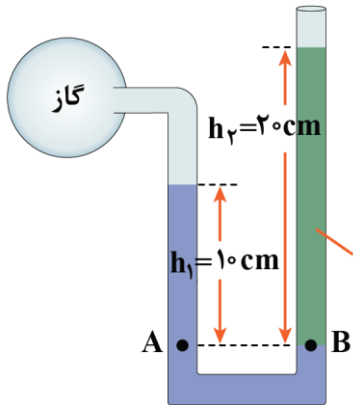
۳۱- در شکل زیر، درون لوله U شکل، جیوه با چگالی $\rho_1 = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ و مایعی با چگالی نامعلوم ρ_2 در حال تعادل قرار دارند. اگر

فشار هوا $100 kPa$ و فشار مخزن گاز $88 kPa$ باشد، ρ_2 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۰/۶
- (۲) ۰/۸
- (۳) ۶۰۰
- (۴) ۸۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲



با در نظر گرفتن دو نقطه هم‌تراز A و B و با توجه به هم‌فشاربودن نقاط هم‌تراز در یک شاره ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{گاز}} = \rho_2 g h_2 + P$$

$$\Rightarrow 13/6 \times 10^3 \times 10 \times 0/1 + 88 \times 10^3 = \rho_2 \times 10 \times 0/2 + 10^5$$

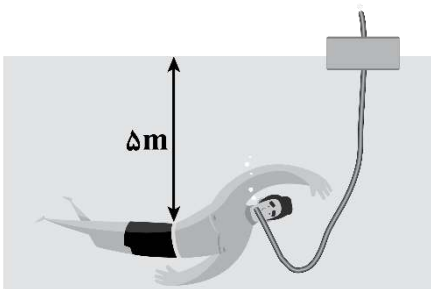
$$\Rightarrow 136000 + 88000 = 2\rho_2 + 100000$$

$$\Rightarrow 2\rho_2 = 16000 \Rightarrow \rho_2 = 8000 \frac{kg}{m^3} = 0/8 \frac{g}{cm^3}$$

برگرفته از تمرین ۱۳ پایان فصل کتاب درسی



۳۲- در شکل زیر، غواص با قراردادن یک سر لوله‌ای در دهان خود، درحالی‌که سر دیگر آن از آب بیرون است، نفس می‌کشد. در عمق ۵m از سطح آب، اختلاف فشار درون ریه غواص با فشار وارد بر قفسه سینه او چند کیلوپاسکال است؟



$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$$

- (۱) ۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۱۰۵
- (۴) ۱۵۰

چون هوای درون ریه از طریق لوله با هوای بیرون ارتباط دارد، فشار هوای درون ریه، همان فشار جو است:

$$P_1 = P_0$$

فشار وارد بر قفسه سینه غواص همان فشار در عمق آب است:

$$P_2 = \rho gh + P_0$$

اختلاف فشار درون ریه غواص با فشار وارد بر قفسه سینه او برابر است با:

$$P_2 - P_1 = (\rho gh + P_0) - P_0$$

$$\Rightarrow P_2 - P_1 = \rho gh$$

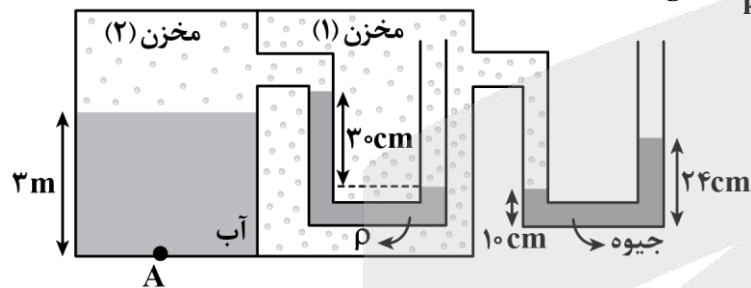
$$\Rightarrow P_2 - P_1 = 1 \times 10^3 \times 10 \times 5 = 50 \times 10^3 \text{ Pa} = 50 \text{ kPa}$$

برگرفته از تمرین ۱۲ پایان فصل کتاب درسی



۳۳- در شکل زیر، فشار هوای محیط 76 cmHg و فشار کل در نقطه A برابر با 150 kPa است. چگالی ρ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$



۰/۶ (۱)

۰/۷ (۲)

۰/۸ (۳)

۰/۹ (۴)

گام اول

فشار گاز مخزن (۲) را محاسبه می‌کنیم:

$$P_A = P_2 + (\rho gh)_{\text{آب}} \Rightarrow 150 \times 10^3 = P_2 + 1000 \times 10 \times 3 \Rightarrow P_2 = 120 \times 10^3 \text{ Pa}$$

گام دوم

با توجه به شکل، نقاط C و D هم‌تراز هستند، پس:

$$P_C = P_D$$

$$\Rightarrow P_1 = P_0 + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = 76 \text{ cmHg} + (24 - 10) \text{ cmHg}$$

$$\Rightarrow P_1 = 90 \text{ cmHg}$$

$$\frac{\text{cmHg} \times 1360}{\text{Pa}} \rightarrow P_1 = 90 \times 1360 = 122400 \text{ Pa}$$

گام آخر

نقاط A و B هم‌تراز هستند، پس:

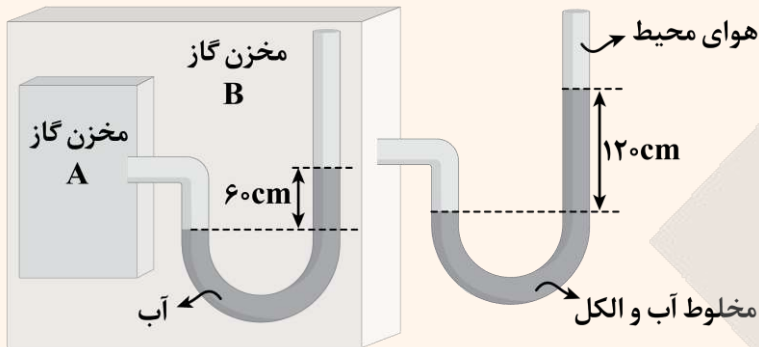
$$P_A = P_B \Rightarrow P_2 + (\rho gh)_{\text{مایع}} = P_1 \Rightarrow 120000 + \rho \times 10 \times \frac{3}{10} = 122400 \Rightarrow 3\rho = 2400 \Rightarrow \rho = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

مانومترهای تودرتو

گاهی اوقات دو مخزن گاز توسط یک لوله U شکل به هم مرتبط می‌شوند و یکی از مخازن توسط یک لوله U شکل با هوای محیط مرتبط می‌شود. در این صورت برای هرکدام از لوله‌های U شکل قانون برابری فشار در نقاط هم‌تراز را می‌نویسیم تا مجهول مسئله به دست آید.

یه نمونه باحال

در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای مخزن A برابر ۱۶۲bar است و مجموعه در حالت تعادل قرار دارد. چند درصد از حجم مخلوط آب و الکل را الکل تشکیل داده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\rho_{\text{الکل}} = 1/25 \rho_{\text{آب}}$ ، $1 \text{ bar} \approx 10^5 \text{ Pa}$ و از تداخل حجمی دو مایع صرف نظر شود).



- ۲۵ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۶۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

گام اول: فشار گاز مخزن A برابر مجموع فشار گاز مخزن B و فشار ۶۰cm ستون آب است؛ بنابراین داریم:

$$P_A = P_B + (\rho g h)_{\text{آب}} \Rightarrow 0/162 \times 10^5 = P_B + 10000 \times 10 \times 0/6$$

$$\Rightarrow 16200 = P_B + 6000 \Rightarrow P_B = 10200 \text{ Pa}$$

دقت کنید فشار به دست آمده، فشار پیمانه‌ای مخزن B است.

گام دوم: فشار پیمانه‌ای مخزن B برابر فشار ۱۲۰cm ستون مخلوط است؛ بنابراین داریم:

$$P_B = \rho_{\text{مخلوط}} g h \Rightarrow 10200 = \rho_{\text{مخلوط}} \times 10 \times 1/2$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0/85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام سوم: درصد حجم الکل در مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \Rightarrow 0/85 = \frac{V_{\text{آب}} + 0/18 V_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow 0/85 V_{\text{آب}} + 0/85 V_{\text{الکل}} = V_{\text{آب}} + 0/18 V_{\text{الکل}}$$

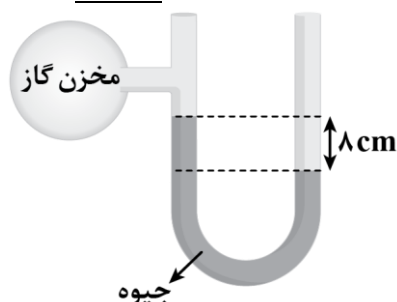
$$\Rightarrow 0/15 V_{\text{آب}} = 0/05 V_{\text{الکل}} \Rightarrow V_{\text{الکل}} = 3 V_{\text{آب}}$$

حجم الکل ۳ برابر حجم آب است، یعنی $\frac{3}{4}$ کل حجم مخلوط را الکل تشکیل داده که معادل ۷۵ درصد است.

پاسخ: گزینه ۳



۳۴- مطابق شکل زیر، کنار دریای آزاد، توسط یک فشارسنج، فشار گاز درون یک مخزن را اندازه گرفته ایم. کدام گزینه نادرست است؟ ($P_0 = 76 \text{ cmHg}$)



(۱) نام این فشارسنج، مانومتر است که برای اندازه‌گیری فشار یک شاره محصور استفاده می‌شود.

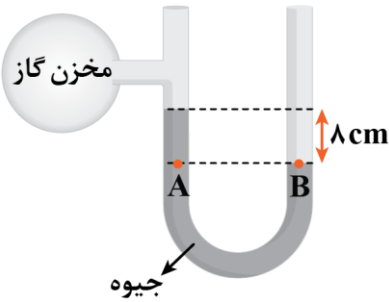
(۲) فشار گاز مخزن ۸۴cmHg است.

(۳) فشار پیمانه‌ای گاز مخزن -۸cmHg است.

(۴) اگر فشار گاز مخزن از فشار جو، بیش‌تر شود، فشارسنج عددی مثبت را نشان می‌دهد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) شکل داده شده در سؤال، یک مانومتر (فشارسنج شاره) را نشان می‌دهد که برای اندازه‌گیری فشار یک شاره محصور استفاده می‌شود. (✓)



با توجه به شکل، دو نقطه A و B هم‌تراز هستند، پس فشار در این نقاط باهم برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + h \text{ cmHg} = P_0 \xrightarrow{P_0 = 76 \text{ cmHg}}$$

$$P_{\text{گاز}} + h \text{ cmHg} = 76 \text{ cmHg} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 68 \text{ cmHg}$$

پس فشار گاز مخزن 68 cmHg است. (✗)

۲) با توجه به شکل سؤال، فشار گاز مخزن به اندازه $h \text{ cmHg}$ کمتر از فشار جو است، پس فشار پیمانه‌ای گاز مخزن $-h \text{ cmHg}$ است. (✓)

$$P_g = P - P_0 \xrightarrow{P > P_0} P_g > 0 \quad (\checkmark)$$

تذکر!

لطفاً در این سؤال به چند نکته دقت کنید:

۱- فشار پیمانه‌ای با فشار (فشار کل یا فشار مطلق) تفاوت دارد.

۲- فشار پیمانه‌ای می‌تواند منفی هم باشد ولی فشار یک شاره هرگز منفی نمی‌شود و کم‌ترین حالت آن در خلأ است که فشار، صفر می‌شود.

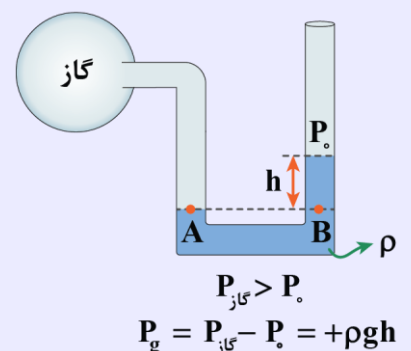
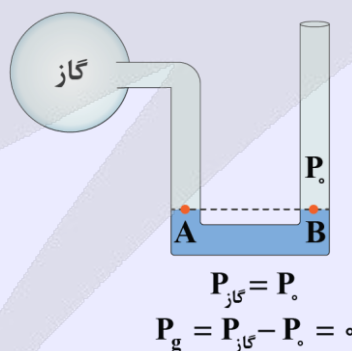
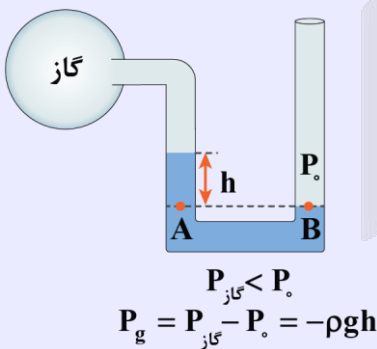
۳- تمامی فشارسنج‌ها، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند.

فشار پیمانه‌ای

به اختلاف فشار مطلق (فشار یک نقطه از گاز یا مایع) با فشار هوا، فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود و آن را با نماد P_g نمایش می‌دهند:

$$P_g = P_{\text{مطلق}} - P_0$$

با توجه به تعریف بالا، فشار پیمانه‌ای می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد که در ادامه هر سه حالت را برای فشار پیمانه‌ای گاز در مانومتر بررسی می‌کنیم:



در تمام این سه شکل، از برابری فشار در نقاط A و B استفاده شده و فشار پیمانه‌ای گاز محبوس در مخزن به دست آمده است.

نکته

عددی که فشارسنج‌ها نشان می‌دهند، فشار پیمانه‌ای است، یعنی فشارسنج‌ها اختلاف فشار مطلق با فشار هوا را نشان می‌دهند، پس فشارسنج‌های پزشکی و صنعتی (مانومتر، بوردون و ...) فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند (نه فشار مطلق را).

✓ هنگام اندازه‌گیری فشارخون یا فشار هوای درون تایر، فشار پیمانه‌ای نشان داده می‌شود. به عنوان مثال اگر فشارسنج، فشار هوای درون یک تایر را $2/4 P_0$ نشان دهد، فشار کل آن $3/4 P_0$ است.

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{گاز}} - P_0 \Rightarrow 2/4 P_0 = P_{\text{گاز}} - P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 3/4 P_0$$

یه نمونه باحال

در چه عمقی از آب دریا فشار پیمانه‌ای برابر با $9/5 \times 10^5 \text{ Pa}$ است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

پاسخ تشریحی:

فشار کل در عمق h از یک مایع برابر است با:

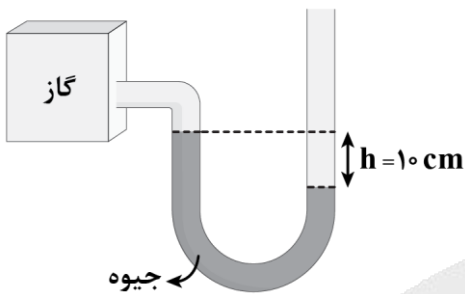
$$P_{\text{کل}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow P_{\text{کل}} - P_0 = \rho gh \Rightarrow P_g = \rho gh$$

پس فشار پیمانه‌ای در عمق h همان فشار حاصل از مایع (ρgh) است. حال کافی است در این عبارت عددگذاری کنیم:

$$9/5 \times 10^5 = 10000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 95 \text{ m}$$



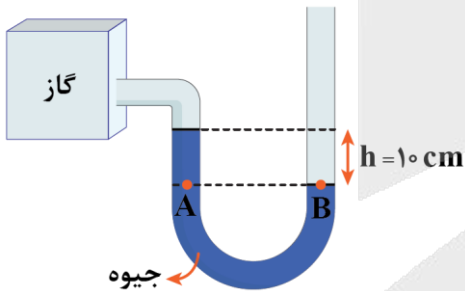
۳۵- اگر فشار هوا 70 cmHg باشد، با توجه به شکل، فشار مخزن گاز چند کیلوپاسکال است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



- ۱) ۱۳۶
- ۲) ۹۵/۲
- ۳) ۸۱/۶
- ۴) ۱۰۸/۸

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳



فشار هوا برحسب cmHg بیان شده است و مایع درون فشارسنج نیز جیوه است؛ بنابراین به راحتی می‌توانیم فشار مخزن گاز ($P_{\text{گاز}}$) را برحسب cmHg به دست آوریم و سپس به kPa تبدیل کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = 70 - 10 = 60 \text{ cmHg}$$

با توجه به این که در صورت سؤال، چگالی جیوه $13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ داده شده است، می‌توان نوشت:

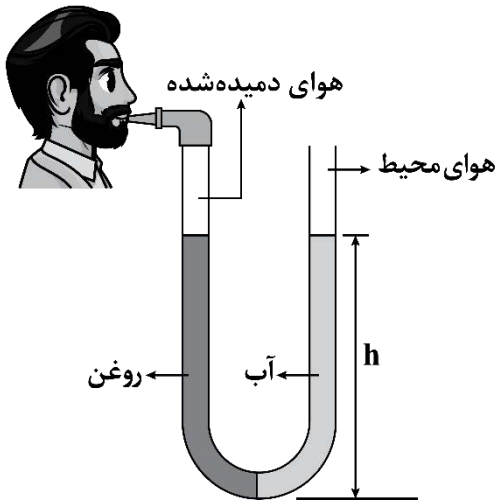
$$\text{cmHg} \xrightarrow{\times 1360} \text{Pa}$$

$$P_{\text{گاز}} = 60 \text{ cmHg} = 60 \times 1360 = 81600 \text{ Pa} = 81/6 \text{ kPa}$$



۳۶- لوله U شکلی را در نظر بگیرید که محتوی حجم مساوی از آب و روغن است (شکل زیر). اگر فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخص

۱cmHg باشد، ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{روغن}} = 0.83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



- (۱) ۴۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۸۰
- (۴) ۱۰۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۵۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

حجم آب و روغن، مساوی است؛ بنابراین ارتفاع روغن نیز برابر h است. در مرز دو مایع، فشار از سمت چپ برابر با فشار از سمت راست است، پس:

$$P_{\text{ریه}} + \rho_{\text{روغن}}gh = P_0 + \rho_{\text{آب}}gh \Rightarrow \underbrace{P_{\text{ریه}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای ریه شخص}} = \rho_{\text{آب}}gh - \rho_{\text{روغن}}gh$$

$$\Rightarrow P_g = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}})gh$$

چون در صورت سؤال فشار پیمانه‌ای هوای درون ریه شخص را بر حسب cmHg به ما داده است، پس P_g را با فشار ناشی از ۱cm جیوه، یعنی $gh_{\text{جیوه}}$ برابر قرار می‌دهیم:

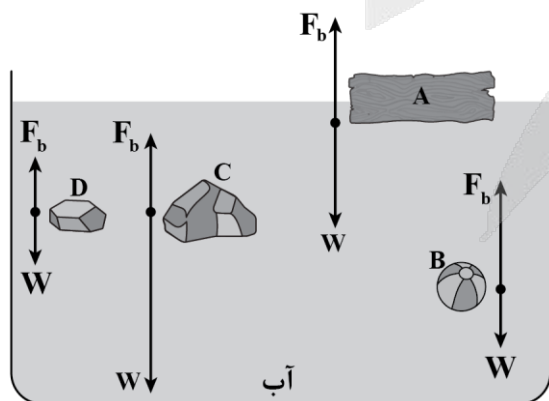
$$\rho_{\text{جیوه}}gh_{\text{جیوه}} = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}})gh$$

$$\Rightarrow 13.6 \times 1 = (1 - 0.83) \times h \Rightarrow h = \frac{13.6}{0.17} = 80 \text{ cm}$$

برگرفته از تمرین ۱۵ پایان فصل کتاب درسی



۳۷- در شکل زیر، نیروی شناوری F_b و نیروی وزن W وارد بر چند جسم نشان داده شده است. کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) چگالی جسم A کم‌تر از چگالی آب است.
- (۲) چگالی جسم C کم‌تر از چگالی جسم B است.
- (۳) وضعیت جسم D با واژه «غوطه‌وری» توصیف می‌شود.
- (۴) وضعیت جسم B با واژه «بالارفتن» توصیف می‌شود.

در جدول زیر، وضعیت تمامی اجسام بررسی شده است:

جسم	مقایسه نیروها	نیروی خالص	وضعیت جسم	مقایسه چگالی جسم و آب
A	$F_b = W$	$F_{net} = 0$	شناوری	$\rho_A < \rho_{\text{آب}}$
B	$F_b > W$	نیروی خالص به سمت بالا	بالارفتن	$\rho_B < \rho_{\text{آب}}$
C	$F_b < W$	نیروی خالص به سمت پایین	فرورفتن	$\rho_C > \rho_{\text{آب}}$
D	$F_b = W$	$F_{net} = 0$	غوطه‌وری	$\rho_D = \rho_{\text{آب}}$

با توجه به جدول، گزینه (۲) نادرست است:

$\rho_C > \rho_B$

در بحث شناوری جسم درون شاره (مایع یا گاز) دو موضوع مهم است:

- تشخیص نحوه قرارگرفتن جسم توسط مقایسه چگالی جسم و شاره.
- مقایسه نیروی شناوری و وزن مایع در هر حالت. این دو موضوع را در ۵ حالت می‌توانید در جدول زیر ببینید:

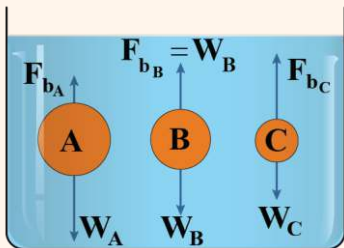
شکل	مقایسه چگالی‌ها	مقایسه نیروی وزن و نیروی شناوری	توضیح نحوه قرارگیری جسم	وضعیت جسم
	$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$	$F_b = mg$	بخشی از جسم درون مایع و بخشی بیرون مایع است.	شناوری
	$\rho_{\text{شاره}} > \rho_{\text{جسم}}$	$F_b < mg$	تمام جسم درون مایع است و جسم در حال پایین‌رفتن است.	پایین‌رفتن
	$\rho_{\text{شاره}} = \rho_{\text{جسم}}$	$F_b = mg$	تمام جسم درون مایع است و جسم در میان مایع ساکن است.	غوطه‌وری
	$\rho_{\text{شاره}} < \rho_{\text{جسم}}$	$F_b > mg$	تمام جسم درون مایع است و جسم در حال حرکت به سمت بالا است.	بالارفتن
	$\rho_{\text{شاره}} > \rho_{\text{جسم}}$	$F_b = mg - F_N \Rightarrow F_b < mg$	جسم در تماس با کف ظرف است.	ته‌نشینی

نکته

اگر جسمی به طور کامل داخل مایعی قرار داشته باشد و نیروی شناوری با وزن جسم برابر باشد، جسم داخل مایع، غوطه‌ور می‌ماند. اگر نیروی شناوری بیشتر از وزن جسم باشد، جسم، رو به بالا حرکت می‌کند تا در سطح مایع، شناور شود و اگر نیروی شناوری کمتر از وزن جسم باشد، جسم در مایع فرو رفته تا ته‌نشین شود.

به نمونه باحال

در شکل زیر، نیروی شناوری F_b و نیروی وزن W وارد بر چند جسم نشان داده شده است. کدامیک از عبارتهای زیر صحیح هستند؟
 الف: چون نیروی شناوری وارد بر جسم A از وزن آن کمتر است، چگالی جسم A از چگالی مایع کمتر است.
 ب: چون نیروی شناوری وارد بر جسم A از وزن آن کمتر است، چگالی جسم A از چگالی مایع بیشتر است.
 پ: چون نیروی شناوری وارد بر جسم C از وزن آن بیشتر است، چگالی جسم C از چگالی مایع بیشتر است.
 ت: چون نیروی شناوری وارد بر جسم C از وزن آن بیشتر است، چگالی جسم C از چگالی مایع کمتر است.
 ث: جسم B درون مایع غوطه‌ور می‌ماند.



- ۱) «الف» و «پ» و «ت»
- ۲) «الف» و «ت» و «ث»
- ۳) «ب» و «پ» و «ث»
- ۴) «ب» و «ت» و «ث»

پاسخ تشریحی:

چون وزن جسم A از نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است، جسم در مایع فرورفته و ته‌نشین می‌شود، در نتیجه:

$\rho_A > \rho_{\text{مایع}}$

چون نیروی شناوری وارد بر جسم C از وزن آن بیشتر است، جسم رو به بالا حرکت می‌کند تا در سطح مایع، شناور شود، در نتیجه:

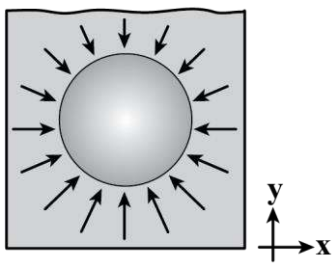
$\rho_C < \rho_{\text{مایع}}$

و چون نیروی شناوری وارد بر جسم B با وزن آن برابر است، جسم B در مایع، غوطه‌ور می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۴



۳۸- در شکل زیر، نیروهای ناشی از فشار وارد بر گلوله‌ای که درون یک ظرف مایع قرار دارد، رسم شده است. چه تعداد از عبارتهای زیر الزاماً درست است؟



- ۱ (۴)
- ۲ (۳)
- ۳ (۲)
- ۴ (۱)

الف - نیروی شناوری وارد بر گلوله به سمت بالا است.

ب - برآیند نیروهای ناشی از فشار وارد بر گلوله در راستای افق (محور x) صفر است.

ج - وضعیت کنونی گلوله را می‌توان با واژه «بالارفتن» توصیف کرد.

د - چگالی گلوله کمتر از چگالی مایع است.

(متوسط - مفهومی/خطبه‌خط کتاب درسی - سریع ۶ - صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارتهای «الف» و «ب» الزاماً درست هستند.

بررسی موارد:

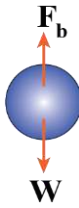


بیگان‌ها نشان می‌دهند که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم، به دلیل افزایش عمق، در زیر آن بزرگ‌تر هستند به همین دلیل نیروی خالص وارد بر گلوله (نیروی شناوری) به سمت بالا می‌باشد. (✓)



چون نیروی خالص ناشی از فشار وارد بر جسم (نیروی شناوری) همواره به سمت بالا است، پس این نیرو در راستای افق، مؤلفه‌ای ندارد. (✓)

بر گلوله دو نیروی وزن (W) و شناوری (F_b) وارد می‌شود. با توجه به این که با اطلاعات مسئله مقایسه بین F_b و W امکان پذیر نیست به همین دلیل وضعیت نهایی جسم نامشخص است. (*)



ابو

۳۹- جسم A در آب فرو می‌رود و جسم B بر روی روغن، شناور می‌ماند. اگر جسم A را داخل روغن و جسم B را داخل آب قرار دهیم،

به ترتیب از راست به چپ چه اتفاقی می‌افتد؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{روغن}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

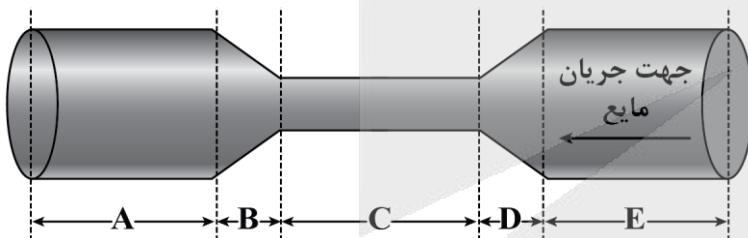
- (۱) فرو می‌رود، فرو می‌رود. (۲) شناور می‌ماند، فرو می‌رود.
(۳) شناور می‌ماند، شناور می‌ماند. (۴) فرو می‌رود، شناور می‌ماند.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲)

با توجه به این که جسم A در آب فرو می‌رود، درمی‌یابیم چگالی جسم A از چگالی آب بیشتر است؛ پس چگالی جسم A از چگالی روغن نیز بیشتر است؛ بنابراین جسم A در روغن نیز فرو می‌رود. از طرفی با توجه به این که جسم B بر روی روغن شناور می‌ماند، درمی‌یابیم چگالی جسم B از چگالی روغن کم‌تر است؛ پس چگالی جسم B از چگالی آب نیز کم‌تر است؛ بنابراین جسم B بر روی آب نیز شناور می‌ماند.

ابو

۴۰- مطابق شکل زیر، آب درون لوله به صورت پایا از راست به چپ در جریان است. چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با شکل،



صحیح است؟

الف - تندی آب در قسمت‌های A و C ثابت است.

ب - فشار در قسمت C بیش‌تر از فشار در قسمت E است.

ج - تندی آب در قسمت D در حال افزایش است.

د - آهنگ شارش حجمی آب در قسمت B در حال افزایش است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۵۱ - ۱۰۰۲)

بررسی موارد نادرست:

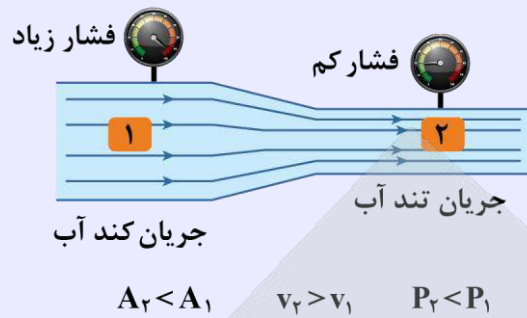
بنابر اصل برنولی، فشار با تندی رابطه عکس دارد. تندی در قسمت E کم‌تر از تندی در قسمت C است؛ بنابراین فشار در E بیش‌تر از فشار در C است. (*)

آهنگ شارش حجمی در حالت پایا در همه جای لوله یکسان است. (*)

برگرفته از تمرین ۱۷ پایان فصل کتاب درسی

اصل برنولی

«در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.»



آب با جریان لایه‌ای، در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت می‌کند. با کاهش سطح مقطع لوله، جریان آب تندتر می‌شود و فشار آن کاهش می‌یابد.

اصل برنولی برای شاره‌هایی (مایع‌ها و گازهایی) برقرار است که:

- ۱- حرکت لایه‌ای (غیرآشوبناک) و در امتداد افق دارند (روی خط راست حرکت می‌کنند).
- ۲- اصطکاک داخلی (چسبندگی یا گران‌روی) ندارند. در اصل برنولی فرض بر عدم اتلاف انرژی وجود دارد (اصل پایستگی انرژی مکانیکی).

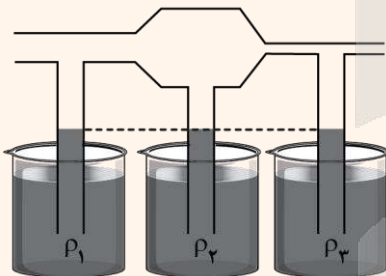
نکته

تندی با سطح مقطع و فشار، رابطه عکس دارد:

$$\downarrow A \propto \downarrow P \propto \frac{1}{v \uparrow}$$

یه نمونه باحال

مطابق شکل زیر، داخل لوله افقی، جریان هوا برقرار است. چگالی مایع‌های داخل سه ظرف در کدام گزینه درست مقایسه شده‌اند؟



- (۱) $\rho_1 > \rho_3 > \rho_2$
- (۲) $\rho_3 > \rho_1 > \rho_2$
- (۳) $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$
- (۴) $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

پاسخ تشریحی:

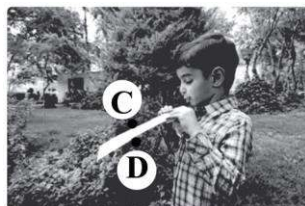
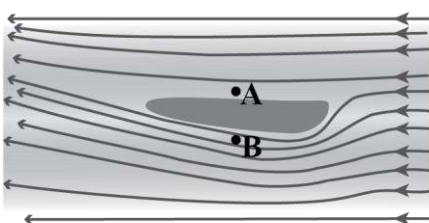
همان‌طور که گفتیم با افزایش تندی، فشار کاهش می‌یابد، پس بین دو ظرف (۱) و (۲) فشار بالای سر لوله ظرف (۱) کمتر است در حالی که ارتفاعی که مایعات در دو لوله بالا آمده‌اند، یکسان است، در نتیجه می‌توان گفت $\rho_1 > \rho_2$ اما فشار بالای سر لوله ظرف (۳) از همه کمتر است، زیرا تندی جریان هوا در آن از همه بیشتر است. از طرفی ارتفاع مایع داخل لوله آن با ارتفاع مایع داخل لوله‌های دیگر برابر است، پس چگالی آن باید از مایع دو ظرف دیگر بیشتر باشد.

$$\rho_3 > \rho_1 > \rho_2$$

پاسخ: گزینه ۲



۴۱- در شکل‌های زیر، کدام گزینه در مورد مقایسه فشار هوا و تندی جریان هوا در قسمت‌های مشخص شده درست است؟



- (۱) $P_A < P_B, v_C < v_D$
- (۲) $v_A < v_B, P_C > P_D$
- (۳) $P_A < P_B, v_C > v_D$
- (۴) $v_A < v_B, P_C < P_D$

شکل (۲): حرکت جسم کایت‌مانند درون هوا

شکل (۱): دمیدن در سطح بالای کاغذ

در شکل (۱) تندی جریان هوا در بالای کاغذ بیشتر از زیر آن است. با توجه به اصل برنولی، فشار هوا در بالای کاغذ کم‌تر از زیر آن است:

$$\begin{cases} v_C > v_D \\ P_C < P_D \end{cases}$$

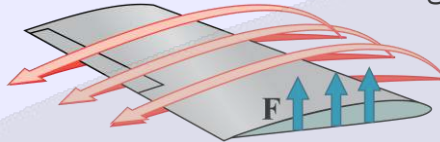
در شکل (۲) تندی هوا در زیر جسم بیشتر از تندی هوا در بالای جسم است در نتیجه فشار هوا در زیر جسم کم‌تر از فشار هوا در بالای جسم است. (جهت نیرو رو به پایین است):

$$\begin{cases} v_A < v_B \\ P_A > P_B \end{cases}$$

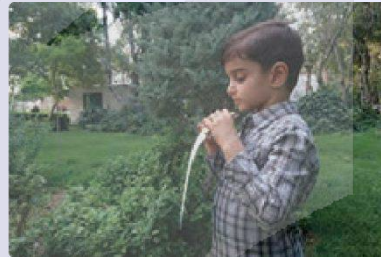
کاربردهایی از اصل برنولی

۱- ایجاد نیروی بالابری به بال‌های هواپیما

نحوه ساختن بال‌های هواپیما به نحوی است که تندی هوا در بالای بال، بیشتر از زیر آن است و در نتیجه فشار هوای بالای بال، کم‌تر از فشار هوای زیر آن است، به همین دلیل نیروی خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود که البته این نیروی بالابر که براساس اصل برنولی ایجاد می‌شود بخش کوچکی از نیروی بالابر هواپیما را تأمین می‌کند.



۲- وقتی یک ورقه کاغذ را جلوی دهانتان می‌گیرید و در سطح بالایی آن می‌دمید، تندی جریان هوا در بالای کاغذ بیشتر از زیر آن خواهد شد و با توجه به اصل برنولی فشار هوا در بالای کاغذ، کم‌تر از زیر آن شده و یک نیرویی به سمت بالا به کاغذ وارد می‌شود و آن را به سمت بالا حرکت می‌دهد.



۳- وقتی کامیون در حال حرکت است، فشار هوای روی پوشش برزنتی کاهش می‌یابد و در نتیجه هوای زیر پوشش برزنتی که فشار بیشتری دارد سبب پف کردن پوشش برزنتی به طرف بالا می‌شود.

پوشش برزنتی، صاف و تخت است.

پوشش برزنتی، پف کرده است.

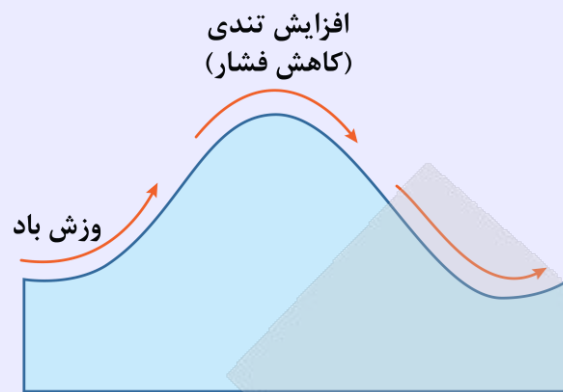


کامیون در حال حرکت

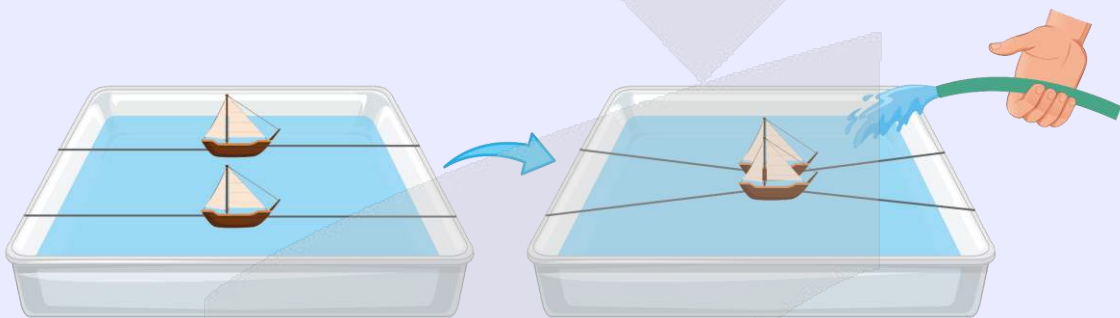


کامیون در حال توقف

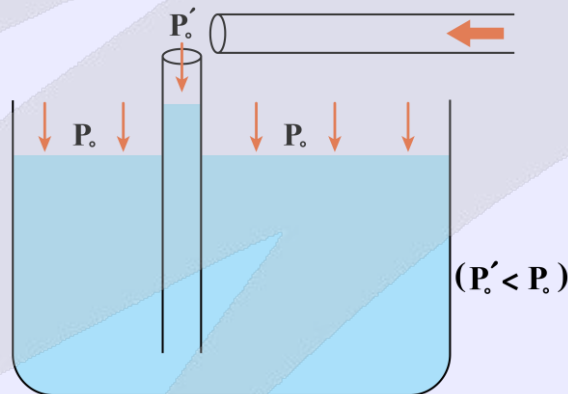
۴- در روزهایی که باد می‌وزد، به دلیل افزایش تندی جریان هوای سطح آب، فشار هوای سطح آب کاهش و در نتیجه ارتفاع موج‌های دریا یا اقیانوس بالاتر از ارتفاع میانگین می‌شود.



۵- مطابق شکل زیر، اگر جریان آبی را بین دو قایق اسباب‌بازی برقرار کنیم، فشار ناشی از آب در بین دو قایق کاهش یافته و فشار دو طرف قایق‌ها، سبب می‌شود که قایق‌ها به طرف هم کشیده شوند.

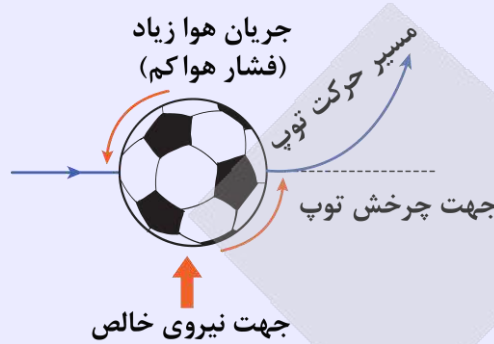


۶- مطابق شکل زیر، یک نی نوشابه را به‌طور عمودی درون ظرفی محتوی آب قرار داده‌ایم به طوری که ته نی با کف ظرف آب در تماس نباشد. اگر درون یک نی افقی به‌گونه‌ای بدمیم که جریان هوای خروجی درست از بالای سر نی عمودی بگذرد، تندی هوای بالای نی عمودی افزایش یافته و در نتیجه فشار هوای بالای نی عمودی کاهش می‌یابد و در نتیجه آب درون نی قائم بالا می‌رود.



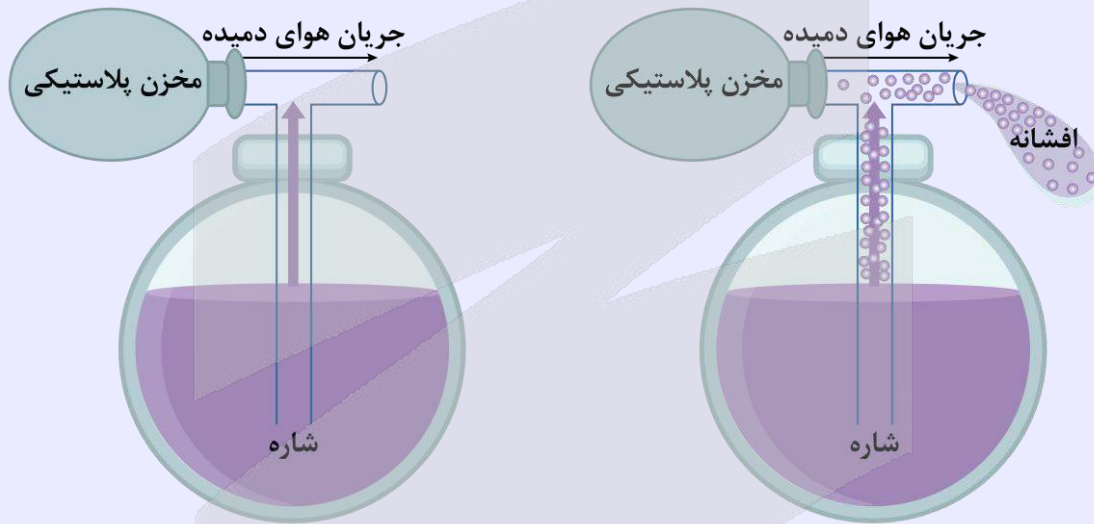
۷- حرکت کاتدار توپ فوتبال

در قسمت بالای توپ، جهت چرخش با جهت جریان هوا موافق است در نتیجه تندی هوا بیش تر شده و طبق اصل برنولی، فشار در این منطقه کاهش یافته و در قسمت پایین توپ، جهت چرخش توپ با جهت جریان هوا مخالف بوده و تندی هوا کم تر شده و باعث افزایش فشار در این قسمت می شود. در نتیجه یک نیروی خالص از منطقه پرفشار (قسمت پایین توپ) به منطقه کم فشار (سمت بالای توپ) وارد می شود و باعث انحراف توپ به سمت بالا می شود.



۸- سمپاش و شیشه عطر (افشانه عطر)

با فشار دادن مخزن پلاستیکی، جریان تند هوا در قسمت بالای لوله افزایش یافته و در نتیجه فشار کاهش می یابد. به این ترتیب فشار هوا به سطح عطر سبب بالا رفتن عطر از نی لوله عمودی شده و در نتیجه ایجاد اختلاف فشار قابل توجه، عطر به صورت قطرات ریز، پراکنده می شود.



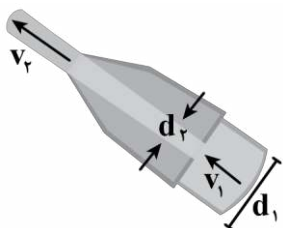
۹- خودروهای فرمول یک

عملکرد باله های این خودروها دقیقاً برعکس بال هواپیما است. این باله ها به گونه ای طراحی می شوند که تندی حرکت جریان هوا در زیر آن ها بیش تر باشد و در نتیجه فشار هوا در زیر باله ها کم تر از بالای آن ها خواهد شد؛ بنابراین نیروی خالص رو به پایین (down force) به باله وارد می شود. این نیرو باعث افزایش چسبندگی خودرو به زمین می شود و در نتیجه خودرو می تواند پیچ ها را با سرعت زیادی طی کند.



۴۲- شکل زیر، نمایی از شیر بسته شده به انتهای لوله آتش نشانی است. اگر قطر خروجی شیر ۲۰ درصد قطر قسمت ورودی آن باشد

و تندی خروج آب از شیر $108 \frac{km}{h}$ باشد، آب با چه تندی ای در SI از لوله وارد شیر شده است؟



- ۱) ۱/۲
- ۲) ۴/۳۲
- ۳) ۶
- ۴) ۱۹/۲

گام اول

نسبت قطر خروجی به ورودی شیر برابر است با:

$$d_2 = \frac{20}{100} d_1 \Rightarrow d_2 = \frac{2}{10} d_1 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{5}$$

گام آخر

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

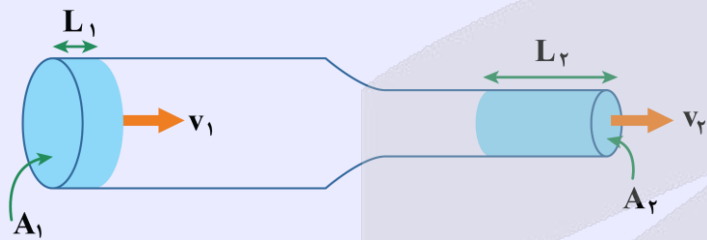
$$v_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3.6 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{30} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow v_1 = \frac{30}{25} = 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برگرفته از تمرین ۱۹ پایان فصل کتاب درسی

معادله پیوستگی

چنانچه شاره تراکمناپذیر، جریان لایه‌ای داشته و فاقد اصطکاک با دیواره لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت‌های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله پیوستگی می‌توان چنین نوشت:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- v_1 : تندى شاره در لوله (۱)
- v_2 : تندى شاره در لوله (۲)

- A_1 : سطح مقطع لوله (۱)
- A_2 : سطح مقطع لوله (۲)

اثبات

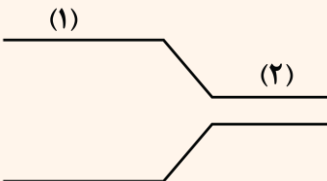
در شکل، شاره‌ای با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، در حرکت است. در حالت پایا (وقتی که آهنگ شارش شاره ثابت است) در مدت زمان معین، جرم یکسانی شاره، از هر سطح مقطع دلخواه لوله می‌گذرد، در نتیجه می‌توان معادله پیوستگی برای شاره تراکمناپذیر را به صورت زیر بیان کرد:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \xrightarrow{m=\rho V} \frac{\rho V_1}{\Delta t} = \frac{\rho V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{A_1 L_1}{\Delta t} = \frac{A_2 L_2}{\Delta t} \xrightarrow{v=\frac{L}{\Delta t}} A_1 v_1 = A_2 v_2$$

یه نمونه باحال

در شکل زیر، آب به‌طور پیوسته جاری است. اگر قطر قسمت (۱)، سه برابر قطر قسمت (۲) و تندى آب در قسمت (۲) معادل $\frac{13}{5} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد،

تندى آب در قسمت (۱) چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟



پاسخ تشریحی:

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4} d_1^2 \times v_1 = \frac{\pi}{4} d_2^2 \times v_2$$

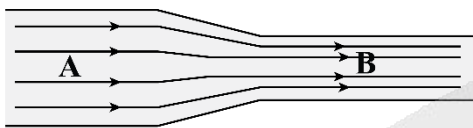
$$\frac{d_1 = 3d_2}{v_2 = 13/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \rightarrow (3d_2)^2 \times v_1 = d_2^2 \times 13/5$$

$$\Rightarrow 9v_1 = 13/5 \Rightarrow v_1 = 1/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



۴۳- در شکل زیر، سیال تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و قطر مقطع لوله در قسمت A سه برابر قطر مقطع قسمت B است. اگر آهنگ شارش حجمی سیال در مقطع A، $1800 \frac{\text{L}}{\text{min}}$ باشد، آهنگ شارش حجمی سیال در

مقطع B چند متر مکعب بر ثانیه است؟



- (۲) 10^{-2}
- (۴) 27×10^{-2}

- (۱) $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$
- (۳) 3×10^{-2}

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۴۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در یک سیال تراکم‌ناپذیر و در یک جریان لایه‌ای در لوله افقی، آهنگ شارش حجمی در همه مقاطع لوله یکسان است، پس:

$$R_B = R_A = 1800 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

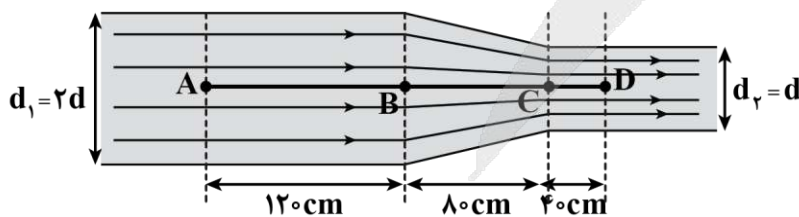
حال به روش زنجیره‌ای، آهنگ شارش حجمی را بر حسب $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ محاسبه می‌کنیم:

$$R_B = 1800 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \left(\frac{1 \text{m}^3}{10^3 \text{L}}\right) \times \left(\frac{1 \text{min}}{60 \text{s}}\right) = 3 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



۴۴- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است و قطر مقطع بزرگ لوله، ۲ برابر قطر مقطع کوچک لوله است. اختلاف تندی آب در نقاط A و D برابر با $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است. اگر یک ذره از شاره روی خط مستقیم در مدت ۱۷s از A به D برسد، تندی متوسط

این ذره در مسیر B تا C چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۳۰

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

قطر مقطع قسمت (۱)، دو برابر قطر مقطع قسمت (۲) است، پس:

$$A = \pi \frac{d^2}{4} \xrightarrow{d_1 = 2d_2} A_1 = 4A_2$$

معادله پیوستگی را برای مقاطع (۱) و (۲) می نویسیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A_1 = 4A_2} 4A_2 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = 4v_1$$

از طرفی اختلاف تندی در دو قسمت لوله $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است، پس:

$$v_2 - v_1 = 30 \xrightarrow{v_2 = 4v_1} 4v_1 - v_1 = 30 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 4v_1 = 4 \times 10 = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

رابطه تندی را نوشته و زمان حرکت شاره در مسیر AB و CD را به دست می آوریم:

$$v_{AB} = \frac{AB}{\Delta t_{AB}} \xrightarrow{v_{AB} = v_1 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, AB = 120 \text{cm}} 10 = \frac{120}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = 12 \text{s}$$

$$v_{CD} = \frac{CD}{\Delta t_{CD}} \xrightarrow{v_{CD} = v_2 = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, CD = 40 \text{cm}} 40 = \frac{40}{\Delta t_{CD}} \Rightarrow \Delta t_{CD} = 1 \text{s}$$

زمان کل حرکت شاره از A تا D برابر ۱۷s است، پس:

$$\Delta t_{AD} = \Delta t_{AB} + \Delta t_{BC} + \Delta t_{CD}$$

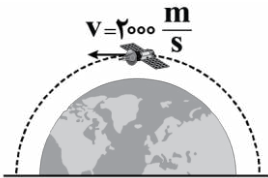
$$\Rightarrow 17 = 12 + \Delta t_{BC} + 1 \Rightarrow \Delta t_{BC} = 4 \text{s}$$

حال تندی متوسط ذره را در مسیر BC به دست می آوریم:

$$v_{BC} = \frac{BC}{\Delta t_{BC}} = \frac{80}{4} = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



۴۵- مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای با تندی ثابت $2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ دور زمین می چرخد. اگر انرژی جنبشی این ماهواره 400MJ باشد، جرم آن چند کیلوگرم است؟



(۲) 2×10^2

(۴) 4×10^5

(۱) 10^2

(۳) 4×10^2

با توجه به اطلاعات داده شده داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{K = 400 \text{MJ} = 4 \times 10^8 \text{J}, v = 2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} 4 \times 10^8 = \frac{1}{2} \times m \times (2 \times 10^3)^2$$

$$\Rightarrow m = 2 \times 10^2 \text{kg}$$

انرژی جنبشی

انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم.

برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

m : جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

K : انرژی جنبشی جسم بر حسب ژول (J)

v : تندی جسم بر حسب متر بر ثانیه $\left(\frac{m}{s}\right)$

$\left(\frac{m}{s}\right)$: تندی جسم بر حسب متر بر ثانیه

✓ انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای و نامنفی است که فاقد جهت است (انرژی جنبشی به جهت حرکت و یا جهت سرعت بستگی ندارد).

تبدیل یکاهای انرژی جنبشی:

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{km}{s} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{m}{s}$$

$$\frac{cm}{s} \xrightarrow{\times 10^{-2}} \frac{m}{s}$$

$$ton \xrightarrow{\times 10^3} kg$$

$$g \xrightarrow{\times 10^{-3}} kg$$

آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

اگر شهاب‌سنگی به جرم $2/1 \times 10^4$ kg با تندی $8 \frac{km}{s}$ به زمین برخورد کند، انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد، معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4/2 \times 10^9$ J است.)

۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۱۶۰ (۳) ۳۲۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

ابتدا انرژی جنبشی شهاب‌سنگ را بر حسب ژول به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 2/1 \times 32 \times 10^10 J$$

حالا با یک تناسب ساده، جرم TNT که در اثر انفجار می‌تواند این مقدار انرژی را ایجاد کند، به دست می‌آوریم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 J}{2/1 \times 32 \times 10^10 J} \mid \frac{1 ton}{m} \Rightarrow m = \frac{2/1 \times 32 \times 10^10}{4/2 \times 10^9} = 160 ton$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۶- جسمی بر روی یک مسیر مستقیم با سرعت v در حال حرکت است. اگر تندی این جسم ۳۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن $138 J$ افزایش می‌یابد. انرژی جنبشی نهایی جسم چند ژول می‌شود؟

۳۳۸ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۶۹ (۲)

۱۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۴ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ با توجه به ثابت ماندن جرم جسم داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_1 = K_2 - 138}{v_2 = v_1 + \frac{30}{100}v_1 = 1/37v_1 = 1/37v}} \frac{K_2}{K_2 - 138} = \left(\frac{1/37v}{v}\right)^2 = 1/69$$

$$\Rightarrow 1/69 K_2 - 1/69 \times 138 = K_2 \Rightarrow 0/69 K_2 = 1/69 \times 138 \Rightarrow K_2 = 1/69 \times 200 = 338 J$$

عوامل مؤثر بر انرژی جنبشی

✓ انرژی جنبشی با جرم جسم و مجذور تندی جسم، رابطه مستقیم دارد.

۱- هرچه جرم جسم بیشتر باشد، انرژی جنبشی بیشتری دارد.

$$K \propto m$$

۲- هرچه جسمی تندتر حرکت کند، انرژی جنبشی بیشتری دارد.

$$K \propto v^2$$

مقایسه انرژی جنبشی دو متحرک:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

✓ هنگامی که جسم ساکن باشد، انرژی جنبشی آن صفر است.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

راننده کامیونی با حذف مقداری بار، ۲۵ درصد جرم کامیون را کم کرده و همچنین ۲۰ درصد بر تندی حرکت آن افزوده است. با این عمل، انرژی جنبشی کامیون درصد می‌یابد.

- (۱) کاهش ۵ - (۲) افزایش ۵ - (۳) کاهش ۸ - (۴) افزایش ۸

پاسخ تشریحی:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{75}{100} \times \left(\frac{120}{100}\right)^2$$

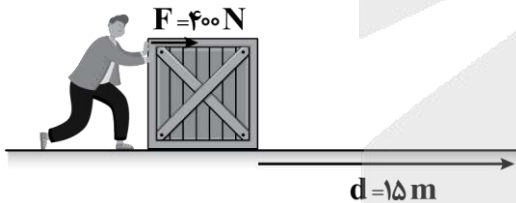
$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{3}{4} \times \frac{144}{100} = \frac{108}{100} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{108}{100} \xrightarrow{\text{به درصد}} 108\%$$

بنابراین انرژی جنبشی کامیون ۸ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴



۴۷- شکل زیر، کارگری را در حال هل دادن جعبه‌ای با نیروی ثابت ۴۰۰N نشان می‌دهد. اگر جعبه ۱۵m در امتداد نیرو جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط این نیرو چند کیلوژول است؟



- (۱) ۰/۴
(۲) ۰/۶
(۳) ۴
(۴) ۶

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۵۶ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

اندازه نیروی وارد شده به جعبه، ثابت و با جابه‌جایی جعبه هم‌جهت است، پس:

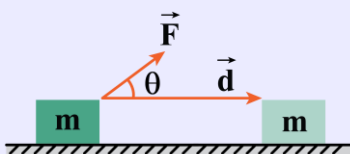
$$W_F = Fd \cos \theta = 400 \times 15 \times \cos 0^\circ = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

برگرفته از مثال ۲-۳ کتاب درسی

کار نیروی ثابت

کار، روشی برای انتقال انرژی از جسمی به جسم دیگر است.

اگر مطابق شکل زیر، بر جسمی نیروی ثابت \vec{F} وارد شود و جسم را جابه‌جا کند، کار انجام شده توسط این نیرو از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$W_F = Fd \cos \theta$$

F : اندازه نیرو بر حسب نیوتون (N)

W_F : کار نیروی \vec{F} بر حسب ژول (J)

θ : زاویه بین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی

d : اندازه جابه‌جایی بر حسب متر (m)

کار، کمیتی نردهای و فرعی است که یکای آن در SI، ژول (J) می باشد و داریم:

$$J \equiv N \cdot m \equiv \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

یه نمونه باحال

در چه صورتی می توان از رابطه $W = Fd$ برای محاسبه کار استفاده کرد؟

پاسخ تشریحی:

- ۱- نیروی ثابت وارد بر جسم با جابه جایی آن هم جهت باشد.
- ۲- بتوان جسم را مانند یک ذره فرض کرد.

یه نمونه باحال

بیماری به جرم ۷۵kg روی تختی به جرم ۱۵kg دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی \vec{F} روی سطحی هموار و بدون اصطکاک هل می دهد. مجموعه تخت و بیمار با شتاب $\frac{m}{s^2} / 6$ حرکت می کند. اگر تخت ۱۰m در جهت این نیرو جابه جا شود، کار انجام شده توسط نیروی \vec{F} چند ژول است؟

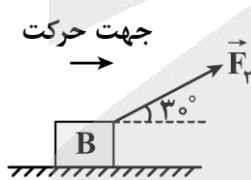
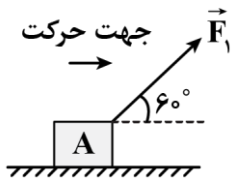
پاسخ تشریحی:

$$F = ma = (75 + 15) \times (0.6) \Rightarrow F = 54N$$

$$W = Fd = (54) \times (10) \Rightarrow W = 540J$$



۴۸- مطابق شکل های زیر، اگر جابه جایی جسم A، دو برابر جابه جایی جسم B و کار نیروی \vec{F}_1 بر روی جسم A با کار نیروی \vec{F}_2 بر روی جسم B یکسان باشد، نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ کدام است؟



$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

(آسان - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه $W = Fd \cos \theta$ می توانیم بنویسیم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W_1 = W_2 \Rightarrow F_1 d_1 \cos \theta_1 = F_2 d_2 \cos \theta_2$$

$$\Rightarrow F_1 \times 2d_2 \times \cos 60^\circ = F_2 \times d_2 \times \cos 30^\circ \Rightarrow F_1 \times 2 \times \frac{1}{2} = F_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

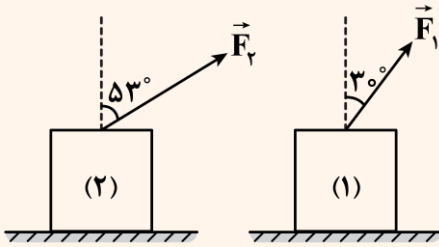
مقایسه کار

در فرمول های نسبتی کار پس از تشخیص درست زاویه بین \vec{F} و \vec{d} یعنی θ ، رابطه $W = Fd \cos \theta$ را به صورت زیر نوشته و تست را حل کنید:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

یه نمونه باحال

در شکل‌های زیر، کار انجام‌شده بر روی جسم (۱) در یک جابه‌جایی یکسان بر روی سطح افقی، دو برابر کار انجام‌شده بر روی جسم (۲) می‌باشد. $\frac{F_2}{F_1}$ کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$ ، $\cos 37^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و از اصطکاک صرف‌نظر شود).



- (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$
- (۴) $\frac{16}{5}$

- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$
- (۳) $\frac{5}{16}$

پاسخ تشریحی:

دقت کنید که در رابطه $W = Fd \cos \theta$ ، زاویه بین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی است. از آنجایی که جابه‌جایی در راستای افق انجام شده است، پس θ_1 و θ_2 متمم زوایای نشان داده‌شده در شکل هستند؛ یعنی: $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 37^\circ$ حالا رابطه $W = Fd \cos \theta$ را به صورت نسبتی می‌نویسیم و $\frac{F_2}{F_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_2}{F_1} \times 1 \times \frac{0.6}{0.8} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{5}{16}$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۹- مطابق شکل زیر، گلوله‌ای از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا بر روی گلوله در طول مسیر AB برابر با $-18J$ باشد، مسافت طی شده در مسیر AB چند متر است؟ (نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت و بزرگی آن برابر با $3N$ است.)



- (۲) ۶
- (۴) ۱۰

- (۱) ۴
- (۳) ۸

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۳)

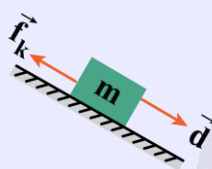
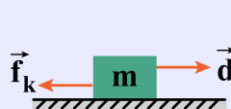
پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم کار نیروهای اتلافی مانند مقاومت هوا به مسیر حرکت بستگی دارد؛ بنابراین اگر طول مسیر حرکت d باشد، با توجه به این که در هر لحظه نیروی مقاومت هوا و جابه‌جایی در خلاف جهت یکدیگر هستند ($\theta = 180^\circ$) می‌توانیم بنویسیم:

$$W_{f_D} = -f_D d \Rightarrow -18 = -3 \times d \Rightarrow d = 6m$$

بررسی کار نیروی اصطکاک جنبشی

هرگاه جسم روی یک سطح ساکن حرکت کند، نیروی اصطکاک جنبشی و جابه‌جایی خلاف هم هستند.

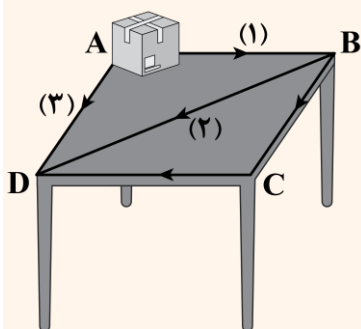


$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d$$

هر چه که طول مسیری که طی می‌شود، بیشتر باشد، اندازه کار نیروی اصطکاک هم بیشتر می‌شود.

یه نمونه باحال

جسمی مطابق شکل زیر، روی سطح یک میز قرار دارد. اگر این جسم توسط نیرویی که ما به آن وارد می‌کنیم با تندی ثابت در سه مسیر مختلف (۱) و (۲) و (۳) از نقطه A به D برسد، چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟



(مسیر (۱) = ABCD، مسیر (۲) = ABD، مسیر (۳) = AD)

الف: کار نیرویی که ما به جسم وارد می‌کنیم در هر سه مسیر برابر است.

ب: کار کل در هر سه مسیر برابر است.

پ: اندازه کار نیروی اصطکاک در مسیر (۲) کمتر از بقیه مسیرها است.

ت: نسبت کار نیرویی ما به کار نیروی اصطکاک $\frac{W_F}{W_{f_k}}$ در هر سه مسیر برابر یک است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که مسیر (۱) طولانی‌ترین مسیر است، اندازه کار نیروی اصطکاک در این مسیر بیش‌تر است.

$$|W_{f_{k1}}| > |W_{f_{k2}}| > |W_{f_{k3}}| \quad (۱)$$

چون تندی ثابت است، کار کل صفر است.

$$W_{F1} + W_{f_{k1}} = W_{F2} + W_{f_{k2}} = W_{F3} + W_{f_{k3}} = 0 \quad (۲)$$

با توجه به موارد (۱) و (۲) می‌توان گفت:

$$W_{F1} > W_{F2} > W_{F3}$$

در نتیجه عبارتهای «الف» و «پ» نادرست و عبارت «ب» صحیح است.

در هر سه مسیر کار کل، صفر است، یعنی:

$$W_t = W_F + W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_F = -W_{f_k} \Rightarrow \frac{W_F}{W_{f_k}} = -1$$

در نتیجه عبارت «ت» هم نادرست است.

پاسخ: گزینه ۱



۵۰- به یک جسم ساکن بر روی یک صفحه افقی، سه نیرو به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند و جسم شروع به حرکت کرده و روی سطح

به اندازه $1/5 \text{ m}$ جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروها بر روی جسم در این جابه‌جایی برابر با 100 J ، 150 J و 20 J ، نیروی خالص وارد

بر جسم چند نیوتون است؟

- (۱) $\frac{35}{3}$ (۲) $\frac{70}{3}$ (۳) $\frac{140}{3}$ (۴) ۷۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۵۹ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

نکته

وقتی جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده، قطعاً در جهت نیروی خالص حرکت می‌کند؛ بنابراین زاویه θ صفر خواهد بود و کار کل برابر است با:

$$W_t = F_{net} d$$

کلم اول

کار کل وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 \Rightarrow W_t = -100 + 150 + 20 = 70 \text{ J}$$

نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می‌کنیم. با توجه به این که جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است، داریم:

$$W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta \xrightarrow{\cos \theta = 1} W_t = F_{\text{net}} d \xrightarrow{W_t = \gamma \cdot J, d = 1/5 m} \gamma \cdot 0 = F_{\text{net}} \times 1/5$$

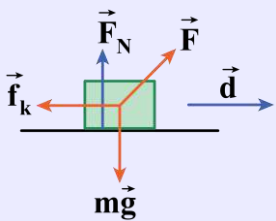
$$\Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{14}{3} \text{ N}$$

روش‌های محاسبه کار کل

۱- قضیه کار - انرژی جنبشی: اگر در سؤال، تندی یا انرژی جنبشی را بدهند، برای محاسبه کار کل بهتر است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنیم:

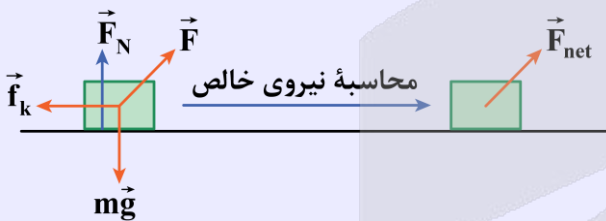
$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K = \frac{1}{2} m v^2} W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

۲- کار تک‌تک نیروها را جداگانه به دست می‌آوریم و در نهایت همه آن‌ها را جمع جبری می‌کنیم:



$$\vec{W}_t = \vec{W}_{mg} + \vec{W}_{f_k} + \vec{W}_{F_N} + \vec{W}_F + \dots$$

۳- ابتدا برابری نیروهای وارد بر جسم را به دست آورده و در نهایت کار نیروی برابری (نیروی خالص) را محاسبه می‌کنیم:



$$W_t = W_{F_{\text{net}}} \Rightarrow W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta$$

✓ اگر شتاب حرکت جسم را داشته باشیم برای محاسبه کار انجام شده بر روی جسم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta \xrightarrow{F_{\text{net}} = ma} W_t = m a d \cos \theta$$

فقط در حرکت تندشونده روی خط راست که شتاب، هم‌جهت با جابه‌جایی است ($\theta = 0^\circ$)، نیازی به محاسبه $\cos \theta$ نیست، زیرا:

$$W_t = m a d \cos \theta \xrightarrow{\substack{\theta = 0^\circ \\ \cos \theta = 1}} W_t = m a d$$

نکته

در اکثر سؤالات نیاز است تا کار کل را از سه روش بالا به دست آورده و مساوی هم قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.

مباحث این آزمون در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- چند مورد از مطالب زیر، در مورد عناصر A ، B و C درست است؟

الف - عنصر B با عنصر Mo هم‌گروه است.

ب - هر سه اتم، دو الکترون با عدد کوانتومی $l = 0$ و $n = 4$ دارند.

ج - شمار الکترون‌هایی با $l = 2$ در اتم C ، دو برابر شمار این الکترون‌ها در اتم B است.

د - در یون A^{2+} برخلاف یون B^{2+} ، همهٔ زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده، پر هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع

الف هر دو عنصر Cr و Mo در گروه ۶ قرار دارند.

ب عنصر Cr دارای ۱ الکترون در زیرلایه $4s$ خود است.

ج عنصر Se دارای زیرلایه $3d$ تکمیل و عنصر Cr دارای زیرلایه $3d$ نیمه‌پر است. پس عبارت داده شده درست است.

د آرایش الکترونی Ca^{2+} مانند آرایش گاز نجیب آرگون است و زیرلایه پر نشده ندارد اما Cr^{2+} دارای زیرلایه $3d$ پر نشده است.

موارد (الف)، (ج) و (د) درست هستند. عناصر A ، B و C به ترتیب Ca ، Cr و Se هستند.

بررسی موارد:

الف عنصر Cr در گروه ۶ قرار دارد. عنصر Mo در ۶ گروه بعد از Kr یعنی گروه ششم قرار دارد.

یادآوری

شمارهٔ گروه عناصر با عدد اتمی ۲۱ تا ۲۹ (عناصر دسته d دورهٔ چهارم به جز Zn)، از مجموع رقم یکان و دهگان عدد اتمی آن‌ها به دست می‌آید. پس عنصر Cr در گروه $2 + 4 = 6$ قرار دارد.

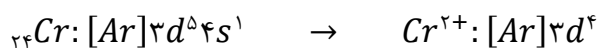
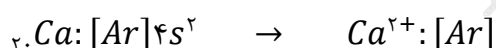
نکته

شمارهٔ گروه عناصر با عدد اتمی ۴۰ تا ۴۸ (عناصر دسته d دورهٔ پنجم به جز Y)، از مجموع رقم یکان و دهگان عدد اتمی آن‌ها به دست می‌آید. به عنوان مثال عنصر Mo در گروه $2 + 4 = 6$ قرار دارد.

پ آرایش الکترونی عنصر Cr به صورت $[Ar]3d^5 4s^1$ است. پس در زیرلایه $4s$ خود دارای ۱ الکترون است. دو عنصر دیگر دارای ۲ الکترون در این زیرلایه هستند.

ج آرایش الکترونی Se به صورت $[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^4$ است. پس دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه $3d$ است. عنصر Cr نیز با آرایش الکترونی $[Ar]3d^5 4s^1$ دارای ۵ الکترون در این زیرلایه است. پس عبارت داده شده صحیح است.

د آرایش الکترونی یون‌های مورد نظر به صورت روبه‌رو است:



بنابراین در آرایش الکترونی Ca^{2+} زیرلایه پر نشده وجود ندارد در حالی که Cr^{2+} دارای زیرلایه $3d$ پر نشده است.



۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) کلسیم سولفید همانند سدیم اکسید، ترکیب یونی دوتایی محسوب می‌شود.
- ۲) همه عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸، متعلق به عناصر دسته p جدول دوره‌ای هستند.
- ۳) آرایش الکترونی $\frac{1}{4}$ از عناصر دوره سوم، به زیرلایه‌ای تک الکترونی ختم می‌شود.
- ۴) به تقریب، $\frac{23}{7}$ درصد از عناصر جدول دوره‌ای را، عناصر دسته f تشکیل داده‌اند.

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۳۸ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

عنصر He در گروه ۱۸ قرار دارد اما از جمله عناصر دسته s جدول دوره‌ای است. سایر عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ متعلق به دسته p هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) هر ترکیب یونی که تنها از دو عنصر ساخته شده، ترکیب یونی دوتایی نامیده می‌شود. کلسیم سولفید (CaS) و سدیم اکسید (Na_2O)، هر دو دارای ۲ نوع عنصر هستند؛ پس هر دو ترکیب یونی دوتایی محسوب می‌شوند.
- ۳) در میان عناصر دوره سوم، آرایش الکترونی دو عنصر گروه اول و گروه سوم به ترتیب به $3s^1$ و $3p^1$ ختم می‌شود. پس آرایش الکترونی دو عنصر از ۸ عنصر این دوره، به زیرلایه‌ای تک الکترونی ختم می‌شود. نسبت آن برابر است با:

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

دسته f جدول دوره‌ای شامل ۲۸ عنصر است. شمار کل عناصر نیز برابر با ۱۱۸ است. پس درصد آن به تقریب برابر است با:

$$\frac{28}{118} \times 100 \approx 23.7\%$$

مشاوره

پیشنهاد می‌کنم گزینه‌هایی که نیاز به محاسبات دارند را در آخر بررسی کنید. در این سؤال با بررسی گزینه‌های اول و دوم، می‌توان به پاسخ صحیح رسید و نیازی به محاسبات گزینه چهارم نیست!



۵۳- شمار الکترون‌های مبادله شده به هنگام تشکیل کدام ترکیب یونی، بیشتر از سایر گزینه‌ها است؟

- ۱) لیتیم سولفید
- ۲) منیزیم سولفید
- ۳) آلومینیم فلئورید
- ۴) آلومینیم اکسید

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۳۶ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

الکترون‌های مبادله شده

تعداد الکترون مبادله شده در تشکیل یک ترکیب یونی عبارت است از تعداد الکترون‌هایی که کاتیون از دست می‌دهد و به آنیون منتقل می‌کند.

تعداد الکترون‌های مبادله شده در تشکیل ترکیب یونی = تعداد آنیون در فرمول شیمیایی \times بار آنیون

یا

تعداد الکترون‌های مبادله شده در تشکیل ترکیب یونی = تعداد کاتیون در فرمول شیمیایی \times بار کاتیون

به‌عنوان مثال در ترکیب یونی Mg_3P_2 ، بار کاتیون برابر با ۲ و تعداد آن برابر با ۳ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

$$2 \times 3 = 6$$

حال شمار الکترون‌های مبادله شده را برای هر ترکیب محاسبه می‌کنیم:

- ۱) در ترکیب یونی Li_2S ، بار کاتیون برابر با ۱ و تعداد آن برابر با ۲ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با: $1 \times 2 = 2$
 - ۲) در ترکیب یونی MgS ، بار کاتیون برابر با ۲ و تعداد آن برابر با ۱ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با: $2 \times 1 = 2$
 - ۳) در ترکیب یونی AlF_3 ، بار کاتیون برابر با ۳ و تعداد آن برابر با ۱ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با: $3 \times 1 = 3$
 - ۴) در ترکیب یونی Al_2O_3 ، بار کاتیون برابر با ۳ و تعداد آن برابر با ۲ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با: $3 \times 2 = 6$
- بنابراین شمار الکترون‌های مبادله شده در ترکیب Al_2O_3 بیشتر از سایر گزینه‌ها است.



۵۴- اگر عنصر X با عنصر M واکنش داده و ترکیب یونی شامل یون‌های M^{3+} و X^{2-} تشکیل دهد، کدام مورد درست است؟ (عنصر X و M در دوره‌های ۵ تا ۷ قرار ندارند.)

(۱) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل، به صورت X_2M_3 است.

(۲) اگر آرایش الکترونی هر دو یون یکسان باشد، اختلاف عدد اتمی دو عنصر X و M برابر با ۵ است.

(۳) اگر آرایش الکترونی هر دو یون یکسان باشد، اختلاف شماره گروه دو عنصر X و M نمی‌تواند برابر با ۳ باشد.

(۴) در بیرونی‌ترین لایه الکترونی عنصر X ، نسبت شمار الکترون‌ها با $l = 0$ به شمار الکترون‌ها با $l = 1$ برابر با ۱ است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۶ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

به جدول زیر دقت کنید:

گاز نجیب همان دوره	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۴ تا ۱۲	۳	۲	۱	گاز نجیب دوره قبل
$\rightarrow {}_{10}Ne$	F^-	O^{2-}	N^{3-}							$He \leftarrow$
$\rightarrow {}_{18}Ar$	Cl^-	S^{2-}	P^{3-}		Al^{3+}			Mg^{2+}	Na^+	$Ne \leftarrow$
$\rightarrow {}_{36}Kr$	Br^-						Sc^{3+}	Ca^{2+}	K^+	$Ar \leftarrow$

اگر آرایش الکترونی یک کاتیون و یک آنیون به یک گاز نجیب برسد، یعنی عنصر مربوط به آن کاتیون در یک یا چند خانه پس از گاز نجیب و عنصر مربوط به آن آنیون در یک یا چند خانه قبل از گاز نجیب مورد نظر قرار دارد. به عنوان مثال اگر آرایش الکترونی هر دو یون M^{3+} و X^{2-} به آرایش الکترونی گاز نجیب Ne برسد، این عناصر می‌توانند Al و O باشند که اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر با ۵ است. همچنین آرایش الکترونی این دو یون می‌تواند به آرایش الکترونی گاز نجیب Ar برسد. پس دو عنصر مورد نظر Sc و S می‌شوند که اختلاف عدد اتمی آن‌ها نیز برابر با ۵ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای نوشتن فرمول شیمیایی ترکیب‌های یونی ابتدا نماد شیمیایی کاتیون (در سمت چپ) و سپس آنیون نوشته می‌شود. پس فرمول شیمیایی صحیح این ترکیب به صورت M_3X_2 است.

۲) همان‌طور که گفته شد اگر آرایش الکترونی دو یون M^{3+} و X^{2-} به آرایش الکترونی گاز نجیب Ne برسد، این عناصر می‌توانند Al و O باشند که اختلاف شماره گروه آن‌ها برابر با $3 = 13 - 16$ است.

۳) با توجه به اینکه عنصر X یون دو بار منفی تشکیل داده است، می‌توان دریافت که در گروه ۱۶ قرار دارد. پس آرایش الکترونی بیرونی‌ترین لایه آن به صورت ns^2np^4 است. نسبت شمار الکترون‌ها با $l = 0$ به شمار الکترون‌ها با $l = 1$ برابر با $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ است.



۵۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی کدام عنصر با شماره گروه آن، برابر است؟

(۱) عنصری که فقط لایه اول خود را تکمیل کرده است.

(۲) عنصری که در آخرین لایه خود دارای ۶ الکترون است.

(۳) عنصری که مجموع عدد کوانتومی اصلی همه الکترون‌های آن برابر با ۴ است.

(۴) عنصری از دوره چهارم که در خارجی‌ترین زیرلایه خود دارای ۳ الکترون است.

(متوسط - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۳ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع

شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱ تا ۱۲، با شماره گروه آن‌ها برابر است. بنابراین باید به دنبال عنصری باشیم که در این گروه‌ها قرار داشته باشد. عنصری که فقط لایه اول خود را تکمیل کرده است، هلیوم می‌باشد که در گروه ۱۸ قرار دارد؛ بنابراین این گزینه رد می‌شود. همچنین عنصری که در آخرین لایه خود یا در آخرین زیرلایه خود دارای بیش از ۲ الکترون باشد، یعنی در حال پر کردن زیرلایه p بوده و در گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ است. پس گزینه‌های ۲ و ۴ نیز رد می‌شود.



در لایه اول دو الکترون در زیرلایه 1s وجود دارد که مجموع عدد کوانتومی اصلی آن‌ها برابر با ۲ می‌شود. در لایه دوم نیز هر الکترون دارای عدد کوانتومی اصلی ۲ است. با توجه به اینکه مجموع عدد کوانتومی اصلی همه الکترون‌های عنصر مورد نظر برابر با ۴ است، می‌توان دریافت که یک الکترون در لایه دوم خود دارد. پس عنصر مورد نظر لیتیم می‌باشد:
این عنصر در گروه اول قرار داشته و یک الکترون ظرفیتی نیز دارد.

یافتن شمار الکترون‌های ظرفیتی با استفاده از شماره گروه

شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱ تا ۱۲، با شماره گروه آن‌ها برابر است. به‌عنوان مثال K در گروه اول قرار دارد و دارای یک الکترون ظرفیتی نیز است. همچنین Ni در گروه ۱۰ قرار دارد و دارای ۱۰ الکترون ظرفیتی است. شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، با رقم یکان شماره گروه آن‌ها برابر است. بنابراین عنصری مانند Kr که در گروه ۱۶ قرار دارد، دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. عنصر هلیم استثنا است و با وجود اینکه در گروه ۱۸ قرار دارد، از عناصر دسته s محسوب شده و دارای ۲ الکترون ظرفیتی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) عنصری که فقط لایه اول خود را تکمیل کرده است، هلیم می‌باشد که دارای ۲ الکترون ظرفیتی است اما در گروه ۱۸ قرار دارد.
- ۲) عنصری که در آخرین لایه خود دارای ۶ الکترون است، در دسته p قرار داشته و آرایش الکترونی آن به صورت $ns^2 np^4$ می‌باشد. بنابراین در گروه ۱۶ قرار دارد. عناصر گروه ۱۶، دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند.
- ۳) آرایش الکترونی عنصری از دوره چهارم که در خارجی‌ترین زیرلایه خود دارای ۳ الکترون است، به صورت $[Ar] 3d^1 4s^2 4p^3$ است. این عنصر در گروه ۱۵ قرار دارد و دارای ۵ الکترون ظرفیتی است.



۵۶- با توجه به آرایش الکترونی اتم‌های داده شده، کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟



الف - مولکول C_2 خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد.

ب - در مولکول B_2 هر اتم B یک الکترون به اشتراک می‌گذارد.

ج - در ترکیب AH_4 ، اتم A چهار الکترون به اشتراک گذاشته است.

د - در ترکیب حاصل از اتم‌های B و C یک پیوند کووالانسی وجود دارد.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۴۰ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (الف) و (ج) درست هستند. اتم‌های A، B و C به ترتیب O ، Cl و O هستند.

بررسی موارد:

- الف) گاز کلر خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد. این گاز زرد رنگ می‌باشد.
- ب) به هنگام تشکیل مولکول O_2 ، هر اتم اکسیژن دو الکترون به اشتراک می‌گذارد و پیوند دوگانه تشکیل می‌شود. $O=O$ یا $:\ddot{O}::\ddot{O}:$
- ج) در مولکول متان با فرمول شیمیایی CH_4 ، اتم کربن چهار الکترون و هر اتم هیدروژن یک الکترون به اشتراک می‌گذارد.
- د) ترکیب حاصل از اتم‌های O و Cl به صورت OCl_2 است و دارای ۲ پیوند کووالانسی می‌باشد.



۵۷- آرایش الکترونی فشرده کدام یک از یون‌های زیر، مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب نیست؟



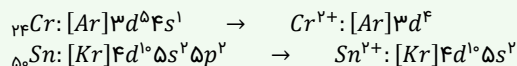
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۳۲ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

آرایش الکترونی Ga^{3+} به صورت روبه‌رو است: $Ga^{3+}: [Ar] 3d^1 4s^2 4p^1$ → $Ga^{3+}: [Ar] 3d^1$



آرایش الکترونی فشرده یون حاصل از اکثر عناصر دسته d و عناصر فلزی دسته p دوره‌های چهارم تا هفتم، مشابه یک گاز نجیب نیست. به عنوان مثال در آرایش الکترونی فشرده یون‌های Cr^{2+} و Sn^{2+} علاوه بر نماد شیمیایی گاز نجیب، الکترون‌های دیگر هم حضور دارند:



دقت کنید که آرایش الکترونی یون حاصل از برخی عناصر دسته d مانند ${}_{21}Sc$ مشابه یک گاز نجیب است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

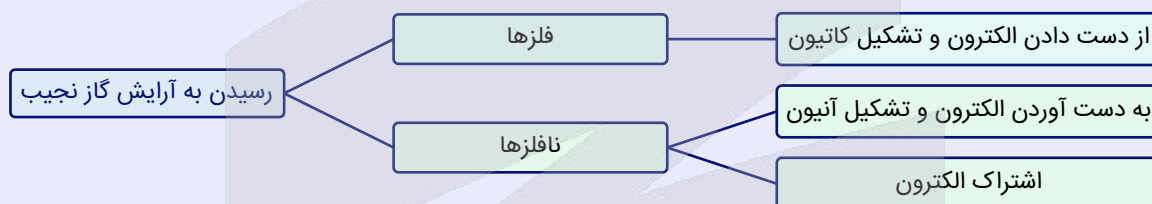
- ۱) آرایش الکترونی ${}_{21}Sc^{3+}$ مشابه گاز نجیب آرگون است:
- ۲) آرایش الکترونی ${}_{13}Al^{3+}$ مشابه گاز نجیب نئون است:
- ۴) آرایش الکترونی ${}_{37}Rb^+$ مشابه گاز نجیب کریپتون است:



رسیدن به آرایش پایدار گاز نجیب

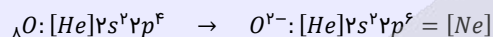
گازهای نجیب دارای آرایش الکترونی پایداری هستند و سایر اتم‌ها تمایل دارند که طی واکنش با عناصر دیگر، به آرایش الکترونی نزدیک‌ترین گاز نجیب به خود برسند. بدین منظور دو راه برای رسیدن به آرایش پایدار گاز نجیب وجود دارد:

- ۱) انتقال یا مبادله الکترون: هنگامی که یک اتم فلزی با یک اتم نافلزی واکنش دهد، ترکیب یونی تشکیل می‌شود. به عبارتی اتم فلزی الکترون از دست داده و به کاتیون تبدیل شده و اتم نافلزی الکترون دریافت کرده و به آنیون تبدیل می‌شود.
- ۲) اشتراک الکترون: به طور معمول از واکنش دو نافلز با یکدیگر، ترکیب‌های مولکولی تشکیل شده و الکترون میان اتم‌های سازنده، به اشتراک گذاشته می‌شود.



عناصر نافلزی گروه‌های ۱۵ تا ۱۷، به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود و عناصر فلزی گروه‌های ۱، ۲، اسکاندیم و آلومینیم نیز، به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسند. به عنوان مثال:

❧ اکسیژن در گروه ۱۶ قرار داشته و یون O^{2-} تشکیل می‌دهد. آرایش الکترونی این یون، مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب ${}_{10}Ne$ است:



❧ کلسیم در گروه ۲ قرار دارد و یون Ca^{2+} تشکیل می‌دهد. آرایش الکترونی این یون، مشابه ${}_{18}Ar$ است:



۵۸- شمار الکترون‌های ظرفیتی کدام دو عنصر با هم برابر نیست؟

- ۱) ${}_{24}Cr$ و ${}_{16}S$ ۲) ${}_{12}Mg$ و ${}_{32}Ge$ ۳) ${}_{31}Ga$ و ${}_{21}Sc$ ۴) ${}_{18}Ar$ و ${}_{26}Fe$

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا شماره گروه عنصر را می‌یابیم و با کمک آن، شمار الکترون ظرفیتی هر عنصر را پیدا می‌کنیم.



شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱ تا ۱۲، با شماره گروه آن‌ها برابر است. همچنین شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، با رقم یکان شماره گروه آن‌ها برابر است.

${}_{12}Mg$ در گروه ۲ قرار دارد؛ پس دارای ۲ الکترون ظرفیتی است اما ${}_{32}Ge$ در گروه ۱۴ قرار داشته و دارای ۴ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) ${}_{24}Cr$ در گروه ۶ قرار دارد؛ پس دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. ${}_{16}S$ نیز در گروه ۱۶ قرار دارد؛ پس این عنصر نیز دارای ۶ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

۳) Sc_{21} در گروه ۳ قرار دارد؛ پس دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. Ga_{31} نیز در گروه ۱۳ قرار دارد؛ پس دارای ۳ الکترون ظرفیتی می‌باشد.
 ۴) Ar_{18} در گروه ۱۸ قرار دارد؛ پس دارای ۸ الکترون ظرفیتی است. Fe_{26} نیز در گروه ۸ قرار دارد؛ پس دارای ۸ الکترون ظرفیتی می‌باشد.



۵۹- چند درصد از عناصر دوره دوم تمایل به تشکیل یون دارند و چند درصد از آن‌ها دارای حداقل یک جفت الکترون در ساختار الکترون نقطه‌ای خود هستند؟

۴) $50 - 37.5$

۳) $37.5 - 37.5$

۲) $37.5 - 50$

۱) $50 - 50$

(متوسط - خط به خط - سریع - صفحه ۳۷ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

در میان عناصر دوره دوم، عناصر Be ، B ، C و Ne قادر به تشکیل یون نیستند. پس ۴ عنصر از ۸ عنصر این دوره، نمی‌توانند یون تشکیل دهند. درصد آن‌ها برابر است با:

$$\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$$

به جدول زیر دقت کنید:

۱									۱۸
									He
	۲		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷		Ne
	Li^+				N^{3-}	O^{2-}	F^-		
	Na^+	Mg^{2+}	Al^{3+}		P^{3-}	S^{2-}	Cl^-		Ar
	K^+	Ca^{2+}					Br^-		Kr

نکاتی پیرامون آرایش الکترونی عناصر

- ★ عنصر هیدروژن به هنگام تشکیل پیوند اشتراکی، به آرایش گاز نجیب هلیوم می‌رسد اما هشت‌تایی نمی‌شود.
 - ★ عناصر بریلیم و بور، قادر به تشکیل یون نیستند و فقط پیوند اشتراکی با سایر عناصر تشکیل می‌دهند؛ بنابراین BeH_2 ، BH_3 ، BCl_3 و ... نوعی ترکیب مولکولی هستند.
 - ★ به‌طور کلی، عناصر گروه ۱۴، از جمله کربن و سیلیسیم، قادر به تشکیل یون نیستند و در واکنش با سایر عناصر پیوند کووالانسی تشکیل داده و به آرایش هشت‌تایی می‌رسند. البته دو عنصر فلزی Sn و Pb نیز در این گروه وجود دارند که قادر به تشکیل یون هستند.
- هم‌چنین با توجه به جدول زیر، عناصر N ، O ، F و Ne دارای حداقل یک جفت الکترون در ساختار الکترون نقطه‌ای خود هستند. پس ۴ عنصر از ۸ عنصر این دوره، دارای چنین شرایطی هستند که درصد آن‌ها برابر با ۵۰٪ است.

۱									۱۸
	$H \cdot$								$He \cdot$
	۲		۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷		
	$Li \cdot$	$Be \cdot$	$B \cdot$	$C \cdot$	$N \cdot$	$O \cdot$	$F \cdot$		$Ne \cdot$
	$Na \cdot$	$Mg \cdot$	$Al \cdot$	$Si \cdot$	$P \cdot$	$S \cdot$	$Cl \cdot$		$Ar \cdot$



۶۰- شکل روبه‌رو موقعیت ۵ عنصر جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد. اگر اتم G دارای ۱۲ الکترون با $n + l = 6$ باشد، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

			E
A	B	G	D

- (۱) هیچ یک از عناصر نمی‌تواند از عناصر دسته d باشد.
- (۲) همه عناصر داده شده به جز عنصر E دو زیرلایه d پر دارند.
- (۳) اگر عنصر G قادر به تشکیل یون G^{2+} باشد، آرایش الکترونی فشرده این یون، مشابه گاز نجیب Kr است.
- (۴) همه الکترون‌هایی که در آرایش الکترونی فشرده عنصر D نوشته می‌شوند، الکترون‌های ظرفیتی آن محسوب می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۲ - ۱۰۰۱

الکترون‌هایی با $n + l = 6$ در زیرلایه‌های $6s$ ، $5p$ و $4d$ قرار دارند. در میان این زیرلایه‌ها، ابتدا زیرلایه $4d$ ، $5p$ و سپس زیرلایه $6s$ پر می‌شوند. عنصر G دارای ۱۲ الکترون در این زیرلایه‌ها است. با توجه به گنجایش زیرلایه d ، این زیرلایه تکمیل شده و ۲ الکترون دیگر در زیرلایه $5p$ قرار دارند. پس عنصر مورد نظر دارای آرایش الکترونی $[Kr]4d^{10}5s^25p^2$ است و در گروه ۱۴ و دوره ۵ قرار دارد. پس عناصر A, B, G, D و به ترتیب $48Cd$ ، $49In$ ، $50Sn$ ، $51Sb$ و $52Ge$ هستند.

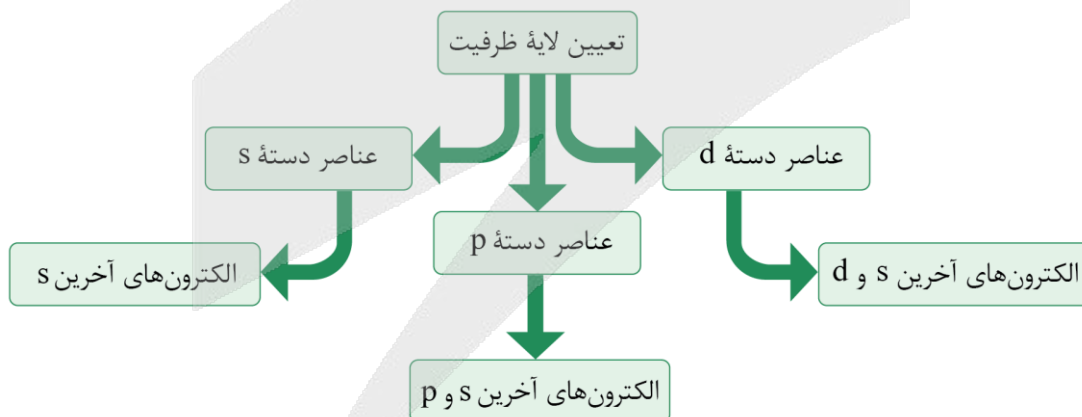
بررسی گزینه‌ها:

۱- عنصر $48Cd$ ، ۶ خانه قبل از $54Xe$ و در گروه ۱۲ قرار دارد. پس از عناصر دسته d می‌باشد. سایر عناصر از جمله عناصر دسته p هستند.

۲- عنصر $52Ge$ در دوره چهارم قرار گرفته و فقط زیرلایه $3d$ خود را پر کرده است. عنصر $48Cd$ آخرین عنصر دسته d دوره پنجم است؛ پس زیرلایه $4d$ خود را نیز، پر کرده است. بنابراین عناصر $49In$ ، $50Sn$ و $51Sb$ نیز که بعد از $48Cd$ قرار گرفته‌اند و در حال پر کردن زیرلایه $5p$ خود هستند، دارای زیرلایه $4d$ پر می‌باشند. پس به جز عنصر $52Ge$ ، سایر عناصر دارای زیرلایه $3d$ و $4d$ پر هستند.

۳- آرایش الکترونی یون Sn^{2+} به صورت روبه‌رو است: $Sn^{2+}: [Kr]4d^{10}5s^2$ → $50Sn: [Kr]4d^{10}5s^25p^2$
در آرایش الکترونی یون Sn^{2+} ، علاوه بر نماد گاز نجیب، زیرلایه‌های دیگر نیز، حضور دارند.

۴- آرایش الکترونی فشرده $51Sb$ به صورت روبه‌رو است: $51Sb: [Kr]4d^{10}5s^25p^3$
این عنصر در دسته p جدول دوره‌ای قرار دارد. پس الکترون‌های ظرفیتی آن در آخرین زیرلایه‌های s و p قرار دارند. بنابراین با وجود اینکه الکترون‌های زیرلایه d نیز در آرایش الکترونی فشرده آن نوشته می‌شوند، اما جزء الکترون‌های ظرفیت نیستند.



مشاوره

برای بررسی گزینه‌های ۳ و ۴ نیازی به نوشتن آرایش دقیق دو عنصر $50Sn$ و $51Sb$ نیست. کافی است به خاطر داشته باشیم که عناصر فلزی دسته p که بعد از عناصر دسته d قرار گرفته‌اند، یعنی عناصر فلزی دسته p دوره‌های چهارم تا هفتم، در آرایش الکترونی فشرده خود بعد از نماد گاز نجیب، هم الکترون‌های زیرلایه d و هم الکترون‌های ظرفیت حضور دارند؛ بنابراین آرایش الکترونی یون‌های آن‌ها مشابه یک گاز نجیب نیست.



۶۱- شمار یون‌های موجود در ۱۶ گرم منیزیم اکسید چند برابر شمار آنیون‌های موجود در ۳۳/۲ گرم سدیم نیتريد است؟
($N = 14, O = 16, Na = 23, Mg = 24 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۰/۵ (۴) $\frac{2}{3}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۴۳ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

هرگاه به دنبال نسبت شمار ذرات سازنده مواد باشیم، به جای محاسبه تعداد آن‌ها، می‌توان از مقایسه شمار مول آن‌ها بهره برد. پس ابتدا شمار مول یون‌های موجود در ۱۶ گرم MgO را محاسبه می‌کنیم. در هر مول MgO ، ۱ مول کاتیون و ۱ مول آنیون (مجموعاً ۲ مول یون) وجود دارد:

$$\text{? mol یون} = 16 \text{ g MgO} \times \frac{1 \text{ mol MgO}}{40 \text{ g MgO}} \times \frac{2 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol MgO}} = 0.8$$

پس ۰/۸ مول یون در ۱۶ گرم MgO وجود دارد. هر مول Na_3N دارای ۳ مول کاتیون و ۱ مول آنیون است. اکنون شمار مول آنیون‌ها در ۳۳/۲ گرم Na_3N را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{? mol } N^{3-} = 33.2 \text{ g Na}_3\text{N} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{N}}{83 \text{ g Na}_3\text{N}} \times \frac{1 \text{ mol } N^{3-}}{1 \text{ mol Na}_3\text{N}} = 0.4$$

بنابراین ۰/۴ مول آنیون در ۳۳/۲ گرم Na_3N وجود دارد. نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{0.8}{0.4} = 2$$



۶۲- با توجه به جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟

یون/عنصر	A	B ⁺	C ⁻	D ³⁻
عدد کوانتومی اصلی خارجی‌ترین زیرلایه	۴	۳	۴	۲
عدد کوانتومی فرعی خارجی‌ترین زیرلایه	۰	۱	۱	۱
تعداد الکترون خارجی‌ترین زیرلایه	۱	۶	۶	۶

- عنصر A می‌تواند از جمله عناصر دسته S یا دسته d جدول دوره‌ای باشد.
- در آرایش الکترون نقطه‌ای هر دو عنصر B و C یک الکترون جفت نشده دیده می‌شود.
- در یون D^{3-} شمار الکترون‌هایی با $l = 1$ ، برابر شمار الکترون‌هایی با $l = 0$ است.
- به هنگام تشکیل هر مول از ترکیب یونی حاصل از یون B^+ و یون فسفید، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به جدول داده شده، آخرین زیرلایه عنصر A، زیرلایه $4s^1$ است. پس این عنصر می‌تواند یکی از عناصر ${}_{19}K$ ، ${}_{24}Cr$ یا ${}_{29}Cu$ باشد. هم‌چنین آخرین زیرلایه یون B^+ ، زیرلایه $3p^6$ است. پس عنصر B، ${}_{19}K$ است. آخرین زیرلایه یون C^- ، زیرلایه $4p^6$ است؛ پس عنصر C، ${}_{35}Br$ می‌باشد. آخرین زیرلایه یون D^{3-} نیز، زیرلایه $2p^6$ است. پس عنصر D، ${}_{7}N$ است.

بررسی گزینه‌ها:

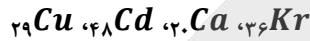
- همان‌طور که گفته شد عنصر A می‌تواند یکی از عناصر ${}_{19}K$ ، ${}_{24}Cr$ یا ${}_{29}Cu$ باشد. ${}_{19}K$ متعلق به دسته S و دو عنصر دیگر متعلق به دسته d جدول دوره‌ای هستند.
- عنصر ${}_{19}K$ دارای یک الکترون جفت نشده در ساختار الکترون نقطه‌ای خود است. هم‌چنین ${}_{35}Br$ دارای ۳ جفت الکترون و یک الکترون تک در ساختار الکترون نقطه‌ای خود می‌باشد.

۳) آرایش الکترونی N^{3-} به صورت $[He]2s^2 2p^6$ است. این یون دارای ۶ الکترون در زیرلایه $2p$ و مجموعاً ۴ الکترون در زیرلایه‌های S خود است. پس نسبت آن‌ها برابر با $1/5$ می‌باشد.

۴) ترکیب یونی حاصل از یون K^+ و یون فسفید به صورت K_3P است. در این ترکیب بار کاتیون برابر با ۱ و تعداد آن برابر با ۳ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر است با: $1 \times 3 = 3$



۶۳- در میان عناصر زیر، کدام عناصر به ترتیب کمترین و بیشترین اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم را دارد؟



- (۱) ${}_{29}Cu - {}_{48}Cd$ (۲) ${}_{29}Cu - {}_{20}Ca$ (۳) ${}_{36}Kr - {}_{48}Cd$ (۴) ${}_{20}Ca - {}_{36}Kr$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۲۹ - ۱۰۰۱

ابتدا اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم را در عناصر داده شده محاسبه می‌کنیم:
 عنصر ${}_{36}Kr$ آخرین عنصر دوره چهارم است؛ پس لایه سوم خود را تکمیل کرده و زیرلایه $4s$ و $4p$ پر دارد. بنابراین دارای ۱۸ الکترون در لایه سوم و ۸ الکترون در لایه چهارم خود است. پس اختلاف شمار الکترون‌های این دو لایه، برابر با ۱۰ است.
 عنصر ${}_{20}Ca$ ، دارای ۲ الکترون در زیرلایه $4s$ و ۸ الکترون در لایه سوم خود است (هنوز زیرلایه $3d$ پر نشده است). پس اختلاف شمار الکترون‌های این دو لایه، برابر با ۶ است.

عنصر ${}_{48}Cd$ آخرین عنصر دسته d دوره پنجم است. به عبارتی زیرلایه‌های $4s$ ، $4p$ و $4d$ آن پر است. پس در لایه چهارم دارای ۱۸ الکترون است. از آن‌جا که لایه سوم نیز، پر است و گنجایش این لایه برابر با ۱۸ الکترون است، اختلاف شمار الکترون‌های این دو لایه، برابر با صفر است و این مقدار، کمترین مقدار ممکن است!

عنصر ${}_{29}Cu$ ، اولین عنصری است که لایه سوم خود را تکمیل می‌کند. پس دارای ۱۸ الکترون در لایه سوم است. در لایه چهارم این عنصر، ۱ الکترون در زیرلایه $4s$ وجود دارد. پس اختلاف شمار الکترون‌های این دو لایه، برابر با ۱۷ واحد است.
 با توجه به توضیحات بالا، کمترین و بیشترین اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم در میان عناصر داده شده به ترتیب مربوط به عنصر ${}_{48}Cd$ و عنصر ${}_{29}Cu$ است.



۶۴- عنصر X با عدد اتمی ۱۹ با عنصر Y با عدد اتمی واکنش داده و ترکیب با فرمول شیمیایی تشکیل می‌دهد.
 (۱) X_2Y - مولکولی (۲) XY_3 - یونی (۳) X_2Y - یونی (۴) X_3Y - مولکولی

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۸ - ۱۰۰۱

عنصری با عدد اتمی ۱۹، K است که فلز دسته S بوده و در ترکیبات خود، یون K^+ را تشکیل می‌دهد. بنابراین قادر به ایجاد ترکیب مولکولی نیست. پس گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شود. عدد اتمی ۷ متعلق به عنصر N بوده که یون آن به صورت N^{3-} است. به هنگام تشکیل ترکیب‌های یونی، بار آنیون، زیروند کاتیون و بار کاتیون، زیروند آنیون قرار می‌گیرد؛ بنابراین ترکیب حاصل از K^+ و N^{3-} به صورت K_3N می‌باشد؛ بنابراین گزینه ۲ نیز نادرست است. عدد اتمی ۱۶ متعلق به عنصر S بوده که یون آن به صورت S^{2-} است. ترکیب حاصل از K^+ و S^{2-} به صورت K_2S می‌باشد.



در ترکیب‌های مولکولی، الکترون به اشتراک گذاشته می‌شود؛ در حالی که برای تشکیل ترکیب‌های یونی، الکترون مبادله می‌شود. در جدول زیر تفاوت ترکیب‌های یونی و مولکولی را می‌بینید:

نوع ترکیب	ذره‌های سازنده	نحوه تشکیل	مثال
یونی	یون‌ها	انتقال الکترون از فلز به نافلز	$CaCl_2$ ، Na_2S ، Al_2O_3
مولکولی	مولکول‌ها	معمولاً اشتراک الکترون بین دو نافلز	CH_4 ، H_2O ، O_2



۶۵- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیبات زیر، ۴ اتم دیده می شود؟

- (۱) آمونیاک (۲) سدیم اکسید (۳) متان (۴) هیدروژن کلرید

(آسان - خط به خط - سریع ۶) - صفحه ۴۰ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی آمونیاک به صورت NH_3 است. این ترکیب دارای ۴ اتم می باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

۲) فرمول شیمیایی سدیم اکسید به صورت Na_2O است. این ترکیب دارای ۳ اتم می باشد.

۳) فرمول شیمیایی متان به صورت CH_4 است. این ترکیب دارای ۵ اتم می باشد.

۴) فرمول شیمیایی هیدروژن کلرید به صورت HCl است. این ترکیب دارای ۲ اتم می باشد.



۶۶- در کدام گزینه نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن تطابق دارد و شمار الکترون های آنیون و کاتیون با هم برابر است؟

- (۱) سدیم نیترات: NaN_3 (۲) کلسیم فسفید: Ca_3P_2 (۳) پتاسیم برمید: KBr (۴) سدیم اکسید: Na_2O

(آسان - مفهومی - سریع ۶) - صفحه ۳۷ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

نام یون های مختلف را در جدول زیر می بینید:

نام و نماد شیمیایی آنیون		نام و نماد شیمیایی کاتیون	
Br^-	یون برمید	Li^+	یون لیتیم
I^-	یون یدید	K^+	یون پتاسیم
N^{3-}	یون نیتريد	Mg^{2+}	یون منیزیم
S^{2-}	یون سولفید	Ca^{2+}	یون کلسیم
F^-	یون فلوئورید	Al^{3+}	یون آلومینیم

فرمول شیمیایی سدیم اکسید به صورت Na_2O است. اکسیژن دارای ۸ الکترون است که با دریافت ۲ الکترون دیگر، شمار الکترون های آن به ۱۰ می رسد. سدیم نیز دارای ۱۱ الکترون است که با از دست دادن ۱ الکترون به ۱۰ الکترون می رسد.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) نام صحیح NaN_3 ، سدیم نیتريد است. یون نیتترات به صورت NO_3^- است که در فصل های آینده با آن آشنا می شویم.

۲) به هنگام تشکیل ترکیب های یونی، بار آنیون، زیروند کاتیون و بار کاتیون، زیروند آنیون قرار می گیرد؛ پس فرمول شیمیایی کلسیم فسفید به صورت Ca_3P_2 است.

۳) فرمول شیمیایی پتاسیم برمید درست است اما شمار الکترون های کاتیون و آنیون آن با هم برابر نیست. بدین صورت که پتاسیم با از دست دادن ۱ الکترون، دارای ۱۸ الکترون و برم با دریافت ۱ الکترون، دارای ۳۶ الکترون می شود.



۶۷- شمار الکترون های لایه ظرفیت چه تعداد از عناصر زیر با شمار الکترون های لایه ظرفیت ۱۰ عنصر قبل از خود برابر است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

همه اتم‌های داده شده را به ترتیب از راست به چپ بررسی می‌کنیم:

عنصر Na ۱۱ در گروه اول قرار دارد؛ پس دارای ۱ الکترون ظرفیتی است. ده عنصر قبل از آن H است که آن نیز، دارای ۱ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

عنصر Mg ۱۲ در گروه دوم قرار دارد؛ پس دارای ۲ الکترون ظرفیتی است. ده عنصر قبل از آن He است که آن نیز، دارای ۲ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

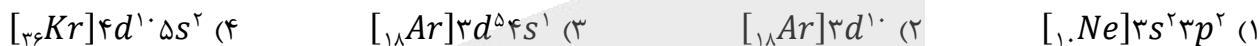
عنصر K ۱۹ در گروه ۱۶ قرار دارد؛ پس دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. ۱۰ عنصر قبل از آن، C است که در گروه ۱۴ قرار دارد و دارای ۴ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

عنصر Kr ۳۶ در گروه ۱۸ قرار دارد؛ پس دارای ۸ الکترون ظرفیتی است. ده عنصر قبل از آن Fe است که در گروه ۸ قرار داشته و دارای ۸ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

عنصر Ga ۳۱ در گروه ۱۳ قرار دارد؛ پس دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. ده عنصر قبل از آن Sc است که در گروه ۳ قرار داشته و دارای ۳ الکترون ظرفیتی می‌باشد.



۶۸- کدام آرایش الکترونی زیر را می‌توان به یک اتم خنثی و نیز یک کاتیون نسبت داد؟



اگر آرایش الکترونی اتمی به زیرلایه s^2 ختم شود، آن عنصر می‌تواند یک اتم خنثی یا یک کاتیون و یا یون H^- باشد؛ به‌عنوان مثال، آرایش $[Kr] 4d^1 5s^2$ می‌تواند مربوط به Cd ۴۸ یا Sn^{2+} ۵۰ باشد.



در جدول زیر مشاهده می‌کنید که اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به زیرلایه‌های زیر ختم شود، آن گونه، چه یون یا اتمی ممکن است باشد:

آخرین زیرلایه موجود در آرایش الکترونی	گونه مربوطه
s^1	اتم خنثی
s^2	اتم خنثی، کاتیون، یون H^-
d	کاتیون
p^6	کاتیون، آنیون، اتم خنثی

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترونی $[Ne] 3s^2 3p^2$ مربوط به Si است. عناصر بعد از آن، کاتیونی تشکیل نمی‌دهند که با از دست دادن الکترون، بتوانند به آرایش الکترونی این عنصر برسند.

۲) آرایش الکترونی هیچ اتم خنثایی به زیرلایه d ختم نمی‌شود؛ پس آرایش $[Ar] 3d^1$ مربوط به یک کاتیون است. به‌عنوان مثال این کاتیون می‌تواند Zn^{2+} یا Ga^{3+} باشد:



۳) آرایش الکترونی هیچ کاتیونی به s^1 ختم نمی‌شود؛ پس آرایش $[Ar] 3d^5 4s^1$ فقط مربوط به اتم خنثی Cr ۲۴ می‌باشد.



۶۹- اگر آلومینیم در واکنش با هر یک از گازهای اکسیژن و فلوئور، $10^{24} \times 1/208$ الکترون از دست بدهد، نسبت جرم آلومینیم فلوئورید تولید شده به آلومینیم اکسید تولید شده به تقریب کدام است؟ ($F = 19$, $Al = 27 \text{ g. mol}^{-1}$)

- (۱) ۱/۶ (۲) ۱/۴ (۳) ۲/۳ (۴) ۲

هر عنصر آلومینیم در واکنش با هر یک از گازهای اکسیژن و فلوئور ۳ الکترون از دست داده و ترکیب‌های Al_2O_3 و AlF_3 را تشکیل می‌دهد. در هر مول از ترکیب‌های Al_2O_3 و AlF_3 نیز به ترتیب ۲ و ۱ مول آلومینیم وجود دارد. حال جرم هر یک از ترکیب‌های یونی تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g Al_2O_3 = 1/20.8 \times 10^{24} e \times \frac{1 \text{ mol } e}{6/0.2 \times 10^{23} e} \times \frac{1 \text{ mol } Al^{3+}}{3 \text{ mol } e} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2O_3}{2 \text{ mol } Al^{3+}} \times \frac{102 \text{ g } Al_2O_3}{1 \text{ mol } Al_2O_3} = 34$$

$$? g AlF_3 = 1/20.8 \times 10^{24} e \times \frac{1 \text{ mol } e}{6/0.2 \times 10^{23} e} \times \frac{1 \text{ mol } Al^{3+}}{3 \text{ mol } e} \times \frac{1 \text{ mol } AlF_3}{1 \text{ mol } Al^{3+}} \times \frac{84 \text{ g } AlF_3}{1 \text{ mol } AlF_3} = 56$$

پس جرم Al_2O_3 و AlF_3 تولید شده به ترتیب برابر با ۳۴ و ۵۶ گرم است. نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{56}{34} \approx 1/6$$



۷۰- عنصری که دارای الکترون در خود است، یونی با بار تشکیل می‌دهد.

(۲) ۳- زیرلایه $2p$ - $3+$

(۴) ۴- لایه سوم - $2-$

(۱) ۳- لایه دوم - $3+$

(۳) ۴- زیرلایه $2p$ - $2-$

عنصری که دارای ۴ الکترون در زیرلایه $2p$ خود است، O است. این عنصر با دریافت ۲ الکترون، به آرایش گاز نجیب بعد از خود، یعنی نئون می‌رسد. پس یون حاصل از آن به صورت O^{2-} است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عنصری که دارای ۳ الکترون در لایه دوم خود است، B می‌باشد. این عنصر قادر به تشکیل یون نمی‌باشد.

۲) عنصری که دارای ۳ الکترون در زیرلایه $2p$ خود است، N می‌باشد. این عنصر، یونی با بار $3-$ تشکیل می‌دهد.

۴) عنصری که دارای ۴ الکترون در لایه سوم خود است، S می‌باشد. این عنصر نیز، قادر به تشکیل یون نمی‌باشد.

یادآوری

در گروه ۱۴ عناصر کربن و سیلیسیم قادر به تشکیل یون نیستند اما دو عنصر فلزی Sn و Pb نیز در این گروه وجود دارند که قادر به تشکیل یون هستند.



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

