

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره

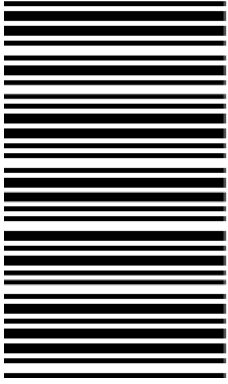


www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





121A

کد کنترل

121

A

دفترچه شماره ۱

صبح پنجشنبه
۱۴۰۴/۰۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت اول سال ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه	۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق جاب، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و.....) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



۷- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی \mathbb{R} تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع

f برابر ۱ باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸- اگر بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای $p(x) = x^5 + ax^3$ و $q(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2$ ، دو جمله‌ای $x^n + x^3$ باشد، مقدار na کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x+1 & -2 \leq x < 0 \end{cases}$ باشد، معادله $f \circ f(x) = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- تابع پیوسته f یک‌به‌یک بوده و وارون خود را در نقطه $A(a, f(a))$ قطع می‌کند. اگر $f(0) = 2$ باشد، مقدار

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) a (۴) $f'(a)$

۱۱- اگر $\log(3x+1) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲- اگر $2 \sin \alpha < \sin 2\alpha$ و $\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ربع قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

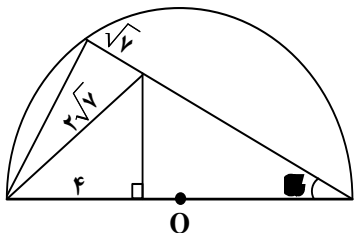
۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin(-285^\circ) + 2 \cos(-105^\circ)}{2 \sin(165^\circ) + 3 \sin(375^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $0,2\sqrt{6}$ (۲) $0,4\sqrt{6}$ (۳) $0,2\sqrt{3}$ (۴) $0,4\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات



۱۴- در نیم‌دایره شکل زیر، مقدار $\tan \theta$ کدام است؟

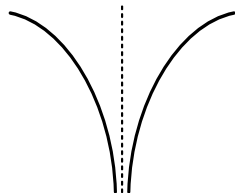


- (۱) $0,2\sqrt{3}$
- (۲) $0,3\sqrt{3}$
- (۳) $0,4\sqrt{3}$
- (۴) $0,5\sqrt{3}$

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k + \cos(\sqrt{x})}{kx^2} = 3$ باشد، مقدار $\frac{a}{k}$ کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۳
- (۳) -۳
- (۴) -۶

۱۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{a^2x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)}$ در همسایگی $x=a$ به صورت شکل زیر است. اگر $y=4$ مجانب افقی تابع f باشد، مقدار a کدام است؟



تابع f باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۴
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x}{x - \frac{\pi}{2}}$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) $+\infty$
- (۴) $-\infty$

۱۸- تابع ناصفر f با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{3}|ax+a|}{|x^3 + (m-2)x + a^2|}$ روی $\mathbb{R} - \{a\}$ تعریف شده و برای هر $x \neq a$ پیوسته است.

اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ موجود باشد، مقدار آن کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

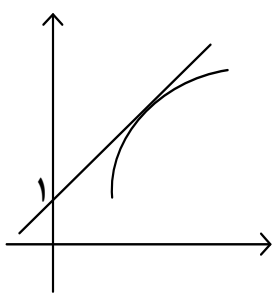
محل انجام محاسبات



۱۹- اگر $f(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}}$ باشد، مقدار $f(1) - 2g(1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

۲۰- نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $(3, 5)$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f'(3)$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{4}{3}$

۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2bx+c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار $a^3 + b - c$ کدام است؟

- (۱) $(a+1)^3 - 1$ (۲) $(a+1)^3 + 1$ (۳) $(a-1)^3 - 1$ (۴) $(a-1)^3 + 1$

۲۲- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2} |x-a|$ روی بازه $[0, a]$ برابر $1/5$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) ۱

۲۳- اگر انحراف ۵ داده آماری از y ، به ترتیب برابر -۱ ، -۵ ، -۶ ، -۷ و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟

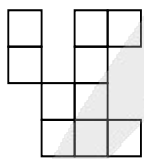
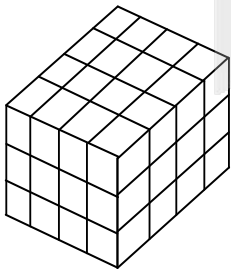
- (۱) $15/6$ (۲) $16/4$ (۳) $24/6$ (۴) $25/4$

۲۴- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S ، روابط $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ و $P(A \cup B) = 1/6$ برقرار است. اگر

$P(A \cap B) = 0/25$ باشد، مقدار $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $27/40$ (۲) $13/20$ (۳) $17/20$ (۴) $31/40$

۲۵- حداکثر چند مکعب کوچک باید از مکعب سمت چپ برداشته شود تا نمای بالا به صورت شکل سمت راست باشد؟



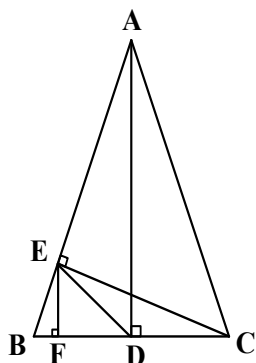
- (۱) ۲۴
(۲) ۳۸
(۳) ۱۸
(۴) ۱۴



۲۶- مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ محیط شده است. برای رسم عمود منصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟

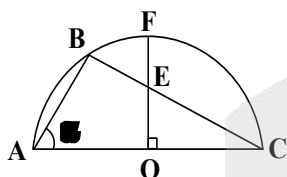
- (۱) $2 - \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $\sqrt{2} + 1$

۲۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین بوده و $AB = 2CE$ است. اگر $DE = 2\sqrt{3} + 4$ باشد، اندازهٔ BF کدام است؟



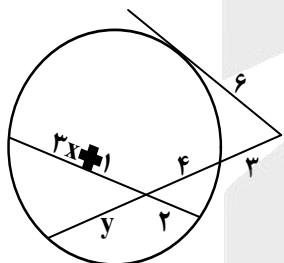
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $2\sqrt{3}$

۲۸- در نیم‌دایرهٔ زیر، اگر $\sin \angle BAC = 0.8$ باشد، مقدار $\frac{BE}{EF}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{5}$

۲۹- در شکل زیر، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{6}{5}$

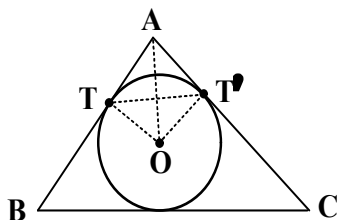
محل انجام محاسبات



۳۰- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و نقطه O روی خط d قرار دارد. اگر $OA = ۱۰$ و فاصله نقطه A' از خط OA برابر $۹,۶$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای AA' کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۰ (۴) ۱۴

۳۱- در مثلث محیطی شکل زیر، اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۵$ به ترتیب در نقاط T و T' بر محیط دایره محاطی، مماس هستند. اگر $BC = ۷$ باشد، اندازه وتر TT' کدام است؟



- (۱) $۰,۲\sqrt{۱۵}$
 (۲) $۰,۴\sqrt{۱۵}$
 (۳) $۰,۲\sqrt{۵}$
 (۴) $۰,۴\sqrt{۵}$

۳۲- اگر زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} ۶۰° باشد، اندازه تصویر قائم بردار $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$ بر امتداد بردار \vec{a} کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۳- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ ، اگر $|A^2 + kA - A| = ۱۲۵$ باشد، دترمینان $I_p(k+1)$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) ۶۴ (۲) ۸ (۳) -۸ (۴) -۶۴

۳۴- برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ با درایه‌های صحیح و ماتریس $B = \begin{bmatrix} ۱ & a \\ \sqrt{۲} b & c \\ c & d \end{bmatrix}$ ، اگر $|A| = ۲$ و $|B| = ۲$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های غیرصفر ماتریس B^3 کدام است؟

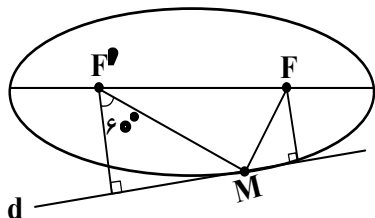
- (۱) $۳۲\sqrt{۲}$ (۲) $۲\sqrt{۲}$ (۳) $-۳۲\sqrt{۲}$ (۴) $-۲\sqrt{۲}$

۳۵- مختصات مرکز دایره‌ای که از نقطه $(۴,۵)$ بگذرد و بر خط $۳x - ۲y = ۶$ در نقطه $(۲,۰)$ مماس باشد، کدام است؟

- (۱) $(۲,۵)$ (۲) $(۳, ۱,۵)$ (۳) $(۴, -۳,۵)$ (۴) $(۳,۵, -۱)$



۳۶- در شکل زیر، خط d در نقطه M بر بیضی مماس است. اگر فاصله بین پای عمودهای رسم شده از دو کانون F و F' بر خط d برابر $2\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

۳۷- چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی $8x^2 + xy + 3x - y = 0$ قرار دارد؟

- ۱ (۴)
- ۲ (۳)
- ۳ (۲)
- ۴ (۱)

۳۸- تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

- ۲۱ (۴)
- ۲۲ (۳)
- ۱۵ (۲)
- ۱۶ (۱)

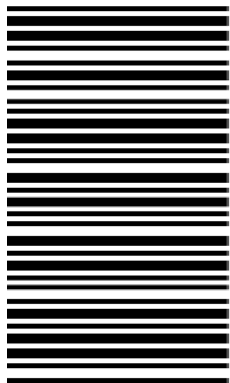
۳۹- چند تابع $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 4\}$ می توان تعریف کرد به طوری که مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد؟

- ۲۷ (۴)
- ۲۸ (۳)
- ۴۰ (۲)
- ۴۱ (۱)

۴۰- در گراف G ، $p(G) \gg 4$ و $\chi(G) \geq 3$ است. اگر طول بلندترین دور در گراف G برابر ۴ باشد، کمترین مقدار $p(G)$ کدام است؟

- ۵ (۴)
- ۶ (۳)
- ۷ (۲)
- ۸ (۱)

محل انجام محاسبات



122A

کد کنترل

122

A

دفترچه شماره ۲

صبح پنجشنبه
۱۴۰۴/۰۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت اول سال ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
۶۵ سؤال	۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک	۱
۷۵ دقیقه	۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی	۲

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

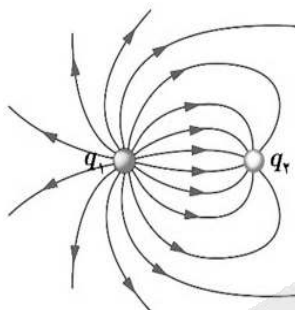
اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۴۱- در کدام واپاشی، عدد جرمی تغییر می‌کند؟

- (۱) گاما (۲) آلفا (۳) بتای منفی (۴) بتای مثبت

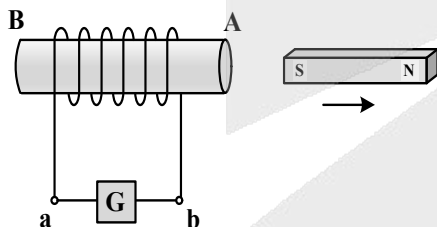
۴۲- در شکل زیر، با توجه به خطوط میدان الکتریکی، کدام رابطه‌ها در مورد بارهای الکتریکی درست است؟



- (۱) $q_1 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$
 (۲) $q_1 < 0$ و $|q_1| > |q_2|$
 (۳) $q_2 < 0$ و $|q_2| < |q_1|$
 (۴) $q_2 < 0$ و $|q_2| > |q_1|$

۴۳- شکل زیر، آهنربای تیغه‌ای را نشان می‌دهد که از سیملوله دور می‌شود. در این حالت، جریان الکتریکی القایی که از

گالوانومتر می‌گذرد، به کدام جهت است و در A و B، به ترتیب چه قطب‌های مغناطیسی ایجاد می‌شود؟



- (۱) از a به b - N و S
 (۲) از b به a - N و S
 (۳) از a به b - S و N
 (۴) از b به a - S و N

۴۴- ۲۵ کیلووات ساعت، معادل چند مگاژول است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۹۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۹۰۰

محل انجام محاسبات



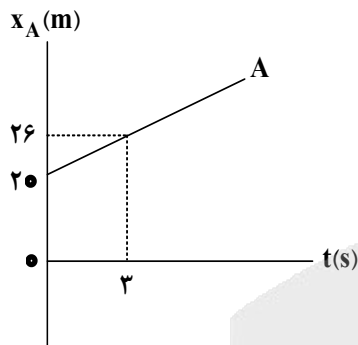
۴۵- از نقطه‌ای به ارتفاع h هر دو تانیه یک گلوله رها می‌شود. اگر در لحظه رها شدن گلوله سوم، گلوله اول به زمین برسد، در این لحظه گلوله دوم از ارتفاع چند متری عبور می‌کند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است).

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۴۶- متحرکی روی محور x از مبدأ محور با شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. سه ثانیه بعد، متحرک دیگری روی محور x از همان نقطه و در همان جهت با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید. در این حرکت، چند ثانیه فاصله بین دو متحرک در حال کاهش است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۷- نمودار مکان - زمان متحرک A مطابق شکل است. متحرک B که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = 0$ s با سرعت $\vec{v}_0 = (12 \frac{m}{s}) \hat{i}$ از مبدأ محور می‌گذرد. اگر متحرک B در لحظه $t = 4$ s به متحرک A برسد، شتاب آن در SI کدام است؟



- (۱) $(1,5) \hat{i}$
 (۲) $(1,0) \hat{i}$
 (۳) $(-2,0) \hat{i}$
 (۴) $(-2,5) \hat{i}$

۴۸- معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت $v = 3t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۴۹- روی سطح افقی بدون اصطکاک، جسمی به جرم 800 گرم با تندی $5 \frac{m}{s}$ به سمت غرب در حرکت است. نیروی ثابت 2 N به‌طور پیوسته به سمت شرق بر جسم وارد می‌شود تا جسم متوقف شود و سپس به همان تندی $5 \frac{m}{s}$ به سمت شرق برسد. زمان اثر این نیرو چند ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

محل انجام محاسبات



۵۰- جسمی به جرم 50 kg را می‌خواهیم با طنابی پایین بیاوریم. بیشینه نیروی کششی که طناب می‌تواند تحمل کند، 430 N است. جسم را در راستای قائم با شتاب چند متر بر مربع ثانیه پایین بیاوریم تا طناب در آستانه پاره شدن

باشد؟ $(g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) ۸٫۶ (۲) ۴٫۳ (۳) ۲٫۴ (۴) ۱٫۲

۵۱- نیروی خالص F به جسمی به جرم m_1 شتاب $12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و به جسمی به جرم m_2 شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ می‌دهد. اگر این نیرو به جسمی به جرم $m_2 - m_1$ وارد شود، شتاب آن چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۵۲- یک میز افقی دوار حول مرکز خود به‌طور یکنواخت می‌چرخد و هر 3.14 ثانیه، 3 دور کامل می‌زند. سکه‌ای روی میز در 10 سانتی‌متری مرکز دوران قرار دارد که در آستانه لغزش است. ضریب اصطکاک ایستایی بین سکه و سطح میز چقدر است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) ۰٫۲۴ (۲) ۰٫۳۶ (۳) ۰٫۴۲ (۴) ۰٫۴۸

۵۳- جرم و نیروی کشش دو تار مسی A و B با هم برابر و سطح مقطع تار A ، 4 برابر سطح مقطع تار B است. اگر تندی انتشار موج عرضی در تار A ، $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، تندی انتشار این موج در تار B چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $100\sqrt{2}$ (۲) ۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۴۰۰

۵۴- اگر کهکشانی به ما نزدیک شود، کدام مشخصه نور دریافتی از آن، افزایش می‌یابد؟

- (۱) تندی و طول موج (۲) تندی و بسامد (۳) طول موج (۴) بسامد

۵۵- فنری را از یک نقطه آویزان می‌کنیم و به سر دیگر آن وزنه 200 گرمی وصل می‌کنیم. طول فنر 2.5 cm افزایش می‌یابد و وزنه به تعادل می‌رسد. اگر این وزنه را در راستای قائم با دامنه 2 cm به نوسان درآوریم، بیشینه انرژی

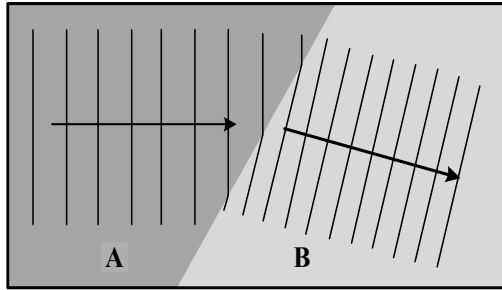
جنبشی آن چند میلی‌ژول می‌شود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات



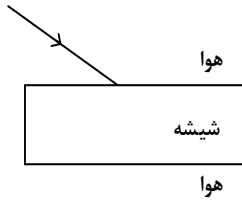
۵۶- شکل زیر، جبهه‌های موج روی آب را نشان می‌دهد که از ناحیه A وارد ناحیه B می‌شود. به ترتیب، تندی انتشار



موج و عمق آب در کدام ناحیه بیشتر است؟

- (۱) B و A
- (۲) A و B
- (۳) A و A
- (۴) B و B

۵۷- پرتو نوری شامل نورهای آبی و قرمز مطابق شکل بر تیغه شیشه‌ای متوازی‌السطوح می‌تابد. نوری که از طرف دیگر



شیشه خارج می‌شود، چگونه است؟

- (۱) پرتوها از هم جدا شده‌اند و در دو جهت متفاوت، منتشر می‌شوند.
- (۲) پرتوها از هم جدا نشده‌اند و در امتداد پرتو تابش، منتشر می‌شوند.
- (۳) پرتوها از هم جدا شده‌اند و نزدیک هم در یک جهت منتشر می‌شوند.
- (۴) پرتوها از هم جدا نشده‌اند و در جهت متفاوت با پرتو تابش، منتشر می‌شوند.

۵۸- در یک آزمایش فوتوالکتریک، اگر طول موج نور فرودی کاهش یابد، کدام کمیت افزایش می‌یابد؟

- (۱) بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها
- (۲) تعداد فوتوالکترن‌ها
- (۳) بسامد آستانه
- (۴) تابع کار

۵۹- مدل اتمی بور، کدام موارد را نمی‌تواند توضیح دهد و در تحلیل آنها ناتوان است؟

- الف - محاسبه انرژی یونش اتم هیدروژن
- ب - متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن
- ج - حالتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد.
- د - طیف‌های جذبی گاز هیدروژن اتمی

- (۱) «ب» و «د»
- (۲) «ب» و «ج»
- (۳) «الف» و «د»
- (۴) «الف» و «ج»

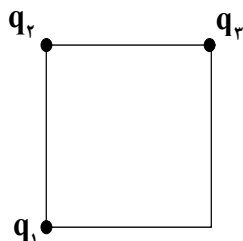
محل انجام محاسبات



۶۰- پس از گذشت ۸ ساعت، تعداد هسته‌های پرتوزای یک نمونه، به $\frac{1}{16}$ تعداد موجود در آغاز کاهش یافته است. نیمه‌عمر ماده چند ساعت است؟

- (۱) ۱ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۶۱- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای یکسان در سه رأس مربعی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالصی که بر q_2 وارد می‌شود، چند برابر بزرگی نیرویی است که q_1 بر q_2 وارد می‌کند؟

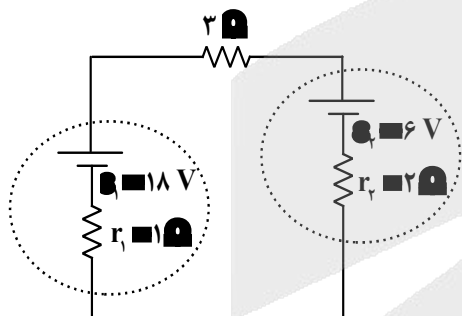


- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{2}$

۶۲- خازنی که بین صفحات آن هوا است به دو سر یک باتری وصل است. اگر با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $k=3$ فضای بین دو صفحه را پر کنیم، انرژی خازن و میدان الکتریکی بین دو صفحه، به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) ۱ و ۹ (۳) ۳ و ۳ (۴) ۳ و ۹

۶۳- در مدار شکل زیر، توان ورودی باتری (۲)، چند برابر توان خروجی باتری (۱) است؟



- (۱) $\frac{4}{5}$
(۲) $\frac{5}{8}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) ۱

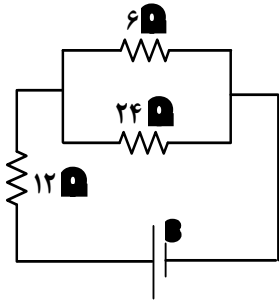
۶۴- جنس و دمای دو سیم استوانه‌ای A و B یکسان است. اگر طول سیم A دو برابر طول سیم B و جرم آن نصف جرم B باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند برابر مقاومت سیم B است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات



۶۵- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۱۲ اهمی چند برابر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۶ اهمی است؟



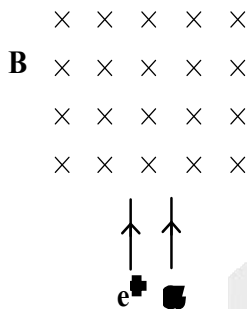
(۱) $\frac{8}{5}$

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۶۶- مطابق شکل، پرتوهایی از دو ذره آلفا و پوزیترون در جهت نشان داده شده وارد میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو می شوند. جهت انحراف ذرات در درون میدان چگونه است؟



(۱) هر دو به چپ

(۲) هر دو به راست

(۳) آلفا به راست و پوزیترون به چپ

(۴) آلفا به چپ و پوزیترون به راست

۶۷- جریان الکتریکی ۲٫۵ A از سیملوله آرمانی به طول ۱۰ cm می گذرد. اگر میدان مغناطیسی ایجاد شده در درون

سیملوله ۱۵۷ G باشد، تعداد حلقه های آن چقدر است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

(۴) ۲۵۰

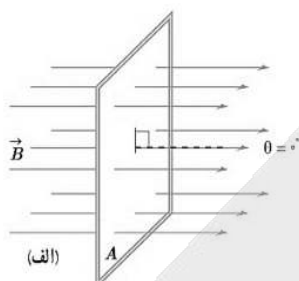
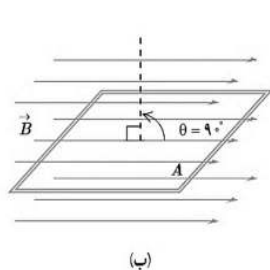
(۳) ۵۰۰

(۲) ۱۰۰۰

(۱) ۱۵۰۰

محل انجام محاسبات

۶۸- در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت 40 cm^2 ، حول محوری عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0.5 \text{ T}$ می‌چرخد. در بازهٔ زمانی که حلقه از حالت (الف) به حالت (ب) می‌رسد، شار مغناطیسی چند ویر و چگونه تغییر می‌کند؟

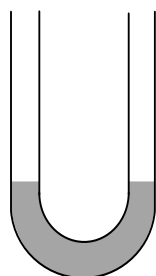


- (۱) 2×10^{-2} و افزایش می‌یابد.
 (۲) 2×10^{-2} و کاهش می‌یابد.
 (۳) 2×10^{-4} و افزایش می‌یابد.
 (۴) 2×10^{-4} و کاهش می‌یابد.

۶۹- درون یک ظرف استوانه‌ای، 2.5 لیتر مایع به چگالی $1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه 50 cm^2 باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

- (۱) 7.6 (۲) 4.4 (۳) 8.2 (۴) 2.8

۷۰- در شکل زیر، درون لولهٔ U شکل مقداری جیوه قرار دارد. در یکی از شاخه‌ها روی جیوه به ارتفاع 17 cm مایعی به چگالی $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ می‌ریزیم. در شاخهٔ مقابل، سطح جیوه نسبت به موقعیت اولیه، چند سانتی‌متر بالا می‌آید؟



- ($\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)
 (۱) 1.25
 (۲) 2.5
 (۳) 3.75
 (۴) 5

۷۱- جسمی به جرم 60 kg از موقعیت A به موقعیت B می‌رود. کار کل انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی 24 kJ است. اگر تندی جسم در موقعیت A برابر $126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ است؟

- (۱) 35 (۲) 45 (۳) 144 (۴) 162

۷۲- پدری با پسرش می‌دود. جرم پدر دو برابر جرم پسر است ولی انرژی جنبشی او، نصف انرژی جنبشی پسرش است. اگر پدر $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر تندی خود اضافه کند، انرژی جنبشی آنها برابر می‌شود. تندی اولیهٔ پدر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2} + 2$ (۴) $\sqrt{2} + 2$

محل انجام محاسبات



۷۳- کدام مورد همرفت طبیعی است؟

(۱) سیستم خنک کننده موتور اتومبیل

(۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن

(۳) سیستم گرم کننده مرکزی در ساختمان‌ها

(۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

۷۴- اگر دمای هوای اتاقی را از 24°C به 25°C برسانیم، چه کسری از مولکول‌های هوا خارج شود تا فشار هوای اتاق تغییر نکند؟

$$\frac{1}{274} \quad (4)$$

$$\frac{1}{297} \quad (3)$$

$$\frac{1}{273} \quad (2)$$

$$\frac{1}{298} \quad (1)$$

۷۵- ماشین بنزینی، چرخه‌ای را طی می‌کند که شامل ۶ فرایند است. از این تعداد، چند فرایند همراه با حرکت پیستون است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۷۶- کدام مورد درست است؟

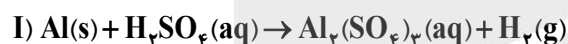
- ۱) تفاوت انرژی نور سرخ و نیلی، کمتر از تفاوت انرژی نور نارنجی و آبی است.
- ۲) رنگین کمان، از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی است و گستره‌ای از رنگ‌های سرخ تا بنفش را دربرمی‌گیرد.
- ۳) رنگ شعله لیتیم سولفات و لیتیم نیترات، متفاوت، اما رنگ شعله مس (II) سولفات و سدیم سولفات، مشابه است.
- ۴) سطح انرژی لایه اول الکترونی در اتم‌های هیدروژن و هلیم یکسان است و الکترون در حالت برانگیخته اتم، در نهایت، به این لایه بازمی‌گردد.

۷۷- کدام مورد دربارهٔ سیاره‌های زمین و مشتری، نادرست است؟

- ۱) درصد فراوانی گوگرد، در زمین و مشتری یکسان است.
 - ۲) از عنصرهای مشترک دو سیاره می‌توان گوگرد و اکسیژن را نام برد.
 - ۳) سومین عنصر فراوان در زمین و مشتری، به ترتیب از نوع شبه‌فلز و نافلزند.
 - ۴) درصد فراوانی آهن در زمین کمتر از ۵۰ درصد، و درصد فراوانی هیدروژن در مشتری بیش از ۵۰ درصد است.
- ۷۸- در دما و فشار معین، بالونی دارای گاز کربن مونوکسید است. اگر مقداری از آن را خارج کرده و به‌جای آن، گاز آرگون وارد شود به طوری که حجم ثابت بماند، مجموع جرم گازهای درون بالون، برابر ۶۲۰ گرم و درصد جرمی آرگون، برابر ۳۰ می‌شود. مقدار اولیهٔ گاز کربن مونوکسید، برابر چند گرم بوده است؟ (C ۱۲, O ۱۶, Ar ۴۰: g.mol⁻¹)

۱) ۶۶۰٫۴ (۲) ۶۴۴٫۲ (۳) ۵۸۰٫۴ (۴) ۵۶۴٫۲

۷۹- چند گرم آلومینیم برای واکنش با مقدار کافی از سولفوریک اسید (مطابق واکنش I) لازم است تا هیدروژن موردنیاز برای واکنش کامل آن با ۸٫۹۶ لیتر گاز کلر در شرایط STP (مطابق واکنش II)، فراهم شود؟ (معادلهٔ واکنش‌ها موازنه شود و Al ۲۷ g.mol⁻¹)



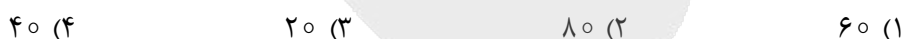
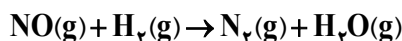
۱) ۱۴٫۴ (۲) ۱۰٫۸ (۳) ۷٫۲ (۴) ۳٫۶

محل انجام محاسبات

۸۰- اگر مولکول $XOCl$ ، در مجموع دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم‌ها و یک پیوند دوگانه باشد، در ساختار لوویس آنیون XO_3^- ، چند جفت الکترون پیوندی وجود دارد و فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از واکنش سدیم و X کدام است؟ (X، عنصر اصلی جدول تناوبی عنصرها است.)



۸۱- اگر $13/44$ لیتر مخلوطی از گازهای NO و H_2 (متناسب با ضرایب استوکیومتری) در شرایط STP و مطابق معادله زیر، با یکدیگر واکنش داده و در مجموع، $3/84$ گرم فراورده تشکیل شود، چند درصد از واکنش دهنده‌ها به فراورده تبدیل شده است؟ (معادله واکنش موازنه شود و $H=1, N=14, O=16 : g.mol^{-1}$)



۸۲- با اضافه کردن چند گرم آب مقطر به 500 میلی لیتر محلول ۲ مولار سدیم هیدروکسید می توان محلول ۵ درصد جرمی از آن را تهیه کرد؟ (چگالی محلول، برابر $1/2 g.mL^{-1}$ است و $H=1, O=16, Na=23 : g.mol^{-1}$)



۸۳- کدام مورد همواره درست است؟

- ۱) انحلال پذیری گاز CO_2 ، بیشتر از انحلال پذیری گاز N_2 و کمتر از انحلال پذیری گاز NO است.
- ۲) گشتاور دوقطبی متان، همانند گشتاور دوقطبی کربن دی سولفید، برابر صفر است.
- ۳) انحلال پذیری گازها برخلاف انحلال پذیری نمک‌ها، با افزایش دما، کاهش می یابد.
- ۴) انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود یون پتاسیم به کندی انجام می شود.

۸۴- با توجه به داده‌های جدول و برای حجم معینی از دو محلول، غلظت مولکول‌ها در محلول (I)، چند برابر مجموع غلظت یون‌ها در محلول (II) است؟

	محلول اسیدی	غلظت (مولار)	درصد یونش
I	HF	0.2	$2/4$
II	HCOOH	0.1	2

۴۸/۸ (۱)

۲۴/۴ (۲)

۹۷/۶ (۳)

۱۲/۲ (۴)

محل انجام محاسبات



۸۵- اگر جرم اکسیژن مصرفی در سوختن کامل مقدار معینی از نخستین آلکان، ۳ برابر جرم اکسیژن مصرفی در سوختن کامل مقدار مشخصی از دومین آلکان باشد، نسبت جرم آلکان سبک‌تر به سنگین‌تر، کدام است؟ ($\text{H} \blacksquare 1, \text{C} \blacksquare 12; \text{g.mol}^{-1}$)

۲,۵ (۱) ۳,۸ (۲) ۵,۵ (۳) ۲,۸ (۴)

۸۶- ساختار کدام آلکان درست رسم شده است و شمار گروه‌های CH_3 کمتری دارد؟

(۱) ۳ و ۳- دی‌اتیل، ۲ و ۴- دی‌متیل هپتان: $(\text{CH}_3)_2\text{CH}(\text{CH}_2)_2\text{C}(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{C}_2\text{H}_5$

(۲) ۵ و ۵- دی‌اتیل، ۲- متیل هپتان: $\text{CH}_3\text{CH}(\text{CH}_3)(\text{CH}_2)_2\text{C}(\text{C}_2\text{H}_5)_2$

(۳) ۲ و ۲ و ۵ و ۵- تترامتیل هگزان: $\text{C}(\text{CH}_3)_3(\text{CH}_2)_2\text{C}(\text{CH}_3)_3$

(۴) ۲ و ۲ و ۵- تری‌متیل اکتان: $(\text{CH}_3)_3\text{C}(\text{CH}_2)_5\text{CH}_3$

۸۷- با توجه به واکنش زیر، اگر تفاوت جرم فرآورده‌های گازی، برابر $10,4$ گرم باشد، چند مول واکنش دهنده با بازده ۶۴ درصد تجزیه شده است؟ ($\text{H} \blacksquare 1, \text{C} \blacksquare 12, \text{O} \blacksquare 16; \text{g.mol}^{-1}$)



۱,۷۵ (۴) ۱,۵۰ (۳) ۱,۲۵ (۲) ۰,۸۰ (۱)

۸۸- اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر Y از دسته d جدول تناوبی، دو برابر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X از دسته s باشد، کدام مورد درباره آنها به یقین درست است؟ (Y، در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارد.)

(۱) در واکنش X و Y با گاز کلر، به ترتیب، ۲ و ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

(۲) حالت فیزیکی هر دو جامد است و واکنش پذیری X، از واکنش پذیری Y بیشتر است.

(۳) بالاترین عدد اکسایش اتم دو عنصر X و Y در ترکیب‌هایشان، به ترتیب برابر ۲ و ۴ است.

(۴) اگر هر دو در دوره چهارم جدول تناوبی جای داشته باشند، تفاوت عدد اتمی آنها، حداقل برابر ۲ است.

۸۹- با توجه به معادله داده شده، اگر میانگین آنتالپی پیوند $\text{N}=\text{H}$ ، برابر 390 کیلوژول بر مول باشد، برای شکستن

$0,2$ مول پیوند در N_2 و $0,6$ مول پیوند در H_2 ، در مجموع چند کیلوژول گرما لازم است؟



۵۲۴,۴ (۴) ۵۱۴,۴ (۳) ۴۵۴,۶ (۲) ۴۴۹,۶ (۱)

محل انجام محاسبات

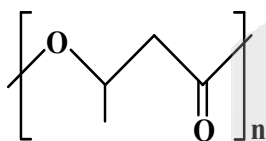
- ۹۰- کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ ویژگی‌های ساختارهای غیرحلقوی دارای فرمول مولکولی $C_3H_6O_7$ ، نادرست است؟
- (۱) یک نوع استر یا یک نوع اسید است.
 - (۲) سطح انرژی آنها، با یکدیگر تفاوت دارد.
 - (۳) شمار جفت‌الکترون پیوندی در آنها، برابر است.
 - (۴) نوع نیروی جاذبهٔ بین مولکولی غالب در یک نوع از آنها، متفاوت از سایر ایزومرها است.
- ۹۱- با توجه به واکنش گازی داده‌شده، ۲ مول گاز N_2O_5 وارد ظرف دربسته می‌شود. اگر پس از ۲۰ ثانیه، شمار مول‌های گاز NO_2 ، برابر ۲ و سرعت متوسط تشکیل گاز O_2 ، برابر $6 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، حجم ظرف واکنش، برابر چند لیتر و پس از این مدت، مجموع غلظت مولی گازهای درون ظرف کدام است؟ (واکنش، یک‌طرفه در نظر گرفته شود).
- $$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$$

(۱) ۲٫۲ ، ۲٫۵ (۲) ۲٫۲ ، ۵ (۳) ۱٫۴ ، ۲٫۵ (۴) ۱٫۴ ، ۵

- ۹۲- کدام واکنش با جذب گرما و کاهش شمار مول‌های گازی فراورده(ها) نسبت به واکنش‌دهنده(ها) همراه است؟

(۱) تجزیهٔ هیدروژن پراکسید به آب و گاز اکسیژن
(۲) تشکیل هیدرازین از عنصرهای سازنده
(۳) تجزیهٔ آمونیاک به عنصرهای سازنده
(۴) تشکیل متان از گرافیت و هیدروژن

- ۹۳- با توجه به ساختار پلیمر داده‌شده، کدام مورد درست است؟ ($H \blacksquare ۱, C \blacksquare ۱۲, O \blacksquare ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) جرم مولی مونومر آن، دو برابر جرم مولی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک‌عاملی است.
- (۲) مونومرهای سازندهٔ واحد تکرارشوندهٔ پلیمر، یک الکل و یک استر است.
- (۳) مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در مونومر آن، برابر ۳- است.
- (۴) از مونومر آن در تهیهٔ پلی‌استر می‌توان استفاده کرد.

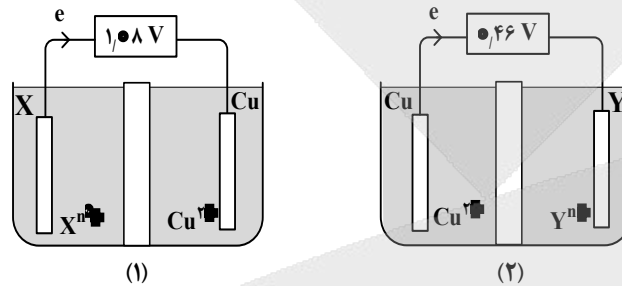
محل انجام محاسبات

- ۹۴- نوع پلیمر استفاده شده در ساخت «منبع بزرگ پلاستیکی (تانکر) آب» و «تایر اتومبیل» به ترتیب، کدام اند؟
 (۱) پلی اتن - پلی استر
 (۲) پلی آمید - پلی اتن
 (۳) پلی اتن - پلی آمید
 (۴) پلی استر - پلی آمید
- ۹۵- اگر در دمای اتاق، ۰٫۵ لیتر محلول ۰٫۱ مولار هیدروکلریک اسید (ظرف I)، توسط مقدار معینی از محلول سدیم هیدروکسید (ظرف II) خنثی شود، کدام مورد، نادرست است؟
 (۱) ظرف II، می تواند دارای ۰٫۰۵ مول سدیم هیدروکسید باشد.
 (۲) حاصلضرب $[H^+]$ و $[OH^-]$ ، پس از خنثی شدن، برابر 10^{-14} است.
 (۳) اگر حجم محلول II، برابر یک لیتر باشد، شمار یونهای H^+ ، در ظرف I، دو برابر شمار یونهای OH^- در ظرف II، است.
 (۴) اگر حجم محلول ظرف II، برابر ۲۵۰ میلی لیتر باشد، غلظت یون هیدروکسید در ظرف II، دو برابر غلظت یون هیدرونیوم در ظرف I است.
- ۹۶- اگر تفاوت شمار اتمهای هیدروژن در مولکول یک پاک کننده صابونی جامد و اتمهای هیدروژن حلقه بنزنی در مولکول یک پاک کننده غیرصابونی گوگرددار، برابر ۳۱ و هر دو دارای زنجیر هیدروکربنی سیر شده باشند، کدام مورد درباره آنها به یقین درست است؟ ($H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32: g.mol^{-1}$)
 (۱) جرم مولی پاک کننده صابونی، برابر ۳۰۶ گرم است.
 (۲) شمار اتمهای کربن در مولکول دو پاک کننده، برابر است.
 (۳) جرم مولی پاک کننده صابونی، بیشتر از جرم مولی پاک کننده غیرصابونی است.
 (۴) تفاوت شمار اتمهای کربن زنجیر هیدروکربنی در مولکول دو پاک کننده، برابر ۶ است.
- ۹۷- اگر حجم محلولی که از حل کردن ۱۵٫۵ گرم نمونه دارای سدیم اکسید و ۲٫۳۵ گرم پتاسیم اکسید خالص در آب مقطر در دمای اتاق تشکیل می شود برابر ۰٫۵ لیتر و $pH=13.7$ باشد، درصد خلوص نمونه سدیم اکسید کدام است؟ (ناخالصی، یون تولید نمی کند و $O=16, Na=23, K=39: g.mol^{-1}$)
 $K_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2KOH(aq)$
 $Na_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2NaOH(aq)$
 (۱) ۸۰
 (۲) ۴۰
 (۳) ۹۰
 (۴) ۵۰

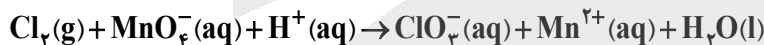
محل انجام محاسبات

۹۸- درباره هر واکنش «اکسایش - کاهش»، کدام مورد درست است؟

- (۱) اگر الکترون مبادله نشود، گونه فلزی در واکنش، شرکت ندارد.
 - (۲) به ازای اکسایش هر یون فلزی، یک یون نافلزی کاهش خواهد یافت.
 - (۳) اگر گونه فلزی در واکنش شرکت کند، حداقل یک یون فلزی در فرآورده‌ها وجود دارد.
 - (۴) اگر حالت فیزیکی فرآورده‌ها مشابه باشد، حالت فیزیکی واکنش دهنده‌ها نیز مشابه است.
- ۹۹- با توجه به شکل‌های داده شده که دو سلول گالوانی استاندارد «Cu - X» و «Y - Cu» را نشان می‌دهد، کدام مورد به یقین درست است؟
- $E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = +0,34 \text{ V}$, $E^\circ(\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}) = -0,15 \text{ V}$



- (۱) مقایسه قدرت اکسندگی کاتیون‌ها به صورت: $\text{Sn}^{2+} < \text{X}^{n+} < \text{Cu}^{2+} < \text{Y}^{n+}$ است.
 - (۲) نیروی الکتروموتوری سلول استاندارد تشکیل شده از دو نیم‌سلول X و Y برابر ۱,۴۴ ولت است.
 - (۳) اگر به جای نیم‌سلول Y و نیم‌سلول X، نیم‌سلول قلع قرار گیرد، جهت جریان در سلول (۱) و سلول (۲)، تغییر می‌کند.
 - (۴) اگر افزایش جرم مس در سلول (۱)، برابر کاهش جرم مس در سلول (۲) باشد، شمار الکترون‌های مبادله شده برابر خواهد بود.
- ۱۰۰- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است و اگر ۰,۴ مول گونه اکسندنده در واکنش مصرف شود، چند مول الکترون مبادله می‌شود؟



(۴) ۲, ۱۱

(۳) ۲, ۱۳

(۲) ۱, ۱۱

(۱) ۱, ۱۳

۱۰۱- نسبت آنتالپی فروپاشی شبکه بلور در کدام مورد، بزرگ‌تر است؟

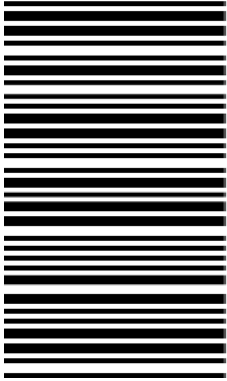
(۴) CaO به Al_2O_3

(۳) KBr به NaCl

(۲) MgO به AlF_3

(۱) LiF به KBr

محل انجام محاسبات



601A

کد کنترل

601

A



ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	تعلیم و تربیت اسلامی	۲۰	۱۰۶	۱۲۵	۲۰	۴۰ سؤال
۲	هوش و استعداد معلمی	۲۰	۱۲۶	۱۴۵	۴۰	۶۰ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

- ۱۰۶- موارد زیر، به ترتیب مربوط به کدام مرحله تقرب به خدا است؟
 «در نظر گرفتن واجبات و محرومات» - «سرزنش و عتاب به هنگام سستی در عهد با خدا»
 (۱) عزم برای حرکت - محاسبه
 (۲) عهد بستن با خدا - مراقبه
 (۳) عزم برای حرکت - مراقبه
 (۴) عهد بستن با خدا - محاسبه
- ۱۰۷- با توجه به اینکه پیامبر اکرم (ص) یک انسان معصوم است، چگونه می‌توان ایشان را اسوه قرار داد و مثل او عمل کرد؟
 (۱) می‌توانیم از تجربه‌های ایشان استفاده کنیم و مانند ایشان به دستورات عمل کنیم.
 (۲) چون ایشان مطابق دستور خداوند عمل می‌کند، ما موظف هستیم عین او باشیم.
 (۳) در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم.
 (۴) ما توانایی آنچه را که پیامبر اکرم (ص) انجام داده‌اند را نداریم.
- ۱۰۸- امام صادق (ع) کدام مورد را «حرم خدا» می‌نامد و آیه شریفه مؤید آن کدام است؟
 (۱) قلب انسان - ﴿أشد حبا لله﴾
 (۲) عشق و محبت - ﴿أشد حبا لله﴾
 (۳) قلب انسان - ﴿يحبونهم كحب الله﴾
 (۴) عشق و محبت - ﴿يحبونهم كحب الله﴾
- ۱۰۹- قرآن کریم، کدام مورد را شرط اصلی دوستی با خدا می‌داند؟
 (۱) ﴿و يغفر لكم ذنوبكم و الله غفور رحيم﴾
 (۲) ﴿قل ان كنتم تحبون الله فاتبعوني...﴾
 (۳) ﴿و الذين آمنوا اشد حبا لله﴾
 (۴) ﴿يحبونهم كحب الله...﴾
- ۱۱۰- اگر کسی در ماه رمضان، بعد از ظهر مسافرت کند، وظیفه‌اش نسبت به روزه آن روز، کدام است؟
 (۱) باید روزه خود را ادامه دهد.
 (۲) روزه آن روز را نمی‌تواند بگیرد.
 (۳) وقتی به حد ترخص شرعی رسید باید روزه خود را افطار کند.
 (۴) باید تا حد ترخص روزه‌اش را نگه دارد و پس از آن می‌تواند روزه‌اش را افطار کند.
- ۱۱۱- انسان به هر میزانی که رشته‌های در روح او قوی و مستحکم شود، نوع می‌شود.
 (۱) اخلاق - آراستگی و پوشش او باوقارتر
 (۲) عفاف - آراستگی و پوشش او باوقارتر
 (۳) اخلاق - مقبولیت او در مقابل دیگران بیشتر
 (۴) عفاف - مقبولیت او در مقابل دیگران بیشتر
- ۱۱۲- خطاب آیه شریفه ﴿يدينن عليهم من جلابيبهن﴾ چه کسانی هستند و به کدام موضوع اشاره دارد؟
 (۱) زنان و دختران پیامبر (ص) و زنان مؤمن - رعایت حدود حجاب
 (۲) زنان و دختران پیامبر (ص) و زنان مؤمن - علت و شکل پوشش
 (۳) زنان پیامبر (ص) و همسران مردان مؤمن - رعایت حدود حجاب
 (۴) زنان پیامبر (ص) و همسران مردان مؤمن - علت و شکل پوشش
- ۱۱۳- عبارت «خداوند عزیز است» به کدام معناست؟
 (۱) کسی نمی‌تواند در اراده او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.
 (۲) هر انسانی او را دوست دارد و محبتش را در دل حس می‌کند.
 (۳) خداوند بسیار مهربان و نسبت به همه توبه‌پذیر است.
 (۴) خداوند در برابر مستکبران و زورگویان می‌ایستد.
- ۱۱۴- آیه شریفه ﴿و جعل لكم من ازواجكم بنين و حفدة﴾ به کدام موضوع اشاره دارد؟
 (۱) ویژگی‌های فطری و مشترک زن و مرد
 (۲) نقش مکمل بودن زن و مرد در خانواده
 (۳) از اهداف ازدواج، رشد و پرورش فرزندان است.
 (۴) از اهداف ازدواج، رشد اخلاقی و معنوی خانواده است.



- ۱۱۵- عبارت قرآنی «از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید» با چه هدفی بوده است و راه حفاظت کامل از دین پس از ازدواج، به ترتیب، کدام است؟
- ۱) ﴿لَتَسْكُنُوا إِلَيْهَا﴾ - تقوا الهی
 - ۲) ﴿لَتَسْكُنُوا إِلَيْهَا﴾ - بندگی خدا
 - ۳) ﴿وَجَعَلَ لَكُمْ مِنْ أَزْوَاجِكُمْ بَنِينَ وَحَفَدَةً﴾ - تقوا الهی
 - ۴) ﴿وَجَعَلَ لَكُمْ مِنْ أَزْوَاجِكُمْ بَنِينَ وَحَفَدَةً﴾ - بندگی خدا
- ۱۱۶- رسول گرامی اسلام (ص) بالاترین صدقه را کدام مورد می‌داند؟
- ۱) مالی را که کسب کردید در راه خدا انفاق کنید.
 - ۲) برای ترویج و نشر علم، مراکز علمی بسازید.
 - ۳) با تولید و توزیع علم، به جامعه خدمت کنید.
 - ۴) چیزی را یاد بگیرید و به دیگران بیاموزید.
- ۱۱۷- مشکل بزرگ جامعه بشری در باب علم کدام است؟
- ۱) همراهی علم با شهرت
 - ۲) جدایی تعلیم از تزکیه
 - ۳) همراهی علم با ثروت
 - ۴) جدایی تعلیم از تعلم
- ۱۱۸- «اخلاص» به چه معناست و کدام آیه شریفه حاکی از آن است؟
- ۱) انسان از اول نیت اجر و پاداش نکند - ﴿وَمَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ مِنْ أَجْرٍ...﴾
 - ۲) انسان از اول نیت اجر و پاداش نکند - ﴿وَمَنْ كَانَ غَنِيًّا فَلْيَسْتَعْفِفْ...﴾
 - ۳) در مقابل کار، حق الزحمه و هدیه دریافت نکند - ﴿وَمَنْ كَانَ غَنِيًّا فَلْيَسْتَعْفِفْ...﴾
 - ۴) در مقابل کار، حق الزحمه و هدیه دریافت نکند - ﴿وَمَا أَسْأَلُكُمْ عَلَيْهِ مِنْ أَجْرٍ...﴾
- ۱۱۹- قرآن کریم درباره «مردمی بودن انبیاء (ع)» چه می‌فرماید؟
- ۱) ﴿وَإِذَا مَرُوا بِاللَّغْوِ مَرُوا كِرَامًا﴾
 - ۲) ﴿لَا نُرِيدُ مِنْكُمْ جَزَاءً وَ لَا شُكُورًا﴾
 - ۳) ﴿وَأَجْعَلْ لِي لِسَانَ صِدْقٍ فِي الْآخِرِينَ﴾
 - ۴) ﴿يَأْكُلُ الطَّعَامَ وَيَمْشِي فِي الْأَسْوَاقِ﴾
- ۱۲۰- خداوند کدام دو نام از نام‌های خودش را بر هیچ‌یک از پیامبران جز پیامبر اسلام (ص) اطلاق نکرده است؟
- ۱) کریم و علیم
 - ۲) رئوف و رحیم
 - ۳) حکیم و حلیم
 - ۴) غفار و ستار
- ۱۲۱- خداوند در قرآن به پیامبر (ص) می‌فرماید: ﴿سَيَقُولُ السُّفَهَاءُ مِنَ النَّاسِ...﴾ افراد بی‌خرد در آینده درباره چه مطلبی سؤال می‌کنند؟
- ۱) تعداد رکعات نماز یومیه
 - ۲) زنده شدن مردگان در رستاخیز
 - ۳) تغییر قبله از بیت المقدس به کعبه
 - ۴) هجرت پیامبر (ص) از مکه به مدینه
- ۱۲۲- آیه شریفه ﴿تَبَّتْ يَدَا أَبِي لَهَبٍ وَ تَبَّتْ﴾ به کدام موضوع اشاره دارد؟
- ۱) استادی موفق است که ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند.
 - ۲) حرکات و رفتار معلم باید طوری باشد که شاگرد را تربیت کند و بسازد.
 - ۳) میان استاد و شاگرد، به غیر از رابطه علمی باید رابطه عاطفی وجود داشته باشد.
 - ۴) تکلیف‌گرایی یکی از رموز توفیق است و معلم باید همیشه به فکر وظیفه خود باشد.
- ۱۲۳- در آیه‌ای که فرشتگان به خداوند گفتند: ﴿لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا﴾ به کدام یک از وظایف معلمان اشاره شده است؟
- ۱) قاطعیت در راه حق
 - ۲) استفاده از همه فرصت‌ها
 - ۳) شهامت در گفتن «نمی‌دانم»
 - ۴) آغاز کار با نام خدای متعال
- ۱۲۴- دستور فرمان ﴿و شاورهم فی الأمر فإذا عزمنا فتوکل علی الله﴾ در چه زمانی صادر شده و در ادامه به پیامبر اکرم (ص) چه می‌فرماید؟
- ۱) بعد از پیروزی در جنگ بدر - به رأی اکثریت احترام بگذار و توکل کن
 - ۲) بعد از شکست در جنگ احد - به رأی اکثریت احترام بگذار و توکل کن
 - ۳) بعد از پیروزی در جنگ بدر - پس هنگامی که تصمیم گرفتی بر خداوند توکل کن
 - ۴) بعد از شکست در جنگ احد - پس هنگامی که تصمیم گرفتی بر خداوند توکل کن
- ۱۲۵- خداوند در قرآن کریم در توصیف «قاطعیت در راه حق انبیای الهی» چه می‌فرماید؟
- ۱) ﴿ادفع بالتي هي احسن﴾
 - ۲) ﴿و لا یخشون احداً الا الله﴾
 - ۳) ﴿و تالله لا کیدن اصنامکم﴾
 - ۴) ﴿ادع الی سبیل ربک بالحکمة﴾



راهنمایی: در این بخش از آزمون، یک متن داده شده است. این متن را به دقت بخوانید و پاسخ سؤال‌های ۱۲۶ تا ۱۲۸ را با توجه به آنچه می‌توان از متن استنتاج یا استنباط کرد، انتخاب کنید و در پاسخنامه علامت بزنید.

داستان‌گویی از ابتدایی‌ترین ابزارهای انتقال دانش و تجربه بین انسان‌ها بوده است. در قصه، فکر اصلی در قالب حکایت ارائه می‌شود و قصه‌گویی بیان هنرمندانه حکایت برای انتقال پیام به مخاطب است. در گذشته‌های دور، به دلیل فقدان ابزارهای ثبت دانش، داستان‌ها یکی از عوامل کلیدی برای تحقق این هدف به حساب می‌آمدند. فارست داستان‌گویی را یک نوع ابزار یادگیری می‌داند که توانایی برقراری رابطه بین افکار و احساسات را به شیوه‌ای قابل فهم افزایش می‌دهد. داستان‌گویی به تثبیت و افزایش معلومات کودکان یاری می‌رساند؛ به علاوه، چون به طبیعت آنان نزدیکی دارد، موضوع مطالب را جالب می‌کند و با تحریک عواطف طبیعی‌شان، در آنان رغبت به یادگیری ایجاد می‌کند.

از سوی دیگر، شناخت و استفاده از روش‌های مؤثر در تدریس ریاضی از دیرباز مورد توجه پژوهشگران و متخصصان آموزش و پرورش و بالاخص آموزشگران ریاضی بوده است. جذابیت همراهی با داستان‌ها در انسان باعث شده است که آموزشگران ریاضی به این هنر در تدریس ریاضی توجه کنند. این استفاده با توجه به هدف آموزشگر ریاضی در جنبه‌های مختلف صورت می‌گیرد. به عنوان مثال، گاهی آموزشگر برای جلب توجه و مشارکت دانش‌آموزان مسئله‌ای طرح می‌کند که حل آن با مفهوم مورد بحث امکان‌پذیر است؛ گاهی با بیان تاریخچه‌ای داستان‌گونه، علاقمندی آنان را برمی‌انگیزد؛ و گاهی در قالب داستان یک قانون ریاضی را شرح می‌دهد.

۱۲۶- کدام مورد زیر در ارتباط با کارکرد داستان‌گویی در پاراگراف اول مطرح نشده است؟

- ۱) نگرانی کودکان درباره ارزیابی درسی را کاهش می‌دهد.
- ۲) باعث ایجاد انگیزه در کودکان برای یادگیری می‌شود.
- ۳) احساسات طبیعی کودکان را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
- ۴) به افزایش دانش کودکان کمک می‌کند.

۱۲۷- طبق متن، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- ۱) پیش از استفاده از روش داستان‌گویی در تدریس، آموزشگران ریاضی ابتدا باید دوره‌های داستان‌گویی را بگذرانند.
- ۲) بسیاری از جوامع باستانی داستان‌گویی را به عنوان یک آرمان هنری، و نه صرفاً یک وسیله، ترویج می‌دادند.
- ۳) فارست بر کارکرد داستان‌گویی به عنوان ابزاری برای ایجاد رابطه بین عواطف و حواس پنجگانه تأکید دارد.
- ۴) تلاش برای یافتن روش‌هایی در جهت بهبود آموزش مفاهیم ریاضی سابقه‌ای طولانی دارد.

۱۲۸- متن حاضر، اطلاعات کافی برای پاسخ دادن به کدام پرسش‌های زیر را دارد؟

- الف) به غیر از داستان‌گویی، یک روش انتقال دانش و تجربه در جوامع باستانی چه نام دارد؟
- ب) چه فاکتوری بر نحوه استفاده از داستان‌گویی توسط آموزشگران ریاضی تأثیرگذار است؟
- ج) از چه زمانی استفاده از داستان به عنوان روشی برای تدریس ریاضی به صورت رسمی مورد تأیید قرار گرفت؟

- ۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب» ۳) فقط «ج» ۴) «ب» و «ج»



راهنمایی: برای پاسخگویی به سؤال‌های ۱۲۹ تا ۱۳۲، لازم است موقعیتی را که در هر سؤال مطرح شده، مورد تجزیه و تحلیل قرار دهید و سپس گزینه‌ای را که فکر می‌کنید پاسخ مناسب‌تری برای آن سؤال است، انتخاب کنید. هر سؤال را با دقت بخوانید و با توجه به مطالب مطرح شده در هر سؤال و نتایجی که بیان شده و بیان نشده ولی قابل استنتاج است، پاسخی را که صحیح‌تر به نظر می‌رسد، انتخاب و در پاسخنامه علامت بزنید.

۱۲۹- در بسیاری از کتاب‌های ریاضی، از مجموعه به‌عنوان گروهی از اشیا نام برده شده است، غافل از اینکه اگر بگوییم مجموعه گروهی از اشیاست، باید بگوییم گروه چیست؟! آیا می‌توانیم گروه را تعریف کنیم؟ در واقع، چاره‌ای نیست جز اینکه مانند سیمورلیپ شوتز، ریاضی‌دان معاصر، بگوییم: در همه شاخه‌های ریاضی، مجموعه یک مفهوم بنیادی است. به عبارت دیگر، مجموعه جزء نخستین تعریف نشده‌هاست، مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه که

کدام مورد، جای خالی متن را، به منطقی‌ترین شکل، کامل می‌کند؟

- (۱) کاربردشان در دنیای واقعی برای اهل فن نیز کاملاً مشخص نیست.
- (۲) داستان چگونگی پدید آمدن‌شان هنوز هم در حاله‌ای از ابهام است.
- (۳) تعریف‌شان حتی برای مردم عادی نیز کاملاً واضح و روشن است.
- (۴) برای آنها تعریف دقیقی نداریم اما آنها را با اثرشان می‌شناسیم.

۱۳۰- پیشامدهایی وجود دارند که ممکن است رخ بدهند یا رخ ندهند و ما از چگونگی رخ دادن آنها اطلاع نداریم. به‌عنوان مثال، تا زمانی که سکه را پرتاب نکرده‌ایم، نتیجه پرتاب سکه (پشت یا رو آمدن آن)، مشخص نیست. چنین پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی را که نتیجه آن به‌طور دقیق قابل پیش‌بینی نباشد، اما از همه حالت‌های ممکن در به وقوع پیوستن آنها، مطلع باشیم، پدیده‌ها یا آزمایش‌های تصادفی می‌نامیم. مجموعه شامل همه حالت‌های ممکن در یک پدیده یا آزمایش تصادفی، فضای نمونه‌ای نامیده می‌شود. اگر این مجموعه را S بنامیم، هر زیرمجموعه S مانند A را یک پیشامد تصادفی در S می‌نامیم.

کدام مورد زیر را می‌توان به‌درستی از متن حاضر استنباط کرد؟

- (۱) اشاره به آزمایش پرتاب سکه برای توضیح مفهوم آزمایش تصادفی گمراه‌کننده است.
- (۲) مجموعه A ‌های ممکن در یک آزمایش تصادفی، برخلاف زیرمجموعه‌های S آن، همیشه مشخص نیست.
- (۳) در یک پدیده تصادفی، معلومات موجود برای پیش‌بینی پیشامد تصادفی‌ای که در واقع رخ خواهد داد، کافی نیست.
- (۴) پدیده‌های تصادفی به‌صورت طبیعی رخ می‌دهند، اما آزمایش‌های تصادفی انسان‌محورند و در طبیعت مشاهده نمی‌شوند.

۱۳۱- در ریاضیات، هنگامی نسبت طلایی پدید می‌آید که نسبت بخش بزرگ‌تر به بخش کوچک‌تر برابر با نسبت مجموع دو بخش به بخش بزرگ‌تر باشد. سال‌ها پیش از میلاد، مصریان از این نسبت آگاه بودند و آن را در ساخت اهرام مصر رعایت کرده‌اند. کتیبه بیستون از دوره هخامنشی در کرمانشاه به طول ۵ و عرض ۳ متر به عدد طلایی نزدیک است. یکی از هنرهای معماری در تخت جمشید این است که نسبت ارتفاع سردرها به عرض آنها و همین‌طور نسبت ارتفاع ستون‌ها به فاصله بین دو ستون نسبت طلایی است. روان‌شناسان بر این باورند که زیباترین مستطیل به چشم انسان مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن برابر با عدد طلایی باشد.

کدام مورد زیر، در صورتی که صحیح فرض شود، ادعای پایانی متن را به بهترین شکل تقویت می‌کند؟

- (۱) برخی معماران از نسبت طلایی به‌عنوان یک مؤلفه مهم در طراحی ساختمان‌های مدرن شهری یاد می‌کنند.
- (۲) در سازه‌های تاریخی که نسبت طلایی در آنها رعایت شده، اغلب مؤلفه‌های دیگری نیز هستند که به زیبایی آنها می‌افزایند.
- (۳) یافته‌های پژوهشی نشان می‌دهند که رعایت نسبت طلایی در معماری، استحکام سازه را تا حد بسیار زیادی افزایش می‌دهد.
- (۴) از آنجا که نسبت طلایی در شبکه چشم انسان رعایت شده، هر مستطیلی که این نسبت را داشته باشد، به چشم زیباتر می‌آید.



۱۳۲- در برخی خودروها، سامانه‌ای وجود دارد که به کمک آن می‌توان سرعت خودرو را روی مقدار دلخواهی تنظیم کرد. در این وضعیت، بدون آنکه راننده پای خود را روی پدال گاز قرار دهد، خودرو با سرعت تعیین شده به حرکتش ادامه می‌دهد. اساس کار این سامانه، جریان القایی است. وقتی محور محرک خودرو می‌چرخد، آهنربایی که روی آن قرار دارد، شار مغناطیسی متغیری را از پیچه می‌گذراند و جریانی در آن القا می‌کند. یک ریزپردازنده تعداد تپ‌های جریان را در هر ثانیه می‌شمارد و به این روش، سرعت خودرو را اندازه می‌گیرد؛ سپس، با مقایسه سرعت اندازه‌گیری شده با سرعت تنظیم شده توسط راننده، سوخت موردنیاز را به موتور تزریق می‌کند. تا زمانی که راننده ترمز نگیرد، حرکت خودرو با سرعت تعیین شده توسط این سامانه تنظیم می‌شود.

کدام مورد، رابطه بین دو بخشی که زیر آنها خط کشیده شده است را، به منطقی‌ترین شکل، نشان می‌دهد؟
 (۱) اولی به سامانه‌ای در صنعت خودرو اشاره دارد، و دومی بیانگر عاملیست که در عملکرد آن سامانه اختلال ایجاد می‌کند.
 (۲) اولی به یک فناوری در صنعت خودرو اشاره می‌کند، و دومی تأثیر یکی از عوامل کنترل خودرو بر آن فناوری را بیان می‌کند.
 (۳) اولی یک فناوری که در حرکت خودرو نقش حیاتی دارد را ذکر می‌کند، و دومی بیانگر شرط لازم برای فعال ماندن آن فناوری است.
 (۴) اولی نقش یک سامانه در حرکت خودرو را ذکر می‌کند، و دومی با ذکر مثال، نقش همان سامانه در کاهش سرعت خودرو را توضیح می‌دهد.

راهنمایی: اطلاعات زیر را بخوانید و با توجه به آن، پاسخ سؤال‌های ۱۳۳ تا ۱۳۵ را در پاسخنامه علامت بزنید.

زهرای خواهد به پنج سؤال ریاضی از مباحث «هندسه»، «مثلثات»، «حد»، «پیوستگی» و «مشتق»، نه لزوماً به همین ترتیب پاسخ دهد. او از هر مبحث فقط یک سؤال انتخاب می‌کند. در خصوص ترتیب پاسخ‌گویی وی، اطلاعات زیر موجود است:

- حداقل به ۲ سؤال بین سوالات مباحث حد و پیوستگی پاسخ می‌دهد.
- به سؤال مشتق نه بعد از هندسه پاسخ می‌دهد و نه قبل از پیوستگی.

۱۳۳- اگر در ابتدا به سؤال مبحث مثلثات پاسخ دهد، آخرین سؤال‌ای که پاسخ می‌دهد، از کدام مبحث است؟

- (۱) حد (۲) پیوستگی (۳) هندسه (۴) مشتق

۱۳۴- اگر مبحث سؤال سوم، هندسه باشد، کدام مورد به‌طور قطع صحیح است؟

(۱) به سؤال مباحث مثلثات و هندسه به‌طور متوالی پاسخ می‌دهد.

(۲) به سؤال مبحث مثلثات بعد از مبحث حد پاسخ می‌دهد.

(۳) دومین سؤال مربوط به مبحث مشتق است.

(۴) آخرین سؤال مربوط به مبحث حد است.

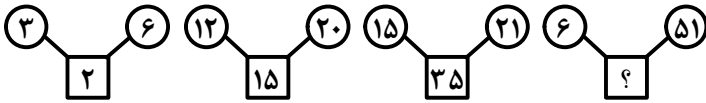
۱۳۵- اگر به سوالات پیوستگی و مثلثات به‌طور متوالی پاسخ دهد، چندمین سؤال مربوط به مبحث مشتق است؟

- (۱) دومین (۲) سومین (۳) چهارمین (۴) پنجمین



راهنمایی: سؤال‌های ۱۳۶ تا ۱۳۹ را به دقت بخوانید و جواب هر سؤال را در پاسخنامه علامت بزنید.

۱۳۶- بین اعداد در هر کدام از اشکال زیر، ارتباط یکسان و مشترکی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار گیرد؟



(۱) ۲۷

(۲) ۲۹

(۳) ۳۲

(۴) ۳۴

۱۳۷- سه چراغ راهنمایی متوالی هر ۴۲، ۶۰ و ۷۸ ثانیه سبز می‌شوند. اگر همه آنها در ساعت ۹:۳۰ همزمان سبز شوند، مجدداً در چه ساعتی با هم سبز می‌شوند؟

(۴) ۱۰:۰۷

(۳) ۱۰:۱۵

(۲) ۱۱:۳۱

(۱) ۱۱:۰۱

۱۳۸- سه شیر A، B و C به یک مخزن وصل بوده که شیرهای A و B ورودی و شیر C خروجی است. اگر A به تنهایی باز باشد، در ۱۰ ساعت و اگر B به تنهایی باز باشد، در ۱۲ ساعت مخزن پر می‌شود. باز بودن C، در ۳۰ ساعت مخزن را خالی می‌کند. اگر هر سه شیر همزمان باز شوند، چند دقیقه طول می‌کشد تا مخزن پر شود؟

(۴) ۴۵۰

(۳) ۴۰۰

(۲) ۳۵۰

(۱) ۳۰۰

۱۳۹- امین ۷۵ درصد از حقوق خود را مصرف می‌کند. بعداً که حقوق او ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، او هزینه‌های خود را ۱۰ درصد افزایش می‌دهد. افزایش پس‌انداز او چند درصد است؟

(۴) ۴۰

(۳) ۴۵

(۲) ۵۰

(۱) ۵۵

راهنمایی: سؤال ۱۴۰ شامل دو مقدار است، یکی در ستون «الف» و دیگری در ستون «ب». مقادیر دو ستون را با هم مقایسه نموده و با توجه به دستورالعمل زیر، پاسخ صحیح را تعیین کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگتر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگتر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون «الف» و «ب» با هم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر نتوان رابطه‌ای بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

۱۴۰- سن علی ۱۵ سال بعد، ۵ برابر سن ۵ سال قبلش است.

«ب»

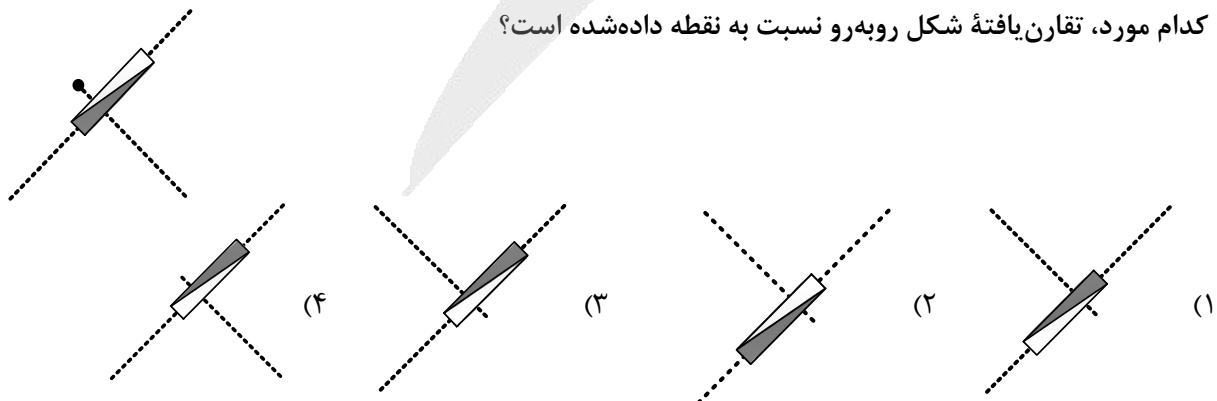
۲ برابر سن علی در ۵ سال قبل

«الف»

سن علی

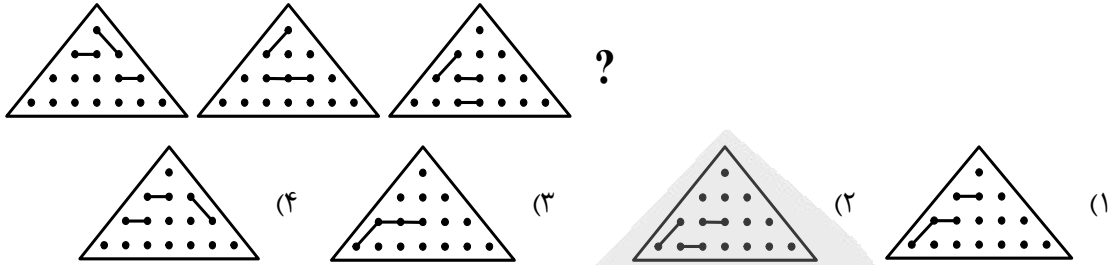
راهنمایی: این بخش از آزمون، سؤال‌هایی از نوع تجسمی را شامل می‌شود. هر یک از سؤال‌های ۱۴۱ تا ۱۴۵ را به دقت بررسی نموده و جواب صحیح را در پاسخنامه علامت بزنید.

۱۴۱- کدام مورد، تقارن یافته شکل روبه‌رو نسبت به نقطه داده شده است؟

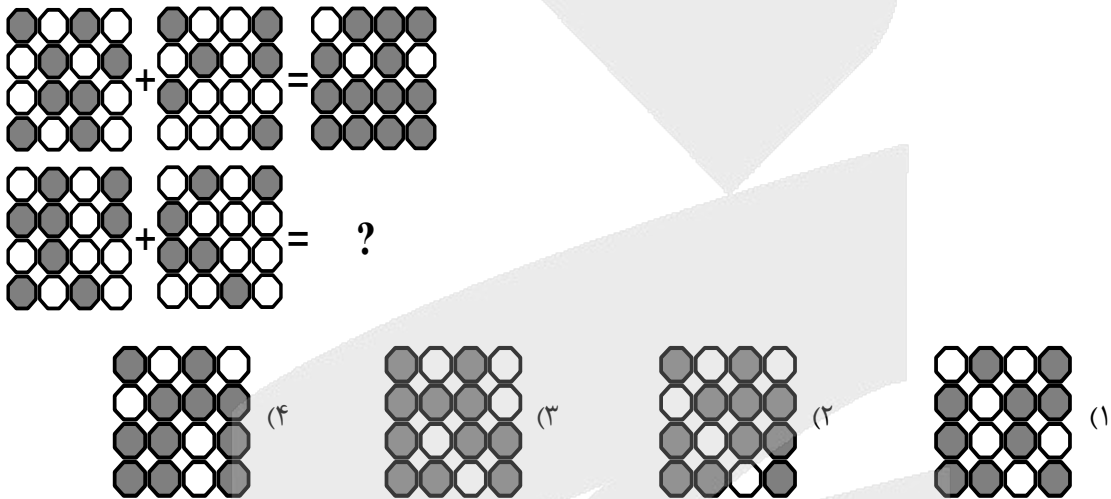




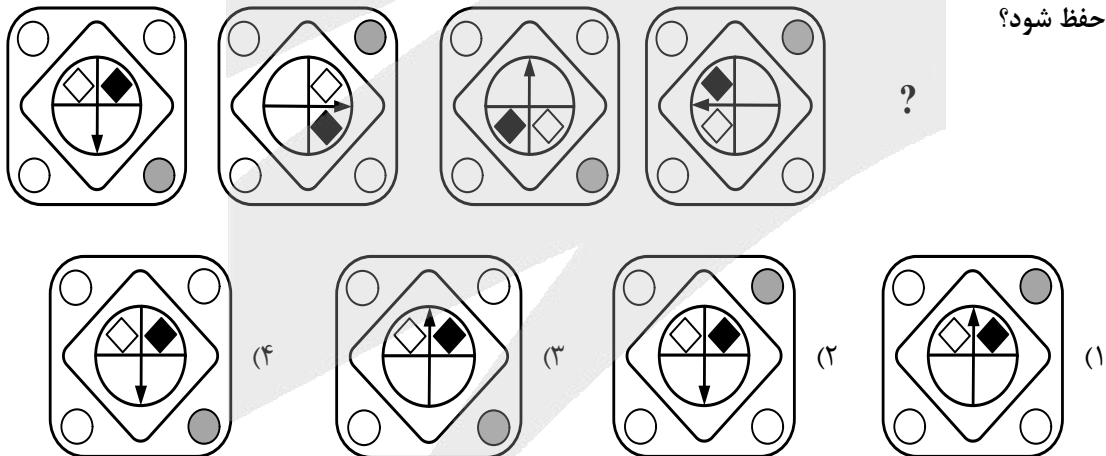
۱۴۲- از چپ به راست، الگوها با قاعده خاصی تغییر می کنند. کدام مورد به جای علامت سؤال قرار گیرد تا این قاعده حفظ شود؟



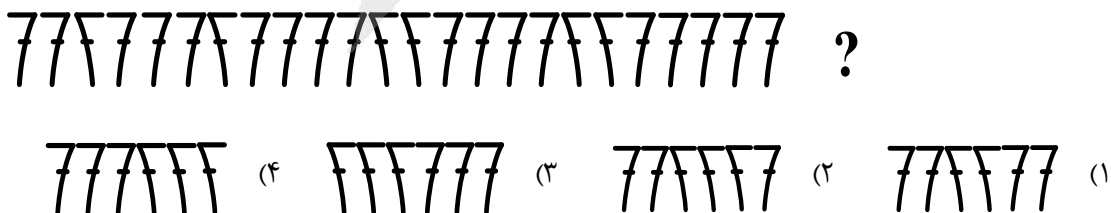
۱۴۳- در تساوی دوم، همان ارتباطی برقرار است که در تساوی اول برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام مورد باید قرار گیرد؟



۱۴۴- از چپ به راست، الگوها با قاعده مشترکی تغییر می کنند. کدام مورد به جای علامت سؤال قرار گیرد تا این قاعده حفظ شود؟



۱۴۵- کدام الگو باید به جای علامت سؤال قرار گیرد؟





کد دفترچه				نام دفترچه				گروه آزمایشی
۱۲۱A - ۱۲۲A - ۶۰۱A				شماره ۱ - شماره ۲ - ویژه فرهنگیان				علوم ریاضی و فنی
شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	
۱	۲	۴۱	۲	۸۱	۴	۱۲۱	۳	
۲	۴	۴۲	۳	۸۲	۳	۱۲۲	۱	
۳	۱	۴۳	۱	۸۳	۲	۱۲۳	۳	
۴	۴	۴۴	۲	۸۴	۱	۱۲۴	۴	
۵	۳	۴۵	۴	۸۵	۴	۱۲۵	۲	
۶	۲	۴۶	۱	۸۶	۳	۱۲۶	۱	
۷	۳	۴۷	۴	۸۷	۲	۱۲۷	۴	
۸	۱	۴۸	۱	۸۸	۴	۱۲۸	۲	
۹	۳	۴۹	۳	۸۹	۱	۱۲۹	۴	
۱۰	۱	۵۰	۴	۹۰	۱	۱۳۰	۳	
۱۱	۲	۵۱	۱	۹۱	۳	۱۳۱	۴	
۱۲	۴	۵۲	۲	۹۲	۲	۱۳۲	۲	
۱۳	۳	۵۳	۳	۹۳	۴	۱۳۳	۱	
۱۴	۱	۵۴	۴	۹۴	۳	۱۳۴	۳	
۱۵	۴	۵۵	۲	۹۵	۳	۱۳۵	۲	
۱۶	۳	۵۶	۳	۹۶	۱	۱۳۶	۴	
۱۷	۳	۵۷	۳	۹۷	۲	۱۳۷	۱	
۱۸	۲	۵۸	۱	۹۸	۱	۱۳۸	۳	
۱۹	۲	۵۹	۲	۹۹	۴	۱۳۹	۲	
۲۰	۴	۶۰	۴	۱۰۰	۳	۱۴۰	۳	
۲۱	۱	۶۱	۴	۱۰۱	۱	۱۴۱	۱	
۲۲	۱	۶۲	۱	۱۰۲	۲	۱۴۲	۱	
۲۳	۲	۶۳	۲	۱۰۳	۴	۱۴۳	۲	
۲۴	۳	۶۴	۳	۱۰۴	۳	۱۴۴	۴	
۲۵	۲	۶۵	۲	۱۰۵	۲	۱۴۵	۳	
۲۶	۴	۶۶	۱	۱۰۶	۴			
۲۷	۱	۶۷	۳	۱۰۷	۳			
۲۸	۳	۶۸	۴	۱۰۸	۱			
۲۹	۴	۶۹	۲	۱۰۹	۲			
۳۰	۱	۷۰	۱	۱۱۰	۱			
۳۱	۲	۷۱	۴	۱۱۱	۲			
۳۲	۴	۷۲	۳	۱۱۲	۱			
۳۳	۳	۷۳	۲	۱۱۳	۱			
۳۴	۳	۷۴	۱	۱۱۴	۳			
۳۵	۴	۷۵	۳	۱۱۵	۱			
۳۶	۳	۷۶	۲	۱۱۶	۴			
۳۷	۱	۷۷	۱	۱۱۷	۲			
۳۸	۳	۷۸	۴	۱۱۸	۱			
۳۹	۲	۷۹	۳	۱۱۹	۴			
۴۰	۲	۸۰	۲	۱۲۰	۲			



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۴

(اردیبهشت ماه ۱۴۰۴)

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(داخل کشور)

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مجموع جملات دنباله هندسی با قدرنسبت q و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

نکته:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$S_9 = 73 S_7 \Rightarrow \frac{a_1(q^9-1)}{q-1} = 73 \times \frac{a_1(q^7-1)}{q-1} \Rightarrow q^9 - 1 = 73(q^7 - 1)$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد تفاضل مکعبات}} (q^3-1)(q^6+q^3+1) = 73(q^7-1) \Rightarrow q^6+q^3+1 = 73 \Rightarrow q^6+q^3-72=0$$

با تغییر متغیر $q^3 = t$ معادله به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$q^3 = t \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t+9)(t-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q^3 = -9 \Rightarrow q = \sqrt[3]{-9} \\ q^3 = 8 \Rightarrow q = 2 \end{cases} \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q = 2$$

خواسته سؤال نسبت جمله سوم به جمله اول است:

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 q^2}{a_1} \Rightarrow \frac{a_3}{a_1} = q^2 \xrightarrow{q=2} \frac{a_3}{a_1} = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اتحاد مربع دو جمله‌ای:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$x^2 + \frac{10}{x^2+1} = 9 \xrightarrow{+1} x^2 + 1 + \frac{10}{x^2+1} = 10$$

اکنون طرفین رابطه را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x^2 + 1 + \frac{10}{x^2+1})^2 = 100 \Rightarrow (x^2+1)^2 + 2(x^2+1)(\frac{10}{x^2+1}) + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 100 \Rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} + 20 = 100$$

$$\Rightarrow (x^2+1)^2 + \frac{100}{(x^2+1)^2} = 80$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ ، آنگاه $A \cup C \subseteq B \cup D$.

نکته (قوانین جذب یا همپوشانی): اگر A و B دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع U باشند، داریم:

الف) $A \cup (A \cap B) = A$

ب) $A \cap (A \cup B) = A$

نکته: با توجه به تعریف متمم یک مجموعه و تعاریف اجتماع و اشتراک و مجموعه‌های مرجع و تهی، تساوی‌های زیر برقرارند:

۱) $A \cup A' = U$

۲) $A \cap A' = \emptyset$

۳) $A \cup U = U$

۴) $A \cap U = A$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$\left. \begin{matrix} A \cup B' \subseteq A \cap B \\ B \subseteq B \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A \cup B') \cup B \subseteq \underbrace{(A \cap B) \cup B}_{\text{جذب}} \Rightarrow A \cup \underbrace{(B' \cup B)}_U \subseteq B \Rightarrow \left. \begin{matrix} U \subseteq B \\ B \subseteq U \end{matrix} \right\} \Rightarrow B = U$$



نکته: برای دو گزاره P و Q داریم:

$$\text{قوانین دمورگان: } \begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

نکته: برای دو گزاره P و Q همواره داریم:

نکته: خاصیت شرکت پذیری:

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

نکته: خاصیت توزیع پذیری (پخش):

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

نکته: برای گزاره دلخواه P، داریم:

الف) $p \wedge \sim p \equiv F$

ب) $p \vee \sim p \equiv T$

پ) $p \vee T \equiv T$

ت) $p \wedge T \equiv P$

ث) $p \vee F \equiv P$

ج) $p \wedge F \equiv F$

نکته: برای دو گزاره دلخواه P و Q داریم:

$$\text{قوانین جذب: } \begin{cases} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{cases}$$

نکته: برای دو گزاره P و Q داریم:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

گزاره داده شده را ساده می کنیم:

$$\sim p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \equiv [(p \vee q) \wedge \sim q] \vee [(p \vee q) \wedge \sim p]$$

$$\equiv [(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)] \vee [(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)] \equiv [(p \wedge \sim q) \vee F] \vee [F \vee (q \wedge \sim p)] \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

حال گزینه ها را ساده می کنیم:

۱ گزینه ۱: $(\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \wedge [q \wedge (\sim p \vee q)] \equiv \sim p \wedge q$

جذب

۲ گزینه ۲: $\sim [\sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)] \equiv \sim [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \equiv (\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

۳ گزینه ۳: $(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv \sim p \vee [q \vee (\sim p \wedge q)] \equiv \sim p \vee q$

جذب

۴ گزینه ۴: $\sim [\sim (\sim p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \equiv \sim [(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)] \equiv (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه ها S و ضرب ریشه ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

نکته (اتحاد مکعب دو جمله ای):

ابتدا با توجه به رابطه مجموع و حاصل ضرب ریشه ها، داریم:

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 5 \quad (1) \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 2 \quad (2) \end{cases}$$

صورت و مخرج عبارت خواسته شده را در β ضرب می کنیم:

$$A = \frac{2\alpha + \beta^3}{5\beta^2} \Rightarrow A = \frac{2\alpha\beta + \beta^3}{5\beta^2} \xrightarrow{\alpha\beta=2} A = \frac{4 + \beta^3}{5\beta^2} \Rightarrow A = \frac{1}{5} \left(\frac{4}{\beta^2} + \beta \right) \quad (*)$$

با توجه به رابطه (۲)، می دانیم:

$$\alpha\beta = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{\beta} \Rightarrow \alpha^3 = \frac{8}{\beta^3}$$

با جای گذاری $\alpha^3 = \frac{8}{\beta^3}$ در رابطه (*) داریم:

$$A = \frac{1}{5} (\alpha^3 + \beta^3) = \frac{1}{5} \left[\underbrace{(\alpha + \beta)^3}_{S} - 3 \underbrace{\alpha\beta}_{P} \underbrace{(\alpha + \beta)}_{S} \right] = \frac{1}{5} [5^3 - 3(2)(5)] = \frac{1}{5} \times 95 = 19$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۶- پاسخ: گزینه ۲

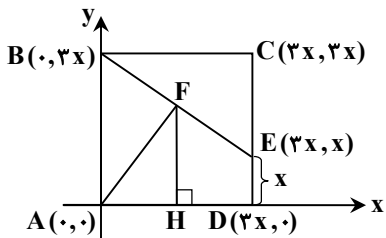
نکته: به طور کلی، اگر در صفحه مختصات دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ را داشته باشیم، طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نکته: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

فرض می‌کنیم نقطه A روی مبدأ مختصات باشد، فرض می‌کنیم طول نقطه D برابر $3x$ باشد. با توجه به اطلاعات مسئله داریم:



$$\begin{cases} D(3x, 0), B(0, 3x), C(3x, 3x) \\ CD = 3ED \Rightarrow E(3x, x) \end{cases}$$

نقطه F وسط BE است؛ بنابراین مختصات آن به صورت زیر است:

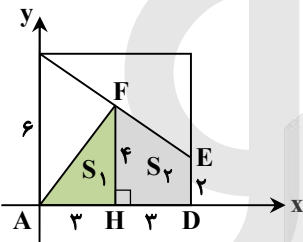
$$F\left(\frac{x_B + x_E}{2}, \frac{y_B + y_E}{2}\right) = F\left(\frac{3}{2}x, 2x\right)$$

از طرفی طول AF برابر ۵ است؛ بنابراین:

$$AF = 5 \Rightarrow \sqrt{\frac{9}{4}x^2 + 4x^2} = 5 \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{25x^2}{4} = 25 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow |x| = 2 \xrightarrow{x > 0} x = 2 \Rightarrow F(3, 4)$$

پس مساحت شکل خواسته شده برابر است با:

$$S_{ADEF} = S_1 + S_2 = \frac{3 \times 4}{2} + \frac{(2+4) \times 3}{2} = 6 + 9 = 15$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، عرض رأس سهمی برابر $y_S = \frac{-\Delta}{4a}$ می‌باشد، که در آن $\Delta = b^2 - 4ac$.

طبق فرض سؤال بیشترین مقدار f برابر ۱ است، پس کمترین مقدار مخرج برابر ۵ است:

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}} \xrightarrow{\max(f)=1} \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}} = 1$$

اکنون، m را طوری به دست می‌آوریم که کمترین مقدار سهمی برابر ۲۵ باشد، یعنی عرض رأس سهمی (y_S) برابر ۲۵ باشد:

$$y = mx^2 - 8x + 39 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 25 \Rightarrow -\frac{64 - 4(m)(39)}{4m} = 25 \Rightarrow -\frac{16 - 39m}{m} = 25 \Rightarrow -16 + 39m = 25m$$

$$\Rightarrow 14m = 16 \Rightarrow m = \frac{4}{7} \Rightarrow [m] = 1$$

دقت کنید به ازای $m = \frac{4}{7}$ ، سهمی $y = \frac{4}{7}x^2 - 8x + 39$ دارای کمترین مقدار است؛ زیرا ضریب x^2 مثبت است.

راه حل دوم:

صورت تابع f ، عدد ثابت ۵ است، پس برای اینکه تابع بیشترین مقدار ممکن باشد، باید مخرج کمترین مقدار ممکن شود، پس ابتدا نقاط (نقطه)

بحرانی مخرج را پیدا می‌کنیم یعنی مشتق مخرج را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$(mx^2 - 8x + 39)' = 0 \Rightarrow 2mx - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{m}$$

با توجه به اینکه ماکزیمم تابع f برابر ۱ است، داریم:

$$f\left(\frac{4}{m}\right) = 1 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{m\left(\frac{16}{m^2}\right) - 8\left(\frac{4}{m}\right) + 39}} = 1 \Rightarrow \frac{16}{m} - \frac{32}{m} + 39 = 25 \Rightarrow \frac{16}{m} = 4 \Rightarrow m = \frac{16}{4} \Rightarrow m = \frac{4}{1} \Rightarrow [m] = 1$$



۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: بزرگ‌ترین عامل مشترک دو چندجمله‌ای (ب.م.م)، عبارتی است که شامل تمامی عامل‌های مشترک دو چندجمله‌ای باشد. ابتدا عبارت‌های جبری $p(x)$ و $q(x)$ را تجزیه می‌کنیم:

$$p(x) = x^5 + ax^3 = x^3(x^2 + a)$$

$$q(x) = x^6 + 3x^3 + 2x^2 = x^2(x^2 + 3x + 2) = x^2(x+1)(x+2)$$

$$q(x) \text{ و } p(x) \text{ ب.م.م. : } x^n + x^3$$

$q(x)$ عامل x^2 و $p(x)$ عامل x^3 دارد، پس در ب.م.م $p(x)$ و $q(x)$ عامل x^2 وجود دارد؛ بنابراین $n = 2$:

$$n = 2 \Rightarrow x^2 + x^3 = x^2(1+x)$$

با قرار دادن $n = 2$ متوجه می‌شویم که در ب.م.م عامل $x + 1$ هم وجود دارد.

پس $p(x)$ هم عامل $x + 1$ دارد؛ بنابراین $p(-1)$ برابر صفر است:

$$p(-1) = 0 \Rightarrow 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

بنابراین خواسته مسئله برابر $na = -2$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب g با f را با $g \circ f$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم؛ به شرط آن که مقادیر f در دامنه g قرار داشته باشند:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

راه حل اول:

ابتدا داریم:

$$f \circ f(x) = 0 \Rightarrow f(f(x)) = 0$$

پس ابتدا معادله $f(x) = 0$ را حل می‌کنیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 & \xrightarrow{-2 \leq x \leq 2} x=1 \checkmark \\ x+1=0 & \xrightarrow{-2 \leq x < 0} x=-1 \checkmark \end{cases} \Rightarrow f(1) = f(-1) = 0$$

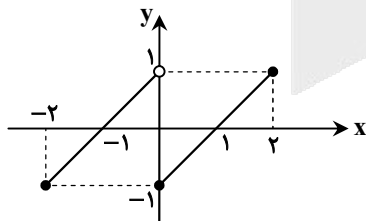
اکنون معادله $f(x) = 1$ و $f(x) = -1$ را حل می‌کنیم:

$$f(x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 & \xrightarrow{-2 \leq x \leq 2} x=2 \checkmark \\ x+1=1 & \xrightarrow{-2 \leq x < 0} x=0 \times \end{cases}$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=-1 & \xrightarrow{-2 \leq x \leq 2} x=0 \checkmark \\ x+1=-1 & \xrightarrow{-2 \leq x < 0} x=-2 \checkmark \end{cases}$$

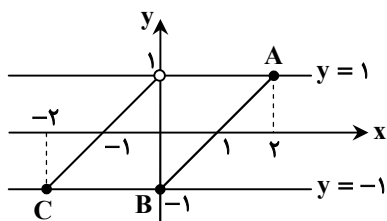
پس معادله $f \circ f(x) = 0$ سه ریشه حقیقی دارد.

راه حل دوم: نمودار f را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} f \circ f(x) = f(f(x)) = 0 \\ f(-1) = f(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \pm 1$$

می‌خواهیم معادله $f \circ f(x) = 0$ را حل کنیم. با توجه به اینکه $f(1) = 0$ و $f(-1) = 0$ ؛ پس باید معادله‌های $f(x) = 1$ و $f(x) = -1$ را حل کنیم. واضح است خط $y = 1$ نمودار f را در $x = 2$ و خط $y = -1$ نمودار f را در $x = 0$ و $x = -2$ قطع می‌کند، پس معادله سه جواب دارد.



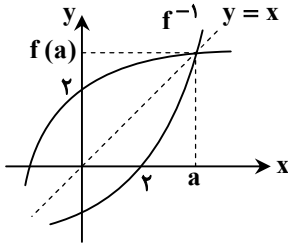


۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

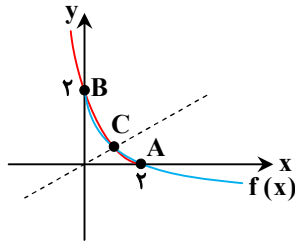
نکته: اگر f یک تابع یک به یک باشد، برای به دست آوردن نمودار تابع f^{-1} کافی است قرینه نمودار تابع f را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به دست آوریم.

اگر f اکیداً صعودی باشد، مطابق شکل، محل برخورد f روی خط $y = x$ است؛ بنابراین $f(a) = a$. پس حاصل حد خواسته شده برابر است با:



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

توجه کنید این سؤال کنکور ایراد علمی دارد؛ زیرا اگر f اکیداً صعودی نباشد، حاصل حد مورد نظر ممکن است برابر یک نشود. به عنوان مثال به تابع $f(x) = 2 - \sqrt{2x}$ و وارونش دقت کنید:



$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \begin{cases} A(2, 0) \Rightarrow a = 2, f(a) = 0 \\ B(0, 2) \Rightarrow a = 0, f(a) = 2 \\ C(a, a) \end{cases}$$

پس حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$ فقط در نقطه C برابر یک است و در دو نقطه دیگر برابر یک نمی باشد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: دترمینان ماتریس ۲ در ۲ برابر است با:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

نکته: قانون ضرب لگاریتم:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

نکته: قانون توان لگاریتم:

$$\log_a m b^n = \frac{n}{m} \log_a b$$

ابتدا حاصل سمت راست معادله را به دست می آوریم:

$$\left| \begin{matrix} \log_5 & \log_2 \\ \log_2 & \log_5 \end{matrix} \right| = (\log 5)^2 - (\log 2)^2 = (\log 5 + \log 2)(\log 5 - \log 2) = (\log 10)(\log \frac{5}{2}) = \log \frac{5}{2}$$

اکنون معادله داده شده را حل می کنیم:

$$\log(3x+1) = \log \frac{5}{2} \Rightarrow 3x+1 = \frac{5}{2} \Rightarrow 3x = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

پس خواسته مسأله برابر است با:

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^{-1} = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_2 2 = -2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته (نسبت های مثلثاتی دو برابر کمان):

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

با توجه به مفروضات مسأله، داریم:

$$\begin{cases} 1) \frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} > 0 \xrightarrow{\sin^2 \alpha > 0} \cos \alpha > 0 \\ 2) 2 \sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha < 2 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha (\underbrace{\cos \alpha - 1}_{< 0}) > 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0 \end{cases}$$

(دقت کنید: $-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \cos \alpha - 1 \leq 0$)

پس $\cos \alpha > 0$ و $\sin \alpha < 0$ و در نتیجه α در ناحیه چهارم است.



نکته (نسبت‌های مثلثاتی مکمل زاویه):

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

نکته: اگر تفاضل زوایا $\frac{\pi}{2}$ رادیان باشد، آنگاه داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$$

نکته: به‌طور خلاصه، ضرایب زوج π (یعنی $2k\pi$) در نسبت‌های مثلثاتی تأثیری ندارد.

$$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

نکته: رابطه تانژانت تفاضل زوایا:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

ابتدا زاویه‌های داده‌شده را برحسب زاویه 15° می‌نویسیم:

$$\sin(-285^\circ) = -\sin(285^\circ) = -\sin(\underbrace{270^\circ + 15^\circ}_{\text{ربع چهارم}}) = \cos 15^\circ$$

$$\cos(-105^\circ) = \cos(105^\circ) = \cos(\underbrace{90^\circ + 15^\circ}_{\text{ربع دوم}}) = -\sin 15^\circ$$

$$\sin(165^\circ) = \sin(\underbrace{180^\circ - 15^\circ}_{\text{ربع دوم}}) = \sin 15^\circ$$

$$\sin(375^\circ) = \sin(\underbrace{360^\circ + 15^\circ}_{\text{ربع اول}}) = \sin 15^\circ$$

بنابراین:

$$\frac{\sin(-285^\circ) + 2\cos(-105^\circ)}{2\sin(165^\circ) + 3\sin(375^\circ)} = \frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{2\sin 15^\circ + 3\sin 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - 2\sin 15^\circ}{5\sin 15^\circ} = \frac{1}{5}\cot 15^\circ - \frac{2}{5}$$

اکنون $\tan 15^\circ$ را به‌دست می‌آوریم و آن را معکوس می‌کنیم تا $\cot 15^\circ$ به‌دست آید:

$$\tan(15^\circ) = \tan(60^\circ - 45^\circ) \Rightarrow \tan 15^\circ = \frac{\tan 60^\circ - \tan 45^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \Rightarrow \tan 15^\circ = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} \Rightarrow \cot 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\Rightarrow \cot 15^\circ = \frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \Rightarrow \cot 15^\circ = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{3 - 1} \Rightarrow \cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

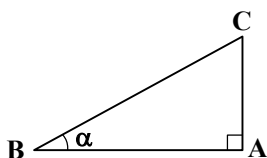
پس حاصل کسر موردنظر برابر است با:

$$\frac{1}{5}\cot 15^\circ - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(2 + \sqrt{3}) - \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{1}{5}\sqrt{3}$$

نکته: مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن α باشد را در نظر بگیرید. نسبت مثلثاتی سینوس و تانژانت زاویه α به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC} \quad \text{سینوس}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AC}{AB} \quad \text{تانژانت}$$



نکته: رابطه تانژانت تفاضل زوایا:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

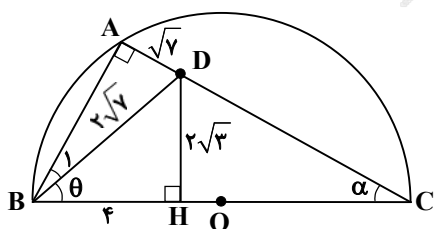
با توجه به شکل، زاویه A، زاویه محاطی روبه قطر است، پس $\hat{A} = 90^\circ$ ؛ بنابراین:

$$\triangle ABD \text{ در مثلث } \sin \hat{B}_1 = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} \Rightarrow \sin \hat{B}_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{B}_1 = 30^\circ$$

$$\triangle BDH \text{ در مثلث } BD^2 = BH^2 + DH^2 \Rightarrow 28 = 16 + DH^2 \Rightarrow DH = 2\sqrt{3}$$

در مثلث BDH، نسبت $\tan \theta$ را می‌نویسیم:

$$\tan \theta = \frac{DH}{BH} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$





از طرفی در مثلث ABC، داریم:

$$\hat{A} = 90 \Rightarrow \hat{B}_1 + \theta + \alpha = 90 \xrightarrow{\hat{B}_1 = 30^\circ} \theta + \alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ - \theta \Rightarrow \tan \alpha = \tan(60^\circ - \theta)$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\tan 60^\circ - \tan \theta}{1 + \tan 60^\circ \tan \theta} \xrightarrow{(1)} \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \tan \alpha = 0.2\sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای رفع ابهام حالت $\frac{0}{0}$ رادیکالی، ابتدا مزدوج رادیکال را در آن ضرب می‌کنیم، سپس با تبدیل به چندجمله‌ای، آن را تجزیه می‌کنیم.
راه حل اول:

حد مخرج در $x = 0$ برابر صفر است و جواب حد عدد حقیقی است، پس حد صورت نیز در $x = 0$ برابر صفر است؛ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (k + \cos \sqrt{ax}) = 0 \Rightarrow k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

اکنون حد داده شده را با قرار دادن $k = -1$ بازنویسی می‌کنیم و حاصل حد را بر حسب a به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \sqrt{ax} - 1}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos \sqrt{ax} - 1)(\cos \sqrt{ax} + 1)}{-x^2(\cos \sqrt{ax} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos^2 \sqrt{ax} - 1}{-x^2} \right) \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos \sqrt{ax} + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-\sin^2 \sqrt{ax}}{-x^2} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\frac{\sin \sqrt{ax}}{\sqrt{ax}} \times \sqrt{ax})^2}{x^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2}{x^2} = \frac{1}{2} a$$

حاصل این حد برابر ۳ است؛ بنابراین:

$$\frac{1}{2} a = 3 \Rightarrow a = 6$$

با توجه به اینکه $a = 6$ و $k = -1$ ، پس $\frac{a}{k} = -6$.

راه حل دوم:

می‌توان نشان داد که وقتی عبارت u به سمت صفر میل کند، هم‌ارزی زیر برقرار است:

$$(1 - \cos^n u) \sim \frac{nu^2}{2}$$

با استفاده از هم‌ارزی فوق و اینکه $k = -1$ ، مقدار حد را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \sqrt{ax} - 1}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-(\sqrt{ax})^2}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2}{x^2} = \frac{a}{2}$$

حاصل حد برابر ۳ است، بنابراین $a = 6$ ، پس $\frac{a}{k} = -6$.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته (تعریف): خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \end{aligned}$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ ، آنگاه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^{n-m}}{b_m}$$

خط $y = -4$ مجانب افقی تابع f است؛ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^2 x^2 - 2x + 1}{(x+a)(mx-2)} = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^2 x^2}{mx^2} = -4 \Rightarrow \frac{a^2}{m} = -4 \Rightarrow a^2 = -4m \quad (1)$$



همچنین خط $x = -a$ مجانب قائم تابع f است و علامت تابع در اطراف $x = -a$ ، تغییر نکرده است؛ پس $x = -a$ ریشه مضاعف مخرج کسر است. یعنی $x = -a$ هر دو پیرائز را در مخرج صفر می‌کند:

$$\frac{(x+a)(mx-\gamma)}{x-a} = 0 \Rightarrow -ma - \gamma = 0 \Rightarrow ma = -\gamma \Rightarrow m = -\frac{\gamma}{a} \quad (2)$$

$$a^2 = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow a^3 = \lambda \Rightarrow a = \sqrt[3]{\lambda}$$

بنابراین با توجه به (1) و (2)، خواهیم داشت:

۱۷- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

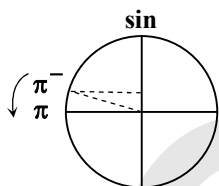
نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، آنگاه اگر $L > 0$ و مقادیر $g(x)$ در یک همسایگی محذوف a مثبت باشد، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$$

ابتدا مقدار براکت را در مخرج مشخص می‌کنیم: $x \rightarrow \pi^- \rightarrow \frac{x < \pi}{x - \pi < 0} \rightarrow [x - \pi] = [\cdot^-] = -1$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-1} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos x}{-\sin x} = \frac{-1}{-(\cdot^+)} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$$

دقت کنید وقتی $x \rightarrow \pi^-$ ، زاویه x در ربع دوم قرار دارد و مقادیر $\sin x$ با مقادیر بیشتر از صفر به آن نزدیک می‌شوند:



۱۸- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته: برای رفع ابهام حالت \cdot^- چندجمله‌ای کافی است از راه تجزیه اقدام کنیم.

نکته (پیوستگی در نقطه): تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

دامنه تابع f مجموعه $\mathbb{R} - \{a\}$ است، پس a ریشه مخرج تابع است. اما از آنجاکه حد تابع f در a موجود است، پس $x = a$ ریشه صورت $f(x)$ نیز می‌باشد. بنابراین داریم:

$$|ax + a| = 0 \xrightarrow{x=a} |a^2 + a| = 0 \Rightarrow a^2 + a = 0 \Rightarrow a(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{غ ق (است } f(x) = 0 \text{)} \\ a = -1 \end{cases}$$

چون $x = a$ ریشه مخرج است و $a = -1$ ، پس $x = -1$ ریشه مخرج است:

$$\text{مخرج: } |x^3 + (m-2)x + a^2| = 0 \xrightarrow[\substack{x=-1 \\ a=-1}]{} |-1 + (m-2)(-1) + 1| = 0 \Rightarrow |-m + 2| = 0 \Rightarrow m = 2$$

اکنون با توجه به اینکه $m = 2$ و $a = -1$ ، حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|-x-1|}{|x^3+1|} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1||x^2-x+1|} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر r یک عدد حقیقی باشد و $f(x) = x^r$ ، آنگاه $f'(x) = rx^{r-1}$.

نکته: اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه تابع $f \pm g$ نیز در $x = a$ مشتق پذیر است و داریم:

$$(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$$

توجه کنید مقدار خواسته شده برابر است با:

پس ابتدا تابع $f - 2g$ را به دست می‌آوریم:

$$(f - 2g)(x) = \frac{|2x-4|}{\sqrt{x^2}} - 2x \times \frac{\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{2|x-2|}{\sqrt{x^2}} - \frac{2|x-2| + 2\sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x} \cdot \frac{1}{x}}{\frac{2}{x^2}} = -2\sqrt{3x} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

دقت کنید:

$$(f - 2g)' = (-2\sqrt{3}) \left(-\frac{1}{6}\right) x^{-\frac{1}{6}-1} = \frac{\sqrt{3}}{3} x^{-\frac{7}{6}}$$

اکنون از تابع فوق مشتق می‌گیریم:

$$(f - 2g)'(1) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

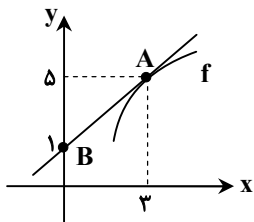
در نتیجه خواسته سؤال برابر با:



۲۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ای به طول a است. می‌دانیم مشتق در نقطه تماس با شیب خط مماس برابر است، پس شیب خط داده شده همان $f'(3)$ است. بنابراین با توجه به نمودار، شیب خط مماس را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} A(3, 5) \\ B(0, 1) \end{cases} \Rightarrow \text{شیب خط مماس } m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{5 - 1}{3 - 0} = \frac{4}{3} \Rightarrow f'(3) = \frac{4}{3}$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه f در a پیوسته است.

نکته (پیوستگی در نقطه): تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

تابع f روی \mathbb{R} مشتق پذیر است، پس در $x = a$ نیز مشتق پذیر است. یعنی تابع در $x = a$ پیوسته است و مشتق راست و چپ برابر دارد؛ بنابراین:

$$f(x) = \begin{cases} 2bx + c & x > a \\ 3x^2 & x \leq a \end{cases}$$

$$x = a \text{ در } x = a \text{ شرط پیوستگی در } x = a: \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \Rightarrow 2ba + c = 3a^2 \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2b & x > a \\ 6x & x \leq a \end{cases} \xrightarrow{\text{برابری مشتق چپ و راست}} f'_+(a) = f'_-(a) \Rightarrow 2b = 6a \Rightarrow b = 3a \quad (2)$$

با توجه به (۱) و (۲)، خواهیم داشت:

$$(1): 2ba + c = 3a^2 \xrightarrow{b=3a} 6a^2 + c = 3a^2 \Rightarrow c = -3a^2 \quad (3)$$

با استفاده از نتایج (۱) و (۲)، خواسته سؤال برابر است با:

$$a^3 + b - c = a^3 + 3a + 3a^2 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1 - 1 = (a+1)^3 - 1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: برای یافتن نقاط اکسترمم مطلق ابتدا این نقاط بحرانی را مشخص می‌نماییم. در این صورت از بین تمام نقاط بحرانی و نقاط انتهایی بازه، نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است.

ریشه عبارت داخل قدرمطلق $x = a$ است و چون سؤال ماکزیمم مطلق تابع را در بازه $[0, a]$ می‌خواهد، پس $0 \leq x \leq a$ و در نتیجه اکنون مشتق تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(a-x)}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}(a-x) + (-1)\sqrt[3]{x^2} = \frac{2(a-x) - 3\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x^2})}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{2a - 5x}{3\sqrt[3]{x}}$$

اکنون نقاط بحرانی تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f'(x) = 0 \Rightarrow 2a - 5x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}a \checkmark \\ \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f' \text{ موجود نیست} \end{cases}$$

نقطه $x = \frac{2}{5}a$ در بازه $[0, a]$ قرار دارد. حال مقدار ماکزیمم مطلق را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(a-x)} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(a) = 0 \\ f\left(\frac{2}{5}a\right) = \sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2 \left(\frac{3}{5}a\right)} \end{cases}$$

مقدار ماکزیمم تابع همان $f\left(\frac{2}{5}a\right)$ است که طبق فرض سؤال برابر $1/5$ می‌باشد؛ بنابراین:

$$\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2 \times \frac{3}{5}a} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{توان ۳}} \frac{4a^2}{25} \times \frac{a^3}{125} = \frac{1}{125} \Rightarrow 4a^5 \times a^3 = 125 \Rightarrow (4a)^5 = 125 \Rightarrow 4a = 5 \Rightarrow a = 5/4$$



۲۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $\bar{x} - x_i$ را انحراف داده i از میانگین داده‌ها می‌گویند.

نکته (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را واریانس داده‌ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم.

می‌دانیم اگر به تمام داده‌ها عدد ثابتی را اضافه کنیم تا از تمام داده‌ها عدد ثابتی را کم کنیم، واریانس داده‌ها تغییری نمی‌کند. از آنجایی که انحراف ۵ داده آماری از y یعنی $x_i - y$ برابر ۱-، ۵-، ۶-، ۷- و ۴ می‌باشد، پس واریانس داده‌های اصلی با واریانس داده‌های ۱-، ۵-، ۶-، ۷- و ۴ برابر است. پس داریم:

$$\bar{x} = \frac{-1-5-6-7+4}{5} = \frac{-15}{5} = -3$$

$$\sigma^2 = \frac{(-1+3)^2 + (-5+3)^2 + (-6+3)^2 + (-7+3)^2 + (4+3)^2}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{4+4+9+16+49}{5} = \frac{82}{5} = 16\frac{4}{5}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۲، درس‌های ۱ و ۴)

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$.

نکته: پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، پیشامدهای « A و « B »، « A' و « B » و « A و « B' » نیز مستقل‌اند.

از رابطه $P(A - B) = P(A) \cdot P(B')$ داریم:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$$

پس A و B' مستقل از هم هستند و در نتیجه A و B نیز مستقل از هم هستند و داریم:

$$P(A) = 1/6 \cdot P(B) \xrightarrow{P(B)=x} P(A) = 1/6x$$

$$P(A' \cap B') = 0/25 \Rightarrow P(A \cup B)' = 0/25 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 0/25 \Rightarrow P(A \cup B) = 0/25$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/25 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0/25$$

$$\Rightarrow 1/6x + x - 1/6x^2 = 0/25 \Rightarrow 1/6x^2 - 2/6x + 0/25 = 0$$

$$\Delta = (-2/6)^2 - 4 \times 1/6 \times 0/25 = 6/76 - 4/8 = 1/96 \Rightarrow x = \frac{2/6 \pm 1/4}{2 \times 1/6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{1/6} \text{ غرق} \\ x = \frac{1/2}{3/2} = \frac{12}{32} \end{cases} \Rightarrow P(B) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} \Rightarrow P(A) = \frac{16}{10} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{5}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$P(A \cup B') = P(A' \cap B)' = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(A') \cdot P(B) = 1 - (1 - \frac{3}{5}) \times \frac{3}{8} \Rightarrow P(A \cup B') = 1 - \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = 1 - \frac{3}{20} = \frac{17}{20}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تعداد کل مکعب‌ها را می‌یابیم:

$$\text{تعداد کل مکعب‌ها} = 3 \times 4 \times 4 = 48$$

برای یافتن تعداد حداکثر مکعب‌هایی که باید حذف کنیم، فقط مکعب‌های نمای بالا را نگاه داشته و مابقی را حذف می‌کنیم.

$$\text{جواب} = 48 - 10 = 38$$



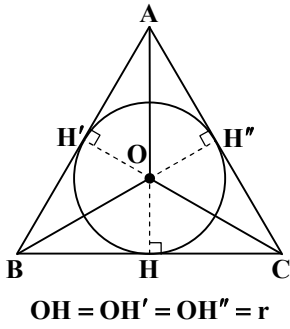
۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: سه نیمساز زاویه‌های داخلی مثلث در نقطه‌ای درون مثلث هم‌رس‌اند. این نقطه از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

پس مرکز دایره محاطی مثلث نقطه هم‌رسی سه نیمساز است و شعاع این دایره که آن را با r نشان می‌دهیم فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع است.

در مثلث رابطه $S = Pr$ که S مساحت و P نصف محیط مثلث است، برقرار است.



طبق شکل مقابل، با فرض $AB = AC = x$ داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$$

$$\text{محیط } ABC = 2p = x + x + x\sqrt{2} = 2x + x\sqrt{2} \Rightarrow p = \frac{x}{2}(2 + \sqrt{2})$$

$$\text{مساحت } ABC = S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} x^2$$

با استفاده از فرمول شعاع دایره محاطی داخلی مثلث، داریم:

$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}x^2}{\frac{x}{2}(2 + \sqrt{2})} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{x}{2 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{2} + 2 = 2(\sqrt{2} + 1)$$

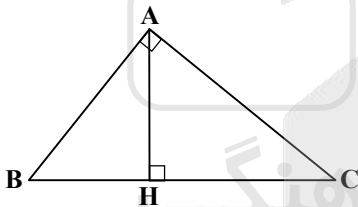
برای رسم عمودمنصف یکی از ساق‌ها، باید دهانه پرگار را حداقل بیشتر از $\frac{1}{2}x$ باز کنیم، پس:

$$\text{جواب: } \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \times 2(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} + 1$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳ و فصل ۳، درس ۱)

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:



۱) $AB^2 = BC \cdot BH$

۲) $AC^2 = BC \cdot CH$

۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۴) $AH^2 = BH \cdot CH$

۵) $AH \times BC = AB \times AC$

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه اگر یک زاویه 30° باشد، ضلع مقابل به آن، نصف وتر است و برعکس.

نکته: اگر در مثلث قائم‌الزاویه یک زاویه 15° باشد، اندازه ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ اندازه وتر است.

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، داریم:

$$AB = AC, AB = 2CE \Rightarrow AC = 2CE \Rightarrow CE = \frac{1}{2} AC$$

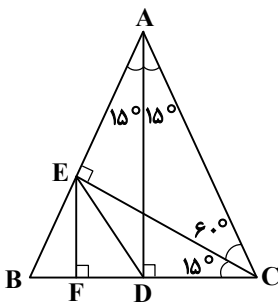
در مثلث قائم‌الزاویه ACE ، ضلع CE ، نصف وتر AC است، پس زاویه مقابل ضلع CE ، برابر 30° است $\hat{CAE} = 30^\circ$. از طرفی در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه و نیمساز زاویه رأس نیز می‌باشد، پس:

$$\hat{BAD} = \hat{DAC} = 15^\circ$$

$$\hat{ACE} : \hat{ACD} = 60^\circ, \hat{ACD} : \hat{ACD} = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ \Rightarrow \hat{ECB} = 15^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:

$$\hat{BCE} : DE = \frac{1}{2} BC \Rightarrow 2\sqrt{3} + 4 = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 4\sqrt{3} + 8 \Rightarrow BD = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BD = \frac{1}{2}(4\sqrt{3} + 8) = 2\sqrt{3} + 4$$





در مثلث قائم‌الزاویه با زاویه 15° ارتفاع وارد بر وتر، ربع وتر است، پس:

$$\widehat{BCE} : EF = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{4} (4\sqrt{3} + 8) = \sqrt{3} + 2$$

از روابط مثلث قائم‌الزاویه در مثلث قائم‌الزاویه BCE استفاده می‌کنیم:

$$EF^2 = BF \times FC \Rightarrow EF^2 = BF(BC - BF) \Rightarrow (\sqrt{3} + 2)^2 = BF(4\sqrt{3} + 8 - BF)$$

با فرض $BF = x$ داریم:

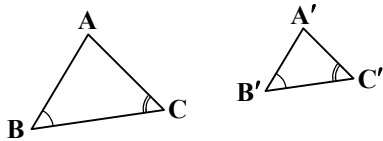
$$3 + 4 + 4\sqrt{3} = (4\sqrt{3} + 8)x - x^2 \Rightarrow x^2 - (4\sqrt{3} + 8)x + 7 + 4\sqrt{3} = 0$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = 7 + 4\sqrt{3} \end{cases}$$

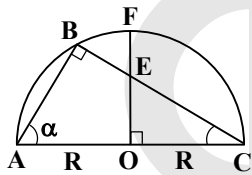
۲۸- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



با فرض اینکه شعاع دایره برابر R است، داریم:



$$\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{BC}{2R}$$

$$\Rightarrow BC = 1/6 R \Rightarrow AB^2 = AC^2 - BC^2 = (2R)^2 - (1/6 R)^2$$

$$AB^2 = (2R - 1/6 R)(2R + 1/6 R) = 0/4 R \times 13/6 R = 1/4 \times 13/6 R^2 \Rightarrow AB = 1/2 R$$

مثلث‌های ABC و OCE متشابه هستند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{O} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \triangle OCE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{OC}{BC} = \frac{OE}{AB} = \frac{CE}{AC}$$

$$\frac{OC}{BC} = \frac{OE}{AB} \Rightarrow \frac{R}{1/6 R} = \frac{OE}{1/2 R} \Rightarrow OE = \frac{1/2 R}{1/6} = \frac{12}{16} R = \frac{3}{4} R = 0/75 R$$

$$\frac{OC}{BC} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{R}{1/6 R} = \frac{CE}{2R} \Rightarrow CE = \frac{2 R}{1/6} = \frac{20}{16} R = \frac{5}{4} R = 1/25 R$$

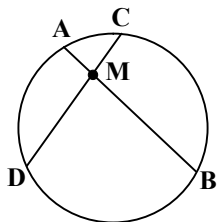
خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{BE}{EF} = \frac{BC - CE}{OF - OE} = \frac{1/6 R - 1/25 R}{R - 0/75 R} = \frac{0/35 R}{0/25 R} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} = 1/4$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۴ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M درون دایره یکدیگر را

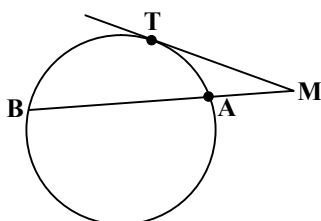
$$\text{قطع کنند. آنگاه: } MA \cdot MB = MC \cdot MD$$



نکته: هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع

اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع

$$MT^2 = MA \cdot MB$$





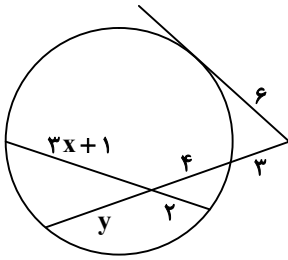
طبق نکات بالا، داریم:

$$6^2 = 3(3+4+y) \Rightarrow 36 = 3(7+y) \Rightarrow 12 = 7+y \Rightarrow y = 5$$

$$4y = 2(3x+1) \Rightarrow 4 \times 5 = 2(3x+1) \Rightarrow 3x+1 = 10 \Rightarrow x = 3$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} = 0.6$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۱

نکته: برای پیدا کردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:

$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمود منصف پاره خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.

اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود؛ به عبارتی A' همان A است.

با توجه به نکته و مفروضات سؤال، دو حالت وجود دارد:

الف) ارتفاع وارد بر OA از رأس A'، بر امتداد OA عمود است.

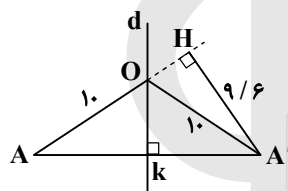
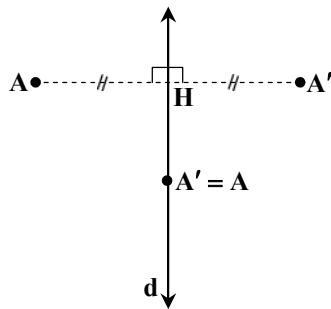
$$OA = OA' = 10, OH^2 + A'H^2 = OA'^2 \Rightarrow OH^2 + 9/6^2 = 10^2$$

$$OH^2 = 10^2 - 9/6^2 = (10 - 9/6)(10 + 9/6) = 0.4 \times 19/6$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{4 \times 196}{100} \Rightarrow OH = \frac{2 \times 14}{10} = 2/8$$

$$\Rightarrow AH = OA + OH = 10 + 2/8 \Rightarrow AH = 12/8$$

در مثلث AHA' داریم:



$$\triangle AHA': AA'^2 = AH^2 + A'H^2 = (12/8)^2 + (9/6)^2 = 163/84 + 92/16 = 256 \Rightarrow AA' = 16$$

ب) ارتفاع وارد بر OA از رأس A'، بر OA عمود است.

$$OH^2 + A'H^2 = OA'^2 \Rightarrow OH^2 + 9/6^2 = 10^2 \Rightarrow OH = 2/8 \Rightarrow AH = 10 - 2/8$$

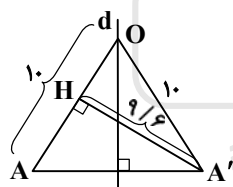
$$\Rightarrow AH = 7/2$$

$$\triangle AHA': AA'^2 = AH^2 + A'H^2 = 7/2^2 + 9/6^2 = 51/84 + 92/16 = 144$$

$$\Rightarrow AA' = 12$$

$$16 + 12 = 28$$

خواسته سؤال برابر است با:



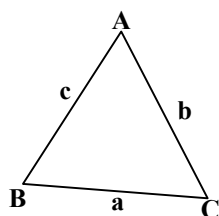
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳ و فصل ۳، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قضیه کسینوس‌ها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های

دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



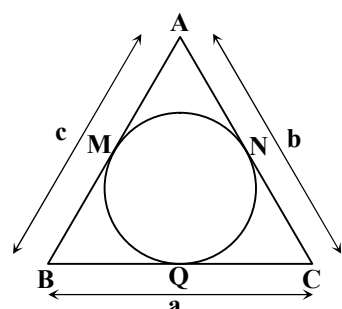
نکته: در مثلث ABC اگر دایره محاطی داخلی را رسم کنیم، داریم:

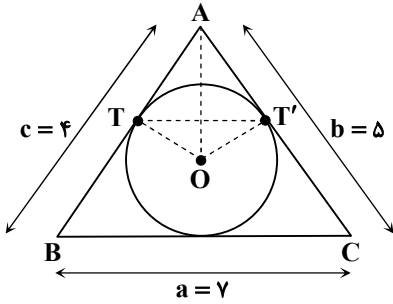
$$AM = AN = P - a$$

$$BM = BQ = P - b$$

$$CN = CQ = P - c$$

P: نصف محیط





ابتدا در مثلث ABC با استفاده از قضیه کسینوس ها، کسینوس زاویه A را محاسبه می کنیم.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 7^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 5 \cos \hat{A} \Rightarrow 49 = 25 + 16 - 40 \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 40 \cos \hat{A} = 41 - 49 = -8 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{8}{40} \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{5}$$

حال با محاسبه AT و AT' داریم:

$$AT = AT' = p - a = \frac{4+5+7}{2} - 7 = 8 - 7 = 1$$

$$\hat{A}TT': TT'^2 = AT^2 + AT'^2 - 2AT \cdot AT' \cos \hat{A} \Rightarrow TT'^2 = 1 + 1 - 2 \times 1 \times 1 \times (-\frac{1}{5})$$

$$\Rightarrow TT'^2 = 2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5} \Rightarrow TT' = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5} = 0.7696$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر زاویه بین دو بردار غیر \vec{a} و \vec{b} برابر α باشد، داریم:

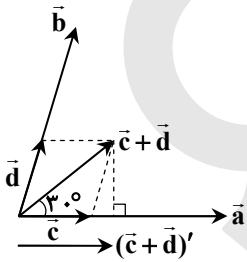
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha$$

فرض می کنیم $\vec{c} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ و $\vec{d} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ، اندازه بردارهای \vec{c} و \vec{d} برابر یک واحد است، زیرا:

$$|\vec{c}| = \left| \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \right| = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = 1$$

$$|\vec{d}| = \left| \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \right| = \frac{1}{|\vec{b}|} \cdot |\vec{b}| = 1$$



از طرفی بردار $\vec{c} = \frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ هم جهت با بردار \vec{a} و بردار $\vec{d} = \frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$ هم جهت با بردار \vec{b} است. پس طبق

شکل چون $|\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$ بردار $\vec{c} + \vec{d}$ در راستای نیمساز زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} است. حال اندازه بردار $\vec{c} + \vec{d}$ را می یابیم.

$$|\vec{c} + \vec{d}|^2 = |\vec{c}|^2 + |\vec{d}|^2 + 2|\vec{c}||\vec{d}|\cos 60^\circ \Rightarrow |\vec{c} + \vec{d}|^2 = 1^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow |\vec{c} + \vec{d}| = \sqrt{3}$$

حال اندازه تصویر قائم بردار $\vec{c} + \vec{d}$ بر امتداد بردار \vec{a} را می یابیم.

$$\cos 30^\circ = \frac{|(\vec{c} + \vec{d})'|}{|\vec{c} + \vec{d}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|(\vec{c} + \vec{d})'|}{\sqrt{3}} \Rightarrow |(\vec{c} + \vec{d})'| = \frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: (دستور ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس های 3×3): در این روش که فقط برای ماتریس های 3×3 قابل استفاده است. دو ستون اول و دوم ماتریس را در کنارش می نویسیم و $|A|$ برابر است با مجموع حاصل ضرب های درایه های واقع بر قطر اصلی و دو قطر موازی آن (مطابق شکل)، منهای مجموع حاصل ضرب های درایه های واقع بر قطر فرعی A و دو قطر موازی با آن به صورت زیر:

$$\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

$$|A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

نکته: برای ماتریس مربعی A و عدد حقیقی k داریم:

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}| \text{ و } |A^n| = |A|^n$$

ابتدا دترمینان ماتریس A را به روش ساروس می یابیم.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = (1+8+8) - (4+4+4) = 17 - 12 = 5$$



حال از فرض $|A^2 + kA - A| = 125$ داریم:

$$|A(A + (k-1)I)| = 125 \Rightarrow |A||A + (k-1)I| = 125 \Rightarrow 5|A + (k-1)I| = 125 \Rightarrow |A + (k-1)I| = 25$$

ماتریس $A + (k-1)I$ را تشکیل می‌دهیم.

$$A + (k-1)I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 2 & 2 \\ 2 & k & 2 \\ 2 & 2 & k \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + (k-1)I| = \begin{vmatrix} k & 2 & 2 & k & 2 \\ 2 & k & 2 & 2 & k \\ 2 & 2 & k & 2 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |A + (k-1)I| = (k^3 + 8 + 8) - (4k + 4k + 4k)$$

$$\Rightarrow k^3 + 16 - 12k = 25 \Rightarrow k^3 - 12k - 9 = 0 \Rightarrow k = -3$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$|(k+1)I_3| = (k+1)^3 |I_3| = (-3+1)^3 \times 1 = -8$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: عدد $(ad - bc)$ را دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ می‌نامیم و با نماد $|A|$ (می‌خوانیم، دترمینان A) نشان می‌دهیم بنابراین می‌توان گفت:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ابتدا با توجه به $|A| = 2$ ، داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow ad - bc = 2$$

حال از $B^2 = 2I$ ، داریم:

$$B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2}b & 0 \\ c & 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2}b & 0 \\ c & 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+ac & 0 & a+ad \\ 0 & 2b^2 & 0 \\ c+cd & 0 & ac+d^2 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = 2I \Rightarrow \begin{bmatrix} 1+ac & 0 & a(1+d) \\ 0 & 2b^2 & 0 \\ c(1+d) & 0 & ac+d^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2b^2 = 2 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$1+ac = 2 \Rightarrow ac = 1$$

$$ac+d^2 = 2 \Rightarrow 1+d^2 = 2 \Rightarrow d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm 1$$

اگر $d = 1$ باشد، چون $a(1+d) = 0$ ، پس $2a = 0$ و $a = 0$ که این غیرممکن است، چون $ac = 1$ ، پس $d = -1$ است و داریم:

$$ad - bc = 2 \Rightarrow -a - bc = 2$$

با توجه به $b = \pm 1$ ، دو حالت داریم:

$$\text{حالت ۱ } b = 1 \Rightarrow -a - c = 2 \Rightarrow a = -2 - c \xrightarrow{ac=1} -2c - c^2 = 1 \Rightarrow c^2 + 2c + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (c+1)^2 = 0 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\text{حالت ۲ } b = -1 \Rightarrow -a + c = 2 \Rightarrow a = c - 2 \xrightarrow{ac=1} c^2 - 2c = 1 \Rightarrow c^2 - 2c - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4 + 4 = 8 \Rightarrow c = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

چون درایه‌های A صحیح هستند، پس این حالت غیرقابل قبول است و خواسته سؤال برابر است با:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^3 = B^2 \cdot B = 2I \cdot B = 2B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2\sqrt{2} & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

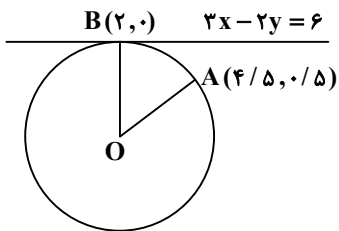
$$2(-2) \times 2\sqrt{2} \times (-2) \times (-2) = -32\sqrt{2}$$



۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۲)

با توجه به شکل فرضی مقابل، ابتدا معادله خط گذرنده از O و B را می‌یابیم.



$$3x - 2y = 6 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow M_{OB} = -\frac{2}{3}, B(2,0) \Rightarrow y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

مرکز دایره بر روی خط $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ قرار دارد، پس مختصات آن به صورت زیر است:

$$O(a, -\frac{2}{3}a + \frac{4}{3}), OA = OB \Rightarrow \sqrt{(a - 4/5)^2 + (-\frac{2}{3}a + \frac{4}{3} - 0/5)^2} = \sqrt{(a - 2)^2 + (-\frac{2}{3}a + \frac{4}{3})^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (a - \frac{9}{5})^2 + (-\frac{2}{3}a + \frac{4}{3})^2 = (a - 2)^2 + (-\frac{2}{3}a + \frac{4}{3})^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 9a + \frac{81}{5} + \frac{4}{9}a^2 + \frac{25}{36} - \frac{20}{18}a = a^2 - 4a + 4 + \frac{4}{9}a^2 + \frac{16}{9} - \frac{16}{9}a \Rightarrow -9a - \frac{10}{9}a + \frac{81}{5} + \frac{25}{36} = -4a - \frac{16}{9}a + 4 + \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow -9a - \frac{10}{9}a + 4a + \frac{16}{9}a = 4 + \frac{16}{9} - \frac{81}{5} - \frac{25}{36}$$

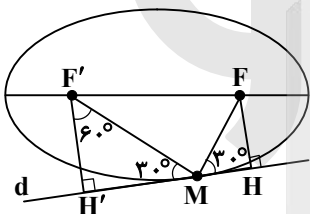
$$\Rightarrow -5a + \frac{6}{9}a = 4 + \frac{64 - 25}{36} - \frac{81}{5} \Rightarrow -5a + \frac{2}{3}a = 4 + \frac{39}{36} - \frac{81}{5} \Rightarrow -\frac{13a}{3} = \frac{16 - 81}{4} + \frac{13}{12}$$

$$\Rightarrow -\frac{13a}{3} = \frac{-195 + 13}{12} \Rightarrow \frac{-13a}{3} = -\frac{182}{12} \Rightarrow a = \frac{182}{12} \times \frac{3}{13} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \Rightarrow O(\frac{7}{2}, -1)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته: بر طبق خاصیت بازتابندگی بیضی، اگر پرتویی از یک کانون بیضی، بر بدنه داخلی آن بتابد، پرتو بازتابش از کانون دیگر بیضی می‌گذرد. با توجه به شکل و طبق ویژگی بازتابندگی در بیضی داریم:



$$F'MH' = FMH = 30^\circ$$

$$\triangle F'MH': \cos 30^\circ = \frac{MH'}{MF'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MH'}{MF'} \Rightarrow MH' = \frac{\sqrt{3}}{2} MF'$$

$$\triangle FMH: \cos 30^\circ = \frac{MH}{MF} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{MH}{MF} \Rightarrow MH = \frac{\sqrt{3}}{2} MF$$

طبق فرض $HH' = 2\sqrt{3}$ ، پس:

$$MH' + MH = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} MF' + \frac{\sqrt{3}}{2} MF = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} (MF' + MF) = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow MF' + MF = 4 \xrightarrow{\text{طبق تعریف بیضی}} 2a = 4 \Rightarrow \text{طول قطر بزرگ} = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر عدد a عدد b را بشمارد، آنگاه هر مضرب صحیح عدد b را نیز می‌شمارد؛ یعنی:

$$a | b \Rightarrow a | mb$$

نکته: به $mb + nc$ وقتی m و n اعداد دلخواهی هستند، ترکیب خطی b و c می‌گویند. اگر a دو عدد b و c را عاد کند، آنگاه هر ترکیب خطی b و c را هم عاد می‌کند.

$$\left. \begin{matrix} a | b \\ a | c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a | mb + nc$$

از رابطه $\lambda x^2 + xy + 3x - y = 0$ ، y را بر حسب x حل می‌کنیم.

$$\lambda x^2 + 3x = y - xy \Rightarrow \lambda x^2 + 3x = y(1 - x) \Rightarrow y = \frac{\lambda x^2 + 3x}{1 - x}$$

چون $y \in \mathbb{Z}$ ، پس در کسر بالا، صورت باید بر مخرج بخش پذیر باشد.

$$\left. \begin{matrix} 1 - x | \lambda x^2 + 3x \\ 1 - x | 1 - x \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1 - x | (\lambda x^2 + 3x) + \lambda x(1 - x) \Rightarrow 1 - x | \lambda x^2 + 3x + \lambda x - \lambda x^2 \Rightarrow 1 - x | 11x$$

$$\left. \begin{matrix} 1 - x | 11x \\ 1 - x | 1 - x \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1 - x | 11x + 11(1 - x) \Rightarrow 1 - x | 11 \Rightarrow \begin{cases} 1 - x = \pm 1 \Rightarrow x = 0, x = 2 \\ 1 - x = \pm 11 \Rightarrow x = -10, x = 12 \end{cases}$$

بنابراین، چهار نقطه با مختصات صحیح وجود دارد.



۳۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با تعداد انتخاب‌های دلخواه n شاخه گل از بین k نوع گل

یعنی برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$.

با توجه به اینکه جملات $x_2/4$ و $\sqrt{x_3}$ باید عدد صحیح باشند، حالات زیر را داریم:

$$x_1 + 0/4x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$$

۱) $x_2 = 0, x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 4 \xrightarrow[k=2]{n=4}$ تعداد جوابها $= \binom{4+2-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5$

۲) $x_2 = 0, x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_4 = 3 \xrightarrow[k=2]{n=3}$ تعداد جوابها $= \binom{3+2-1}{2-1} = \binom{4}{1} = 4$

۳) $x_2 = 0, x_3 = 4 \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \xrightarrow[k=2]{n=2}$ تعداد جوابها $= \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3$

۴) $x_2 = 0, x_3 = 9 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \xrightarrow[k=2]{n=1}$ تعداد جوابها $= \binom{1+2-1}{2-1} = \binom{2}{1} = 2$

۵) $x_2 = 0, x_3 = 16 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow x_1 = x_4 = 0 \Rightarrow$ تعداد جوابها = ۱

۶) $x_2 = 5, x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 2 \Rightarrow$ تعداد جوابها $= \binom{2+2-1}{2-1} = \binom{3}{1} = 3$

۷) $x_2 = 5, x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_4 = 1 \Rightarrow$ تعداد جوابها $= \binom{1+2-1}{2-1} = \binom{2}{1} = 2$

۸) $x_2 = 5, x_3 = 4 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow x_1 = x_4 = 0 \Rightarrow$ تعداد جوابها = ۱

۹) $x_2 = 10, x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_4 = 0 \Rightarrow x_1 = x_4 = 0 \Rightarrow$ تعداد جوابها = ۱

تعداد کل جوابها برابر است با:

$$5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 1 + 1 = 22$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه از چهار عضو مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ چهار بیکان به اعضای $\{1, 2, 4\}$ رسم می‌شود، مجموع مقادیر تابع زمانی فرد است که

تعداد پیکان‌های وارد بر ۱، فرد باشد، پس حالات زیر را داریم:

الف) یکی از اعضای $\{1, 2, 3, 4\}$ به ۱ وصل شده باشد و مابقی به ۲ یا ۴ متصل باشند.

۴ حالت \Rightarrow یک پیکان به ۱
 $\left. \begin{aligned} & \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 4 \times 8 = 32 \\ & \Rightarrow \text{سه عضو دیگر } \{1, 2, 3, 4\} \text{ به } 2 \text{ یا } 4 \end{aligned} \right\}$

ب) سه عضو از اعضای $\{1, 2, 3, 4\}$ به ۱ وصل شده باشند و مابقی به ۲ یا ۴ متصل باشند.

۴ حالت \Rightarrow سه عضو $\{1, 2, 3, 4\}$ به ۱
 $\left. \begin{aligned} & \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 4 \times 2 = 8 \\ & \Rightarrow \text{یک عضو دیگر } \{1, 2, 3, 4\} \text{ به } 2 \text{ یا } 4 \end{aligned} \right\}$

تعداد کل حالات $= 32 + 8 = 40$

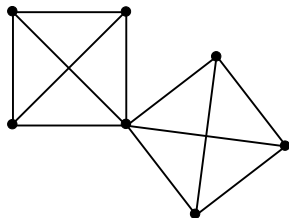
▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته (بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین درجه یک گراف): بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\Delta(G)$ و کوچک‌ترین آن‌ها را با $\delta(G)$ نمایش می‌دهیم و به ترتیب آن‌ها را ماکزیمم و مینیمم درجه گراف می‌نامیم.

نکته (دور): دنباله $v_1 v_2 \dots v_n v_1$ از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم.

گراف مورد نظر به صورت زیر است:



$$P_{\text{Min}} = 7$$



فیزیک

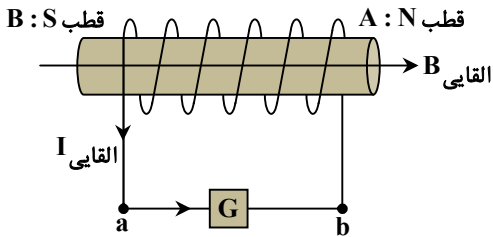
۴۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)
در واپاشی آلفا، عدد جرمی هسته ۴ واحد کاهش می‌یابد.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شوند؛ بنابراین $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است. از طرفی دیگر، چون تراکم خطوط میدان در نزدیکی بار q_1 بیشتر از تراکم خطوط میدان در نزدیکی بار q_2 است، می‌توان گفت $|q_2| < |q_1|$ است.

۴۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

آهنربا در حال دور شدن از سیم‌لوله است؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از سیم‌لوله در حال کاهش است. طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی در سیم‌لوله باید هم‌جهت با میدان مغناطیسی آهنربا باشد؛ بنابراین جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله باید مطابق شکل از چپ به راست باشد: میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله از قطب S به N است؛ بنابراین ناحیه A قطب N و ناحیه B قطب S است. با توجه به قاعده دست راست، جهت جریان القایی در گالوانومتر از a به b است.



۴۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$25 \text{ kWh} = 25 \text{ kWh} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \times \frac{1000 \text{ W}}{1 \text{ kW}} = 25 \times 3 / 6 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{s} = 90 \times 10^6 \text{ J} = 90 \text{ MJ}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

گلوله اول در لحظه $t = 0$ ، گلوله دوم در لحظه $t = 2 \text{ s}$ و گلوله سوم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ رها شده است؛ بنابراین هنگام رها شدن گلوله سوم، گلوله اول به مدت ۴ s سقوط کرده است و به سطح زمین رسیده است:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 \Rightarrow h = 80 \text{ m}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h' = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20 \text{ m}$$

در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، گلوله دوم به مدت ۲ s سقوط کرده است:

همه گلوله‌ها از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها شده‌اند و در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، گلوله دوم ۲۰ m سقوط کرده است؛ بنابراین این گلوله در لحظه $t = 4 \text{ s}$ به ارتفاع $h - h' = 80 - 20 = 60 \text{ m}$ از سطح زمین می‌رسد. (جهت مثبت محور حرکت را رو به پایین در نظر گرفته‌ایم.)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

از لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود تا لحظه‌ای که آن‌ها به هم می‌رسند، فاصله دو متحرک در حال کم شدن است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}t^2 \\ x_2 = (t-3)^2 \end{cases}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{4}t^2 = (t-3)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}t = t-3 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 0.5t \\ v_2 = 2(t-3) \end{cases}$$

$$v_1 = v_2 \Rightarrow 0.5t = 2t - 6 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

بنابراین در بازه زمانی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ یعنی به مدت ۲ s فاصله دو متحرک در حال کاهش بوده است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v_A = \frac{26 - 20}{3} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ابتدا معادله حرکت متحرک A را نوشته و مکان آن را در لحظه $t = 4 \text{ s}$ می‌یابیم:

$$x_A = v_A t + x_0 \Rightarrow x_A = 2t + 20 \xrightarrow{t=4 \text{ s}} x_A = 2(4) + 20 = 28 \text{ m}$$

حالا معادله حرکت متحرک B را می‌نویسیم و سپس مکان آن در لحظه $t = 4 \text{ s}$ را برابر با $x = 28 \text{ m}$ قرار می‌دهیم، زیرا در این لحظه متحرک B به متحرک A رسیده است:

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}at^2 + 12t + 0 \xrightarrow{t=4 \text{ s}} 28 = \frac{1}{2}a \times (4)^2 + 12 \times 4 \Rightarrow -20 = 8a \Rightarrow a = -2 / 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = (-2 / 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \vec{i}$$



۴۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۲ ثانیه دوم حرکت یعنی بازه زمانی ۲s تا ۴s:

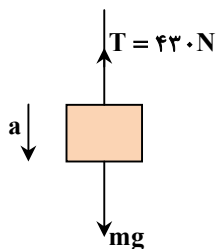
$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_{4s} - v_{2s}}{4 - 2} \Rightarrow a_{av} = \frac{(3(4)^2 - 8) - (3(2)^2 - 8)}{2} = \frac{3(4^2 - 2^2)}{2} = 18 \frac{m}{s^2}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

سمت شرق را مثبت در نظر می‌گیریم:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \tau = \frac{0.8(5 - (-5))}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{\tau} = 4s$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)



$$F_{net} = mg - T = ma \Rightarrow 50 \times 9.8 - 430 = 50 \cdot a \Rightarrow 60 = 50 \cdot a \Rightarrow a = 1.2 \frac{m}{s^2}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

طبق قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ است:

$$\begin{cases} F = m_1 \times 12 \\ F = m_2 \times 4 \end{cases} \Rightarrow m_1 \times 12 = m_2 \times 4 \Rightarrow m_2 = 3m_1 \quad \text{رابطه (۱)}$$

طبق رابطه بالا، حاصل $m_2 - m_1$ برابر است با:

$$m_2 - m_1 = 3m_1 - m_1 = 2m_1$$

حال اگر نیروی F به جرم $2m_1$ اثر کند، داریم:

$$F = 2m_1 \times a \xrightarrow{\frac{F}{m_1} = 12} 12 = 2 \times a \Rightarrow a = 6 \frac{m}{s^2}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

دوره گردش سکه همان دوره گردش میز است:

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{3/14}{3} = \frac{\pi}{3} s$$

از آنجاکه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه نقش نیروی مرکزگرا را بازی می‌کند، داریم:

$$f_{s,max} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s mg = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow \mu_s \times 10 = \frac{4\pi^2 \times 0.1}{(\frac{\pi}{3})^2} \Rightarrow \mu_s = 0.36$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A}} \times \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \times \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} \xrightarrow{\text{جنس و نیروی کشش دو تار یکسان است.}} \frac{v_B}{v_A} = 1 \times 1 \times \sqrt{\frac{A_A}{A_B}} \Rightarrow \frac{v_B}{100} = \sqrt{\frac{4A_B}{A_B}}$$

$$\Rightarrow v_B = 200 \frac{m}{s}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

بر اساس اثر دوپلر برای امواج الکترومغناطیسی، هنگام نزدیک شدن چشمه به ناظر (کهکشانی به ما)، بسامد موج دریافتی افزایش می‌یابد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

ابتدا ثابت فنر را می‌یابیم:

$$mg = kx \Rightarrow 0.2 \times 10 = k \times \frac{2}{5} \Rightarrow k = 80 \frac{N}{m}$$

بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است:

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 80 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 40 \times 4 \times 10^{-4} = 16 mJ$$



۵۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

فاصله بین جبهه‌های موج متوالی در ناحیه A بیشتر از ناحیه B است؛ بنابراین طول موج و در نتیجه تندی انتشار موج در ناحیه A بیشتر از ناحیه B است.

از طرفی دیگر، برای امواج سطحی آب در آب‌های کم‌عمق، هر چقدر تندی انتشار موج در یک ناحیه بیشتر باشد، تندی انتشار موج سطحی در آن ناحیه نیز بیشتر است؛ بنابراین عمق ناحیه A بیشتر از ناحیه B است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

ضریب شکست شیشه برای طول موج‌های مختلف نور مانند نورهای قرمز و آبی، متفاوت است؛ بنابراین این نورها درون شیشه به‌طور متفاوت می‌شکنند و از هم جدا می‌شوند و هنگام خروج از شیشه موازی با یکدیگر و موازی با راستای انتشار اولیه (قبل از ورود به شیشه) در هوا منتشر می‌شوند.

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

تابع کار یک فلز وابسته به جنس فلز است و طبق رابطه $K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$ ، با ثابت بودن تابع کار فلز و کاهش طول موج نور فرودی،

حاصل $\frac{hc}{\lambda}$ و در نتیجه مقدار K_{max} (بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها) افزایش می‌یابد.

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

مدل اتمی بور متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن را نمی‌تواند توجیه کند و از طرفی دیگر برای اتم‌های هیدروژن گونه یعنی اتم‌هایی که فقط یک الکترون دارند، به کار می‌رود. این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد به کار نمی‌رود؛ زیرا در مدل بور، نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به حساب نیامده است؛ بنابراین عبارت‌های «ب» و «ج» پاسخ این سؤال هستند.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

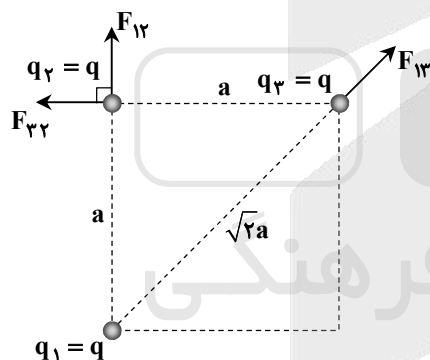
$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$$

$$n = \frac{\Delta t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4 = \frac{\Delta t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = \frac{\Delta t}{4} = \frac{2h}{4} = \frac{h}{2}$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

هر ضلع مربع را a و مقدار هر بار الکتریکی را q در نظر می‌گیریم:



$$F_{22} = F_{12} = \frac{kq \times q}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow F_{T2} = F_{12} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}kq^2}{a^2} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$F_{13} = \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = \frac{kq \times q}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2} \quad \text{رابطه (۲)}$$

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) داریم:

$$\frac{F_{T2}}{F_{13}} = \frac{\sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}}{\frac{1}{2} \frac{kq^2}{a^2}} = 2\sqrt{2}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با اضافه شدن دی‌الکتریک $k = 3$ بین دو صفحه خازن، ظرفیت خازن طبق رابطه $C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$ ، ۳ برابر می‌شود. از طرفی دیگر، خازن به باتری وصل است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow[\text{اختلاف پتانسیل ثابت است}]{\text{ظرفیت ۳ برابر می‌شود}} \frac{U_2}{U_1} = 3 \times 1 = 3$$

با ثابت ماندن اختلاف پتانسیل دو سر خازن و فاصله بین صفحات آن، طبق رابطه $E = \frac{V}{d}$ ، میدان الکتریکی بین دو صفحه ثابت می‌ماند.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{18 - 6}{3 + 1 + 2} = 2 \text{ A}$$

جریان عبوری از باتری‌ها برابر است با:

$$\frac{P_{(2)} \text{ ورودی باتری (۲)}}{P_{(1)} \text{ خروجی باتری (۱)}} = \frac{\mathcal{E}_2 I + r_2 I^2}{\mathcal{E}_1 I - r_1 I^2} = \frac{(6 \times 2) + 2(2)^2}{(18 \times 2) - (2)^2} = \frac{12 + 8}{36 - 4} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:



۶۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$m_A = \frac{1}{\rho} m_B \xrightarrow{m=\rho V} \frac{m=\rho V}{V=AL} \rho_A A_A L_A = \frac{1}{\rho} \rho_B A_B L_B \xrightarrow{\rho_A=\rho_B} A_A \times 2L_B = \frac{1}{\rho} A_B L_B \Rightarrow 4A_A = A_B \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} \frac{R_A}{R_B} = 1 \times 2 \times 4 = 8$$

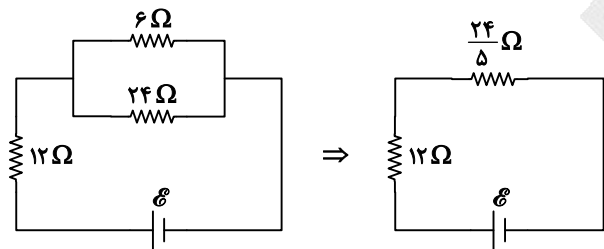
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

دو مقاومت 6Ω و 24Ω موازی اند:

$$R_{6,24} = \frac{6 \times 24}{6 + 24} = \frac{6 \times 24}{30} = \frac{24}{5}\Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های 6Ω ، 24Ω و $\frac{24}{5}\Omega$ یکسان است. از طرفی دیگر، چون دو مقاومت $\frac{24}{5}\Omega$ و 12Ω با یکدیگر متوالی هستند، جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند؛ بنابراین داریم:



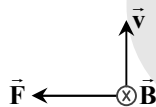
$$I_{12\Omega} = I_{\frac{24}{5}\Omega} \Rightarrow \frac{V_{12\Omega}}{12} = \frac{V_{\frac{24}{5}\Omega}}{\frac{24}{5}}$$

$$V_{6\Omega} = V_{\frac{24}{5}\Omega} \Rightarrow \frac{V_{12\Omega}}{V_{6\Omega}} = \frac{12}{\frac{24}{5}} = \frac{5}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

هر دو ذره آلفا و پوزیترون دارای بار الکتریکی مثبت هستند؛ بنابراین طبق قاعده دست راست، هر دو به سمت چپ منحرف می‌شوند:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow 157 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times N \times 2/5}{0.1} \Rightarrow 1/57 \times 10^{-3} = 4 \times 3/14 \times 2/5 \times 10^{-7} N \Rightarrow 1 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-7} N$$

$$\Rightarrow N = \frac{10^{-3}}{2 \times 10^{-7}} = 500$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta\Phi = BA(\cos\theta_f - \cos\theta_i) \Rightarrow \Delta\Phi = 0.05 \times 4 \times 10^{-4} (\cos 90^\circ - \cos 0^\circ) \Rightarrow \Delta\Phi = 2 \times 10^{-4} (0 - 1) = -2 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

علامت منفی به معنی کاهش شار مغناطیسی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ارتفاع مایع درون استوانه را می‌یابیم:

$$V = Ah \Rightarrow 2500 = 50 \cdot h \Rightarrow h = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

فشار پیمانه‌ای در کف ظرف برابر با فشار حاصل از ستون 50 cm مایع با چگالی $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$ است. کافی است بفهمیم فشار 50 cm از ستون

این مایع معادل با فشار چند سانتی‌متر از جیوه است:

$$P_g \text{ ظرف} = P_{\text{ستون مایع}} = \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1/2 \times 50 = 13/6 h$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{60}{13/6} \approx 4/4 \text{ cm} \Rightarrow P_g \text{ ظرف} \approx 4/4 \text{ cmHg}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

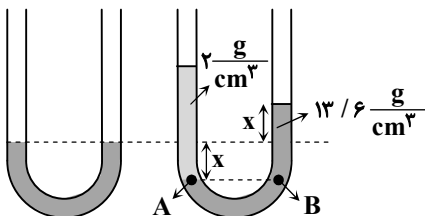
۷۰- پاسخ: گزینه ۱

هنگامی که از یکی از شاخه‌ها 17 cm مایع روی جیوه ریخته می‌شود، جیوه در آن شاخه به اندازه x پایین رفته و جیوه درون شاخه مقابل نیز به همان اندازه x بالا می‌آید:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times (2x) \Rightarrow 2 \times 17 = 13/6 \times 2x \Rightarrow x = 1/25 \text{ cm}$$

سطح جیوه در شاخه مقابل نسبت به موقعیت اولیه به اندازه $x = 1/25 \text{ cm}$ بالاتر رفته است.





۷۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

از قضیه کار و انرژی جنبشی کمک می‌گیریم: $v_A = 126 \frac{km}{h}$ برابر با $35 \frac{m}{s}$ است.

$$W_t = K_B - K_A \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow 24000 = \frac{1}{2} \times 60 \times (v_B^2 - 35^2)$$

$$\Rightarrow 800 = v_B^2 - 1225 \Rightarrow v_B^2 = 2025 \Rightarrow v_B = 45 \frac{m}{s}$$

کافی است $v_B = 45 \frac{m}{s}$ را برحسب $\frac{km}{h}$ به دست آوریم:

$$v_B = 45 \frac{m}{s} \times \frac{3.6}{1} = 162 \frac{km}{h}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

اگر کمیت‌های مربوط به پدر را با زیروند ۱ و کمیت‌های مربوط به پسر را با زیروند ۲ نشان دهیم، داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{\frac{1}{2} K_2} = \frac{m_2}{2m_2} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow v_2 = 2v_1 \text{ (رابطه (۱))}$$

هنگامی تندی حرکت پدر $v_1' = v_1 + 2 \frac{m}{s}$ می‌شود، انرژی جنبشی پدر و پسر برابر می‌شود؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_2 = K_1' \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 \xrightarrow[\text{رابطه (۱)}]{m_1 = 2m_2} m_2 \times (2v_1)^2 = 2m_2 \times (v_1 + 2)^2 \Rightarrow 4v_1^2 = 2(v_1 + 2)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} v_1 = v_1 + 2 \Rightarrow (\sqrt{2} - 1)v_1 = 2 \Rightarrow v_1 = \frac{2}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = 2\sqrt{2} + 2 \frac{m}{s}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن نمونه‌ای از همرفت طبیعی است. بقیه موارد مطرح شده، جلوه‌هایی از همرفت واداشته هستند.

۷۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow[\text{فشار هوای اتاق تغییر نمی‌کند.}]{\text{حجم هوای اتاق ثابت است.}} \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{\Delta n}{n_1} = \frac{\Delta T}{T_2} \Rightarrow \frac{\Delta n}{n_1} = \frac{1}{273 + 25} = \frac{1}{298}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

از بین ۶ فرایند چرخه ماشین بنزینی، ۴ فرایند آن با حرکت پیستون همراه است که به آن‌ها ضربه می‌گوییم.

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

گزینه ۱: نادرست؛ تفاوت انرژی نورهای سرخ و نیلی، بیشتر از تفاوت انرژی نورهای نارنجی و آبی است.

سرخ	نارنجی	زرد	سبز	آبی	نیلی	بنفش
۶۲۵-۷۴۰	۵۹۰-۶۲۵	۵۶۵-۵۹۰	۵۲۰-۵۶۵	۵۰۰-۵۲۰	۴۳۵-۵۰۰	۳۸۰-۴۳۵

گزینه ۲: درست

گزینه ۳: نادرست؛ رنگ شعله لیتیم سولفات و لیتیم نترات به دلیل یکسان بودن کاتیون در آن‌ها مشابه است. (رنگ شعله لیتیم و نمک‌های آن همگی سرخ‌رنگ است.) اما رنگ شعله مس (II) سولفات (شعله سبز) و سدیم سولفات (شعله زرد) به دلیل متفاوت بودن کاتیون در آن‌ها متفاوت است.

توجه داشته باشید که آزمون شعله روشی برای تشخیص فلز یا کاتیون آن در یک ترکیب است و آنیون‌ها در شعله رنگ ایجاد نمی‌کنند.

گزینه ۴: نادرست؛ سطح انرژی لایه اول یا همان $n = 1$ در تمام اتم‌ها متفاوت است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

گزینه ۱: نادرست؛ درصد فراوانی گوگرد در زمین و مشتری متفاوت است ولی در هر دو سیاره ششمین عنصر فراوان به‌شمار می‌آید.

گزینه ۲: درست

گزینه ۳: درست؛ سومین عنصر فراوان در زمین و مشتری به ترتیب سیلیسیم (شبه‌فلز) و کربن (نافلز) است.

گزینه ۴: درست؛ درصد فراوانی آهن در زمین کمتر از ۵۰ درصد و درصد فراوانی هیدروژن در مشتری بیشتر از ۵۰ درصد (بیش از ۹۰ درصد) است.



۷۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

با توجه به ثابت بودن حجم در این فرایند در می‌یابیم که شمار مول‌های CO(g) خارج شده از بالون با شمار مول‌های Ar(g) وارد شده به بالون باید برابر باشد.

$$\text{جرم آرگون} = ۱۸۶ \text{ g} \Rightarrow ۱۰۰ \times \frac{\text{جرم آرگون}}{۶۲۰} = ۳۰ \Rightarrow \text{جرم آرگون} \times ۱۰۰ = \frac{\text{جرم آرگون}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰$$

پس جرم CO(g) باقی‌مانده در بالون برابر است با:

$$۶۲۰ - ۱۸۶ = ۴۳۴ \text{ g}$$

اکنون شمار مول‌های Ar(g) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{mol Ar} = ۱۸۶ \text{ g Ar} \times \frac{۱ \text{ mol Ar}}{۴۰ \text{ g Ar}} = ۴/۶۵ \text{ mol}$$

پس شمار مول‌های CO(g) خارج شده نیز برابر ۴/۶۵ mol بوده که جرم آن برابر است با:

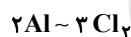
$$\text{جرم خارج شده CO(g)} = ۴/۶۵ \text{ mol CO} \times \frac{۲۸ \text{ g CO}}{۱ \text{ mol CO}} = ۱۳۰/۲ \text{ g}$$

بنابراین جرم کل CO(g) برابر بوده است با:

$$۴۳۴ + ۱۳۰/۲ = ۵۶۴/۲$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

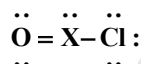
ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم سپس ضریب H_۲(g) (عنصر مشترک در معادله) را در دو معادله یکسان می‌کنیم:بنابراین به‌ازای مصرف ۲ مول Al، ۳ مول Cl_۲ نیز مصرف می‌شود، پس:

$$\frac{? \text{ g}}{۲ \times ۲۷ \text{ g}} = \frac{۸/۹۶ \text{ L}}{۳ \times ۲۲/۴ \text{ L}} \Rightarrow ? = ۷/۲$$

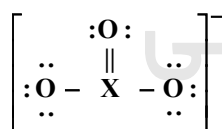
۸۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

با توجه به داده‌های سؤال، ساختار لوویس مولکول XOCl به صورت زیر است:



در این ساختار ۱۸ الکترون وجود دارد که هریک از اتم‌های اکسیژن و کلر در لایه ظرفیت خود به ترتیب ۶ و ۷ الکترون دارند. پس اتم X نیز باید ۵ الکترون در لایه ظرفیت خود داشته باشد؛ بنابراین X اتم عنصری از گروه ۱۵ است که در واکنش با فلزها به شکل X^{۳-} (۵ - ۱۳ = ۵) شرکت می‌کند. همچنین ساختار لوویس آنیون XO_۳⁻ به صورت زیر است:

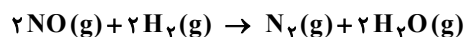


که در این ساختار ۴ جفت الکترون پیوندی وجود دارد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

معادله موازنه شده واکنش چنین است:



$$۱۳/۴۴ \text{ L} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۲۲/۴ \text{ L}} = ۰/۶ \text{ mol}$$

ابتدا مول هریک از دو گاز واکنش‌دهنده را به دست می‌آوریم:

با توجه به اینکه دو گاز واکنش‌دهنده متناسب با ضرایب استوکیومتری با یکدیگر واکنش داده‌اند و براساس معادله موازنه شده ضریب هر دو گاز یکسان است، پس شمار مول هر دو گاز برابر ۰/۳ = ۰/۶ / ۲ است.

از این‌رو برای محاسبه بازده درصدی واکنش می‌توان از هریک از دو گاز NO و H_۲ استفاده کرد.

$$\frac{۰/۳ \text{ mol} \times \frac{\text{R}}{۱۰۰}}{۲ \text{ mol}} = \frac{۳/۸۴ \text{ g}}{۲۸ + (۲ \times ۱۸) \text{ g}} \Rightarrow \text{R} = ۴۰$$



۸۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

ابتدا جرم حل شونده یا سدیم هیدروکسید حل شده را به دست می آوریم:

$$\text{جرم NaOH} = 0.500 \text{ L} \times \frac{2 \text{ mol}}{\text{L}} \times \frac{40 \text{ g}}{\text{mol}} = 40 \text{ g}$$

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 5 = \frac{40 \text{ g NaOH}}{(500 \text{ mL} \times 1.2 \frac{\text{g}}{\text{mL}}) + m \text{ g H}_2\text{O}} \times 100 \Rightarrow m = 200 \text{ g}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

گزینه ۱: نادرست؛ انحلال پذیری گاز CO_2 از انحلال پذیری هر دو گاز N_2 و NO بیشتر و مقایسه انحلال پذیری آن‌ها چنین است:



زیرا انحلال CO_2 جنبه شیمیایی دارد یعنی انحلال آن همراه با واکنش شیمیایی و تولید یون هیدرونیوم است ولی انحلال دو گاز دیگر فقط جنبه فیزیکی دارد.

گزینه ۲: درست؛ گشتاور دو قطبی CH_4 و CS_2 برابر صفر است. توجه داشته باشید که ساختار CS_2 همانند CO_2 است.

گزینه ۳: نادرست؛ انحلال پذیری اغلب گازها با افزایش دما کاهش می‌یابد. از سوی انحلال پذیری اغلب نمک‌ها با افزایش دما، افزایش می‌یابد. پس لزوماً ارتباط انحلال پذیری آن‌ها مخالف هم نیست.

گزینه ۴: نادرست؛ انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود یون پتاسیم امکان پذیر نیست و متوقف می‌شود.

۸۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$[\text{HF}]_{\text{باقی مانده}} = 0.2 - (0.2 \times \frac{2}{100}) = 0.1952$$

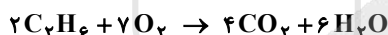
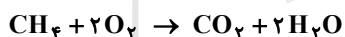
$$[\text{H}^+] = [\text{HCOO}^-] = 0.1 \times \frac{2}{100} = 0.002 \Rightarrow [\text{H}^+] + [\text{HCOO}^-] = 2 \times 0.002 = 0.004$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

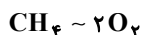
$$\frac{0.1952}{0.004} = 48.8$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

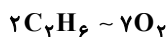
نخستین آلکان، گاز متان (CH_4) و دومین آلکان (C_2H_6)، گاز اتان است که معادله سوختن کامل آن‌ها چنین است:



جرم متان را برابر m و جرم اتان را m' در نظر می‌گیریم، سپس جرم اکسیژن را بر حسب m و m' به دست می‌آوریم:



$$\frac{m \text{ g}}{16 \text{ g}} = \frac{x}{2 \times 32 \text{ g}} \Rightarrow x = 4m$$



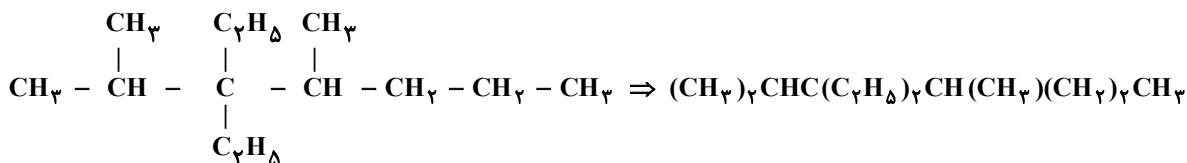
$$\frac{m' \text{ g}}{2 \times 30 \text{ g}} = \frac{x'}{7 \times 32 \text{ g}} \Rightarrow x' = \left(\frac{7 \times 8}{15}\right)m'$$

با توجه به داده‌های سؤال، داریم:

$$x = 3x' \Rightarrow 4m = 3\left(\frac{56}{15}\right)m' \Rightarrow m = 3\left(\frac{14}{15}\right)m' \Rightarrow \frac{m}{m'} = \frac{42}{15} = 2.8$$

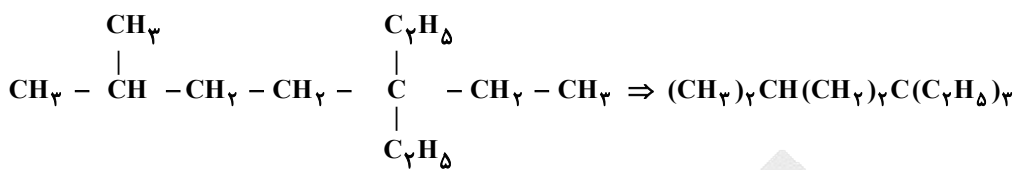
۸۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

گزینه ۱: نادرست؛ فرمول فشرده اشتباه رسم شده است.

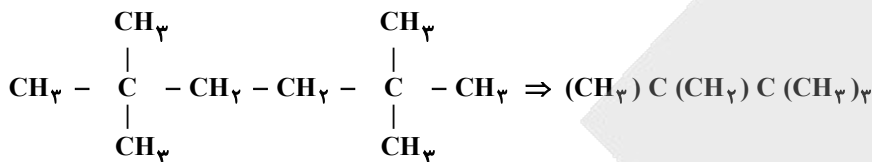




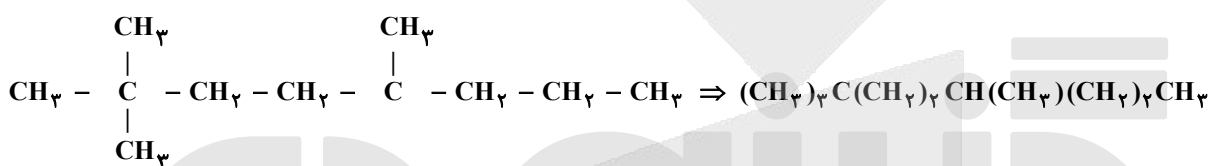
گزینه ۲: نادرست؛ فرمول فشرده درست رسم شده است و شمار گروه‌های CH_2 در آن برابر ۵ است؛ زیرا در هر گروه C_2H_5 - یک گروه CH_2 - وجود دارد.



گزینه ۳: درست؛ فرمول فشرده درست رسم شده است و شمار گروه‌های CH_2 در آن برابر ۲ است.

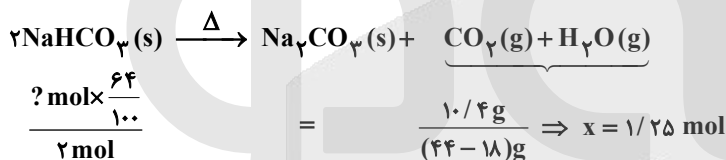


گزینه ۴: نادرست؛ فرمول فشرده اشتباه رسم شده است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱) و شیمی ۳ (فصل ۲)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X از دسته s می‌تواند ۱ یا ۲ باشد که در این صورت شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر Y از دسته d باید دو برابر و مساوی ۲ یا ۴ باشد، پس Y می‌تواند عنصر Zn با دو الکترون ظرفیتی و یا Ti با چهار الکترون ظرفیتی باشد. از سویی اتم عنصر X می‌تواند هیدروژن و یا یک فلز قلیایی باشد و یا هلیوم یا یک فلز قلیایی خاکی باشد.

گزینه ۱: نادرست؛ اگر X اتم هیدروژن باشد، در واکنش با گاز کلر الکترون مبادله نمی‌شود. همچنین اگر X اتم هلیوم باشد، اتم هلیوم با کلر واکنش نمی‌دهد.

گزینه ۲: نادرست؛ حالت فیزیکی هیدروژن و هلیوم گاز است. واکنش‌پذیری X به یقین از Y بیشتر نیست؛ زیرا ممکن است X هلیوم باشد که از واکنش‌پذیری برخوردار نیست.

گزینه ۳: نادرست؛ اگر X اتم هیدروژن یا هلیوم باشد، آنگاه بالاترین عدد اکسایش آن‌ها برابر ۲ نیست و به ترتیب برابر +۱ و صفر است.

گزینه ۴: درست؛ اگر هر دو عنصر X و Y در دوره چهارم جدول تناوبی باشند، آنگاه عدد اتمی آن‌ها به ترتیب برابر ۱۹ (K)، ۲۰ (Ca)، ۲۲ (Ti) و ۳۰ (Zn) است که در نتیجه تفاوت عدد اتمی آن‌ها حداقل برابر ۲ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۱



(مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها) - (مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها) = آنتالپی واکنش

$$-92 = \underbrace{[6(\text{N}-\text{H})]}_x - [(\text{N} \equiv \text{N}) + 3(\text{H}-\text{H})]$$

$$-92 = x - (6 \times 390) \Rightarrow x = 2248 \text{ kJ}$$

مقدار x برابر مجموع آنتالپی یک مول پیوند در N_2 و سه مول پیوند در H_2 است. اکنون این مقدار را برای $0.2x$ یا همان خواسته سؤال یعنی 0.2 مول پیوند در N_2 و 0.6 مول پیوند در H_2 محاسبه می‌کنیم:

$$0.2 \times 2248 \text{ kJ} = 449.6$$



گزینه ۱: نادرست؛ جرم مولی مونومر آن برابر $104 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ و جرم مولی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک عاملی یا متانویک اسید یا فرمیک اسید با فرمول HCOOH برابر $46 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است که نسبت $2 \neq \frac{104}{46}$ است.

گزینه ۲: نادرست؛ این پلیمر از یک نوع مونومر ساخته شده است که در ساختار خود دو گروه عاملی دارد.

گزینه ۳: نادرست؛ مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در فرمول مونومر آن که به صورت $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z$ است برابر -2 است.

$$4C + 8(+1) + 3(-2) = 0 \Rightarrow 4C = -2$$

گزینه ۴: درست

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

در ساخت منبع بزرگ پلاستیکی از پلی اتن (از نوع سنگین که البته در سؤال مورد پرسش قرار نگرفته است) و تایر خودرو از پلی آمید استفاده می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱: درست؛ در خنثی شدن شمار مول‌های H^+ و OH^- برابر می‌شود. شمار مول‌های H^+ در ظرف (I) برابر است با:

$$0.5 \text{ L} \times 0.1 \text{ M} = 0.05 \text{ mol}$$

گزینه ۲: درست؛ حاصل ضرب $[\text{H}^+]$ در $[\text{OH}^-]$ همواره در دمای اتاق برابر 10^{-14} است.

گزینه ۳: نادرست؛ در خنثی شدن باید شمار مول‌های H^+ و OH^- برابر شود.

گزینه ۴: درست

$$\frac{n_1 M_1 V_1}{\text{HCl}} = \frac{n_2 M_2 V_2}{\text{NaOH}} \Rightarrow 1 \times 0.1 \times 0.5 = 1 \times M_2 \times 0.25 \Rightarrow M_2 = 0.2 \Rightarrow \frac{M_2}{M_1} = \frac{0.2}{0.1} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COONa}$ و فرمول شیمیایی پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $\text{C}_m\text{H}_{2m+1}\text{C}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$ است.

با توجه به داده‌های سؤال، تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در پاک‌کننده صابونی و اتم‌های هیدروژن در حلقه بنزنی $(-\text{C}_6\text{H}_4-)$ برابر ۳۱ است، پس:

$$2n + 1 = 35 \Rightarrow \text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$$

گزینه ۱: درست؛ جرم مولی پاک‌کننده صابون $306 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

گزینه ۲: نادرست؛ شمار اتم‌های کربن در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده غیرصابونی (m) مشخص نیست.

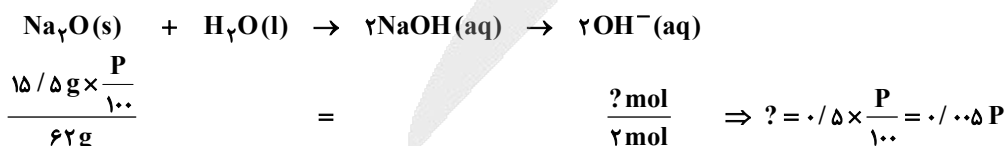
گزینه ۳: نادرست؛ با توجه به مشخص نبودن m در پاک‌کننده غیرصابونی نمی‌توان در مورد جرم مولی آن اظهار نظر دقیقی کرد.

گزینه ۴: نادرست؛ تفاوت شمار اتم‌های کربن در دو پاک‌کننده مشخص نیست؛ زیرا مقدار m نامعلوم است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با توجه به معادله دو واکنش مقدار مول OH^- تولید شده در هر واکنش را به دست می‌آوریم:



اکنون با توجه به pH محلول و حجم آن، مقدار مول کل یون OH^- را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = 13/7 \Rightarrow \text{pOH} = 14 - 13/7 = 0.3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0.3} = 10^{-1} \times 10^{0.7} = 10^{-1} \times 5 = 0.5 \text{ M}$$

$$\text{mol OH}^- = 0.5 \text{ M} \times 0.5 \text{ L} = 0.25$$

در پایان باید مجموع مول‌های OH^- تولید شده در دو واکنش با 0.25 برابر باشد:

$$0.25 = 0.05 + 0.005 P \Rightarrow P = 40$$



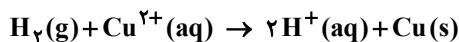
۹۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

گزینه ۱: درست؛ در واکنش «اکسایش - کاهش» میان دو اتم نافلز مانند واکنش کلی سلول سوختی الکترونی میان گونه‌های اکسند و کاهنده مبادله نمی‌شود.

گزینه ۲: نادرست؛ در یک واکنش اکسایش - کاهش همانند معادله کلی واکنش در بسیاری از سلول‌های گالوانی دو گونه فلزی نقش اکسند و کاهنده را دارند و آنیون‌ها (نافلزها) یون ناظر هستند و در واکنش نقشی ندارند.

گزینه ۳: نادرست؛ اگر به‌طور خاص یک یون فلز در واکنش شرکت داشته باشد ممکن است، یون فلز با گرفتن الکترون به اتم فلزی در فرآورده‌ها تبدیل شود. مانند:



گزینه ۴: نادرست؛ واکنش اکسایش - کاهش لزوماً ارتباطی با حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش ندارد.

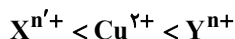
۹۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

با توجه به شکل‌های داده‌شده در سلول (۱) حرکت الکترون در مدار بیرونی از X به Cu است، پس X آند و Cu کاتد است ولی در سلول (۲) حرکت الکترون در مدار بیرونی از Cu به Y است، پس Cu آند و Y کاتد است؛ بنابراین مقایسه قدرت کاهندگی این سه تیغه چنین است:



گزینه ۱: نادرست؛ مقایسه قدرت اکسندگی کاتیون مربوط به این سه الکتروود فلزی چنین است:



برای مقایسه قدرت اکسندگی X^{n+} و S^{2+} با توجه به سلول (۱) ابتدا پتانسیل کاهش X را محاسبه می‌کنیم:

$$emf(1) = E^{\circ}(Cu) - E^{\circ}(X) \Rightarrow 1/0.8 = 0/34 - E^{\circ}(X) \Rightarrow E^{\circ}(X) = -0/74$$

پس قدرت کاهندگی X از Sn بیشتر و قدرت اکسندگی X^{n+} از Sn^{2+} کمتر است:



گزینه ۲: نادرست

$$emf(2) = E^{\circ}(Y) - E^{\circ}(Cu) \Rightarrow 0/46 = E^{\circ}(Y) - 0/34 \Rightarrow E^{\circ}(Y) = 0/8$$

بنابراین emf سلول گالوانی تشکیل شده از دو نیم‌سلول X و Y که در آن X با پتانسیل منفی‌تر، نقش آند و Y با پتانسیل مثبت‌تر، نقش کاتد را دارد برابر است با:

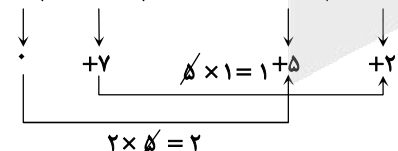
$$emf = E^{\circ}(Y) - E^{\circ}(X) = 0/8 - (-0/74) = 1/54$$

گزینه ۳: نادرست؛ اگر در سلول (۱) به‌جای نیم‌سلول X، نیم‌سلول Sn قرار گیرد تغییری در جهت جریان ایجاد نمی‌شود؛ زیرا همچنان Sn از Cu کاهنده‌تر است، ولی در سلول (۲) جهت جریان برعکس می‌شود.

گزینه ۴: درست؛ اگر تغییر جرم تیغه مس در هر دو سلول برابر باشد، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول نیز برابر است؛ زیرا هر Cu^{2+} با گرفتن ۲ الکترون و یا هر اتم Cu با از دست دادن ۲ الکترون در واکنش شرکت می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

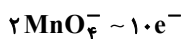


ابتدا تغییر عدد اکسایش دو گونه کاهنده و اکسند را به‌دست می‌آوریم. سپس در زیروند مربوط به آن‌ها ضرب می‌کنیم. اگر دو عدد به‌دست آمده قابل ساده شدن باشند، آن‌ها را ساده می‌کنیم. در پایان دو عدد به‌دست آمده را به شکل ضربدری در سمت چپ جابه‌جا می‌کنیم.



مجموع ضرایب استوکیومتری مواد پس از موازنه برابر ۱۳ است.

یون MnO_4^- اکسند است، پس:



$$\frac{0/4 \text{ mol}}{2 \text{ mol}} = \frac{? \text{ mol}}{10 \text{ mol}} \Rightarrow ? = 2$$



۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

گزینه ۱: درست؛ آنتالپی فروپاشی LiF از KBr بیشتر است.

گزینه ۲: نادرست؛ آنتالپی فروپاشی MgO از AlF₃ کمتر است.

گزینه ۳: نادرست؛ آنتالپی فروپاشی KBr از NaCl کمتر است.

گزینه ۴: نادرست؛ آنتالپی فروپاشی CaO از Al₂O₃ کمتر است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

$$100 \times \frac{\text{جرم آب افزوده شده} + \text{جرم آب در نمونه اولیه}}{\text{جرم آب افزوده شده} + \text{جرم نمونه اولیه}} = \text{درصد جرمی آب در نمونه جدید}$$

$$20 = \frac{10 + m}{100 + m} \times 100 \Rightarrow 2000 + 20m = 1000 + 100m \Rightarrow 1000 = 80m \Rightarrow m = 12.5$$

$$\text{درصد جرمی سیلیس در نمونه جدید} = \frac{\text{جرم سیلیس}}{\text{جرم آب افزوده شده} + \text{جرم نمونه اولیه}} \times 100 = \frac{36 \text{ g}}{(100 + 12.5) \text{ g}} \times 100 = 22\%$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

گزینه ۱: نادرست؛ هر دو تغییر بیان شده تعادل را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کنند.

گزینه ۲: نادرست؛ هر چند که خارج کردن مقداری Cl₂ سبب می‌شود که تعادل در جهت تولید فراورده‌ها جابه‌جا شوند ولی مقدار Cl₂ در تعادل جدید از مقدار آن در تعادل اولیه کمتر خواهد بود؛ زیرا جابه‌جایی تعادل بخشی از مقدار خارج شده را جبران می‌کند. همچنین افزودن SO₂ نیز سبب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت می‌شود.

گزینه ۳: نادرست؛ تعادل گرماگیر است، پس کاهش دما سبب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت می‌شود.

گزینه ۴: درست؛ افزایش دما سبب می‌شود که تعادل گرماگیر در جهت رفت و تولید فراورده‌ها جابه‌جا شود. همچنین کاهش حجم ظرف سبب می‌شود که غلظت مولی تمام گونه‌های گازی موجود در تعادل افزایش یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱: نادرست؛ هر چه فاصله قله تا واکنش‌دهنده‌ها کمتر باشد، فقط می‌توان گفت که مقدار انرژی فعال‌سازی کمتر است و در مورد ΔH واکنش و در نتیجه مجموع آنتالپی‌های پیوند مواد نمی‌توان اظهار نظر کرد.

گزینه ۲: نادرست؛ هر چه فاصله قله تا فراورده‌ها کمتر باشد، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها با سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر است و ΔH واکنش مثبت‌تر است.

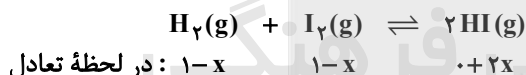
گزینه ۳: درست؛ هر چه فاصله قله تا واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش بیشتر است.

گزینه ۴: نادرست؛ هر چه فاصله قله تا فراورده‌ها بیشتر باشد، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش در جهت برگشت بیشتر است ولی در مورد گرمای آزاد شده از واکنش نمی‌توان اظهار نظر درستی کرد؛ زیرا گرمای آزاد شده در واکنش به اختلاف سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها وابسته است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا در دمای °C b مقدار فراورده HI را به دست می‌آوریم:

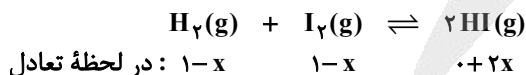


$$4 = \frac{(2x)^2}{(1-x)^2} \Rightarrow 2 = \frac{2x}{1-x} \Rightarrow 2 - 2x = 2x \Rightarrow x = 0.5 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{0.5}{1} \times 100 = 50\%$$

(توجه داشته باشید که در محاسبات K حجم ظرف بی‌تأثیر است؛ زیرا مجموع مول‌های گازی دو سمت تعادل برابر است.)

بازده درصدی در دمای °C b برابر ۵۰٪ است؛ زیرا تنها نیمی از واکنش‌دهنده‌ها مصرف شده‌اند.

اکنون بازده درصدی را در دمای °C a به دست می‌آوریم:



$$0.01 = \frac{(2x)^2}{(1-x)^2} \Rightarrow 0.1 = \frac{2x}{1-x} \Rightarrow 0.1 - 0.1x = 2x \Rightarrow 2/1x = 0.1 \Rightarrow x = \frac{1}{21} \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{21}{1} \times 100 = \frac{100}{21}\%$$

اکنون نسبت بازده درصدی واکنش را در دو دمای a و b به دست می‌آوریم:

$$\frac{50}{100} = \frac{21}{21} = 10/5$$

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

