

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

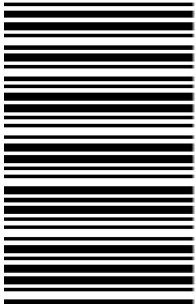




کد کنترل

121

A



121A



ریاست جمهوری

سازمان ملی نخبش و ارزشیابی نظام آموزش کشور

صبح پنجشنبه ۱۴۰۳/۰۴/۲۱
دفترچه شماره ۱

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری (مدظله العالی)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاهها و مؤسسات آموزش عالی

نوبت دوم - تیرماه ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
|------|--------------|------------|----------|----------|
| ۱ | ریاضیات | ۴۰ | ۱ | ۴۰ |

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره سندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می نمایم.

امضا:

۱- اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲- در خصوص گزاره منطقی $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟

- (۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد. (۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.

۳- اگر بزرگترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) $13/75$ (۲) $14/25$ (۳) $23/25$ (۴) $24/75$

۴- اگر $r(x)$ باقیمانده تقسیم $2-x^{14}$ بر x^2+x+1 باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

۵- برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگتر از -۳ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) صفر

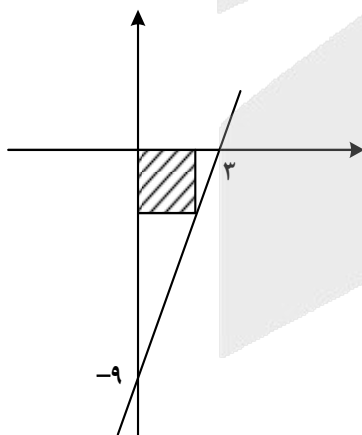
۶- در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟

(۱) $2/5\sqrt{2}$

(۲) $3/5\sqrt{2}$

(۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$



محل انجام محاسبات



۷- در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{5}$

۸- ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

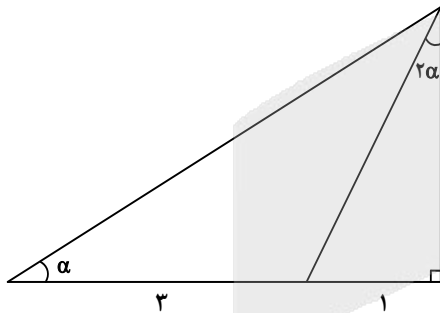
۹- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 + x}}$ ، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰- اگر $\log(2 - x) - \log \frac{1}{(x - 2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log \sqrt{2}(-x)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

۱۲- اگر $3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟

- (۱) $\frac{1}{a - 4}$ (۲) $\frac{1}{4 - a}$ (۳) $\frac{1}{a - 3}$ (۴) $\frac{1}{3 - a}$

محل انجام محاسبات



۱۳- در مثلث ABC ، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1-2\cos(B+C)}{4\sin B \cos C}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\tan B$ (۴) $\tan C$

۱۴- تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۶- برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1-a)x + a + 1}$ یک مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۷- به‌ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام

می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۸- اگر $f(x) = \frac{\lambda + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت $f'(\frac{7\pi}{6}) - 2g'(\frac{7\pi}{6})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟

- (۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط بحرانی تابع f باشند، مقدار $m+n+k$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۱- رضا می‌خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب‌ها، کتاب‌های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۰۰

۲۲- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر «پشت» بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

- (۱) $\frac{3}{12}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{5}{16}$

۲۳- میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو

دسته، داده a است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{6}{25}$

۲۴- در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

- (۱) $\frac{7}{44}$ (۲) $\frac{7}{24}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۲۵- برای کدام گزاره، می‌تون مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.

(۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.

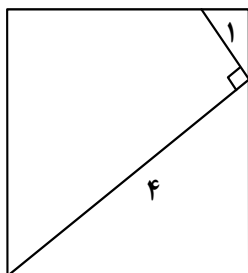
(۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.

(۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌مسند.

محل انجام محاسبات



۲۶- مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



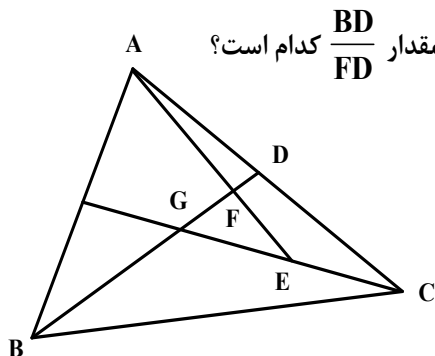
(۱) $13/31$

(۲) $7/29$

(۳) $8/41$

(۴) $10/24$

۲۷- در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



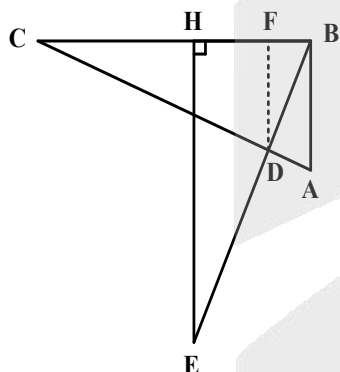
(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۵

۲۸- در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنهشت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $EH \parallel DF$ باشد، اندازه BF کدام است؟



(۱) $1/4$

(۲) $1/6$

(۳) $2/4$

(۴) $2/6$

۲۹- مماس‌های رسم‌شده بر دو دایره متقاطع در نقطه تقاطع دو دایره، بر هم عمودند. اگر شعاع دایره کوچک‌تر $1/5$ و فاصله بین مراکز دو دایره $2/5$ باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) $\sqrt{5}$

(۱) $\sqrt{3}$

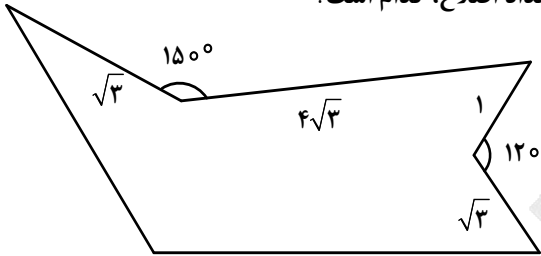
محل انجام محاسبات



۳۰- در مثلث ABC ، $BC = 10$ ، نقطه D وسط BC و DE و DF به ترتیب نیمساز زوایای $\hat{A}DC$ و $\hat{A}DB$ هستند. اگر $AF = 12\sqrt{2}$ و $BF = 3\sqrt{2}$ باشد، طول نیمساز DE کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{7}$

۳۱- میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



- (۱) ۱۵
(۲) ۹
(۳) $7/5$
(۴) $4/5$

۳۲- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $2A - 3B^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های A^2 چند برابر مجموع درایه‌های A است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۳۴- خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۵- مساحت مثلثی برابر ۶۴ و مختصات وسط اضلاع آن نقاط $A(3, a, b)$ ، $B(-1, -a, b)$ و $C(5, -4, b)$ هستند. طول ضلع AB کدام می‌تواند باشد؟

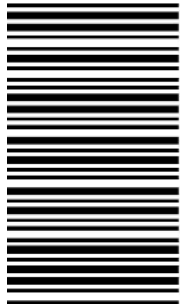
- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{10}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $10\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



- ۳۶- عدد صحیح a مضرب ۸ و باقیمانده تقسیم آن بر ۲۳ برابر ۵ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹
- ۳۷- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۰ است؟
- (۱) ۵۹ (۲) ۶۰ (۳) ۶۱ (۴) ۶۲
- ۳۸- به ازای برخی مقادیر طبیعی n ، معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب است. مجموع ارقام کوچک ترین عدد دو رقمی n ، کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹
- ۴۰- در گراف G ، $\Delta(G) + 2\delta(G) = 17$ ، $\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2$ و G با حداقل تعداد رأس رسم شده است. اگر \bar{G} همبند باشد، بیشترین تعداد یال های گراف G ، کدام است؟
- (۱) ۳۰ (۲) ۲۸ (۳) ۲۶ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات



122A

كد کنترل

122

A



رياست جمهوري

سازمان ملي بنسخت و ارزشيابي نظام آموزش کشور

صبح پنجشنبه ۱۴۰۳/۰۴/۲۱

دفتر چه شماره ۲

در زمينه مسائل علمي بايد دنبال قله بود.

مقام معظم رهبري (مدظله العالی)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاهها و مؤسسات آموزش عالی

نوبت دوم - تیرماه ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
|------|--------------|------------|----------|----------|
| ۱ | فیزیک | ۳۵ | ۴۱ | ۷۵ |
| ۲ | شیمی | ۳۰ | ۷۶ | ۱۰۵ |

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون، نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.



* داوطلب گرمایی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

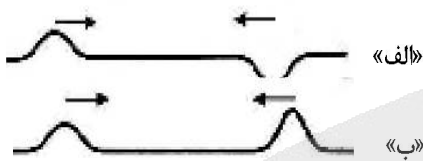
اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۴۱- در پرتو زایی طبیعی سه نوع ذره آلفا، بتا و گاما تولید می‌شود. در کدام مورد، به ترتیب از راست به چپ، قدرت نفوذ ذرات بیشتر می‌شود؟

- (۱) آلفا، گاما و بتا (۲) آلفا، بتا و گاما (۳) گاما، آلفا و بتا (۴) بتا، گاما و آلفا

۴۲- شکل زیر انتشار دو تب موج در ریسمان را نشان می‌دهد. در تداخل این دو تب، در طناب «الف» تداخل و در طناب «ب» تداخل ایجاد می‌شود و بعد از همپوشانی، هر تب حرکت اولیه، ادامه مسیر می‌دهد.



- (۱) ویرانگر - سازنده - در خلاف جهت
 (۲) سازنده - ویرانگر - در خلاف جهت
 (۳) ویرانگر - سازنده - در جهت
 (۴) سازنده - ویرانگر - در جهت

۴۳- اگر در یک سامانه وزنه - فنر، جرم بسته شده به فنر را دو برابر کنیم، با ثابت ماندن دامنه نوسان، انرژی مکانیکی سامانه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۴- کدام موارد درست است؟

الف: یک جسم جامد، در هر دمایی تابش گرمایی گسیل می‌کند.

ب: در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیه فرابنفش قرار دارد.

پ: تابش گرمایی، فقط از اجسام داغ گسیل می‌شود.

ت: طیف گسیلی گازها، خطی است.

- (۱) «ب» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «الف» و «پ»

۴۵- بار الکتریکی نقطه‌ای $q = +5\mu\text{C}$ ، از فاصله r به بار الکتریکی 4 میکروکولنی نیروی $6/4 \times 10^{-2} \text{ N}$ وارد می‌کند. میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله $2r$ ، چند نیوتون بر کولن است؟

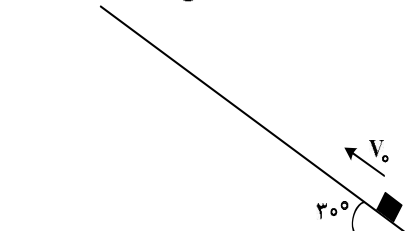
- (۱) 4×10^3 (۲) $3/2 \times 10^4$ (۳) 8×10^3 (۴) $6/4 \times 10^4$

محل انجام محاسبات



۴۶- مطابق شکل، مکعبی را با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ موازی با سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم ۶ متر روی سطح جابه‌جا

شده و می‌ایستد. چند درصد انرژی جنبشی اولیه جسم توسط کار نیروی اصطکاک تلف شده است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۳۰ (۱)

۴۰ (۲)

۵۰ (۳)

۶۰ (۴)

۴۷- کدام موارد درست است؟

الف: اندازه‌گیری‌های دقیق نشان داده است که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده هسته اندکی بیشتر است.

ب: انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته را انرژی بستگی هسته‌ای می‌نامند.

پ: در هسته‌های پایدار، هرچه هسته سنگین‌تر می‌شود، نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون افزایش می‌یابد.

(۱) «الف»، «ب» و «پ» (۲) «الف» و «پ» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ب» و «پ»

۴۸- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = \frac{2}{3}t^2 - 6t + 15$ است. بعد از

لحظه $t = 0$ ، کمترین فاصله متحرک تا مبدأ محور چند متر است؟

۶ (۴)

۴٫۵ (۳)

۳ (۲)

۱٫۵ (۱)

۴۹- متحرکی روی محور x، ۱۵ ثانیه با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند و در ادامه ۵ ثانیه با شتاب $-4 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود

ادامه می‌دهد. شتاب متوسط متحرک در این ۲۰ ثانیه، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱ (۴)

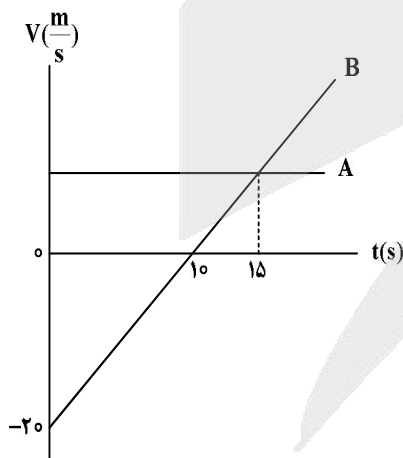
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۰- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو متحرک است که روی محور x حرکت می‌کنند و در لحظه $t = 5s$ از کنار هم

می‌گذرند. فاصله دو متحرک در مبدأ زمان ($t = 0s$) چند متر است؟



۲۵ (۱)

۴۵ (۲)

۷۵ (۳)

۱۲۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه آخر حرکت، چند متر

بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۵۲- نردبانی به جرم ۴۸ کیلوگرم به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد و پایه آن روی سطح افقی در آستانه سر خوردن

قرار دارد. اگر نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند $120\sqrt{17}$ نیوتون باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین

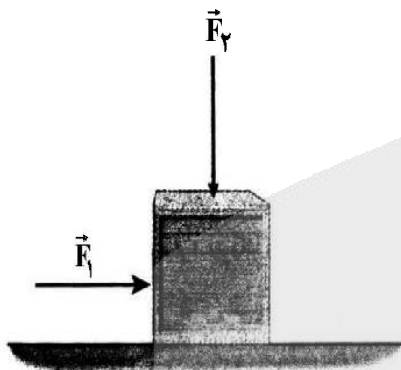
نردبان و سطح افقی چقدر است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) ۰/۳۵ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۵۳- در شکل زیر، نیروی $F_1 = 40 N$ بر جعبه ۸ کیلوگرمی وارد می‌شود و جعبه ساکن می‌ماند. حال اگر نیروی عمودی

$F_2 = 40 N$ را هم بر جعبه وارد کنیم، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی و نیرویی که از طرف سطح افقی به جسم

وارد می‌شود، به ترتیب هر کدام چند برابر می‌شود؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



(۱) $\frac{3}{2}$ و $\sqrt{2}$

(۲) ۱ و $\sqrt{2}$

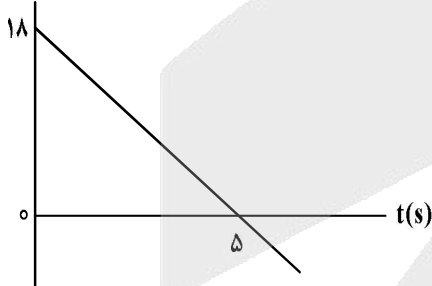
(۳) ۱ و $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{2}$

۵۴- شکل زیر، نمودار تکانه - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر جرم متحرک ۴۵۰ گرم

باشد، بزرگی شتاب آن در لحظه $t = 5 s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

$P(\frac{kg.m}{s})$



(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۳

۵۵- اگر تندی ماهواره A، دو برابر تندی ماهواره B باشد، دوره آن چند برابر دوره ماهواره B است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات



۵۶- معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.04 \cos 5\pi t$ است. سرعت نوسانگر در لحظه $t = 0.07\pi$ s چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۷- فنری به جرم 200 g و طول 50 cm را با نیروی 10 N می کشیم. اگر سر آزاد فنر با بسامد 20 Hz به نوسان در آوریم، طول موج ایجادشده در فنر چند سانتی متر است؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴) ۵۰

۵۸- تندی انتشار موج عرضی در تار دو انتها بسته ای $180 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است و تار با بسامد 600 Hz ارتعاش می کند. اگر طول تار 60 cm باشد، صوت ایجادشده هماهنگ چندم تار است و طول امواج صوتی گسیل شده توسط تار چند سانتی متر است؟ (تندی صوت در هوا $336 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

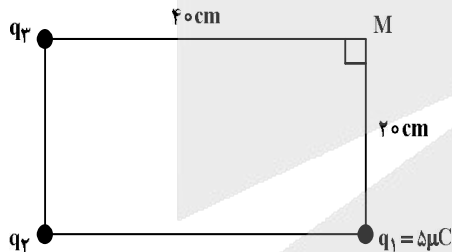
- (۱) چهارم - ۳۰ (۲) چهارم - ۵۶ (۳) سوم - ۳۰ (۴) سوم - ۵۶

۵۹- تابع کار طلا برابر 5.175 eV است. از تابش های اتم هیدروژن، بلندترین طول موج گسیلی که بتواند الکترونی را از طلا جدا کند، چند نانومتر است؟ $h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$ ، $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$

طلا جدا کند، چند نانومتر است؟ $h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$ ، $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۶۰ (۳) $225/2$ (۴) $400/3$

۶۰- در شکل زیر، میدان الکتریکی در نقطه M، صفر است. q_3 چند میکروکولن است؟



- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) -۲۰ (۴) -۴۰

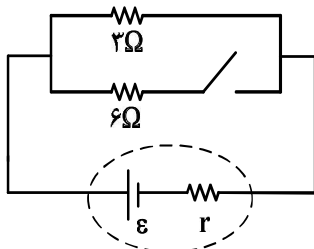
۶۱- دو کره رسانای کوچک در فاصله r از هم قرار دارند. اولی دارای بار الکتریکی q_1 و دومی دارای بار الکتریکی $q_2 = -6q_1$ است. کره ها در این حالت به هم نیروی الکتریکی F وارد می کنند. اگر نصف q_2 را از کره (۲) به کره (۱) منتقل کنیم، در این حالت و از همین فاصله نیرویی که به هم وارد می کنند، جاذبه است یا دافعه و بزرگی آن چند F است؟

- (۱) دافعه - ۱ (۲) جاذبه - ۱ (۳) دافعه - $5/6$ (۴) جاذبه - $5/6$

محل انجام محاسبات



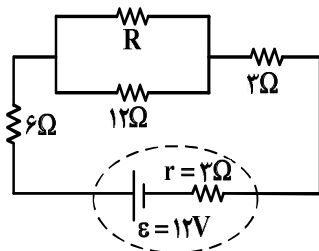
۶۲- در شکل زیر، با بستن کلید، اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



اهم است؟

- (۱) ۰/۵
- (۲) ۱
- (۳) ۳
- (۴) ۲/۵

۶۳- در شکل زیر توان مصرفی دو مقاومت ۱۲ اهمی و ۳ اهمی با هم برابر است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چند ولت است؟

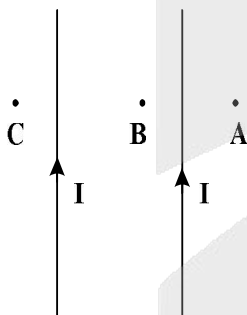


- (۱) ۱۰/۲۰
- (۲) ۱۰
- (۳) ۹/۷۵
- (۴) ۹

۶۴- کدام مورد دربارهٔ دماسنج مقاومت پلاتینی درست نیست؟

- (۱) یکی از سه دماسنج معیار است.
- (۲) اساس کار آن مبتنی بر تغییر مقاومت با دماست.
- (۳) پلاتین استفاده شده در این دماسنج دچار خوردگی نمی‌شود.
- (۴) در این دماسنج از پلاتین که نقطه ذوب پایینی دارد، استفاده می‌شود.

۶۵- در شکل زیر، جریان‌های الکتریکی هم‌اندازه و هم‌جهت در سیم‌ها جاری است. جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های الکتریکی در نقاط A, B و C به ترتیب کدام‌اند؟

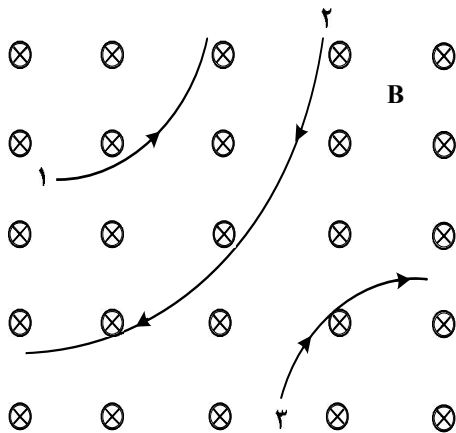


- (۱) ⊙ - ⊙ - ⊗
- (۲) ⊗ - ⊗ - ⊙
- (۳) ⊙ - ⊗ - ⊗
- (۴) ⊗ - ⊙ - ⊙

محل انجام محاسبات



۶۶- شکل زیر، مسیر حرکت ۳ ذره را در میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. اگر تندی ذره‌ها و اندازه بار الکتریکی



آنها برابر باشد، کدام موارد درست است؟

الف: بار الکتریکی ذره ۱ منفی است.

ب: جرم ذره ۲ بیشتر است.

پ: بار الکتریکی ذره‌های ۱ و ۲ منفی است.

ت: بار الکتریکی ذره‌های ۲ و ۳ منفی است.

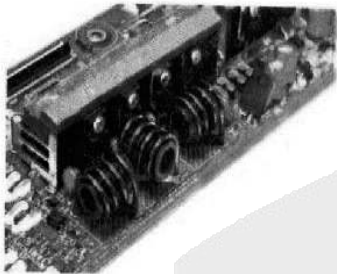
(۱) «الف» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۳) «الف» و «ب»

(۴) «ب» و «ت»

۶۷- مطابق شکل، در بعضی از مدارها که چندین القاگر دارند، ملاحظه می‌شود که سطح دو القاگر مجاور را عمود بر هم



قرار می‌دهند. علت این عمل چیست؟

(۱) افزایش شار مغناطیسی

(۲) افزایش ضریب القاوری

(۳) انتقال بیشتر انرژی از یک القاگر به دیگری

(۴) به حداقل رساندن تأثیر متقابل القاگرها

۶۸- پیچهای شامل ۵۰۰ حلقه عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد و میدان مغناطیسی با آهنگ $\frac{T}{s}$ کاهش می‌یابد. اگر

نیروی محرکه القایی متوسط ایجادشده در پیچه $\frac{1}{2}$ ولت باشد، مساحت هر حلقه چند سانتی‌متر مربع است؟

۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

۶۹- شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کره

A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

۳۶ (۴)

۳۴ (۳)

$18/5$ (۲)

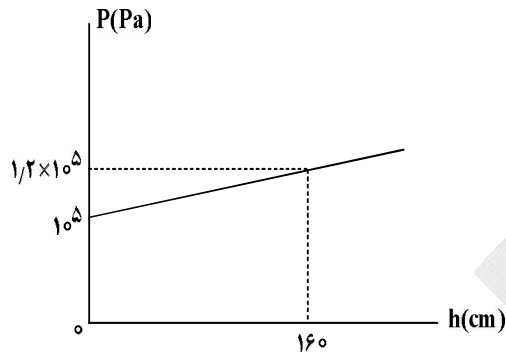
$12/5$ (۱)

محل انجام محاسبات



۷۰- اگر از سطح آزاد مایع به سمت اعماق بیشتر دور شویم، فشار به صورت نمودار زیر، تغییر می‌کند. چگالی مایع چند

گرم بر سانتی‌متر مکعب است و فشار پیمانه‌ای در عمق یک متری چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



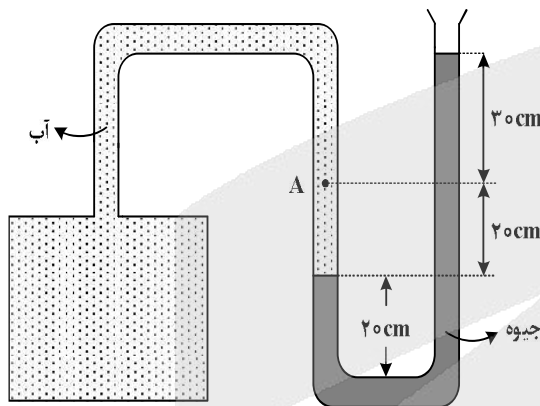
(۱) $12000, 1/25$

(۲) $12000, 1/2$

(۳) $12500, 1/25$

(۴) $12500, 1/2$

۷۱- در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$ آب و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۶۶

(۲) ۶۸

(۳) ۶۴

(۴) ۷۰

۷۲- دو شخص هم جرم A و B را در یک ساختمان در نظر بگیرید. شخص A از طبقه دوم به طبقه سوم می‌رود و شخص B از

طبقه چهارم به طبقه دوم می‌رود و در نهایت به طبقه سوم برمی‌گردد. در این مسئله، کدام موارد درست است؟

الف: در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) هر دو شخص با هم برابر است.

ب: کار نیروی وزن برای هر دو یکسان است.

پ: کار نیروی وزن روی شخص A منفی و روی شخص B مثبت است.

ت: کار نیروی وزن روی شخص B، ۳ برابر کار نیروی وزن روی شخص A است.

(۴) «الف» و «پ»

(۳) «الف» و «ب»

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات



۷۳- مقداری بنزین در مخزنی استوانه‌ای به ارتفاع ۵ m ریخته شده است. در دمای 263 K ، فاصله بین سطح بنزین تا بالای ظرف برابر ۲۵ cm است. حداقل در چه دمایی برحسب درجه فارنهایت بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟

(ضریب انبساط حجمی بنزین $\frac{1}{K} \times 10^{-3}$ است و از انبساط ظرف صرف نظر شود.)

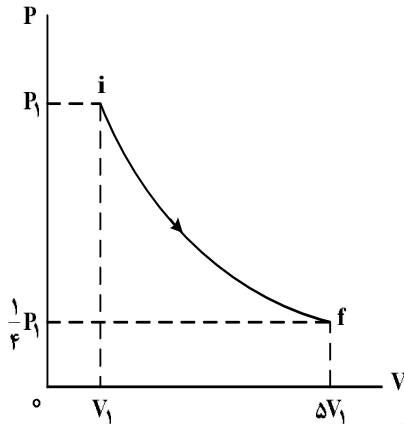
۱۴۰ (۴)

۱۲۲ (۳)

۹۶ (۲)

۱۰۴ (۱)

۷۴- مقداری گاز آرمانی طی فرایندی ایستاوار از حالت i به حالت f می‌رسد. اگر W کار انجام‌شده روی گاز و Q گرمای داده‌شده به گاز باشد، کدام رابطه درست است؟



(۱) $|W| > |Q|$

(۲) $|W| = |Q|$

(۳) $W + Q > 0$

(۴) $W + Q < 0$

۷۵- کدام مورد درست است؟

(۱) گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط، در تراکم هم‌دما صفر است.

(۲) کار انجام‌شده روی گاز در انبساط بی‌دررو، برابر با تغییر انرژی درونی گاز است.

(۳) کار انجام‌شده روی گاز در یک چرخه کامل، برابر با گرمای داده‌شده به گاز است.

(۴) گرمای داده‌شده به گاز در انبساط هم‌فشار برابر با کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط است.

محل انجام محاسبات



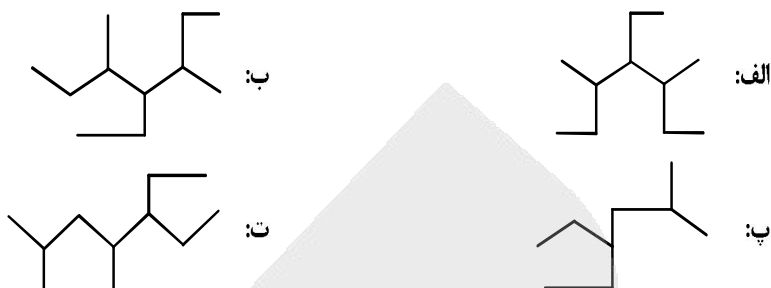
- ۷۶- بیرونی‌ترین زیرلایه در آرایش الکترونی اتم عنصر A، $4p^1$ است. کدام مورد به یقین درست است؟
- (۱) آرایش الکترونی یون پایدار A، مشابه آرایش الکترونی یون پایدار تنها یکی از عنصرهای واسطه دوره چهارم جدول تناوبی است.
 - (۲) شمار الکترون‌های اتم A، نصف مجموع شمار الکترون‌های اتم عنصرهای قبلی و بعدی A در گروه آن در جدول تناوبی است.
 - (۳) اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X، با شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر A برابر باشد، A و X در جدول تناوبی هم‌گروه‌اند.
 - (۴) اتم A دارای ۳ الکترون ظرفیت است که هنگام شرکت در تشکیل ترکیب‌های یونی و مولکولی، آنها را از دست می‌دهد یا به اشتراک می‌گذارد.
- ۷۷- مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت کدام اتم، برابر ۳۳ است؟
- (۱) فلزی که کاتیون آن در سنگ آهک وجود دارد.
 - (۲) یکی از عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی، که رسانایی الکتریکی کمی دارد.
 - (۳) هالوژنی که مولکول آن، تنها در دمای بالاتر از 473 K با هیدروژن واکنش می‌دهد.
 - (۴) یکی از عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی، که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.
- ۷۸- کدام موارد زیر، درباره ویژگی‌های جدول تناوبی عنصرها درست است؟
- الف: در بیرونی‌ترین زیرلایه ۹ عنصر دوره چهارم، دو الکترون جای دارد.
- ب: روند تغییر خصلت فلزی و نافلزی در هر گروه و دوره، عکس یکدیگر است.
- پ: عنصرهای هر گروه، خواص شیمیایی یکسان دارند، اما می‌توانند حالت فیزیکی متفاوت داشته باشند.
- ت: در دوره سوم، تنها یک عنصر وجود دارد که فقط با اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش گاز نجیب می‌رسد.
- (۱) «پ» و «ت» (۲) «ب» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «الف» و «ب»
- ۷۹- کدام مورد درباره توصیف یک نمونه گاز، درست است؟
- (۱) $1/6$ گرم گاز اکسیژن در دمای 200°C و فشار یک اتمسفر
 - (۲) $1/4$ گرم گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $1/1\text{ g.L}^{-1}$
 - (۳) 10 لیتر مخلوط گازی در عمق 100 متری دریا
 - (۴) $0/2$ مول گاز نیتروژن در دمای 400 K

محل انجام محاسبات



۸۰- فرمول ساختاری کدام دو ترکیب، یکسان و تفاوت جرم مولی کدام دو مولکول، برابر با جرم مولی اولین عضو خانواده

آلکن است؟ ($H = 1, C = 12; g.mol^{-1}$)



(۲) «الف و ب» - «الف و پ»

(۴) «ب و ت» - «پ و ت»

(۱) «الف و ب» - «پ و ت»

(۳) «ب و ت» - «الف و پ»

۸۱- کدام موارد زیر درست است؟

الف: اگر دمای هوای مایع، به $-192^{\circ}C$ برسد، دو عنصر با حالت فیزیکی مایع باقی می‌مانند.

ب: در کشور ما، جداسازی هلیوم و آرگون از گاز طبیعی، آسان‌تر از جداسازی آنها از هواست.

پ: هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در ژرفای زمین تولید می‌شود و مقدار آن در هواکره، کمتر از سنگ‌کره است.

ت: هلیوم موجود در گاز طبیعی، طی فرایند پالایش، در دمای $-200^{\circ}C$ و با حالت فیزیکی مایع، جدا می‌شود.

(۱) «ب» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «الف» و «ت»

۸۲- با توجه به واکنش زیر، ۲۰۰ گرم محلول سولفوریک اسید ۴/۹ درصد جرمی، با چند گرم فلز آهن، واکنش کامل

می‌دهد؟ (معادله واکنش موازنه شود، $H = 1, O = 16, S = 32, Fe = 56; g.mol^{-1}$)



(۱) ۱/۴ (۲) ۲/۸ (۳) ۵/۶ (۴) ۱۱/۲

۸۳- کدام موارد زیر درست است؟

الف: مولکول‌های آب از سر منفی، جذب میله شیشه‌ای مالش داده شده به موی سر می‌شوند.

ب: در شرایط یکسان، بر اثر کاهش دما، گاز فلوئور آسان‌تر از گاز هیدروژن کلرید، مایع می‌شود.

پ: با اینکه گشتاور دوقطبی گاز CO_2 ، برابر صفر است، نسبت به گاز NO ، انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

ت: گشتاور دوقطبی و قدرت نیروهای بین‌مولکولی آب، نزدیک به دو برابر گشتاور دوقطبی و قدرت نیروهای بین‌مولکولی

هیدروژن سولفید است.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ب» (۳) «پ» و «ت» (۴) «الف» و «ت»

۸۴- اگر در یک نمونه محلول به جرم ۴۰۰ گرم، شمار مول‌های آهن (III) برمید، ۲ برابر شمار مول‌های آهن (III)

سولفات بوده و ۸/۶۴ گرم بون سولفات در محلول وجود داشته باشد، غلظت یون آهن (III)، به تقریب، برابر چند

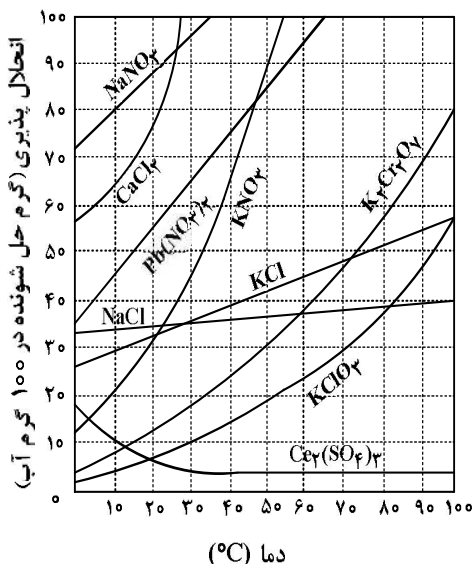
ppm است؟ ($O = 16, S = 32, Fe = 56, Br = 80; g.mol^{-1}$)

(۱) ۸۴۰۰ (۲) ۱۶۸۰۰ (۳) ۴۲۰۰ (۴) ۲۱۰۰

محل انجام محاسبات



۸۵- با توجه به نمودار داده شده، اگر یک محلول سیر نشده از $K_2Cr_2O_7$ (محلول A) با دمای $m^\circ C$ موجود باشد، کدام مورد درست است؟



- ۱) در دمای m محلول سیر شده از نمک $CaCl_2$ وجود ندارد.
- ۲) m به یقین از دمای هر محلول دارای نمک $NaNO_3$ کمتر است.
- ۳) اگر در دمای m محلول دارای نمک KCl سیر شده باشد، $m < 70^\circ C$ است.
- ۴) در شرایط محلول A، هر محلولی از $Pb(NO_3)_2$ سیر نشده است.

۸۶- اگر مخلوطی دارای مول‌های برابر از اتن و اتین، با 0.6 گرم گاز هیدروژن به‌طور کامل سیر شود، چند گرم اتن در مخلوط آغازی وجود داشته است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

- ۱) $2/8$ ۲) $1/4$ ۳) $5/6$ ۴) $11/2$

۸۷- عنصر A، یکی از شبه فلزهای جدول تناوبی است. اگر در گروه شامل A، فقط یک عنصر گازی وجود داشته باشد، کدام موارد زیر درست است؟

- الف: A می‌تواند با فسفر هم‌گروه باشد، اما نمی‌تواند با آن هم‌دوره باشد.
 ب: اگر A با گوگرد هم‌گروه باشد، عدد اتمی آن از عدد اتمی X، 33 ، و عدد اتمی M، 53 ، بزرگ‌تر است.
 پ: A می‌تواند با نخستین نافلز جامد جدول هم‌گروه باشد، اما نمی‌تواند با تنها نافلز مایع جدول هم‌دوره باشد.
 ت: اگر عدد اتمی A، از عدد اتمی هالوژن جامد جدول بزرگ‌تر باشد، عدد اتمی آن از عدد اتمی دومین فلز گروه ۱۴ نیز بزرگ‌تر است.

- ۱) «پ» و «ت» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «الف» و «ب»

محل انجام محاسبات



۹۸- با توجه به شکل داده شده که سلول گالوانی استاندارد تشکیل شده از دو نیم سلول را نشان می دهد، کدام مورد،

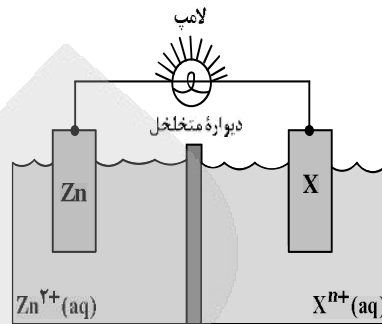
عبارت زیر را از نظر علمی به درستی کامل می کند؟ ($Zn = 65 \text{ g.mol}^{-1}$)

«اگر X الکتروود باشد،»

$$E^\circ(Zn^{2+}/Zn) = -0,76V$$

$$E^\circ(V^{2+}/V) = -1,20V$$

$$E^\circ(Ag^+/Ag) = +0,80V$$



(۱) Ag: به ازای مبادله $2/0$ مول الکترون، جرم الکتروود روی، $1/3$ گرم کاهش می یابد

(۲) V: جهت حرکت الکترون ها با جهت حرکت آنیون های نمک محلول وانادیم، همسو است

(۳) Ag: جهت حرکت کاتیون های محلول نقره به سمت الکتروود روی است

(۴) V: E° سلول، برابر $0,44+$ ولت و Zn^{2+} ، گونه اکسند است

۹۹- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) در باتری دگمه ای «روی - نقره» آند و کاتد، به ترتیب، $Zn(s)$ و $Ag^+(aq)$ است.

(۲) از بوکسیت، می توان به عنوان سنگ معدن در فرایند هال برای تولید آلومینیم استفاده کرد.

(۳) در آبکاری، سطح یک فلز توسط لایه نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم به خوردگی پوشانده می شود.

(۴) تفاوت انرژی لازم برای تولید قوطی آلومینیمی از فرایند هال، با تولید آن از قوطی های کهنه، برابر ۹۳ درصد است.

۱۰۰- با توجه به پتانسیل کاهش استاندارد نیم سلول های زیر، کدام واکنش در جهت طبیعی انجام نمی شود؟

$$E^\circ(V^{2+}/V) = -1,20V, \quad E^\circ(V^{3+}/V^{2+}) = -0,26V$$

$$E^\circ(Mn^{2+}/Mn) = -1,18V, \quad E^\circ(Fe^{3+}/Fe) = -0,4V$$



۱۰۱- ۲۵۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید $0,2$ مولار، 100 میلی لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید $0,1$ مولار و

150 میلی لیتر محلول NaOH که در هر لیتر از آن، 4 گرم حل شونده وجود دارد، با یکدیگر مخلوط می شوند. به

این محلول، چند میلی لیتر آب مقطر اضافه شود تا pH محلول حاصل، برابر $1/7$ شود؟ (حجم محلول ها جمع پذیر

در نظر گرفته شود، $(H = 1, O = 16, Na = 23 : \text{g.mol}^{-1})$

۵۰۰ (۴)

۷۵۰ (۳)

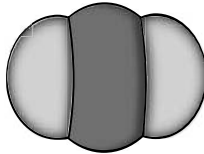
۱۲۵۰ (۲)

۱۵۰۰ (۱)

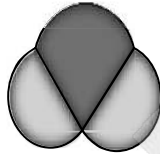
محل انجام محاسبات



- ۱۰۲- با توجه به مدل فضا پرکن مولکول‌های «آ» و «ب»، کدام موارد زیر درست است؟
الف: علامت بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های «آ» و «ب»، می‌تواند مشابه باشد.
ب: مولکول «آ»، را می‌توان به هر یک از گونه‌های H_2O ، H_2S و Li_2O نسبت داد.
پ: اگر مولکول «ب»، CO_2 باشد و یکی از اتم‌های اکسیژن آن با گوگرد جایگزین شود، بار جزئی اتم مرکزی، تغییر می‌کند.
ت: اگر مولکول «آ»، SO_2 باشد و به ساختار آن، یک اتم اکسیژن اضافه شود، گشتاور دوقطبی مولکول، برابر صفر می‌شود.



«ب»



«آ»

- (۱) «پ» و «ت»
(۲) «ب» و «پ»
(۳) «الف» و «ت»
(۴) «الف» و «ب»

- ۱۰۳- با توجه به جدول داده‌شده، با طی یک کیلومتر مسافت، کاهش درصد جرمی CO به‌واسطه استفاده از کاتالیزگر، به تقریب کدام است و کدام آلاینده تولیدشده توسط وسایل نقلیه، بیشترین کاهش مقدار مول را با به‌کارگیری کاتالیزگر دارد؟

$$(H=1, C=12, N=14, O=16 : g.mol^{-1})$$

| NO | C_8H_{18} | CO | فرمول شیمیایی آلاینده | |
|------|-------------|------|-----------------------|---------------------------|
| ۱/۰۴ | ۱/۶۷ | ۵/۹۹ | بدون کاتالیزگر | مقدار گرم آلاینده به‌ازای |
| ۰/۰۴ | ۰/۰۷ | ۰/۶۱ | با کاتالیزگر | طی یک کیلومتر مسافت |

$$C_8H_{18}, 89/8 \quad (1)$$

$$CO, 89/8 \quad (2)$$

$$CO, 96/1 \quad (3)$$

$$C_8H_{18}, 96/1 \quad (4)$$

- ۱۰۴- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) بازده واکنش و هزینه مواد و انرژی مصرف‌شده برای تولید فرآورده‌ها، به نوع واکنش و فناوری به‌کار رفته بستگی دارد.
(۲) حلال چسب، از واکنش پرکاربردترین اسید آلی با نوعی الکل ضدعفونی‌کننده و در محیط اسیدی، تشکیل می‌شود.
(۳) پلی اتن، یکی از مهم‌ترین خوراکی‌ها در صنایع پتروشیمی به‌شمار می‌آید.
(۴) یکی از کاربردهای اتان، استفاده از آن به‌عنوان سوخت است.
- ۱۰۵- واکنش‌های گازی زیر، در دو ظرف جداگانه در بسته و در دمای ثابت در حالت تعادل قرار دارند. کدام مورد درباره آنها درست است؟



- (۱) افزایش دما در واکنش (I)، برخلاف افزایش حجم ظرف در واکنش (II)، غلظت فرآورده‌ها را کاهش می‌دهد.
(۲) کاهش حجم ظرف در واکنش (I)، همانند کاهش دما در واکنش (II)، غلظت فرآورده‌ها را افزایش می‌دهد.
(۳) افزایش غلظت $CO(g)$ در واکنش (II)، همانند افزایش غلظت این گاز در واکنش (I)، مقدار K واکنش را افزایش می‌دهد.
(۴) کاهش فشار در واکنش (I)، برخلاف افزایش حجم ظرف در واکنش (II)، تعادل را در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند.

محل انجام محاسبات

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





| کد دفترچه | | | | نام دفترچه | | نام مجموعه | |
|-------------|------------|------------|------------|-------------------|------------|------------------|--|
| ۱۲۲A - ۱۲۱A | | | | شماره ۱ - شماره ۲ | | علوم ریاضی و فنی | |
| شماره سوال | گزینه صحیح | شماره سوال | گزینه صحیح | شماره سوال | گزینه صحیح | | |
| ۱ | ۲ | ۴۱ | ۲ | ۸۱ | ۳ | | |
| ۲ | ۱ | ۴۲ | ۳ | ۸۲ | ۲ | | |
| ۳ | ۳ | ۴۳ | ۴ | ۸۳ | ۳ | | |
| ۴ | ۴ | ۴۴ | ۳ | ۸۴ | ۲ | | |
| ۵ | ۲ | ۴۵ | ۱ | ۸۵ | ۴ | | |
| ۶ | ۳ | ۴۶ | ۲ | ۸۶ | ۱ | | |
| ۷ | ۱ | ۴۷ | ۴ | ۸۷ | ۳ | | |
| ۸ | ۳ | ۴۸ | ۱ | ۸۸ | ۲ | | |
| ۹ | ۴ | ۴۹ | ۳ | ۸۹ | ۴ | | |
| ۱۰ | ۲ | ۵۰ | ۴ | ۹۰ | ۲ | | |
| ۱۱ | ۴ | ۵۱ | ۳ | ۹۱ | ۱ | | |
| ۱۲ | ۱ | ۵۲ | ۲ | ۹۲ | ۴ | | |
| ۱۳ | ۴ | ۵۳ | ۲ | ۹۳ | ۳ | | |
| ۱۴ | ۳ | ۵۴ | ۱ | ۹۴ | ۱ | | |
| ۱۵ | ۲ | ۵۵ | ۳ | ۹۵ | ۴ | | |
| ۱۶ | ۳ | ۵۶ | ۴ | ۹۶ | ۱ | | |
| ۱۷ | ۱ | ۵۷ | ۳ | ۹۷ | ۲ | | |
| ۱۸ | ۲ | ۵۸ | ۲ | ۹۸ | ۴ | | |
| ۱۹ | ۴ | ۵۹ | ۴ | ۹۹ | ۱ | | |
| ۲۰ | ۲ | ۶۰ | ۲ | ۱۰۰ | ۴ | | |
| ۲۱ | ۱ | ۶۱ | ۱ | ۱۰۱ | ۳ | | |
| ۲۲ | ۲ | ۶۲ | ۳ | ۱۰۲ | ۳ | | |
| ۲۳ | ۳ | ۶۳ | ۲ | ۱۰۳ | ۲ | | |
| ۲۴ | ۲ | ۶۴ | ۴ | ۱۰۴ | ۳ | | |
| ۲۵ | ۳ | ۶۵ | ۱ | ۱۰۵ | ۲ | | |
| ۲۶ | ۴ | ۶۶ | ۴ | | | | |
| ۲۷ | ۱ | ۶۷ | ۴ | | | | |
| ۲۸ | ۲ | ۶۸ | ۳ | | | | |
| ۲۹ | ۴ | ۶۹ | ۲ | | | | |
| ۳۰ | ۲ | ۷۰ | ۳ | | | | |
| ۳۱ | ۳ | ۷۱ | ۱ | | | | |
| ۳۲ | ۲ | ۷۲ | ۴ | | | | |
| ۳۳ | ۴ | ۷۳ | ۱ | | | | |
| ۳۴ | ۱ | ۷۴ | ۳ | | | | |
| ۳۵ | ۳ | ۷۵ | ۲ | | | | |
| ۳۶ | ۲ | ۷۶ | ۲ | | | | |
| ۳۷ | ۳ | ۷۷ | ۳ | | | | |
| ۳۸ | ۴ | ۷۸ | ۲ | | | | |
| ۳۹ | ۲ | ۷۹ | ۱ | | | | |
| ۴۰ | ۱ | ۸۰ | A | | | | |



گزینهدو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

(تیر ماه ۱۴۰۳)

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(داخل کشور)



ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است.

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

راه حل اول:

می‌دانیم قدرنسبت دنباله هندسی برابر تقسیم دو جمله متوالی است، پس:

$$r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_8}{a_7} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow x(x+1) = (x-1)(2x+1) \Rightarrow x^2 + x = 2x^2 - x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

از حل معادله فوق دو مقدار برای x به دست می‌آید. قدرنسبت دنباله برابر است با:

$$r = \frac{a_8}{a_7} \Rightarrow r = \frac{x}{2x+1}$$

از آنجا که x در معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ صدق می‌کند، پس:

$$x^2 = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{2x+1}{x} \Rightarrow x = r$$

یعنی قدرنسبت دنباله هندسی همان x است، پس حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت همان حاصل ضرب مقادیر x است.

در معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ ضرب ریشه‌ها برابر $-\frac{c}{a} = -1$ است. پس حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت نیز برابر -1 است.

توجه: سؤال کنکور دارای ایراد عملی است؛ زیرا با حل معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ ، دو جواب به دست آمده یعنی $x_1 = 1 + \sqrt{2}$ و $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ ، دنباله‌ای را می‌سازند که جمله ششم آن از قاعده دنباله هندسی پیروی نمی‌کند. مثلاً به ازای $x = 1 + \sqrt{2}$ جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم به صورت زیر است:

$$a_4 = x + 1 = \sqrt{2} + 2$$

$$a_5 = x - 1 = \sqrt{2}$$

$$a_7 = 2x + 1 = 2\sqrt{2} + 3$$

$$a_8 = x = \sqrt{2} + 1$$

یعنی دنباله هندسی باید به صورت $\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2\sqrt{2} + 3, \sqrt{2} + 2, \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$ باشد، برای به دست آوردن a_6 از دو روش مختلف به دو مقدار مختلف می‌رسیم.

$$a_6 = a_5 \times r = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 2 + \sqrt{2}$$

$$a_6 = \frac{a_7}{r} = \frac{2\sqrt{2} + 3}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} + 1$$

در مورد $x = 1 - \sqrt{2}$ نیز همین تناقض وجود دارد.

راه حل دوم:

می‌دانیم قدرنسبت دنباله هندسی برابر تقسیم دو جمله متوالی است، پس:

$$r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_8}{a_7} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow x(x+1) = (x-1)(2x+1) \Rightarrow x^2 + x = 2x^2 - x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

اگر α و β ریشه‌های معادله فوق باشند، مجموع ریشه‌ها برابر $S = \alpha + \beta = 2$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $P = \alpha\beta = -1$ است، پس برای

مقادیر قدرنسبت یعنی، $r = \frac{x-1}{x+1}$ خواهیم داشت:

$$r_1 = \frac{\alpha-1}{\alpha+1}, \quad r_2 = \frac{\beta-1}{\beta+1}$$

$$r \text{ حاصل ضرب مقادیر قدرنسبت: } \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \times \frac{\beta-1}{\beta+1} = \frac{\alpha\beta - \alpha - \beta + 1}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{P - S + 1}{P + S + 1} = \frac{-1 - 2 + 1}{-1 + 2 + 1} = \frac{-2}{2} = -1$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول:

جدول ارزش گزاره $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ را تشکیل می‌دهیم.

| p | q | r | $p \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \wedge r$ | $p \Rightarrow r$ | $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ |
|---|---|---|-------------------|------------------------------|-------------------|--|
| د | د | د | د | د | د | د |
| د | د | ن | د | ن | ن | د |
| د | ن | د | ن | ن | د | د |
| د | ن | ن | ن | ن | ن | د |
| ن | د | د | د | د | د | د |
| ن | د | ن | د | ن | د | د |
| ن | ن | د | د | د | د | د |
| ن | ن | ن | د | ن | د | د |

بنابراین گزاره $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ همواره درست است.

راه حل دوم:

نکته: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$, $p \vee \sim p \equiv T$, $p \vee T \equiv T$

نکته: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$, $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

با استفاده از نکات فوق، داریم:

$$\begin{aligned} ((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r) &\equiv ((\sim p \vee q) \wedge r) \Rightarrow (\sim p \vee r) \equiv \sim((\sim p \vee q) \wedge r) \vee (\sim p \vee r) \\ &\equiv (\sim(\sim p \vee q) \vee \sim r) \vee (\sim p \vee r) \\ &\equiv ((p \wedge \sim q) \vee \sim r) \vee (\sim p \vee r) \equiv ((p \wedge \sim q) \vee \sim p) \vee (\sim r \vee r) \equiv ((p \wedge \sim q) \vee \sim p) \vee T \equiv T \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: تابع f را در یک مجموعه، اکیداً صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آن‌گاه $f(a) < f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه بالا خواهیم رفت.

می‌دانیم سهمی $y = ax^2 + bx + c$ در بازه‌های $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right]$ یا $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$ یا هر زیرمجموعه‌ای از یکی از این دو بازه اکیداً یکنواست:

زیرا $-\frac{b}{2a}$ طول رأس سهمی است.

بنابراین سهمی $y = -5x^2 + ax - 8$ که یک سهمی روبه پایین است، در بازه $\left(-\infty, -\frac{a}{-10}\right]$ اکیداً

$$\frac{-a}{-10} = 2/5 \Rightarrow a = 25$$

صعودی است و این بزرگ‌ترین بازه است، پس:

بنابراین عرض رأس سهمی $y = -5x^2 + 25x - 8$ برابر است با:

$$y_S = \frac{-\Delta}{2a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{2a} = \frac{-(25^2 - 4(-5)(-8))}{2 \times (-5)} = \frac{-(625 - 160)}{-20} = \frac{465}{20} = 23.25$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته (قضیه تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها): اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله‌ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ‌تر باشد، آن‌گاه چندجمله‌ای‌های منحصر به فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به طوری که:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کمتر است.

اگر $r(x)$ باقی‌مانده و $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشند، داریم:

$$2 - x^{14} = (x^2 + x + 1)Q(x) + r(x) \xrightarrow{\times(x-1)} (x-1)(2 - x^{14}) = (x^3 - 1)Q(x) + r(x)(x-1)$$

اگر x^3 را برابر یک قرار دهیم، آن‌گاه:

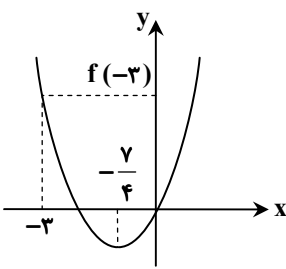
$$(x-1)(2 - x^{14}) \equiv r(x)(x-1) \Rightarrow 2 - x^{14} \equiv r(x) \Rightarrow r(x) \equiv 2 - (x^3)^4 \times x^2 \Rightarrow r(x) \equiv 2 - (1)^4 \times x^2$$

$$\xrightarrow{x^2 = -x-1} r(x) \equiv 2 - (-x-1) \Rightarrow r(x) = x+3$$



۵- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)
 اولاً باید شرط اینکه معادله ۲ ریشه داشته باشد را بنویسیم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 7^2 - 4 \times 2 \times m > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8}$$



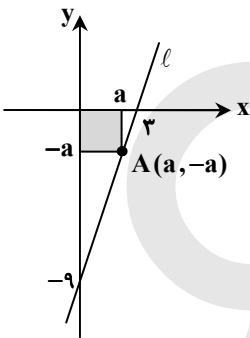
ثانیاً برای آنکه هر دو ریشه بزرگتر از ۳- باشد، می‌بایست مقدار عبارت $f(x) = 2x^2 + 7x + m$ به ازای ۳- مثبت باشد. (با توجه به اینکه طول رأس سهمی یعنی $-\frac{7}{4}$ از ۳- بزرگتر است. هر دو ریشه نمی‌تواند از ۳- کمتر باشد.)

$$f(-3) > 0 \Rightarrow 2 \times 9 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3$$

بنابراین اگر $3 < m < \frac{49}{8}$ معادله دارای دو ریشه بزرگتر از ۳- است. سه مقدار صحیح ۴، ۵ و ۶ در این بازه وجود دارد.

۶- پاسخ: گزینه ۳
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)
 راه حل اول:

برای آنکه چهارضلعی سایه زده شده مربع باشد، می‌بایست مختصات رأس A از مربع روی خط l به صورت $A(a, -a)$ باشد. معادله خط l گذرنده از دو نقطه $(3, 0)$ و $(0, -9)$ به صورت زیر است:



$$y = \left(\frac{0 - (-9)}{3 - 0}\right)x - 9 \Rightarrow y = 3x - 9$$

نقطه $A(a, -a)$ روی این خط است.

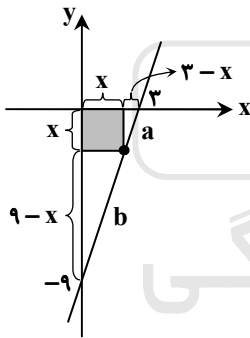
$$-a = 3a - 9 \Rightarrow 4a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{4}$$

طول قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است، پس طول قطر برابر است با:

$$\sqrt{2}a = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

راه حل دوم:

می‌توان به صورت هندسی به مسئله نگاه کرد، با استفاده از قضیه تالس خواهیم داشت:



$$\left. \begin{aligned} \frac{3-x}{x} &= \frac{a}{b} \\ \frac{9-x}{x} &= \frac{b}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3-x}{x} = \frac{x}{9-x} \Rightarrow (9-x)(3-x) = x^2 \Rightarrow x^2 - 12x + 27 = x^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

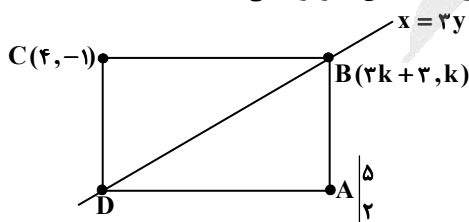
طول قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است، پس طول قطر برابر است با:

$$\sqrt{2}x = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

۷- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آن‌گاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.

نقطه B و D روی خط $x = 3y + 3$ هستند، پس مختصات آن‌ها به صورت $(3k + 3, k)$ است. با توجه به مستطیل بودن چهارضلعی ABCD، پاره‌خط‌های AB و BC، همچنین پاره‌خط‌های AD و DC بر یکدیگر عمود هستند. پس ضرب شیب آن‌ها برابر منفی یک است.



$$m_{AB} \times m_{BC} = -1 \Rightarrow \frac{k-2}{3k+3-5} \times \frac{k-(-1)}{3k+3-4} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{k-2}{3k-2} = -\frac{3k-1}{k+1} \Rightarrow -(k-2)(k+1) = (3k-1)(3k-2)$$

$$\Rightarrow -k^2 + k + 2 = 9k^2 - 9k + 2 \Rightarrow 10k^2 - 10k = 0$$

$$\Rightarrow 10k(k-1) = 0 \Rightarrow k = 0, k = 1$$

یعنی مختصات نقاط B و D به صورت $B(3, 0)$ و $D(6, 1)$ بوده و اختلاف طول این دو نقطه برابر است با:

$$|x_B - x_D| = 6 - 3 = 3$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته (ویژگی قدرمطلق):

$$|x| \geq 0$$

راه حل اول:

تابع f وقتی $x \geq 1$ و $x < 1$ دو ضابطه مختلف دارد. $|a|$ همواره عددی نامنفی است. پس $1 - |a| \leq 1$ و $2 + |a| > 1$ ؛ بنابراین برای حل معادله مورد نظر داریم: (در حالت $a = 0$ معادله دارای جواب نیست).

$$f(1 - |a|) = f(2 + |a|) \Rightarrow 2(1 - |a|) - 1 = (2 + |a|)^2 - (2 + |a|) - 7 \Rightarrow 2 - 2|a| - 1 = 4 + a^2 + 4|a| - 2 - |a| - 7$$

$$\Rightarrow a^2 + 5|a| - 6 = 0 \Rightarrow (|a| + 6)(|a| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |a| = -6 & \text{غ ق ق} \\ |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{cases}$$

بنابراین دو مقدار برای a داریم.

راه حل دوم:

واضح است که $1 - |a| + 2 + |a| = 3$ ، پس اگر $2 + |a| = \alpha$ و $2 + |a| = \beta$ فرض کنیم، خواهیم داشت $f(\alpha) = f(\beta)$ با توجه به اینکه $|a|$ عددی نامنفی است، پس $\beta > 1$ و $\alpha \leq 1$ است؛ بنابراین برای حل معادله مورد نظر داریم:

$$f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow 2\alpha - 1 = \beta^2 - \beta - 7 \xrightarrow[\alpha = 3 - \beta]{\alpha + \beta = 3} 2(3 - \beta) - 1 = \beta^2 - \beta - 7$$

$$6 - 2\beta - 1 = \beta^2 - \beta - 7 \Rightarrow \beta^2 + \beta - 12 = 0 \Rightarrow (\beta + 4)(\beta - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \beta = -4 & \text{غ ق ق } (\beta > 1 \text{ شرط}) \\ \beta = 3 \end{cases}$$

در فرض داشتیم: $\beta = 2 + |a|$ ، بنابراین:

$$2 + |a| = 3 \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

بنابراین دو مقدار برای a موجود است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته: تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آن‌گاه $f(a) > f(b)$. در فاصله‌ای که یک تابع اکیداً نزولی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، همواره روبه پایین خواهیم رفت. ابتدا دامنه تابع را پیدا می‌کنیم:

$$1 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$1 - \sqrt{1+x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1+x} \leq 1 \Rightarrow 1+x \leq 1 \Rightarrow x \leq 0$$

پس دامنه تابع f برابر $D_f = [-1, 0]$ است.

تابع f اکیداً نزولی است، پس برد آن به صورت $R_f = [f(0), f(-1)] = [0, 1]$ است.

با توجه به این دامنه و برد، نمودار تابع f در ربع دوم قرار دارد، پس نمودار f^{-1} در ربع چهارم قرار دارد، پس غیر از نقطه مبدأ مختصات $O(0, 0)$ این دو تابع نقطه تقاطع دیگری ندارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته: } y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

نکته: قانون توان لگاریتم:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

ابتدا معادله مورد نظر را حل می‌کنیم (دامنه معادله به صورت $2 - x > 0$ یعنی $x < 2$ است).

$$\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log(2-x) + \log(x-2)^2 = 3 \Rightarrow \log(2-x) + 2 \log|x-2| = 3$$

$$\xrightarrow{x < 2} \log(2-x) + 2 \log(2-x) = 3 \Rightarrow 3 \log(2-x) = 3 \Rightarrow \log(2-x) = 1 \Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow x = -8$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

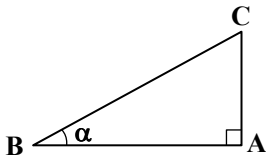
$$\log_{\sqrt{2}}(-x) = \log_{\sqrt{2}} 8 = \log_{\sqrt{2}} 2^3 = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_2 2 = 6 \times 1 = 6$$



۱۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: مثلث قائم الزاویه‌ای که یکی از زوایای حاده آن α باشد در نظر بگیرید. چهار نسبت مثلثاتی سینوس، کسینوس، تانژانت، کتانژانت زاویه α به صورت زیر تعریف می‌شود:



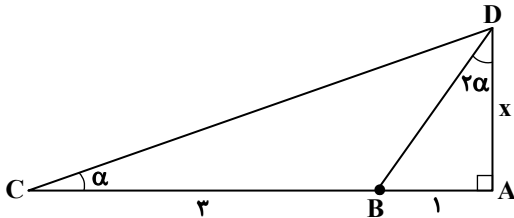
$$\sin \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \quad \text{سینوس}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} \quad \text{کسینوس}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \quad \text{تانژانت}$$

$$\cot \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} \quad \text{کتانژانت}$$

در دو مثلث قائم الزاویه شکل مقابل، نسبت مثلثاتی تانژانت را می‌نویسیم:



$$\tan \alpha = \frac{x}{3+1} = \frac{x}{4}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{1}{x}$$

مقدار x را به کمک رابطه $\tan 2\alpha$ پیدا می‌کنیم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2 \times \frac{x}{4}}{1 - \left(\frac{x}{4}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{16 - x^2}{16}} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{8x}{16 - x^2} = \frac{8x^2}{16 - x^2} \Rightarrow 16 - x^2 = 8x^2 \Rightarrow 9x^2 = 16 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABD$ داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow AB = \sqrt{1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} \Rightarrow AB = \frac{5}{3}$$

مقدار $\cos 2\alpha$ برابر است با:

$$\cos 2\alpha = \frac{AD}{BD} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: اگر α زاویه دلخواهی باشد، همواره داریم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

راه حل اول:

طرفین رابطه داده شده را بر $\sin^2 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{3 \sin^2 x + a \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{4}{\sin^2 x} \Rightarrow 3 + a \left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right) = 4 \left(\frac{1}{\sin^2 x}\right) \Rightarrow 3 + a \cot^2 x = 4(1 + \cot^2 x)$$

$$\Rightarrow 3 + a \cot^2 x = 4 + 4 \cot^2 x \Rightarrow a \cot^2 x - 4 \cot^2 x = 1 \Rightarrow \cot^2 x (a - 4) = 1 \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{a - 4}$$

راه حل دوم:

سمت راست رابطه را به صورت $4 = 4 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$ بازنویسی می‌کنیم:

$$3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4 \sin^2 x + 4 \cos^2 x \Rightarrow a \cos^2 x - 4 \cos^2 x = \sin^2 x \Rightarrow (a - 4) \cos^2 x = \sin^2 x$$

طرفین عبارت فوق را بر $\sin^2 x$ تقسیم می‌کنیم:

$$(a - 4) \cot^2 x = 1 \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{a - 4}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

نکته:

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

نکته (نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا):

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$



راه حل اول:

ابتدا مقدار $\cos(B-C)$ را پیدا می‌کنیم:

$$1 + \tan^2(B-C) = \frac{1}{\cos^2(B-C)} \Rightarrow 1 + (\sqrt{3})^2 = \frac{1}{\cos^2(B-C)} \Rightarrow \cos^2(B-C) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos(B-C) = \pm \frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه B و C دو زاویه مثلث هستند، زاویه $B-C$ در ربع ۱ یا ۴ بوده و کسینوس آن مثبت است، پس $\cos(B-C) = \frac{1}{2}$

$$\cos(B-C) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos B \cos C + \sin B \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cos B \cos C + 2 \sin B \sin C = 1$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \cos B \cos C = 2 \sin B \sin C$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{1 - 2 \cos(B+C)}{4 \sin B \cos C} = \frac{1 - 2 \cos B \cos C + 2 \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \frac{2 \sin B \sin C + 2 \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{4 \sin B \cos C} = \frac{\sin C}{\cos C} = \tan C$$

راه حل دوم:

استفاده از حالت خالص: با توجه به اینکه $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ، B و C را زوایایی فرض کنیم که $B-C = 60^\circ$ باشد، مثلاً $C = 30^\circ$ و $B = 90^\circ$ ؛ بنابراین برای محاسبه عبارت مورد نظر، داریم:

$$\frac{1 - 2 \cos(120^\circ)}{4 \sin 90^\circ \cos 30^\circ} = \frac{1 - 2 \times (-\frac{1}{2})}{4 \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan 30^\circ = \tan C$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

ابتدا معادله را در حالت کلی حل می‌کنیم:

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\pi - (x + \frac{\pi}{4})) \Rightarrow \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{3\pi}{4} - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های $\left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right\}$ از این معادله در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ قرار دارند.

۱۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

نکته: برای رفع ابهام حالت \cdot رادیکالی، ابتدا مزدوج رادیکال را در آن ضرب می‌کنیم، سپس با تبدیل به چندجمله‌ای، آن را تجزیه می‌کنیم.

وقتی $x \rightarrow 0$ ، پس حد مخرج کسر $\frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x}$ برابر صفر است. پس برای آنکه حد تابع موجود باشد، می‌بایست حد صورت نیز برابر صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}) = 0 \xrightarrow{x=0} a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

اکنون به محاسبه حد می‌پردازیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1 + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} \times \frac{\sqrt{(bx+1)(cx+1)} + 1}{\sqrt{(bx+1)(cx+1)} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bcx^2 + (b+c)x + 1 - 1}{x(1+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bcx + (b+c)}{2} = \frac{b+c}{2}$$

$$\frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c = 4 \Rightarrow \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} \Rightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = -4$$

مقدار حد برابر ۲ است، پس:

۱۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۱)

برای آنکه تابع f فقط یک مجانب قائم داشته باشد، سه حالت زیر قابل تصور است.

حالت اول: معادله مخرج درجه اول بوده و فقط یک ریشه داشته باشد: $x = -1 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow a = 0$

حالت دوم: معادله مخرج درجه دوم بوده ولی فقط یک ریشه مضاعف داشته باشد: (ریشه مضاعف)

$$\Delta = 0 \Rightarrow (1-a)^2 - 4a(a+1) = 0 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 - 4a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 3a^2 - 6a + 1 = 0$$

این معادله دو جواب دارد و به‌ازای هر کدام از آن‌ها تابع فقط یک مجانب قائم دارد.



حالت سوم: معادلهٔ مخرج درجه دوم بوده و دو ریشه هم داشته باشد، اما یکی از ریشه‌های آن ریشه صورت کسر هم باشد، در این حالت فقط ریشه غیرمشترک صورت و مخرج مجانب قائم است. صورت کسر دو ریشه دارد و به‌ازای هر کدام از آن‌ها یک مقدار قابل قبول برای a به‌دست می‌آید:

$$3x^2 - 8x - 3 = 0 \Rightarrow (3x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}, 3$$

$$x = 3 \Rightarrow 9a + 3(1-a) + a + 1 = 0 \Rightarrow 7a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{7}$$

$$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{9}a + (-\frac{1}{3})(1-a) + a + 1 = 0 \Rightarrow a - 3 + 3a + a + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

بنابراین ۵ مقدار مختلف برای a وجود دارد که به‌ازای آن‌ها تابع یک مجانب قائم دارد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته (پیوستگی در نقطه): تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

راه‌حل اول:

تابع باید در نقاط با طول $\pm c$ پیوسته باشد، پس:

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \Rightarrow \sqrt{c^2 - 2c + 1} = ac^2 + bc + 2 \Rightarrow |c-1| = ac^2 + bc + 2 \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c-1 = ac^2 + bc + 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -c^-} f(x) \Rightarrow \sqrt{c^2 + 2c + 1} = ac^2 - bc + 2 \Rightarrow |c+1| = ac^2 - bc + 2 \xrightarrow{c \in \mathbb{N}} c+1 = ac^2 - bc + 2 \quad (2)$$

اگر دو معادلهٔ ۱ و ۲ را از یکدیگر کم کنیم، داریم:

$$(1) - (2) = 0 \Rightarrow -2 = 2bc \Rightarrow bc = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{c}$$

اکنون a را نیز بر حسب c پیدا می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(1)} c-1 = ac^2 + (-\frac{1}{c}) \times c + 2 \Rightarrow c-1 = ac^2 + 1 \Rightarrow ac^2 = c-2 \Rightarrow a = \frac{c-2}{c^2}$$

بنابراین مقدار $\frac{a}{b}$ برابر است با:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{c-2}{c^2}}{-\frac{1}{c}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2-c}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{c} - 1$$

می‌دانیم c عددی طبیعی است، پس سه حالت زیر متصور است:

$$c = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{1} - 1 \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = 1$$

$$c = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{2} - 1 \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = 0$$

$$c \geq 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{c} - 1 \Rightarrow -1 < \frac{a}{b} < 0 \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = -1$$

بنابراین برای $\left[\frac{a}{b} \right]$ سه مقدار مختلف صفر، ۱ و -۱ قابل قبول است که تنها -۱ در گزینه‌ها آمده است.

راه‌حل دوم:

با توجه به اینکه مقدار c طبیعی است، $c = 3$ را جای‌گذاری می‌کنیم: (حالت خاص)

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & |x| \leq 3 \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > 3 \end{cases}$$

می‌دانیم تابع f در \mathbb{R} پیوسته است، پس پیوستگی را در $x = 3$ بررسی می‌کنیم:

$$\xrightarrow[\text{پیوستگی در } x=3]{} 2 = 9a + 3b + 2 \Rightarrow 9a + 3b = 0 \Rightarrow 9a = -3b \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} \right] = -1$$



۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ مشتق پذیر هستند و داریم:

$$f'(x) = \cos x \quad \text{و} \quad g'(x) = -\sin x$$

مقدار خواسته شده یعنی $f'(\frac{\sqrt{\pi}}{6}) - 2g'(\frac{\sqrt{\pi}}{6})$ همان مشتق تابع $f - 2g$ در $x = \frac{\sqrt{\pi}}{6}$ است. پس ابتدا تابع $f - 2g$ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (f - 2g)(x) &= \frac{\sqrt{x} + \cos^2 x}{\sqrt{x} - \cos^2 x} - 2x \cdot \frac{2}{2 - \cos x} = \frac{(\sqrt{x} + \cos x)(\sqrt{x} - \cos x) - 4x}{(\sqrt{x} + \cos x)(\sqrt{x} - \cos x)} = \frac{4 - 2\cos x}{\sqrt{x} - \cos x} \\ &= \frac{-\cos x(\sqrt{x} - \cos x)}{\sqrt{x} - \cos x} = -\cos x \end{aligned}$$

اکنون به محاسبه مشتق خواسته شده می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} (f - 2g)(x) = -\cos x &\Rightarrow (f - 2g)'(x) = -(-\sin x) \Rightarrow (f - 2g)'(x) = \sin x \Rightarrow (f - 2g)'(\frac{\sqrt{\pi}}{6}) = \sin \frac{\sqrt{\pi}}{6} \\ &\Rightarrow (f - 2g)'(\frac{\sqrt{\pi}}{6}) = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر f در a پیوسته باشد و مشتق راست و مشتق چپ در $x = a$:

(الف) هر دو موجود (متناهی) ولی نابرابر باشند (نقطه گوشه‌ای).

(ب) یکی متناهی و دیگری نامتناهی باشد (نقطه گوشه‌ای).

ابتدا مشتق تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} \cdot & x < a \\ m(x-a)^{m-1} & x > a \end{cases}$$

تابع f فقط می‌تواند در نقطه‌ای به طول a مشتق نابرابر (نقطه گوشه‌ای) داشته باشد.

$$f'_-(a) = \cdot \Rightarrow f'_+(a) \neq \cdot$$

اگر $m > 1$ ، مشتق راست تابع f در a نیز برابر صفر است و تابع نقطه گوشه‌ای ندارد.

اگر $m = 1$ ، آن‌گاه $f'_+(a) = m$ و تابع در $x = a$ نقطه گوشه‌ای دارد.

اگر $m = 0$ ، آن‌گاه $f'_-(a) = f'_+(a) = 0$ و تابع نقطه گوشه‌ای ندارد.

اگر $m < 0$ ، آن‌گاه تابع f در $x = a$ تعریف نشده است و $x = a$ نمی‌تواند نقطه گوشه‌ای باشد.

پس فقط به‌ازای $m = 1$ تابع نقطه گوشه‌ای دارد.

۲۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته (تعریف): اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c (بازه باز شامل نقطه c) باشد که

(الف) به‌ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

(ب) به‌ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \geq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

نکته (تعریف): فرض کنیم $c \in D_f$. نقطه c به طول c را یک نقطه بحرانی برای تابع f می‌نامیم، هرگاه $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد.

راه‌حل اول:

ابتدا دامنه تابع را تعیین می‌کنیم:

$$x(1-|x|) \geq 0$$

| | | | |
|------------|------|---------|-----|
| x | -1 | \cdot | 1 |
| x | - | - | + |
| $1- x $ | - | + | - |
| $x(1- x)$ | + | - | - |

$$D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

تابع در نقاط مرزی دامنه مشتق ناپذیر است، پس $x = -1, 0, 1$ نقاط بحرانی تابع هستند. از طرفی از آنجا که تابع در همسایگی محذوف این

نقاط مرزی تعریف نشده است، پس این نقاط اکسترمم نسبی محسوب نمی‌شوند.



برای یافتن سایر نقاط بحرانی و اکسترمم نسبی، ریشه‌های مشتق را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+x^2} & x \leq -1 \\ \sqrt{x-x^2} & 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} & x < -1 \\ \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} & 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} & \text{غیق} \quad x < -1 \\ x = \frac{1}{2} & 0 < x < 1 \end{cases}$$

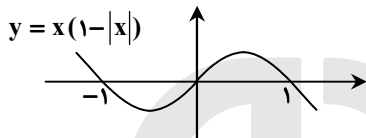
تنها ریشه مشتق، $x = \frac{1}{2}$ است، پس این نقطه نیز بحرانی است. ضمناً علامت مشتق در اطراف $x = \frac{1}{2}$ تغییر می‌کند. پس این نقطه اکسترمم نسبی تابع است.

بنابراین تابع ۴ نقطه بحرانی و یک اکسترمم نسبی دارد، یعنی:

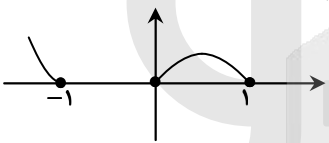
$$m + n + k = 1 + 0 + 4 = 5$$

راه حل دوم:

سعی می‌کنیم شمای کلی نمودار را رسم کنیم. ابتدا نمودار $y = x(1-|x|)$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل فوق، پس از اعمال رادیکال ($f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$) نمودار به صورت حدودی به دست می‌آید:



بنابراین مطابق شکل، ۴ نقطه بحرانی، صفر مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی داریم.
($m = 1, n = 0, k = 4$)
پس:

$$m + n + k = 5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر $n!$ است.

طبق فرض سؤال، حالات مطلوب به صورت زیر است:



$$\text{تعداد کل حالات} = 3 \times 5! = 3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 360$$

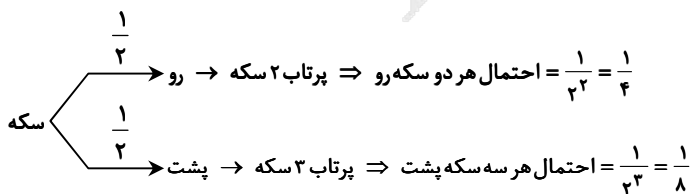
▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افزای می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A ، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

نمودار درختی زیر را در نظر می‌گیریم:



طبق قانون احتمال کل، داریم:

$$p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$



۲۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱ (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $\bar{x} - x_i$ را انحراف داده i از میانگین داده‌ها می‌گویند.

نکته ۲ (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را واریانس داده‌ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم.

طبق مفروضات سؤال، داده‌های دسته اول را b, c, d, e, f و داده‌های دسته دوم را a, b, c, d, e, f در نظر می‌گیریم. میانگین هر دو دسته برابر با \bar{x} است و داریم:

$$\frac{b+c+d+e+f}{5} = \bar{x} \Rightarrow b+c+d+e+f = 5\bar{x} \quad (1)$$

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{6} = \bar{x} \Rightarrow a+b+c+d+e+f = 6\bar{x} \xrightarrow{(1)} a+5\bar{x} = 6\bar{x} \Rightarrow a = \bar{x}$$

واریانس دسته اول را σ_1^2 و واریانس دسته دوم را σ_2^2 در نظر می‌گیریم و طبق فرض سؤال داریم:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{(b-a)^2 + (c-a)^2 + (d-a)^2 + (e-a)^2 + (f-a)^2}{5} = \frac{2}{3} + \frac{(a-a)^2 + (b-a)^2 + (c-a)^2 + (d-a)^2 + (e-a)^2 + (f-a)^2}{6}$$

فرض می‌کنیم $A = (b-a)^2 + (c-a)^2 + (d-a)^2 + (e-a)^2 + (f-a)^2$ ، پس:

$$\frac{A}{5} = \frac{2}{3} + \frac{0+A}{6} \Rightarrow \frac{A}{5} - \frac{A}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{A}{30} = \frac{2}{3} \Rightarrow A = 20$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\sigma_1^2 = \frac{(b-a)^2 + (c-a)^2 + (d-a)^2 + (e-a)^2 + (f-a)^2}{5} = \frac{A}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

نکته: برای پیشامدهای A و B داریم:

الف) $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

ب) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

احتمال گل کردن پنالتی اول را با $P(A_1)$ و احتمال گل کردن پنالتی دوم را با $P(A_2)$ نشان می‌دهیم. طبق مفروضات سؤال داریم:

$$P(A_1) = \frac{60}{100} = 0.6, \quad P(A_2 | A_1) = \frac{80}{100} = 0.8, \quad P(A_2 | A_1') = \frac{30}{100} = 0.3$$

$$P(A_2 | A_1) = \frac{P(A_2 \cap A_1)}{P(A_1)} \Rightarrow 0.8 = \frac{P(A_2 \cap A_1)}{0.6} \Rightarrow P(A_2 \cap A_1) = 0.48$$

$$P(A_2 | A_1') = \frac{P(A_2 \cap A_1')}{P(A_1')} \Rightarrow 0.3 = \frac{P(A_2 \cap A_1')}{1-0.6} \Rightarrow P(A_2 \cap A_1') = 0.3 \times 0.4 = 0.12$$

خواسته سؤال $P(A_2 \cap A_1') + P(A_1' \cap A_2)$ است که داریم:

$$P(A_2 \cap A_1') + P(A_1 \cap A_2') = 0.12 + P(A_1 - A_2) = 0.12 + P(A_1) - P(A_1 \cap A_2) = 0.12 + 0.6 - 0.48$$

$$= 0.24 - 0.48 = 0.24$$

راه حل دوم:

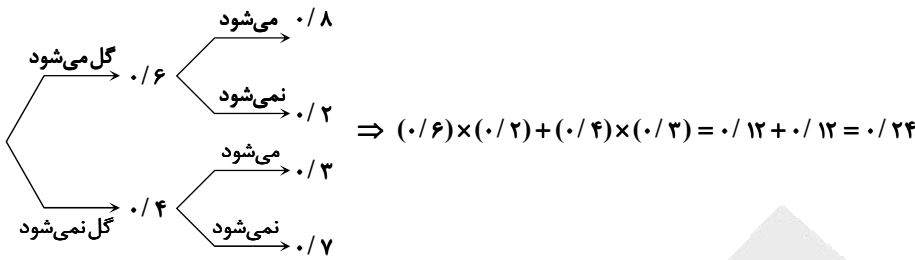
نکته: اگر A و B دو پیشامد باشند که $P(A) > 0$ ، آن‌گاه $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$.

نکته: $P(A' | B) = 1 - P(A | B)$

با استفاده از نکات فوق، داریم:

$$P(A_1 \cap A_2') + P(A_1' \cap A_2) = P(A_1)P(A_2' | A_1) + P(A_1') \cdot P(A_2 | A_1') = 0.6(1-0.8) + (1-0.6) \times 0.3$$

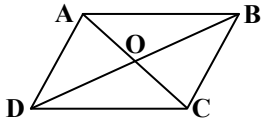
$$= 0.6 \times 0.2 + 0.4 \times 0.3 = 0.12 + 0.12 = 0.24$$



۲۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس های ۱ و ۲)

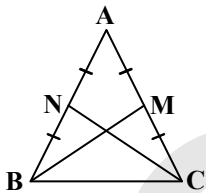
گزینه ها را بررسی می کنیم:

(۱) درست؛ هر چهارضلعی که قطرهایش یکدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع است.



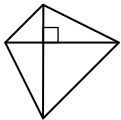
$$\left. \begin{matrix} OA = OC \\ OB = OD \end{matrix} \right\} \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع است.}$$

(۲) درست؛ میانگین های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث برابرند.

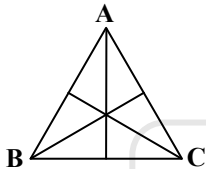


$$AB = AC \Rightarrow \begin{cases} BN = CM \\ BC = BC \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle NBC \cong \triangle MCN \Rightarrow BM = CN$$

(۳) نادرست؛ در چهارضلعی مقابل، قطرهای برابر و عمود بر هم هستند ولی چهارضلعی، مربع نمی باشد.

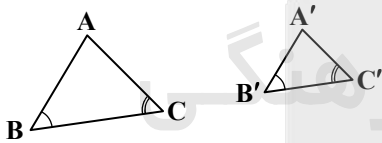


(۴) درست؛ نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث در یک نقطه هم رس هستند.



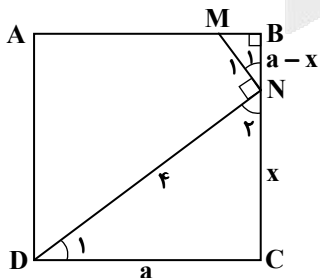
۲۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.



$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

فرض می کنیم اندازه ضلع برابر a و $NC = x$ باشد:



$$\left. \begin{matrix} \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = 90^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{N}_2 = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = \hat{D}_1 + \hat{N}_2 \Rightarrow \hat{N}_1 = \hat{D}_1$$

دو مثلث MBN و DCN متشابه هستند.

$$\left. \begin{matrix} \hat{N}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MBN \sim \triangle DCN \Rightarrow \frac{DN}{MN} = \frac{NC}{MB} = \frac{DC}{BN} \Rightarrow \frac{DN}{MN} = \frac{DC}{BN}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{1} = \frac{a}{a-x} \Rightarrow a = fa - fx \Rightarrow fx = 3a \Rightarrow x = \frac{3}{4}a \quad (1)$$

در مثلث DCN طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$DC^2 + CN^2 = DN^2 \Rightarrow a^2 + x^2 = f^2 \xrightarrow{(1)} a^2 + \frac{9}{16}a^2 = 16 \Rightarrow \frac{25}{16}a^2 = 16$$

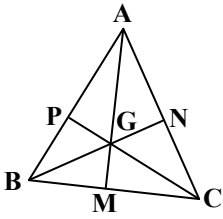
$$\Rightarrow a^2 = \frac{16 \times 16}{25}, S_{\text{مربع}} = a^2 = \frac{16 \times 16}{25} = 10 \frac{24}{25}$$



۲۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: سه میانه هر مثلث در یک نقطه درون آن مثلث هم‌رس‌اند، به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس، $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.



$$AG = 2GM = \frac{2}{3}AM$$

$$GM = \frac{1}{2}AG = \frac{1}{3}AM$$

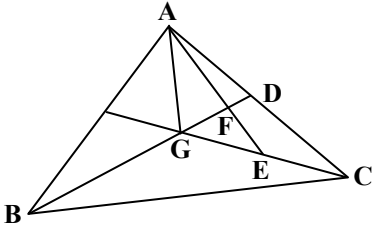
مشابه روابط فوق برای میانه‌های دیگر نیز برقرار است.

طبق نکته فوق، در مثلث ABC، نقطه G محل هم‌رسی سه میانه مثلث است و داریم:

$$GD = \frac{1}{3}BD \quad (1)$$

در مثلث AGC، GD و AE میانه‌ها هستند و نقطه F محل هم‌رسی میانه‌ها است و داریم:

$$FD = \frac{1}{3}GD \xrightarrow{(1)} FD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}BD \Rightarrow 9FD = BD \Rightarrow \frac{BD}{FD} = 9$$



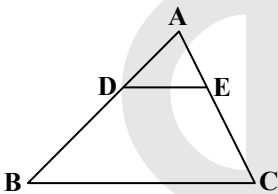
۲۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:



با توجه به اینکه مثلث‌های ABC و BEH هم‌نهشت هستند، داریم:

$$BH = AB = 4, \quad BC = EH = 8 \quad CH = BC - BH = 8 - 4 = 4$$

فرض می‌کنیم $BF = x$ ، داریم:

$$FH = BH - BF = 4 - x$$

در مثلث ABC با نوشتن تالس، داریم

$$\triangle ABC : DF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{DF}{AB} \Rightarrow \frac{4 + 4 - x}{8} = \frac{DF}{4} \Rightarrow \frac{8 - x}{2} = DF \quad (1)$$

در مثلث BEH نیز رابطه تالس را می‌نویسیم:

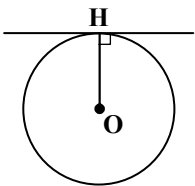
$$\triangle BEH : DF \parallel EH \Rightarrow \frac{BF}{BH} = \frac{DF}{EH} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{DF}{8} \Rightarrow DF = 2x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{8 - x}{2} = 2x \Rightarrow 8 - x = 4x \Rightarrow 8 = 5x \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

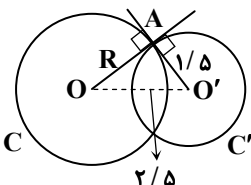
نکته: یک خط و یک دایره بر هم مماس‌اند. اگر و تنها اگر این خط در نقطه تماس با دایره بر شعاع آن نقطه عمود باشد.



طبق شکل مقابل، در نقطه A مماس‌های مرسوم بر دو دایره، بر هم عمودند و طبق نکته فوق، این خط‌های مماس از مرکز دایره‌ها گذشته و مثلث OAO' قائم‌الزاویه است و داریم:

$$OA^2 + O'A^2 = OO'^2 \Rightarrow R^2 + 1/5^2 = 2/5^2 \Rightarrow R^2 = 2/5^2 - 1/5^2$$

$$\Rightarrow R^2 = (2/5 - 1/5)(2/5 + 1/5) = 1 \times 4 \Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

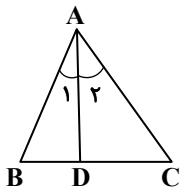




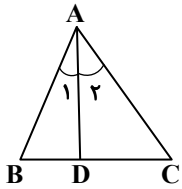
▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۳)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



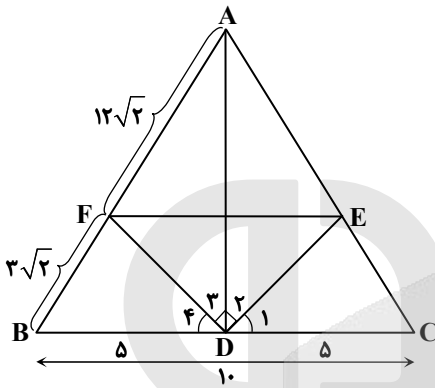
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

طبق نکات فوق، داریم:



$$\triangle ADB: \text{نیمساز } DF \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AD}{DB} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{5} = \frac{20}{5} \Rightarrow 4 = \frac{AD}{5}$$

$$\Rightarrow AD = 20$$

$$DF^2 = AD \cdot DB - AF \cdot FB = 20 \cdot 5 - 12\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow DF^2 = 100 - 72 = 28 \Rightarrow DF = 2\sqrt{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABD: \text{نیمساز } DF \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AD}{DB} \\ \triangle ADC: \text{نیمساز } DE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DC} \end{array} \right\} \xrightarrow{DC=DB} \frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{12\sqrt{2}}{15\sqrt{2}} = \frac{EF}{10} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{EF}{10} \Rightarrow EF = 8$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3 + \hat{D}_4 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2, \hat{D}_3 = \hat{D}_4} 2(\hat{D}_2 + \hat{D}_3) = 180^\circ \Rightarrow \hat{D}_2 + \hat{D}_3 = 90^\circ$$

حال طبق رابطه فیثاغورس در مثلث DEF داریم:

$$DE^2 + DF^2 = EF^2 \Rightarrow DE^2 + (2\sqrt{7})^2 = 8^2$$

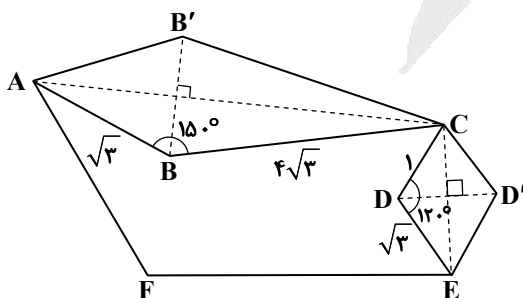
$$\Rightarrow ED^2 = 64 - 28 = 36 \Rightarrow DE = 6$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی معروف است. در این گونه مسائل، هدف این است که بدون این که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.

طبق نکته فوق، بازتاب B را نسبت به AC یافته و B' می‌نامیم. همچنین بازتاب D را نسبت به CE یافته و D' می‌نامیم. میزان افزایش مساحت برابر است با:



$$S = 2S_{ABC} + 2S_{CDE}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 150^\circ + 2 \times \frac{1}{2} CD \cdot DE \cdot \sin 120^\circ$$

$$S = AB \cdot BC \cdot \sin 30^\circ + CD \cdot DE \cdot \sin 60^\circ$$

$$= \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 1 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 6 + \frac{3}{2} = 7 \frac{1}{2}$$



▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، در این صورت وارون ماتریس A یعنی A^{-1} از تساوی زیر به دست می آید:

ابتدا ماتریس A را محاسبه می کنیم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 4(-2) - 1 \times (-1) = -8 + 1 = -7 \Rightarrow A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{4}{7} \end{bmatrix}$$

حال طرفین رابطه $2I - 3A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ را از سمت چپ در A ضرب می کنیم:

$$A(2I - 3A^{-1}B^{-1}) = A \times \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2AI - 3 \underbrace{AA^{-1}}_I B^{-1} = A \times \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A - 3B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{4}{7} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های قطر اصلی $= -2 + 0 = -2$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۳۳- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا A^2 را محاسبه می کنیم:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های $A^2 = 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 6$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه های } A = 1 + 1 + 1 - 1 - 2 - 1 + 1 + 1 + 1 = 2$$

خواسته سؤال برابر است با: $\frac{6}{2} = 3$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته: معادله سهمی افقی یا قائم با رأس $S(h, k)$ به صورت زیر است.

| معادله سهمی | کانون | خط هادی | محور سهمی | دهانه سهمی |
|--------------------------|---------------|--------------|------------|------------|
| $(y - k)^2 = 4a(x - h)$ | $(a + h, k)$ | $x = -a + h$ | خط $y = k$ | روبه راست |
| $(y - k)^2 = -4a(x - h)$ | $(-a + h, k)$ | $x = a + h$ | خط $y = k$ | روبه چپ |
| $(x - h)^2 = 4a(y - k)$ | $(h, a + k)$ | $y = -a + k$ | خط $x = h$ | روبه بالا |
| $(x - h)^2 = -4a(y - k)$ | $(h, -a + k)$ | $y = a + k$ | خط $x = h$ | روبه پایین |

معادله سهمی را به صورت متعارف می نویسیم:

$$3y^2 - 3x - ay = 0 \Rightarrow 3y^2 - ay = 3x \xrightarrow{\div 3} y^2 - \frac{a}{3}y = x \Rightarrow y^2 - \frac{a}{3}y + \frac{a^2}{36} = x + \frac{a^2}{36} \Rightarrow (y - \frac{a}{6})^2 = (x + \frac{a^2}{36})$$

سهمی افقی روبه راست است و اگر فاصله کانونی سهمی را با a' نشان دهیم، داریم:

$$\text{رأس سهمی } S(-\frac{a^2}{36}, \frac{a}{6}), 4a' = 1 \Rightarrow a' = \frac{1}{4}$$

$$\text{خط هادی: } x = -\frac{a^2}{36} - \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{a^2}{36} - \frac{1}{4} = -\frac{5}{4} \Rightarrow -\frac{a^2}{36} = -1 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

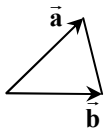
خواسته سؤال برابر است با:

$$6 - (-6) = 12$$



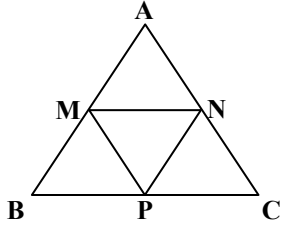
۳۵- پاسخ: گزینه ۲ و ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

نکته ۱: مساحت مثلث ساخته شده بر روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} از رابطه زیر به دست می آید.



$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

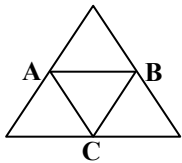
نکته ۲: اگر وسط‌های سه ضلع هر مثلث را به هم متصل کنیم، چهار مثلث هم‌نهشت و در نتیجه با مساحت‌های برابر پدید می آید.



$$\triangle AMN \cong \triangle BMP \cong \triangle PCN \cong \triangle MNP$$

$$S_{\triangle AMN} = S_{\triangle BMP} = S_{\triangle PCN} = S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

طبق نکات فوق، مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S_{ABC} = \frac{1}{4} \times 64 = 16$$

حال بردارهای \vec{AB} و \vec{AC} را تشکیل داده داریم:

$$A(3, a, b), B(-1, -a, b), C(5, -4, b)$$

$$\vec{AB} = B - A = (-4, -2a, 0), \vec{AC} = C - A = (2, -4 - a, 0)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & -2a & 0 \\ 2 & -4-a & 0 \end{vmatrix} = \vec{k} \begin{vmatrix} -4 & -2a \\ 2 & -4-a \end{vmatrix} = \vec{k} (-4(-4-a) - 2(-2a))$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \times \vec{AC} = \vec{k} (16 + 4a + 4a) = (8a + 16)\vec{k}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} |8a + 16| = |4a + 8| \Rightarrow |4a + 8| = 16 \Rightarrow 4a + 8 = \pm 16 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -6 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow \vec{AB} = (-4, -4, 0) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{16 + 16 + 0} = 4\sqrt{2}$$

$$a = -6 \Rightarrow \vec{AB} = (-4, 12, 0) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{16 + 144} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * گسسته (فصل ۱، درس‌های ۲ و ۳)

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر ضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

نکته: قضیه تقسیم: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می‌شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

$a \equiv 0$ ، پس a مضرب ۸ است. از طرفی باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۳ برابر ۵ است، داریم:

$$a = 23q + 5, a \equiv 0 \Rightarrow 23q + 5 \equiv 0 \Rightarrow 23q \equiv -5 \Rightarrow (23 - 3 \times 8)q \equiv -5 \Rightarrow -q \equiv -5 \Rightarrow q \equiv 5 \Rightarrow q = 8k + 5$$

حال در رابطه $a = 23q + 5$ ، داریم:

$$a = 23(8k + 5) + 5 = 8 \times 23k + 115 + 5 = 8 \times 23k + 120 \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{8 \times 23k}{4} + \frac{120}{4} \Rightarrow \frac{a}{4} = 23(2k) + 30 = 23(2k) + 23 + 7$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = 23(\underbrace{2k+1}_{q'}) + 7 \Rightarrow \frac{a}{4} = 23q' + 7$$

بنابراین باقی‌مانده $\frac{a}{4}$ بر ۲۳ برابر ۷ است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به خواسته سؤال، کوچکترین و بزرگترین عضو زیرمجموعه، باید یکی زوج و دیگری مضرب ۵ باشد، پس حالات زیر را داریم:

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 12, 13, 15 \\ \downarrow \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 12, 13, 15, 18, 23, 24, 25 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 15, 18 \rightarrow \text{حالت ۱} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 15, 18, 23, 24 \\ \downarrow \downarrow \\ 2 \times 2 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 15, 18, 23, 24, 25, 26 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 18, 23, 24, 25 \\ \downarrow \downarrow \\ 2 \times 2 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 24, 25 \rightarrow \text{حالت ۱} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \min \quad \max \\ 25, 26 \rightarrow \text{حالت ۱} \end{array}$$

$$2 + 32 + 1 + 4 + 16 + 4 + 1 + 1 = 61$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد، آن است که: $(a, b) | c$ نکته: می توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

طبق نکته فوق، شرط آنکه معادله سیاله $57x + 133y = 22n - 1$ دارای جواب باشد، آن است که داشته باشیم:

$$(57, 133) | 22n - 1, (57, 133) = (19 \times 3, 19 \times 7) = 19 \Rightarrow 19 | 22n - 1 \Rightarrow 22n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 22n \equiv 1 \Rightarrow (22 - 19)n \equiv 1 \Rightarrow 3n \equiv 1 - 19 \Rightarrow 3n \equiv -18 \xrightarrow{+3} n \equiv -6 \Rightarrow n = 19k - 6$$

چون کوچکترین عدد دورقمی n را باید بیابیم، داریم:

$$k = 1 \Rightarrow n = 19 - 6 = 13 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 3 = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\boxed{14}, \boxed{15}, \boxed{16}, \boxed{17}, \boxed{18}, \boxed{19}, \boxed{20}, \boxed{22}, \boxed{23}, \boxed{24}, \boxed{25}, \boxed{26}, \boxed{27}, \boxed{28}$$

بدترین حالت زمانی است که اعداد مشخص شده در فوق انتخاب شوند، که تعداد آن‌ها برابر ۱۰ عدد است. با انتخاب یک عدد دیگر، لاقبل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی خواهند بود، پس حداقل تعداد اعضا برابر $10 + 1 = 11$ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر است با:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

نکته: اگر G یک گراف با n رأس و u یک رأس آن باشد و $d_G(u)$ و $d_{\bar{G}}(u)$ به ترتیب درجه رأس u در گراف‌های G و \bar{G} باشند، داریم:

$$d_G(u) + d_{\bar{G}}(u) = n - 1$$

فرض می‌کنیم تعداد رئوس گراف G برابر P باشد، با توجه به اینکه رأس با درجه مینیمم در G ، رأس با درجه ماکزیمم در \bar{G} است و بالعکس، طبق نکته فوق، داریم:

$$\begin{cases} \Delta(G) + \delta(\bar{G}) = P - 1 \Rightarrow \delta(\bar{G}) = P - 1 - \Delta(G) \\ \delta(G) + \Delta(\bar{G}) = P - 1 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = P - 1 - \delta(G) \end{cases} \Rightarrow \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = P - 1 - \delta(G) - (P - 1 - \Delta(G)) = \Delta(G) - \delta(G)$$

حال طبق مفروضات سؤال داریم:

$$\Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 2 \Rightarrow \Delta(G) - \delta(G) = 2$$

$$\begin{cases} \Delta(G) - \delta(G) = 2 \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 2\Delta(G) - 2\delta(G) = 4 \\ \Delta(G) + 2\delta(G) = 17 \end{cases} \Rightarrow 3\Delta(G) = 21 \Rightarrow \Delta(G) = 7 \Rightarrow 7 - \delta(G) = 2 \Rightarrow \delta(G) = 5 \end{cases}$$

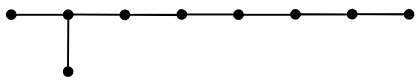


چون $\Delta(G) = 7$ است، اگر حداقل تعداد رئوس برابر $P = 8$ باشد، به دلیل $\Delta(G) = 7$ در گراف \bar{G} حتماً رأس منفرد خواهیم داشت و \bar{G} ناهمبند است، پس حداقل تعداد رئوس برابر $P = 9$ است و داریم:

$$\Delta(G) = 7 \Rightarrow \delta(\bar{G}) = P - 1 - \Delta(G) = 9 - 1 - 7 = 1$$

$$\delta(G) = 5 \Rightarrow \Delta(\bar{G}) = P - 1 - \delta(G) = 9 - 1 - 5 = 3$$

چون در گراف G می‌خواهیم بیشترین تعداد یال‌ها را داشته باشیم، پس در \bar{G} باید کمترین تعداد یال‌ها را داشته باشیم. گراف \bar{G} با $\delta(\bar{G}) = 1$ و $\Delta(\bar{G}) = 3$ و همبند زمانی دارای کمترین یال است که به صورت زیر باشد.



$$\Rightarrow q_{\min}(\bar{G}) = 8$$

بنابراین، بیشترین تعداد یال‌های گراف G برابر است با:

$$q_{\max}(G) + q_{\min}(\bar{G}) = \binom{P}{2} \Rightarrow q_{\max}(G) + 8 = \binom{9}{2} \Rightarrow q_{\max}(G) + 8 = \frac{9 \times 8}{2} = 36 \Rightarrow q_{\max}(G) = 36 - 8 = 28$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

بیشترین قدرت نفوذ مربوط به گاما و کمترین قدرت نفوذ مربوط به آلفا است.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

با رسیدن دو تپ در شکل «الف» تداخل ویرانگر و در شکل «ب» تداخل سازنده رخ می‌دهد و بعد از همپوشانی همواره دو موج در جهت حرکت اولیه خود به مسیر ادامه می‌دهند.

۴۳- پاسخ: گزینه ۴ **▲** مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

انرژی مکانیکی سامانه طبق رابطه $E = \frac{1}{2}kA^2$ (چون دامنه ثابت است و به جرم هم بستگی ندارد) ثابت می‌ماند.

۴۴- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

موارد «الف» و «ت» درست است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) در دماهای معمولی بیشتر تابش گسیل شده در ناحیه فروسرخ است.

(پ) همه اجسام در هر دمایی باشند از خود تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند.

۴۵- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ابتدا به کمک قانون کولن نسبت $\frac{k}{r^2}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{6/4 \times 10^{-2}}{r^2} = \frac{k \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{r^2} \Rightarrow \frac{k}{r^2} = \frac{6/4 \times 10^{-2}}{4 \times 5 \times 10^{-12}} \quad (1) \text{ رابطه}$$

حال از رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ داریم:

$$E = \frac{kq}{r^2} \xrightarrow{r_2 = 2r} E = \frac{6/4 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-6}}{4 \times 5 \times 10^{-12} \times 4} = \frac{0/4 \times 10^4}{C} \text{ N}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

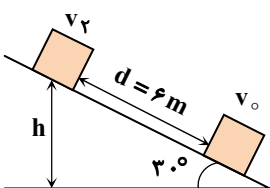
ابتدا h را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = 3 \text{ m}$$

حال از پایستگی انرژی مکانیکی در طول مسیر داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f$$

$$\Rightarrow m(10)(3) - \frac{1}{2}m(10)^2 = W_f \Rightarrow W_f = -20 \text{ mJ}$$



$$\frac{W_f}{K_1} \times 100 = \frac{-20 \text{ m}}{50 \text{ m}} \times 100 = -40\%$$

سؤال از ما درصد انرژی تلف شده به تغییرات انرژی جنبشی اولیه را خواسته:



۴۷- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

فقط مورد «الف» نادرست است. جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته اندکی کمتر است. بقیه موارد عیناً جملات کتاب درسی است.

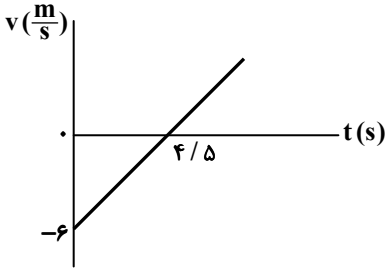
۴۸- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

با مقایسه معادله صورت سؤال با معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x &= \frac{2}{3}t^2 - 6t + 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -6 \frac{m}{s}, x_0 = 15 m \end{cases}$$

معادله سرعت- زمان را نوشته و نمودار آن را رسم می‌کنیم:



$$v = at + v_0 = \frac{4}{3}t - 6$$

$$\frac{4}{3}t - 6 = 0 \Rightarrow t = 4/5 s$$

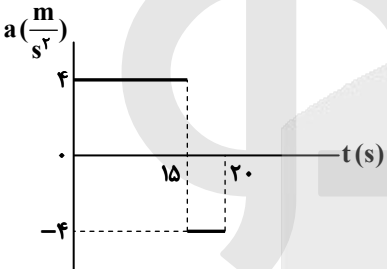
همان‌طور که از نمودار مشخص است از لحظه $t = 4/5 s$ به بعد متحرک در جهت محور x حرکت کرده و در حال دور شدن از مبدأ است. پس در لحظه $t = 4/5 s$ متحرک کمترین

$$\text{فاصله را از مبدأ دارد. پس: } x = \frac{2}{3} \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 6\left(\frac{4}{5}\right) + 15 = 1/5 m$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نمودار شتاب- زمان را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب- زمان برابر تغییرات سرعت است پس:

$$\Delta v = S = (15 \times 4) - (5 \times 4) = 60 - 20 = 40 \frac{m}{s}$$

حال شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40}{20} = 2 \frac{m}{s^2}$$

مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

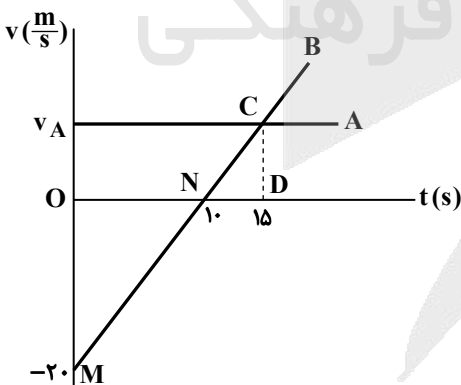
۵۰- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک مثلث NOM شتاب حرکت متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$a_B = \frac{0 - (-20)}{10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

چون متحرک B با شتاب ثابت حرکت می‌کند پس در تمام مدت حرکت شتاب

$$2 \frac{m}{s^2} \text{ دارد.}$$



$$\text{در لحظه } t = 5 s \text{ دو متحرک در یک مکان قرار دارند، پس:}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow v_A t + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

$$\Rightarrow |x_{0A} - x_{0B}| = \left| \frac{1}{2}(2)(5)^2 + (-20 \times 5) - (10 \times 5) \right| = |25 - 100 - 50| = 125 m$$

پس در لحظه $t = 0 s$ فاصله دو متحرک از هم ۱۲۵ متر بوده است.



مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

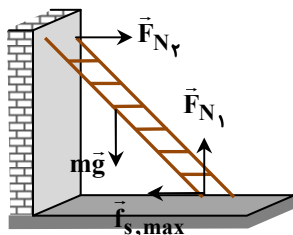
ابتدا زمان کل حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 12.5 = \Delta t^2 \Rightarrow t = 5s$$

پس سؤال سرعت متوسط را در بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 5s$ می‌خواهد.

$$v_1 = 1.0 \times 3 + 0 = 3.0 \frac{m}{s}, \quad v_2 = 1.0 \times 5 = 5.0 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{3.0 + 5.0}{2} = 4.0 \frac{m}{s}$$



مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

در راستای قائم و افقی حرکت نداریم. پس:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N1} = mg = 48 \cdot N$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_{N1}$$

$$R = \sqrt{F_{N1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{F_{N1}^2 + (F_{N1} \cdot \mu_s)^2}$$

$$\Rightarrow 120 \cdot \sqrt{17} = F_{N1} \sqrt{1 + \mu_s^2} = 48 \cdot \sqrt{1 + \mu_s^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(120)^2 \times 17}{(48)^2} = 1 + \mu_s^2 \Rightarrow \frac{120 \times 120 \times 17}{48 \times 48} - 1 = \mu_s^2 \Rightarrow \mu_s^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{4} = 0.25$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

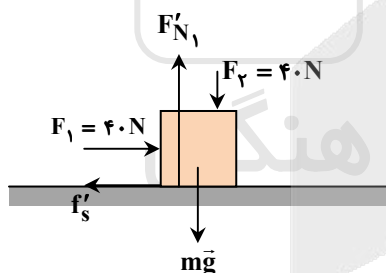
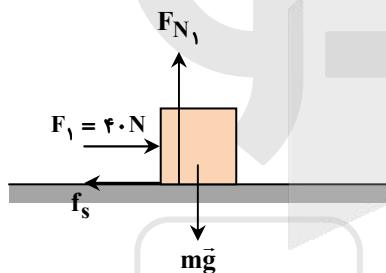
۵۳- پاسخ: گزینه ۲

در هر دو حالت جعبه ساکن است، یعنی:

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_1 = f_s \Rightarrow f_s = 4 \cdot N$$

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_{N1} = mg = 8 \cdot N$$

$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + F_{N1}^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5} \cdot N$$



$$F'_{net,x} = 0 \Rightarrow F_1 = f'_s = 4 \cdot N$$

$$F'_{net,y} = 0 \Rightarrow F'_{N1} = F_2 + mg = 4 + 8 = 12 \cdot N$$

$$R_2 = \sqrt{f'_s{}^2 + F'_{N1}{}^2} = \sqrt{(4)^2 + (12)^2} = 4\sqrt{10} \cdot N$$

بنابراین نیروی اصطکاک در هر دو حالت برابر $40 \cdot N$ است و نسبت R_2 به R_1 برابر است با:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{4 \cdot \sqrt{10}}{4 \cdot \sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

به کمک نمودار، شیب خط که برابر با $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ است را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-18}{5} = -3.6 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

می‌دانیم $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ است، پس:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = ma \Rightarrow |-3.6| = 0.45a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$



مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

$$T = \frac{\gamma \pi r}{v} \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{GM}{r}}} \frac{v}{r} \propto \frac{1}{v^2} \Rightarrow T \propto \frac{1}{v^3} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا مکان نوسانگر را در $t = 0.07\pi$ s به دست می آوریم:

$$x = 0.04 \cos \left(\frac{v}{100} \pi \right) = 0$$

در $x = 0$ نوسانگر در نقطه تعادل قرار دارد و دارای سرعت ماکزیمم است، پس:

$$v_{\max} = A\omega = 0.04 \times 50 = 2 \frac{m}{s}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا سرعت نوسانگر را حساب می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \sqrt{\frac{10 \times 0.5}{0.2}} = 5 \frac{m}{s}$$

حال طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5}{20} = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 600 = \frac{n \times 180}{2 \times 0.6} \Rightarrow n = 4 \text{ هماهنگ چهارم است.}$$

$$\lambda = \frac{\text{صوت}}{f} = \frac{336}{600} = 0.56 \text{ m} = 56 \text{ cm}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۹- پاسخ: گزینه ۴

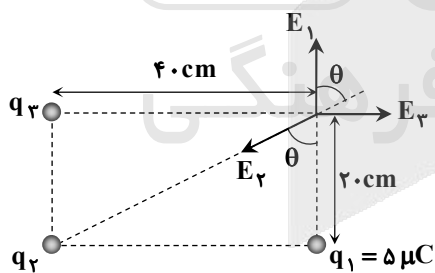
$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow 5/175 = \frac{4/14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = 2/4 \times 10^{-7} \text{ m} = 240 \text{ nm}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{3} \text{ nm}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

چون میدان E_3 در راستای قطر مستطیل است، پس حتماً E_3 باید به سمت راست باشد چون E_1 به سمت بالا است.



$$\tan \theta = \frac{40}{20} = 2 \Rightarrow \tan \theta = \frac{E_3}{E_1} \Rightarrow E_3 = 2E_1$$

حال روابط E_1 و E_3 را می نویسیم:

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{k \times 5}{2^2}, \quad E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{kq_3}{4^2}$$

$$\Rightarrow \frac{kq_3}{4^2} = 2 \left(\frac{k \times 5}{2^2} \right) \Rightarrow q_3 = 4 \mu\text{C}$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول داریم:

$$F = \frac{kq_1(6q_1)}{r^2} = \frac{6kq_1^2}{r^2}$$

در حالت دوم که بارها با هم تماس پیدا می کنند:

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 - 3q_1 = -2q_1 \\ q'_2 = -6q_1 - (-3q_1) = -3q_1 \end{cases} \Rightarrow \text{چون هر دو بار منفی می شود، نیروی بین آنها دافعه است.}$$

$$F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r^2} = \frac{k(2q_1)(3q_1)}{r^2} = \frac{6kq_1^2}{r^2}$$

پس F و F' برابر هستند و نسبت آنها برابر ۱ است.



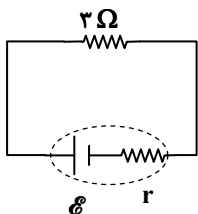
۶۲- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

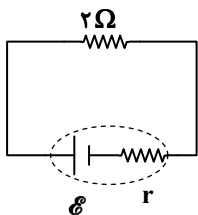
با بستن کلید مقاومت 6Ω به مدار اضافه می‌شود. در حالت کلید باز و کلید بسته داریم:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{3+r} \text{ (کلید باز)}, I_2 = \frac{\mathcal{E}}{2+r} \text{ (کلید بسته)}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری در هر دو حالت با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل برابر است، پس:



$$\Rightarrow V_1 = I_1 R_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{3+r} (3) = \frac{3\mathcal{E}}{r+3}$$



$$\Rightarrow V_2 = I_2 R_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{2+r} (2) = \frac{2\mathcal{E}}{r+2}$$

طبق صورت سؤال با بستن کلید، اختلاف پتانسیل باتری ۲۰٪ کاهش می‌یابد. پس:

$$V_2 = 0.8 V_1 \Rightarrow \frac{2\mathcal{E}}{r+2} = 0.8 \frac{3\mathcal{E}}{r+3} \Rightarrow 2/4(r+2) = 2(r+3) \Rightarrow r = 3\Omega$$

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

طبق صورت سؤال $P_{3\Omega} = P_{12\Omega}$ ، پس:

$$\left. \begin{aligned} P_{3\Omega} &= RI^2 = 3I^2 \\ P_{12\Omega} &= R'I'^2 = 12I'^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12I'^2 = 3I^2 \Rightarrow I = 2I' \Rightarrow I_2 = \frac{I}{2}$$

جریان از مقاومت 12Ω برابر $\frac{I}{2}$ است پس در شاخه R هم جریان برابر $\frac{I}{2}$ است، پس $R = 12\Omega$ می‌شود. حال مقاومت معادل را به دست

می‌آوریم و به کمک رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ جریان را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = 6 + \frac{12 \times 12}{12 + 12} + 3 = 6 + 6 + 3 = 15\Omega$$

$$I = \frac{12}{15+3} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} A$$

در نهایت برای محاسبه اختلاف پتانسیل باتری داریم:

$$V = \mathcal{E} - Ir = 12 - \left(\frac{2}{3} \times 3\right) = 10V$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

طبق متن کتاب درسی گزینه ۴ درست است.

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

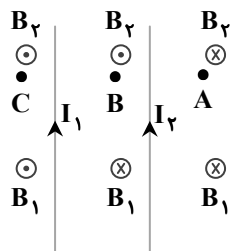
۶۵- پاسخ: گزینه ۱

طبق قاعده دست راست در سیم مستقیم حامل جریان، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم‌ها را

مشخص می‌کنیم:

همان‌طور که در شکل می‌بینید چون نقطه B به سیم ۲ نزدیک‌تر است، پس میدان مغناطیسی سیم ۲

قوی‌تر است پس:



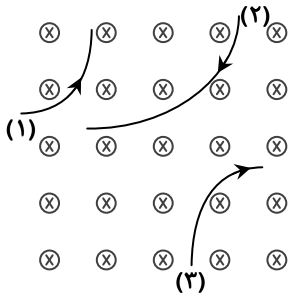
- A $\rightarrow \otimes$
- B $\rightarrow \odot$
- C $\rightarrow \odot$



۶۶- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

به کمک قانون دست راست، جهت حرکت هر ذره را بررسی می‌کنیم، اگر جهت حرکت مطابق قانون دست راست باشد، ذره مثبت و اگر جهت برعکس بود ذره منفی است. همان‌طور که از شکل مشخص است ذره (۱) مثبت و ذره‌های (۲) و (۳) منفی هستند (درستی «ت» و رد عبارتهای «الف» و «پ»)
اما درستی عبارت «ب»: با توجه به اینکه مسیر حرکت ذره (۲) بیشتر منحرف شده است، یعنی جرم بیشتری دارد.



۶۷- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

طبق متن صفحه ۱۲۱ کتاب درسی گزینه ۴ صحیح است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

طبق قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -NA \cos\theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow 1/2 = -500 \times A \times 1 \times (-0/6) \Rightarrow A = \frac{1/2}{500 \times 0/6} = \frac{2}{500} m^2 = 4 \cdot cm^2$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} r_A &= 0.75 r_B \\ m_A &= \frac{1}{2} m_B \\ \rho &= \frac{m}{V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A}{2m_A} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{22}{27} \Rightarrow \rho_A = \frac{22}{27} \rho_B$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{\frac{22}{27} \rho_B - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{5}{27} \times 100 = 18.5\%$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

با توجه به نمودار $P_0 = 1.0^5 P_a$ می‌باشد.

فشار در عمق ۱۶۰ سانتی‌متری را داریم، پس:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow 1/2 \times 1.0^5 = 1.0^5 + \rho(10)(1/6) \Rightarrow \rho = 125 \cdot \frac{kg}{m^3} = 1/25 \cdot \frac{g}{cm^3}$$

فشار پیمانه‌ای $P = P_0$ است که برابر ρgh است:

$$P - P_0 = P_g = 125 \cdot 10 \cdot 1 = 1250 Pa$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

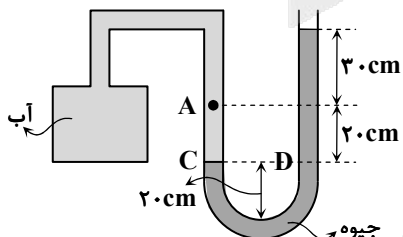
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

دو نقطه هم‌تراز D و C را در نظر می‌گیریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + (\rho gh)_{\text{آب}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}} + P_0$$

$$\Rightarrow P_A + 10^3 \times 10 \times 0/2 = 13600 \times 10 \times 0/5 + P_0$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = 13600 \times 5 - 2 \times 10^3 = 66 \times 10^3 Pa = 66 kPa$$



۷۲- پاسخ: گزینه ۴

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

تک تک موارد را بررسی می‌کنیم:

الف) درست: انرژی پتانسیل گرانشی به مسیر حرکت بستگی ندارد.

ب و پ) همان‌طور که مشخص است ارتفاع B کاهش یافته و ارتفاع A افزایش یافته؛ پس طبق رابطه $W = -mg\Delta h$ کار نیروی وزن B مثبت و کار نیروی وزن A منفی است. («ب» نادرست و «پ» درست)

ت) نادرست؛ کار نیروی وزن A و B وابسته به تغییر ارتفاع آن‌هاست و چون هر دو یک طبقه جابه‌جا شده‌اند پس $|W_A| = |W_B|$



۷۳- پاسخ: گزینه ۱

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

وقتی بنزین از ظرف سرریز می‌شود که افزایش حجم بیشتر از فضای خالی باشد، پس:

$$V_{\text{قسمت خالی}} = Ah = A(\cdot/25), \Delta V > V_{\text{قسمت خالی}}$$

$$\Delta V = V_f \beta \Delta T \Rightarrow A(\cdot/25) = \Delta(A)(10^{-3}) \Delta T \Rightarrow \Delta T = 50 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow 50 = T_f - 263 \Rightarrow T_f = 313 \text{ K}$$

$$T_f = \theta_f + 273 \Rightarrow \theta_f = 40^\circ \text{C}$$

$$F = \frac{1}{5} \theta + 32 = \frac{1}{5} (40) + 32 = 104^\circ \text{F}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f} \Rightarrow \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{1}{4} P_i (\Delta V_i)}{T_f} \Rightarrow T_f = \frac{5}{4} T_i \Rightarrow T_f > T_i$$

چون $\Delta T > 0$ است، پس $\Delta U > 0$ است:

$$\Delta U = Q + W > 0$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در فرایند هم‌دما $\Delta U = 0$ است، پس $Q = -W$ است. (گزینه ۱ نادرست است.)

در فرایند انبساط بی‌دررو $Q = 0$ است، پس $\Delta U = W$ است. (گزینه ۲ درست است.)

در چرخه کامل $\Delta U = 0$ است، پس $Q = -W$ است. (گزینه ۳ نادرست است.)

در فرایند هم‌فشار $\Delta U = Q + W$ است. (گزینه ۴ نادرست است.)

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عنصر مد نظر ${}_{31}\text{Ga}$ است: $[\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^1$

(۱) نادرست: آرایش الکترونی $3d^{10} \rightarrow \text{Ga}^{3+}$ هم مشابه Zn^{2+} و هم Cu^+ است.

(۲) درست: در گروه ۱۳ شماره الکترون‌های عنصر قبلی و بعدی: ۱۳ و ۴۹ بوده که شماره الکترون‌های اتم A میانگین شماره الکترون‌های آنها است.

(۳) نادرست: اگر عنصر X از عناصر واسطه باشد $([\text{Ar}]3d^14s^2)$ با عنصر A $([\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^1)$ تعداد الکترون ظرفیتی برابر دارد ولی به یقین هم‌گروه نیستند.

(۴) نادرست: گالیم اشتراک نمی‌گذارد و فلز است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱) و شیمی ۲ (فصل ۱)

نکته: مستلزم تسلط نسبی بر جدول و عدد اتمی است.

(۱) نادرست: کلسیم

$${}_{20}\text{Ca}: [\text{Ar}]4s^2: 2 \times (4+0) = 8 \quad *$$

(۲) نادرست: Si و Ge هر دو شبه‌فلزهای گروه ۱۴ جدول تناوبی هستند که رسانایی الکتریکی کمی دارند.

$${}_{14}\text{Si}: [\text{Ne}]3s^23p^2: 2(3+0) + 2(3+1) = 14 \quad *$$

$${}_{32}\text{Ge}: [\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^2: 2(4+0) + 2(4+1) = 18 \quad *$$

(۳) درست: هالوژنی که تنها در دمای بالاتر از 200°C (473K) واکنش می‌دهد برم است:

$${}_{35}\text{Br}: [\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^5: 2(4+0) + 5(4+1) = 33 \quad \checkmark$$

(۴) نادرست: در دوره چهارم دو عنصر Cr و Cu از قاعده آفا پیروی نمی‌کنند:

$${}_{24}\text{Cr}: [\text{Ar}]3d^54s^1: 5(3+2) + 1(4+0) = 29 \quad *$$

$${}_{29}\text{Cu}: [\text{Ar}]3d^{10}4s^1: 10(3+2) + 1(4+0) = 54 \quad *$$



۷۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱) و شیمی ۲ (فصل ۲)

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--|--|
| ۲۰ | ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ | ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ | ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ | ۳۱ | ۳۲ |
| Ca | Sc | Ti | V | Cr | Mn | Fe | Co | Ni | Cu | Zn | Ga | Ge |
| 4s ² | 3d ¹ 4s ² | 3d ² 4s ² | 3d ³ 4s ² | 3d ⁵ 4s ¹ | 3d ⁵ 4s ² | 3d ⁶ 4s ² | 3d ⁷ 4s ² | 3d ⁸ 4s ² | 3d ¹⁰ 4s ¹ | 3d ¹⁰ 4s ² | 3d ¹⁰ 4s ² 4p ¹ | 3d ¹⁰ 4s ² 4p ² |
| ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | * | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | * | ✓ | * | ✓ |

الف) نادرست؛ ۱۰ عنصر در بیرونی ترین زیر لایه خود، دو الکترون دارند.

ب) درست؛ با افزایش عدد اتمی در دوره، خصلت نافلزای افزایش و خصلت فلزی کاهش می یابد. با افزایش عدد اتمی در گروه، خصلت نافلزای کاهش و خصلت فلزی افزایش می یابد.

پ) نادرست؛ عنصرهای هر گروه می توانند حالت فیزیکی متفاوت داشته باشند اما لزوماً خواص شیمیایی کاملاً یکسان ندارند.

ت) درست؛ Si (سیلیسیم) در دوره سوم فقط الکترون به اشتراک می گذارد

۷۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

برای توصیف یک نمونه گاز باید مقدار، دما و فشار آن گاز مشخص شده باشد. تنها در گزینه ۱ همه این مقادیر آمده است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۱ و ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

الف) «ب» و «ت» با هم ساختار یکسان دارند.

اولین عضو خانواده آلکنها: C₂H₄ اتن است.

ب) ۴- اتیل، ۳ و ۵ دی متیل هپتان: C₁₁H₂₄

الف) ۴- اتیل، ۳ و ۵ دی متیل هپتان: C₁₁H₂₄

ت) ۵- اتیل، ۲ و ۴ دی متیل هپتان: C₁₁H₂₄

پ) ۴- اتیل، ۲- متیل هگزان: C₉H₂₀

۸۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

الف) درست؛ O₃ (-۱۸۳) و Ar (-۱۸۶) نقطه جوش بالاتر از ۱۹۲°C دارند و در این دما به حالت مایع هستند ولی N₂ (-۱۹۶) به حالت گاز قرار دارد.

ب) نادرست؛ هلیوم از گاز طبیعی آسان تر جدا می شود و در کشور ما تولید نمی شود اما آرگون در پتروشیمی شیراز با خلوص بسیار زیاد از طریق تقطیر جزء به جزء هوای مایع تهیه می شود.

پ) درست؛ درصد هلیوم در هوا ۰/۰۰۵٪ درصد است در حالی که حدود ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می دهد.

ت) نادرست؛ نقطه جوش هلیوم ۲۶۹°C- است و در دمای ۲۰۰°C- به حالت گاز است.

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)



راه حل اول:

$$? g Fe : 200 g \text{ محلول } \times \frac{4/98 H_2SO_4}{100 g \text{ محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{98 g H_2SO_4} \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{2 \text{ mol } H_2SO_4} \times \frac{56 g Fe}{1 \text{ mol } Fe} = 2/8 g Fe$$

راه حل دوم:

$$\frac{200 \times 4/98 \times 10^{-2}}{2 \times 98} = \frac{m_{Fe}}{56 \times 1} \Rightarrow m_{Fe} = 2/8 g$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

الف) نادرست؛ میله شیشه ای بار منفی پیدا می کند، پس مولکول آب از سر مثبت جذب می شود.

ب) نادرست؛ HCl قطبی است و نقطه جوش آن از F₂ بالاتر است، پس آسان تر مایع می شود.

پ) درست؛ زیرا CO₂ بر اثر انحلال با آب واکنش می دهد.

ت) درست؛ گشتاور دو قطبی آب ۱/۸۵ D و هیدروژن سولفید ۰/۹۷ D است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$8/64 g SO_4^{2-} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{96 g SO_4^{2-}} \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2(SO_4)_3}{3 \text{ mol } SO_4^{2-}} = 0/03 \text{ mol } Fe_2(SO_4)_3 \Rightarrow FeBr_3 = 2 \times 0/03 = 0/06 \text{ mol } FeBr_3$$

$$\left. \begin{aligned} 0/03 \text{ mol } Fe_2(SO_4)_3 \times \frac{2 \text{ mol } Fe^{3+}}{1 \text{ mol } Fe_2(SO_4)_3} \times \frac{56 g Fe^{3+}}{1 \text{ mol } Fe^{3+}} &= 3/36 g Fe^{3+} \\ 0/06 \text{ mol } FeBr_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe^{3+}}{1 \text{ mol } FeBr_3} \times \frac{56 g Fe^{3+}}{1 \text{ mol } Fe^{3+}} &= 3/36 g Fe^{3+} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6/72 g Fe^{3+}$$

$$ppm = \frac{\text{جرم ماده حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{6/72}{400} \times 10^6 = 16800$$



۸۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

اگر محلول سیرنشده‌ای از $K_2Cr_2O_7$ داشته باشیم، به این معناست که در دمای $m^\circ C$ ، زیر منحنی انحلال پذیری این ماده قرار داریم.
 (۱) نادرست؛ مثلاً در دمای $25^\circ C$ ، اگر نقطه مربوط به $K_2Cr_2O_7$ را $10g$ در نظر بگیریم (سیرنشده) می‌توان برای $CaCl_2$ نقطه $90g$ را در نظر گرفت (سیرشده).

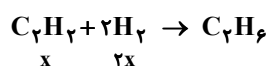
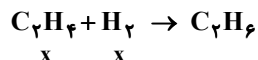
(۲) نادرست؛ در هر دمایی در محدوده $0^\circ C$ تا $35^\circ C$ می‌توان محلولی از $NaNO_3$ در نظر گرفت.

(۳) نادرست؛ عبارت برای محدوده دمای $m > 73^\circ C$ درست است.

(۴) درست؛ از آنجا که منحنی سرب (II) نیترات بالاتر از پتاسیم دی کرومات قرار دارد، هر محلول سیرنشده از $K_2Cr_2O_7$ پایین‌تر از منحنی $Pb(NO_3)_2$ قرار می‌گیرد.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)



$$3x \text{ mol } H_2 \times \frac{2g H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 0.6g H_2 \Rightarrow x = 0.1 \text{ mol } C_2H_4 \times \frac{28g C_2H_4}{1 \text{ mol } C_2H_4} = 2.8g C_2H_4$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عنصر A یا در گروه ۱۵ (As یا Sb) یا آرسنیک و آنتیموان است و یا در گروه ۱۶ (Te یا PO) تلوریم و پلونیوم است.

(الف) درست؛ مثلاً As

(ب) نادرست؛ اگر با S هم‌گروه باشد، عدد اتمی آن ۵۲ است.

(پ) نادرست؛ نخستین نافلز جامد جدول کربن است و با هیچ کدام هم‌گروه نیست.

(ت) درست؛ هالوژن جامد جدول I است، دومین فلز گروه ۱۴، Pb است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله را موازنه می‌کنیم:



راه حل اول:

$$\frac{m \text{ خالص}}{2 \times 136} = \frac{13/44}{22/4 \times 2} \Rightarrow m = 54/4g$$

راه حل دوم:

$$?g CaSO_4 \text{ خالص} = \frac{13/44 LG}{22/4 LG} \times \frac{2 \text{ mol } CaSO_4}{2 \text{ mol } G} \times \frac{136g CaSO_4}{1 \text{ mol } CaSO_4} = 54/4g CaSO_4 \text{ خالص}$$

$$P = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \frac{54/4}{68} \times 100 = 79.4\%$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

فرایند میعان، گرماده است در حالی که فرایندهای فرازش، ذوب و تبخیر گرماگیر هستند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{435}{\Delta H_{H-H}} + \Delta H_{Cl-Cl} - (2\Delta H_{H-Cl}) = -186 kJ$$

$$\frac{435}{\Delta H_{H-H}} + \Delta H_{F-F} - (2\Delta H_{H-F}) = -544 kJ$$

$$\frac{a : \Delta H_{Cl-Cl}}{b : \Delta H_{F-F}} = 1/5 \Rightarrow a = \frac{3}{5} b$$

$$\frac{\Delta H_{H-Cl}}{c} + \frac{\Delta H_{H-F}}{d} = 1000 kJ \Rightarrow d = 1000 - c$$

$$\left. \begin{aligned} 435 + a - 2c &= -186 \Rightarrow \frac{3}{5}b - 2c = -621 \\ 435 + b - 2d &= -544 \Rightarrow b - 2(1000 - c) = -979 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 160$$



۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

(۱) از آنجا که سرعت متوسط تغییر مولهای ماده A، ۳ برابر سرعت متوسط تغییر مولهای ماده D است، ضریب نیز به همین نسبت است.

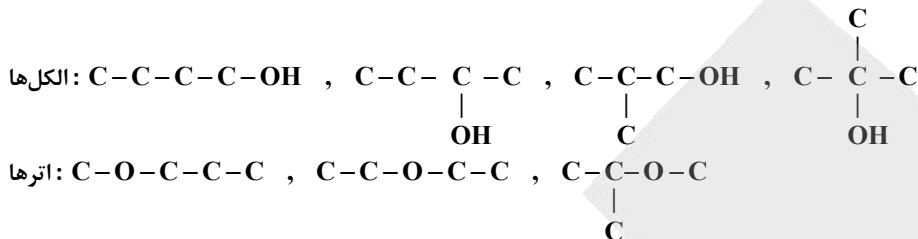
(۲) نادرست؛ کاتالیزگر به یک نسبت سرعت را افزایش می‌دهد.

(۳) نادرست؛ به شرطی این عبارت درست است که ضریب D، ۱ و ضریب A، ۳ باشد.

(۴) نادرست؛ از سرعت متوسط تغییرات مول نمی‌توان نتیجه گرفت که هر دو واکنش‌دهنده یا فرآورده هستند.

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)



۹۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲) و شیمی ۳ (فصل ۲)



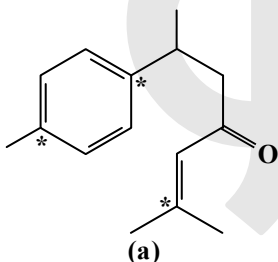
الف) درست

$$\frac{a \text{ مجموع جرم اتمهای کربن مولکول}}{a} = \frac{15 \times 12}{15} = 5$$

$$\frac{b \text{ مجموع جرم سایر اتمهای مولکول}}{b} = \frac{20 + 16}{6} = 5$$

(ب) درست؛ در مولکول a، ۴ گروه CH_3 وجود دارد و در مولکول b هم ۴ گروه OH وجود دارد.

(پ) نادرست؛ در مولکول a، ۳ اتم کربن عدد اکسایش صفر دارند (*دارها) در حالی که در مولکول b، کربن با عدد اکسایش صفر وجود ندارد.



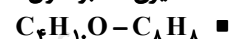
ت) نادرست

$$C_9H_{12}O_5 = \text{اختلاف دو فرمول} \Rightarrow \text{اختلاف شمار الکترونهای ظرفیت} = (36 + 12) - (30) = 18$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

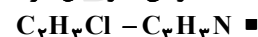
۹۴- پاسخ: گزینه ۱

استیرین بوتانول



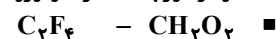
۱۵ ۱۶

سیانواتن وینیل کلرید



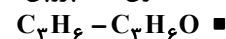
۶ ۷

جوهر مورچه تترافلوئورواتن



۶ ۵

استون پروپن



۹ ۱۰

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

(۱) نادرست؛ واکنش لوله‌بازکن گرماده است.

(۲) نادرست؛ هرچه خاصیت آب‌گریزی پارچه بیشتر باشد، ناقطبی‌تر است و چسبندگی لکه چربی به آن بیشتر است. در نتیجه پاک کردن آن به وسیله صابون دشوارتر است.

(۳) نادرست؛ سر آب‌گریز صابون هم جزو بخش آنیونی صابون است.

(۴) درست؛ صابون از حذف یک H از اسید چرب و اضافه شدن Na^+ یا K^+ یا NH_4^+ پدید می‌آید، در نتیجه جرم مولی آن افزایش می‌یابد.



۹۶- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)
 (۱) نادرست؛ TiO_2 و Fe_2O_3 به عنوان رنگدانه استفاده می‌شوند.

(۲) درست

(۳) درست

(۴) درست

۹۷- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$1) \text{DOH} : M_{\text{DOH}} \times \frac{0.12}{100} = [\text{OH}^-]$$

$$2) \text{AOH} : M_{\text{AOH}} \times \frac{0.2}{100} = [\text{OH}^-]$$

$$\text{pH}_{\text{DOH}} + 1 = \text{pH}_{\text{AOH}} \Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]_{\text{AOH}}}{[\text{OH}^-]_{\text{DOH}}} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{M_{\text{AOH}} \times 0.2}{M_{\text{DOH}} \times 0.12} = 10 \Rightarrow \frac{M_{\text{AOH}}}{M_{\text{DOH}}} = 6$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا پتانسیل‌های کاهش را مرتب می‌کنیم:

$$E^\circ(\text{Ag}^+ / \text{Ag}) = +0.8 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Zn}^{2+} / \text{Zn}) = -0.76 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{V}^{2+} / \text{V}) = -1.2 \text{ V}$$

(۱) نادرست: اگر X الکتروود Ag باشد، Ag نقش کاتد دارد و معادله کلی سلول به صورت زیر است:



$$0.2 \text{ mole}^- \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mole}^-} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 6.5 \text{ g}$$

کاهش جرم تیغه روی ۶.۵ g

(۲) نادرست: اگر X الکتروود V باشد، وانادیم نقش آند دارد و جهت حرکت الکترون‌ها از راست به چپ (از آند به کاتد) است در حالی که جهت حرکت آنیون‌های محلول مقابل (محلول روی) به سمت آند (چپ به راست) است و آنیون‌های محلول وانادیم جابه‌جا نمی‌شوند (کاتیون‌های محلول وانادیم جذب کاتد می‌شوند).

(۳) نادرست: اگر X الکتروود Ag باشد، نقره کاتد است و کاتیون‌های روی را جذب می‌کند در حالی که کاتیون‌های محلول کاتد جابه‌جا نمی‌شوند.

(۴) درست: اگر X الکتروود V باشد، آند است. معادله کلی سلول به صورت $\text{V} + \text{Zn}^{2+} \rightarrow \text{V}^{2+} + \text{Zn}$ است. Zn^{2+} کاهش یافته، پس اکسند است و E° سلول برابر است با:

$$E^\circ \text{ سلول} = \text{emf} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = -0.76 - (-1.2) = +0.44 \text{ V}$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

(۱) نادرست: کاتد، الکتروود نقره است نه محلول نقره.

(۲) درست

(۳) درست

(۴) درست: تولید قوطی‌های آلومینیومی از قوطی‌های کهنه فقط به ۷ درصد از انرژی لازم برای تهیه همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا پتانسیل‌های کاهش را مرتب می‌کنیم:

$$E^\circ(\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}) = -0.4 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{V}^{3+} / \text{V}^{2+}) = -0.26 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Mn}^{2+} / \text{Mn}) = -1.18 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{V}^{2+} / \text{V}) = -1.2 \text{ V}$$

واکنشی در جهت طبیعی انجام نمی‌شود که از اتصال دو واکنش‌دهنده خط با شیب مثبت شکل گیرد؛ در این صورت emf سلول منفی می‌شود.



$$\text{HCl : mol اسید} = 0.25 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.05 \text{ mol اسید}$$

$$\text{KOH : mol (باز)} = 0.1 \text{ L} \times \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.01 \text{ mol KOH}$$

$$\text{NaOH : mol (ز)} = \frac{f \text{g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}}}{1 \text{ L}} \times 0.15 \text{ L} = 0.015 \text{ mol NaOH}$$

$$\text{H}^+ \text{ مول} = (\text{مول اسید}) - (\text{مول بازها}) = 0.05 - (0.01 + 0.015) = 0.025 \text{ mol}$$

$$\text{pH} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times V \text{ نهایی (L)} = 0.025 \text{ mol} \Rightarrow V \text{ نهایی} = 1.25 \text{ L}$$

$$\text{حجم آب} = \text{حجم نهایی} - (\text{مجموع حجم اسید و بازها}) = 1.25 \text{ mL} - \left(\underbrace{250 \text{ mL}}_{\text{اسید}} + \underbrace{100 \text{ mL}}_{\text{KOH}} + \underbrace{150 \text{ mL}}_{\text{NaOH}} \right) = 750 \text{ mL}$$

(آ) می تواند SO_۲ باشد.

(ب) می تواند CO_۲ باشد.

(الف) درست؛ برای مثال اگر مولکول های (آ) و (ب)، SO_۲ و CO_۲ باشند، اتم مرکزی δ+ است.

(ب) نادرست؛ Li_۲O یونی است.

(پ) نادرست؛ اگر CO_۲ را به SCO تبدیل کنیم اتم مرکزی باز هم δ+ خواهد شد.

(ت) درست؛ اگر به ساختار SO_۲ به SO_۳ تبدیل شود، مولکول ناطیبی خواهد شد.

$$\text{درصد کاهش CO} = \frac{5/99 - 0/61}{5/99} \times 100 = 89/8 \%$$

$$\text{کاهش مولی CO} : \frac{5/99 - 0/61}{28} = 0/19$$

$$\text{کاهش مولی C}_8\text{H}_{18} : \frac{1/67 - 0/07}{114} = 0/014$$

(۱) درست

(۲) درست؛ حلال چسب (اتیل استات) از واکنش اتانول با اتانویک اسید تولید می شود.

(۳) نادرست؛ اتن یکی از مهم ترین خوراک در صنایع پتروشیمی است نه پلی اتن

(۴) درست

(۱) نادرست؛ افزایش دما در واکنش (I) که گرماگیر است باعث پیشرفت واکنش در جهت رفت و افزایش غلظت فراوده ها می شود.

(۲) درست؛ کاهش حجم ظرف غلظت همه گازها را (مستقل از جهت پیشرفت واکنش) افزایش می دهد. کاهش دما در واکنش (II) که گرماده است باعث پیشرفت واکنش در جهت رفت می شود.

(۳) نادرست؛ تغییر غلظت سبب تغییر K نمی شود. (K برای یک واکنش تعادلی در دمای معین، مقداری ثابت است).

(۴) نادرست؛ تغییر فشار (تغییر حجم) در واکنش (I) سبب جابه جایی تعادل نمی شود؛ زیرا شمار مول گازی در طرفین واکنش برابر است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

