

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



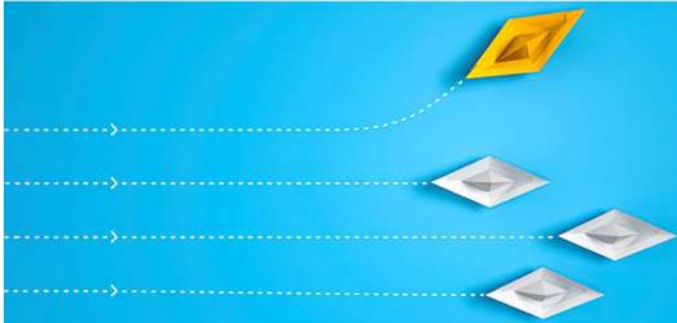
جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

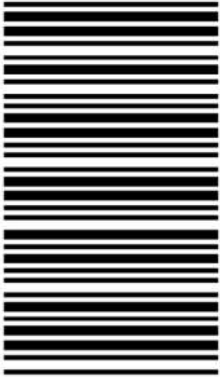




کد کنترل

121

A



121A

صبح پنجشنبه ۱۴۰۳/۰۲/۰۶

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچه شماره ۱

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاهها و مؤسسات آموزش عالی
نوبت اول - اردیبهشت سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز است و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.



۱- مقادیر a ، $1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

- (۱) $2/75$ (۲) $4/25$ (۳) $12/25$ (۴) $14/75$

۲- اگر گزاره P درست، گزاره q نادرست و r گزاره دلخواه باشد، گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

- (۱) r (۲) T (۳) $\sim r$ (۴) $\sim T$

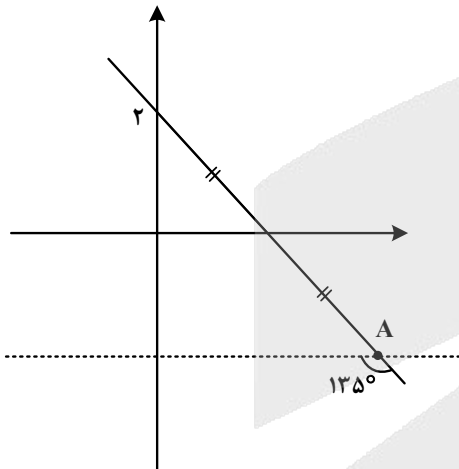
۳- نقاط $(-4, -1/5)$ و $(3, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

- (۱) $3/2$ (۲) $3/4$ (۳) $5/2$ (۴) $5/4$

۴- اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2}\right]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$
(۲) $3\sqrt{6}$
(۳) $4\sqrt{3}$
(۴) $5\sqrt{2}$

۶- اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(af(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟

- (۱) $1/3$ (۲) $-1/3$ (۳) $1/5$ (۴) $-1/5$

۷- برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ عددی صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

محل انجام محاسبات



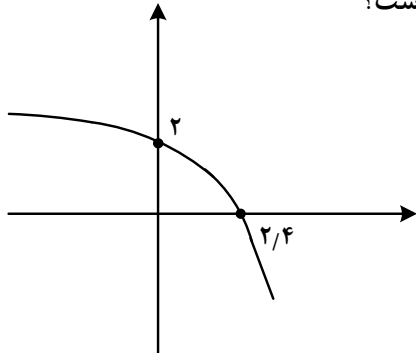
۸- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۵

۹- اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

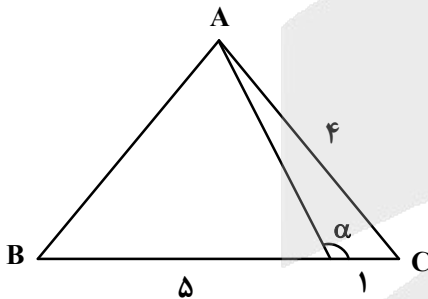
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- نمودار تابع $y = c + \log_5(ax + b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{2}{5}$
(۲) $-\frac{3}{5}$
(۳) $-\frac{1}{10}$
(۴) $-\frac{3}{10}$

۱۱- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

۱۲- حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۳- حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\cos^2 \alpha$ (۴) $\sin^2 \alpha$

۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\pi$ (۳) -3π (۴) -4π

۱۵- مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۶- اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f - g$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-3, 0)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(1, 0)$

۱۷- تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2 - 1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin(\frac{\pi}{a}) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۹- به‌ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه $(1, +\infty)$ نزولی است؟ ($m \neq 2$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- به‌ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx+c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر است. مقدار ac کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۲۱- خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{8}{5}$

۲۲- یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۷۸ (۳) ۶۶ (۴) ۴۲

۲۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهر شده یکی از تاس‌ها اول بوده و مجموع آنها حداقل ۶ است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{11}{18}$ (۴) $\frac{13}{18}$

۲۴- میانگین دسته اول با ۴ داده برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است. یک داده از دسته اول را با یک داده از دسته دوم جابه‌جا می‌کنیم به طوری که میانگین دسته‌های جدید مجدداً برابر خواهند شد. اگر واریانس دسته اول قبل از جابه‌جایی داده‌ها برابر $\frac{1}{25}$ باشد، واریانس دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{75}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۵- دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه

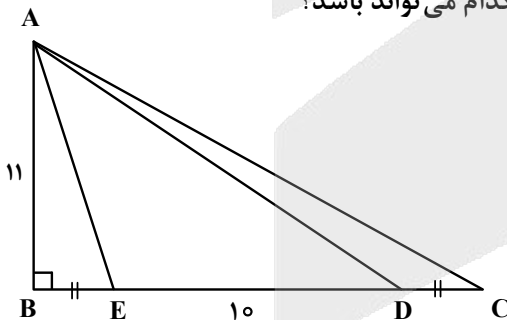
B باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{7}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۲۶- فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع (۲) تلاقی سه میانه (۳) تلاقی سه نیمساز (۴) تلاقی سه عمود منصف

۲۷- در شکل زیر، $\hat{D}AE = \hat{A}CD$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟

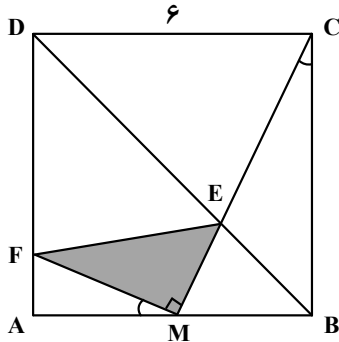


- (۱) ۸
(۲) ۷
(۳) ۶
(۴) ۵

محل انجام محاسبات

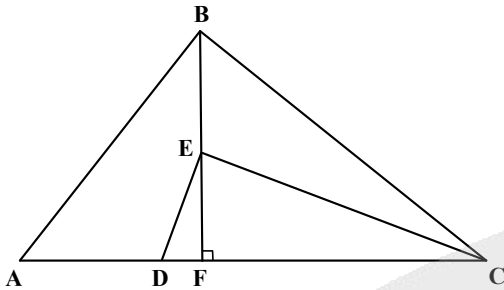


۲۸- در مربع شکل زیر، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است. مساحت مثلث سایه خورده کدام است؟



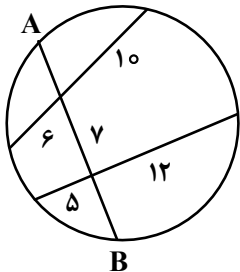
- (۱) $4/75$
- (۲) $4/25$
- (۳) $3/75$
- (۴) $3/25$

۲۹- در شکل زیر، $\widehat{ABC} = \widehat{CED} = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{6}$
- (۲) $10\sqrt{2}$
- (۳) $6\sqrt{3}$
- (۴) $8\sqrt{5}$

۳۰- در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟



- (۱) ۱۶
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۹

۳۱- در کدام تبدیل، همواره جهت شکل حفظ می شود؟

- (۱) بازتاب
- (۲) دوران
- (۳) انتقال
- (۴) تجانس

۳۲- در یک مثلث متساوی الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}\sqrt{5}$
- (۲) $\frac{7}{2}\sqrt{10}$
- (۳) $6\sqrt{5}$
- (۴) $4\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات



۳۳- اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

ماتریس $B - \frac{3}{2}A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، سطر سوم ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $[-10 \ 1 \ 5]$ (۲) $[-10 \ 1 \ 7]$ (۳) $[7 \ 5 \ -5]$ (۴) $[7 \ 5 \ -2]$

۳۵- کانون‌های یک بیضی نقطای با طول $x = 3$ و $x = -3$ روی محور x ها هستند. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{3}$ باشد،

طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $12\sqrt{2}$ (۳) $18\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$

۳۶- یک متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{a} = (2, -3, 4)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ و $\vec{c} = (3, -2, 1)$ تولید شده و صفحه P شامل بردارهای \vec{b} و \vec{c} است. اندازه ارتفاع این متوازی‌السطوح عمود بر صفحه P ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

۳۷- یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۳۸- اگر m کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{407r + 592s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموع ارقام m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۳۹- حداقل چند عدد از مجموعه $\{3, 4, \dots, 9, 12, 13, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آنها دارای

مقسوم علیه مشترک غیر یک هستند؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۴۰- در گراف G ، $|V(G)| = 8$ و $|E(G)| = 24$ است. کمترین مقدار ممکن برای $\delta(G)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

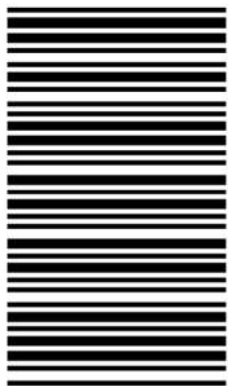
محل انجام محاسبات



کد کنترل

122

A



122A

صبح پنجشنبه ۱۴۰۳/۰۲/۰۶

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قله بود.
مقام معظم رهبری



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچه شماره ۲

**آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی
نوبت اول - اردیبهشت سال ۱۴۰۳**

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز است و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

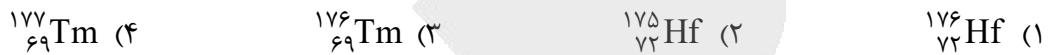


* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۴۱- اگر لوتسیم (${}^{176}_{71}\text{Lu}$) با گسیل بتای منفی پرتوزایی کند، هسته دختر کدام است؟



۴۲- در مرحله «ضربه تراکم» سوپاپ ورودی و سوپاپ خروجی به ترتیب در چه وضعیتی هستند؟

- (۱) هر دو باز (۲) هر دو بسته
(۳) ورودی بسته، خروجی باز (۴) ورودی باز، خروجی بسته

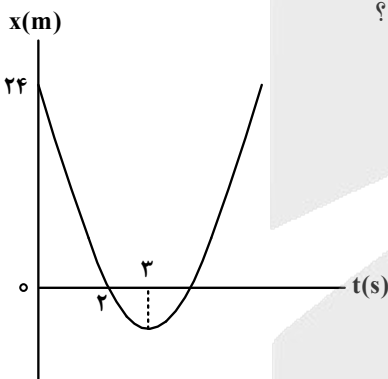
۴۳- توپ فوتبالی به جرم 450 g از نقطه پناستی با تندی $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف دروازه بان شوت می‌شود. توپ با تندی $16\frac{\text{m}}{\text{s}}$

به دستان دروازه بان برخورد می‌کند. کل کار انجام شده روی توپ چند ژول است؟

- (۱) -10 (۲) $-16/2$ (۳) $-32/4$ (۴) $-64/8$

۴۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط

متحرک در 7 ثانیه اول چند برابر اندازه سرعت متوسط آن در این مدت است؟



- (۱) $\frac{25}{8}$
(۲) $\frac{25}{7}$
(۳) $\frac{23}{8}$
(۴) $\frac{23}{7}$

۴۵- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 12t + 8$ است. بعد از لحظه $t = 0$ ، چند ثانیه فاصله

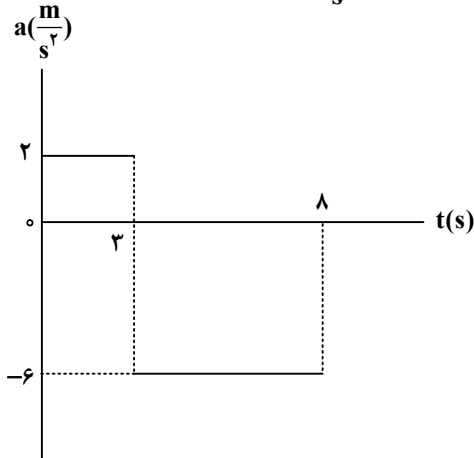
متحرک تا مبدأ محور، کوچک تر یا برابر 8 متر است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

محل انجام محاسبات



۴۶- شکل زیر نمودار شتاب - زمان متحرکی است که در لحظه $t = 0$ s با سرعت $\vec{V} = +(\frac{m}{s})\vec{i}$ حرکت کرده است. تندی متوسط متحرک در این ۸ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۵

(۳) $\frac{43}{4}$

(۴) $\frac{53}{6}$

۴۷- متحرکی در لحظه $t = 0$ s با شتاب ثابت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی این متحرک در n ثانیه سوم، چند برابر جابه‌جایی در n ثانیه دوم است؟

(۴) $2n$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{9}{4}$

(۱) $\frac{5}{3}$

۴۸- جسمی از نخ آویزان است و با شتاب رو به پایین $g/8$ در راستای قائم حرکت می‌کند. بزرگی نیروی کشش نخ چند برابر وزن جسم است؟

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{6}{5}$

(۱) $\frac{9}{5}$

۴۹- یک دیسک افقی گردان را در نظر بگیرید که حول محور قائم خود می‌چرخد و دو شخص هم‌وزن A و B به ترتیب در فاصله یک متری و دو متری از مرکز دوران، روی دیسک نشسته‌اند. نیروی مرکز‌گرای کدام بزرگ‌تر است و اگر تندی دیسک به تدریج افزایش یابد، کدام زودتر می‌لغزد؟ (جنس سطوح تماس یکسان است.)

(۴) B و A

(۳) A و B

(۲) B و B

(۱) A و A

۵۰- جسم ساکنی به جرم 10 kg روی سطح افقی قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح $0/5$ و $0/25$ است. اگر به جسم نیروی افقی 55 N وارد شود، نیروی خالص وارد بر جسم چند نیوتون است؟

(۴) ۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

محل انجام محاسبات



۵۱- راننده خودروبی که در یک روز بارانی با سرعت $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حرکت است، با دیدن مانعی ترمز می‌کند و بعد از طی مسافت ۱۰ متر می‌ایستد. اگر جرم خودرو 1600 kg باشد، نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح جاده چند نیوتون است؟
 (۱) ۳۲۰۰ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۸۰۰۰

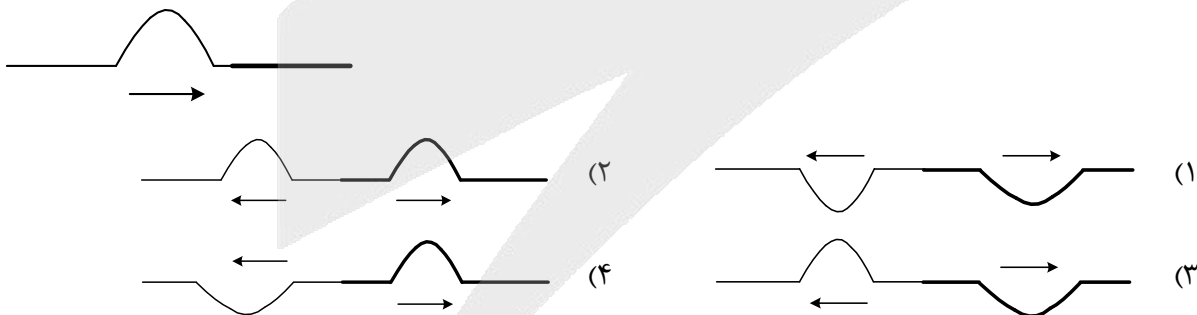
۵۲- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos \frac{16\pi}{3} t$ است. در $t = 0$ ثانیه اول حرکت، تندی متوسط نوسانگر چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن است؟
 (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) $\frac{11}{6}$ (۳) $\frac{22}{3}$ (۴) ۶

۵۳- وزنه m به فنری بسته شده است و این سیستم با دامنه A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و انرژی مکانیکی آن 8 J است. اگر وزنه $\frac{m}{2}$ را به همان فنر ببندیم و با همان دامنه A به نوسان در آوریم، انرژی مکانیکی این سیستم چند ژول می‌شود؟
 (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۵۴- چشمه صوتی در یک فضای باز امواج صوتی پخش می‌کند و تراز شدت صوت در مکانی به فاصله 50 متری از این چشمه 90 دسی‌بل است. در این مکان، آهنگ متوسط انتقال انرژی صوتی از هر سانتی‌متر مربع از سطحی که عمود بر مسیر انتشار صوت باشد، چند میکرووات است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2})$
 (۱) 10^{-1} (۲) 10^{-2} (۳) 10^{-3} (۴) 10^{-4}

۵۵- تازی به طول 60 cm و جرم 6 گرم بین دو نقطه با نیروی کشش 324 N بسته شده است. بسامد هماهنگ چهارم تار چند هرتز است؟
 (۱) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۲۰۰

۵۶- در یک طناب کشیده شده که قسمتی از آن نازک و قسمت دیگر ضخیم است، مطابق شکل یک تپ در طناب نازک به سمت مقابل در حرکت است. کدام شکل، وضعیت بعدی طناب را درست نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات



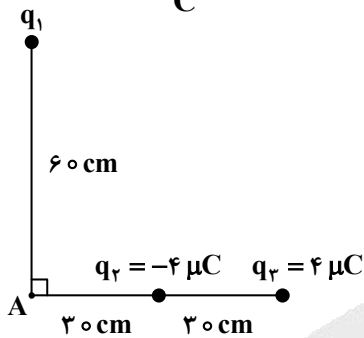
۵۷- در طیف اتمی هیدروژن در رشته پاشن ($n' = 3$) طول موج اولین خط طیفی چند برابر طول موج دومین خط طیفی این رشته است؟

- (۱) $\frac{25}{64}$ (۲) $\frac{64}{25}$ (۳) $\frac{175}{276}$ (۴) $\frac{256}{175}$

۵۸- الکترون در اتم هیدروژن در تراز $n = 4$ قرار دارد. این الکترون مستقیماً به تراز $n' = 1$ می‌رود و فوتون گسیلی به فلزی برخورد می‌کند که تابع کار آن $5/2 \text{ eV}$ است. بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز چند الکترون ولت است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$)

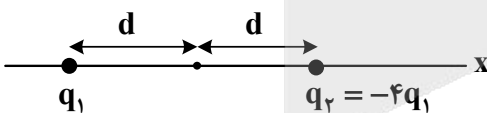
- (۱) $7/55$ (۲) $6/25$ (۳) 5 (۴) 4

۵۹- در شکل زیر، اگر بزرگی میدان الکتریکی در نقطه A، $\frac{5 \times 10^5 \text{ N}}{\text{C}}$ باشد، $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)



- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۲۰

۶۰- در شکل زیر، دو ذره باردار روی محور x ثابت شده‌اند. در نقطه‌ای روی محور x، میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذره باردار صفر است. فاصله آن نقطه از بار q_2 چند برابر d است؟



- (۱) d
(۲) ۲d
(۳) ۳d
(۴) ۴d

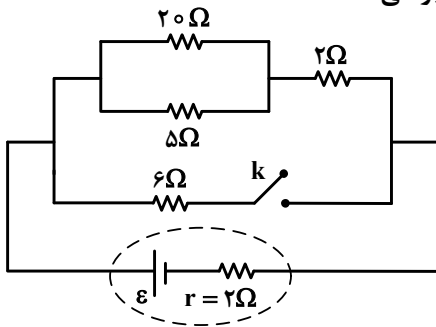
۶۱- سه ذره باردار یکسان در رأس‌های یک مربع قرار دارند. q_1 و q_2 در دو سر یک ضلع قرار دارند و q_3 در دو سر یک قطر قرار دارند. بزرگی نیرویی که q_1 به q_2 وارد می‌کند، چند برابر بزرگی نیرویی است که q_2 به q_3 وارد می‌کند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات



۶۲- در مدار شکل زیر، اگر کلید را وصل کنیم، توان خروجی باتری چگونه تغییر می کند؟

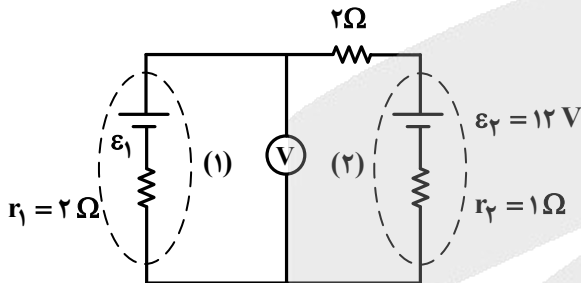


- (۱) ۲۲ درصد افزایش
- (۲) ۲۲ درصد کاهش
- (۳) ۲۸ درصد افزایش
- (۴) ۲۸ درصد کاهش

۶۳- دو مقاومت الکتریکی A و B را وقتی به تنهایی به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابتی می بندیم، توان مصرفی مقاومت A دو برابر توان مصرفی مقاومت B است. حال اگر آنها را با هم متوالی بسته و دو سر آنها را به همان اختلاف پتانسیل ثابت ببندیم، توان مصرفی مقاومت A چند برابر توان مصرفی مقاومت B است؟

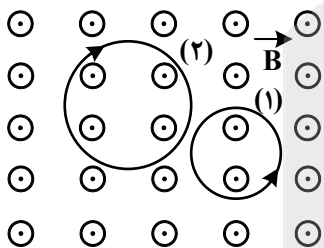
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۶۴- در مدار شکل زیر، ولتسنج آرمانی $\frac{8}{4}$ ولت را نشان می دهد. نسبت توان خروجی باتری (۲) به توان ورودی به باتری (۱) چقدر است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{6}{5}$
- (۴) $\frac{9}{7}$

۶۵- در شکل زیر، میدان مغناطیسی یکنواخت عمود بر صفحه است و حرکت دو ذره با بارهای الکتریکی q_1 و q_2 ، تحت اثر آن میدان نشان داده شده است. اگر جرم و تندی دو ذره با هم برابر باشند، کدام مورد درست است؟



- (۱) $q_2 < 0$ و $|q_1| > |q_2|$
- (۲) $q_1 < 0$ و $|q_1| > |q_2|$
- (۳) $q_1 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$
- (۴) $q_2 < 0$ و $|q_1| < |q_2|$

محل انجام محاسبات



۶۶- سیم مستقیمی به طول ۲ متر حامل جریان ۲A از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم 0.45 G و جهت آن از جنوب به شمال است. جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم به کدام سو است و بزرگی این نیرو چند نیوتون است؟



نیرو چند نیوتون است؟

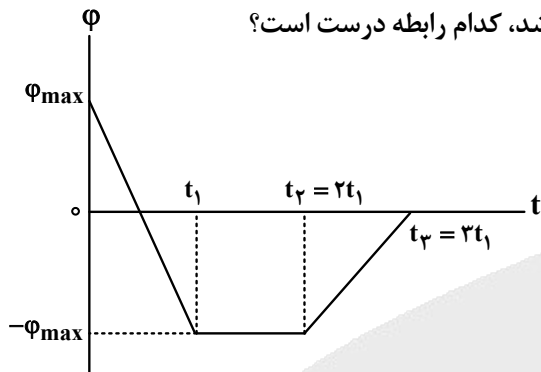
(۱) 9×10^{-5} ، ↓

(۲) 9×10^{-5} ، ↑

(۳) 1.8×10^{-4} ، ↓

(۴) 1.8×10^{-4} ، ↑

۶۷- شار مغناطیسی عبوری از پیچهای مطابق نمودار زیر است. اگر بزرگی نیروی محرکه القایی در پیچه، در بازه‌های زمانی (صفر تا t_1)، (t_1 تا t_2) و (t_2 تا t_3) به ترتیب \mathcal{E}_1 ، \mathcal{E}_2 و \mathcal{E}_3 باشد، کدام رابطه درست است؟



(۱) $\mathcal{E}_2 = 0$ و $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_3$

(۲) $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_3$

(۳) $\mathcal{E}_2 = 0$ و $\mathcal{E}_3 = 2\mathcal{E}_1$

(۴) $\mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_1$

۶۸- از سیملوله‌ای بدون هسته، به طول 6.28 cm جریان الکتریکی برحسب یکاهای SI به معادله $I = 5 \sin 100\pi t$ می‌گذرد و بیشینه انرژی ذخیره شده در آن به 5 میلی ژول می‌رسد. اگر سطح هر حلقه سیملوله 20 cm^2 باشد،

تعداد حلقه‌ها چقدر است؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

(۱) ۵۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۰۰

۶۹- دو ذره α و β با یک تندی و در یک جهت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شوند، تحت اثر میدان، مسیر انحراف کدام ذره، شعاع انحنای کوچک تری دارد و علت آن کدام است؟

(۱) β ، جرمش کمتر است.

(۲) β ، بار الکتریکی آن بیشتر است.

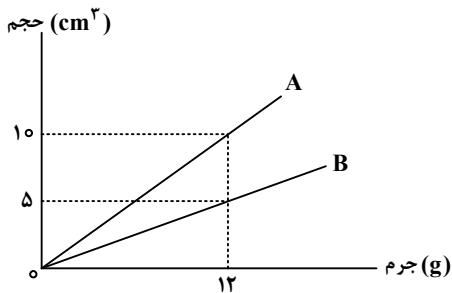
(۳) α ، شتابی که می‌گیرد بیشتر است.

(۴) α ، نیروی بیشتری بر آن وارد می‌شود.

محل انجام محاسبات



۷۰- نمودار زیر مربوط به دو مایع A و B است. اگر جرم مساوی از این دو مایع را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی متر مکعب می شود؟



- (۱) ۱/۵
- (۲) ۱/۶
- (۳) ۱/۸
- (۴) ۲

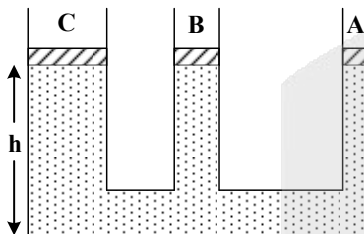
۷۱- در یک لوله U شکل قائم به سطح مقطع 2cm^2 جیوه وجود دارد. در یکی از شاخه های آن، روی جیوه، آنقدر الکل می ریزیم تا جیوه در شاخه مقابل، نسبت به محل اولیه، 0.5 سانتی متر بالاتر بیاید. حجم الکل چند سانتی متر مکعب

است؟ $(\rho = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ جیوه و $\rho = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ الکل)

- (۱) ۸/۵
- (۲) ۱۷
- (۳) ۳۴
- (۴) ۵۱

۷۲- در شکل زیر، سه پیستون A، B و C، بدون اصطکاک هستند و روی آب در حالت تعادل و در ارتفاع یکسان h قرار دارند. روی پیستون ها وزنه هایی با جرم یکسان قرار می دهیم، اگر دوباره پیستون ها به حالت تعادل برسند و ارتفاع

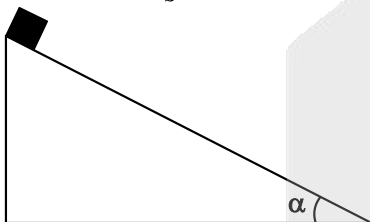
ستون های مایع به ترتیب h_A ، h_B و h_C باشد، کدام رابطه درست است؟



- (۱) $h_C > h_B > h_A$
- (۲) $h_C < h_B < h_A$
- (۳) $h_C = h_B = h_A$
- (۴) $h_C + h_B + h_A = 3h$

۷۳- مطابق شکل جسمی به جرم 100g از بالای سطح شیب داری با تندی $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاع 10 متری مماس بر سطح شیب دار پرتاب

می شود و با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به پایین سطح شیب دار می رسد. کار نیروهای مقاوم روی جسم چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



- (۱) -۲/۱
- (۲) -۲/۴
- (۳) -۴/۲
- (۴) -۵/۸

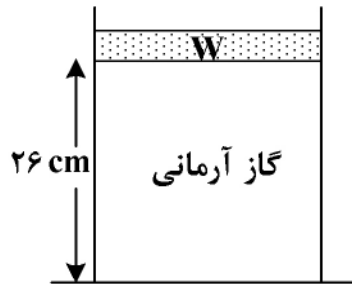


۷۴- در یک محفظه ۱۰۰ گرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس قرار دارد. در فشار یک اتمسفر حداقل چند گرم بخار آب 100°C وارد محفظه کنیم تا تمام یخ ذوب شود؟ (در این آزمایش 6540 J گرما جذب محفظه شده است و

$$L_V = 2256 \frac{\text{J}}{\text{g}}, L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ آب است.}$$

- ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۷۵- مطابق شکل، زیر پیستون آزاد به وزن $W = 40\text{ N}$ گاز آرمانی قرار دارد و فشار هوا 10^5 پاسکال است. روی پیستون وزنه 80 نیوتونی قرار می‌دهیم، در دمای ثابت، وزنه 4 cm پایین می‌آید و دوباره به حال تعادل قرار می‌گیرد. سطح قاعده پیستون چند سانتی‌متر مربع است؟



- ۶۰ (۱)
۴۰ (۲)
۳۰ (۳)
۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۷۶- شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل کدام مورد، ۳ برابر نسبت شمار کاتیون(ها) به آنیون(ها) در فرمول شیمیایی آلومینیم سولفات است؟

(۱) سدیم کربنات (۲) کبالت (III) اکسید (۳) پتاسیم استات (۴) لیتیم فرمات

۷۷- با توجه به آرایش الکترونی بیرونی‌ترین زیرلایه یون‌های داده شده، $3p^6 : A^+$ ، $3d^5 : E^{3+}$ ، $3p^6 : X^{2-}$ و $4p^6 : D^-$ ، کدام موارد زیر درست است؟

الف: شمار عنصرهای بین دو عنصر A و E در جدول تناوبی، با شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر X، برابر است.

ب: شمار الکترون‌های مبادله‌شده در ۰/۲ مول از ترکیب حاصل از واکنش A و X در شرایط مناسب، برابر $1/806 \times 10^{24}$ است.
پ: یون‌های با بار منفی، برخلاف یون‌های با بار مثبت، آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره عنصرشان در جدول تناوبی را دارند.
ت: نسبت شمار اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش E و D، به شمار اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش A و X، می‌تواند برابر ۲ باشد.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۷۸- کدام موارد زیر درست است؟

الف: عنصر، ماده‌ای است که از ایزوتوپ‌های یکسان تشکیل شده باشد.

ب: حدود ۷۸ درصد از عناصر شناخته‌شده، در طبیعت یافت می‌شوند.

پ: حدود ۶ درصد از لیتیم موجود در طبیعت، از ایزوتوپ‌های سبک آن تشکیل شده است.

ت: اتم‌هایی که نسبت شمار پروتون به نوترون در هسته آنها، برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدارند.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «ب» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

۷۹- کدام مورد درست است؟

(۱) مجموع انرژی گسیل‌شده از خورشید به سمت زمین، کمتر از مجموع انرژی گسیل‌شده از سطح زمین است.

(۲) سهم گرمای گسیل‌شده از سطح زمین به خارج از جو، در مقایسه با گرمای برگشت داده‌شده به سطح زمین، اندک است.

(۳) سهم پرتوهای خورشیدی جذب‌شده توسط هواکره در مقایسه با پرتوهای جذب‌شده توسط کره زمین، اندک است.

(۴) میزان ورود انرژی ناشی از تابش پرتوهای خورشیدی به هواکره و خروج انرژی گسیل‌شده از زمین به هواکره، به مقدار گازهای گلخانه‌ای وابسته است.

۸۰- با توجه به واکنش داده‌شده، کدام مورد درست است؟



(۱) همه اتم‌ها در ساختار واکنش‌دهنده‌ها به آرایش گاز نجیب رسیده‌اند.

(۲) بار کربن در واکنش‌دهنده برابر -۲ و با بار آن در فراورده متفاوت است.

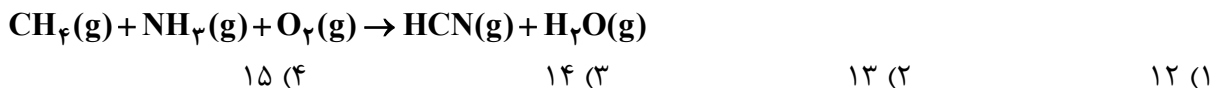
(۳) این واکنش، نمونه‌ای از تشکیل فراورده‌های قطبی از واکنش‌دهنده‌های ناقطبی است.

(۴) CF_4 ، بیشترین شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی را در میان مولکول‌های شرکت‌کننده در واکنش دارد.

محل انجام محاسبات



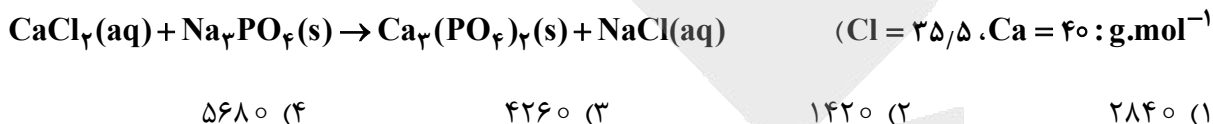
۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



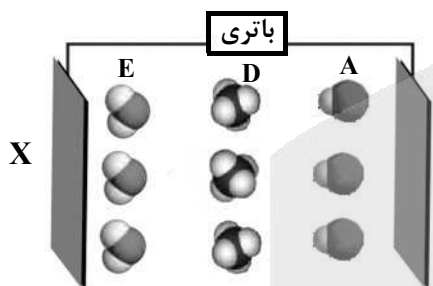
۸۲- در ساختار کدام ترکیب، پیوند یونی و اشتراکی وجود دارد و هنگام انحلال آن در آب، نیروی جاذبه یون - دوقطبی از میانگین نیروی پیوند یونی در ترکیب، و پیوند هیدروژنی در آب، بیشتر است؟



۸۳- ۲۰۰ گرم محلول ۲/۲۲ درصد جرمی کلسیم کلرید با مقدار کافی سدیم فسفات جامد واکنش کامل می‌دهد. اگر به محلول تشکیل شده، ۱۸۰۰ میلی لیتر آب مقطر اضافه شود، غلظت یون کلرید در پایان واکنش، پس از جدا کردن رسوب، برابر چند ppm است؟ (معادله واکنش موازنه شود، از تغییر جرم محلول بر اثر انجام واکنش صرف نظر شود،



۸۴- با توجه به شکل داده شده، که جهت گیری مولکول‌ها را در میدان الکتریکی نشان می‌دهد، کدام مورد، نادرست است؟



- (۱) A، D و E، به ترتیب می‌توانند مولکول‌های HI ، SiH_4 و H_2S باشند.
- (۲) اگر مولکول E، H_2O باشد، صفحه X بار الکتریکی منفی دارد و گشتاور دوقطبی مولکول D، برابر صفر است.
- (۳) اگر E، مولکول SO_2 باشد، علامت بار الکتریکی اتم‌های جانبی، Y مخالف علامت بار الکتریکی صفحه Y است.
- (۴) اگر A، مولکول HCl باشد، علامت بار جزئی اتم‌های جانبی مولکول D، می‌تواند همانند علامت بار جزئی اتم Cl در مولکول A باشد.

۸۵- با توجه به معادله داده شده، اگر ۳/۹۵ گرم KMnO_4 با مقدار کافی محلول هیدرویدیک اسید واکنش دهد و ۱۲/۷

گرم مولکول دوامی تشکیل شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (معادله واکنش موازنه شود، $I = 127 : \text{g.mol}^{-1}$ ، $O = 16$ ، $K = 39$ ، $Mn = 55$ ،



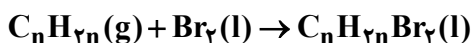
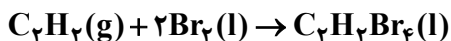
محل انجام محاسبات



۸۶- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) بازیافت فلزها از جمله فلز آهن، به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند.
 - (۲) کمتر از ده درصد نفت خام استخراج شده برای تولید الیاف، پارچه و شوینده‌ها به کار می‌رود.
 - (۳) مقدار فلزاتی مانند آهن و نیکل در ذخایر زمینی، بیشتر از ذخایر آنها در کف اقیانوس است.
 - (۴) در استخراج آهن، نسبت جرم «سنگ معدن آهن» استفاده شده به جرم «منابع معدنی دیگر» مصرف شده به تقریب، برابر ۲ است.
- ۸۷- در دو ظرف جداگانه، مول‌های برابر از یک آلکن و گاز اتین با مقدار کافی برم مایع واکنش می‌دهند. اگر جرم فراورده حاصل از واکنش اتین، به تقریب، ۱/۷۱ برابر جرم فراورده حاصل از واکنش آلکن با برم مایع باشد، این آلکن کدام

است؟ ($H = 1, C = 12, Br = 80 : g.mol^{-1}$)



(۴) پروپین

(۳) بوتن

(۲) پنتن

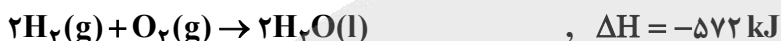
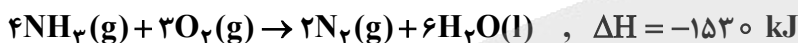
(۱) هگزن

۸۸- در کدام گستره دمایی (با یکای °C)، دو هالوژن از جدول تناوبی عنصرها، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند؟

- (۱) ۱۰۰- تا ۱۰۰+ (۲) ۲۰۰- تا ۵۰- (۳) ۲۰۰- تا ۲۵۰+ (۴) ۲۰۰- تا ۴۰۰+

۸۹- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی واکنش: $2NH_3(g) + 3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 3H_2O(l)$ ، برابر چند

کیلوژول است؟



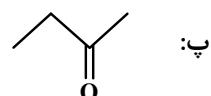
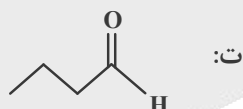
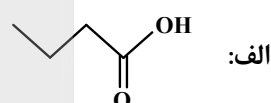
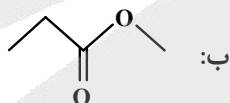
(۱) -۹۸۸

(۲) -۱۰۳۵

(۳) -۱۱۰۵

(۴) -۱۰۵۸

۹۰- کدام دو ترکیب، ایزومر یکدیگرند و نقطه جوش کدام ترکیب، بالاتر از ترکیب‌های دیگر است؟



(۲) «الف» و «ت» - «الف»

(۴) «پ» و «ت» - «الف»

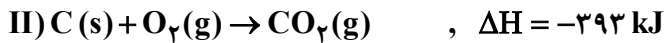
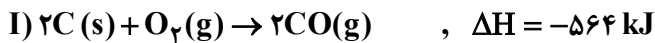
(۱) «الف» و «ب» - «ت»

(۳) «ب» و «پ» - «ت»

محل انجام محاسبات



۹۱- از سوختن مقداری کربن، گازهای CO و CO₂ تشکیل شده است. با توجه به واکنش‌های زیر، اگر ۵/۶ لیتر گاز CO در شرایط STP تشکیل، و در مجموع ۲۰۱/۵ کیلوژول گرما آزاد شود، چند گرم کربن در واکنش (II) مصرف شده است؟ (C = ۱۲ g.mol⁻¹)



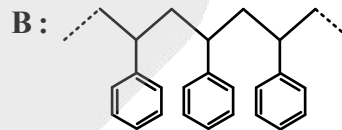
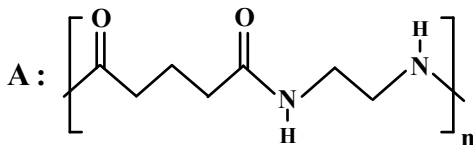
۱۰ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۹۲- با توجه به ساختار پلیمرهای داده شده، جرم مولی مونومر آمین دو عاملی سازنده پلیمر A، به تقریب چند برابر جرم مولی مونومر سازنده پلیمر B است؟ (H = ۱, C = ۱۲, N = ۱۴ : g.mol⁻¹)



۰/۵۸ (۴)

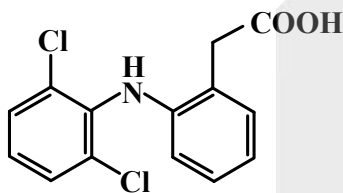
۰/۵۲ (۳)

۰/۵۰ (۲)

۰/۴۸ (۱)

۹۳- با توجه به ساختار مولکول داده شده، چند مورد درست است؟

(H = ۱, C = ۱۲, N = ۱۴, O = ۱۶, Cl = ۳۵/۵ : g.mol⁻¹)



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

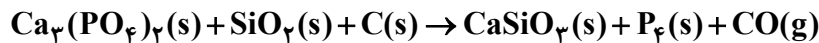
۴ (۱)

- شمار پیوندهای C-H، ۵ برابر شمار پیوندهای C-N است.
- به تقریب، ۱۵ درصد جرم مولی ترکیب را اکسیژن تشکیل می‌دهد.
- تفاوت شمار پیوندهای دوگانه بین اتم‌ها و شمار پیوندهای C-H، برابر شمار اتم‌های کلر است.
- شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها، ۲/۷۵ برابر شمار اتم‌های کربنی است که عدد اکسایش +۱ دارند.

محل انجام محاسبات



۹۴- درباره واکنش داده شده، که برای تهیه فسفر به کار می‌رود، پس از موازنه معادله آن، کدام مورد درست است؟



(۱) سرعت متوسط تشکیل ۲۱ گرم CO(g) با سرعت متوسط تشکیل ۹/۳ گرم P_۴(s) و سرعت متوسط مصرف ۱۰ گرم کربن برابر است.

(۲) سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده دارای Si، برابر با سرعت متوسط تشکیل فرآورده دارای Si، و برابر با سرعت واکنش است.

(۳) اگر در یک مدت زمان معین، ۴ مول کربن مصرف شود، در نصف این مدت زمان، ۱/۲ مول CaSiO_۳(s)، تشکیل می‌شود.

(۴) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک، با مدت زمان تشکیل ۰/۲ مول P_۴(s)، برابر است.

۹۵- در دما و غلظت آغازی یکسان، از انحلال کدام ماده در آب، غلظت یون هیدروکسید کاهش می‌یابد و شمار مولکول‌های موجود، در محلول آن بیشتر است؟



۹۶- کدام مورد درباره محلول فرمیک اسید (محلول I) و محلول استیک اسید (محلول II) درست است؟

(۱) اگر در دمای ثابت، غلظت محلول (I)، کمتر از غلظت محلول (II) باشد، pH محلول (II)، به یقین از pH محلول (I) بیشتر است.

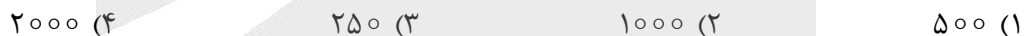
(۲) در دمای ثابت، اگر pH دو محلول برابر باشد، شمار مولکول‌های محلول (I)، بیشتر از شمار مولکول‌های محلول (II) است.

(۳) با رقیق کردن هر دو محلول به یک اندازه، درجه یونش هر دو اسید، به یک نسبت کاهش می‌یابد.

(۴) در دما و غلظت متفاوت، هر دو محلول می‌توانند با مقدار یکسانی از سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش دهند.

۹۷- مخلوط a میلی‌لیتر از محلول اسید قوی HA (pH = ۱/۴) و b میلی‌لیتر از محلول همان اسید (pH = ۱/۷) با

۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۳ مولار سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود. a + b، برابر چند میلی‌لیتر است؟



۹۸- با توجه به E° نیم‌واکنش‌های زیر، کدام مورد درست است؟



(۱) Cl⁻(aq)، کاهنده‌ای قوی‌تر از Sn^{۲+}(aq) و Cu⁺(aq)، اکسنده‌ای قوی‌تر از Sn^{۴+}(aq) است.

(۲) Sn^{۴+}(aq) می‌تواند Cu(s) را در شرایط مناسب اکسید و انرژی تولید کند.

(۳) اگر فلز X با Sn^{۴+}(aq) به طور طبیعی واکنش دهد، به یقین فلز X، با گاز کلر نیز واکنش می‌دهد.

(۴) واکنش: ۲Cu⁺(aq) + ۲Cl⁻(aq) → ۲Cu(s) + Cl_۲(g)، به طور طبیعی انجام می‌شود.

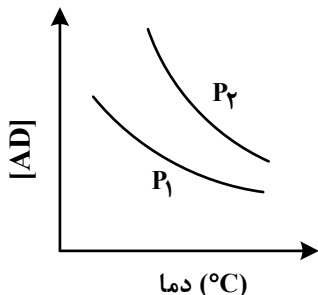
محل انجام محاسبات



۱۰۴- واکنش گازی: $4X + Y \rightleftharpoons 2M + 2Z$, $K = 25$ ، با تزریق مول‌های برابر از واکنش‌دهنده‌ها به یک ظرف در بسته انجام می‌شود. اگر ۰/۰۲ مول گاز X، با ۰/۰۸ مول گاز Y، در تعادل باشد، حجم ظرف واکنش، برابر چند میلی‌لیتر است؟

(۱) ۲۵۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۵۰ (۴) ۲۵۰۰

۱۰۵- نمودار زیر، تغییر غلظت مولی فراورده را برای واکنش: $A(g) + D(g) \rightleftharpoons AD(g)$ ، در دو شرایط متفاوت نشان می‌دهد. کدام مورد درست است؟ (P، فشار است.)



- (۱) $P_1 < P_2$ و با کاهش دما، مقدار K واکنش افزایش می‌یابد.
- (۲) $P_2 < P_1$ و با افزایش فشار، تعادل به سمت راست جابه‌جا می‌شود.
- (۳) $P_2 < P_1$ و با کاهش دما، مقدار A و D، به یک نسبت تغییر می‌کند.
- (۴) $P_1 < P_2$ و با افزایش حجم ظرف، غلظت گاز A و مقدار گاز AD افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



کد دفترچه				نام دفترچه				نام مجموعه
۱۲۱A - ۱۲۲A - ۶۰۱A				شماره ۱ - شماره ۲ - ویژه فرهنگیان				۱ - ریاضی
شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	
۱	۴	۴۱	۱	۸۱	۴	۱۲۱	۱	
۲	۳	۴۲	۲	۸۲	۱	۱۲۲	۳	
۳	۱	۴۳	۳	۸۳	۲	۱۲۳	۴	
۴	۴	۴۴	۲	۸۴	۳	۱۲۴	۴	
۵	۱	۴۵	۳	۸۵	۲	۱۲۵	۲	
۶	۲	۴۶	۴	۸۶	۳	۱۲۶	۴	
۷	۳	۴۷	۱	۸۷	۴	۱۲۷	۲	
۸	۲	۴۸	۴	۸۸	۱	۱۲۸	۳	
۹	۴	۴۹	۲	۸۹	۲	۱۲۹	۱	
۱۰	۱	۵۰	۳	۹۰	۴	۱۳۰	۴	
۱۱	۳	۵۱	۴	۹۱	۳	۱۳۱	۳	
۱۲	۲	۵۲	۱	۹۲	۴	۱۳۲	۱	
۱۳	۳	۵۳	۲	۹۳	۳	۱۳۳	۲	
۱۴	۴	۵۴	۱	۹۴	۴	۱۳۴	۴	
۱۵	۱	۵۵	۳	۹۵	۳	۱۳۵	۲	
۱۶	۲	۵۶	۴	۹۶	۴	۱۳۶	۱	
۱۷	۳	۵۷	۴	۹۷	۴	۱۳۷	۳	
۱۸	۱	۵۸	۱	۹۸	۳	۱۳۸	۲	
۱۹	۲	۵۹	۳	۹۹	۱	۱۳۹	۲	
۲۰	۴	۶۰	۴	۱۰۰	۲	۱۴۰	۴	
۲۱	۳	۶۱	۲	۱۰۱	۱	۱۴۱	۱	
۲۲	۲	۶۲	۳	۱۰۲	۴	۱۴۲	۳	
۲۳	۲	۶۳	۱	۱۰۳	۳	۱۴۳	۳	
۲۴	۱	۶۴	۴	۱۰۴	۲	۱۴۴	۴	
۲۵	۱	۶۵	۲	۱۰۵	۱	۱۴۵	۱	
۲۶	۳	۶۶	۳	۱۰۶	۴			
۲۷	۲	۶۷	۱	۱۰۷	۱			
۲۸	۳	۶۸	۴	۱۰۸	۳			
۲۹	۴	۶۹	۱	۱۰۹	۲			
۳۰	۲	۷۰	۲	۱۱۰	۱			
۳۱	۳	۷۱	۳	۱۱۱	۴			
۳۲	۴	۷۲	۱	۱۱۲	۱			
۳۳	۳	۷۳	۴	۱۱۳	۳			
۳۴	۲	۷۴	۲	۱۱۴	۴			
۳۵	۲	۷۵	۲	۱۱۵	۲			
۳۶	۱	۷۶	۱	۱۱۶	۳			
۳۷	۴	۷۷	۲	۱۱۷	۱			
۳۸	۳	۷۸	۴	۱۱۸	۲			
۳۹	۲	۷۹	۳	۱۱۹	۴			
۴۰	۳	۸۰	۱	۱۲۰	۲			



گزیده



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

(اردیبهشت ماه ۱۴۰۳)

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(داخل کشور)

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۱- پاسخ: گزینه ۴

a ، $1+2a$ و $5-a$ ، سه جمله متوالی یک دنباله حسابی اند، پس:

$$\frac{\text{سومی} + \text{اولی}}{2} = \text{وسطی} \Rightarrow 1+2a = \frac{a+(5-a)}{2} \Rightarrow 2+4a=5 \Rightarrow 4a=3 \Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

$$a_1 = a = \frac{3}{4}$$

$$a_2 = 1+2a = 1+2\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{5}{2} \quad \text{با جای گذاری } a = \frac{3}{4} \text{، دو جمله ابتدایی دنباله را حساب می‌کنیم:}$$

$$d = a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

قدرنسبت برابر است با:

$$a_9 = a_1 + 8d = \frac{3}{4} + 8\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{3}{4} + 14 = \frac{59}{4} = 14\frac{3}{4}$$

با داشتن $a_1 = \frac{3}{4}$ و $d = \frac{7}{4}$ ، جمله نهم را به دست می‌آوریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q, \quad p \vee F \equiv p, \quad p \vee p \equiv p$$

با استفاده از نکات فوق و با توجه به اینکه p ، درست و q ، نادرست است، داریم:

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee r) \Rightarrow (\sim r \vee q) \equiv (\sim T \vee r) \Rightarrow (\sim r \vee F) \equiv (F \vee r) \Rightarrow (\sim r)$$

$$\equiv r \Rightarrow (\sim r) \equiv \sim r \vee \sim r \equiv \sim r$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه عرض دو نقطه $A(3, -4)$ و $B(-1/5, -4)$ یکسان است، پس میانگین طولشان، همان طول رأس را به ما می‌دهد:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1/5)}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{1}{10}$$

مجموع صفرهای سهمی از رابطه $S = -\frac{b}{a}$ و طول رأس از رابطه $x_S = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آیند، پس کافیت x_S به دست آمده را در ۲ ضرب

$$S = 2x_S = 2 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$$

کنیم تا به S برسیم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۴- پاسخ: گزینه ۴

اختلاف ریشه‌های معادله $\frac{1}{a}x^2 + \frac{2k}{b}x + \frac{5}{c} = 0$ را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(2k)^2 - 4(1)(5)}}{|1|} = \sqrt{4k^2 - 20} = \sqrt{4(k^2 - 5)} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

عبارت به دست آمده را با $\frac{4}{3}k$ برابر قرار می‌دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \xrightarrow{\text{توان ۲}} k^2 - 5 = \frac{4}{9}k^2 \Rightarrow k^2 - \frac{4}{9}k^2 = 5 \Rightarrow \frac{5}{9}k^2 = 5 \Rightarrow k^2 = 9$$

$$\left[\frac{k^2}{2}\right] = \left[\frac{9}{2}\right] = \left[4\frac{1}{2}\right] = 4$$

پس:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول:

$$m = \tan 135^\circ = -1$$

زاویه‌ای که خط موردنظر با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، برابر 135° است. بنابراین شیب خط برابر است با:

عرض از مبدأ این خط نیز برابر ۲ است. پس معادله خط به صورت

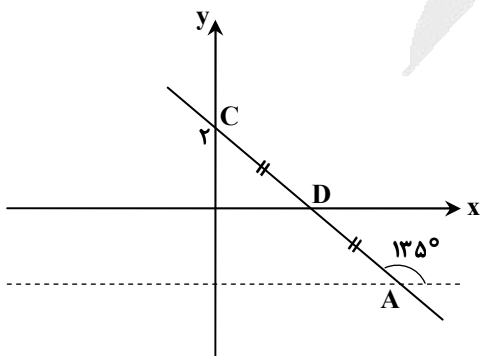
$y = -x + 2$ است. بنابراین مختصات نقطه D محل تلاقی خط با محور

طول‌ها به صورت $D(2, 0)$ است. پس با توجه به این که $AD = DC$ ، پس

طول نقطه A برابر ۴ است. پس مختصات A به صورت $A(4, -2)$ است و

OA برابر است با:

$$OA = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

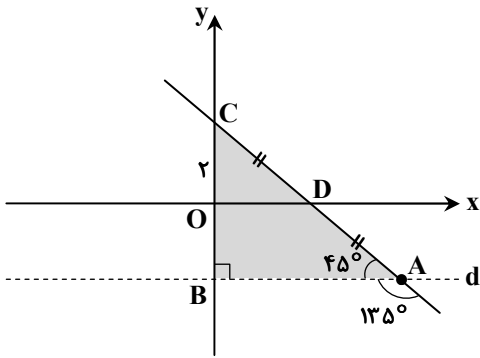




راه حل دوم:

با توجه به موازی بودن محور x ها و خط d، در مثلث ABC تالس می نویسیم:

$$\frac{OC}{OB} = \frac{AD}{DA} \Rightarrow \frac{2}{OB} = 1 \Rightarrow OB = 2$$

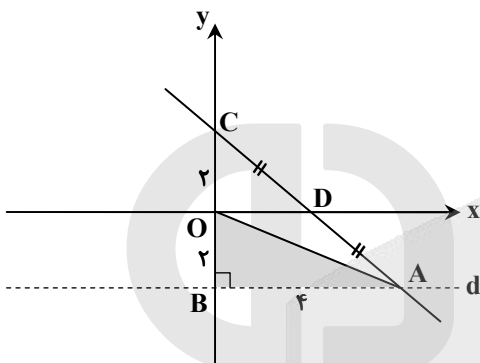


از طرفی مثلث ABC، قائم الزاویه و متساوی الساقین است (چون زاویه حاده اش 45° است)، پس BC با AB برابر است؛ در نتیجه:

$$AB = BC = 2 + 2 = 4$$

برای به دست آوردن فاصله O تا A، کافیهست در مثلث OAB، فیثاغورس بنویسیم:

$$OA^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow OA = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۲

اول $f(\sqrt{5})$ را حساب می کنیم:

$$f(x) = x^2 - [x] \Rightarrow f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 - [\sqrt{5}] = 5 - 2 = 3$$

پس تساوی $f(f(\sqrt{5})) = 2$ به شکل مقابل می شود:

$$f(3a) = 2 \Rightarrow (3a)^2 - [3a] = 2$$

گزینه ها را در $(3a)^2 - [3a]$ جای گذاری می کنیم؛ هر کدام حاصلش ۲ شد، جواب است:

(۱) جای a، $\frac{1}{3}$ قرار می دهیم:

$$(3 \cdot \frac{1}{3})^2 - [3 \cdot \frac{1}{3}] = (1)^2 - [1] = 1 - 1 = 0 \neq 2$$

(۲) جای a، $-\frac{1}{3}$ قرار می دهیم:

$$(3 \cdot (-\frac{1}{3}))^2 - [3 \cdot (-\frac{1}{3})] = (-1)^2 - [-1] = 1 - (-1) = 2 \checkmark$$

(۳) جای a، $\frac{1}{5}$ قرار می دهیم:

$$(3 \cdot \frac{1}{5})^2 - [3 \cdot \frac{1}{5}] = \frac{9}{25} - 0 = \frac{9}{25} \neq 2$$

(۴) جای a، $-\frac{1}{5}$ قرار می دهیم:

$$(3 \cdot (-\frac{1}{5}))^2 - [3 \cdot (-\frac{1}{5})] = \frac{9}{25} - (-1) = \frac{34}{25} \neq 2$$



۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

با توجه به معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، به دو شرط دامنه باید حواسمان باشد:

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \end{cases}$$

\sqrt{x} را به سمت دیگر تساوی می‌بریم:

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x}$$

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a^2 + a}{2a} = \frac{a(a+1)}{2a}$$

قبل از اینکه a را از صورت و مخرج ساده کنیم، $a = 0$ را در معادله اولیه بررسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a \xrightarrow{a=0} \sqrt{x} + \sqrt{x} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$$

چون x عددی صحیح شد، پس $a = 0$ قبول است.

حالا a را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{x} = \frac{a(a+1)}{2a} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2$$

برای آن که $\left(\frac{a+1}{2}\right)^2$ عددی صحیح باشد، a از بین مقادیر طبیعی، فقط اعداد فرد را می‌تواند بگیرد، یعنی a از بین اعداد طبیعی یک‌رقمی

می‌تواند ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ هم باشد.

$$\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$$

بنابراین a ، ۶ مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد:

۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

$$10(1) - x = -10 \Rightarrow x = 20$$

طول نقطه‌ای به عرض ۱، روی خط $10y - x = -10$ را پیدا می‌کنیم:

مختصات نقطه به صورت $A(20, 1)$ شد.

قرار است وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ از نقطه $(20, 1)$ عبور کند، پس تابع f از نقطه $(1, 20)$ عبور می‌کند؛ در نتیجه:

$$f(1) = 20 \Rightarrow 1 + 6 + a + 1 = 20 \Rightarrow a = 12$$

۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

به کمک خاصیت $\log_c A + \log_c B = \log_c AB$ ، سمت چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3 \Rightarrow \log_2((x^2 + 2x + 4)(x - 2)) = 3 \Rightarrow \log_2(x^3 - 8) = 3$$

تساوی لگاریتمی بالا را به نمایی تبدیل می‌کنیم:

$$2^3 = x^3 - 8 \Rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$$

حاصل $\log_2 \sqrt[3]{x}$ برابر است با:

$$\log_2 \frac{1}{2^{\frac{4}{3}}} = \frac{4}{3} \log_2 2 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نقطه $(0, 2)$ روی تابع $y = c + \log_5(ax + b)$ قرار دارد، پس:

$$2 = c + \log_5 b \Rightarrow -c = (\log_5 b) - 2$$

نقطه $(2/4, 0)$ روی تابع قرار دارد، پس:

$$0 = c + \log_5(2/4a + b) \Rightarrow -c = \log_5(2/4a + b) \Rightarrow$$

دو عبارتی که با $-c$ برابر شدند را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$(\log_5 b) - 2 = \log_5(2/4a + b) \Rightarrow \log_5 b - \log_5(2/4a + b) = 2$$

در سمت چپ از خاصیت $\log_c A - \log_c B = \log_c \frac{A}{B}$ استفاده می‌کنیم:

$$\log_5 \frac{b}{2/4a + b} = 2 \xrightarrow{\text{تبدیل لگاریتمی به نمایی}} 5^2 = \frac{b}{2/4a + b} \Rightarrow 25 = \frac{b}{2/4a + b} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 60a + 25b = b$$

$$\Rightarrow 60a = -24b \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{24}{60} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$$

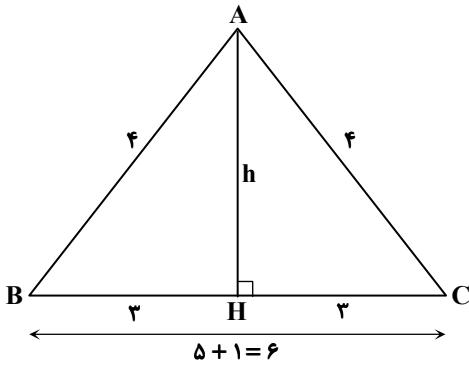


۱۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

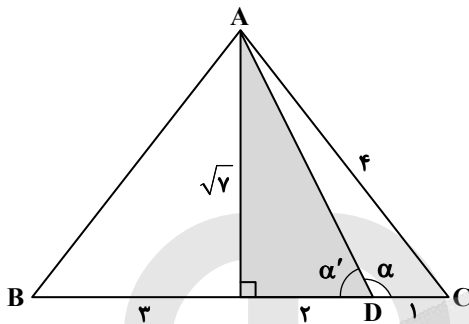
ارتفاع وارد بر قاعده را به کمک فیثاغورس در $\triangle ABH$ حساب می‌کنیم:

$$4^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{7}$$



حالا در مثلث AHD، برای زاویه α' (که مکمل α است)، تانژانت می‌نویسیم:

$$\tan \alpha' = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$



زاویه α مکمل α' است. اگر دو زاویه مکمل باشند، تانژانت‌هایشان قرینه هم است، پس:

$$\tan \alpha = -\tan \alpha' = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

بین عبارتهای دوم و سوم از $\sqrt{2}$ فاکتور می‌گیریم:

$$3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x)$$

از اتحاد $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$ استفاده می‌کنیم:

$$3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 3 \cos 4x + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

حالا جای x ها، $\frac{\pi}{12}$ قرار می‌دهیم:

$$3 \cos 4(\frac{\pi}{12}) + 2 \sin(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}) = 3 \cos \frac{\pi}{3} + 2 \sin(-\frac{\pi}{6}) = 3(\frac{1}{2}) + 2(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

راه حل اول:

در صورت و مخرج کسر اول به جای $\cos^2 \alpha$ می‌نویسیم $1 - \sin^2 \alpha$ و در صورت و مخرج کسر دوم به جای $\sin^2 \alpha$ می‌نویسیم $1 - \cos^2 \alpha$.

$$\frac{\sin^2 \alpha + \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}}{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha + \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}}{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha - \frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}}{1 - \cos^2 \alpha}$$

صورت هر دو کسر با اتحاد مربع، تجزیه می‌شود:

$$\frac{(1 - \sin^2 \alpha)^2}{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{(1 - \cos^2 \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha} = (1 - \sin^2 \alpha) - (1 - \cos^2 \alpha) = 1 - \sin^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$



راه حل دوم:

$$\frac{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} = \frac{1+0}{1+0} - \frac{0+4}{1+1} = 1 - 2 = -1$$

به جای α ، $\frac{\pi}{2}$ قرار می دهیم:

با جای گذاری $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ، مقدار هر 4 گزینه را حساب می کنیم:

$\frac{\sin 2\alpha}{\sin \pi} = 0$ (۴)	$\frac{\cos 2\alpha}{\cos \pi} = -1$ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
---	--	-------	-------

فقط مقدار گزینه ۳، برابر -۱ شد.

۱۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

به کمک اتحاد $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$ ، داریم: $\cos 2x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow 1 - \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1$

$1 - 2\sin^2 x$

جاهایی که $\sin x$ برابر ۱ یا -۱ است، کسینوس حتماً صفر است، یعنی معادله $\sin x = \pm 1$ معادل با معادله $\cos x = 0$ است. جواب این

معادله هم به صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ است.

جای k ، اعداد صحیح -۳ تا ۰ را می توانیم قرار دهیم:

$$k\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{2k\pi + \pi}{2} \xrightarrow{k=-3, -2, -1, 0} -\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$$

مجموع این ۴ جواب برابر است با:

$$-\frac{5\pi}{2} + \frac{-3\pi}{2} + \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = -4\pi$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

حد راست: ابتدا تکلیف براکت را مشخص می کنیم. اگر $x \rightarrow 2^+$ ، حاصل $[x^2]$ برابر است با: $[(2^+)^2] = [4^+] = 4$

پس حدمان به شکل مقابل می شود:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4}$$

با یک حد صفر صفرم روبرو هستیم که به راحتی رفع ابهام می شود:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

حد چپ: ابتدا تکلیف براکت را مشخص می کنیم. اگر $x \rightarrow 2^-$ ، حاصل $[x^2]$ برابر است با: $[(2^-)^2] = [4^-] = 3$

پس حدمان به شکل مقابل می شود:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - 3}$$

این حد مبهم نیست و کافیست جای x ها، ۲ قرار دهیم:

حد چپ = $\frac{2-2}{4-3} = 0$

پس:

$$\text{حد راست} + \text{حد چپ} = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

تابع $f - g$ را تشکیل می دهیم:

$$f(x) - g(x) = \frac{4}{(x+3)(x-1)} - \frac{1}{x-1} = \frac{4 - (x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{4 - x - 3}{(x+3)(x-1)} = \frac{-(x-1)}{(x+3)(x-1)}$$

برای به دست آوردن مجانبها باید ضابطه را ساده کنیم، پس $(f - g)(x) = -\frac{1}{x+3}$

ریشهٔ مخرج، مجانب قائم است: $x = -3$

حد این تابع در بی نهایت، مجانب افقی است:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{1}{x+3} = 0 \Rightarrow y = 0$$

نقطهٔ تلاقی دو خط $x = -3$ و $y = 0$ ، نقطهٔ $(-3, 0)$ است.



۱۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نقطی که نیاز به بررسی دارند، نقاط با طول صحیح هستند.

$x = k$ را نماینده نقاط با طول صحیح می‌گیریم و حد راست و چپ تابع در این نقطه را حساب می‌کنیم. دقت کنید وقتی $x \rightarrow k^+$ یا

$x \rightarrow k^-$ ، از ضابطه با دامنه $x \notin \mathbb{Z}$ ، خروجی می‌گیریم:

$$\text{حد راست} \quad (1-a) \underbrace{[k^+]_k} + (3a^2 - 1) \underbrace{[-(k^+)]_{-k-1}} = k - ak - 3a^2k - 3a^2 + k + 1$$

$$\text{حد چپ} \quad (1-a) \underbrace{[k^-]_{k-1}} + (3a^2 - 1) \underbrace{[-(k^-)]_{-k}} = k - 1 - ak + a - 3a^2k + k$$

حد راست و چپ را برابر قرار می‌دهیم:

$$k - ak - 3a^2k - 3a^2 + k + 1 = k - 1 - ak + a - 3a^2k + k \Rightarrow -3a^2 + 1 = -1 + a \Rightarrow 3a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{2}{3} \end{cases}$$

به‌ازای $a = -1$ و $a = \frac{2}{3}$ ، مقدار حد (حد راست یا چپ) را حساب می‌کنیم:

$$\text{حد (حد راست)} = k - ak - 3a^2k - 3a^2 + k + 1 \begin{cases} a = -1 \rightarrow k + k - 3k - 3 + k + 1 = -2 \\ a = \frac{2}{3} \rightarrow k - \frac{2}{3}k - \frac{4}{3}k - \frac{4}{3} + k + 1 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

اگر $a = -1$ باشد، برای پیوسته‌بودن باید مقدار تابع در نقاط صحیح که از $b \sin \frac{\pi}{a}$ به‌دست می‌آید، برابر با حد یعنی -2 باشد:

$$b \sin(-\pi) = -2 \Rightarrow 0 = -2 \quad *$$

اگر $a = \frac{2}{3}$ باشد، برای پیوسته‌بودن باید مقدار تابع در نقاط صحیح که از $b \sin \frac{\pi}{a}$ به‌دست می‌آید، برابر با حد یعنی $-\frac{1}{3}$ باشد:

$$b \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow -b = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

پس:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ ما را یاد مشتق $\frac{f}{g}$ که $\frac{f'g - g'f}{g^2}$ می‌شود، می‌اندازد.

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1)g(1) - g'(1)f(1)}{g^2(1)} \quad \text{مشتق } \frac{f}{g} \text{ در } x = 1 \text{ به‌صورت مقابل است:}$$

$$g^2(1) \times \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = f'(1)g(1) - g'(1)f(1) \quad \text{اگر طرفین وسطین کنیم، داریم:}$$

خواسته سؤال

پس کافیت $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ و $g^2(1)$ را حساب کنیم و در هم ضرب کنیم:

اول $\frac{f}{g}$ را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}} = \frac{1}{1} = (\sqrt{x+8})^2 - (\sqrt{x})^2 = x+8 - x = 8$$

مشتق عدد ۸، برابر با صفر است، پس $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ صفر می‌شود و حاصل‌ضربش در $g^2(1)$ نیز همان صفر است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

دو شرط لازم داریم:

(۱) ریشهٔ مخرج (یعنی $x = 1 - m$) در بازهٔ $(1, +\infty)$ نباشد، پس باید $1 - m > 1$ یا مساوی ۱ باشد:

$$1 - m > 1 \Rightarrow m < 0$$

(۲) مشتق تابع، نامثبت باشد:

$$y = \frac{mx + 2}{x + (-1 + m)} \xrightarrow{\text{مشتق هموگرافیک}} y' = \frac{m(-1 + m) - 2(1)}{(x - 1 + m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{\underbrace{(x - 1 + m)^2}_{\text{نامنفی}}} \leq 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m + 1) \leq 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -1 \leq m \leq 2$$

با اشتراک بین دو شرط $m \geq 0$ و $-1 \leq m \leq 2$ داریم: $0 \leq m \leq 2$ و با توجه به $m \neq 2$ داریم $0 \leq m < 2$

پس m ، دو مقدار صحیح دارد: $\{0, 1\}$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

اولاً باید f در $x = a$ پیوسته باشد، پس حد راست، حد چپ و مقدارش در این نقطه برابرند.

$$\text{حد راست و مقدار: } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} (bx + c) = ab + c$$

این دو برابرند:

$$\frac{1}{a} = ab + c \xrightarrow{\times a} \frac{1}{a} = a^2 b + ac$$

رابطه (۱)

ثانیاً باید مشتق راست و چپ در $x = a$ برابر باشند:

$$\text{مشتق راست: } \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{a^2}$$

$$\text{مشتق چپ: } (bx + c)' = b$$

این دو نیز برابرند:

$$-\frac{1}{a^2} = b \Rightarrow a^2 b = -1$$

در رابطه (۱)، به جای $a^2 b$ می‌نویسیم -1 :

$$1 = \underbrace{a^2 b}_{-1} + ac \Rightarrow 1 = -1 + ac \Rightarrow ac = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

وقتی خط مماس بر منحنی، از منحنی عبور می‌کند، یعنی آن نقطه، نقطهٔ عطف است.

طول نقطهٔ عطف تابع درجهٔ سوم $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ را به دست می‌آوریم:

$$y' = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow y'' = 6x + 2a$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x = -\frac{a}{3}$$

$-\frac{a}{3}$ باید -1 باشد:

$$-\frac{a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3$$

ضابطهٔ تابع به صورت $y = x^3 + 3x^2 + bx - 1$ شد. نقطهٔ $(-1, -4)$ روی این تابع است، پس:

$$-4 = (-1)^3 + 3(-1)^2 + b(-1) - 1 \Rightarrow -4 = -1 + 3 - b - 1 \Rightarrow -4 = -b + 1 \Rightarrow b = 5$$

پس:

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0.6$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که این ستون می تواند شامل ۱ یا ۲ یا ۳ مکعب مستطیل باشد، داریم:

$$۳ = \text{تعداد حالات ستون شامل ۱ مکعب مستطیل}$$

$$۶ = ۳ \times ۲ = \text{تعداد حالات ستون شامل ۲ مکعب مستطیل}$$

$$۶ = ۳ \times ۲ \times ۱ = \text{تعداد حالات ستون شامل ۳ مکعب مستطیل}$$

$$۱۵ = ۳ + ۶ + ۶ = \text{تعداد کل حالات}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۲

$$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

با توجه به این که یکی از تاسها اول بوده و مجموع آنها حداقل ۶ است، حالات مطلوب به صورت زیر است:

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (۲, ۴), (۲, ۵), (۲, ۶) \\ (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶) \\ (۵, ۱), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۴), (۵, ۵), (۵, ۶) \\ (۴, ۲), (۶, ۲), (۴, ۳), (۶, ۳), (۱, ۵), (۴, ۵), (۶, ۵) \end{array} \right\}$$

$$n(A) = ۲۰ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۳، درسهای ۲ و ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد \bar{x} نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

داده‌های دسته اول را x_1, x_2, x_3, x_4 و داده‌های دسته دوم را y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 در نظر می‌گیریم. میانگین هر دو دسته برابر و مساوی با عدد a در نظر می‌گیریم.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = a \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4a \quad (۱)$$

$$\frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = a \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 5a \quad (۲)$$

طرفین روابط (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 9a \quad (I)$$

فرض می‌کنیم داده x_1 از دسته اول را با داده y_1 از دسته دوم جابه‌جا کرده‌ایم.

$$\frac{y_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = b \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4b \quad (۳)$$

$$\frac{x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = b \Rightarrow x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 5b \quad (۴)$$

طرفین روابط (۳) و (۴) را با هم جمع می‌کنیم.

$$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 9b \quad (II)$$

از روابط (I) و (II) نتیجه می‌شود که $a = b$. بنابراین اگر طرفین روابط (۱) و (۳) را از هم کم کنیم، داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - y_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 4a - 4b = 0 \Rightarrow x_1 - y_1 = 0 \Rightarrow x_1 = y_1$$

بنابراین دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها تغییری نمی‌کند و داده‌ها، همان داده‌های اول هستند و بنابراین واریانس آنها نیز تغییری نکرده و واریانس داده‌های دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها، همان $1/25$ است.



۲۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته ۱: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

نکته ۲: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

احتمال آنکه این دانش آموز از مدرسه A یا B باشد به صورت زیر است.

$$n(A) = \frac{3}{5}n(B) \Rightarrow n(S) = n(A) + n(B) = \frac{3}{5}n(B) + n(B) = \frac{8}{5}n(B)$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{3}{5}n(B)}{\frac{8}{5}n(B)} = \frac{3}{8}, \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{n(B)}{\frac{8}{5}n(B)} = \frac{5}{8}$$

حال با در نظر گرفتن نمودار درختی زیر و نکات فوق داریم:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \Rightarrow \text{احتمال قبول شدن} &= \frac{60}{100} = \frac{6}{10} \\ \frac{2}{5} \Rightarrow \text{احتمال قبول شدن} &= \frac{70}{100} = \frac{7}{10} \end{aligned}$$

$$P(\text{قبول شدن}) = \frac{3}{5} \times \frac{6}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{18 + 14}{50} = \frac{32}{50}$$

$$P(\text{قبول شدن} | \text{از مدرسه } A) = \frac{P(\text{از مدرسه } A) \cdot P(\text{قبول شدن} | \text{از مدرسه } A)}{P(\text{قبول شدن})} = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{6}{10}}{\frac{32}{50}} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

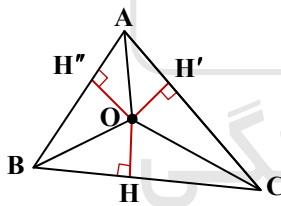
۲۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

در هر مثلث، نقطه تلاقی سه نیمساز داخلی، از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

$$OH = OH' = OH''$$



۲۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

دو مثلث ADE و AEC به دلیل داشتن دو زاویه برابر، متشابه هستند.

$$\begin{cases} \hat{D}AE = \hat{A}CD \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_1 \text{ (مشترک)} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{CE} = \frac{ED}{AE}$$

با فرض $BE = DC = x$ داریم:

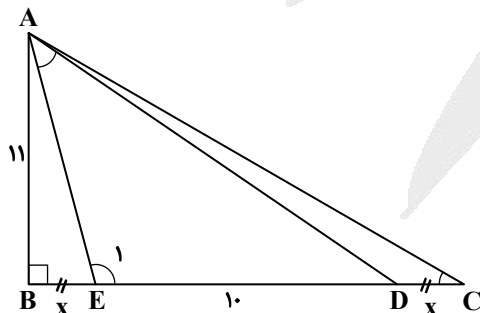
$$\frac{AE}{CE} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow AE^2 = ED \cdot CE = 10(10+x) = 100 + 10x$$

$$\Rightarrow AE^2 = 100 + 10x \quad (1)$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABE رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 \Rightarrow AE^2 = 11^2 + x^2 \xrightarrow{(1)} 121 + x^2 = 100 + 10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \Rightarrow DC = 7 \end{cases}$$



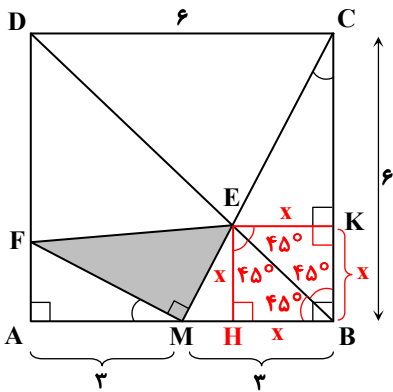


۲۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

راه حل اول: دو مثلث AFM و BCM متشابه‌اند، زیرا:



$$\begin{cases} \hat{B}CM = \hat{A}MF \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle BCM \sim \triangle AMF$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{AF} = \frac{BC}{AM} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow AF = \frac{4}{2} = 2$$

اندازه ضلع MF را می‌یابیم.

$$MF^2 = AM^2 + AF^2 \Rightarrow MF^2 = 2^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow MF = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow MF = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

از E بر BC و BM ارتفاع رسم می‌کنیم. در مربع، قطر نیمساز است، بنابراین با توجه به شکل، چهارضلعی $EKBH$ مربعی به ضلع x است و داریم:

$$EK \parallel MB \Rightarrow \frac{CK}{BC} = \frac{EK}{MB} \Rightarrow \frac{6-x}{6} = \frac{x}{3} \Rightarrow 6-x = 2x \Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow MH = 3-x = 3-2 = 1$$

در مثلث EMH داریم:

$$ME^2 = EH^2 + MH^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \Rightarrow ME = \sqrt{5}$$

$$S_{\triangle EFM} = \frac{1}{2} MF \cdot ME = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \frac{15}{4} = 3.75$$

راه حل دوم: برای به دست آوردن اندازه ME ، می‌توان از تشابه دو مثلث CDE و EMB استفاده کرد.

$$CD \parallel MB \Rightarrow \triangle CDE \sim \triangle EMB \Rightarrow \frac{CE}{ME} = \frac{CD}{MB} \Rightarrow \frac{CE}{ME} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow CE = 2ME$$

$$CM = CE + ME = 2ME + ME \Rightarrow CM = 3ME$$

با استفاده از فیثاغورس در مثلث CMB داریم:

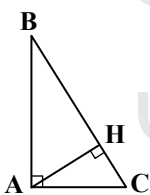
$$CM^2 = CB^2 + BM^2 \Rightarrow 9ME^2 = 36 + 9 = 45 \Rightarrow ME^2 = 5 \Rightarrow ME = \sqrt{5}$$

ادامه راه حل مانند راه حل اول است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

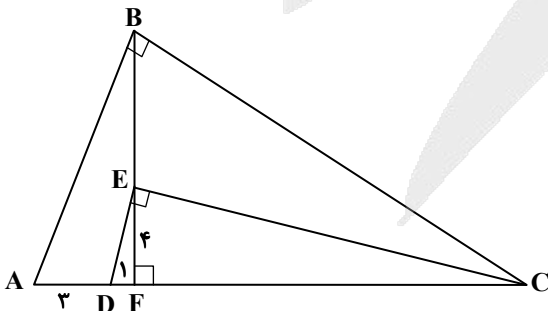
نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر ارتفاع وارد بر وتر باشد، داریم:



$$\begin{cases} AH^2 = BH \cdot CH \\ AB^2 = BH \cdot BC \\ AC^2 = CH \cdot BC \end{cases}$$

در مثلث قائم‌الزاویه DEC ، ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

$$EF^2 = DF \cdot FC \Rightarrow 4^2 = 1 \cdot FC \Rightarrow FC = 16$$



همچنین در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

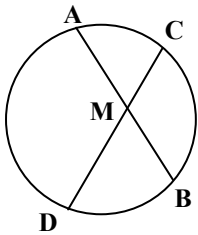
$$BC^2 = CF \cdot CA = 16 \times (16 + 4) = 16 \times 20 \Rightarrow BC = 4\sqrt{20} = 4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$



۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع کنند. آن‌گاه:



$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

با فرض $AM = x$ و $BN = y$ و استفاده از نکته فوق داریم:

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD \Rightarrow x(y+7) = 6 \times 10 = 60 \quad (1)$$

$$NB \cdot NA = NE \cdot NF \Rightarrow y(x+7) = 5 \times 12 = 60 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x(y+7) = y(x+7) \Rightarrow xy + 7x = xy + 7y \Rightarrow 7x = 7y \Rightarrow x = y$$

با جای‌گذاری رابطه فوق در (۱) داریم:

$$x(x+7) = 60 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -12 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

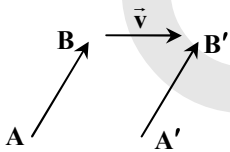
$$AB = x + 7 + y = x + 7 + x = 5 + 7 + 5 = 17$$

۳۱- پاسخ: گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

در تبدیل‌های دوران، انتقال و تجانس همواره جهت شکل حفظ می‌شود.

بنابراین گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ صحیح هستند.

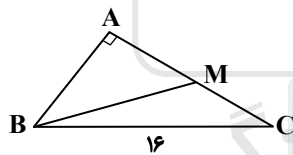
توجه: احتمالاً هدف طراح از «جهت»، راستای نوک پیکان \overline{AB} و $\overline{A'B'}$ بوده که در انتقال تحت بردار \vec{v} تغییر نمی‌کند که در این صورت جواب گزینه ۳ است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳ و فصل ۳، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم اگر در مثلثی، میانه وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع باشد، مثلث قائم‌الزاویه است. بنابراین مثلث مورد نظر، متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است که اندازه وتر آن برابر ۱۶ است و طبق شکل مقابل داریم:



$$AB = AC, AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow AC\sqrt{2} = BC = 16 \Rightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AB = 8\sqrt{2}, AM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABM، رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم.

$$BM^2 = AB^2 + AM^2$$

$$\Rightarrow BM^2 = (8\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 64 \times 2 + 16 \times 2 = 160$$

$$\Rightarrow BM = 4\sqrt{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

در خواسته سؤال، A را از سمت چپ و B را از سمت راست فاکتور می‌گیریم.

$$A \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} B - \frac{3}{2} A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} B = A \left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \right) B = A \left(\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -6 & 6 \end{bmatrix} \right) B = A \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} B$$

$$= A(-3I)B = -3AIB = -3AB = -3 \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & -6 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{حاصل ضرب درایه‌های غیر قطر اصلی} = -6 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 9$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

۳۴- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

برای یافتن سطر سوم ماتریس A^3 ، طبق رابطه $A^3 = A \cdot A^2$ کافی است سطر سوم A را در ماتریس A^2 ضرب کنیم.

$$A^3 = AA^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $2a$ و اندازه فاصله کانونی $2c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

نکته: در بیضی همواره رابطه $a^2 = b^2 + c^2$ برقرار است.

نقاط $F(3, 0)$ و $F'(-3, 0)$ کانون‌های بیضی هستند، پس داریم:

$$FF' = \sqrt{(3+3)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 9$$

حال مقدار b را محاسبه می‌کنیم.

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 81 = b^2 + 9 \Rightarrow b^2 = 72 \Rightarrow b = 6\sqrt{2}$$

$$\text{قطر کوچک} = 2b = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

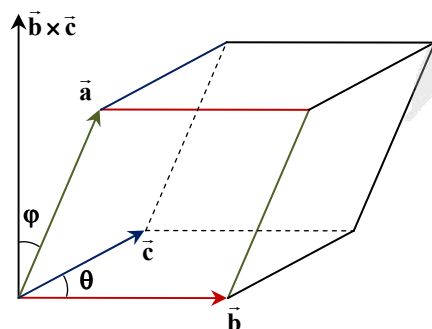
نکته ۱: مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته‌شده بر روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر است با اندازه حاصل ضرب خارجی آن‌ها، یعنی:

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

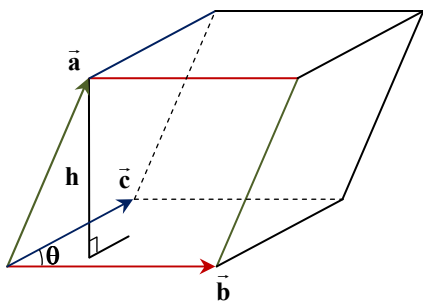
نکته ۲: حاصل ضرب خارجی دو بردار $\vec{V}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ و $\vec{V}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ را می‌توان از دترمینان زیر به دست آورد.

$$\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

نکته ۳: حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده بر روی ۳ بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} از رابطه زیر به دست می‌آید.



$$k = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \Rightarrow \text{حجم} : V = |k|$$



طبق شکل مقابل، ابتدا $\vec{b} \times \vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\vec{b} = (-1, 2, 3), \quad \vec{c} = (3, -2, 1)$$

$$\Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 8\vec{i} + 10\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$S = |\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{64 + 100 + 16} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}. \text{ است. } |\vec{b} \times \vec{c}| \text{ با } S \text{ مساحت قاعده برابر با } \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 30 \Rightarrow V = 30 \Rightarrow S \cdot h = 30 \Rightarrow h = \frac{30}{6\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

حال حجم متوازی السطوح را به دست می‌آوریم.

$$\vec{a} = (2, -3, 4) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (2, -3, 4) \cdot (8, 10, -4) = 16 - 30 - 16 = -30$$

$$\Rightarrow V = |-30| = 30 \Rightarrow S \cdot h = 30 \Rightarrow h = \frac{30}{6\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲) و ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

مجموع ارقام به صورت $23n + 1$ است. برای $n = 0$ ، مجموع ارقام برابر ۱ است و دو عدد متوالی ۱ و ۰ هستند و عدد ۵ رقمی مورد نظر، عدد ۱۰۰۰۰ است.

حال اگر دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ را x و $x + 1$ در نظر بگیریم، حالات زیر را داریم:

$$1) x, x+1, x+1, x+1, x+1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5x + 4 = 23n + 1$$

$$n = 1 \Rightarrow 5x + 4 = 24 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{ارقام: } 4, 5, 5, 5, 5 \Rightarrow \text{تعداد اعداد} = \frac{5!}{4!} = 5$$

$$2) x, x, x+1, x+1, x+1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5x + 3 = 23n + 1$$

$$n = 1 \Rightarrow 5x + 3 = 24 \Rightarrow 5x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{5} \text{ غیر قابل قبول}$$

با توجه به این که حداکثر x برابر ۸ است، برای $n \geq 2$ ، رابطه $5x + 3 = 23n + 1$ غیرممکن است.

$$3) x, x, x, x+1, x+1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5x + 2 = 23n + 1$$

$$n = 1 \Rightarrow 5x + 2 = 24 \Rightarrow x = \frac{22}{5} \text{ غیر قابل قبول}$$

برای $n \geq 2$ ، رابطه $5x + 2 = 23n + 1$ غیرممکن است.

$$4) x, x, x, x, x+1 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5x + 1 = 23n + 1 \Rightarrow 5x = 23n$$

با توجه به این که $1 \leq x \leq 8$ و $n \geq 1$ ، رابطه فوق غیرممکن است.

بنابراین در مجموع، $6 = 1 + 5$ عدد با ویژگی خواسته شده وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که $407 = 37 \times 11$ و $592 = 37 \times 16$ است. اگر اعضای مجموعه را با a نشان دهیم، داریم:

$$a = 407r + 592s = 37 \times 11r + 37 \times 16s = 37(11r + 16s)$$

بنابراین کوچک ترین عضو مثبت این مجموعه زمانی به وجود می‌آید که $11r + 16s = 1$ و چون این معادله سیاله جواب دارد $(1, 16) = (1, 11)$.

پس کوچک ترین عضو مثبت، عدد $m = 37$ است و داریم: مجموع ارقام $m = 3 + 7 = 10$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\boxed{3}, \boxed{4}, \boxed{5}, \boxed{6}, \boxed{7}, \boxed{8}, \boxed{9}, \boxed{12}, \boxed{13}, \boxed{14}, \boxed{15}, \boxed{16}, \boxed{17}, \boxed{18}, \boxed{19}, \boxed{20}$$

در بدترین حالت اگر تمام اعداد مشخص شده فوق را انتخاب کنیم، در بین آن‌ها هیچ دو عدد متمایز دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک وجود ندارد.

حال اگر یک عدد دیگر انتخاب کنیم، قطعاً با یکی از ۷ عدد قبلی، دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک است، پس حداقل باید ۸ عدد انتخاب کنیم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: گراف کامل مرتبه p گرافی است که درجه همه رأس‌های آن $p - 1$ و تعداد یال‌های آن برابر $\binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$ است.

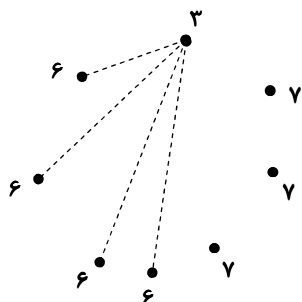
در گراف داده شده، تعداد رئوس $p = 8$ و تعداد یال‌ها $q = 24$ است. در گراف کامل با ۸ رأس یعنی

$$q(K_8) = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ داریم:}$$

گراف داده شده، ۴ یال کمتر از گراف کامل K_8 دارد. برای این که مقدار δ کمترین مقدار ممکن باشد،

این ۴ یال را از یک رأس حذف می‌کنیم. یعنی گراف به صورت مقابل است. توجه کنید که در شکل مقابل درجه هر رأس را کنار آن نوشته و یال‌های حذف شده را به صورت نقطه چین نشان داده ایم. پس

کمترین مقدار δ برابر $8 - 4 = 4$ است.

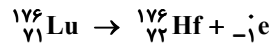




فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)
 در فرایند واپاشی بتای منفی داریم:

$$\frac{A}{Z}X \rightarrow \frac{A}{Z+1}Y + \text{e}^-$$



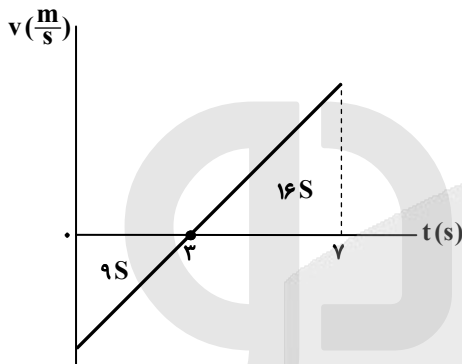
۴۲- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)
 در مرحله ضربه تراکم سوپاپ‌های ورودی و خروجی هر دو بسته هستند.

۴۳- پاسخ: گزینه ۳
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)
 از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times \frac{450}{1000} \times (16^2 - 20^2) = \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} \times (16 + 20)(16 - 20)$$

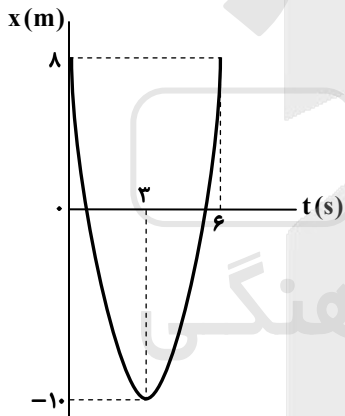
$$= \frac{1}{2} \times \frac{9}{10} \times (36)(-4) = -32/4 \text{ J}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)
 ابتدا نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{25 \text{ S}}{7 \text{ S}} = \frac{25}{7}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)
 ابتدا نمودار x-t متحرک را رسم می‌کنیم:



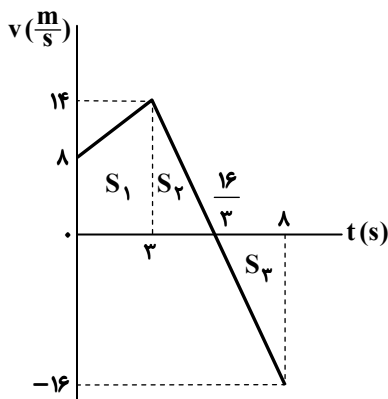
$$2t^2 - 12t + 8 = -8 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-4) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}, t_2 = 4 \text{ s}$$

در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۴s تا ۶s یعنی در کل به مدت ۴ ثانیه، فاصله متحرک تا مبدأ کمتر از ۸ متر است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)
 نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار سرعت-زمان می‌توان مسافت طی شده توسط متحرک را محاسبه کرد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2 + |S_3|}{\Delta t} = \frac{33 + \frac{49}{2} + \frac{64}{2}}{8} = \frac{212}{8} = \frac{53 \text{ m}}{2 \text{ s}}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله مکان - زمان متحرک را در زمان‌های مختلف می‌نویسیم:

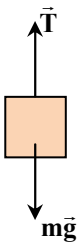
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = n \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}an^2 \\ t_2 = 2n \Rightarrow x_2 = 4 \times \frac{1}{2}an^2 = 4x_1 \\ t_3 = 3n \Rightarrow x_3 = 9 \times \frac{1}{2}an^2 = 9x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_2 = x_2 - x_1 = 3x_1 \\ \Delta x_3 = x_3 - x_2 = 5x_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x''}{\Delta x'} = \frac{5}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۴

نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم را روی شکل مشخص می‌کنیم:



جهت شتاب جسم رو به پایین است، بنابراین نیروی وزن از نیروی کشش نخ بزرگ‌تر است:

$$F = ma \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow mg - \frac{1}{8}mg = T \Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{1}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} T_A = T_B \\ m_A = m_B \Rightarrow F_B > F_A \\ F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{cases}$$

نیروی مرکزگرای وارد بر جسم همان نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است.

$$\text{جسم B زودتر می‌لغزد. } F > f_{s,max} \Rightarrow F > \mu_s mg \xrightarrow{F_B > F_A}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

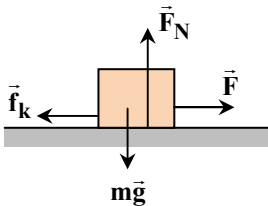
$$f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s mg \Rightarrow f_{s,max} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ N}$$

$$f_{s,max} < F \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند}$$

$$f_k = \mu_k F_N = \frac{1}{4} \times 100 = 25 \text{ N}$$

بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_t = F - f_k = 55 - 25 = 30 \text{ N}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴

از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_f} W_f = \Delta K$$

$$\Rightarrow fd = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow f \times 10 = \frac{1}{2} \times 1600 \times 10^2 \Rightarrow f = 8000 \text{ N}$$

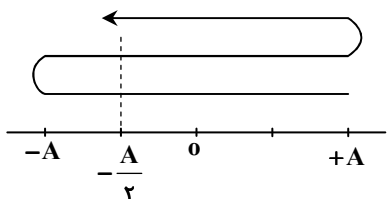


۵۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{16\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{3}{8} \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

مسیر حرکت نوسانگر را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} \ell = \frac{11A}{2} \\ |\Delta x| = \frac{3A}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{11}{3}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \xrightarrow{k, A = \text{ثابت}} E_2 = E_1 = 8 \text{ J}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 90 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 9 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^9 \Rightarrow I = 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

اکنون می‌توان آهنگ انتقال انرژی را محاسبه کرد:

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow P = IA = 10^{-3} \times 10^{-4} = 10^{-7} \text{ W} = 10^{-1} \mu\text{W}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

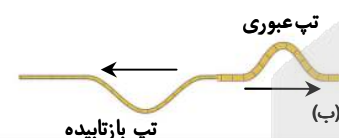
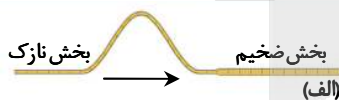
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

$$\begin{cases} f = \frac{nv}{2L} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \end{cases} \Rightarrow f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{4}{2 \times \frac{6}{10}} \sqrt{\frac{324 \times \frac{6}{10}}{\frac{6}{1000}}} \Rightarrow f = \frac{40}{12} \times 18 \times 10 = 600 \text{ Hz}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

مطابق شکل گزینه ۴ درست است.



۵۷- پاسخ: گزینه ۵

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

از فرمول ریبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

اولین و دومین خط طیفی رشته پاشن به ترتیب دارای $n = 5$ و $n = 4$ است.

$$\begin{cases} n = 4 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16} \right) = R \left(\frac{7}{9 \times 16} \right) \\ n = 5 \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25} \right) = R \left(\frac{16}{9 \times 25} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{7}{25} = \frac{256}{175}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

ابتدا انرژی فوتونی که به فلز می‌تابد را محاسبه می‌کنیم:

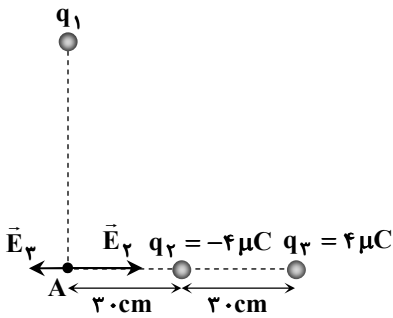
$$hf = E_2 - E_1 = E_R \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow hf = -0.85 + 3/6 = 12/75 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\max} = 12/75 - 5/2 = 7/55 \text{ eV}$$



۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)



$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_r = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_r = \frac{1}{4} E_r = 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$

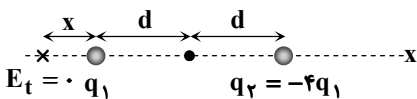
$$\begin{cases} E_{t,x} = 3 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_t = 5 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases} \Rightarrow E_{t,y} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$4 \times 10^5 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{36 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q_1| = 16 \times 10^{-6} C = 16 \mu C$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به ناهمنام بودن بار ذرات q_1 و q_2 میدان الکتریکی خالص در خارج از حد فاصل دو بار و نزدیک به بار کوچک تر صفر است.

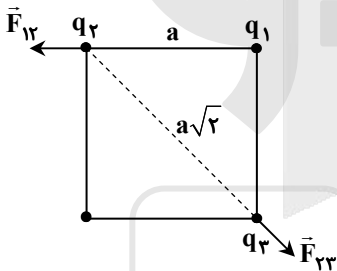


$$E_t = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{q_1}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(x+2d)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{4q_1}{(x+2d)^2} \Rightarrow (x+2d)^2 = 4x^2 \Rightarrow x+2d = \pm 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2d = 2x \Rightarrow x = 2d \checkmark \\ x+2d = -2x \Rightarrow -3x = 2d \Rightarrow x = -\frac{2}{3}d \times \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲



$$F = \frac{kqq'}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} = \frac{kq^2}{a^2} \\ F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2} = \frac{kq^2}{2a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{12}}{F_{23}} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

قبل از بستن کلید مقاومت‌های ۵ و ۲۰ اهمی با هم موازی و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۲ اهمی متوالی است.

$$R_{2,5} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4 \Omega$$

$$R_{eq,1} = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{2 + 6} = \frac{\mathcal{E}}{8}$$

$$P = VI = \mathcal{E}I - rI^2 \Rightarrow P_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{8} - 2 \frac{\mathcal{E}^2}{64} = \frac{\mathcal{E}^2}{8} - \frac{\mathcal{E}^2}{32} = \frac{3}{32} \mathcal{E}^2$$

پس از بستن کلید:

$$R_{eq,2} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = \frac{36}{12} = 3 \Omega$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{2 + 3} = \frac{\mathcal{E}}{5}$$

$$P_2 = \frac{\mathcal{E}^2}{5} - 2 \left(\frac{\mathcal{E}^2}{25} \right) = \frac{3}{25} \mathcal{E}^2$$

$$\frac{\Delta P_1}{P_1} \times 100 = \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) \times 100 = \left(\frac{\frac{3}{25}}{\frac{3}{32}} - 1 \right) \times 100 = 22.8$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \begin{cases} P_A = \frac{V^2}{R_A} \\ P_B = \frac{V^2}{R_B} \end{cases} \xrightarrow{P_A = 2P_B} R_B = 2R_A$$

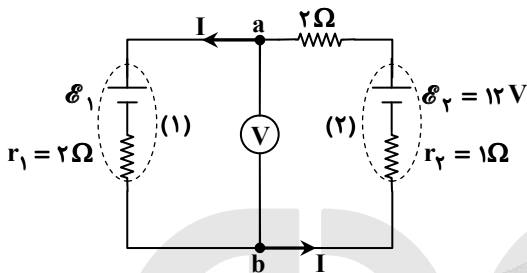
در حالت دوم داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \begin{cases} P'_A = R_A I'^2 \\ P'_B = R_B I'^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P'_A}{P'_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اطلاعات سؤال باتری ۲ تولیدکننده و باتری ۱ مصرف کننده است؛ بنابراین جریان مدار پادساعتگرد است.



$$V_a + 2I - 12 + I = V_b \Rightarrow V_a - V_b = 12 - 3I$$

$$\xrightarrow{V_a - V_b = 8/4V} 8/4 = 12 - 3I \Rightarrow I = 1/2 A$$

$$V_2 = E_2 - r_2 I \Rightarrow V_2 = 12 - 1(1/2) = 11/2 V$$

$$V_1 = 8/4 V$$

$$P = VI \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{11/8}{8/4} = \frac{9}{7}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرات q_1 و q_2 به سمت مرکز دایره هاست و از قاعده دست راست نتیجه می گیریم که $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$ است.

$$\begin{cases} F_c = m \frac{v^2}{r} \\ F_B = |q| vB \end{cases} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B} \xrightarrow{r_2 > r_1} |q_1| > |q_2|$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم به سمت پایین است.

$$F = I l B \sin \theta = 2 \times 2 \times \frac{45}{100} \times 10^{-4} \times 1 = 1/8 \times 10^{-4} N$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۷- پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از اندازه شیب نمودار $\Phi - t$ در بازه های زمانی مختلف می توان بزرگی نیروی محرکه القایی را در پیچه محاسبه کرد.

$$\begin{cases} t_1 \text{ تا } t_2: \mathcal{E}_1 = \frac{2\Phi_{max}}{t_1} \\ t_2 \text{ تا } t_3: \mathcal{E}_2 = 0 \\ t_3 \text{ تا } t_4: \mathcal{E}_3 = \frac{\Phi_{max}}{t_1} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{\frac{U=U_{max}}{I=I_{max}}} 5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} L \times 5^2 \Rightarrow L = 4 \times 10^{-4} H$$

$$L = \frac{\mu_0 AN^2}{l} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20 \times 10^{-2} \times N^2}{6/28 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 100$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۶۹- پاسخ: گزینه ۱

$$F = |q| vB \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

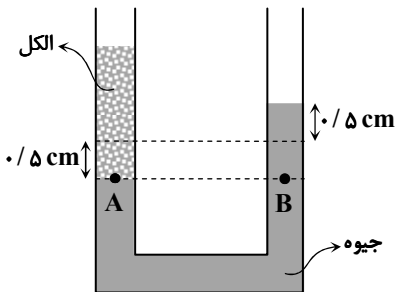
$$r = \frac{mv}{|q|B \sin \theta} \xrightarrow{B \text{ و } v \text{ ثابت}} \left(\frac{m}{|q|}\right)_\beta < \left(\frac{m}{|q|}\right)_\alpha$$

در این سؤال بهتر بود نسبت جرم به بار دو ذره مورد مقایسه قرار می گرفت.



۷۰- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)
 چگالی مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho' = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{12 + 12}{10 + 5} = 1/6 \frac{g}{cm^3}$$



۷۱- پاسخ: گزینه ۳
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)
 سطح جیوه در شاخه سمت راست به اندازه ۰/۵ cm بالا رفته، بنابراین در شاخه سمت چپ به اندازه ۰/۵ cm پایین می‌آید و اختلاف سطح جیوه در دو شاخه به ۱ cm می‌رسد.

نقاط A و B هم تراز می‌باشند و فشار در این نقاط برابر است؛ بنابراین داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{الکل}} h_{\text{الکل}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 0/8 \times h_{\text{الکل}} = 13/6 \times 1 \Rightarrow h_{\text{الکل}} = 17 \text{ cm} \Rightarrow V_{A1} = 17 \times 2 = 34 \text{ cm}^3$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)
 با توجه به اینکه پیستون‌ها دوباره به حالت تعادل می‌رسند، داریم:

$$P_a = P_b = P_c \Rightarrow \frac{mg}{A_A} + \rho gh_A = \frac{mg}{A_B} + \rho gh_B = \frac{mg}{A_C} + \rho gh_C$$

$$A_C > A_B > A_A \Rightarrow h_C > h_B > h_A$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_f = E_f - E_1$$

$$\begin{cases} E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 4^2 + \frac{1}{10} \times 10 \times 10 = 10/8 \text{ J} \\ E_f = K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 10^2 = 5 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_f = 5 - 10/8 = -5/8 \text{ J}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)
 حداقل مقدار بخار آب وارد شده زمانی است که بخار و یخ به آب صفر درجه تبدیل شوند.

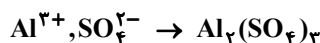
$$m_{\text{بخ}} L_F + Q_{\text{ظرف}} = m_{\text{آب}} L_V + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta \Rightarrow 100 \times 336 + 6540 = 2256 m_{\text{آب}} + 100 \times 4/2 m_{\text{آب}} \Rightarrow m_{\text{آب}} = 15 \text{ g}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (10^5 + \frac{40}{A}) \times 26A = (10^5 + \frac{120}{A}) \times 22A \Rightarrow 4 \times 10^5 A = 40 \times 40 \Rightarrow A = 40 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 40 \text{ cm}^2$$

شیمی

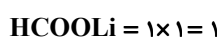
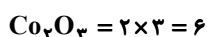
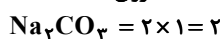
۷۶- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)
 ابتدا فرمول شیمیایی آلومینیم سولفات را می‌نویسیم:



$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{2}{3}$$

پس ترکیبی را می‌یابیم که در آن $2 = 3 \times \frac{2}{3}$ الکترون مبادله شده باشد:

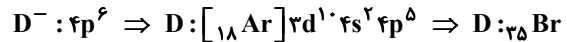
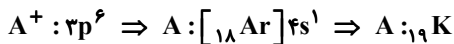
بار آنیون × تعداد آنیون = بار کاتیون × تعداد کاتیون = تعداد الکترون مبادله شده





۷۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

ابتدا عنصرهای فرضی داده شده را بشناسیم:



(الف) درست؛ بین عنصرهای ۱۹ K و ۲۶ Fe شش عنصر وجود دارد و عنصر X (S) که در گروه ۱۶ قرار دارد، نیز دارای ۶ الکترون ظرفیت می باشد.
(ب) نادرست؛ ترکیب حاصل دارای فرمول A_2X است و هر مول از آن با مبادله ۲ مول الکترون شکل می گیرد.

$$0.5 \text{ mol } A_2X \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } A_2X} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 2 / 4.0 \times 10^{23} e^-$$

(پ) درست؛ به طور کلی نافلزها با گرفتن الکترون به آرایش گاز نجیب پس از خود که در همان دوره است می رسند، اما کاتیونهای پایدار فلزی یا به آرایش گاز نجیب نمی رسند یا به آرایش گاز نجیب قبل از خود می رسند.

(ت) نادرست؛ E فلز آهن است و دارای دو ظرفیت +۲ و +۳ است. پس با اتم D (برم) دو ترکیب با فرمولهای ED_2 و ED_3 می سازد.

ترکیب حاصل از A^+ (پتاسیم) و X^{2-} (گوگرد) نیز به صورت A_2X است. پس نسبت شمار اتمهای سازنده و به یکی از دو صورت زیر است:

$$\frac{ED_3}{A_2X} = \frac{4}{3} \quad \frac{ED_2}{A_2X} = 1$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

(الف) نادرست؛ عنصر از یک نوع اتم (نه لزوماً یک ایزوتوپ) تشکیل شده است.

(ب) درست؛ از ۱۱۸ عنصر شناخته شده تنها ۹۲ عنصر در طبیعت وجود دارد.

$$\frac{92}{118} \times 100 = 77.8\%$$

(پ) درست؛ لیتیم دارای دو ایزوتوپ 6Li و 7Li است که فراوانی آنها به ترتیب ۶٪ و ۹۴٪ است.

(ت) نادرست؛ در عبارت جای کلمه های نوترون و پروتون جابه جا نوشته شده است. ضمناً این قاعده همیشگی نیست و اغلب اتمهایی که $n \geq 1/5p$ باشد، ناپایدار هستند.

۷۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

شکل صفحه ۶۹ کتاب درسی سال دهم را ببینید.



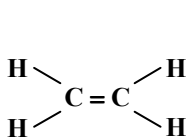
۸۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل های ۲ و ۳)

گزینه ۱: درست؛ اتم هیدروژن به گاز نجیب هلیوم، اتمهای کربن و فلوئور به آرایش گاز نجیب نئون رسیده اند.

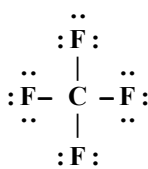
گزینه ۲: نادرست؛ باید به جای کلمه بار از کلمه عدد اکسایش استفاده شود. C_2H_4 و CF_4 ترکیبهای مولکولی هستند و اتمهای سازنده آنها باردار نیستند.

گزینه ۳: نادرست؛ از بین دو فراورده HF قطبی و CF_4 ناقطبی است. پس فراورده های قطبی نادرست است.

گزینه ۴: نادرست؛ تعداد پیوندهای C_2H_4 از CF_4 بیشتر است:



۶ پیوند

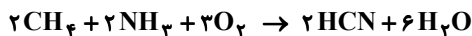
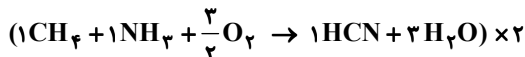


۴ پیوند



۸۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)



$$2 + 2 + 3 + 2 + 6 = 15$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بنابر صورت سؤال به دنبال ترکیب یونی هستیم که دارای یون چند اتمی باشد چرا که در یون‌های چند اتمی، اتم‌ها با پیوند کووالانسی به هم متصل هستند. پس پاسخ یا گزینه ۱ است یا گزینه ۳.

همچنین براساس صورت سؤال ترکیب باید محلول در آب باشد. می‌دانیم که BaSO_4 یک رسوب سفیدرنگ با انحلال پذیری کمتر از

$$\frac{0.01\text{g}}{1000\text{g H}_2\text{O}}$$

است. پس پاسخ Na_2SO_4 خواهد بود.

به‌طور کلی شرط انحلال ماده A در B این است: میانگین $A - B \geq (A - A, B - B)$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم Cl^- را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{g Cl}^- : 200\text{g محلول} \times \frac{2/22\text{g CaCl}_2}{100\text{g محلول}} \times \frac{1\text{mol CaCl}_2}{111\text{g CaCl}_2} \times \frac{2\text{mol Cl}^-}{1\text{mol CaCl}_2} \times \frac{35/5\text{g Cl}^-}{1\text{mol Cl}^-} = 2/84\text{g Cl}^-$$

جرم محلول:

$$200\text{g} + (1800\text{mL} \times \frac{1\text{g}}{1\text{mL}}) = 2000\text{g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2/84}{2000} \times 10^6 = 142$$



البته از جرم Na_3PO_4 افزوده شده به محلول صرف نظر شده است:

$$? \text{g Na}_3\text{PO}_4 : 200\text{g محلول} \times \frac{2/22\text{g CaCl}_2}{100\text{g محلول}} \times \frac{1\text{mol CaCl}_2}{111\text{g CaCl}_2} \times \frac{2\text{mol Na}_3\text{PO}_4}{3\text{mol CaCl}_2} \times \frac{164\text{g Na}_3\text{PO}_4}{1\text{mol Na}_3\text{PO}_4} = 4/37\text{g Na}_3\text{PO}_4$$

۴g در مقابل ۲۰۰۰ گرم واقعاً قابل صرف نظر است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۳

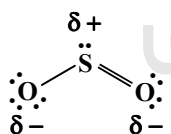
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۳)

گزینه ۱: درست؛ A و HI هر دو مولکول دو اتمی ناجورهسته، D و SiH_4 هر دو مولکول‌های ناقطبی و متقارن با ۴ اتم جانبی، E و H_2S هر دو مولکول‌های قطبی با ساختار خمیده هستند.

گزینه ۲: درست؛ در مولکول H_2O ، به دلیل قدرت نافلزی کمتر H نسبت به O، دارای بار جزئی مثبت (δ^+) است و به سمت صفحه با بار منفی جهت گیری می‌کند، پس صفحه X دارای بار منفی است. ضمناً مولکول D ساختار متقارن دارد و ناقطبی است.

گزینه ۳: نادرست

پس صفحه X بار مثبت و صفحه Y بار منفی دارد.

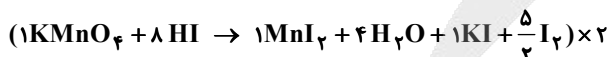


گزینه ۴: درست؛ Cl در HCl بار جزئی منفی (δ^-) دارد. در مولکول D کافی است اتم‌ها جانبی، نافلز قوی تری نسبت به اتم مرکزی باشند تا آن‌ها نیز بار جزئی منفی داشته باشند. (مثلاً CF_4)

۸۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



در نتیجه داریم:

$$3/95\text{g KMnO}_4 \times \frac{1\text{mol KMnO}_4}{158\text{g KMnO}_4} \times \frac{5\text{mol I}_2}{2\text{mol KMnO}_4} \times \frac{254\text{g I}_2}{1\text{mol I}_2} \times \frac{x}{100} = 12/7\text{g I}_2 \Rightarrow x = 8\%$$

برای سهولت محاسبه:

$$\frac{3/95}{158} = \frac{1}{40}, \frac{12/7}{254} = \frac{1}{20}$$

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

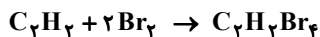
▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

منابع اقیانوسی آن‌ها غنی تر است.

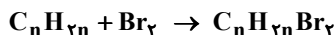


۸۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)



$$x \text{ mol } C_7H_7 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_7Br_2}{1 \text{ mol } C_7H_7} \times \frac{346 \text{ g}}{1 \text{ mol } C_7H_7Br_2} = x \times 346 \text{ g}$$



$$x \text{ mol } C_nH_{7n} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{7n}Br_2}{1 \text{ mol } C_nH_{7n}} \times \frac{14n + 160}{1 \text{ mol } C_nH_{7n}Br_2} = x \times (14n + 160)$$

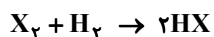
$$\frac{x \times 346}{x \times (14n + 160)} = 1/71$$

$$346 = 171 \times 2 \Rightarrow 346 = 200 \times 1/71 \Rightarrow 14n + 160 = 200 \Rightarrow n = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا جدول زیر را در نظر بگیرید:



I	Br	Cl	F	X
۴۰۰	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰	اتاق واکنش

$$-100 \leq \theta \leq +100 \Rightarrow \theta < 200 \Rightarrow F, Cl$$

$$-200 \leq \theta \leq -50 \Rightarrow \theta < 25 \Rightarrow F$$

$$-200 \leq \theta \leq 250 \Rightarrow \theta < 400 \Rightarrow F, Cl, Br$$

$$-200 \leq \theta \leq 400 \Rightarrow \theta \leq 400 \Rightarrow F, Cl, Br, I$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

با بررسی NH_3 : معادله اول در $\frac{1}{2}$ ضرب شود.

با بررسی N_2O : معادله دوم در ۳ ضرب شود.

با بررسی حذف O_2 : معادله سوم برعکس و $\frac{3}{2}$ برابر شود:

$$\Delta H = \frac{1}{2} \times (-1520) + 3 \times (-376) - \frac{3}{2} \times (-572) = -765 - 1128 + 858 = -1035 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۰- پاسخ: گزینه ۴

ترکیب‌های «الف» و «ب» اسید و استر هم‌کربن با فرمول $C_7H_8O_2$ هستند و ایزومر یکدیگرند.

ترکیب‌های «پ» و «ت» کتون و آلدهید هم‌کربن با فرمول C_7H_8O هستند و ایزومر یکدیگرند.

ضمناً ترکیب «الف» امکان برقراری پیوند هیدروژنی دارد و هیچ ترکیبی جرم مولی بیشتری نسبت به آن ندارد، پس بیشترین نقطه جوش را دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا از حجم CO به گرمای تولید شده می‌رسیم و با کسر مقدار آن از کل گرمای آزاد شده، گرمای تولید شده را در واکنش دوم محاسبه می‌کنیم.

سپس می‌توانیم به جرم کربن برسیم:

$$\frac{5}{6} \text{ L } CO \times \frac{1 \text{ mol } CO}{22.4 \text{ L } CO} \times \frac{564 \text{ kJ}}{2 \text{ mol } CO} = 70/5 \text{ kJ}$$

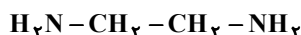
$$201/5 - 70/5 = 131 \text{ kJ}$$

$$131 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } C}{393 \text{ kJ}} \times \frac{12 \text{ g } C}{1 \text{ mol } C} = 4 \text{ g } C$$

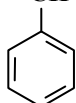
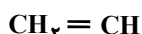
▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

دی آمین سازنده پلیمر A:



مونومر سازنده پلیمر B:



$$C_7H_8N_2 = 24 + 8 + 28 = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$C_8H_8 = 96 + 8 = 104 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

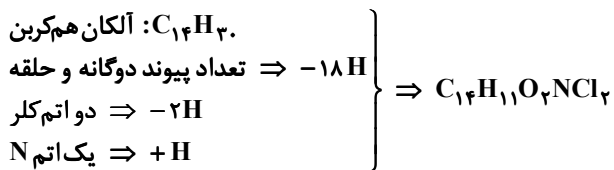
$$\frac{60}{104} < \frac{60}{100} \Rightarrow \frac{60}{104} \approx 0.58$$



۹۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۲)

قبل از بررسی گزینه‌ها فرمول ترکیب را به دست می‌آوریم:



عبارت «اول»: نادرست؛ ۱۱ اتم هیدروژن داریم که یکی به N و یکی به O متصل است، پس ۹ پیوند C-H وجود دارد. همچنین در شکل، ۲

$$\frac{9}{2} \neq 5 \text{ پیوند C-N وجود دارد.}$$

عبارت «دوم»: نادرست

$$\text{جرم مولی ترکیب} = (14 \times 12) + 11 + 32 + 14 + 71 = 296$$

$$\% \text{O} = \frac{2 \times 16}{296} \times 100 = \frac{32}{296} \times 100 = \frac{30}{300} \times 100 = 10\%$$

عبارت «سوم»: درست

$$\left. \begin{array}{l} \text{پیوندهای دوگانه: } 6(\text{C}=\text{C}) + 1(\text{C}=\text{O}) = 7 \\ \text{تعداد پیوند (C-H): } 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 9 - 7 = 2$$

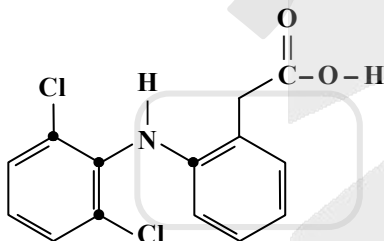
عبارت «چهارم»: درست

شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی: $1 \times \ddot{\text{N}} + 2 \times \ddot{\text{O}} + 2 \times \ddot{\text{Cl}}:$

$$= 1 + 4 + 6 = 11$$

کربن با عدد اکسایش +۱، یعنی کربنی که به یک نافلز قوی‌تر از خود متصل است و فاقد هیدروژن باشد. در شکل زیر این اتم‌ها مشخص شده‌اند.

$$\text{نسبت خواسته شده: } \frac{11}{4} = 2/75$$



۹۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



گزینه ۱: نادرست؛ باید نسبت مول مواد داده شده را بر ضریب مولی تقسیم کنیم. اگر مقادیر ترکیب یکسان باشد، درست است:

$$\frac{21\text{g CO} \times \frac{1\text{mol CO}}{28\text{g CO}}}{10} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{9/3\text{g P}_4 \times \frac{1\text{mol P}_4}{4 \times 31\text{g P}_4}}{1} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{10\text{g C} \times \frac{1\text{mol C}}{12\text{g C}}}{10} = \frac{1}{12}$$

گزینه ۲: نادرست؛ چون ضریب Si و SiO_2 برابر عدد یک نیست و سرعت متوسط آن‌ها با سرعت واکنش یکسان نمی‌باشد.

گزینه ۳: نادرست؛ با توجه به کاهش تدریجی سرعت واکنش لزوماً این عبارت درست نیست.

گزینه ۴: درست

$$\frac{0/4\text{mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{2} = \frac{0/2\text{mol P}_4}{1}$$



۹۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

کاهش $[OH^-]$ یعنی افزایش $[H^+]$ ، پس با یک اسید مواجه هستیم. شمار مولکول‌های موجود در محلول بیشتر است، یعنی یونش اسید کمتر است. پس در بین گزینه‌ها ضعیف‌ترین اسید را باید بیابیم: HCN

۹۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

می‌دانیم که فوریک اسید از استیک اسید قوی‌تر است، یعنی در دمای یکسان $K_{a1} > K_{a2}$ است.

گزینه ۱: نادرست

$$\left. \begin{matrix} M_1 < M_2 \\ K_{a1} > K_{a2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{لزوماً نمی‌توان بین } [H^+] \text{ و pH دو محلول مقایسه کرد.}$$

گزینه ۲: نادرست

$$\left. \begin{matrix} pH_1 = pH_2 \Rightarrow [H^+]_1 = [H^+]_2 \\ K_{a1} > K_{a2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow M_1 < M_2 \Rightarrow M_1 - [H^+] < M_2 - [H^+]$$

در غلظت یون هیدرونیوم برابر، اسید ضعیف‌تر غلظت بیشتری خواهد داشت.

گزینه ۳: نادرست

اگر دما ثابت بماند، رابطه مقابل برقرار است:

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \approx M\alpha^2 \Rightarrow \alpha = \sqrt{\frac{K_a}{M}}$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}$$

پس هر دو به یک نسبت تغییر غلظت دارند و به یک نسبت تغییر در درجه یونش ایجاد می‌کند.

گزینه ۴: درست؛ می‌توان با تغییر غلظت (البته در حجم یکسان که به نظر باید در سؤال مطرح شود) مول‌های متفاوت ایجاد کرد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$pH_1 = 1/4 = 2 - \log 4 \Rightarrow [H^+]_1 = 4 \times 10^{-2} \stackrel{\alpha=1}{=} M_1$$

$$pH_2 = 1/2 = 2 - \log 2 \Rightarrow [H^+]_2 = 2 \times 10^{-2} \stackrel{\alpha=1}{=} M_2$$

در کل عبارات‌های میلی‌لیتر در صورت سؤال با هم ساده می‌شوند.

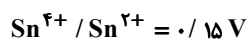
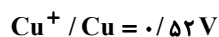
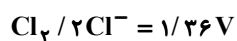
$$(a \text{ mL} \times \frac{0.04 \text{ mol HA}}{1 \text{ L}} + b \text{ mL} \times \frac{0.02 \text{ mol HA}}{1 \text{ L}}) \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{1 \text{ L}}{0.03 \text{ mol NaOH}} = 200 \text{ mL} \Rightarrow 2a + b = 300$$

$$a + (a + b) = 300$$

براساس گزینه‌ها فقط گزینه ۴ با جای‌گذاری مقدار درستی برای a ایجاد می‌کند.

۹۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا یک سری الکتروشیمیایی از نیم‌واکنش‌ها را می‌نویسیم:



گزینه ۱: نادرست؛ Cl^- ضعیف‌ترین کاهنده و Sn^{2+} قوی‌ترین کاهنده است.

گزینه ۲: نادرست؛ واکنش $(Cu + Sn^{4+} \rightarrow)$ غیرخودبه‌خود است و emf آن منفی می‌شود.

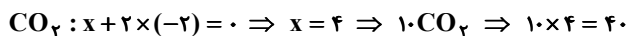
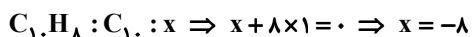
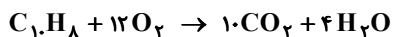
گزینه ۳: درست؛ وقتی X با Sn^{4+} به‌طور طبیعی واکنش می‌دهد یعنی پتانسیل آن از ۰/۱۵ کمتر است، پس با Cl_2 نیز واکنش می‌دهد.

گزینه ۴: نادرست؛ در سری الکتروشیمی کاهنده پایین‌تر با اکسنده بالاتر واکنش می‌دهد، یعنی این واکنش به‌طور طبیعی انجام نمی‌شود و emf آن منفی است.



۹۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)



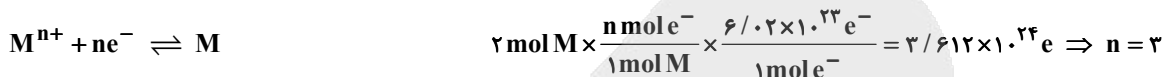
تغییر عدد اکسایش = $40 - (-8) = 48$

نسبت خواسته شده: $\frac{48}{-8} = -6$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

کاتیون فلز M را به صورت M^{n+} در نظر می‌گیریم:



از ظاهر سؤال معلوم نیست که M یا Cu کدام یک آند یا کاتد است، بنابراین واکنش را دو طرفه می‌نویسیم:



$$\frac{3 \times 64}{x \times M} = \frac{1}{1/84} \Rightarrow M = \frac{3 \times 32}{1/84} = 52$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

جدول با هم ببیندیشیم صفحه ۸۷ کتاب درسی شیمی ۳:

ویژگی	ماده	تیتانیوم	فولاد
نقطه ذوب (°C)		۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g \cdot mL^{-1}$)		۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا		ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی		عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش		عالی	عالی

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲) و شیمی ۳ (فصل ۳)

بررسی موارد:

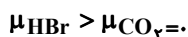
الف) نادرست؛ ترکیب D و J، LiF و ترکیب G و D، $LiBr$ است.

شعاع Br^- از F^- بیشتر و چگالی بار آن کمتر است، پس آنتالپی فروپاشی LiF بیشتر است.

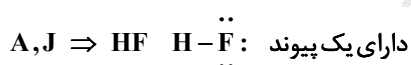
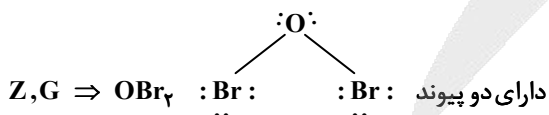
ب) نادرست؛ ترکیب حاصل از Z و E در شرایط مناسب CO_2 و ترکیب حاصل A و E در شرایط مناسب CH_4 است. هر دو ترکیب ناقطبی

هستند، اما جرم مولی CO_2 از CH_4 بیشتر است؛ پس نیروی واندروالسی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتری دارد.

پ) درست



ت) درست



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

شرایط انجام واکنش‌ها در فرایند هابر: دمای $450^\circ C$ ، فشار ۲۰۰ اتمسفر و استفاده از کاتالیزگر ورقه آهنی

ضمناً در حین انجام فرایند از طریق میعان NH_3 ، آن را پیوسته جداسازی می‌کنند تا بنابر اصل لوشاتلیه واکنش در جهت تولید بیشتر فرآورده

جابه‌جا شود.



	$4X$	$+$	Y	\rightleftharpoons	$2M$	$+$	$2Z$
اولیه	a		a		\cdot		\cdot
تغییرات	$-4b$		$-b$		$+2b$		$+2b$
تبادل	$a-4b$		$a-b$		$2b$		$2b$

$$\left. \begin{array}{l} a-4b = 0/0.2 \\ a-b = 0/0.8 \end{array} \right\} \Rightarrow b = 0/0.2, a = 0/1$$

$$K = \frac{[M]^2 [Z]^2}{[X]^4 [Y]^1} = 25 = \frac{(0/0.4)^2 \times (0/0.4)^2}{(0/0.2)^4 \times 0/0.8} \times \frac{1}{V^4} \times \frac{1}{V^5}$$

$$25 = \frac{16}{0/0.8} \times V \Rightarrow V = \frac{25}{200} = \frac{1}{8} L = 125 \text{ mL}$$

با افزایش (کاهش حجم) فشار تعادل به سمت تولید مول گاز کمتر، یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و [AD] افزایش می‌یابد. بنابراین $P_2 > P_1$ است. ضمناً افزایش دما باعث جابه‌جایی تعادل در جهت مصرف گرما و کاهش [AD] شده است. پس تعادل گرماده است. در تعادل گرماده، دما و ثابت تعادل با هم رابطه عکس دارند.

دریسه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

