

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره

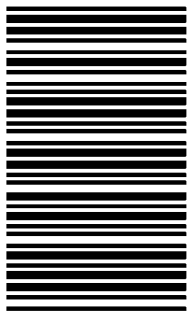


www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





121A

کد کنترل

121

A

دفترچه شماره ۱ از ۲

صبح چهارشنبه

۱۴۰۲/۰۴/۱۴

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$2 \times 2 = 4$$

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت دوم - تیرماه سال ۱۴۰۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود



* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r+d$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲- نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های 3 و 5 قطع کند و $x^2 + y^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳- برای مجموعه‌های $A = \{a-2, 6, 2b+1, c\}$ و $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند حالت مقدار $a+b+c=9$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴- مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

- (۱) $(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r))$
 (۲) $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$
 (۳) $[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q)$
 (۴) $(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$

۵- اگر \bullet و \circ ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $\circ - 2 \bullet - 17 = 0$ و $\bullet + 2 \circ + 4 = 0$ باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

محل انجام محاسبات



۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{16}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/75$ (۳) ۲ (۴) $2/25$

۷- نقطه $(4/5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x = 4y$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۳) $2\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{17}$

۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-2}\sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار $f(m+4)$ کدام است؟

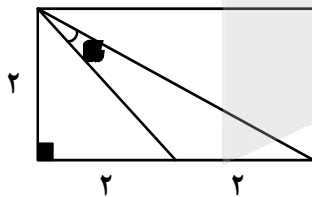
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

$\frac{1}{6}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_3 5 = 1/4$ و $\log_3 2 = 2/4$)

- (۱) ۳۸۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۴۰ (۴) ۴۲۰

۱۰- در شکل زیر، مقدار $\cot \theta$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

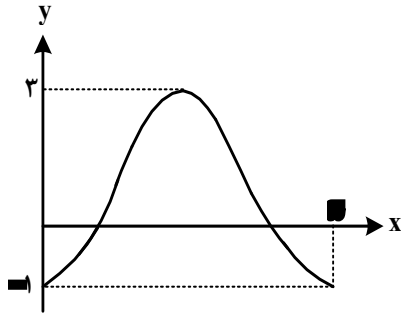
۱۱- مثلث ABC، با اضلاع $\sqrt{3}$ و ۶ و θ (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث $4/5$ باشد، بیشترین مقدار θ چند برابر کمترین مقدار θ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(cx - \frac{\pi}{4}\right)$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f



در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$
- (۲) $\frac{\pi}{4}$
- (۳) $\frac{\pi}{2}$
- (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۱۳- در معادله مثلثاتی $\sqrt{6} \sin(2x) + \sqrt{6} \sin(x) - 3 \cos(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ اگر $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) -۶
- (۲) -۳
- (۳) ۶
- (۴) ۳

۱۴- تابع f اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر $f(m^2 - 2m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

۱۵- f تابع هموگرافیک، $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)}$ است، کدام عدد می‌تواند حاصل

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} x - [x] & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = n - 1$ پیوسته است. کدام مورد

در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

- (۱) n زوج
- (۲) n فرد
- (۳) برای جمیع مقادیر n پیوسته است.
- (۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

محل انجام محاسبات



- ۱۷- اگر $f(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۲
- ۱۸- خط d موازی محور x ها، قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ نسبت به محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم‌شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟
- (۱) $1/25$ (۲) $3/25$ (۳) $0/75$ (۴) $2/75$
- ۱۹- به‌ازای چند مقدار صحیح و منفی k ، نقطه عطف منحنی $y = (k+1)x^2 + kx^3$ در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بیش از ۲ (۴) صفر
- ۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - x^2}$ از خط $2x = y + 2$ کدام است؟
- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
- ۲۱- ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می‌توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه‌روی هم بنشینند به طوری که هر وزیر دقیقاً روبه‌روی معاونش قرار بگیرد؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴
- ۲۲- در یک گروه ۱۵ نفری دانش‌آموزی، ۴ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷ نفر فقط بلیت فیلم «ب» را خریداری کرده‌اند. اگر $P(A)$ و $P(B)$ به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم‌های «الف» و «ب» باشند، بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{15}{29}$ (۲) $\frac{38}{45}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۴) $\frac{15}{22}$
- ۲۳- اعداد ۹ تا ۱۹ در اختیار است. دو عدد دلخواه از بین این اعداد را حذف نموده و با مقدار اختلاف آن دو عدد جایگزین می‌شود. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد زوج، غیر تکراری و با بیشترین میانگین ممکن باشند، انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟
- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{21}$ (۴) $\sqrt{28}$
- ۲۴- یک دستگاه طوری طراحی شده که به تصادف یکی از دو حرف A یا B را از ورودی می‌گیرد و پس از طی سه مرحله حرفی را در خروجی چاپ می‌کند. در هر مرحله حرف ورودی با احتمال $\frac{1}{4}$ بدون تغییر به مرحله بعد می‌رود یا به شکل حرف دیگری درآمده و به مرحله بعدی وارد می‌شود. اگر احتمال انتخاب حرف A ، ۲ برابر حرف B باشد، با کدام احتمال، حرف «A» چاپ شده توسط دستگاه با حرف ورودی یکسان است؟
- (۱) $\frac{14}{23}$ (۲) $\frac{21}{23}$ (۳) $\frac{9}{41}$ (۴) $\frac{17}{41}$

محل انجام محاسبات

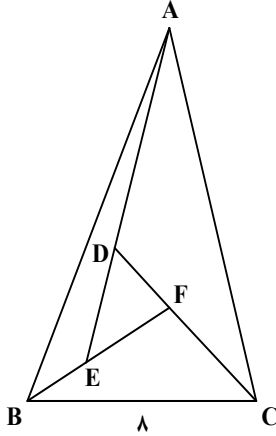


۲۵- در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

- ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴)

۲۶- در شکل زیر، $\hat{A}BF \cong \hat{C}AE \cong \hat{B}CD$ ، $DF = \frac{2}{5}$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟

- ۸/۶ (۱)
۷/۵ (۲)
۱۰/۵ (۳)
۹/۶ (۴)



۲۷- در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هر یک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

- ۲۴ (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴)

۲۸- در مثلث ABC ، میانه‌های رسم شده از رأس‌های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $4/5$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه‌های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

- $\frac{17}{9}$ (۱) $\frac{19}{9}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

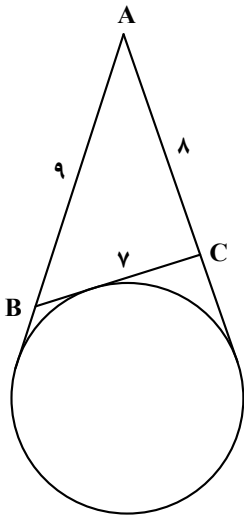
۲۹- یک پنج‌ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج‌ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

- ۵۴۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۳۰- در شکل زیر، از نقطه A دو مماس رسم شده است. شعاع دایره کدام است؟



(۱) $7,2\sqrt{2}$

(۲) $4,8\sqrt{5}$

(۳) $3,6\sqrt{2}$

(۴) $2,4\sqrt{5}$

۳۱- در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟

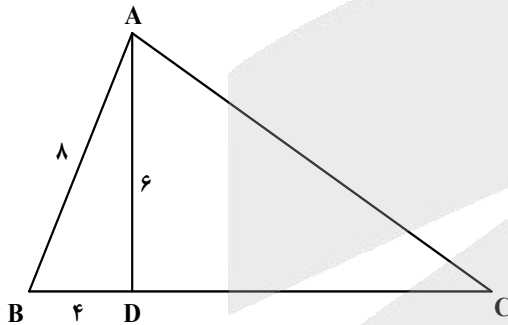
(۴) ۳۶

(۳) ۳۴

(۲) ۳۲

(۱) ۳۰

۳۲- در شکل زیر، اگر $\hat{D}AC \cong \hat{B}AD$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟



(۱) $19,2$

(۲) $16,8$

(۳) $18,6$

(۴) $15,4$

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} \log_6^2 & \log_6^2 \\ \log_6^2 & \log_6^2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 6|A| & 3|A| \\ 3|A| & 36|A| \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان B، کدام است؟

(۴) $\frac{15}{8}$

(۳) $\frac{9}{8}$

(۲) $\frac{15}{4}$

(۱) $\frac{9}{4}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-1, -1)$ ، از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد. اگر از دو سر وترى که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{5}$

(۱) $5\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



۳۵- فرض کنید \vec{a} و \vec{b} بردارهای ناصفری هستند که ضرب داخلی آنها، $-\frac{3}{5}$ حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار است.

مساحت مثلثی را که توسط بردارهای $(\frac{2\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$ و $(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{4}$ (۲) $\frac{4}{8}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۳۶- خط d به معادله $y = -x + 2$ عمود منصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی ۲ برابر دیگری است. اگر خط d بر

دایره کوچک‌تر به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 2 = 0$ مماس باشد، حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{65}{32}$ (۴) $\frac{65}{64}$

۳۷- با قرار دادن عدد سه رقمی $3(a \odot a)$ بین دو رقم مشابه a ، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد اول می‌تواند a را بشمارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $63x + 77y + 27z = 273$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۹

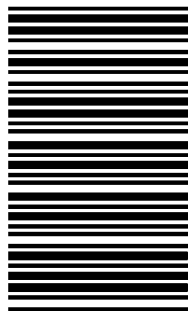
۳۹- حداقل چند زوج مرتب با مؤلفه‌هایی از اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا به‌طور قطع، حداقل در دو جفت انتخاب‌شده، هر کدام از مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم، مضرب ۵ باشند؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۹ (۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

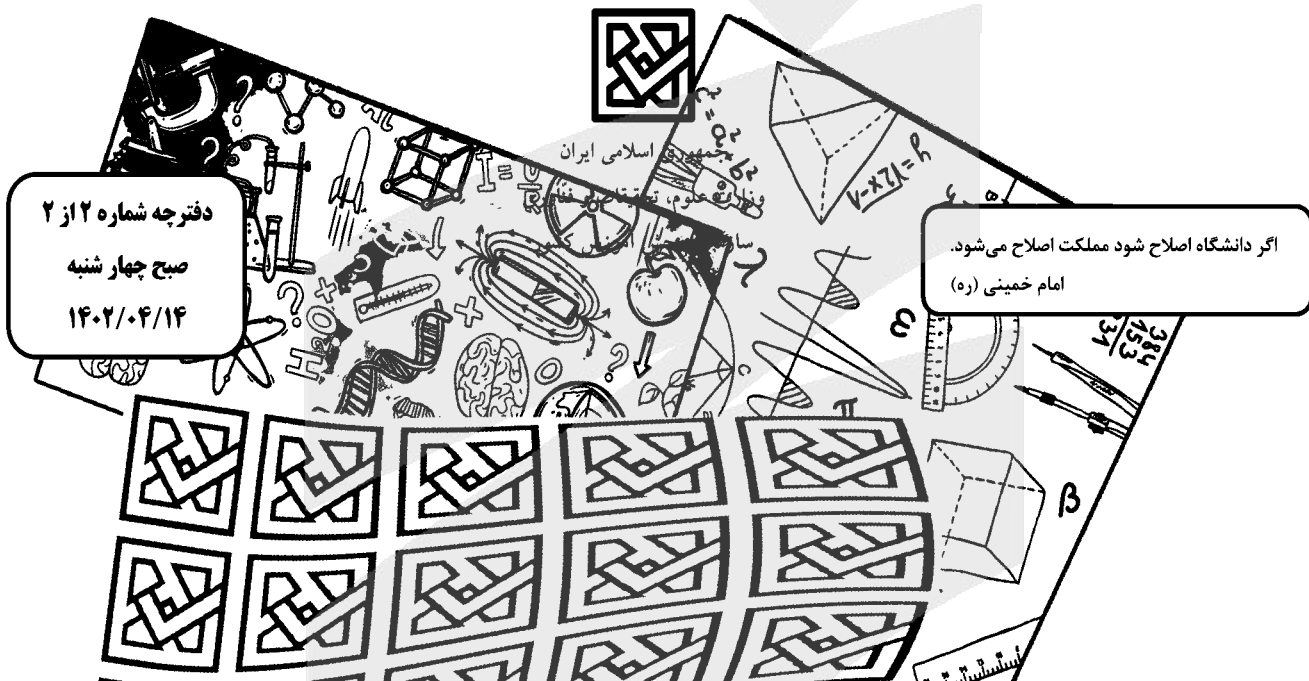


122A

کد کنترل

122

A



دفترچه شماره ۲ از ۲
صبح چهارشنبه
۱۴۰۲/۰۴/۱۴

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت دوم - تیر ماه سال ۱۴۰۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
سوال	۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک	۱
۷۵ دقیقه	۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی	۲

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و.....) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود



* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۴۱- در فرایند واپاشی ${}_{11}^{11}\text{C} \rightarrow {}_{11}^{10}\text{B} + x$ ، x کدام است؟

- (۱) پروتون (۲) β^+ (۳) β^- (۴) نوترون

۴۲- گلوله‌ای از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود و تا رسیدن گلوله به ارتفاع ۴۲ متری از سطح زمین، انرژی جنبشی آن ۳۰ درصد کاهش می‌یابد. این گلوله حداکثر تا ارتفاع چند متری از سطح زمین بالا می‌رود؟

(مقاومت هوا ناچیز است و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۹۶ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۴۹

۴۳- طول یک پل معلق فولادی در سردترین موقع سال ۹۰۰ متر بوده و در آن سال بیشترین طول پل به ۹۰۰/۹ متر رسیده است. اختلاف بیشترین دما و کمترین دمای پل در آن سال، چند درجه سلسیوس است؟

($K = 1.25 \times 10^{-5}$)

- (۱) ۷۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۰

۴۴- در کدام فرایند، کار انجام شده روی گاز مثبت است و انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد؟

- (۱) تراکم هم‌فشار (۲) تراکم بی‌دررو (۳) انبساط هم‌فشار (۴) انبساط بی‌دررو

۴۵- در یک مسیر مستقیم و از یک نقطه، متحرک A در مبدأ زمان با شتاب ثابت a از حال سکون به حرکت درمی‌آید و

در لحظه t_1 متحرک B از همان نقطه و در همان مسیر با شتاب ثابت $a + \frac{m}{s}$ از حال سکون به حرکت

درمی‌آید. اگر در لحظه t_2 دو متحرک به هم برسند، فاصله آنها در لحظه t_1 چند متر است؟

- (۱) ۴/۴ (۲) ۸/۸ (۳) ۱۲/۴ (۴) ۲۴/۸

۴۶- گلوله‌ای از فاصله ۱۰۰ متری زمین از یک نقطه رها می‌شود. یک ثانیه بعد، گلوله دیگری از ده متر پایین تر از گلوله

اول رها می‌شود. از لحظه رها شدن گلوله دوم تا لحظه‌ای که اولین گلوله به زمین می‌رسد، فاصله دو گلوله چه تغییری می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز فرض شود.)

- (۱) ثابت می‌ماند. (۲) افزایش می‌یابد. (۳) کاهش می‌یابد. (۴) ابتدا کاهش می‌یابد و سپس افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



۴۷- خودرو A با سرعت ثابت $8 \frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم در حرکت است و پشت سر آن خودرو B با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$

در همان جهت حرکت می‌کند. وقتی فاصله بین آنها به ۴۶ متر کاهش می‌یابد، خودرو A با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ سرعت

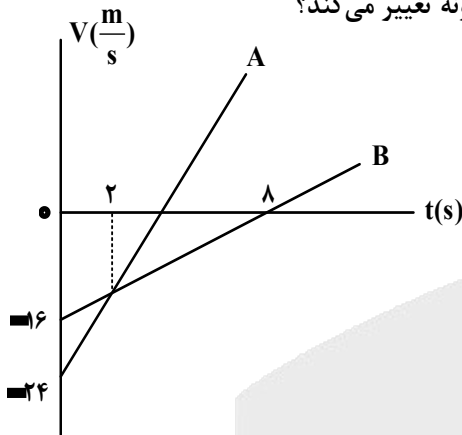
خود را کم می‌کند و یک ثانیه بعد خودرو B نیز با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کم می‌کند. سرعت خودرو B در

لحظه رسیدن به خودرو A چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۸- دو متحرک در مبدأ زمان، از مبدأ محور می‌گذرند و نمودار سرعت - زمان آنها مطابق شکل است. در بازه زمانی که

دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصله بین آنها چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۴۸ متر افزایش می‌یابد.

(۲) ۴۸ متر کاهش می‌یابد.

(۳) ۶۴ متر افزایش می‌یابد.

(۴) ۶۴ متر کاهش می‌یابد.

۴۹- فرض کنید ماهواره‌ها روی مدارهای دایره‌ای به دور زمین به‌طور یکنواخت می‌چرخند. کدام مورد صحیح است؟

(۱) تندی مداری ماهواره در گردش به دور زمین، متناسب با جذر فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

(۲) مربع دوره گردش ماهواره به دور زمین، متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

(۳) شتاب حرکت ماهواره متناسب با جذر فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

(۴) وزن یک ماهواره با جذر فاصله ماهواره از مرکز زمین رابطه عکس دارد.

۵۰- معادله تکانه متحرکی به جرم 500 گرم که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $\vec{P} = (3t - 6)\vec{i}$ است. نیروی

خالص متوسطی که در بازه زمانی $t_1 = 1$ s تا $t_2 = 3$ s بر این متحرک وارد می‌شود، بر حسب نیوتون، کدام است؟

- (۱) $3\vec{i}$ (۲) $-3\vec{i}$ (۳) $6\vec{i}$ (۴) $-6\vec{i}$

محل انجام محاسبات



۵۱- جسمی به جرم 5 kg روی سطح افقی قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح به ترتیب 0.5 و 0.4 است. اگر به جسم نیروی افقی و ثابت 26 N وارد کنیم، در حین حرکت، شتاب جسم و نیرویی که جسم

به سطح وارد می‌کند، در SI کدام‌اند؟ $(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 10^g)$

- (۱) $10\sqrt{29}$ و 0.2 (۲) $25\sqrt{5}$ و 0.2
 (۳) $10\sqrt{29}$ و 1.2 (۴) $25\sqrt{5}$ و 1.2

۵۲- خودرویی به جرم 2 تن روی سطح افقی با تندی ثابت $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ مسیر دایره‌ای به شعاع 20 متر را دور می‌زند. نیروی مرکزگرای خودرو چند نیوتون است و کدام نیرو آن را تأمین می‌کند؟

- (۱) 2500 - نیروی اصطکاک جنبشی (۲) 2500 - نیروی اصطکاک ایستایی
 (۳) 1250 - نیروی اصطکاک جنبشی (۴) 1250 - نیروی اصطکاک ایستایی

۵۳- تار ی به طول 60 cm با دو انتهای ثابت ارتعاش می‌کند و در طول آن 3 شکم تشکیل شده است. اگر بسامد ایجاد شده 300 هرتز باشد، تندی موج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است و بسامد صوت اصلی تار چند هرتز است؟

- (۱) 300 و 500 (۲) 120 و 300 (۳) 120 و 100 (۴) 500 و 100

۵۴- اگر فاصله از چشمه صوت نصف شود و همزمان توان چشمه صوت دو برابر شود، تراز شدت صوت چگونه تغییر می‌کند؟ $(\log 2 \times 10^3)$

- (۱) 8 برابر می‌شود. (۲) 9 برابر می‌شود.
 (۳) 4 دسی‌بل افزایش می‌یابد. (۴) 9 دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۵۵- طول آونگ ساده‌ای را 17 سانتی‌متر تغییر می‌دهیم، دوره آن $12/5$ درصد افزایش می‌یابد. دوره آونگ (قبل از تغییر

طول) چند ثانیه است؟ $(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 10^g)$

- (۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $1/6$ (۴) $1/8$

۵۶- معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos \omega t$ است. اگر تندی متوسط نوسانگر

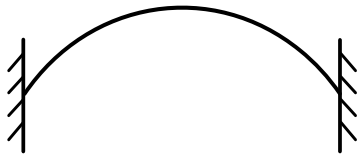
در بازه زمانی $t_1 = 0.5\text{ s}$ تا $t_2 = 0.7\text{ s}$ برابر با $1/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، دامنه نوسان چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 3 (۳) $4/5$ (۴) 6

محل انجام محاسبات



۵۷- مطابق شکل، تار که بین دو تکیه‌گاه محکم شده است، در هماهنگ اول خود با بسامد f به نوسان درمی‌آید. اگر فاصله دو تکیه‌گاه 50 cm و تندی موج عرضی در آن $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، چند میلی‌ثانیه طول می‌کشد تا هریک از ذرات تار یک نوسان انجام دهند؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۲
- (۳) ۵
- (۴) ۴

۵۸- در اتم هیدروژن، الکترون با جذب فوتونی با انرژی $12/75$ الکترون‌ولت از مدار n به مدار n می‌رود. n و n به ترتیب کدامند؟ ($E_R = 13/6\text{ eV}$)

- (۱) ۴ و ۱
- (۲) ۶ و ۱
- (۳) ۴ و ۲
- (۴) ۶ و ۲

۵۹- در یک دستگاه فوتوالکتریک، تابع کار فلز 4 eV است. با این دستگاه دو آزمایش انجام می‌دهیم. در آزمایش دوم طول موج پرتو به کار رفته را نصف می‌کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکتریک‌ها نسبت به آزمایش قبلی ۶ برابر می‌شود. طول موج پرتو استفاده‌شده در آزمایش اول چند نانومتر است؟ ($h = 4 \times 10^{-15}\text{ eV}\cdot\text{s}$ و $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$)

- (۱) ۱۸۰
- (۲) ۲۴۰
- (۳) ۳۶۰
- (۴) ۴۸۰

۶۰- عمل غنی‌سازی در یک نمونه اورانیم، کدام است؟

- (۱) تبدیل هرچه بیشتر اورانیم 235 به اورانیم 238
- (۲) تبدیل هرچه بیشتر اورانیم 238 به اورانیم 235
- (۳) افزایش درصد ایزوتوپ‌های اورانیم 238
- (۴) افزایش درصد ایزوتوپ‌های اورانیم 235

۶۱- با کاهش بار الکتریکی یک خازن، چه کسری از انرژی آن را کاهش دهیم تا اختلاف پتانسیل الکتریکی آن $\frac{3}{4}$ اختلاف پتانسیل اولیه آن شود؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{7}{16}$
- (۴) $\frac{9}{16}$

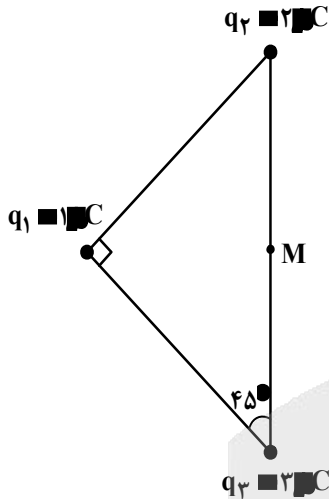
محل انجام محاسبات



۶۲- بار الکتریکی $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ در راستای میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطه A به نقطه B منتقل می‌شود و انرژی پتانسیل الکتریکی آن 2 mJ افزایش می‌یابد. $V_B = V_A$ ، چند ولت است و جهت حرکت بار الکتریکی در مقایسه با جهت میدان الکتریکی چگونه است؟

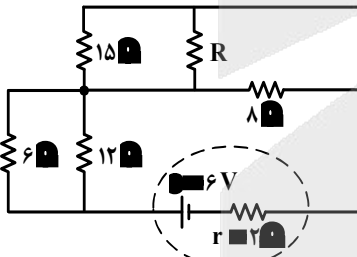
- (۱) -10^5 و در خلاف جهت میدان
 (۲) $+10^5$ و در خلاف جهت میدان
 (۳) $+10^5$ و در جهت میدان
 (۴) -10^5 و در جهت میدان

۶۳- در شکل زیر، سه بار الکتریکی مثبت نقطه‌ای در سه رأس مثلث ثابت نگه داشته شده‌اند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M (وسط ضلع)، E است. اگر بار الکتریکی q_2 را از آزمایش حذف کنیم، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M چند برابر می‌شود؟



- (۱) $\sqrt{5}$
 (۲) $2\sqrt{5}$
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

۶۴- در شکل زیر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶ اهمی و ۸ اهمی با هم برابر است. شدت جریانی که از مقاومت ۸ اهمی می‌گذرد، چند آمپر است؟

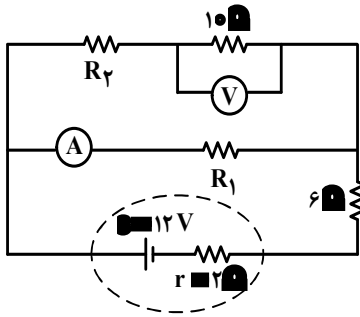


- (۱) 0.2
 (۲) 0.3
 (۳) 0.4
 (۴) 0.5

محل انجام محاسبات



۶۵- در مدار زیر، آمپرسنج آرمانی 0.25 آمپر و ولتسنج آرمانی 5 ولت را نشان می‌دهد. R_1 چند اهم است؟



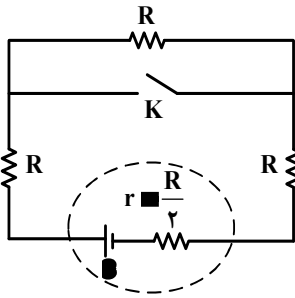
(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

۶۶- در شکل زیر اگر کلید را ببندیم، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند برابر می‌شود؟



(۱) $\frac{4}{5}$

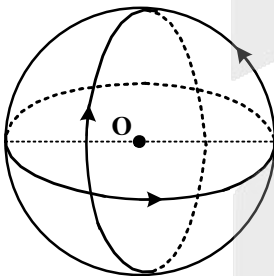
(۲) $\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{14}{15}$

(۴) $\frac{15}{16}$

۶۷- مطابق شکل، سه حلقه با جریان یکسان $5A$ که شعاع هر یک 15 cm است، قرار دارند. سطح هر حلقه بر دو حلقه دیگر عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه O (مرکز حلقه‌ها) چند تسلا است؟

$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$



(۱) $2\sqrt{3} \times 10^{-6}$

(۲) $2\sqrt{2} \times 10^{-6}$

(۳) 4×10^{-6}

(۴) 2×10^{-6}

محل انجام محاسبات



۶۸- یک الکترون از محیطی می‌گذرد که شامل یک میدان یکنواخت مغناطیسی و یک میدان یکنواخت الکتریکی است.

اگر اندازه و جهت سرعت الکترون در این مسیر ثابت بماند، کدام مورد درست است؟

- (۱) هر دو میدان موازی مسیر حرکت الکترون و در خلاف جهت یکدیگرند.
- (۲) هر دو میدان عمود بر مسیر حرکت الکترون و در خلاف جهت یکدیگرند.
- (۳) میدان مغناطیسی حتماً عمود بر مسیر حرکت الکترون است ولی میدان الکتریکی ممکن است بر این مسیر عمود نباشد.
- (۴) میدان الکتریکی حتماً عمود بر مسیر حرکت الکترون است ولی میدان مغناطیسی ممکن است بر این مسیر عمود نباشد.

۶۹- سیملوله آرمانی بدون هسته‌ای به طول $15/7$ سانتی‌متر، دارای 1000 حلقه است. اگر مساحت هر حلقه آن 8 cm^2

باشد، ضریب القاوری آن چند میلی‌هنری است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

- (۱) $6/4$ (۲) 64 (۳) $1/6$ (۴) 16

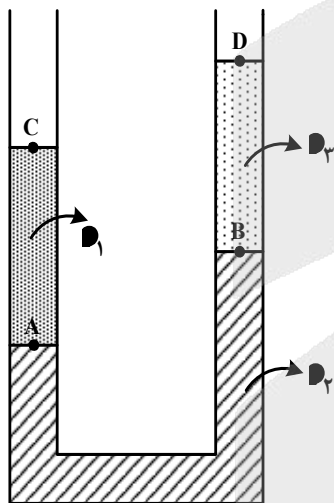
۷۰- سیمی را به شکل حلقه‌ای به شعاع 10 cm درمی‌آوریم و آن را روی یک سطح افقی قرار می‌دهیم. میدان مغناطیسی

یکنواختی که با سطح قاب زاویه 30° درجه می‌سازد، در مدت $15/7$ میلی‌ثانیه از 6000 گوس به صفر کاهش می‌یابد.

نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه چند ولت است؟

- (۱) $0/6\sqrt{3}$ (۲) $0/6$ (۳) $1/2\sqrt{3}$ (۴) $1/2$

۷۱- مطابق شکل، سه مایع مخلوط نشدنی در لوله ریخته شده‌اند. کدام رابطه بین فشار در نقاط مشخص شده درست است؟



(۱) $P_A > P_B > P_C = P_D$

(۲) $P_A = P_B > P_C > P_D$

(۳) $P_A - P_C = P_B - P_D$

(۴) $P_A + P_C = P_B + P_D$

۷۲- در یک دیگ زودپز، مساحت روزنه خروج بخار آب 5 میلی‌متر مربع است. جرم وزنه روی روزنه چند گرم باشد، تا

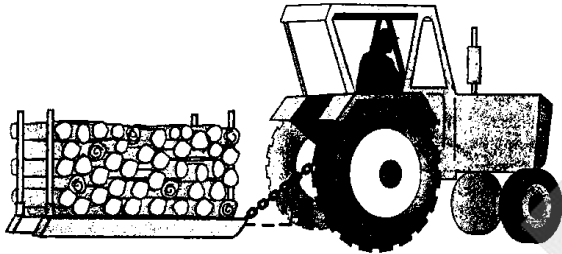
فشار پیمانه‌ای بخار داخل دیگ در 10^5 پاسکال نگه داشته شود؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

- (۱) 20 (۲) 25 (۳) 40 (۴) 50

محل انجام محاسبات



۷۳- در شکل زیر، جرم کل سورتمه و بار آن ۲ تن است و تراکتور تحت زاویه 37° نیروی ثابت 6000 N را بر آن وارد می‌کند. اگر نیروی اصطکاک جنبشی که به سورتمه وارد می‌شود، 4000 N باشد و با این وضعیت، سورتمه در مسیر مستقیم و افقی ۵ متر جابه‌جا شود، تغییر انرژی جنبشی سورتمه چند ژول است؟ $(\cos 37^\circ = 0.8)$



(۱) ۴۰۰۰

(۲) ۲۰۰۰۰

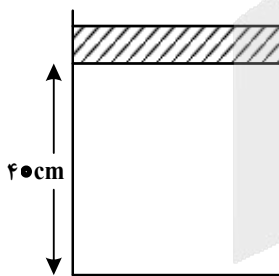
(۳) ۲۴۰۰۰

(۴) ۴۴۰۰۰

۷۴- 80 g آب با دمای 20°C را به همراه 20 g گرم آب با دمای 80°C درون ظرف فلزی 300 g گرمی با دمای 32°C می‌ریزیم. دمای تعادل چند درجه سلسیوس است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و $c_{\text{ظرف}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$

(۱) ۵۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۰ (۴) ۳۲

۷۵- در شکل زیر پیستونی به جرم 1.75 kg و سطح قاعده 50 cm^2 روی گاز آرمانی به حالت تعادل قرار دارد. اگر وزنه‌ای به جرم ۹ برابر جرم پیستون روی آن قرار دهیم، پیستون به اندازه 10 cm پایین می‌آید و دوباره به حالت تعادل می‌رسد. اگر دمای گاز ثابت بماند، فشار هوا چند پاسکال است؟ $(\frac{m}{s^2} = 10\text{ g})$



(۱) 1.1×10^5

(۲) 1.2×10^5

(۳) 9.1×10^4

(۴) 9.6×10^4

محل انجام محاسبات



۷۶- اگر آرایش الکترون‌های ظرفیت اتم X^{96} ، مشابه آرایش الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر بیست و چهارم جدول تناوبی و شمار الکترون‌ها در یکی از یون‌های پایدار آن، برابر با شمار الکترون‌ها در اتم نخستین عنصر واسطه دوره پنجم جدول دوره‌ای باشد، شمار نوترون‌ها در اتم X کدام است؟

(۱) ۵۲ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۷۷- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) طیف نشری خطی هر عنصر، وسیله شناسایی آن عنصر است.
 (۲) در ناحیه مرئی، شمار خط‌های رنگی در طیف نشری لیتیم و طیف نشری هیدروژن برابر است.
 (۳) یکی از کاربردهای طیف نشری خطی در «خط نماد» روی جعبه یا بسته مواد غذایی و کالاها است.
 (۴) از روی تغییر رنگ شعله بر اثر پاشیدن محلول یک نمک، می‌توان به نوع عنصر فلزی موجود در آن پی برد.
 ۷۸- اگر عنصر X با عنصر ${}_{28}\text{Ni}$ هم‌دوره و با نخستین عنصر ساخته‌شده در واکنشگاه هسته‌ای هم‌گروه باشد، آرایش الکترونی کاتیون آن در ترکیب به صورت است.

(۱) $[\text{Ar}]3d^5 4s^2$ ، X_2O_3 (۲) $[\text{Ar}]3d^5 4s^2$ ، XCl_2

(۳) $[\text{Ar}]3d^4$ ، XCl_2 (۴) $[\text{Ar}]3d^4$ ، X_2O_3

۷۹- کدام مورد درست است؟

(۱) بیش از ۷۵ درصد تابش فرابنفش گسیل‌شده از خورشید به زمین، توسط لایه اوزون در استراتوسفر جذب می‌شود.
 (۲) در فرایند هابر، برای جداسازی نیتروژن از هیدروژن، مخلوط شامل فراورده(ها) را تا حدود 200°C سرد می‌کنند.
 (۳) نسبت درصد جرمی گاز نیتروژن در هوا به درصد جرمی این گاز در تایر خودرو، به تقریب برابر 0.95 است.
 (۴) گاز نیتروژن، فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره است که واکنش‌پذیری و کاربرد صنعتی ناچیزی دارد.
 ۸۰- گازهای N_2 و O_2 در شرایط مناسب با یکدیگر واکنش کامل می‌دهند. اگر تفاوت جرم دو گاز در آغاز واکنش، برابر 0.125 گرم باشد، چند گرم گاز NO (به‌عنوان تنها فراورده واکنش) تشکیل می‌شود و از واکنش این مقدار گاز NO با مقدار کافی گاز اکسیژن، چند لیتر گاز NO_2 در شرایط STP تشکیل می‌شود؟

($N=14, O=16: g.mol^{-1}$)

(۱) $2/8, 3/75$ (۲) $1/4, 3/75$ (۳) $2/8, 1/875$ (۴) $1/4, 1/875$

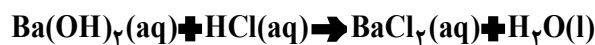
۸۱- کدام مورد درست است؟

(۱) گازها برخلاف جامدها و مانند مایع‌ها، حجم و شکل معینی ندارند.
 (۲) با افزایش فشار بر یک نمونه گاز، حجم مولکول‌های آن کمتر می‌شود.
 (۳) فاصله بین مولکول‌های یک نمونه گازی، تابعی از فشار وارد بر آن است.
 (۴) در دما و فشار ثابت، حجم یک گرم گاز CO ، با حجم یک گرم گاز CO_2 ، برابر است.

محل انجام محاسبات



۸۲- با توجه به واکنش داده شده، اگر ۲۰۰ میلی لیتر محلول Ba(OH)_2 با غلظت ۲۱۳۷۵ ppm موجود باشد، چند میلی لیتر محلول ۰/۴ مولار HCl برای واکنش کامل با آن لازم است؟ (چگالی محلول برابر با چگالی آب در نظر گرفته شود، معادله واکنش موازنه شود. $(\text{H} \blacksquare ۱, \text{O} \blacksquare ۱۶, \text{Ba} \blacksquare ۱۳۷ : \text{g.mol}^{-1})$



(۱) ۳۷/۵ (۲) ۶۲/۵ (۳) ۷۵ (۴) ۱۲۵

۸۳- با توجه به ویژگی های مولکول های آب و هیدروژن سولفید، کدام مورد درست است؟

- (۱) تفاوت نیروی جاذبه موجود بین مولکول ها، مهم ترین عامل تفاوت نقطه جوش آنهاست.
- (۲) تفاوت در ساختار مولکولی، یکی از مهم ترین عوامل تعیین کننده تفاوت نقطه جوش دو مولکول است.
- (۳) تفاوت شعاع اتمی و جرم مولی اتم های مرکزی، نقش بسزایی در تعیین تفاوت نقطه جوش دو مولکول دارد.
- (۴) تفاوت قطبیت دو مولکول، مانند تفاوت قطبیت مولکول های CO_2 و CS_2 است و نقشی در تعیین نقطه جوش آنها ندارد.

۸۴- کدام یک از موارد زیر درست است؟

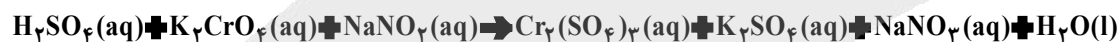
- الف: در یون های پایدار فلزهای اصلی، شمار الکترون ها در همه زیرلایه های الکترونی زوج است.
 ب: یون های پایدار به دست آمده از اتم های ${}_{31}\text{Ga}$ و ${}_{30}\text{Zn}$ ، آرایش الکترونی مشابه دارند.
 پ: رنگ محلول نمک وانادیم، در واکنش اکسایش با گرد فلز روی، از زرد به بنفش تغییر می کند.
 ت: استفاده از گیاهان جاذب فلز، یکی از روش های مناسب استخراج فلزهای نیکل، مس و طلا است.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ب» (۳) «پ» و «ت» (۴) «ب» و «ت»

۸۵- اگر A, D, M سه ماده غیرگازی شکل باشند و در واکنش: $A + D \rightarrow M + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ ، یک محلول به یک مخلوط تبدیل شود، کدام مقایسه درباره انحلال پذیری این سه ماده، همواره درست است؟

(۱) $M < A < D$ (۲) $A > M > D$ (۳) $M < A, D$ (۴) $M > A, D$

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادله واکنش زیر، پس از موازنه، کدام است و اگر پس از مصرف ۸۲/۸ گرم NaNO_3 ، ۱۴۱/۱۲ گرم کروم (III) سولفات تشکیل شود، بازده درصدی این واکنش کدام است؟

($\text{N} \blacksquare ۱۴, \text{O} \blacksquare ۱۶, \text{Na} \blacksquare ۲۳, \text{S} \blacksquare ۳۲, \text{Cr} \blacksquare ۵۲ : \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۹۰، ۲۱ (۲) ۷۵، ۲۱ (۳) ۹۰، ۱۹ (۴) ۷۵، ۱۹

۸۷- کدام مورد درست است؟

- (۱) تأمین محیط بازی، یکی از شرایط واکنش تولید اتانول از اتن است.
- (۲) انجام پذیری واکنش آلکن با برم مایع و تشکیل فرآورده سیرشده، به شمار کربن های مولکول آلکن، وابسته است.
- (۳) اگر در یک دمای مشخص، نفت کوره به صورت بخار باشد، درباره حالت فیزیکی نفت سفید نیز می توان اظهار نظر نمود.
- (۴) در تقطیر جزء به جزء نفت خام، با تغییر ارتفاع، روند تغییرات دما و اندازه مولکول های خروجی از برج، عکس یکدیگر است.

محل انجام محاسبات



۸۸- با توجه به واکنش گرمایشیایی: $\text{C}_7\text{H}_8(g) \rightarrow \text{C}_7\text{H}_6(g) + \text{H}_2(g)$, $\Delta H = -65 \text{ kJ}$ ، میانگین آنتالپی پیوند $\text{C}=\text{H}$ برابر چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوندهای $\text{C}=\text{C}$ و $\text{H}=\text{H}$ به ترتیب برابر ۴۳۵ و ۳۴۸ کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود).

(۱) ۴۴۲ (۲) ۴۲۴ (۳) ۲۱۲ (۴) ۱۲۲

۸۹- چند مورد از موارد زیر، دربارهٔ عنصرهای جدول تناوبی درست است؟

- اگر A شبه فلز باشد، به یقین در دسته p جدول جای دارد.
- عدد اتمی یک عنصر فلزی، به یقین بیشتر از عدد اتمی نافلز هم گروه آن است.
- اگر Z نافلز مایع باشد، عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد در دوره آن وجود ندارد.
- اگر X شبه فلز باشد، همهٔ عنصرهای هم دوره و با عدد اتمی کوچک تر از عدد اتمی آن، خواص فیزیکی فلزات را دارند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- در یک ظرف در بستهٔ دو لیتری، 0.2 مول گاز آمونیاک و 0.25 مول گاز اکسیژن واکنش می دهند. اگر سرعت واکنش، ثابت و برابر با $0.2 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد، پس از 3 ثانیه چند مول گاز در ظرف وجود دارد و پس از چند ثانیه دیگر واکنش کامل می شود؟

(معادلهٔ واکنش موازنه شود.) $\text{NH}_3(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{NO}(g) + \text{H}_2\text{O}(g)$

(۱) 0.47 ، 30 (۲) 0.47 ، 45 (۳) 0.38 ، 30 (۴) 0.38 ، 45

۹۱- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- سرعت واکنش، یک مفهوم کاربردی برای درک میزان پیشرفت واکنش در واحد زمان است.
- سرعت متوسط تشکیل فراورده‌ای با ضریب استوکیومتری برابر ۱، با سرعت واکنش برابر است.
- شیب نمودار «مول - زمان» برای هریک از شرکت کننده‌ها در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن است.
- سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هریک از مواد شرکت کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آنها به دست می آید.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

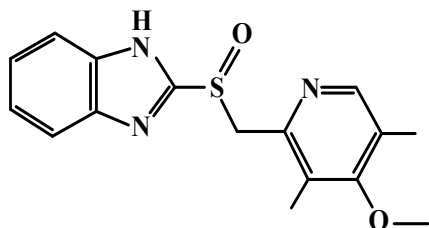
۹۲- کدام مورد درست است؟

- (۱) شمار واحدهای گلوکز در مولکول‌های سازندهٔ لیاف پنبه، برابر است.
- (۲) از دیدگاه جرم مولی، روغن زیتون را می توان به عنوان مرزی میان پلی اتن و انسولین در نظر گرفت.
- (۳) در ساختار پلی سیانواتن، پلی تترافلورو اتن و پلی وینیل کلرید، جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۴) پلیمرهای طبیعی، مانند پلیمرهای ساختگی، از طریق پیوند کووالانسی میان اتم‌های کربن مونومرهایشان، تشکیل می شوند.

محل انجام محاسبات



- ۹۳- در موارد زیر، به ترتیب از چه راهکاری برای افزایش سرعت واکنش استفاده شده است؟
 «افزودن $I^-(aq)$ به محلول هیدروژن پراکسید برای تجزیه آن، سوزاندن الیاف آهن در محفظه اکسیژن، سوزاندن گرد آهن از طریق پاشیدن آن بر روی شعله»
 (۱) استفاده از کاتالیزگر، افزایش سطح تماس، افزایش دما
 (۲) افزایش غلظت واکنش دهنده، افزایش دما، افزایش سطح تماس
 (۳) افزایش غلظت واکنش دهنده، افزایش سطح تماس، افزایش دما
 (۴) استفاده از کاتالیزگر، افزایش غلظت واکنش دهنده، افزایش سطح تماس
- ۹۴- درباره ترکیبی با ساختار داده شده، کدام یک از موارد زیر درست است؟



- الف: شمار پیوندهای $C-H$ با شمار اتم‌های کربن در آن برابر است.
 ب: اگر اتم‌های نیتروژن آن با اتم کربن جایگزین شود، ساختاری با سه حلقه بنزنی تشکیل می‌شود.
 پ: شمار اتم‌های کربن در مولکول آن، با شمار این اتم‌ها در مولکول ۳ و ۴ دی‌اتیل، ۴ متیل نونان برابر است.
 ت: شمار پیوندهای دوگانه بین اتم‌ها، ۲ برابر شمار کل جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اکسندترین اتم موجود در ساختار است.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

- ۹۵- کدام مورد درست است؟
 (۱) در سامانه تعادلی محلول هیدروفلوئوریک اسید، $[H^+]$ ثابت و برابر $[HF]$ است.
 (۲) در تفکیک یونی گاز هیدروژن کلرید در آب، یون هیدرونیوم و یون کلرید با غلظت برابر تشکیل می‌شود.
 (۳) در دمای یکسان و با غلظت مولار برابر، خاصیت اسیدی محلول فرمیک اسید از خاصیت اسیدی محلول استیک اسید کمتر است.
 (۴) اگر $[H^+]$ در محلول اسید HA از $[X^-]$ در محلول اسید HX بیشتر باشد، pH محلول HX از pH محلول HA بزرگتر است.
- ۹۶- کدام یک از موارد زیر درست است؟

- الف: اگر غلظت آغازی باز DOH در محلول، برابر 0.1 مولار و درصد یونش آن در دمای اتاق برابر ۱۶ باشد، غلظت مولی یون هیدرونیوم در این محلول برابر 1.0×10^{-3} است.
 ب: هرچه شمار اتم‌های کربن در مولکول پاک‌کننده غیرصابونی بیشتر باشد، انحلال پذیری در آب و پاک‌کنندگی آن افزایش می‌یابد.
 پ: از انحلال مول‌های برابر از $Li_2O(s)$ و $N_2O_5(g)$ در 100 میلی‌لیتر آب، محلولی با pH خنثی تشکیل می‌شود.
 ت: با افزایش غلظت محلول اسیدی HA در دمای ثابت، pH محلول کاهش و ثابت یونش اسید افزایش می‌یابد.
- (۱) «ب» و «ت» (۲) «پ» و «ت» (۳) «الف» و «ب» (۴) «الف» و «پ»

محل انجام محاسبات



۹۷- محلول دو اسید ضعیف HA و HD در دو ظرف جداگانه با غلظت تعادلی ۵/۰ مولار موجود است. اگر نسبت ثابت یونش HD به ثابت یونش HA به تقریب برابر 10^{-6} باشد، pH محلول HA واحد از pH محلول HD است.

(۱) ۱/۳ - کوچکتر (۲) ۳ - کوچکتر (۳) ۱/۳ - بزرگتر (۴) ۳ - بزرگتر

۹۸- درباره فرایند زنگ زدن آهن، چند مورد از موارد زیر درست است؟

- E° واکنش کلی آن مثبت است.
- تنها فرآورده نیم‌واکنش اکسایش، آنیونی محلول در آب است.
- گونه‌های اکسند و کاهنده در واکنش کلی، به ترتیب گاز و جامدند.
- به‌ازای تبدیل هر مول فلز آهن به زنگ آهن، سه مول الکترون مبادله می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- در دمای اتاق، ۸ گرم اسید ضعیف HY را در ۴۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر حل می‌کنیم. اگر K_a 10^{-5} باشد، کدام

مورد درست است؟ (HY 50 g.mol^{-1} ، از تغییر حجم آب بر اثر اضافه کردن اسید صرف‌نظر شود).

(۱) اگر حجم محلول با اضافه کردن آب مقطر، ۴ برابر شود، درجه یونش اسید، به تقریب، ۲ برابر می‌شود.

(۲) با دو برابر کردن جرم اسید حل‌شده و نصف کردن حجم محلول، pH محلول ثابت باقی می‌ماند.

(۳) $[OH^-]$ در محلول به تقریب برابر 5×10^{-13} است.

(۴) pH محلول برابر ۳/۷ است.

۱۰۰- با توجه به واکنش اکسایش - کاهش زیر، پس از موازنه معادله آن، چند مورد از موارد زیر درست است؟



$$E^\circ(AuI_4^- / Au + 4I^-) = +0,56V, E^\circ(Cu^{2+} / Cu) = +0,34V$$

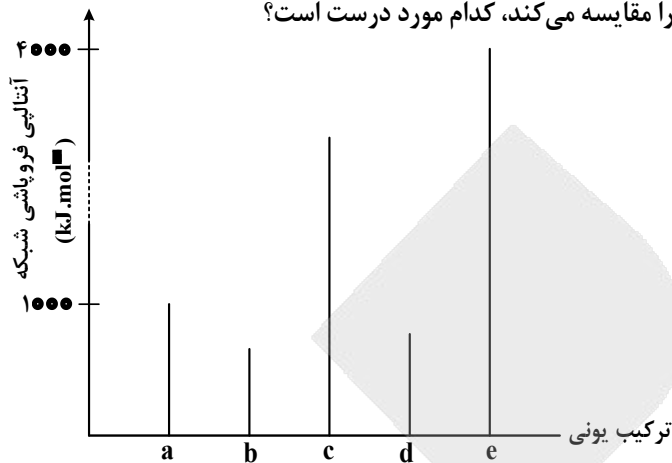
- این واکنش، به‌طور طبیعی پیش می‌رود.
- در این واکنش، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.
- یک یون چنداتی در این واکنش، نقش اکسند را دارد.
- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در این واکنش، برابر ۱۸ است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۱۰۱- با توجه به نمودار زیر که مقدار آنالپی فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی دوتایی a تا e تشکیل شده از عناصر اصلی ۴ دوره اول جدول تناوبی را مقایسه می‌کند، کدام مورد درست است؟



- (۱) اگر کاتیون ترکیب c، بار + ۲ داشته باشد، آنیون ترکیب a نمی‌تواند یک هالید باشد.
- (۲) اگر a و b، کاتیون‌های مشابه داشته باشند، عناصر سازنده آنیون‌های آنها می‌توانند در یک دوره از جدول تناوبی جای داشته باشند.
- (۳) اگر در فرمول شیمیایی e، یون‌ها زیروند نداشته باشند، بار کاتیون و آنیون در آن، به یقین از بار کاتیون و آنیون در سایر ترکیب‌ها بیشتر است.
- (۴) اگر شعاع آنیون ترکیب b، کوچک‌تر از شعاع آنیون ترکیب d و بار الکتریکی آنها برابر باشد، نسبت شعاع کاتیون‌ها در $\frac{b}{d}$ ، بزرگ‌تر از شعاع آنیون‌ها در $\frac{b}{d}$ است.

۱۰۲- اگر در واکنش به حالت تعادل: $2NO(g) + Br_2(g) \rightleftharpoons 2NOBr(g)$ ، در دمای معین، ۶۶ گرم $NOBr$ ، ۱۸ گرم NO و ۲۴ گرم Br_2 در یک ظرف سه لیتری وجود داشته باشد، ثابت تعادل در شرایط آزمایش کدام است و اگر برای رسیدن به این تعادل، ۶۰ درصد از مقدار آغازی Br_2 مصرف شده باشد، واکنش با چند مول Br_2 آغاز شده است؟ (N=۱۴، O=۱۶، Br=۸۰: g.mol⁻¹)

(۱) ۰/۲۵ ، ۲۰ (۲) ۰/۳۷۵ ، ۲۰ (۳) ۰/۳۷۵ ، ۰/۰۵ (۴) ۰/۲۵ ، ۰/۰۵

محل انجام محاسبات



۱۰۳- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) آزمایش‌ها نشان می‌دهد که شماری از گروه‌های عاملی، پرتوهای الکترومغناطیسی در محدوده طول موج $10^3 - 10^5$ nm را جذب می‌کنند.

(۲) گاز نیتروژن با هیچ‌یک از گازهای هیدروژن و اکسیژن در دمای اتاق، واکنش نمی‌دهد.

(۳) فسفر سفید مانند گاز هیدروژن، در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

(۴) طیف، حاصل برهم‌کنش ماده و پرتوهای الکترومغناطیسی است.

۱۰۴- اگر واکنش: $\text{CO(g)} + 2\text{H}_2\text{(g)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{OH(g)}$ ، با وجود شمار مشخصی از مول‌های اجزای آن در ظرف واکنش، در حالت تعادل باشد، چند تغییر گفته‌شده، واکنش را در جهت افزایش مقدار فراورده پیش خواهد برد؟

- افزایش فشار
- کاهش دما
- تزریق CO به ظرف واکنش
- خارج کردن ۵۰ درصد از CH_3OH
- خارج کردن ۵۰ درصد از H_2 و CO به صورت همزمان

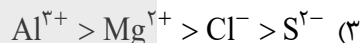
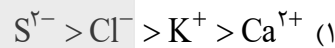
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۰۵- کدام مقایسه درباره شعاع یون‌های داده‌شده، درست است؟



محل انجام محاسبات



کد دفترچه				عنوان دفترچه				گروه آزمایشی
۱۲۱A - ۱۲۲A				دفترچه ۱ - دفترچه ۲				۱ - علوم ریاضی و فنی
شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	
۱	۲	۳۱	۲	۶۱	۳	۹۱	۱	
۲	۳	۳۲	۱	۶۲	۴	۹۲	۳	
۳	۲	۳۳	۴	۶۳	۱	۹۳	۴	
۴	۱	۳۴	۲	۶۴	۲	۹۴	۲	
۵	۴	۳۵	۳	۶۵	۴	۹۵	۴	
۶	۳	۳۶	۱	۶۶	۳	۹۶	۴	
۷	۱	۳۷	۲	۶۷	۱	۹۷	۲	
۸	۴	۳۸	۳	۶۸	۴	۹۸	۳	
۹	۱	۳۹	۲	۶۹	۱	۹۹	۱	
۱۰	۲	۴۰	۴	۷۰	۲	۱۰۰	۱	
۱۱	۱	۴۱	۲	۷۱	۱	۱۰۱	۴	
۱۲	۴	۴۲	۳	۷۲	۴	۱۰۲	۲	
۱۳	۳	۴۳	۲	۷۳	۱	۱۰۳	۳	
۱۴	۱	۴۴	۱	۷۴	۴	۱۰۴	۲	
۱۵	۳	۴۵	۲	۷۵	۳	۱۰۵	۱	
۱۶	۲	۴۶	۴	۷۶	۲			
۱۷	۳	۴۷	۲	۷۷	۳			
۱۸	۱	۴۸	۳	۷۸	۴			
۱۹	۴	۴۹	۲	۷۹	۱			
۲۰	۲	۵۰	۱	۸۰	۴			
۲۱	۳	۵۱	۳	۸۱	۳			
۲۲	۴	۵۲	۲	۸۲	۴			
۲۳	۳	۵۳	۳	۸۳	۱			
۲۴	۱	۵۴	۴	۸۴	۲			
۲۵	۲	۵۵	۳	۸۵	۳			
۲۶	۴	۵۶	۱	۸۶	۱			
۲۷	۱	۵۷	۴	۸۷	۳			
۲۸	۴	۵۸	۱	۸۸	۲			
۲۹	۳	۵۹	۲	۸۹	۴			
۳۰	۴	۶۰	۴	۹۰	۲			



گزیده



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

(تیر ماه ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(داخل کشور)



ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: اگر a, b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه: $2b = a + c$.

نکته: تنها دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنباله ثابت است.

راه حل اول:

جملات دنباله هندسی را به صورت a, ar, ar^2, \dots در نظر می‌گیریم.

با توجه به فرض سؤال، جملات $\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}, \dots$ تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، پس:

$$\frac{a}{2} + \frac{ar^2}{2} = 2\left(\frac{ar}{2}\right) \Rightarrow a + ar^2 = 2ar \Rightarrow a(1+r^2) = 2ar \Rightarrow r^2 + 1 = 2r \Rightarrow r^2 - 2r + 1 = 0 \Rightarrow (r-1)^2 = 0 \Rightarrow r = 1$$

$$d = 0$$

پس جملات دنباله حسابی به صورت $\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \dots$ خواهند بود و در نتیجه:

پس مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$r + d = 1 + 0 = 1$$

راه حل دوم:

جملات دنباله هندسی را به صورت a, ar, ar^2, \dots در نظر می‌گیریم. با نصف کردن جملات این دنباله، به جملات $\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}, \dots$ می‌رسیم که با توجه به فرض سؤال یک دنباله حسابی است. می‌دانیم که اگر جملات یک دنباله هندسی را نصف کنیم، دنباله جدید نیز دنباله هندسی خواهد بود. در نتیجه $\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}, \dots$ هم یک دنباله هندسی با قدرنسبت r است و هم یک دنباله حسابی با قدرنسبت d است. در نتیجه یک دنباله ثابت می‌باشد.

در دنباله ثابت $r = 1$ و $d = 0$ است و در نتیجه:

$$r + d = 1 + 0 = 1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ است، رأس به مختصات (h, k) دارد.

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، روابط زیر برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

چون نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی سهمی قرار دارند و عرض‌های آن‌ها نیز برابر است، پس:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 - 5}{2} = -1$$

$$S(-1, 1)$$

با توجه به فرض سؤال که عرض رأس سهمی برابر با ۱ است، پس:

سهمی به صورت $y = a(x+1)^2 + 1$ خواهد بود.

$$y = a(x+1)^2 + 1 \Rightarrow y = ax^2 + 2ax + a + 1$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 5$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{2a}{a} = -2, \quad P = \frac{c}{a} = \frac{a+1}{a}$$

$$\Rightarrow (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 5 \Rightarrow -1 = 2\left(\frac{a+1}{a}\right) \Rightarrow \frac{a+1}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a+2 = -a \Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

بنابراین $y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 1$ است.

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \times 1 + 1 = \frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر $A \times B = B \times A$ باشد، آنگاه $A = B$ است.

$$\left. \begin{aligned} A &= \{a-2, 6, 2b+1, c\} \\ B &= \{\sqrt{d}, 5, -1\} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{A=B} \sqrt{d} = 6 \Rightarrow A = B = \{6, 5, -1\}$$

عضوهای $a-2$ ، $2b+1$ و c ، حالت دارند:

حالت اول: $-1, -1, 5$

$$(a-2) + (2b+1) + c = 5 - 1 - 1 \Rightarrow a + 2b + c - 1 = 3 \xrightarrow{a+b+c=9} b-1 = -6 \Rightarrow b = -5 \Rightarrow 2b+1 = -9 \notin A \quad *$$

پس این حالت امکان پذیر نیست.

حالت دوم: $-1, 5, 5$

$$(a-2) + (2b+1) + c = 5 + 5 - 1 \Rightarrow a + 2b + c - 1 = 9 \xrightarrow{a+b+c=9} b-1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 2b+1 = 3 \notin A \quad *$$

پس این حالت نیز امکان پذیر نمی باشد.

حالت سوم: $-1, 6, 5$

$$(a-2) + (2b+1) + c = 5 + 6 - 1 \Rightarrow a + 2b + c - 1 = 10 \xrightarrow{a+b+c=9} b-1 = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow 2b+1 = 5 \in A \quad \checkmark$$

پس یا $a-2 = -1$ و $a = 1$ یا $c = 6$ یا $a-2 = 6$ و $c = -1$ که هر دو حالت درست می باشد. پس ۲ دسته جواب خواهیم داشت:

۱) $a = 1, b = 2, c = 6$

۲) $a = 8, b = 2, c = -1$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته: هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است که ارزش گزاره درست را با حرف «د» و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» نمایش می دهیم.

سطرهای جدول ارزش درستی گزاره X را در گزینه ها جای گذاری می کنیم تا به مثال نقض برسیم:

گزینه ۲:

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

با توجه به سطر دوم داریم:

$$(n \Rightarrow (d \vee d)) \Rightarrow ((d \vee n) \wedge (d \wedge d)) \equiv (n \Rightarrow d) \Rightarrow (d \wedge d) \equiv d \Rightarrow d \equiv d$$

با توجه به سطر دوم جدول، گزاره X، نادرست شده است، پس تناقض است.

گزینه ۳:

$$[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q)$$

با توجه به سطر دوم داریم:

$$[d \Rightarrow ((d \vee n) \Rightarrow (d \wedge n))] \Rightarrow (\sim (d \vee n) \wedge d)$$

$$\equiv [d \Rightarrow (d \Rightarrow n)] \Rightarrow (n \wedge d)$$

$$\equiv (d \Rightarrow n) \Rightarrow n \equiv n \Rightarrow n \equiv d$$

با توجه به سطر دوم جدول، گزاره X، نادرست شده است، پس تناقض است.

گزینه ۴:

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

با توجه به سطر دوم داریم:

$$(n \Rightarrow (d \vee d)) \Rightarrow [((d \Rightarrow n) \Rightarrow (n \wedge n)) \wedge d]$$

$$\equiv (n \Rightarrow d) \Rightarrow [(n \Rightarrow n) \wedge d]$$

$$\equiv d \Rightarrow (d \wedge d) \equiv d \Rightarrow d \equiv d$$

با توجه به سطر دوم جدول، گزاره X نادرست است، پس تناقض است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

نکته: اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$ax^2 - ax - b = 0 \xrightarrow{+a} x^2 - x - \frac{b}{a} = 0$$

اگر قرار دهیم $c = -\frac{b}{a}$ ، آنگاه:

$$x^2 - x + c = 0$$

با توجه به نکته، $S = -1$ و $P = c$ است و چون β ریشه معادله داده شده است، پس:

$$\beta^2 - \beta + c = 0 \Rightarrow \beta^2 - \beta = -c \quad (1)$$

حال با توجه به فرض سؤال داریم:

$$4\beta^2 + 2\alpha^2 - 2\beta = 17 \xrightarrow{+2\cdot} 2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{2} \Rightarrow (\beta^2 + \alpha^2) + (\beta^2 - \beta) = \frac{17}{2}$$

$$\beta^2 + \alpha^2 = (\beta + \alpha)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = (-1)^2 - 2c = 1 - 2c \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} (\beta^2 + \alpha^2) + (\beta^2 - \beta) = 1 - 2c - c = 1 - 3c = \frac{17}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

بنابراین معادله به صورت $x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$ خواهد بود.

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{2}}}{1} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کرده عبارت جبری به دست آمده معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند.

نکته: اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{(1-x)^2}{x^2(1-x)^2} + \frac{x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1 - 2x + x^2}{[x(1-x)]^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2(x^2 - x) + 1}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9}$$

حال اگر قرار دهیم $x^2 - x = t$ ، داریم:

$$\frac{2t+1}{t^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow 160t^2 - 18t - 9 = 0 \Rightarrow (16t+3)(10t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{3}{16} \\ t = \frac{3}{10} \end{cases}$$

پس خواهیم داشت:

$$x^2 - x = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x + \frac{3}{16} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha_1 + \beta_1 = S_1 = 1$$

$$x^2 - x = \frac{3}{10} \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha_2 + \beta_2 = S_2 = 1$$

بنابراین مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$S_1 + S_2 = 1 + 1 = 2$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





۷- پاسخ: گزینه ۱

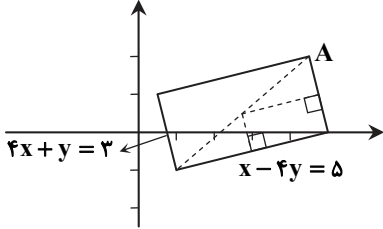
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

نکته: اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آنگاه $mm' = -1$ و برعکس.نکته: اگر بخواهیم فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از $ax + by + c = 0$ را به دست آوریم، طول عمود AH برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

دو خط داده شده را d و d' در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} d: 4x + y = 3 &\Rightarrow m_d = 4 \\ d': x - 4y = 5 &\Rightarrow m_{d'} = -\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_d \cdot m_{d'} = -1$$

در نتیجه d و d' بر هم عمودند.حال اگر نقطه داده شده را A در نظر بگیریم: $A(4, 5, 2)$ ، واضح است که نقطه A روی هیچ یک از خطوط داده شده قرار ندارد. پس فاصله نقطه A از دو خط داده شده برابر با طول و عرض مستطیل خواهد بود:

$$a = d \text{ فاصله } A \text{ از خط } d = \frac{|4 \times 4 / 5 + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$b = d' \text{ فاصله } A \text{ از خط } d' = \frac{|4/5 - 4 \times 2 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

می‌دانیم که فاصله وسط قطر از اضلاع برابر با نصف اضلاع می‌باشد. چون بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع مدنظر است، پس:

$$\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۲)

نکته: اگر f یک تابع باشد، وارون آن را با f^{-1} نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) | (x, y) \in f\}$$

ابتدا طول نقطه تقاطع را محاسبه می‌کنیم:

$$y = 12 - x \xrightarrow{y=10} 10 = 12 - x \Rightarrow x = 2$$

پس نقطه $(2, 10)$ در وارون تابع $f(x)$ صدق می‌کند:

$$(2, 10) \in f^{-1}(x) \Rightarrow (10, 2) \in f(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx - 1}} \Rightarrow 2 = \sqrt{10 - 2\sqrt{10m - 1}} \xrightarrow{\text{توان } 2} 4 = 10 - 2\sqrt{10m - 1} \Rightarrow \sqrt{10m - 1} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 10m - 1 = 9 \Rightarrow m = 1$$

$$f(m+4) = f(1+4) = f(5) = \sqrt{5 - 2\sqrt{5-1}} = \sqrt{5-4} = 1$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس‌های ۱ تا ۳، فصل ۳)

نکته: هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع نمایی می‌نامیم.نکته: اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک‌به‌یک است و از این رو دارای تابع وارون f^{-1} است که تابع لگاریتمی پایه a نامیده می‌شود و با نماد $y = \log_a x$ نشان داده می‌شود.

$$\text{نکته: } \log_a b^n = n \log_a b$$

$$\text{نکته: } \log_n ab = \log_n a + \log_n b$$

$$\text{نکته: } \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

$$\text{نکته: } \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$



اگر جرم اولیه عنصر را m_0 در نظر بگیریم، آنگاه جرم آن عنصر بعد از گذشت n ساعت برابر است با:

$$m = m_0 \times \left(\frac{1}{9}\right)^n \xrightarrow{m = \frac{1}{6}m_0} \frac{1}{6}m_0 = m_0 \left(\frac{1}{9}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{9}\right)^n \quad (1)$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5} = \frac{1}{2/4} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\log_5 3 = \frac{1}{\log_3 5} = \frac{1}{1/4} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

حال از طرفین رابطه (1)، لگاریتم در مبنای 5 می‌گیریم:

$$\log_5 \frac{1}{6} = \log_5 \left(\frac{1}{9}\right)^n \Rightarrow \log_5 6^{-1} = n \log_5 \left(\frac{1}{9}\right) \Rightarrow -(\log_5 2 + \log_5 3) = n(\log_5 8 - \log_5 9)$$

$$\Rightarrow -(\log_5 2 + \log_5 3) = n(3 \log_5 2 - 2 \log_5 3) \Rightarrow -\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{7}\right) = n\left(\frac{5}{4} - \frac{10}{7}\right) \Rightarrow n = -\frac{\frac{95}{84}}{-\frac{5}{28}} = \frac{19}{3}$$

$$\frac{19}{3} \times 60 = 380$$

حال $\frac{19}{3}$ ساعت را به دقیقه تبدیل می‌کنیم:

بنابراین گزینه 1 پاسخ است.

1- پاسخ: گزینه 2 ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان 1 (درس 2، فصل 2)

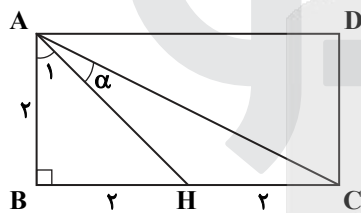
نکته: $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$

$$\hat{A}_1 = 45^\circ$$

$$\alpha = \beta - 45^\circ$$

چون مثلث ABH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس:

اگر قرار دهیم $\hat{\alpha} + \hat{A}_1 = \hat{\beta}$ ، آنگاه:



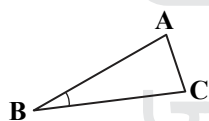
$$\triangle ABC: \tan \beta = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\tan \alpha = \tan(\beta - 45^\circ) = \frac{\tan \beta - \tan 45^\circ}{1 + \tan \beta \cdot \tan 45^\circ} = \frac{2 - 1}{1 + 2} = \frac{1}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

بنابراین گزینه 2 پاسخ است.

11- پاسخ: گزینه 1 ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان 2 (درس 2، فصل 2)



نکته: اگر ABC یک مثلث دلخواه باشد، آنگاه: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B$

نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k + 1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} \times \sin \alpha = 4/5 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4/5}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{9} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{3}$$

چون $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، پس:

$$\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{\pi}{3} \\ \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

چون $0 < \alpha < 180^\circ$ ، پس تنها جواب‌های قابل قبول $\frac{2\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{3}$ هستند که به ترتیب 60° و 120° می‌باشند. مقدار خواسته شده در سؤال برابر

$$\frac{120^\circ}{60^\circ} = 2 \text{ است با:}$$

بنابراین گزینه 1 پاسخ است.



نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیم $|a| + c$ و مقدار مینیم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

نکته: جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

نکته: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

ابتدا تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = a + \frac{1}{\sqrt{2}} b \left[2 \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \right] \\ &= a + \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \left[-\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right) \right] = a - \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right) \\ &= a - \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - 2cx\right)\right] = a - \frac{b}{\sqrt{2}} \left[-\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2cx\right) \right] = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2cx\right) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \cos(-2cx) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \cos(2cx) \end{aligned}$$

$$T = \frac{2\pi}{|2c|} = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \pi \Rightarrow |c| = \pm 1$$

با توجه به نمودار، دوره تناوب تابع برابر π است، پس:

چون $\cos(-x) = \cos(x)$ ، پس فرض می‌کنیم که $c = 1$ باشد.

با توجه به نمودار، مقدار ماکزیم تابع برابر ۳ و مقدار مینیم آن برابر -۱ است، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مقدار ماکزیم: } \frac{b}{\sqrt{2}} + a = 3 \\ \text{مقدار مینیم: } -\frac{b}{\sqrt{2}} + a = -1 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$f(0) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} \cos(0) = a + \frac{b}{\sqrt{2}} = -1 \xrightarrow{a=1} \frac{b}{\sqrt{2}} = -2 \Rightarrow b = -2\sqrt{2}$$

با توجه به نمودار، $f(0) = -1$ ، پس:

$$f(x) = 1 - 2\sqrt{2} \cos(2x)$$

در نتیجه تابع $f(x)$ به صورت روبه‌رو خواهد بود:

حال صفرهای تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 1 - 2\sqrt{2} \cos(2x) = 0 &\Rightarrow \cos(2x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \xrightarrow{\cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}} \cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{k=0} 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{k=1} 2x = \frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{8} \end{cases} \xrightarrow{-} \frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$

نکته: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(\cos x - \sin x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (1)$$

حال طرفین رابطه (۱) را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\cos x - \sin x)^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 \Rightarrow \cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3} \quad (2)$$

حال مقادیر به دست آمده از رابطه (۱) و رابطه (۲) را در فرض سؤال قرار می‌دهیم:

$$m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$$

$$m \times \frac{\sqrt{6}}{3} - 3\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{m\sqrt{6}}{3} - \sqrt{6} = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{m}{3} \sqrt{6} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{m}{3} = 2 \Rightarrow m = 6$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۱۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: تابع f را در یک مجموعه، اکیداً نزولی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) > f(b)$. چون دامنه تابع f مجموعه‌ای از مقادیر منفی است، پس:

$$m^2 - m - 5 < 0 \cdot \frac{m_1 = \frac{1 - \sqrt{21}}{2}}{m_2 = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}} \rightarrow \frac{1 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} -2 < m < 3 \quad (1)$$

$$-m^2 + 2m - 3 < 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{همواره برقرار است.}$$

با توجه به اینکه تابع f اکیداً نزولی است، پس:

$$m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2 \Rightarrow 2m^2 - 3m - 2 > 0 \cdot \frac{m_1 = 2}{m_2 = -\frac{1}{2}} \rightarrow m < -\frac{1}{2} \text{ یا } m > 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = -1$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۳)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$ دو چندجمله‌ای باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^{n-m}}{b_m}$$

نکته: تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را که در آن $c \neq 0$ است، تابع هموگرافیک می‌نامیم.

نکته: اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ یک تابع هموگرافیک باشد، آنگاه:

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

فرض می‌کنیم که $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ باشد، پس:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{cx+d}{ax+b} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-bx+d}{ax-c}$$

حال حدهای زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(g)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)}{\lim_{x \rightarrow -\infty} g^{-1}(g)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+b}{cx+d}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-bx+d}{ax-c}} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{-b}{a}} = -\frac{a^2}{bc}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} g^{-1}(x)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-bx+d}{ax-c}}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx+d}{ax+b}} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{ab}{ac} = -\frac{b}{c}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$-\frac{a^2}{bc} = -\frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b} = b \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-dx+b}{cx-a} = \frac{b}{-a} = -\frac{b}{a}$$

مقدار $-\frac{b}{a}$ با توجه به اینکه $a = \pm b$ است، می‌تواند ۱ یا -۱ باشد.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

با استفاده از عددگذاری خواهیم داشت:

۱) n زوج باشد: $n = 2$ ، با توجه به فرض سؤال $f(x)$ باید در ۲ و -۲ پیوسته باشد:

$$[2] = 2 \Rightarrow f(2) = |2 - [-2]| = |2 - (-2)| = |4| = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = |2 - (-2)| = 4$$

چون $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq f(2)$ ، پس تابع $f(x)$ در $x = 2$ پیوسته نیست.

۲) n فرد باشد: $n = 1$ ، با توجه به فرض سؤال $f(x)$ باید ۱ و -۱ پیوسته باشد:

$$[1] = 1 \Rightarrow f(1) = |1 - [1]| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = |1 - 1| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = |1 - (-1)| = 2$$

پس باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow k = k = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$[-1] = -1 \Rightarrow f(-1) = |-1 - [-1]| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = |-1 - (-1)| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = |-1 - 1| = 2$$

پس باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \Rightarrow k = k = 2 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه به ازای $k = 2$ ، تابع $f(x)$ در ۱ و -۱ پیوسته است، پس n باید فرد باشد.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۵)

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر دو تابع f و g در نقطه $x = a$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x)g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \cdot L_2$$

$$\text{نکته: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ابتدا $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = xg(x) + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{f(x) - 1}{x}$$

$$g(x) = \frac{(-1 + \sin x)^2 - 1}{x} = \frac{1 + \sin^2 x - 2 \sin x - (1 + \sin^2 x + 2 \sin x)}{x} = \frac{-4 \sin x}{x(1 + \sin x)^2}$$

حال، $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ را به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4 \sin x}{x(1 + \sin x)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4}{(1 + \sin x)^2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = -4 \times 1 = -4$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۱۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۴)

نکته: شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $A(a, f(a))$ برابر با مشتق تابع f در نقطه a است.

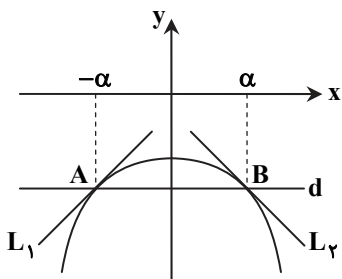
ابتدا قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ را نسبت به محور x ها به دست می آوریم:

$$y = x^2 + 1 \xrightarrow[\text{به محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت}} y_1 = -(x^2 + 1) = -x^2 - 1$$

فرض می کنیم خط d ، سهمی y_1 را در نقاط A و B قطع کند. چون خط d موازی محور x ها است، پس نقاط A و B دارای عرض یکسان هستند و چون A و B روی سهمی y_1 قرار دارند و عرض یکسان دارند، پس طول این نقاط قرینه یکدیگرند، یعنی:

$$A(\alpha, B), B(-\alpha, \beta)$$

حال از تابع y_1 مشتق می گیریم:



$$y_1' = (-x^2 - 1)' = -2x$$

با توجه به نکته، شیب دو خط L_1 و L_2 را به دست می آوریم:

$$m_{L_1} = y_1'(-\alpha) = -2 \times (-\alpha) = 2\alpha$$

$$m_{L_2} = y_1'(\alpha) = -2\alpha$$

با توجه به فرض سؤال L_1 و L_2 عمودند، پس:

$$m_{L_1} \cdot m_{L_2} = -1 \Rightarrow -2\alpha \cdot 2\alpha = -1 \Rightarrow -4\alpha^2 = -1 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{2}$$

در نتیجه:

$$A\left(\frac{1}{2}, \beta\right), B\left(-\frac{1}{2}, \beta\right)$$

واضح است که فاصله خط از مبدأ مختصات برابر با $|\beta|$ است، پس:

$$\beta = y_1\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} - 1 = -\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4} \Rightarrow |\beta| = 1\frac{1}{4}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۵)

نکته: مختصات نقطه عطف تابع $ax^3 + bx^2 + cx + d$ برابر است با: $f\left(-\frac{b}{3a}\right)$ و $f\left(-\frac{b}{3a}\right)$.

برای آنکه نقطه عطف در ناحیه دوم مختصات باشد، باید $x < 0$ و $y > 0$ باشد.

حال مختصات نقطه عطف را به دست می آوریم:

$$x_A = -\frac{b}{3a} = -\frac{k+1}{3k} \xrightarrow{k < 0} -\frac{k+1}{3k} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{3k} > 0 \Rightarrow k < -1 \text{ یا } k > 0 \quad (1)$$

$$y_A = f\left(-\frac{b}{3a}\right) = f\left(-\frac{k+1}{3k}\right) = k\left(-\frac{k+1}{3k}\right)^3 + (k+1)\left(-\frac{k+1}{3k}\right)^2 = -\frac{(k+1)^3}{27k^2} + \frac{(k+1)^2}{9k} = \frac{2(k+1)^3 - (k+1)^2}{27k^2}$$

$$= \frac{2(k+1)^2}{27k^2} \xrightarrow{y > 0} \frac{2(k+1)^2}{27k^2} > 0 \Rightarrow (k+1)^2 > 0 \Rightarrow k+1 > 0 \Rightarrow k > -1 \quad (2) \xrightarrow{(1) \cap (2)} k > 0$$

پس هیچ مقدار صحیح و منفی k وجود ندارد که نقطه عطف منحنی داده شده در ناحیه دوم مختصات قرار گیرد.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر $x = c$ طول یک نقطه مینیمم یا ماکزیمم تابع f باشد، آنگاه $f'(c) = 0$. اگر $f'(c) > 0$ آنگاه $x = c$ مینیمم و اگر $f'(c) < 0$ آنگاه $x = c$ ماکزیمم است.

نکته: فاصله نقطه $A(\alpha, \beta)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا دامنه تابع y را به دست می آوریم:

$$y = \sqrt{x - [x^2]} ; D_y : x - [x^2] \geq 0 \Rightarrow x \geq [x^2]$$



واضح است که اگر $x < 0$ ، آنگاه $x - [x^2] < 0$ و در دامنه قرار ندارد، پس:

$$0 \leq x < 1 \text{ (1)}: [x^2] = 0 \Rightarrow y = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x \geq 0 \text{ (1')} ; (1) \cap (1') = 0 \leq x < 1$$

$$1 \leq x < \sqrt{2} \text{ (2)}: [x^2] = 1 \Rightarrow y = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow x \geq 1 \text{ (2')} ; (2) \cap (2') = 1 \leq x < \sqrt{2}$$

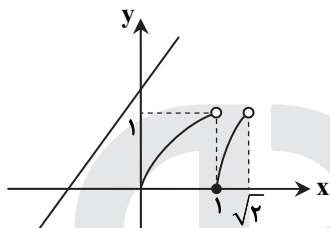
$$\sqrt{2} \leq x: [x^2] > x \Rightarrow x \notin D_y$$

در نتیجه تابع y به شکل زیر خواهد بود:

$$y = \begin{cases} \sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x-1} & 1 \leq x < \sqrt{2} \end{cases}$$

نمودار تابع y و خط $2x - y + 2 = 0$ را رسم می‌کنیم:

با توجه به نمودار مشخص است که نقطه دلخواه باید روی منحنی \sqrt{x} باشد. نقطه $A(\alpha, \sqrt{\alpha})$ را در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه تا خط $2x - y + 2 = 0$ برابر است با:



$$2x - y + 2 = 0$$

$$d = \frac{|2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2|}{\sqrt{5}}$$

چون می‌خواهیم d مینیمم باشد، لذا باید $2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2$ مینیمم شود:

$$f = 2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2 \Rightarrow f' = 2 - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \xrightarrow{f'=0} 2 - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = 4 \Rightarrow \sqrt{\alpha} = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{16}$$

دقت شود که چون $f'' = \frac{1}{4\sqrt{\alpha}^3} > 0$ ، پس $\alpha = \frac{1}{16}$ مینیمم است. در نتیجه:

$$d = \frac{|2 \times \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{15}{8\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{40} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۶)

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با:

$n!$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

اگر صندلی‌ها را مانند زیر در نظر بگیریم، ۴ وزیر می‌تواند به ۴! حالت در یک ردیف کنار هم بنشینند. معاونان آن‌ها نیز باید روبه‌روی آن‌ها قرار بگیرند. حال باید دقت شود که وزیر و معاون اول می‌توانند جای خود را عوض کنند، پس به ۲ حالت می‌توانند روبه‌روی هم بنشینند. وزیر و معاون دوم نیز به ۲ حالت روبه‌روی هم می‌نشینند و برای ۲ وزیر سوم و چهارم و معاونان آن‌ها نیز همین روند تکرار می‌شود. پس جواب برابر است با:

$$4! \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 \times 4! = 16 \times 24 = 384$$

این سؤال نادرست بوده است.

با توجه به کلید که گزینه ۳ را انتخاب کرده است، ممکن است فرض این باشد که وزیران باید در یک ردیف باشند و معاونان هم در یک ردیف که در این صورت جواب برابر است با:

$$4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$$



۲۲- پاسخ: گزینه ۴

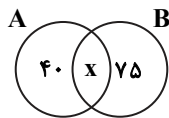
▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۱، فصل ۷)

نکته: اگر S فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال تعداد پیشامد A یعنی $P(A)$

به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می‌شود.

پیشامد A : خریداری بلیط فیلم «الف»

پیشامد B : خریداری بلیط فیلم «ب»



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40+x}{150}, \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{75+x}{150}$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{40+x}{150}}{\frac{75+x}{150}} = \frac{40+x}{75+x}$$

برای آنکه بیشترین مقدار $\frac{40+x}{75+x}$ را به دست آوریم، باید حداکثر مقدار x را جایگزین کنیم:

$$\max x = 150 - (40 + 75) = 35$$

پس بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر است با:

$$\max \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{40+35}{75+35} = \frac{75}{110} = \frac{15}{22}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۳)

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

نکته: اگر داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n تشکیل یک دنباله حسابی بدهند، آنگاه: (n) تعداد داده‌ها و d قدرنسبت دنباله حسابی است.

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2$$

برای آنکه بیشترین میانگین ممکن را داشته باشیم، باید داده‌های جدید بیشترین مقدار ممکن را داشته باشند. برای آنکه اعداد جدید مجموعه زوج باشند، باید اختلاف دو عدد زوج را جایگزین کنیم و یا اختلاف دو عدد فرد را جایگزین کنیم. ماکسیمم اختلاف دو عدد فرد برابر است با: $10 - 9 = 1$. چون 10 جزء داده‌های اولیه ما است، پس باید داده‌های زوج $10, 12, 14, 16$ و 18 را نگه داریم. حال باید داده‌های فرد $9, 11, 13, 15$ و 17 را دوباره انتخاب کرده و اختلاف آن‌ها را جایگزین کنیم. چون داده‌های جدید نباید تکراری باشند، پس اعداد جدید باید $8, 6$ و 4 باشند:

$$17 - 9 = 8$$

$$19 - 13 = 6$$

$$15 - 11 = 4$$

بنابراین داده‌های جدید به صورت زیر خواهند بود:

$$4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$$

راه حل اول:

$$\bar{x} = 11 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(4-11)^2 + (6-11)^2 + (8-11)^2 + (10-11)^2 + (12-11)^2 + (14-11)^2 + (16-11)^2 + (18-11)^2}{8}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{49+25+9+1+1+9+25+49}{8} = \frac{168}{8} = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

راه حل دوم:

چون داده‌های جدید تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، پس:

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2 = \frac{8^2 - 1}{12} \times 2^2 = \frac{63}{12} \times 4 = 21 \Rightarrow \sigma = \sqrt{21}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۲۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)}$$

ابتدا احتمال عوض شدن یا عوض نشدن حرف ورودی را به دست می‌آوریم. اگر حرف ورودی را A در نظر بگیریم، در ۴ حالت زیر حرف خروجی همان A است:

۱) $A \xrightarrow{\frac{1}{4}} A \xrightarrow{\frac{1}{4}} A \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$: احتمال $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3$

۲) $A \xrightarrow{\frac{1}{4}} A \xrightarrow{\frac{2}{4}} B \xrightarrow{\frac{3}{4}} A$: احتمال $= \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$

۳) $A \xrightarrow{\frac{2}{4}} B \xrightarrow{\frac{2}{4}} A \xrightarrow{\frac{1}{4}} A$: احتمال $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$

۴) $A \xrightarrow{\frac{2}{4}} B \xrightarrow{\frac{1}{4}} B \xrightarrow{\frac{3}{4}} A$: احتمال $= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$

در نتیجه احتمال آنکه حرف خروجی با حرف ورودی یکسان باشد، برابر است با:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 3 \left[\frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \right] = \frac{1}{64} + \frac{27}{64} = \frac{28}{64} = \frac{7}{16}$$

$$1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$

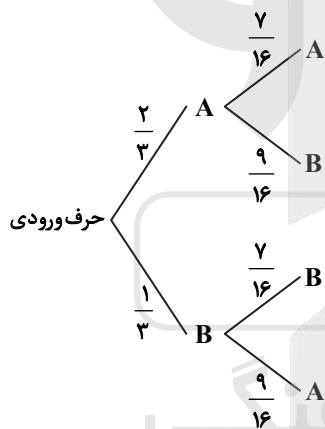
پس احتمال آنکه حرف خروجی با حرف ورودی یکسان نباشد، برابر است با:

(دقت شود که اگر حرف ورودی را B فرض کنیم، جواب یکسان خواهد بود.)

C : پیشامد اینکه حرف A چاپ شود.

D_1 : پیشامد اینکه حرف ورودی A باشد.

D_2 : پیشامد اینکه حرف ورودی B باشد.



$$P(D_1 | A) = \frac{P(D_1)P(A | D_1)}{P(D_1)P(A | D_1) + P(D_2)P(A | D_2)} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{7}{16}}{\frac{2}{3} \times \frac{7}{16} + \frac{1}{3} \times \frac{9}{16}} = \frac{\frac{14}{48}}{\frac{23}{48}} = \frac{14}{23}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

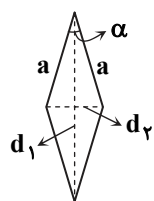
نکته: مساحت لوزی برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر.

نکته: اگر طول یک ضلع لوزی برابر a باشد و اندازه زاویه بین ۲ ضلع آن لوزی برابر α باشد، آنگاه مساحت لوزی برابر است با:

$$S = a^2 \cdot \sin \alpha$$

طبق فرض سؤال هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است، پس:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= d_1 \cdot d_2 \\ S &= \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{1}{2} a^2 \quad (1)$$



با توجه به نکته داریم:

$$S = a^2 \sin \alpha \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1):(2)} \frac{1}{2} a^2 = a^2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

چون قطر لوزی زاویه لوزی را نصف می‌کند، پس اندازه کوچک‌تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی برابر است با:

$$\frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

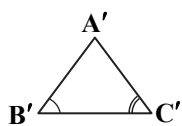
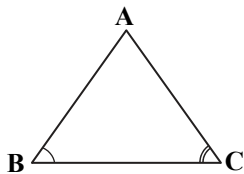
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۳، فصل ۲)

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

با توجه به فرض سؤال، $\hat{ABF} = \hat{CAF} = \hat{BCD} = \alpha$

چون زاویه \hat{F}_1 ، زاویه خارجی مثلث BFC است، پس:

$$\hat{F}_1 = \alpha + \hat{\beta}_1 = \hat{B} \quad (1)$$

چون زاویه \hat{E}_1 ، زاویه خارجی مثلث ABE است، پس:

$$\hat{E}_1 = \hat{A}_1 + \alpha = \hat{A} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{(1)} \hat{F}_1 = \hat{B} \\ \xrightarrow{(2)} \hat{E}_1 = \hat{A} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{BC}{DF} = \frac{AB}{EF}$$

با توجه به اینکه $DF = 2/5$ و $EF = 3$ است، داریم:

$$\Rightarrow \frac{8}{2/5} = \frac{AB}{3} \Rightarrow AB = \frac{24}{2/5} = \frac{96}{10} = 9.6$$

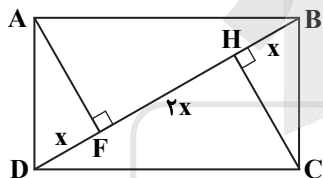
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این رأس آن‌ها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت اندازه قاعده‌های آن‌هاست.

با توجه به فرض سؤال داریم:



$$BH = DF = \frac{1}{2} FH$$

$$DF = x, FH = 2x$$

پس اگر قرار دهیم $BH = x$ ، آنگاه:

با توجه به نکته داریم:

$$\frac{S_{\triangle HBC}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{BH}{BD} = \frac{1}{4}$$

می‌دانیم که مساحت مثلث BCD، نصف مساحت مستطیل ABCD است، پس:

$$\frac{S_{\triangle HBC}}{S_{\triangle BCD}} \times \frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\square ABCD}} = \frac{S_{\triangle HBC}}{S_{\square ABCD}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{S_{\square ABCD}}{S_{\triangle HBC}} = 8$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

(در کلید به اشتباه گزینه ۱ انتخاب شده است.)

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: سه میانه هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث هم‌رأس هستند. به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر

این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.

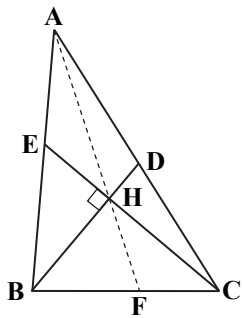
نکته: سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند.

چون سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند، پس:

$$S_{\triangle BHF} = S_{\triangle FHC} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow S_{\triangle BHC} = 2 \times 3 = 6$$



با توجه به نکته داریم:



$$BH = \frac{2}{3} \times 4/5 = 3$$

$$S_{\triangle BHC} = \frac{BH \times HC}{2} \Rightarrow 6 = \frac{3 \times HC}{2} \Rightarrow HC = 4$$

$$\frac{HC}{EC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{EC} = \frac{2}{3} \Rightarrow EC = 6$$

پس مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

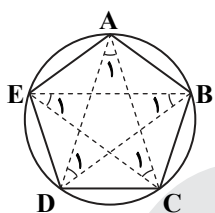
$$\frac{EC}{BD} = \frac{6}{4/5} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۱)

نکته: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.

با توجه به نکته داریم:



$$\hat{A}_1 = \frac{\widehat{DC}}{2}, \hat{B}_1 = \frac{\widehat{ED}}{2}$$

$$\hat{C}_1 = \frac{\widehat{AE}}{2}, \hat{D}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2}, \hat{E}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

بنابراین مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{D}_1 + \hat{E}_1 = \frac{1}{2}(\widehat{DC} + \widehat{ED} + \widehat{AE} + \widehat{AB} + \widehat{BC}) = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

(در کلید به اشتباه گزینه ۳ خورده است.)

۳۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (درس ۴، فصل ۳)

نکته: در مثلث ABC، ضلع روبه‌رو به زاویه A را با α نمایش داده و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A را با r_a نمایش می‌دهیم و

داریم: (P برابر با نصف محیط مثلث است.)

$$r_a = \frac{S}{2-a}$$

نکته: در مثلث ABC که $BC = a$ ، $AB = c$ و $AC = b$ است، مساحت آن برابر با:

$$S = \sqrt{2(2-a)(2-b)(2-c)} \quad (\text{دستور هرون})$$

که در آن $2 = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.

ابتدا مثلث، ABC را به دست می‌آوریم:

$$2P = 7 + 8 + 9 = 24 \Rightarrow P = 12$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{12(12-9)(12-8)(12-7)} = \sqrt{12 \times 3 \times 4 \times 5} = 12\sqrt{5}$$

حال با توجه به نکته داریم:

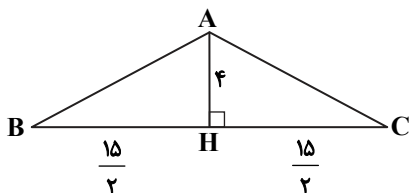
$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{12\sqrt{5}}{12-7} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 2/4\sqrt{5}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: از میان مثلث‌هایی که یک ضلع مشترک و مساحت برابر دارند، مثلث متساوی‌الساقین کمترین محیط را دارد.

با توجه به نکته، مثلث مدنظر یک مثلث قائم‌الزاویه است.



$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} \Rightarrow 30 = \frac{15 \times AH}{2} \Rightarrow AH = 4$$



چون در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه هم است، پس:

$$BH = HC = \frac{15}{2}$$

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = 4^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = 16 + \frac{225}{4} = \frac{289}{4} \Rightarrow AC = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} \Rightarrow AC = AB = \frac{17}{2}$$

بنابراین محیط مثلث ABC برابر است با:

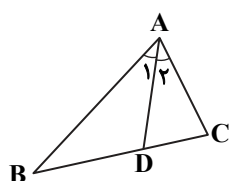
$$\frac{15}{2} + \frac{15}{2} + \frac{17}{2} + \frac{17}{2} = 32$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۳)

۳۲- پاسخ: گزینه ۱

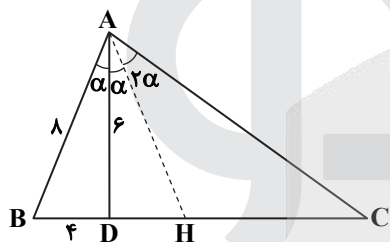
نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

حکم: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.



با توجه به فرض سؤال اگر قرار دهیم $\hat{BAD} = \alpha$ ، آنگاه $\hat{DAC} = 3\alpha$. حال از نقطه A خطی رسم می‌کنیم که DC را در H قطع کند به طوری که $\hat{DAH} = \alpha$ و در نتیجه $\hat{HAC} = 2\alpha$.

حال مشاهده می‌شود که AD نیمساز زاویه \hat{A} در مثلث ABH است، پس:

$$\frac{AH}{DH} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AH = 2DH \quad (1)$$

$$6^2 = 8 \times AH - 4 \times DH \xrightarrow{(1)} 36 = 8 \times 2DH - 4 \times DH = 12DH \Rightarrow DH = 3 \Rightarrow AH = 6$$

حال AH نیز در مثلث ABC نیمساز می‌باشد، پس:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH}{CH} \Rightarrow \frac{8}{AC} = \frac{4}{CH} \Rightarrow CH = \frac{1}{2}AC \quad (2)$$

$$AH^2 = AB \cdot AC - BH \cdot CH$$

$$6^2 = 8 \times AC - 4 \times CH \xrightarrow{(2)} 36 = 8 \times AC - 4 \times \frac{1}{2}AC$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{15}{8}AC \Rightarrow AC = \frac{36 \times 8}{15} = \frac{36 \times 8}{15} = \frac{2}{4} \times 8 = 16/2$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

۳۳- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه:

$$|A| = ad - bc$$

$$|A| = (\log_6 3)^2 - (\log_6 2)^2 = (\log_6 3 + \log_6 2)(\log_6 3 - \log_6 2) = (\log_6 6)(\log_6 \frac{3}{2}) = 1 \times \log_6 \frac{3}{2} = \log_6 \frac{3}{2}$$

$$|A| = \log_6 \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{تعریف log}} 6^{|A|} = \frac{3}{2}$$

$$|B| = 6^3 |A| - 6 |A| = (6^3 |A|)^3 - 6 |A| = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{3}{2} = \frac{27}{8} - \frac{3}{2} = \frac{27}{8} - \frac{12}{8} = \frac{15}{8}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



۳۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

نکته: سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت (خط عادی) در آن صفحه و از یک نقطه ثابت واقع بر آن خط (کانون سهمی) در آن صفحه به یک فاصله باشند.

نکته: معادله سهمی که از رأس $S(h, k)$ عبور می کند و دهانه آن رو به راست است، به صورت زیر می باشد:

$$(y - k)^2 = 4a(x - h)$$

با توجه به فرض های سؤال هم می توان دهانه سهمی را روبه بالا و هم روبه راست در نظر گرفت و خللی در انجام محاسبات انجام نمی شود. لذا دهانه سهمی را روبه راست در نظر می گیریم.

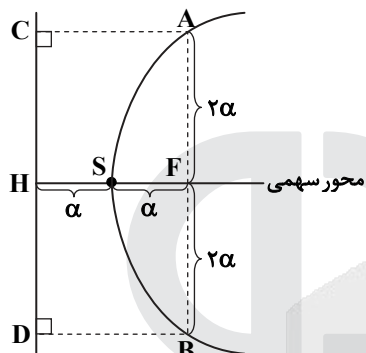
سهمی که از رأس $(-1, -1)$ می گذرد برابر است با:

$$(y + 1)^2 = 4a(x + 1)$$

چون نقطه $(1, 1)$ روی سهمی قرار دارد، پس:

$$(1 + 1)^2 = 4a(1 + 1) \Rightarrow 4 = 8a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

حال چون $a = \frac{1}{2}$ ، پس $SF = SH = \frac{1}{2}$.



$$DB = AC = SF + SH = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

چون نقطه A روی سهمی قرار دارد، پس با توجه به تعریف سهمی داریم:

$$AC = AF \Rightarrow AF = 1 \quad (1)$$

و چون نقطه B نیز روی سهمی قرار دارد، با توجه به تعریف سهمی داریم:

$$FB = DB \Rightarrow FB = 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AB = 2$$

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

نکته: اگر $0 \leq \theta \leq \pi$ زاویه بین دو بردار ناصفر \vec{a} و \vec{b} در R^3 باشند، آنگاه:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

نکته: اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیرصفر و θ زاویه بین آنها باشد، آنگاه:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$

نکته: مساحت مثلثی که با دو بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می شود، برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

نکته: بردار \vec{c}_a در جهت بردار \vec{a} را با \vec{c}_a نمایش داده و برابر است با:

$$\vec{c}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

نکته: $|\vec{c}_a|$ همواره برابر یک است.

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{5} |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = -\frac{3}{5} |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow \cos \theta = -\frac{3}{5} \Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5}$$

حال مساحت مثلث خواسته شده را به دست می آوریم:

$$S = \frac{1}{2} \left| \left(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \times \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \right| = \frac{1}{2} \left| (3\vec{c}_a + 2\vec{c}_b) \times (\vec{c}_a - 2\vec{c}_b) \right| = \frac{1}{2} \left| 3\vec{c}_a \times \vec{c}_a - 6\vec{c}_c \times \vec{c}_b + 2\vec{c}_b \times \vec{c}_a - 4\vec{c}_b \times \vec{c}_b \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -6\vec{c}_a \times \vec{c}_b + 2\vec{c}_b \times \vec{c}_a \right| = \frac{1}{2} \left| -6\vec{c}_a \times \vec{c}_b - 2\vec{c}_a \times \vec{c}_b \right| = \frac{1}{2} \left| -8\vec{c}_a \times \vec{c}_b \right| = 4 |\vec{c}_a \times \vec{c}_b| = 4 |\vec{c}_a| |\vec{c}_b| \sin \theta$$

$$= 4 \times 1 \times 1 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۳۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: معادله دایره به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع r برابر است با:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

نکته: معادله خطی یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است که در آن مختصات مرکز دایره $O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ است و شعاع آن

$$r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \text{ است.}$$

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دایره کوچک تر را به دست می آوریم:

$$x^2 + y^2 + 6x - 2y = r \Rightarrow O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \Rightarrow O(-3, 1)$$

$$\text{شعاع دایره کوچک تر} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 0 + 4r}}{2} = \frac{2\sqrt{10+r}}{2} = \sqrt{10+r} \quad (1)$$

خط $y = x$ عمودمنصف خطالمركزین دو دایره می باشد، پس معادله خطالمركزین دو دایره به صورت روبه رو است:

$$y = -x + a$$

مرکز دایره کوچک تر $O(-3, 1)$ روی خطالمركزین دو دایره قرار دارد، پس:

$$1 = 3 + a \Rightarrow a = -2$$

در نتیجه معادله خطالمركزین دو دایره به صورت $y = -x - 2$ می باشد.

چون خط $y = x$ بر دایره کوچک تر مماس است، پس شعاع دایره کوچک تر برابر است با فاصله مرکز آن از خط d ، پس:

$$\text{شعاع دایره کوچک تر} = \frac{|1 - (-3)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \xrightarrow{(1)} \sqrt{10+r} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 10+r = 8 \Rightarrow r = -2$$

با توجه به فرض سؤال، شعاع دایره بزرگ تر برابر است با:

$$\text{شعاع دایره بزرگ تر} = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

چون خط $y = x$ عمودمنصف خطالمركزین است، پس مرکز دایره بزرگ تر،

قرینه مرکز دایره کوچک تر نسبت به خط $y = x$ است، پس:

$$O(-3, 1) \Rightarrow O'(1, -3)$$

حال معادله دو دایره را به دست می آوریم:

$$\text{معادله دایره کوچک تر: } (x+3)^2 + (y-1)^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$\text{معادله دایره بزرگ تر: } (x-1)^2 + (y+3)^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$$

حال این دو معادله را باز کرده و از هم کم می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} (x^2 + 9 + 6x) + (y^2 + 1 - 2y) &= 8 \\ (x^2 + 1 - 2x) + (y^2 + 9 + 6y) &= 32 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} 8 + 8x - 8 - 8y = -24 \Rightarrow x - y = -3 \Rightarrow y = x + 3$$

حال برای به دست آوردن طول نقاط برخورد دایره ها، باید $y = x + 3$ را در معادله یکی از دایره ها قرار دهیم:

$$\text{معادله دایره کوچک تر: } x^2 + y^2 + 6x - 2y = -2 \xrightarrow{y=x+3} x^2 + (x+3)^2 + 6x - 2(x+3) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 9 + 6x + 6x - 2x - 6 + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x + 5 = 0$$

ریشه های این معادله برابر با طول نقاط برخورد دو دایره هستند. چون سؤال حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره را خواسته است، پس

مقدار آن برابر است با:

$$x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * گسسته (درس ۲، فصل ۱)

نکته: عدد صحیح a شمارنده عدد b است. هرگاه عددی صحیح چون q وجود داشته باشد به طوری $b = aq$.

چون طبق فرض سؤال، عدد $(a \cdot a)$ سه رقمی است، پس a می تواند مقادیر ۱، ۲، ۳، و ۱ را اختیار کند. حال با گذاشتن دو رقم مشابه عدد a

در دو طرف این عدد نیز یک عدد ۵ رقمی ساخته می شود که جدید است. پس ۳ حالت زیر را در نظر می گیریم:

۱) $a = 1 \Rightarrow$ شمارنده اول ندارد. ۲) $a = 2$ یک شمارنده اول دارد. ۳) $a = 3$ یک شمارنده اول دارد.

پس حداکثر a می تواند یک شمارنده اول داشته باشد.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

(سؤال به درستی بیان نشده است و تنها برداشتی که از آن می توان کرد همین راه حل می باشد.)



۳۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * گسسته (درس ۳، فصل ۱)

نکته: معادله سیاله $ax + by = c$ دارای دو مجهول است و به دو صورت می‌تواند به یک معادله هم‌نهشتی (با مجهول x یا y) تبدیل شود:

$$ax + by = c \Rightarrow ax - c = (-b)y \Rightarrow -b | ax - c \Rightarrow b | ax - c \Rightarrow ax \equiv c \pmod{b} \text{ (} b > 0 \text{)}, ax \equiv c \pmod{-b} \text{ (} b < 0 \text{)}$$

$$by \equiv c - ax \pmod{b} \Rightarrow by \equiv c - ax \pmod{b}$$

و به طریق مشابه می‌توان نوشت:

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر مضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد، یعنی:

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

$$ac \equiv bc \pmod{m} \text{ , } (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

$$63x + 77y = 273 \xrightarrow{\div 7} 9x + 11y = 39$$

ابتدا معادله سیاله داده شده را ساده می‌کنیم:

حال معادله سیاله به دست آمده را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$9x \equiv 39 \pmod{11} \Rightarrow 9x - 11x \equiv 39 - 11 \pmod{11} \Rightarrow -2x \equiv 28 \pmod{11} \xrightarrow{(2,11)=1} -x \equiv 14 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv -14 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv -14 + 2 \times 11 \pmod{11} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow x = 11k + 8 \xrightarrow{k=9} x = 107 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 1 + 0 + 7 = 8$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * گسسته (درس ۲، فصل ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته (اصل لانه کبوتری): اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

می‌دانیم که باقی‌مانده اعداد بر ۵ برابر با ۰، ۱، ۲، ۳ یا ۴ است. اعدادی را که باقی‌مانده آن‌ها بر ۵ برابر ۲ است را در نظر می‌گیریم. این اعداد به صورت $5k + 2$ هستند. اگر زوج‌های مرتب، همگی به صورت $(5k + 2, 5k' + 2)$ باشند، هر دو زوج مرتبی که انتخاب کنیم، مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن به صورت $(5t + 4, 5t' + 4)$ خواهند بود که مضرب ۵ نیستند. می‌دانیم که در مجموعه اعداد طبیعی بی‌نهایت عدد به صورت $5k + 2$ وجود دارد. لذا بی‌نهایت زوج مرتب به این صورت می‌توان ساخت که در خواسته سؤال صدق نکنند. در نتیجه سؤال نادرست است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * گسسته (درس ۱، فصل ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q و $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ مجموعه رئوس آن باشند، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$$

نکته: اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q باشد، آنگاه:

$$\Delta(\bar{G}) = (p-1) - \delta(G)$$

$$q(\bar{G}) = \binom{p}{2} - q(G)$$

$$48 = 4 \times 4 \times 3$$

می‌دانیم که گرافی با درجه رئوس ۳، ۴ و ۴ وجود ندارد، لذا درجه رئوس را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$4, 3, 2, 2 \text{ یا } 3, 2, 2, 2$$

چون می‌خواهیم تعداد رئوس با درجه رأس یک حداقل باشد و نیز تعداد رئوس با درجه فرد باید زوج باشد، لذا درجه رئوس گراف دلخواه ما به صورت زیر خواهند بود:

$$1) \ 4, 3, 2, 2, 1 \Rightarrow q(G) = \frac{4+3+2+2+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$2) \ 3, 2, 2, 2, 2, 1 \Rightarrow q(G) = \frac{3+4 \times 2 + 1}{2} = 6$$

$$\Delta(\bar{G}) = (p-1) - \delta(G) = (5-1) - 1 = 3$$

$$\Delta(\bar{G}) = (p-1) - \delta(G) = (6-1) - 1 = 4$$

$$q(\bar{G}) = \binom{p}{2} - q(G) = \frac{5 \times 4}{2} - 6 = 4$$

$$q(\bar{G}) = \binom{p}{2} - q(G) = \frac{6 \times 5}{2} - 6 = 9$$

$$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 3 = 7 \text{ در گزینه‌ها نیست.}$$

$$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

(چون ۲ جواب ممکن برای سؤال وجود دارد، لذا بهتر است که گفته شود «کدام می‌تواند باشد؟»)



فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

برای پیدا کردن ذره X لازم است عدد جرمی و عدد اتمی آن را به دست آوریم؛ بنابراین به مقایسه عدد جرمی و اتمی در دو طرف فرایند می پردازیم:

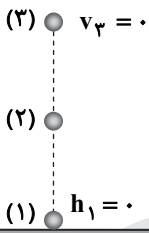
$${}_{11}^{22}\text{C} \rightarrow {}_{\delta}^{11}\text{B} + {}_b^a\text{x}$$

$$\begin{cases} 11 = 11 + a \Rightarrow a = 0 \\ 22 = 11 + b \Rightarrow b = 11 \end{cases} \Rightarrow {}_b^a\text{x} = {}_{11}^{11}\text{B}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی می توان نوشت:



$$\begin{aligned} E_1 = E_2 &\Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \\ \frac{K_2 = 0.7K_1}{U_1 = 0} &\rightarrow K_1 = 0.7K_1 + U_2 \Rightarrow K_1 = 0.7K_1 + mgh_2 \\ \Rightarrow 0.3\left(\frac{1}{2} \times m \times v_1^2\right) &= m \times 10 \times 42 \Rightarrow v_1^2 = 2800 \end{aligned}$$

برای به دست آوردن حداکثر ارتفاع لازم است اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه شروع و زمانی که گلوله در بیشترین ارتفاع است بنویسیم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times v_1^2 + 0 = 0 + mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2800 = 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 140 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه انبساط طولی داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.1/9 = 900 \times 1/25 \times 10^{-5} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{9 \times 10^{-1}}{9 \times 1/25 \times 10^{-3}} \Rightarrow \Delta \theta = 8.0^\circ \text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۴۴- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به مثبت بودن کار انجام شده روی گاز متوجه می شویم که تراکم صورت گرفته است. بنابراین گزینه های ۳ و ۴ حذف می شوند. در تراکم بی درروی گاز آرمانی، انرژی درونی گاز افزایش می یابد بنابراین گزینه ۲ نیز حذف می شود و گزینه ۱ پاسخ سؤال است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

دو متحرک A و B از یک نقطه حرکت خود را آغاز کرده اند بنابراین وقتی به هم می رسند جابه جایی یکسانی داشته اند و باید در نظر داشت که متحرک B دو ثانیه دیرتر از متحرک A حرکت خود را آغاز کرده است.

$$\begin{aligned} \Delta x_A = \Delta x_B &\Rightarrow \frac{1}{2} a_A t_A^2 = \frac{1}{2} a_B t_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a t_A^2 = \frac{1}{2} (a + 0.5)(t_A - 2)^2 \Rightarrow a(6)^2 = (a + 0.5)(6 - 2)^2 \\ \Rightarrow 36a &= 16a + 8 \Rightarrow a = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

حال مکان دو متحرک را در لحظه $t = 10 \text{ s}$ به دست آورده و فاصله آن ها را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} t_A = 10 \text{ s}; x_A = \frac{1}{2} (0.4)(10)^2 = 20 \text{ m} \\ t_B = 8 \text{ s}; a_B = a + 0.5 = 0.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; x_B = \frac{1}{2} (0.9)(8)^2 = 28.8 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 28.8 - 20 = 8.8 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

گلوله اول یک ثانیه قبل از گلوله دوم رها می شود بنابراین ابتدا جابه جایی گلوله اول را در مدت ۱ ثانیه به دست می آوریم:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times (1)^2 + 0 \Rightarrow \Delta y_1 = 5 \text{ m}$$

پس در لحظه رها شدن گلوله دوم، گلوله اول ۵ متر عقب تر است اما یک ثانیه پس از آن گلوله B عقب تر می افتد چون گلوله A سرعت بیشتری دارد. پس ابتدا فاصله دو گلوله کاهش می یابد و سپس افزایش می یابد.



۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

نمودار « $v-t$ » دو متحرک را برای زمانی که فاصله آن‌ها ۴۶ متر است تا زمانی که سرعت آن‌ها صفر می‌شود، رسم می‌کنیم:

$$v_A = a_A t_A + v_{0,A} \Rightarrow 0 = -2t_A + 8 \Rightarrow t_A = 4s$$

$$v_B = a_B t_B + v_{0,B} \Rightarrow 0 = -4t_B + 20 \Rightarrow t_B = 5s$$

باید در نظر داشت که خودروی B یک ثانیه پس از خودروی A سرعت خود را کم می‌کند.

$$\Delta x_B = S = 20 \times 1 = 20m$$

مسافت پیموده شده توسط خودروی B در مدت ۱s:

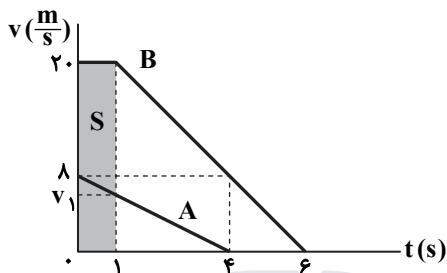
$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0,A} t = \frac{1}{2} (-2)(1)^2 + (8)(1)$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = -1 + 8 = 7m$$

$$a_A = \frac{0 - v_1}{t - 0} \Rightarrow -2 = \frac{-v_1}{3} \Rightarrow v_1 = 6 \frac{m}{s}$$

بعد از گذشت ۱s فاصله بین دو متحرک ۳۳m می‌شود و معادلات دو متحرک به صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2} (-2)(t^2) + 8t + 33 \\ x_B = \frac{1}{2} (-4)t^2 + 20t \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow t^2 - 14t + 33 = 0$$



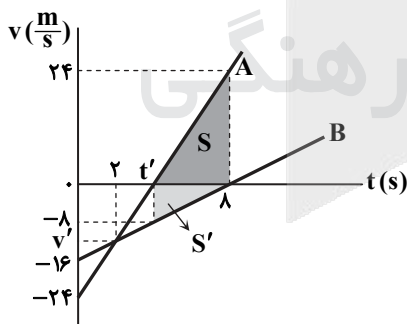
$$(t-11)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 11s \\ t = 3s \quad \checkmark \end{cases}$$

$$v_B = -4t + 20 \xrightarrow{t=3s} v_B = 8 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

طبق شکل در بازه زمانی t_1 تا $8s$ دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت کرده‌اند؛ زیرا $v_A > 0$ و $v_B < 0$ است. مجموع سطح زیر دو نمودار در این بازه نشان‌دهنده فاصله بین دو متحرک است که برای پیدا کردن آن باید t' و v' و همچنین سرعت متحرک A در لحظه $t = 8s$ و سرعت متحرک B در t مشخص شود.



$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{0 - (-16)}{8 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_B = a_B t + v_{0,B} = 2t + (-16) \xrightarrow{t=2s} v_B = v' \Rightarrow v' = 2(2) - 16 = -12 \frac{m}{s}$$

در بازه ۰ تا ۲s برای متحرک A داریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{-12 - (-24)}{2} = 6 \frac{m}{s^2}$$

$$v_A = 6t' - 24 \xrightarrow{v_A=0} t' = 4s$$

حال v_A را در لحظه $t = 8s$ و v_B را در لحظه $t' = 4s$ به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{v_A - v_0}{t - 0} \Rightarrow 6 = \frac{v_A - (-24)}{8} \Rightarrow v_A = 24 \frac{m}{s}$$

$$a_B = \frac{v_{B,t'} - v_0}{t' - 0} \Rightarrow 2 = \frac{v_{B,t'} - (-16)}{4} \Rightarrow v_{B,t'} = -8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = S + S' = \frac{24 \times 4}{2} + \frac{4 \times 8}{2} \Rightarrow \Delta x = 48 + 16 = 64m$$

متحرک‌های A و B در لحظه $t' = 4s$ به هم می‌رسند و بعد از آن تا لحظه $t = 8s$ از هم دور می‌شوند.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست؛ تندی مداری ماهواره در گردش به دور زمین، متناسب با عکس جذر فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

$$v = \sqrt{\frac{R_e^2 g}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_e}\right)r^3 \Rightarrow T^2 \propto r^3$$

گزینه ۲: درست

گزینه ۳: نادرست؛ شتاب حرکت ماهواره متناسب با عکس مربع فاصله از مرکز زمین است.

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow g \propto \frac{1}{r^2}$$

گزینه ۴: نادرست؛ وزن یک ماهواره با مربع فاصله ماهواره از مرکز زمین رابطه عکس دارد.

$$W = G \frac{M_e m}{r^2} \Rightarrow W \propto \frac{1}{r^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} \vec{p}(3s) = ((3 \times 3) - 6)\vec{i} = 3\vec{i} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \\ \vec{p}(1s) = ((3 \times 1) - 6)\vec{i} = -3\vec{i} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}(3s) - \vec{p}(1s)}{3-1} = \frac{3\vec{i} - (-3\vec{i})}{2} = 3\vec{i} \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را روی شکل مشخص می‌کنیم:

چون جسم در حال حرکت است نیروی اصطکاک جنبشی به آن وارد می‌شود.

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_N - W = 0 \Rightarrow F_N = W = mg = 50 \text{ N}$$

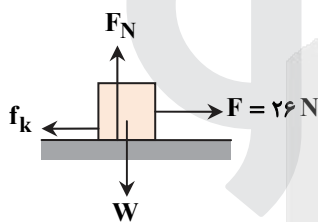
$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow 26 - 0.4(50) = 5(a) \Rightarrow a = 1/2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{50^2 + 20^2} = 10\sqrt{29} \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} m = 2 \text{ ton} = 2000 \text{ kg} \\ v = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \times \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{(2000 \text{ kg})(5)^2}{(20)} = 2500 \text{ N}$$

نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

از رابطه بسامدهای تشدیدی تار استفاده می‌کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 300 = \frac{3 \times v}{2 \times 0.6} \Rightarrow v = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_n = nf_1 \Rightarrow 300 = 3f_1 \Rightarrow f_1 = 100 \text{ Hz}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا از رابطه $I = \frac{P}{A}$ کمک می‌گیریم و نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} I = \frac{P}{A} \\ A = 4\pi r^2 \end{cases} \Rightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2 \times (2)^2 = 8 \quad (*)$$

برای بررسی تغییرات تراز شدت صوت از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{(*)} \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2^3 = 30 \log 2 = 9 \text{ dB}$$

بنابراین تراز شدت صوت ۹ دسی‌بل افزایش یافته است.



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ درمی یابیم که دوره تناوب آونگ با مجذور طول آونگ نسبت مستقیم دارد.

$$T_2 - T_1 = 0.125 T_1 \Rightarrow T_2 = 1.125 T_1 = \frac{9}{8} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81}{64} \Rightarrow L_2 = \frac{81}{64} L_1 \quad (*)$$

$$L_2 - L_1 = 0.17 \xrightarrow{(*)} \frac{81}{64} L_1 - L_1 = 0.17 \Rightarrow L_1 = 0.64 \text{ m}$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.64}{\pi^2}} = 1/6 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

در حالت کلی معادله حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A \cos(\omega t)$ است که از مقایسه آن با معادله صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos \delta \cdot \pi t \\ x = A \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow \omega = \delta \cdot \pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \delta \cdot \pi \Rightarrow T = \frac{4}{100} \text{ s}$$

بازه داده شده در صورت سؤال یعنی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0.25 \text{ s}$ نصف دوره تناوب یعنی $\frac{T}{2}$ است و نوسانگر در این بازه مسافت $2A$ را

می پیماید؛ پس داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 1/5 = \frac{2A}{0.2} \Rightarrow A = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} = 1/5 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۷- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از رابطه بسامدهای تشدیدي تار داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{f_1=f} f = \frac{1 \times 250}{2 \times 0.5} = 250 \text{ Hz}$$

هر ذره از تار در مدت زمان T یک نوسان کامل انجام می دهد.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250} \text{ s} \Rightarrow T = \frac{1}{250} \times 10^3 \text{ ms} = 4 \text{ ms}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

از رابطه مقابل کمک می گیریم و n و n' را به دست می آوریم:

$$E_n - E'_n = E_R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$12/75 = 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow 0.937 = \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \quad (*)$$

با چک کردن گزینه ها در رابطه (*) $n = 4$ و $n' = 1$ به دست می آید.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون های گسیل شده از رابطه مقابل به دست می آید:

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

λ را بر حسب نانومتر می خواهد، پس hc را بر حسب $eV \cdot nm$ می نویسیم:

$$\begin{cases} K_{max,1} = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0 \Rightarrow K_{max,1} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 10^9}{\lambda_1} - 4 \\ K_{max,2} = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0 \Rightarrow K_{max,2} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 10^9}{\lambda_2} - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_{max,1} = \frac{1200}{\lambda_1} - 4 \\ K_{max,2} = \frac{1200}{\lambda_2} - 4 \end{cases}$$

$$\frac{K_{max,2} = 6K_{max,1}}{\lambda_1 = 2\lambda_2} \rightarrow \frac{K_{max,1}}{K_{max,2}} = \frac{K_{max,1}}{6K_{max,1}} = \frac{\lambda_1}{2400 - 4\lambda_1} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1200 - 4\lambda_1}{2400 - 4\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = 240 \text{ nm}$$



۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ۲۳۵ در یک نمونه، غنی‌سازی گفته می‌شود.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به صورت سؤال: $V_2 = \frac{3}{4} V_1$

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ داریم:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow U_2 = \frac{9}{16} U_1 \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{9}{16} U_1 - U_1 = -\frac{7}{16} U_1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{2 \times 10^{-3}}{-20 \times 10^{-9}} = 10^{-5} \text{ V}$$

با توجه به افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی مشخص می‌شود که بار الکتریکی منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین روبه‌رو فاصله نقطه M از هر سه بار به یک اندازه است.

حالت اول:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{k \times 10^{-6}}{r^2} \\ E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{k \times 2 \times 10^{-6}}{r^2} = 2E_1 \\ E_3 = \frac{kq_3}{r_3^2} = \frac{k \times 3 \times 10^{-6}}{r^2} = 3E_1 \end{cases}$$

$$E_{\text{net}(x)} = E_1, \quad E_{\text{net}(y)} = E_3 - E_2 = 3E_1 - 2E_1 = E_1$$

$$E_{T,1} = \sqrt{E_{\text{net}(x)}^2 + E_{\text{net}(y)}^2} = E_1 \sqrt{2}$$

حالت دوم:

در حالت دوم و پس از حذف بار q_2 دو میدان E_1 و E_3 را داریم که برهم عمودند:

$$E_{T,2} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = \sqrt{E_1^2 + (3E_1)^2} = E_1 \sqrt{10} \Rightarrow \frac{E_{T,2}}{E_{T,1}} = \frac{\sqrt{10} E_1}{\sqrt{2} E_1} = \sqrt{5}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مدار را ساده می‌کنیم. مقاومت‌های 6Ω و 12Ω موازی هستند،

همچنین مقاومت‌های 15Ω ، R و 8Ω هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها

نیز با هم سری می‌باشد. از طرفی ولتاژ دو سر این مقاومت‌های معادل برابر

است؛ چون در صورت سؤال داریم:

$$V_{6\Omega} = V_{8\Omega}$$

و به دلیل سری بسته شدن آن‌ها جریان یکسانی هم از آن‌ها می‌گذرد، پس

مقاومت معادل آن‌ها نیز با هم برابر است.

$$R_1 = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega, \quad R_2 = 4\Omega$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 = 8\Omega$$

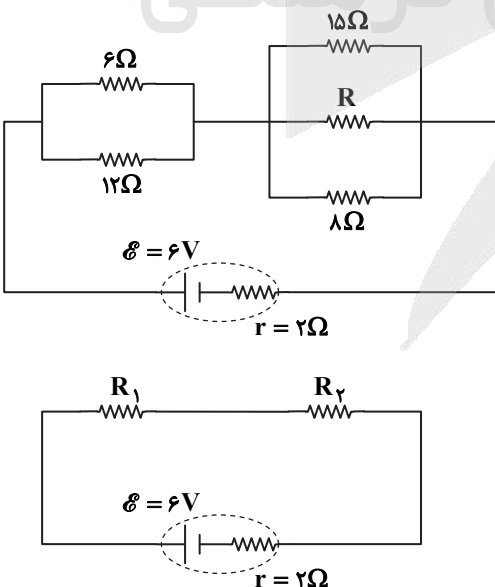
$$I = \frac{6}{R_{\text{eq}} + 2} = \frac{6}{8 + 2} = 0.6 \text{ A}$$

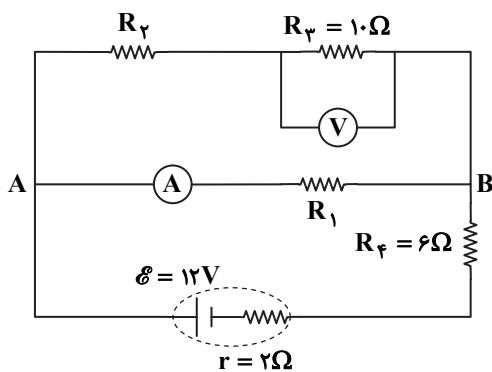
دو مقاومت ۶ و ۱۲ اهمی موازی هستند، پس جریان به نسبت عکس

مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$I_{12\Omega} = 0.2 \text{ A}, \quad I_{6\Omega} = 0.4 \text{ A}$$

$$V_{6\Omega} = V_{8\Omega} \Rightarrow 6 \times 0.4 = 8 \times I_{8\Omega} \Rightarrow I_{8\Omega} = 0.3 \text{ A}$$





۶۵- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)
 ولتسنج آرمانی عدد ۵ ولت را نشان می‌دهد که این عدد نشان‌دهنده ولتاژ دو سر مقاومت R_ψ است.

$$V = V_\psi = R_\psi I_\psi \Rightarrow 5 = 10 \times I_\psi \Rightarrow I_\psi = 0.5 \text{ A}$$

طبق صورت سؤال آمپرسنج آرمانی ۰/۲۵ آمپر را نشان می‌دهد که جریان عبوری از شاخه وسط و مقاومت R_1 است؛ بنابراین طبق قاعده انشعاب در گره A داریم:

$$I = I_\psi + I_1 \Rightarrow I = 0.75 \text{ A}$$

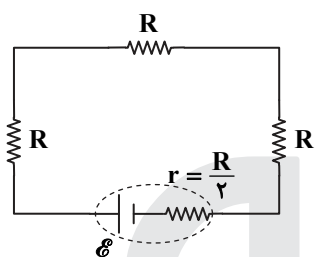
$$V_B - IR_\phi - Ir + \mathcal{E} = V_A$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = -0.75 \times 6 - 0.75 \times 2 + 12 \Rightarrow V_A - V_B = 6 \text{ V}$$

$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow 6 = R_1 \times 0.25 \Rightarrow R_1 = 24 \Omega$$

$V_B - V_A$ با ولتاژ دو سر مقاومت R_1 برابر است:

۶۶- پاسخ: گزینه ۳
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)
 در حالتی که کلید باز است داریم:



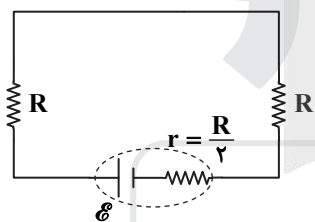
$$I_{eq,1} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq,1} + r} \Rightarrow I_{eq,1} = \frac{\mathcal{E}}{3R + \frac{R}{2}}$$

$$\Rightarrow I_{eq,1} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{7}{2}R} = \frac{2\mathcal{E}}{7R}$$

$$V_{\text{باتری},1} = \mathcal{E} - rI_{eq,1} = \mathcal{E} - \frac{R}{2} \times \frac{2\mathcal{E}}{7R} = \frac{6}{7}\mathcal{E}$$

در حالتی که کلید بسته است:

با بسته شدن کلید k مقاومت R در شاخه بالایی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

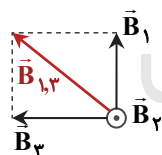


$$I_{eq,2} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq,2} + r} \Rightarrow I_{eq,2} = \frac{\mathcal{E}}{2R + \frac{R}{2}} = \frac{2\mathcal{E}}{5R}$$

$$V_{\text{باتری},2} = \mathcal{E} - rI_{eq,2} = \mathcal{E} - \frac{R}{2} \times \left(\frac{2\mathcal{E}}{5R}\right) = \frac{4}{5}\mathcal{E}$$

$$\frac{V_{\text{باتری},2}}{V_{\text{باتری},1}} = \frac{\frac{4}{5}\mathcal{E}}{\frac{6}{7}\mathcal{E}} = \frac{14}{15}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)



از قاعده دست راست کمک می‌گیریم و جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر حلقه در نقطه O را به دست می‌آوریم:
 جهت میدان \vec{B}_1 به سمت بالا و جهت میدان \vec{B}_2 به سمت چپ است بنابراین برهم عمودند و بر این دو \vec{B}_3 عمود است.

$$B = B_1 = B_2 = B_3 = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 10 \times 0.5}{2 \times 0.15} = 2 \times 10^{-6} \text{ T}$$

\vec{B}_3 و \vec{B}_1 برهم عمودند:

$$B_{1,3} = \sqrt{B_1^2 + B_3^2} = \sqrt{B^2 + B^2} = \sqrt{2}B$$

\vec{B}_2 و $\vec{B}_{1,3}$ برهم عمودند و بر این دو \vec{B}_T به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B_T = \sqrt{B_{1,3}^2 + B_2^2} \Rightarrow B_T = \sqrt{(\sqrt{2}B)^2 + B^2} = B\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \times 10^{-6} \text{ T}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

با توجه به اینکه اندازه و جهت سرعت الکترون ثابت است پس شتاب حرکت الکترون صفر است؛ بنابراین بر این دو نیروهای وارد بر آن صفر است. لذا داریم:

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B \quad (1)$$

از رابطه (۱) متوجه می‌شویم که نیروی الکتریکی هم مانند نیروی مغناطیسی بر مسیر حرکت الکترون عمود است بنابراین میدان الکتریکی حتماً بر مسیر حرکت الکترون عمود است. اما طبق رابطه $F_B = qvB \sin \theta$ ، سرعت ذره v و میدان مغناطیسی \vec{B} هر زاویه‌ای می‌توانند با هم داشته باشند.



۶۹- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)
 ضرب القاوری سیم لوله از رابطه مقابل به دست می آید:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$\Rightarrow L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times (1000)^2 \times 8 \times 10^{-5}}{15/7 \times 10^{-2}} = \frac{4 \times 3 / 14 \times 8 \times 10^{-5}}{157 \times 10^{-3}} = 64 \times 10^{-4} \text{ H} = 6 / 4 \text{ mH}$$

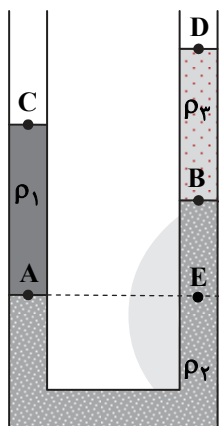
۷۰- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

با توجه به اطلاعات مسئله θ (زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح حلقه) 60° درجه است و تنها میدان مغناطیسی با زمان تغییر می کند.

$$\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \mathcal{E}_{av} = -NAC \cos 60^\circ \frac{\Delta B}{\Delta t} = -1 \times \pi \times (10^{-1})^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{-6000 \times 10^{-4}}{15/7 \times 10^{-3}} = 0.6 \text{ V}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار در نقاط C و D با فشار هوا برابر است: زیرا این نقاط در سطح آزاد مایع هستند.



$$P_C = P_D = P_0$$

$$P_E = P_B + \rho g h \xrightarrow{P_A = P_E} P_A = P_B + \rho g h$$

$$\Rightarrow P_A > P_B > P_C = P_D$$

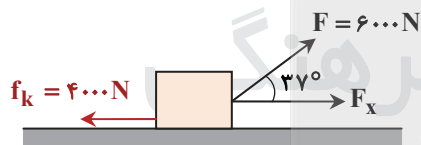
۷۲- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار پیمانه ای، اختلاف فشار بخار داخل زودپز و فشار هوا است که این اختلاف فشار ناشی از وزنه است.

$$P_g = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow m = \frac{P_g A}{g} = \frac{10^5 \times 5 \times 10^{-6}}{10} = 50 \text{ g}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

جابه جایی سورتمه فقط در راستای افقی است؛ بنابراین فقط نیروهای افقی کار انجام می دهند. برابند نیروهای افقی را به دست می آوریم:



$$F_{net,x} = F \cos 37^\circ - f_k = 6000 \times 0.8 - 4000 = 800 \text{ N}$$

$$W_t = F_{net,x} d = 800 \times 5 = 4000 \text{ J}$$

از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \Delta K = 4000 \text{ J}$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۴
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

Q_1 : گرمای مبادله شده آب با دمای اولیه 20°C

Q_2 : گرمای مبادله شده آب با دمای اولیه 80°C

Q_3 : گرمای مبادله شده ظرف

θ_e : دمای تعادل

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta_1 + m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2 + m_3 c_{\text{ظرف}} \Delta\theta_3 = 0$$

$$\Rightarrow 0.18 \times 4200 \times (\theta_e - 20) + 0.2 \times 4200 \times (\theta_e - 80) + 0.3 \times 400 \times (\theta_e - 32) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر ۱۰۰}} 3/36 \theta_e - 67/2 + 0.84 \theta_e - 67/2 + 1/20 \theta_e - 38/4 = 0$$

$$\Rightarrow 5/4 \theta_e = 172/8 \Rightarrow \theta_e = 32^\circ\text{C}$$



۷۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

برای حل این سؤال از قانون گازهای کامل استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1=T_2} P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} V_1 = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^3 \\ V_2 = 30 \times 50 = 1500 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

فشار کف پیستون را در دو حالت (۱) و (۲) محاسبه می‌کنیم:

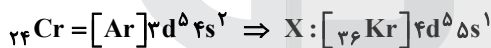
$$\begin{cases} P_1 = P_0 + \frac{F_1}{A} = P_0 + \frac{mg}{A} \\ P_2 = P_0 + \frac{F_1 + F_2}{A} = P_0 + \frac{mg + 9mg}{A} = P_0 + \frac{10mg}{A} \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} (P_0 + \frac{mg}{A}) 2000 = (P_0 + \frac{10mg}{A}) 1500 \Rightarrow 4P_0 + \frac{4mg}{A} = 3P_0 + \frac{30mg}{A}$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{26mg}{A} = \frac{26 \times 17 / 5 \times 10}{50 \times 10^{-4}} = 9 / 1 \times 10^4 \text{ Pa}$$

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)



$$x \text{ عدد اتمی} = 24 + 18 = 42 \text{ یا } x \text{ عدد اتمی} = 36 + 5 + 1 = 42$$

$$n = 96 - 42 = 54$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

جمله کتاب درسی: «کاربرد طیف‌های نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط نماد (بار کد) روی جعبه یا بسته مواد غذایی و بسیاری از کالاها است.»

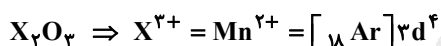
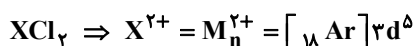
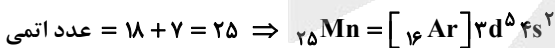
پس طیف نشری خطی در آن کاربرد ندارد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

نخستین صفر ساخته شده در واکنشگاه هسته‌ای ${}_{99}^{\text{Tc}}$ است. پس ${}_{\text{Tc}}$ در گروه ۷ است.

${}_{28}\text{Ni}$ در دوره چهارم است. ($19 \leq 28 \leq 36$)

پس عنصر مورد نظر در دوره چهارم و گروه ۷ است.



۷۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

جمله کتاب: بخش عمده پرتوهای فرابنفش جذب می‌شود.

قسمت نگران‌کننده این است که شاید طراح تصویر صفحه ۷۳ کتاب درسی باشد. در تصویر از ۵ پرتو یکی جذب نشده است. (۸۰٪)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) دما باید بین نقطه جوش N_2 و NH_3 (بین -33°C و 196°C) باشد.

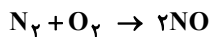
$$(۳) \quad \frac{0.78}{0.95} \neq \frac{0.78}{0.95}$$

(۴) نیتروژن به رغم واکنش پذیری اندک، کاربردهای صنعتی فراوانی دارد.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

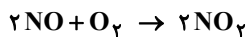


$$O_2 = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}, N_2 = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$32 - 28 = 4 \text{ g}$$

$$4 \text{ g} \text{ اختلاف جرم} \equiv 2 \text{ mol NO}$$

$$0.125 \text{ g} \text{ اختلاف جرم} \times \frac{2 \text{ mol NO}}{4 \text{ g} \text{ اختلاف جرم}} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = \frac{30}{16} = 1.875 \text{ g NO}$$



$$\frac{30}{16} \text{ g NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{2 \text{ mol NO}_2}{2 \text{ mol NO}} \times \frac{22.4 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = \frac{22.4}{16} = 1.4 \text{ L NO}_2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۱- پاسخ: گزینه ۳

(۱) نادرست؛ مایع‌ها حجم معین دارند اما شکل معین ندارند.

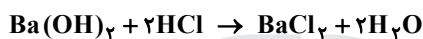
(۲) نادرست؛ حجم مولکول‌ها تغییر نمی‌کند، بلکه فاصله بین آن‌ها کم می‌شود.

(۳) درست؛ با افزایش فشار حجم کم می‌شود.

(۴) نادرست؛ جرم مولی یکسان ندارند، پس ۱ گرم از آن‌ها مول برابر و حجم برابر ندارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۲- پاسخ: گزینه ۴



$$\frac{100}{1000} \text{ mL Ba(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{21375 \text{ g Ba(OH)}_2}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{171 \text{ g Ba(OH)}_2} \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{4 \times 10^{-1} \text{ mol HCl}} \times \frac{10^3 \text{ mL HCl}}{1 \text{ L HCl}}$$

$$= \frac{21375}{171} = 125 \text{ mL HCl}$$

نکته محاسبه‌ای:

$$21375 = \frac{21 + \frac{3}{1000} \times \frac{171}{1000}}{1000} = \frac{8}{1000}$$

▲ مشخصات سؤال: توسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

H_2O پیوند هیدروژنی و H_2S نیروی واندروالسی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



(۳) H_2S جرم مولی بیشتری دارد، ولی نقطه جوش کمتری دارد.

(۴) CO_2 و CS_2 هر دو ناطبی هستند. اختلاف نیروی واندروالسی آن‌ها فقط تابع جرم مولی است، اما در مقایسه H_2O و H_2S اختلاف قطبیت به طور جدی قابل مقایسه است.

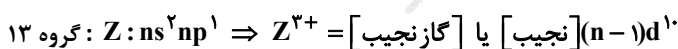
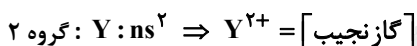
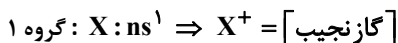
$$\mu_{H_2O} = 1.85 \text{ D}$$

$$\mu_{H_2S} = 0.97 \text{ D}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱) و شیمی ۳ (فصل‌های ۲ و ۳)

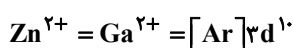
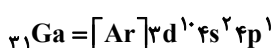
۸۴- پاسخ: گزینه ۲

(الف) درست



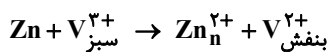
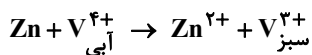
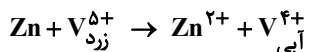
در هر سه حالت فوق زیرلایه دارای الکترون به تعداد زوج است.

(ب) درست





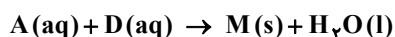
(پ) نادرست



نمک وانادیم (V) با گرد روی دچار کاهش می شود، نه اکسایش.

(ت) نادرست؛ برای نیکل و روی صرفه اقتصادی ندارد.

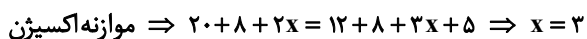
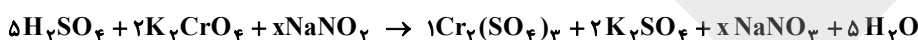
۸۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)



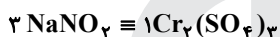
پس انحلال پذیری M از A و D کمتر است. اما مقایسه ای بین A و D نمی توان داشت.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲) و شیمی ۲ (فصل ۱)

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



$$5 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 + 5 = 21$$



$$\text{NaNO}_2 = 23 + 14 + 32 = 69 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 = 2 \times 52 + 3 \times 96 = 104 + 288 = 392 \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{عملی } 141 / 12 \text{ g Cr}_2(\text{SO}_4)_3}{82 / 8 \text{ g NaNO}_2 \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_2}{69 \text{ g NaNO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Cr}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol NaNO}_2} \times \frac{392 \text{ g Cr}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Cr}_2(\text{SO}_4)_3} \times 100 = \frac{141 / 2}{0.4 \times 392} = 90\%$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

نقطه جوش نفت کوره از نفت سفید بیشتر است. پس اگر در دمایی معین نفت کوره به حالت گاز باشد، حتماً نفت سفید نیز گاز خواهد بود.

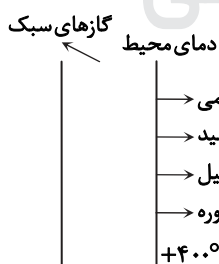
بررسی سایر گزینه ها:

(۱) کاتالیزگر واکنش، سولفوریک اسید است. پس محیط اسیدی لازم است.

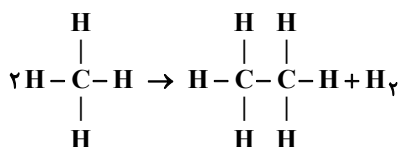
(۲) همه آلکن ها با برم واکنش می دهند.

(۴) هر چه در برج تقطیر بالاتر می رویم دما کاهش می یابد و جرم مولی ترکیب های

خارج شده نیز کمتر می شود.



۸۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)



$$2\Delta H_{(\text{C}-\text{H})} - \Delta H_{(\text{C}-\text{C})} - \Delta H_{(\text{H}-\text{H})} = \Delta H_{\text{واکنش}}$$

$$2x - 348 - 435 = 65 \Rightarrow x = 424 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$



۸۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت اول: درست؛ همه شبه فلزها در دسته p قرار دارند.

عبارت دوم: درست؛ در یک گروه از بالا به پایین خصلت فلزی افزایش می‌یابد. بنابراین عدد اتمی فلز از نافلز هم‌گروه آن بیشتر است.

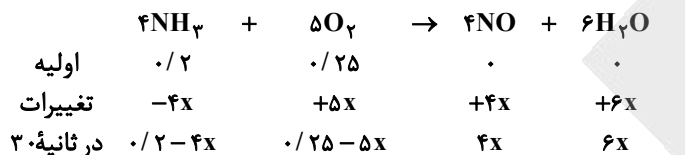
عبارت سوم: درست؛ تنها نافلز مایع برم (Br_۲(l)) است. تنها عنصر گاز هم‌دوره آن گاز نجیب کریپتون است که فعالیت شیمیایی چندانی ندارد.

عبارت چهارم: درست؛ سمت چپ یک عنصر نافلز یا فلز است و یا یک شبه فلز دیگر، پس در هر دو حالت برخی خواص فیزیکی فلزها را دارند.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم و سپس جدول تغییرات مولی را می‌نویسیم:



مول‌های موجود در ظرف: $0/2 - 4x + 0/25 - 5x + 4x + 6x = 0/45 + x$

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{x \text{ mol}}{V L} \times 0/5 \text{ min} = 0/02 \frac{\text{mol}}{L \text{ min}} \Rightarrow x = 0/02 \text{ mol} \Rightarrow \text{تعداد مول‌ها} = 0/45 + 0/02 = 0/47 \text{ mol}$$

سرعت در ۳۰ ثانیه نخست با سرعت از ثانیه ۳۰ تا پایان برابر است:

$$\text{NH}_3 : \frac{4x}{3 \cdot s} = \frac{0/2 - 4x}{\Delta t} \xrightarrow{x=0/02} \frac{0/08}{3 \cdot s} = \frac{0/12}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 45s$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۱- پاسخ: گزینه ۴

عبارت اول: درست

عبارت دوم: درست

$$R = \frac{R_A}{a}$$

$$a = 1 \Rightarrow R = R_A$$

عبارت سوم: درست؛ هرچه ضریب مولی بیشتر باشد، تغییرات مولی در واحد زمان بیشتر و سرعت تولید یا مصرف ماده بیشتر است.

عبارت چهارم: درست؛ برای یک واکنش کلی داریم:



$$R_{\text{واکنش}} = \frac{R_A}{a} = \frac{R_B}{b} = \frac{R_C}{c} = \frac{R_D}{d}$$

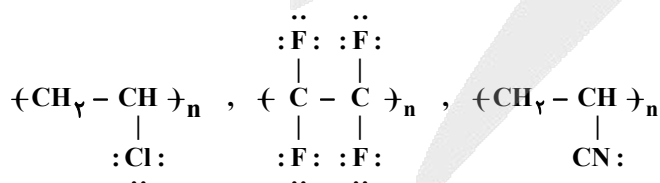
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

(۱) نادرست؛ در پلیمرها طول زنجیرها با هم برابر نیست.

(۲) نادرست؛ مطلب خارج از کتاب است. اما چون گزینه ۳ قطعاً درست است، عیبی ندارد.

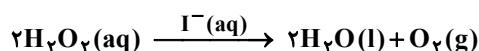
(۳) درست؛ اتم‌های F، N، Cl دارای جفت الکترون ناپیوندی هستند.



(۴) نادرست؛ مثلاً در پلی ساکاریدها بین واحدهای تکرارشونده و اتم اکسیژن وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۳- پاسخ: گزینه ۴



I⁻: کاتالیزگر

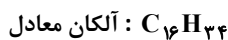
محفظه اکسیژن نسبت به هوا، غلظت O_۲ بیشتری دارد. در اثر پاشیدن گرد آهن، ذرات اکسیژن بین ذرات آهن نفوذ کرده و سطح تماس بیشتر می‌شود.



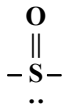
۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا فرمول شیمیایی می نویسیم:



ساختار دارای ۸ پیوند دوگانه و سه حلقه است، اما دقت کنیم که پیوند دوگانه $S=O$ ، باعث کاهش تعداد هیدروژن نمی شود. متأسفانه در این ساختار گوگرد دارای آرایش غیرهشتایی و برانگیخته است. که کمی خارج از کتاب است.



پس در مجموع 10×2 هیدروژن باید از فرمول کم کنیم. سه اتم نیتروژن نیز داریم که باید ۳ اتم H به فرمول اضافه کنیم.



حالا می توانیم به بررسی گزاره ها بپردازیم:

(الف) درست: از ۱۷ اتم H، یکی به N متصل است، پس ۱۶ پیوند C-H داریم.

(ب) نادرست: یکی از حلقه ها که دارای ۲ اتم نیتروژن است، حتی با جایگزینی N با C به حلقه بنزن تبدیل نمی شود.

(پ) نادرست: ۲ شاخه اتیل و زنجیر نونان در مجموع دارای ۱۳ کربن است، اما ساختار مورد نظر ۱۶ کربن دارند.

(ت) درست: ۸ پیوند دوگانه و ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی هر اتم اکسیژن است، پس $\frac{8}{4} = 2$

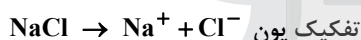
متأسفانه جمله این عبارت که گفته اکسندترین اتم (نه اکسندترین اتمها) محل ابهام است، که یک اتم O یا دو اتم O مورد نظر است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



(۲) نادرست: برای یک ترکیب مولکولی یونیده شدن به کار می رود و برای ترکیب یونی از اصطلاح تفکیک یونی استفاده می شود.

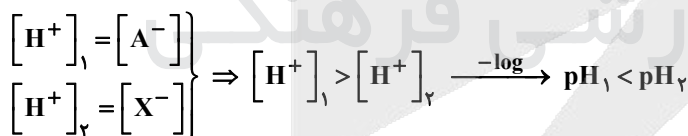
(۳) نادرست: در دما و غلظت یکسان اگر $[H^+]_1 > [H^+]_2 \Rightarrow K_{a1} > K_{a2}$ ، پس فرمیک اسید از استیک اسید قوی تر است. پس به

خاطر غلظت یون هیدرونیوم بیشتر، محلول آن خاصیت اسیدی بیشتری دارد.

دقت کنیم که:

 K_a : ملاک قدرت اسیدی یک ماده $[H^+]$: ملاک اسیدی بودن یک محلول

(۴) درست: HA را با زیروند ۱ و HX را با زیروند ۲ نشان می دهیم:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

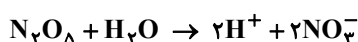
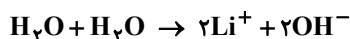
(الف) درست

$$M = 0.1$$

$$\alpha = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow [OH^-] = M\alpha = 16 \times 10^{-3} \Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{16 \times 10^{-3}} = \frac{1}{16} \times 10^{-11} = 6.25 \times 10^{-13}$$

(ب) نادرست: هرچه کربن بیشتر باشد، بخش ناقطبی بزرگ تر و انحلال در آب کمتر می شود.

(پ) درست

تعداد مول H^+ و OH^- تولیدشده برابر است، پس محلول خنثی خواهد بود.(ت) نادرست: K_a فقط تابع دما است و با تغییر غلظت تغییر نمی کند، اما با افزایش غلظت، $[H^+]$ افزایش و pH کاهش می یابد.



$$[HA] = [HD] = 5 \times 10^{-2}$$

$$K_{a1} = \frac{[H^+]_1}{[HA]}$$

$$K_{a2} = \frac{[H^+]_2}{[HD]}$$

$$\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \sqrt{\frac{K_{a1}}{K_{a2}}} = \sqrt{\frac{1}{10^{-6}}} = \sqrt{10^6} = 10^3 \xrightarrow{-\log} pH_1 - pH_2 = -\log 10^3 = -3$$

pH محلول HA از محلول HD ۳ واحد کوچک تر است.

عبارت اول: درست؛ در یک فرایند خودبه خود، $E > 0$ است.

عبارت دوم: نادرست؛ هم عبارت تنها و هم آنیون نادرست هستند.



عبارت سوم: درست

$O_2(g)$: اکسنده ، $Fe(s)$: کاهنده



عبارت چهارم: درست



عدد اکسایش آهن از صفر به ۳ رسیده است، پس ۳ الکترون مبادله شده است.

(۱) درست؛ اسید ضعیف است، پس $K_a = M\alpha^2$

$$K_a = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = \sqrt{4} = 2$$

(۲) نادرست؛ جرم دو برابر \Leftarrow غلظت دو برابر

نصف کردن حجم \Leftarrow دو برابر غلظت

در مجموع غلظت ۴ برابر شده است.

$$K_a \cong \frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow \frac{[H^+]_2}{[H^+]_1} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} = 2 \Rightarrow \Delta pH = -\log 2 = -0.3$$

(۳) نادرست

$$M = \frac{1g \times \frac{1mol}{50g}}{0.4L} = 0.4 \frac{mol}{L}$$

$$K_a = 10^{-5} \Rightarrow 10^{-5} = \frac{[H^+]^2}{4 \times 10^{-1}} \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-3}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{\sqrt{2} \times 10^{-3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10^{-11} = 5 \times 10^{-12}$$

(۴) نادرست

$$pH = -\log(2 \times 10^{-3}) = 3 - \log 2 = 2.7$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۱

عبارت اول: درست

راه حل اول:

جایگاه در سری الکتروشیمیایی

$$E^\circ(\text{AuI}_4^- / \text{Au} + 4\text{I}^-) = 0.56\text{V}$$

$$E^\circ(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}) = 0.34\text{V}$$

چون Cu کاهنده قوی تری است، واکنش به طور طبیعی پیش می‌رود.

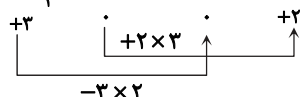
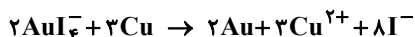
راه حل دوم:

Cu آند و Au کاتد است:

عبارت دوم: درست

$$\text{emf} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$$

$$\text{emf} = 0.56 - 0.34 > 0$$



پس ۶ الکترون مبادله شده است.

عبارت سوم: درست؛ Au دچار کاهش عدد اکسایش شده، پس AuI_4^- اکسنده است.

عبارت چهارم: درست

$$2 + 3 + 2 + 3 + 8 = 18$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

$$\Delta H_{\text{فروپاشی}}: \text{MgCl}_2 > \text{NaCl}$$

(۱) نادرست؛ مثلاً c: MgCl_2 باشد و a: NaCl باشد:

(۲) نادرست؛ a: K_2O و b: KF

ظاهراً دو ترکیب کاتیون یکسان دارند، O و F هر دو در یک دوره هستند. البته به لحاظ عددی در بین ۴ دوره اول هیچ ترکیب دوتایی وجود ندارد که بار کاتیون و آنیون آن بیشتر از ۱ باشد و مقدار آنتالپی فروپاشی آن حدود ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول باشد. مثلاً همین K_2O دارای آنتالپی فروپاشی ۲۲۴۰ کیلوژول بر مول است. پس با فرض اینکه باید در گستره چنین عدد مقداری از فروپاشی ΔH کاتیون و آنیون هر دو دارای بار +۱ و -۱ باشند، عبارت نادرست است.

(۳) نادرست؛ ممکن است بار یکی از یون‌ها یکسان باشد. مثلاً e: MgO باشد ($\Delta H_{\text{فروپاشی}} = 3798$) و c ترکیبی مانند Na_2O یا MgF_2 باشد.

(۴) درست

باید نسبت بار به شعاع کاتیون در d بیشتر از b باشد. $b > d$: نسبت بار به شعاع آنیون

$$\Delta H_{\text{فروپاشی}}: d > b$$

$$\frac{\text{شعاع کاتیون } b}{\text{شعاع آنیون } d} < \frac{\text{شعاع کاتیون } d}{\text{شعاع آنیون } b}$$

ضمناً در گستره $1000 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$ و کمتر از آن یون‌ها +۱ و -۱ هستند. پس:

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

$$\text{NOBr} = 14 + 16 + 80 = 110 \cdot \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{NO} = 14 + 16 = 30 \cdot \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{Br}_2 = 2 \times 80 = 160 \cdot \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$66 \text{g NOBr} \times \frac{1 \text{ mol NOBr}}{110 \text{ g NOBr}} = 0.6 \text{ mol NOBr}$$

$$18 \text{g NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} = 0.6 \text{ mol NO}$$

$$24 \text{g Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160 \text{ g Br}_2} = 0.15 \text{ mol Br}_2$$



اولیه	x	y	۰	V = 3L
تغییرات	-۱/۲y	-۰/۶y	+۱/۲y	
تعادل	x - ۱/۲y	۰/۴y	۱/۲y	

$$0.4y = 0.15 = y = \frac{0.15}{0.4} = 0.375$$

$$K = \frac{[\text{NOBr}]^2}{[\text{NO}]^2 [\text{Br}_2]} = \frac{\left(\frac{0.6}{V}\right)^2}{\left(\frac{0.6}{V}\right)^2 \times \frac{0.15}{V}} = \frac{V}{0.15} = \frac{3}{0.15} = 20 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{L}$$



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

- (۱) درست؛ $\lambda > 700\text{nm}$ یعنی ناحیه فرورسرخ، پس منظور طیف سنج فرورسرخ است.
 (۲) درست؛ N_2 و H_2 بر دمای 450°C و فشار ۲۰۰ اتمسفر واکنش می‌دهد و N_2 و O_2 در دماهای بسیار بالا (داخل موتور خودرو) واکنش می‌دهند.
 (۳) نادرست؛ انرژی فعال‌سازی واکنش H_2 و O_2 بسیار زیاد است. بر دمای اتاق با جرقه یا کاتالیزگر واکنش می‌دهد. اما انرژی فعال‌سازی سوختن فسفر سفید کم است.

(۴) درست

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

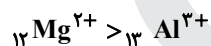
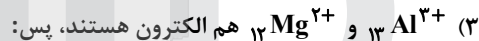
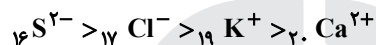
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

- انرژی فشار ← جابه‌جایی تعادل به سمت مول گاز کمتر ← رفت
 کاهش دما ← جابه‌جایی تعادل به سمت تولید گرما ← رفت
 افزایش $[\text{CO}]$ ← جابه‌جایی تعادل در جهت مصرف CO ← رفت
 کاهش $[\text{CH}_3\text{OH}]$ ← جابه‌جایی تعادل در جهت تولید CH_3OH ← رفت
 کاهش $[\text{CO}]$ و $[\text{H}_2]$ ← جابه‌جایی تعادل در جهت تولید CO و H_2 ← برگشت

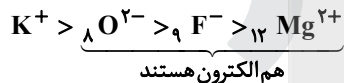
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱

- (۱) ذرات Ca^{2+} , K^+ , Cl^- , S^{2-} همگی دارای ۱۸ الکترون هستند. پس هرچه عدد اتمی بیشتر، تعداد پروتون بیشتر، جاذبه هسته بیشتر، شعاع کمتر است:



(۴)



مؤسسه آموزشی فرهنگ

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

