

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





کد کنترل

121

A



121A

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره ۱ از ۲

صبح جمعه  
۱۴۰۱/۱۰/۳۰



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق جابه‌نگیری و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱



\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در سترجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

- ۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟
- (۱)  $\frac{32}{7}$  (۲)  $\frac{64}{7}$  (۳)  $\frac{24}{5}$  (۴)  $\frac{48}{5}$
- ۲- رأس سهمی  $y = kx^2 - 4x - 6$  روی خط  $y = -4x - 4$  قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) -۴ (۴) -۸
- ۳- اگر A، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه  $C - ((A - B)' - (B - C))$  با کدام مجموعه برابر است؟
- (۱)  $A' - (B \cup C)$  (۲)  $B - (A \cup C)$  (۳)  $C - (A \cup B)$  (۴)  $(A' \cup B') - C$
- ۴- کدام گزاره زیر، همارز منطقی گزاره  $(\sim p \wedge (\sim q \wedge r)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$  است؟
- (۱) q (۲) r (۳)  $r \vee p$  (۴)  $p \vee q$
- ۵- معادله‌های  $x^2 + 6x + m = 0$  و  $x^2 + 2x - 3m = 0$  یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷
- ۶- نمودار تابع  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی  $y = 0$  و  $y = -2$  واقع می‌شود؟
- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۷- نقاط  $A(0,1)$  و  $B(4,-2)$  دو رأس مجاور مربع  $ABCD$  هستند. طول مختصات نقطه  $D$  در ربع سوم، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۸- توابع  $f(x) = \log(2x-5)$  و  $g(x) = x + \sqrt{3x-4}$  را در نظر بگیرید. اگر نمودار  $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$  محور  $y$ ها را در  $\alpha$  قطع کند، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $4 - \sqrt{2}$  (۲)  $4 - \sqrt{3}$  (۳)  $4 + \sqrt{2}$  (۴)  $4 + \sqrt{3}$

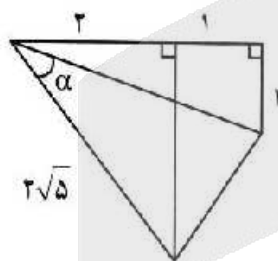
۹- نمودار  $f(x) = 2 + 2^{h-bx}$  نمودار تابع  $g(x) = -x^2 - 3x + 8$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر  $f^{-1}(10) = -1$  باشد، مقدار  $2b - a$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۱۰- معادله  $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^2 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$  دارای چند جواب مثبت است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱- در شکل زیر، مقدار  $\cos \alpha$  چقدر است؟

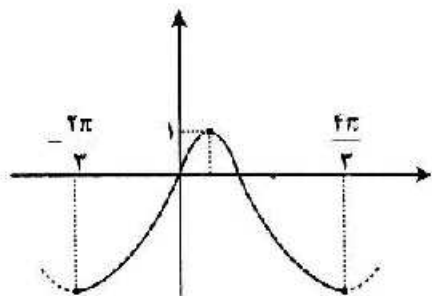


- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{10}$

محل انجام محاسبات



۱۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار  $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{4})$  را نشان می‌دهد. مقدار  $b(c-a)$  کدام است؟

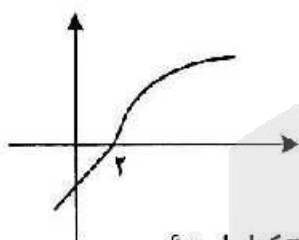


- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶

۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی  $\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{3})$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  کدام است؟

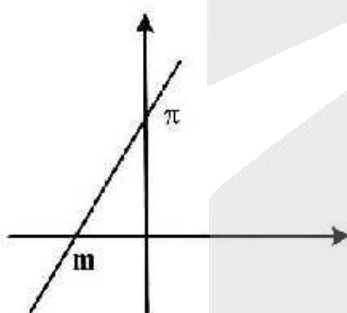
- (۱)  $\frac{\pi}{2}$
- (۲)  $\frac{\pi}{3}$
- (۳)  $\frac{2\pi}{3}$
- (۴)  $\frac{\pi}{4}$

۱۴- اگر  $f(x) = \left| \frac{1}{2}x - 1 \right|$  و شکل زیر نمودار تابع  $g(x)$  باشد، معادله  $g(f(g(x+2))) = 0$  چند ریشه دارد؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۵- شکل زیر، نمودار تابع  $f^{-1}$  را نشان می‌دهد. اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟



- (۱)  $-\sqrt{\pi}$
- (۲)  $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$
- (۳)  $-\frac{1}{\pi}$
- (۴)  $-\pi\sqrt{\pi}$



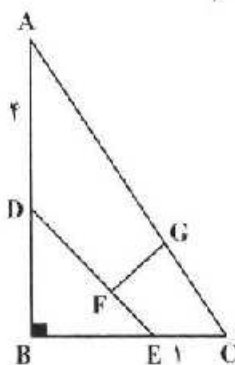
- ۱۶- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} |x - |x|| & \text{زوج} \\ |x - |x - a|| & \text{فرد} \end{cases}$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته باشد، مجموعه مقادیر  $|a|$  شامل چند عضو است؟
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳
- ۱۷- تابع  $f(x) = \frac{x}{1 - |x|}$  چند نقطه بحرانی دارد؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۸- به ازای کدام مقدار  $a$ ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع  $f(x) = |4x - 3| \sqrt{ax}$ ، در نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر  $2\sqrt{6}$  می‌شود؟
- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$
- ۱۹- نمودار تابع  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$  محور  $x$ ها را در  $\alpha$  و  $\beta$  قطع می‌کند. اگر مجموع  $\alpha$  و  $\beta$  بیشترین مقدار باشد،  $m$  کدام است؟
- (۱)  $2 + \sqrt{5}$  (۲)  $2 + \sqrt{3}$  (۳)  $2 - \sqrt{5}$  (۴)  $2 - \sqrt{3}$
- ۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶
- ۲۱- در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد روشده  $m$  و  $n$  هستند. با کدام احتمال، معادله  $x^2 - mx + n = 0$  دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟
- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{4}{9}$
- ۲۲- پیشامدهای ناسازگار  $A$  و  $B$  از فضای نمونه‌ای  $S$  هستند. اگر  $P(A) = \frac{1}{6}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$  باشد، مقدار  $P(B' | A')$  کدام است؟
- (۱)  $0,7$  (۲)  $0,5$  (۳)  $0,55$  (۴)  $0,75$
- ۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آنها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک رقمی و غیر تکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟
- (۱)  $0,2\sqrt{5}$  (۲)  $0,4\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $1,25$



۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

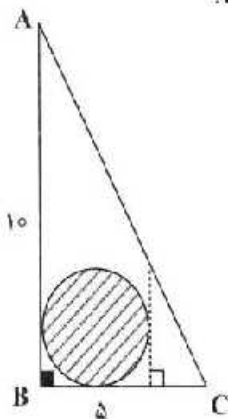
- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۲۵- در شکل زیر، اگر  $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$  باشد، اندازه  $FG$  کدام است؟



- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{25}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{75}$

۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث  $ABC$ ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟



- (۱)  $\frac{25}{9}\pi$  (۲)  $\frac{16}{9}\pi$  (۳)  $\frac{9}{4}\pi$  (۴)  $\frac{5}{4}\pi$

۲۷- در یک  $n$  ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

محل انجام محاسبات



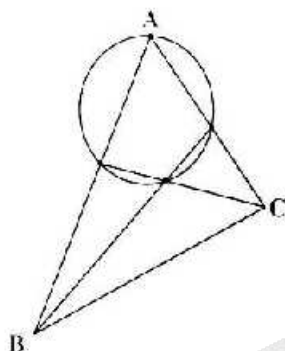
۲۸- در فضا، دو خط  $\ell_1$  و  $\ell_2$  موازی هستند. اگر خط  $d$  خط  $\ell_1$  را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط  $d$  و  $\ell_2$  همواره درست است؟

- (۱) متناظرند. (۲) موازی‌اند. (۳) غیرمقاطع‌اند. (۴) غیرموازی‌اند.

۲۹- یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی‌الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{16}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\frac{24}{\sqrt{3}}$  (۴)  $\frac{32}{\sqrt{3}}$

۳۰- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های  $B$  و  $C$  در مثلث  $ABC$  رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخل دایره محاطی باشد، زاویه  $A$  چند درجه است؟



- (۱) ۹۰  
(۲) ۷۵  
(۳) ۶۰  
(۴) ۴۵

۳۱- دو دایره با شعاع یکسان در نقاط  $(1, 4)$  و  $(3, 2)$  همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور  $x$ ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار  $(2, -a, 3)$  بر امتداد بردار  $(1, 0, a)$  برابر  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  است. اختلاف مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{10}{7}$

محل انجام محاسبات



۳۳- از کانون سهمی  $y^2 - x - 4y + 2 = 0$  خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A, B و رأس سهمی، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

۳۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $D = ABC$  باشد، به ازای کدام مقدار

x، مجموع درایدهای قطر اصلی و فرعی ماتریس D برابر هستند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $||A||$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۶ (۴) ۱۶

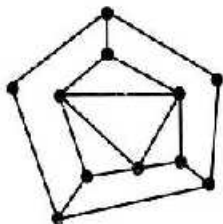
۳۶- باقیمانده تقسیم عدد  $9 \times (21^{22} - 24^{23})$  بر عدد ۵۶ چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

۳۷- معادله سیاله  $17x + 18y = 987$  در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۸- شکل زیر، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار  $\chi(G)$  کدام است؟



- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۴  
(۴) ۵

۳۹- هر زیرمجموعه  $\Pi$  عضوی از مجموعه  $\{12, 13, 14, \dots, m\}$  حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۵ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۴۰- اگر در گراف ساده G،  $|V(G)| = 18$ ،  $\Delta(G) = 8$  و  $\delta(G) = 3$  باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

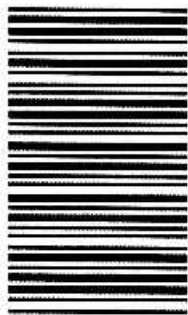
- (۱) ۴۰ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷



کد کنترل

122

A



122A

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچه شماره ۲ از ۲

صبح جمعه  
۱۴۰۱/۱۰/۳۰

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، نشر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با نخلین برابر عفرات رفتار می‌نود.

نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱



\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و باین پاسخنامه ام را تأیید می نمایم.

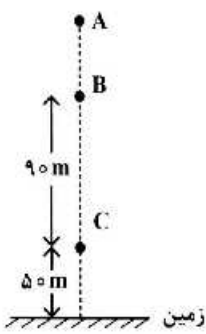
امضاء:

- ۴۱- کدام یکاها، همگی مربوط به کمیت‌های اصلی هستند؟  
 (۱) ژول، کولن و مول  
 (۲) کیلوگرم، آمپر و مول  
 (۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع)  
 (۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)
- ۴۲- دوقطبی‌های مغناطیسی کدام مواد، به صورت کاتوره‌های سمت‌گیری کرده‌اند و این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، چه خاصیت مغناطیسی پیدا می‌کنند؟  
 (۱) پارامغناطیسی - قوی و دائمی  
 (۲) فرومغناطیسی - قوی و دائمی  
 (۳) فرومغناطیسی - ضعیف و موقت  
 (۴) پارامغناطیسی - ضعیف و موقت
- ۴۳- کدام مورد، در چشم‌های الکترونیکی استفاده می‌شود؟  
 (۱) ترمیستور  
 (۲) مقاومت توری  
 (۳) پتانسیومتر  
 (۴) دیود نورگسیل
- ۴۴- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت  $x = 3t^2 - 12t + 9$  است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 18$  تا  $t_2 = 48$ ، چند متر بر ثانیه است؟  
 (۱) ۵  
 (۲) ۸  
 (۳) ۳  
 (۴) ۶
- ۴۵- شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در مبدأ زمان، از مکان  $x = +42m$  گذشته است. در این حرکت، چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور، کمتر یا مساوی ۱۰ متر است؟  
 (۱) ۵  
 (۲) ۵٫۲۵  
 (۳) ۶  
 (۴) ۶٫۲۵
- 
- ۴۶- هواپیمایی با سرعت  $60 \frac{m}{s}$  روی باند فرودگاه می‌نشیند و با شتاب ثابت، سرعت خود را کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر هواپیما، ۳۲ متر پایانی مسیر مستقیم خود را در مدت ۴ ثانیه طی کرده باشد، مسافتی که هواپیما روی باند پیموده، چند متر است؟  
 (۱) ۴۵۰  
 (۲) ۶۰۰  
 (۳) ۷۵۰  
 (۴) ۸۰۰

محل انجام محاسبات



۴۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ، از نقطه A رها می‌شود و ۳ ثانیه طول می‌کشد تا فاصله بین دو نقطه B و C را طی کند.



گلوله ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین، از ارتفاع چند متری عبور می‌کند؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۴۵
- (۲) ۹۰
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۵۰

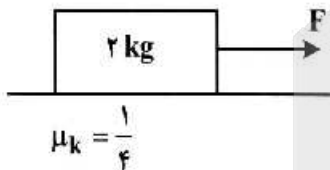
۴۸- فنری به جرم ناچیز و طول ۲۰cm را از یک انتها، از نقطه ثابتی آویزان می‌کنیم. ثابت فنر  $400 \frac{N}{m}$  است و به انتهای دیگر آن، وزنه یک کیلوگرمی می‌بندیم و وزنه را در شرایطی از حال سکون رها می‌کنیم که طول فنر، همان ۲۰ سانتی‌متر باشد. در این آزمایش، بیشترین طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد و تندی وزنه در این وضعیت

چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$  و مقاومت هوا ناچیز است.

- (۱) ۲۵ و صفر
- (۲) ۲۵ و ۵۰
- (۳) ۲۲٫۵ و صفر
- (۴) ۲۲٫۵ و ۵۰

۴۹- مطابق شکل، جسم تحت تأثیر نیروی افقی F با شتاب ثابت، از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر به جسم، نیروی عمودی ۳۰N رو به پایین وارد کنیم، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. شتاب جسم در حالت

اول، چند متر بر مربع ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



- (۱) ۱٫۵
- (۲) ۲٫۲۵
- (۳) ۳٫۷۵
- (۴) ۴٫۵

۵۰- راننده خودرویی که با تندی  $54 \frac{km}{h}$  در مسیر مستقیم در حرکت است، ناگهان ترمز می‌کند و خودرو با به جا گذاشتن خط ترمزی به طول ۲۲٫۵ متر می‌ایستد. ضریب اصطکاک جنبشی بین لاستیک‌ها و جاده چقدر است؟

$(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) ۰٫۶
- (۲) ۰٫۵
- (۳) ۰٫۴
- (۴) ۰٫۳

۵۱- دو ماهواره A و B، روی مدارهای دایره‌ای به‌طور یکنواخت به دور زمین می‌چرخند. اگر دوره حرکت ماهواره A،

$\frac{\sqrt{2}}{4}$  دوره حرکت ماهواره B باشد، شتاب حرکت ماهواره B، چند برابر شتاب حرکت ماهواره A است؟

- (۱) ۲
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{8}$
- (۴)  $\frac{1}{4}$

۵۲- نوسانگری به جرم ۴۰۰ گرم، روی پاره‌خطی به طول ۱۰ سانتی‌متر، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر

حداقل زمان لازم برای طی یک مسافت ۵ سانتی‌متری برابر  $\frac{1}{30}$  ثانیه باشد، بیشینه انرژی جنبشی این نوسانگر،

چند میلی‌ژول است؟  $(\pi = 3)$

- (۱) ۹۰۰
- (۲) ۴۵۰
- (۳) ۹۰
- (۴) ۴۵

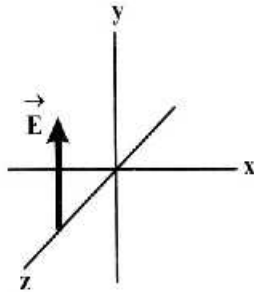
محل انجام محاسبات



۵۳- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت  $x = 0,02 \cos 50\pi t$  است. در کدام بازه زمانی مشخص شده بر حسب ثانیه، بردارهای سرعت و شتاب نوسانگر، هر دو در جهت محور  $x$  است؟

- (۱)  $0 < t < 0,01$  (۲)  $0,01 < t < 0,02$  (۳)  $0,02 < t < 0,03$  (۴)  $0,03 < t < 0,04$

۵۴- در شکل زیر، موج الکترومغناطیسی سینوسی در جهت محور  $z$  منتشر می‌شود و میدان الکتریکی آن، در یک لحظه و در یک نقطه نشان داده شده است. در این نقطه و در این لحظه، میدان مغناطیسی موج به کدام جهت است؟



- (۱) در خلاف جهت محور  $x$   
 (۲) در خلاف جهت محور  $y$   
 (۳) در جهت محور  $x$   
 (۴) در جهت محور  $y$

۵۵- نوری که طول موج آن در خلأ  $\lambda_1$  است، وارد محیط شفاف می‌شود و طول موج آن  $15^\circ$  نانومتر تغییر می‌کند. اگر

بسامد این نور  $5 \times 10^{14}$  Hz باشد، ضریب شکست این محیط شفاف چقدر است؟  $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{8}{5}$

۵۶- نیروی کشش یک تار  $60$  N است و هنگامی که با بسامد  $200$  هرتز به ارتعاش درمی‌آید، طول موج در آن  $25$

سانتی‌متر می‌شود. اگر چگالی تار  $8 \frac{g}{cm^3}$  باشد، قطر مقطع آن چند میلی‌متر است؟  $(\pi = 3)$

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۷- در آزمایش فوتوالکتریک، بسامد آستانه فلز  $5 \times 10^{14}$  Hz است. نوری با بسامد  $f$  به فلز می‌تابد و سبب گسیل

فوتوالکترون‌هایی با بیشینه سرعت  $\frac{4}{3} \frac{Mm}{s}$  می‌شود.  $f$  چند هرتز است؟

$(e = 1,6 \times 10^{-19} C$  و  $h = 4 \times 10^{-15} eV.s$ ،  $m_e = 9 \times 10^{-31} kg$ )

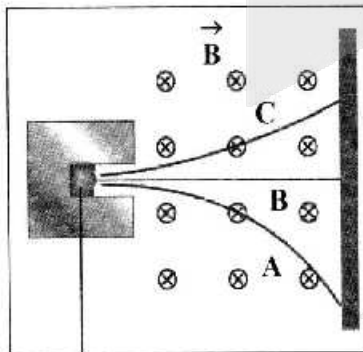
- (۱)  $1,75 \times 10^{15}$  (۲)  $7,5 \times 10^{15}$  (۳)  $3,5 \times 10^{15}$  (۴)  $1,5 \times 10^{15}$

۵۸- کدام انرژی (بر حسب الکترون‌ولت) وابسته به فوتونی در محدوده نور مرئی است؟  $(hc = 1240 eV.nm)$

- (۱) ۱ (۲)  $2,5$  (۳)  $4,5$  (۴) ۱۰

۵۹- شکل زیر، مسیر پرتوهای گسیل شده از یک ماده پرتوزای طبیعی را نشان می‌دهد که از یک میدان مغناطیسی

عبور می‌کنند. نوع آنها در مسیرهای  $A$  تا  $C$  به ترتیب کدام است؟



ماده پرتوزا

- (۱) الکترون، گاما و آلفا  
 (۲) آلفا، گاما و الکترون  
 (۳) الکترون، پوزیترون و آلفا  
 (۴) آلفا، پوزیترون و الکترون



۶۰- چهار سال طول می‌کشد تا ۷۵ درصد تعداد هسته‌های یک ماده پرتوزا به هسته‌های دیگر تبدیل شود. چند سال دیگر بگذرد تا تعداد هسته‌های باقیمانده ۱۲/۵ درصد تعداد هسته‌های اولیه باشد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۲

۶۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = 6\mu C$  و  $q_2 = -8\mu C$  در فاصله ۱۲۰ سانتی‌متری از هم ثابت نگه داشته شده‌اند. میدان الکتریکی حاصل، در نقطه‌ای روی عمودمنصف خط واصل بارها و در فاصله ۶۰ سانتی‌متری خط واصل، چند

نیوتون بر کولن است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ )

- (۱)  $1,25 \times 10^3$  (۲)  $1,25 \times 10^5$  (۳)  $2,5 \times 10^3$  (۴)  $2,5 \times 10^5$

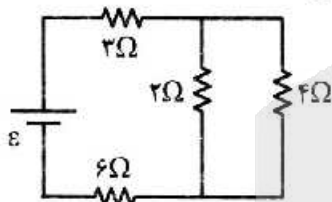
۶۲- شعاع کره فلزی A دو برابر شعاع کره فلزی B است. اگر بار الکتریکی کره B، ۵۰ درصد بار الکتریکی A باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره A، چند برابر چگالی سطحی بار کره B است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۶۳- در صفحه xy بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = -2\mu C$  در نقطه A به مختصات (۰, ۹cm) قرار دارد و بار الکتریکی  $q_2 = -8\mu C$  نیز در نقطه B به مختصات (۱۲cm, ۰) ثابت نگه داشته شده است. بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_3$  در مکانی در این صفحه قرار دارد که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر است. فاصله بین  $q_1$  و  $q_3$  چند سانتی‌متر است؟

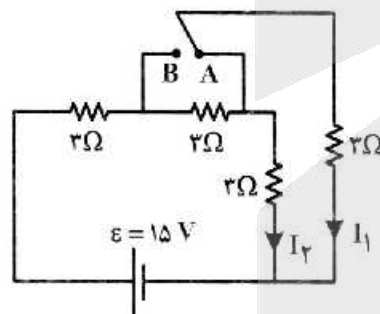
- (۱) ۱۰ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

۶۴- در مدار زیر، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی، چند برابر توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی است؟



- (۱) ۱۳/۵ (۲) ۱۲ (۳) ۷/۵ (۴) ۶

۶۵- در شکل زیر، کلید اتصال را از A جدا می‌کنیم و به B وصل می‌کنیم. جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  به ترتیب چند برابر می‌شوند؟



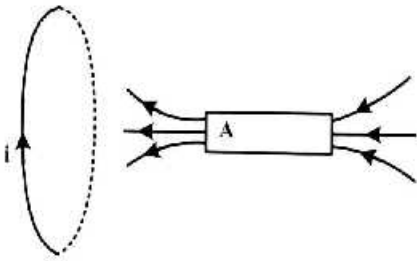
- (۱)  $1$  و  $\frac{1}{2}$  (۲)  $1$  و  $\frac{1}{2}$  (۳)  $2$  و  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2$  و  $1$

۶۶- طول سیم‌لوله A، دو برابر طول سیم‌لوله B و تعداد حلقه‌های آن نیز دو برابر تعداد حلقه‌های سیم‌لوله B است و از آنها جریان الکتریکی یکسان می‌گذرد. اگر سطح مقطع آنها نیز برابر باشد، میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله و ضریب القاوری سیم‌لوله A، به ترتیب چند برابر میدان مغناطیسی و ضریب القاوری سیم‌لوله B است؟ (درون سیم‌لوله‌ها هوا است.)

- (۱) ۲ و ۲ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۱ و ۲ (۴) ۱ و ۱

محل انجام محاسبات

۶۷- مطابق شکل، آهنربای میله‌ای روی محور حلقهٔ رسانا حرکت می‌کند و در حلقه جریان القایی ایجاد می‌کند. قطب A کدام است و جهت حرکت آهنربا به کدام سمت است؟

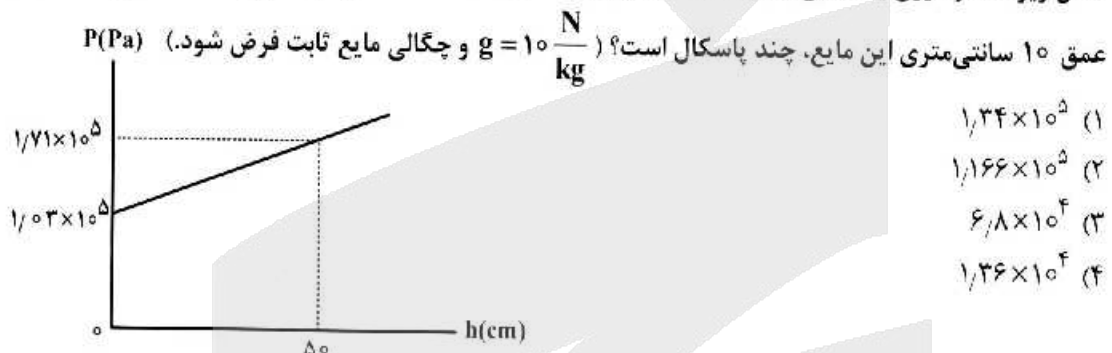


- (۱) N و ←
- (۲) N و →
- (۳) S و ←
- (۴) S و →

۶۸- پیچهای از ۲۰۰ حلقه تشکیل شده است و شار مغناطیسی که از آن می‌گذرد در مدت ۰٫۱ ثانیه از ۰٫۰۲ وبر به ۰٫۰۵ وبر می‌رسد. اگر مقاومت الکتریکی پیچه ۱۵Ω باشد، جریان القایی متوسط که در این مدت از پیچه می‌گذرد، چند آمپر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۲۰
- (۴) ۳۰

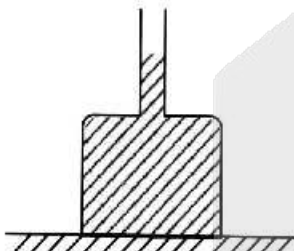
۶۹- شکل زیر، فشار درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در



- (۱)  $1.34 \times 10^5$
- (۲)  $1.66 \times 10^5$
- (۳)  $6.8 \times 10^4$
- (۴)  $1.36 \times 10^4$

۷۰- در شکل زیر، ظرف مکعب‌شکلی به ابعاد ۱۰ cm روی سطح افقی قرار دارد و به سطح بالایی ظرف، لوله قائمی به سطح مقطع  $2 \text{ cm}^2$  وصل است و درون آن تا اندازهٔ نشان‌داده شده آب قرار دارد. در این حالت به ازای هر قطره آبی به وزن  $W_1$  که به آب درون لوله اضافه شود، به ترتیب نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند و نیرویی که طرف به سطح افقی وارد می‌کند، چقدر افزایش می‌یابد؟

- (۱)  $W_1$  و  $50 W_1$
- (۲)  $W_1$  و  $100 W_1$
- (۳)  $50 W_1$  و  $50 W_1$
- (۴)  $100 W_1$  و  $100 W_1$



۷۱- اگر تندی جسمی را از  $2 \frac{m}{s}$  به  $6 \frac{m}{s}$  برسانیم، انرژی جنبشی آن ۴ ژول افزایش می‌یابد. جرم جسم چند گرم است؟

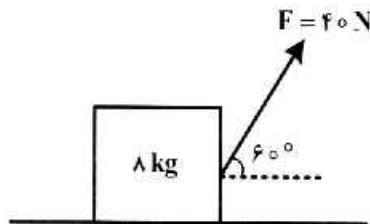
- (۱) ۱۵۰
- (۲) ۲۵۰
- (۳) ۳۰۰
- (۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات



۷۲- در شکل زیر، نیروی ثابت  $F$ ، جسم را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی آورد و بعد از طی مسافت ۵ متر،

سرعت جسم را به  $\frac{2.5}{s} m$  می رساند. بزرگی نیروی اصطکاک در این حرکت چند نیوتون است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۲

۷۳- هوایی با فشار  $10^5 Pa$  درون استوانه یک تلمبه دوچرخه به طول  $34 cm$  محبوس است. راههای ورودی و خروجی هوای استوانه تلمبه را می بندیم. اگر طول استوانه را در دمای ثابت به  $40 cm$  افزایش دهیم، فشار هوای

محبوس به چند سانتی متر جیوه می رسد؟ ( $\rho = 13.6 \frac{g}{cm^3}$  جیوه و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱) ۶۸
- (۲) ۶۷.۵
- (۳) ۶۵
- (۴) ۶۲.۵

۷۴- مقداری گاز آرمانی در فشار  $P_1$  و دمای  $T_1$  دارای حجم  $V_1$  است. از سه مسیر جداگانه هم فشار، هم دما و بی دررو

حجم این گاز را ۲۰ درصد افزایش می دهیم. کدام موارد درست است؟

الف: گرمای داده شده به گاز در فرایند هم فشار بیشتر از سایر فرایندها است.

ب: گرمای داده شده به گاز در فرایند هم دما صفر است.

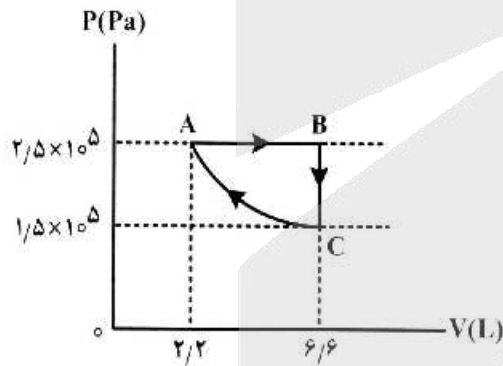
پ: انرژی درونی فقط در فرایند بی دررو کاهش یافته است.

ت: انرژی درونی در فرایند هم فشار کاهش یافته است.

- (۱) «الف» و «پ»
- (۲) «الف» و «ت»
- (۳) «ب» و «پ»
- (۴) «ب» و «ت»

۷۵- نمودار  $P-V$  ی مقداری گاز آرمانی، مطابق شکل زیر است. کدام مورد در مقایسه انرژی درونی نقطه های  $A$ ،  $B$  و  $C$

درست است؟



$$U_A = U_C = 2U_B \quad (1)$$

$$U_B = 2U_A = 2U_C \quad (2)$$

$$U_B = 2U_A = \frac{10}{3}U_C \quad (3)$$

$$U_B = 2U_A = \frac{5}{3}U_C \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۷۶- عنصری که بتواند در واکنش با برخی عنصرها الکترون بگیرد و در واکنش با برخی عنصرهای دیگر، الکترون به اشتراک بگذارد، دارای کدام عدد اتمی می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۷

۷۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اورانیم ۲۳۵، فراوان‌ترین ایزوتوپ اورانیم است.
- اورانیم، معروف‌ترین عنصر پرتوزای طبیعی است.
- از اورانیم ۲۳۵، در واکنشگاه‌های اتمی استفاده می‌شود.
- غنی‌سازی ایزوتوپی، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای می‌باشد.

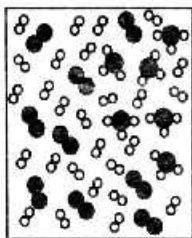
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- درباره اتم‌های  ${}^{60}_{28}\text{M}$ ،  ${}^{79}_{34}\text{X}$  و  ${}^{60}_{28}\text{M}$  چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصر M در دوره چهارم و گروه ۹ جدول تناوبی جای دارد.
- هر سه اتم، دو الکترون با عدد کوانتومی  $l = 0$  و  $n = 4$  دارند.
- در یون  $\text{X}^{2-}$ ، همه زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده، پر هستند.
- اتم A، ۷ الکترون و اتم M، ۸ الکترون با عدد کوانتومی  $l = 2$  دارند.
- اتم‌های A و M، با هم ایزوتوپ هستند و در واکنش با اتم اکسیژن، می‌توانند ترکیب‌های یونی تشکیل دهند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۹- با توجه به شکل زیر، که تعادل فرایند هابر را در یک دما و فشار مشخص نشان می‌دهد، کدام مطلب درست است؟ (هر ذره را هم‌ارز  $0.2$  مول در نظر بگیرید.)



- (۱) شمار مول‌های آغازی نیتروژن، برابر ۱۲ بوده است.  
 (۲) شمار مول‌های آغازی هیدروژن، برابر ۳۶ بوده است.  
 (۳) اگر واکنش، کامل (برگشت‌ناپذیر) در نظر گرفته شود، در نهایت  $4/8$  مول آمونیاک تشکیل خواهد شد.  
 (۴) اگر دمای واکنش (بدون تغییر فشار) افزایش یابد، شمار مول‌های آمونیاک در تعادل جدید، می‌تواند به  $1/6$  برسد.

۸۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مولکول‌های آب در حالت بخار، جدا از هم بوده و آزادانه در جنب‌وجوش هستند.
- در شرایط یکسان (دمای  $0^\circ\text{C}$  و فشار ۱ atm)، چگالی آب از چگالی یخ بیشتر است.
- در ساختار یخ، هر مولکول آب از طریق پیوندهای اشتراکی و هیدروژنی، به چهار مولکول دیگر آب متصل است.
- در ساختار یخ، مولکول‌های آب، به‌گونه‌ای قرار دارند که اتم اکسیژن آنها در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی، جای دارند.
- در حالت مایع، بین مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی قوی وجود دارد و در جایگاه‌های به نسبت ثابتی قرار دارند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۸۱- اگر ۷۵ گرم محلول سیرشده از یک نمک با دمای  $75^\circ\text{C}$  را گرما دهیم تا آب خود را از دست بدهد و ۲۵ گرم نمک خشک به دست آید و ۵۰ گرم از همان محلول سیرشده در دمای  $0^\circ\text{C}$ ، دارای  $13/5$  گرم نمک خشک باشد، ضریب  $\theta$  در معادله خطی انحلال‌پذیری (S) برای این نمک، به تقریب کدام است؟

- (۱)  $0.17$  (۲)  $-0.17$  (۳)  $0.31$  (۴)  $-0.31$

محل انجام محاسبات



۸۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در مولکول  $\text{HCN}$ ، کربن، اتم مرکزی به شمار می آید.
- در واکنش های تشکیل سولفوریک اسید و نیتریک اسید، مواد گازی شکل، شرکت دارند.
- در واکنش اکسیژن با فلزهایی مانند منیزیم و نافلزهایی مانند گوگرد، انرژی می تواند به صورت نور و گرما آزاد شود.
- در یک واکنش مشخص، برای جلوگیری از انجام واکنش های جانبی ناخواسته، استفاده از جو نیتروژن نسبت به جو اکسیژن مناسب تر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۳- بر پایه واکنش:  $\text{FeS}(s) + 2\text{HCl}(aq) \rightarrow \text{FeCl}_2(aq) + \text{H}_2\text{S}(g)$ ، اگر  $3/15$  گرم از یک نمونه آهن (II) سولفید ناخالص با هیدروکلریک اسید کافی واکنش دهد و  $448$  میلی لیتر گاز در شرایط STP آزاد شود، درصد خلوص تقریبی آهن (II) سولفید در این نمونه کدام است و چند گرم آهن (II) کلرید در این واکنش تشکیل می شود؟

(ناخالصی با اسید واکنش نمی دهد،  $\text{Fe} = 56$ ،  $\text{Cl} = 35.5$ ،  $\text{S} = 32$  :  $\text{g.mol}^{-1}$ )

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

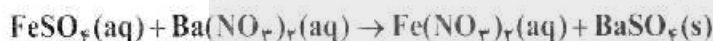
۸۴- در گروه فلزهای قلیایی خاکی در جدول تناوبی، از بالا به پایین چند مورد از ویژگی های زیر افزایش می یابد؟

- شعاع اتمی
- واکنش پذیری
- شمار الکترون های لایه ظرفیت
- بار مثبت در هسته اتم

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۵- اگر  $57.04$  مول سولفوریک اسید با مقدار لازم از فلز آهن واکنش دهد، از واکنش نمک حاصل با باریم نیترات، با بازدهی  $62/5$  درصد، چند گرم ماده نامحلول در آب تشکیل می شود؟ (گاز هیدروژن، فراورده دیگر واکنش است.

( $\text{O} = 16$ ،  $\text{S} = 32$ ،  $\text{Ba} = 137$  :  $\text{g.mol}^{-1}$ )



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

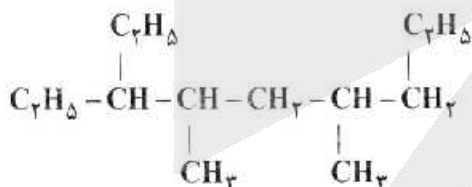
۸۶- اگر مولکول  $\text{AD}_3$ ، ساختار خطی داشته باشد، چند مورد از مطالب زیر درباره آن، درست است؟

- گشتاور دو قطبی آن برابر صفر است.
- عنصرهای A و D می توانند در یک دوره جدول تناوبی جای داشته باشند.
- به یقین، A و D هر دو نافلز هستند و شعاع اتم A از شعاع اتم D بزرگ تر است.
- در لایه ظرفیت اتم ها در مولکول آن، جفت الکترون ناپیوندی می تواند وجود داشته باشد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۷- نام آلکانی با ساختار مولکولی زیر، ..... است و با آلکانی با جرم مولی ..... گرم همپار است.

( $\text{H} = 1$ ،  $\text{C} = 12$  :  $\text{g.mol}^{-1}$ )



۱ (۱) ۳- اتیل، ۴- دی متیل نونان؛ ۱۹۸

۲ (۲) ۳- اتیل، ۴- دی متیل نونان؛ ۱۸۴

۳ (۳) ۱- دی اتیل، ۲- دی متیل هپتان؛ ۱۸۴

۴ (۴) ۱- دی اتیل، ۲- دی متیل هپتان؛ ۱۹۸

۸۸- اگر با صرف  $18/2$  کیلوژول گرما، دمای یک کیلوگرم آلومینیم از  $15^\circ\text{C}$  به  $35^\circ\text{C}$  افزایش یابد، گرمای ویژه این

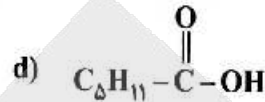
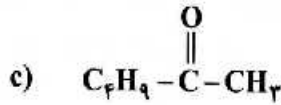
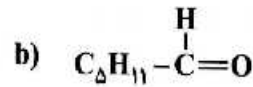
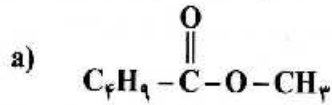
فلز برابر چند  $\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$  است؟

۱ (۱) ۰/۹۸ ۲ (۲) ۰/۸۹ ۳ (۳) ۰/۹۱ ۴ (۴) ۰/۱۹

محل انجام محاسبات

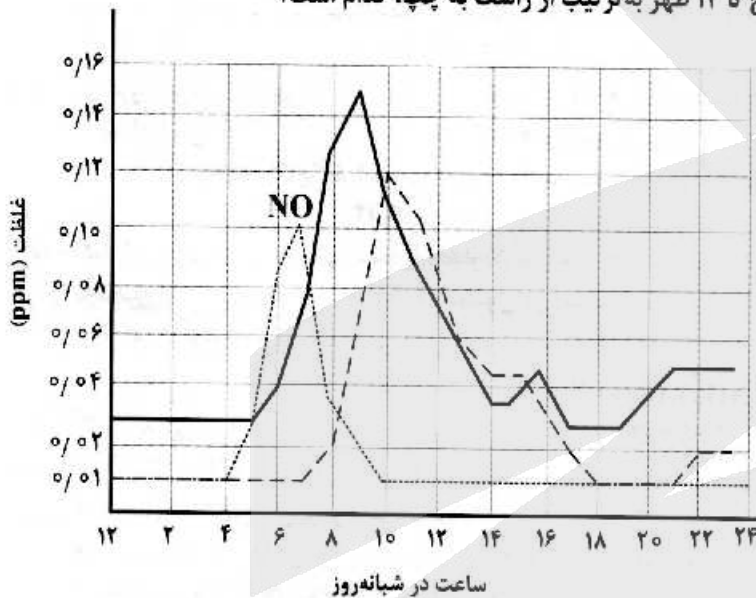


۸۹- کدام ترکیب‌های زیر، به ترتیب از راست به چپ، آلدهید و استر هستند و کدام دو ترکیب همپار یکدیگراند؟



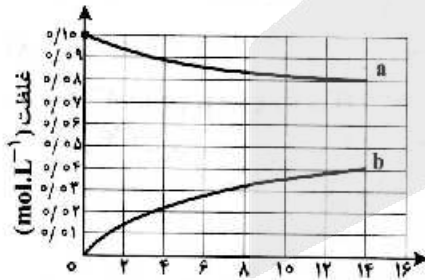
۱) b-a-b و d  
۲) b-a-b و c  
۳) a-c-d و d  
۴) a-c-d و c

۹۰- شکل زیر، نمودار تغییرات غلظت سه آلاینده گازی NO، NO<sub>۲</sub> و O<sub>۳</sub> را در ساعات‌های مختلف شبانه‌روز در هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد. سرعت متوسط تغییر غلظت گازهای O<sub>۳</sub> و NO<sub>۲</sub> نسبت به سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO در بازه زمانی ۶ صبح تا ۱۲ ظهر به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



- ۱)  $\frac{3}{5}, \frac{1}{2}$   
 ۲)  $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$   
 ۳)  $1, \frac{2}{7}$   
 ۴)  $\frac{2}{7}, 1$

۹۱- با توجه به نمودار «مول-زمان» زیر که به واکنش ۰/۱ مول مالتوز با آب و تشکیل گلوکز مربوط است، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟



- سرعت واکنش تا دقیقه دهم، به تقریب برابر  $6.7 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  است. زمان (min)
  - در لحظه تشکیل ۰/۰۲ مول گلوکز، ۰/۰۸ مول مالتوز در محلول وجود دارد.
  - سرعت واکنش در ۵ دقیقه چهارم، می‌تواند برابر  $2.4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد.
  - در معادله واکنش، ضریب استوکیومتری گلوکز، دو برابر ضریب استوکیومتری مالتوز است.
- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

محل انجام محاسبات





۹۷- کدام مطلب، درست است؟

- (۱) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، ترکیب‌های سیر شده به‌شمار می‌آیند.  
 (۲) صابون‌های فسفات‌دار، قدرت ضدعفونی‌کنندگی بیشتری در مقایسه با صابون‌های معمولی دارند.  
 (۳) قدرت پاک‌کنندگی صابون، به میزان توانایی آن در انجام واکنش شیمیایی با آلاینده‌های موجود در محیط بستگی دارد.  
 (۴) شوینده‌های خورنده، واکنش‌دهنده‌های نامحلول را به فرآورده‌های محلول در آب تبدیل می‌کنند.
- ۹۸- اگر pH محلول یک باز قوی (دارای یک یون هیدروکسید) برابر ۱۰ و pH محلول یک اسید قوی (تک پروتون‌دار) برابر ۴ باشد، نسبت جرم نیتریک اسید به جرم سدیم هیدروکسید که به ترتیب باید به ۱۰۰ لیتر از آنها اضافه شود تا هریک را به pH = ۷ برساند، کدام است؟ (H = ۱, N = ۱۴, O = ۱۶, Na = ۲۳ : g.mol<sup>-1</sup>)

- (۱) ۱/۵۷۵ (۲) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>-۱</sup> (۳) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>۲</sup> (۴) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>۳</sup>

۹۹- اگر در سلول‌های گالوانی تشکیل شده از فلزهای A, D و M با الکترولیت‌های مناسب مربوط به هریک از آنها در شرایط استاندارد، مشخص شود که در سلول «A-D»، A کاتد و در سلول «D-M»، M کاتد و در سلول «A-M»، A آند است، کدام مقایسه درباره مقدار E° این الکترودها درست است و emf سلول تشکیل شده از کدام دو الکترود، بزرگ‌تر است؟

- (۱) «A - D», M > A > D (۲) «M - D», M > A > D  
 (۳) «A - D», A > M > D (۴) «M - D», A > M > D

۱۰۰- در کدام گزینه، اتم کربن با عدد اکسایش بالاتر وجود دارد؟

- (۱) پنتانون (۲) اتیلن گلیکول (۳) بنزالدهید (۴) متیل استات

۱۰۱- ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در ..... بُعد است که در فضای بین آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در ..... آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

- (۱) دو - کاتیون‌ها (۲) دو - اتم‌های فلز (۳) سه - اتم‌های فلز (۴) سه - کاتیون‌ها

۱۰۲- کدام ماده در حالت مایع، انرژی گرمایی را بیشتر نگه می‌دارد؟

- (۱) پتاسیم کلرید (۲) آب (۳) نیتروژن (۴) هیدروژن فلوئورید

۱۰۳- ثابت تعادل یک واکنش تعادلی در دمای ۵۷۰°C برابر ۱۰ و در دمای ۶۵۰°C برابر ۲۵ است، چند مورد از مطالب زیر، درباره آن درست است؟

- واکنشی گرماگیر است.
  - ΔH آن بزرگتر از صفر است.
  - با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.
  - محتوای انرژی واکنش‌دهنده‌ها در آن در مقایسه با فرآورده‌ها بیشتر است.
  - سطح انرژی فرآورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها، به سنا انرژی نزدیک‌تر است.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۴- کاربرد کاتالیزگر در واکنش‌های شیمیایی، موجب چند مورد از تغییرهای زیر می‌شود؟

- افزایش سرعت واکنش
  - کاهش انرژی فعال‌سازی
  - افزایش مقدار فرآورده‌ها
  - کاهش مقدار ΔH واکنش
  - افزایش محتوای انرژی فرآورده‌ها
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۵- مقدار ۱/۵ مول گاز A با ۰/۶ مول گاز X<sub>۲</sub> و ۰/۵ مول گاز D<sub>۲</sub> در یک دمای معین در یک ظرف در بسته سه لیتری به حالت تعادل: ۲A(g) ⇌ X<sub>۲</sub>(g) + ۳D<sub>۲</sub>(g) وجود دارند. مقدار ثابت تعادل کدام است و مقدار گاز D<sub>۲</sub> در آغاز واکنش، برابر چند مول بوده است؟

- (۱) ۲, ۲۷۰ (۲) ۲/۷۵, ۳۰ (۳) ۲/۷۵, ۲۷۰ (۴) ۲, ۳۰

محل انجام محاسبات



۹۷- کدام مطلب، درست است؟

- (۱) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، ترکیب‌های سیر شده به‌شمار می‌آیند.  
 (۲) صابون‌های فسفات‌دار، قدرت ضدعفونی‌کنندگی بیشتری در مقایسه با صابون‌های معمولی دارند.  
 (۳) قدرت پاک‌کنندگی صابون، به میزان توانایی آن در انجام واکنش شیمیایی با آلاینده‌های موجود در محیط بستگی دارد.  
 (۴) شوینده‌های خورنده، واکنش‌دهنده‌های نامحلول را به فراورده‌های محلول در آب تبدیل می‌کنند.
- ۹۸- اگر pH محلول یک باز قوی (دارای یک یون هیدروکسید) برابر ۱۰ و pH محلول یک اسید قوی (تک پروتون‌دار) برابر ۴ باشد، نسبت جرم نیتریک اسید به جرم سدیم هیدروکسید که به ترتیب باید به ۱۰۰ لیتر از آنها اضافه شود تا هریک را به pH = ۷ برساند، کدام است؟ (H = ۱, N = ۱۴, O = ۱۶, Na = ۲۳ : g.mol<sup>-1</sup>)

- (۱) ۱/۵۷۵ (۲) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>-۱</sup> (۳) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>۲</sup> (۴) ۱/۵۷۵ × ۱۰<sup>۳</sup>

۹۹- اگر در سلول‌های گالوانی تشکیل شده از فلزهای A, D و M با الکترولیت‌های مناسب مربوط به هریک از آنها در شرایط استاندارد، مشخص شود که در سلول «A-D»، A کاتد و در سلول «D-M»، M کاتد و در سلول «A-M»، A آند است، کدام مقایسه درباره مقدار E° این الکترودها درست است و emf سلول تشکیل شده از کدام دو الکترود، بزرگ‌تر است؟

- (۱) «A - D», M > A > D (۲) «M - D», M > A > D  
 (۳) «A - D», A > M > D (۴) «M - D», A > M > D

۱۰۰- در کدام گزینه، اتم کربن با عدد اکسایش بالاتر وجود دارد؟

- (۱) ۲- پنتانون (۲) اتیلن گلیکول (۳) بنزالدهید (۴) متیل استات

۱۰۱- ساختار فلزها، آرایش منظمی از کاتیون‌ها در ..... بُعد است که در فضای بین آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در ..... آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

- (۱) دو - کاتیون‌ها (۲) دو - اتم‌های فلز (۳) سه - اتم‌های فلز (۴) سه - کاتیون‌ها

۱۰۲- کدام ماده در حالت مایع، انرژی گرمایی را بیشتر نگه می‌دارد؟

- (۱) پتاسیم کلرید (۲) آب (۳) نیتروژن (۴) هیدروژن فلوئورید

۱۰۳- ثابت تعادل یک واکنش تعادلی در دمای ۵۷۰°C برابر ۱۰ و در دمای ۶۵۰°C برابر ۲۵ است، چند مورد از مطالب زیر، درباره آن درست است؟

- واکنشی گرماگیر است.
  - ΔH آن بزرگتر از صفر است.
  - با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.
  - محتوای انرژی واکنش‌دهنده‌ها در آن در مقایسه با فراورده‌ها بیشتر است.
  - سطح انرژی فراورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها، به سنا انرژی نزدیک‌تر است.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۴- کاربرد کاتالیزگر در واکنش‌های شیمیایی، موجب چند مورد از تغییرهای زیر می‌شود؟

- افزایش سرعت واکنش
  - کاهش انرژی فعال‌سازی
  - افزایش مقدار فراورده‌ها
  - کاهش مقدار ΔH واکنش
  - افزایش محتوای انرژی فراورده‌ها
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۵- مقدار ۱/۵ مول گاز A با ۰/۶ مول گاز X<sub>۲</sub> و ۰/۵ مول گاز D<sub>۲</sub> در یک دمای معین در یک ظرف دربسته سه لیتری به حالت تعادل: ۲A(g) ⇌ ۳D<sub>۲</sub>(g) + X<sub>۲</sub>(g) وجود دارند. مقدار ثابت تعادل کدام است و مقدار گاز D<sub>۲</sub> در آغاز واکنش، برابر چند مول بوده است؟

- (۱) ۲, ۲۷۰ (۲) ۲/۷۵, ۳۰ (۳) ۲/۷۵, ۲۷۰ (۴) ۲, ۳۰

محل انجام محاسبات



کليد اوليه - نوبت اول

کد دفترچه	نوع دفترچه دوم	نوع دفترچه اول	زبان	گروه آزمائشي
121A,122A	A	A	---	علوم رياضي و فني

شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح
1	2	31	2	61	2	91	3	121	بسيدي	151	بسيدي
2	4	32	4	62	4	92	4	122	بسيدي	152	بسيدي
3	1	33	3	63	3	93	1	123	بسيدي	153	بسيدي
4	2	34	1	64	1	94	3	124	بسيدي	154	بسيدي
5	3	35	2	65	4	95	2	125	بسيدي	155	بسيدي
6	4	36	3	66	3	96	3	126	بسيدي	156	بسيدي
7	3	37	3	67	2	97	4	127	بسيدي	157	بسيدي
8	2	38	2	68	1	98	1	128	بسيدي	158	بسيدي
9	1	39	4	69	4	99	2	129	بسيدي	159	بسيدي
10	4	40	3	70	1	100	4	130	بسيدي	160	بسيدي
11	2	41	2	71	2	101	3	131	بسيدي	161	بسيدي
12	3	42	4	72	3	102	1	132	بسيدي	162	بسيدي
13	4	43	2	73	4	103	2	133	بسيدي	163	بسيدي
14	2	44	1	74	1	104	1	134	بسيدي	164	بسيدي
15	1	45	4	75	4	105	3	135	بسيدي	165	بسيدي
16	3	46	1	76	1	106	بسيدي	136	بسيدي	166	بسيدي
17	2	47	3	77	3	107	بسيدي	137	بسيدي	167	بسيدي
18	3	48	1	78	2	108	بسيدي	138	بسيدي	168	بسيدي
19	4	49	3	79	3	109	بسيدي	139	بسيدي	169	بسيدي
20	2	50	2	80	2	110	بسيدي	140	بسيدي	170	بسيدي
21	3	51	4	81	1	111	بسيدي	141	بسيدي	171	بسيدي
22	1	52	2	82	4	112	بسيدي	142	بسيدي	172	بسيدي
23	3	53	3	83	1	113	بسيدي	143	بسيدي	173	بسيدي
24	4	54	1	84	3	114	بسيدي	144	بسيدي	174	بسيدي
25	2	55	2	85	1	115	بسيدي	145	بسيدي	175	بسيدي
26	1	56	3	86	3	116	بسيدي	146	بسيدي	176	بسيدي
27	2	57	1	87	2	117	بسيدي	147	بسيدي	177	بسيدي
28	4	58	2	88	3	118	بسيدي	148	بسيدي	178	بسيدي
29	4	59	1	89	2	119	بسيدي	149	بسيدي	179	بسيدي
30	3	60	4	90	4	120	بسيدي	150	بسيدي	180	بسيدي
شماره سوال	گزينه صحيح										
181	بسيدي										
182	بسيدي										
183	بسيدي										
184	بسيدي										
185	بسيدي										

خروج



گزیده



مؤسسه آموزشی فرهنگی

# پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

(نوبت اول - دی ماه ۱۴۰۱)

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(داخل کشور)



## ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت، قدرنسبت دنباله می‌گویند.

نکته: اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشد، آنگاه:  $2b = a + c$

نکته: دنباله هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضریب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیرصفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جمله اول هم باید غیرصفر باشد.

سه جمله متوالی دنباله هندسی را به صورت  $tr^2, tr, t$  در نظر می‌گیریم.

با توجه به فرض سؤال، سه جمله  $4t, 8tr, 16tr^2$  تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. پس:

$$2(8tr) = 4t + 16tr^2 \xrightarrow{+4t} 4r = 1 + 4r^2 \Rightarrow 4r^2 - 4r + 1 = 0 \Rightarrow (2r - 1)^2 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

با جای گذاری  $r = \frac{1}{2}$ ، جمله‌های دنباله هندسی به صورت  $t, \frac{t}{2}, \frac{t}{4}$  و جمله‌های دنباله حسابی به صورت  $4t, 4t, 4t$  خواهند بود.

بنابر فرض سؤال، داریم:

$$t^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{t}{4}\right)^2 = 4t + 4t + 4t$$

$$t^2 + \frac{t^2}{4} + \frac{t^2}{16} = 12t \Rightarrow \frac{21}{16}t^2 = 12t \Rightarrow \frac{21}{16}t = 12 \Rightarrow t = \frac{64}{7}$$

پس جمله اول دنباله هندسی برابر است با:  $t = \frac{64}{7}$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: در سهمی به معادله  $y = ak^2 + bk + c$ ، مختصات رأس سهمی به صورت  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$  می‌باشد. پس:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2k} = -\frac{2}{k}$$

$$y_S = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-24k - 16}{4k} = -6 - \frac{4}{k}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$-6 - \frac{4}{k} = -4 \times \left(-\frac{2}{k}\right) - 4 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$$

پس عرض رأس سهمی برابر است با:

$$-6 - \frac{4}{k} \xrightarrow{k=2} -6 - \frac{4}{2} = -8$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکات:

- ۱)  $A - B = A \cap B'$  تبدیل تفاضل به اشتراک
- ۲)  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$  شرکت پذیری
- ۳)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$  دمورگان
- ۴)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  دمورگان
- ۵)  $(A')' = A$  متمم
- ۶)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$  توزیع پذیری
- ۷)  $A \cap A' = \emptyset$  تعریف متمم
- ۸)  $A \cup \emptyset = A$
- ۹)  $A \cap \emptyset = \emptyset$



با استفاده از قوانین و اعمال بین مجموعه‌ها؛ عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 [(A-B)' - (B-C)] - C &= [(A-B)' \cap (B-C)'] \cap C' && \text{تبدیل تفاضل به اشتراک} \\
 &= [(A \cap B')' \cap (B \cap C)'] \cap C' && \text{تبدیل تفاضل به اشتراک} \\
 &= (A \cap B')' \cap [(B \cap C)'] \cap C' && \text{شرکت پذیری} \\
 &= (A' \cup B) \cap [(B' \cup C) \cap C'] && \text{دمورگان و متمم} \\
 &= (A' \cup B) \cap [(B' \cap C') \cup (C \cap C')] && \text{توزیع پذیری} \\
 &= (A' \cup B) \cap (B' \cap C') && \text{تعریف متمم} \\
 &= [A' \cap (B' \cap C')] \cup [B \cap (B' \cap C')] && \text{توزیع پذیری} \\
 &= [A' \cap (B' \cap C')] \cup [(B \cap B') \cap C'] && \text{شرکت پذیری} \\
 &= [A' \cap (B' \cap C')] \cup \emptyset && \text{تعریف متمم} \\
 &= [A' \cap (B' \cap C')] && \text{نکته ۱} \\
 &= [A' \cap (B \cup C)'] && \text{دمورگان} \\
 &= A' - (B \cup C) && \text{تبدیل تفاضل به اشتراک}
 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۴- پاسخ: گزینه ۲  
 ▲ مشخصات سؤال: ساده \* آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)  
 نکات:

- ۱)  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  توزیع پذیری
- ۲)  $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$  شرکت پذیری
- ۳)  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee (\sim q)$  دمورگان
- ۴)  $p \vee (\sim p) \equiv T$
- ۵)  $p \wedge T \equiv p$

با استفاده از هم‌ارزی‌های منطقی، گزاره داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 [\sim p \wedge (\sim q \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)] &\equiv [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee [r \wedge (p \vee q)] && \text{توزیع پذیری} \\
 &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge r] \vee [r \wedge (p \vee q)] && \text{شرکت پذیری} \\
 &\equiv r \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)] && \text{توزیع پذیری} \\
 &\equiv r \wedge [\sim (p \vee q) \vee (p \vee q)] && \text{دمورگان} \\
 &\equiv r \wedge T && \text{نکته ۴} \\
 &\equiv r && \text{نکته ۵}
 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۵- پاسخ: گزینه ۳  
 ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر  $f(x)$  و  $g(x)$  دو تابع باشند، طول نقاط تلاقی نمودارهای این دو تابع جواب‌های معادله  $f(x) = g(x)$  است و برعکس، هر جواب این معادله طول یکی از نقاط تلاقی این دو نمودار است.  
 نکته: برای هر تابع  $f$  جواب‌های معادله  $f(x) = 0$  را (در صورت وجود) صفرهای تابع  $f$  می‌نامیم. به عبارت دیگر، صفرهای تابع  $f$  آن مقادیری از  $x$  (در دامنه  $f$ ) هستند که به‌ازای آن‌ها  $f(x)$  برابر صفر می‌شود.  
 چون دو معادله داده‌شده دارای ریشه مشترک غیرصفر هستند، پس آن‌ها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم تا نقطه تلاقی آن‌ها که همان ریشه مشترکشان است، به‌دست آید:

$$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m \Rightarrow 4x = -4m \Rightarrow x = -m$$

حال چون  $x = -m$  ریشه (صفر) هر دو معادله داده شده است، پس:

$$(-m)^2 + 6(-m) + m = 0 \Rightarrow m^2 - 5m = 0 \Rightarrow m(m-5) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } 5$$

طبق فرض سؤال ریشه مشترک دو معادله غیرصفر است، پس  $m = 5$  می‌باشد.

حال با جای‌گذاری مقدار  $m$  در دو معادله، ریشه‌های آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases} \quad x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

در نتیجه اختلاف ریشه‌های غیرمشترک برابر است با:

$$3 - (-1) = 4$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۴)

نکته ۱: فرض کنید که معادله  $P(x) = 0$  دو ریشه متمایز  $x_1$  و  $x_2$  داشته باشد، آنگاه جدول تعیین علامت آن به شکل زیر خواهد بود:

$x$		$x_1$		$x_2$	
$P(x)$		موافق علامت $a$		مخالف علامت $a$	

نکته ۲: اگر در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  داشته باشیم  $a + b + c = 0$ ، آنگاه ریشه‌های این معادله برابر با «۱» و « $-\frac{c}{a}$ » خواهند بود.

طبق فرض سؤال داریم:

$$-2 < y < 0 \Rightarrow -2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0$$

چون  $\frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0$ ،  $2 > 0$ ، پس:  $x^2 - 3x + 2 < 0$ .

با توجه به نکته ۲، ریشه‌های معادله داده شده برابرند با:  $x_1 = 1$ ،  $x_2 = \frac{c}{a} = 2$ ، پس:

$x$		۱		۲	
$P(x)$		+		-	

جواب نامعادله  $x^2 - 3x + 2 < 0$  برابر است با  $(1, 2)$  که هیچ عدد صحیحی در این بازه قرار ندارد. (توجه شود که دیگر نیازی به بررسی نامعادله  $-2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$  وجود ندارد.) بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

نکته: اگر در صفحه مختصات دو نقطه  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  را داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نکته: شیب خط گذرنده از دو نقطه  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  برابر است با:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: اگر خطوط  $d$  و  $d'$  به ترتیب با شیب‌های  $m$  و  $m'$  برهم عمود باشند، آنگاه  $mm' = -1$  و برعکس.

مختصات نقطه  $D$  را به صورت  $(\alpha, f)$  در نظر می‌گیریم. چون  $ABCD$  مربع است، داریم:

$$AB = AD \Rightarrow \sqrt{(4-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{(\alpha-0)^2 + (\beta-1)^2} \xrightarrow{\text{توان } 2} 4^2 + (-3)^2 = \alpha^2 + (\beta-1)^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + (\beta-1)^2 = 25 \quad (1)$$

می‌دانیم که  $AB$  بر  $AD$  عمود است. پس:

$$m_{AB} \times m_{AD} = -1$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-1}{4-0} = \frac{-3}{4} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3}$$

$$m_{AD} = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{\beta-1}{\alpha-0} = \frac{\beta-1}{\alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta-1 = \frac{4}{3}\alpha \quad (2)$$

با جای‌گذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\alpha^2 + \left(\frac{4}{3}\alpha\right)^2 = 25 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{16}{9}\alpha^2 = 25 \Rightarrow \frac{25}{9}\alpha^2 = 25 \Rightarrow \alpha^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 & \text{غ ق ق} \\ \alpha = -3 \end{cases}$$

چون نقطه  $D$  در ربع سوم است، پس طول آن منفی خواهد بود و  $\alpha = -3$ .

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (درس‌های ۳ و ۴، فصل ۲)

نکته: اگر  $f$  یک تابع باشد، وارون آن را با  $f^{-1}$  نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$$

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند، ترکیب  $g$  با  $f$  را با  $g \circ f$  نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم؛ به شرط آنکه مقادیر  $f$  در دامنه  $g$  قرار داشته باشند:

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

با توجه به خواسته سؤال داریم:

$$g^{-1} \circ f^{-1}(\alpha) = \alpha \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\alpha)) = \alpha$$

حال مقدار  $f^{-1}(\alpha)$  را مساوی  $\beta$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$(\alpha, \beta) \in f^{-1}(x) \Rightarrow (\beta, \alpha) \in f(x)$$

$$f(\beta) = \alpha \Rightarrow \log(2\beta - 5) = \alpha \Rightarrow 2\beta - 5 = 1 \Rightarrow \beta = 3 \Rightarrow f^{-1}(\alpha) = 3$$

در نتیجه:

$$g^{-1} \circ f^{-1}(\alpha) = g^{-1}(f^{-1}(\alpha)) = g^{-1}(3) = \alpha$$

$$(3, \alpha) \in g^{-1}(x) \Rightarrow (\alpha, 3) \in g(x)$$

$$g(\alpha) = 3 \Rightarrow \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} = 3 \Rightarrow \sqrt{2\alpha - 4} = 3 - \alpha \quad (1)$$

می‌دانیم که:

$$2\alpha - 4 \geq 0 \Rightarrow \alpha \geq 2, \quad 3 - \alpha \geq 0 \Rightarrow \alpha \leq 3$$

پس:  $\alpha \in [2, 3]$ 

حال طرفین رابطه (۱) را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2\alpha - 4 = 9 + \alpha^2 - 6\alpha \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 13 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{8 + \sqrt{64 - 52}}{2} = 4 + \sqrt{3} & \text{غ ق} \\ \alpha_2 = \frac{8 - \sqrt{64 - 52}}{2} = 4 - \sqrt{3} & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (درس‌های ۱ و ۳، فصل ۲)

۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر دو تابع  $f$  و  $g$  یکدیگر را در نقطه  $(\alpha, \beta)$  قطع کنند، آنگاه:

$$(\alpha, \beta) \in f, (\alpha, \beta) \in g$$

نکته: اگر  $f$  یک تابع باشد، وارون آن را با  $f^{-1}$  نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$g(1) = f(1)$$

$$g(1) = -(1)^2 - 3 \times 1 + 8 = -1 - 3 + 8 = 4$$

$$f(1) = 4 \Rightarrow 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow 2^{b-a} = 2 \Rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

داریم:

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10$$

$$2 + 2^{b-a(-1)} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} b - a = 1 \\ b + a = 3 \end{cases} \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2, a = 1$$

در نتیجه:

$$2b - a = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



۱۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به دست آمده معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ‌یک از کسرها را صفر کند.

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

چون:

$$x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

پس کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها عبارت  $x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$  می‌باشد. پس:

$$\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4} \xrightarrow{x(x+2)(x^2 - 2x + 4)} x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 9x - 2) = 6x(x+2)$$

$$x^2 - 2x + 4 - x^2 + 9x + 2 = 6x^2 + 12x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{169}}{12} = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{169}}{12} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

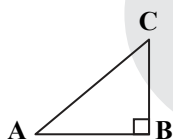
بنابر خواسته سؤال، فقط  $x = \frac{2}{3}$  قابل قبول است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۴)

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه ABC، نسبت طول ضلع مقابل زاویه حاده A به طول وتر را سینوس زاویه A می‌نامیم و نیز نسبت طول ضلع مجاور زاویه حاده A به طول وتر را کسینوس زاویه A می‌نامیم:



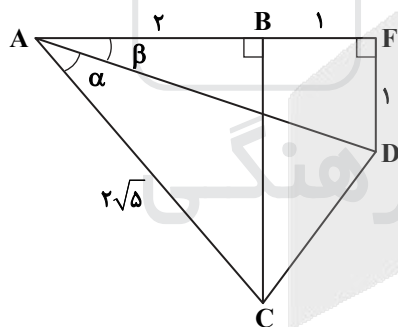
$$\sin A = \frac{BC}{AC}, \quad \cos A = \frac{AB}{AC}$$

نکته:  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

بنابر نکته داریم:

$$\cos \alpha = \cos(\hat{A} - \beta) = \cos \hat{A} \cos \beta + \sin \hat{A} \sin \beta$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 2^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 \Rightarrow BC = 4$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

در مثلث قائم‌الزاویه AFD داریم:

$$AF^2 + FD^2 = AD^2$$

$$2^2 + 1^2 = AD^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10}$$

$$\sin \beta = \frac{FD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \beta = \frac{AF}{AD} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

در نتیجه:

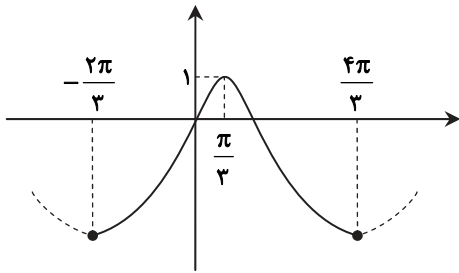
$$\cos \alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{2}{\sqrt{50}} = \frac{4}{\sqrt{50}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



نکته: توابع  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  است.

با توجه به نمودار داده شده، طول نقطه ماکزیمم برابر است با:



$$\frac{\frac{4\pi}{3} + (-\frac{2\pi}{3})}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\frac{4\pi}{3} - (-\frac{2\pi}{3})}{2} = \pi$$

دوره تناوب آن برابر است با:

$$\frac{2\pi}{|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 1 \xrightarrow{\text{ماکزیمم } \frac{\pi}{3}} c > 0 \Rightarrow c = 1$$

چون مقدار تابع  $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$  در  $\frac{\pi}{3}$  ماکزیمم است، پس باید  $a + b$  ماکزیمم باشد و چون مقدار ماکزیمم تابع برابر با  $a + |b|$  است، پس  $b > 0$ . پس:

$$a + b = 1 \quad (1)$$

$$(0, 0) \in y \Rightarrow a + b \cos(-\frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow b = -2a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$b(c - a) = 2 \times (1 - (-1)) = 2 \times 2 = 4$$

در نتیجه مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

نکته: جوابهای کلی معادله  $\sin x = \sin \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi + \alpha$  و  $x = (2k + 1)\pi - \alpha$  می باشد که  $k \in \mathbb{Z}$ .

نکته:  $\cos(2\pi + \theta) = \cos \theta$

نکته:  $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin \theta$

نکته:  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

بنابر معادله مثلثاتی داده شده، داریم:

$$\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{4})$$

$$\cos(2\pi + \frac{\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{8} + x) \cos(\frac{3\pi}{8} - x) = \frac{1}{4}$$

اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{8} + x + \frac{3\pi}{8} - x = \frac{\pi}{2}$  قرار دهیم، داریم:  $\alpha = \frac{\pi}{8} + x$  و  $\beta = \frac{3\pi}{8} - x$

$$\cos \alpha \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$

پس:

در نتیجه:

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} = 2x + \frac{\pi}{4} & (1) \\ 2\alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} = 2x + \frac{\pi}{4} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{24} \xrightarrow{k=0} x = -\frac{\pi}{24}$$

$$(2) \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{24} \xrightarrow{k=0} x = \frac{7\pi}{24}$$

دقت شود که به ازای  $k = 1$  و  $k = -1$ ، مقدار  $x$  در بازه  $[-\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{24}]$  قرار ندارد.

$$\frac{7\pi}{24} - \frac{\pi}{24} = \frac{6\pi}{24} = \frac{\pi}{4}$$

پس مقدار خواسته شده سؤال برابر است با:

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





۱۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: برای رسم نمودار تابع  $f(x+k)$  کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد در امتداد محور  $x$  انتقال دهیم. اگر  $k > 0$  باشد، انتقال در جهت منفی و اگر  $k < 0$  باشد، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.  
نکته: جواب‌های معادله  $|f(x)| = |g(x)|$  همان جواب‌های دو معادله  $f(x) = g(x)$  و  $f(x) = -g(x)$  هستند.

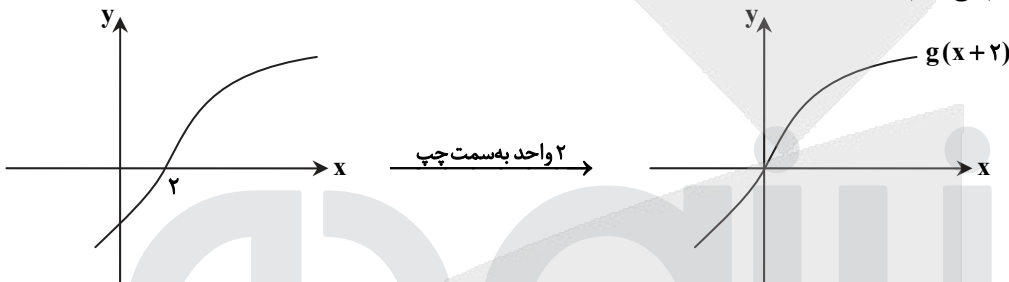
با توجه به فرض سؤال داریم:  
با توجه به نمودار تابع  $g$ ، واضح است که  $g(2) = 0$ ، پس:  
حال اگر قرار دهیم:  $g(x+2) = \alpha$  آنگاه:  $f(\alpha) = 2$ ، پس:

$$f(\alpha) = \left| \frac{1}{2}\alpha - 1 \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\alpha - 1 = 2 \Rightarrow \alpha = 6 \\ \frac{1}{2}\alpha - 1 = -2 \Rightarrow \alpha = -2 \end{cases}$$

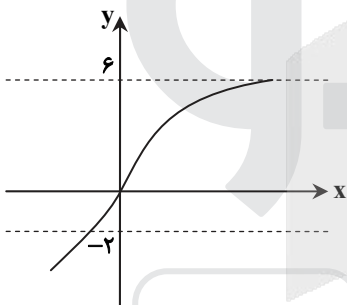
$g(x+2) = 6$  یا  $g(x+2) = -2$

در نتیجه:

حال نمودار  $g(x+2)$  را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار  $g(x+2)$ ، هر دو معادله  $g(x+2) = 6$  و  $g(x+2) = -2$  دارای جواب هستند:



بنابراین معادله داده‌شده دارای ۲ ریشه است.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۳)

نکته: اگر  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  و  $g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$  دو چندجمله‌ای باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_n}{b_n}$$

نکته: برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند  $f$ ، در معادله  $y = f(x)$  در صورت امکان  $x$  را برحسب  $y$  محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به‌دست می‌آوریم.

با توجه به شکل داده‌شده، تابع  $f^{-1}$  یک تابع خطی می‌باشد که از نقاط  $(0, \pi)$  و  $(m, 0)$  گذشته است. پس:

$$m = \text{عرض از مبدأ} \text{ و } \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\pi - 0}{0 - m} = -\frac{\pi}{m} = \text{شیب خط} \quad f^{-1}(x) = -\frac{\pi}{m}x + m$$

حال با استفاده از نکته، تابع  $f$  را محاسبه می‌کنیم:

$$y = -\frac{\pi}{m}x + m \Rightarrow -\frac{\pi}{m}x = y - m \Rightarrow x = -\frac{(y-m)m}{\pi} \Rightarrow x = -\frac{m}{\pi}y + \frac{m^2}{\pi}$$

جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم  $\rightarrow y = -\frac{m}{\pi}x + \frac{m^2}{\pi} \Rightarrow f(x) = -\frac{m}{\pi}x + \frac{m^2}{\pi}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x + m}{-\frac{m}{\pi}x + \frac{m^2}{\pi}} = \frac{-\pi}{-m} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi \Rightarrow m^2 = \pi \Rightarrow m = \pm\sqrt{\pi}$$

با توجه به شکل، فقط  $m = -\sqrt{\pi}$  قابل قبول است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



۱۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

نکته: گوییم تابع  $f$  در نقطه  $x = a$  پیوسته است هرگاه  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

چون تابع  $f$  در  $R$  پیوسته است، پس باید در نقطه  $x = 2$  نیز پیوسته باشد:

$$f(2) = |x - [x]| = |2 - [2]| = 0$$

چون  $[2^+] = 2$  و عددی زوج است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} |x - [x]| = |2 - 2^+| = 0$$

چون  $[2^-] = 1$  و عددی فرد است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} |x - [x - a]| = |2 - [2^- - a]|$$

چون تابع  $f$  در  $R$  پیوسته است، پس باید:

$$|2 - [2^- - a]| = 0 \Rightarrow [2^- - a] = 2 \Rightarrow 0 < -a < 1 \Rightarrow -1 < a < 0$$

پس  $a$  باید عددی بین  $-1$  و  $0$  باشد، در صورتی که در فرض سؤال ذکر شده است که  $a < -1$ .

در نتیجه هیچ مقداری برای  $[a]$  وجود ندارد.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

در کلید به اشتباه گزینه ۳ ثبت شده است.

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

نکته: فرض کنیم  $c \in D_f$ ، نقطه به طول  $c$  را یک نقطه بحرانی برای تابع  $f$  می‌نامیم، هرگاه  $f'(c)$  برابر صفر باشد و یا  $f'(c)$  موجود نباشد.

با توجه به وجود  $|x|$  در تابع  $f$ ، دامنه را به ۲ بازه تقسیم می‌کنیم:

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1-x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1-x^2) - (-2x)x}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \neq 0$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow y' = \frac{(1+x^2) - (2x)x}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{غ قق} \\ x=-1 & \text{قق} \end{cases}$$

چون  $x = -1$  در دامنه تابع  $f$  وجود دارد، پس یک نقطه بحرانی است.

دقت شود که تابع  $f$  در نقطه صفر پیوسته است و همچنین  $f'(0) = \frac{1}{1-|0|} = 1$  و در نتیجه صفر نقطه بحرانی تابع نیست.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: مشتق راست و مشتق چپ تابع  $f$  در  $x = a$  را با  $f'_+(a)$  و  $f'_-(a)$  نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}, \quad f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

با توجه به اینکه شیب نیم‌ماس راست به چپ تابع داده شده در نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر با  $f'_+(\frac{3}{4})$  و  $f'_-(\frac{3}{4})$  است، پس:

$$f'_+(\frac{3}{4}) = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}^+} \frac{f(x) - f(\frac{3}{4})}{x - \frac{3}{4}} = 4 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}^+} \frac{|4x - 3| \sqrt{ax}}{4x - 3} = 4 \times 1 \times \sqrt{\frac{3}{4}a} = 2\sqrt{3a}$$

$$f'_-(\frac{3}{4}) = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}^-} \frac{f(x) - f(\frac{3}{4})}{x - \frac{3}{4}} = 4 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}^-} \frac{|4x - 3| \sqrt{ax}}{4x - 3} = 4 \times (-1) \times \sqrt{\frac{3}{4}a} = -2\sqrt{3a}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$2\sqrt{3a} - (-2\sqrt{3a}) = 2\sqrt{6} \Rightarrow 4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{3a} = \sqrt{6} \xrightarrow{\text{توان } 2} 12a = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۱۹- پاسخ: گزینه ۴۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

آزمون مشتق اول: فرض کنیم تابع  $f$  بر بازه‌ای مانند  $I (I \subseteq D_f)$  پیوسته باشد و  $c \in I$  یک نقطه بحرانی تابع  $f$  باشد، هرگاه  $f$  بر این بازه به‌جز احتمالاً در نقطه  $c$  مشتق پذیر باشد، در این صورت:

(الف) اگر به‌ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) > 0$  و به‌ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) < 0$ ، در این صورت  $f(c)$  یک مقدار ماکزیمم نسبی  $f$  است.

(ب) اگر به‌ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(a, c)$ ،  $f'(x) < 0$  و به‌ازای تمام مقادیر  $x$  در بازه‌ای مانند  $(c, b)$ ،  $f'(x) > 0$ ، آنگاه  $f(c)$  یک مقدار مینیمم نسبی  $f$  است.

(پ) اگر  $f'$  در نقطه  $c$  تغییر علامت ندهد، به‌طوری که  $f'$  در هر دو طرف، مثبت یا هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه  $f(c)$  نه مینیمم نسبی و نه ماکزیمم نسبی است.

با توجه به فرض سؤال،  $\alpha$  و  $\beta$ ، ریشه‌های تابع  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$  هستند. پس:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{2 - m}{m^2 - 1} = \frac{m - 2}{m^2 - 1}$$

حال مشتق عبارت  $\frac{m - 2}{m^2 - 1}$  را به‌دست می‌آوریم و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\left(\frac{m - 2}{m^2 - 1}\right)' = \frac{1 \times (m^2 - 1) - 2m(m - 2)}{(m^2 - 1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 - 2m^2 + 4m = 0 \Rightarrow -m^2 + 4m - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-4 + \sqrt{16 - 4}}{-2} = 2 - \sqrt{3} \\ m_2 = \frac{-4 - \sqrt{16 - 4}}{-2} = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

حال جدول تعیین علامت مشتق عبارت  $\frac{m - 2}{m^2 - 1}$  را تشکیل می‌دهیم:

	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{3}$	
$\left(\frac{m - 2}{m^2 - 1}\right)'$	-	+	-
$\frac{m - 2}{m^2 - 1}$	↘	↗	↘
		max	

حال اگر  $m = 2 + \sqrt{3}$  را در معادله اول قرار دهیم،  $\Delta$ ، مقداری منفی خواهد شد که در این صورت آن معادله اصلاً ریشه ندارد و در این صورت سؤال غلط می‌باشد.

$$\Delta = (2 - m) - 2 \cdot (m^2 - 1) = 3 - 2 \cdot (6 + 4\sqrt{3}) < 0$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۶)

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته (اصل ضرب) اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به‌طوری که برای انجام مرحله اول  $m$  روش و برای هر کدام از این  $m$  روش، مرحله دوم را بتوان به  $n$  روش انجام داد، در کل کار مورد نظر به  $m \times n$  روش قابل انجام است.

نکته: تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء متمایز برابر است با:  $n!$

افراد سخنران را با  $a, b, c, d, e$  نمایش داده و دو نفر خاص را  $a$  و  $b$  در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم  $a$  و  $b$  پشت سرهم سخنرانی کنند، آن‌ها را یک نفر در نظر می‌گیریم و با ۳ نفر دیگر داریم:

$$4! \rightarrow \text{تعداد جایگشت‌ها } (ab), c, d, e$$

فرد  $a$  و  $b$  نیز می‌توانند به ۲! حالت در کنار هم قرار بگیرند. بنابراین با توجه به اصل ضرب:

$$48 = 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۲۱- پاسخ: گزینه ۴۴؟؟

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضی ۱ (درس ۱، فصل ۷)

نکته: اگر  $S$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و  $A \subseteq S$  یک پیشامد در فضای  $S$  باشد، احتمال رخداد پیشامد  $A$  یعنی  $P(A)$  به صورت  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$  تعریف می‌شود.

نکته: معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  دارای دو ریشه متمایز است اگر و تنها اگر  $\Delta > 0$ .

معادله داده شده در سؤال دارای دو ریشه حقیقی است، پس:  $m^2 > 4n \Rightarrow m^2 - 4n > 0 \Rightarrow \Delta > 0$   
می‌دانیم که فضای نمونه پرتاب دو تاس برابر ۳۶ است. ( $n(S) = 36$ )

حالات ممکن برای اینکه  $m^2 > 4n$  باشد، عبارت‌اند از:

$$A = \{(3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

بنابراین  $n(A) = 17$  است و احتمال این پیشامد برابر است با:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{36}$

پاسخ در هیچ یک از گزینه‌ها وجود ندارد و سؤال غلط بوده است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

نکته: در صورتی که  $B$  پیشامدی باشد که  $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد  $A$  «احتمال  $A$  به شرط رخ دادن  $B$ » (که آن را « $P(A|B)$ » به شرط  $B$ » نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته:  $P(A') = 1 - P(A)$

نکته: اگر  $A \cap B = \emptyset$ ، آنگاه دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناسازگارند و داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B \cup A)'}{P(A')} = \frac{1 - P(B \cup A)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(B) + P(A))}{1 - P(A)} = \frac{1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{6})}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{12}{6} - \frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{7}{5} = 1.4$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۳)

نکته (ضریب تغییرات داده‌ها): معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده‌ها ( $\sigma$ ) به میانگین داده‌ها ( $\bar{x}$ ) به دست می‌آید و آن را با  $CV$  نشان می‌دهند.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

با توجه به فرض سؤال، اعداد دسته اول از بین اعداد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ هستند و نیز اعداد دسته دوم دقیقاً ۲، ۴، ۶ و ۸ هستند. اگر عدد ۵ در دسته اول وجود داشته باشد، ۲ حالت خواهیم داشت:

حالت اول: عدد ۵ را با عدد ۶ جایگزین کنیم. حال چون بعد از ۶ فقط عدد ۸ وجود دارد، پس تنها یکی از اعداد ۷ یا ۹ در دسته اول قرار داشته‌اند. در این صورت چون باید ۱ و ۳ نیز در دسته اول حضور داشته باشند، پس باید ۱ را با ۲ و ۳ را با ۴ جایگزین کنیم. در این حالت ۳ عدد ۱، ۳ و ۵ با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود جایگزین شده‌اند که با فرض سؤال در تناقض است.

حالت دوم: عدد ۵ را با عدد ۴ جایگزین کنیم. حال چون قبل از ۴ فقط عدد ۲ وجود دارد، پس تنها یکی از اعداد ۱ یا ۳ در دسته اول قرار داشته‌اند. در این صورت چون باید ۷ و ۹ نیز در دسته اول حضور داشته باشند، پس باید ۱ را با ۸ و ۷ را با ۶ جایگزین کنیم. در این حالت ۳ عدد ۵، ۷ و ۹ با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین شده‌اند که با فرض سؤال در تناقض است. پس در ۲ حالت دیده شد که عدد ۵ نمی‌تواند در دسته اول قرار گیرد.

در نتیجه اعداد دسته اول برابرند با: ۱، ۳، ۷، ۹ و اعداد دسته دوم برابرند با: ۲، ۴، ۶، ۸

$$\bar{x}_1 = \frac{1+3+7+9}{4} = 5, \sigma_1^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2}{4} = \frac{40}{4} = 10 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{10}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{2+4+6+8}{4} = 5, \sigma_2^2 = \frac{(2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}}{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۲۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

نکته (قانون بیز): فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه  $A$  و هر  $i \leq n$  داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)}$$

فرض می‌کنیم پیشامد  $A$ ، یعنی گوی خارج شده قرمز باشد و پیشامدهای  $B_1, B_2, B_3$  به ترتیب به معنای انتخاب کیسه‌های اول، دوم و سوم باشند.

$$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(A | B_1) = 0, \quad P(A | B_2) = 1, \quad P(A | B_3) = \frac{2}{10}$$

حال داریم:

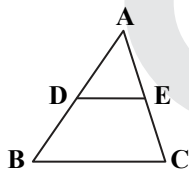
$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2)P(A | B_2)}{P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + P(B_3)P(A | B_3)} = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{2}{10}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{12}{30}} = \frac{5}{6}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۲)

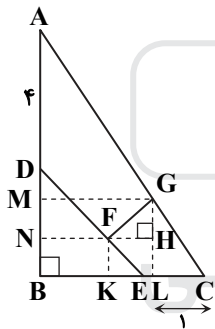
۲۵- پاسخ: گزینه ۲

تعمیم قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

از نقاط  $F$  و  $G$  خطوطی موازی با اضلاع قائم مثلث  $ABC$  رسم می‌کنیم. با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\triangle BDE : FK \parallel BD \Rightarrow \frac{FK}{BD} = \frac{FE}{DE} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow FK = \frac{1}{4}BD \xrightarrow{FK=HL} HL = \frac{1}{4}BD \quad (1)$$

$$\triangle ABC : GL \parallel AB \Rightarrow \frac{GL}{AB} = \frac{CG}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow GL = \frac{1}{4}AB \quad (2)$$

$$GH = GL - HL \xrightarrow{(1),(2)} GH = \frac{1}{4}(AB - BD) = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \quad (3)$$

$$\triangle BDE : FN \parallel BE \Rightarrow \frac{FN}{BE} = \frac{DF}{DE} = \frac{3}{4} \Rightarrow FN = \frac{3}{4}DE \quad (*)$$

$$\triangle ABC : GM \parallel BC \Rightarrow \frac{GM}{BC} = \frac{AG}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow GM = \frac{3}{4}BC \xrightarrow{GM=NH} NH = \frac{3}{4}BC \quad (**)$$

$$FH = NH - FN \xrightarrow{(*),(**)} FH = \frac{3}{4}(BC - DE) = \frac{3}{4}EC = \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\triangle FGH \Rightarrow FG^2 = FH^2 + GH^2 \xrightarrow{(3),(4)} FG^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2$$

$$\Rightarrow FG^2 = \frac{9}{16} + 1 = \frac{25}{16} \Rightarrow FG = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

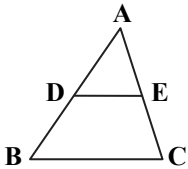
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۲۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۲)

تعمیم قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلث پدید می آید که اندازه ضلع های آن با اندازه ضلع های مثلث اصلی متناسب است؛ مثلاً در شکل روبه رو داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

با توجه به شکل داده شده در سؤال، تنها راه موجود برای حل آن این است که فرض کنیم  $FD$  بر دایره مماس است.

حال اگر قطر دایره را برابر  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$DH = BH = x, \quad HC = 5 - x$$

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : DH \parallel AB &\Rightarrow \frac{DH}{AB} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{5-x}{5} \\ \Rightarrow 5x &= 50 - 10x \Rightarrow 15x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

اگر فرض کنیم شعاع دایره برابر  $r$  باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} x = 2r = \frac{10}{3} &\Rightarrow r = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \\ \text{مساحت دایره} = \pi r^2 &= \pi \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \pi \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۳)

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در هر  $n$  ضلعی تعداد قطرهای آن  $\frac{n(n-3)}{2}$  است.

طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{aligned} \frac{n(n-3)}{2} - 16 &= \frac{(n-1)(n-4)}{2} \quad \times 2 \rightarrow n(n-3) - 32 = (n-1)(n-4) \Rightarrow n^2 - 3n - 32 = n^2 - 5n + 4 \\ \Rightarrow 2n &= 36 \Rightarrow n = 18 \end{aligned}$$

خواسته سؤال، اختلاف تعداد قطرهای یک ۱۸ ضلعی و یک ۱۶ ضلعی است. پس:

$$\frac{18(18-3)}{2} - \frac{16(16-3)}{2} = \frac{18 \times 15}{2} - \frac{16 \times 13}{2} = 135 - 104 = 31$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۱ (درس ۱، فصل ۴)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: دو خط را که نقطه اشتراکی ندارند، در نظر بگیرید:

(۱) اگر صفحه ای وجود داشته باشد که شامل هر دوی آنها باشد، آن دو خط را موازی می نامیم.

(۲) اگر هیچ صفحه ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آنها باشد، آن دو خط را متناظر می نامیم.

نکته: دو خط موازی با یک خط در فضا، با یکدیگر موازی اند.

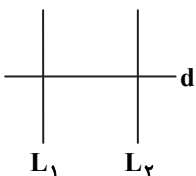
نکته: دو خط در فضا نسبت به هم متقاطع یا موازی یا متناظر هستند.

راه حل اول:

برای گزینه های ۱، ۲ و ۳ مثال نقض می آوریم:

اگر دو خط  $L_1$  و  $L_2$  را در یک صفحه در نظر بگیریم و خط  $d$  را نیز در همان صفحه فرض کنیم،

آنگاه خط  $d$  و  $L_2$  متقاطع خواهند بود.



در نتیجه هیچ یک از گزینه های ۱، ۲ و ۳ همواره درست نیستند.

راه حل دوم:

ادعا می کنیم که دو خط  $d$  و  $L_2$  غیرموازی اند. زیرا اگر  $d \parallel L_2$  باشد، آنگاه چون  $L_1 \parallel L_2$ ، با توجه به نکته باید  $d \parallel L_1$  باشد که این با فرض سؤال در تناقض است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



۲۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشند.

با توجه به فرض سؤال، دایره در دوزنقه متساوی‌الساقین ABCD محاط شده است.

$$AD = BC, \hat{C} = 60^\circ, BH = 2r = 4$$

$$\sin 60^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{BC} \Rightarrow BC = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

در مثلث BHC داریم:

حال با استفاده از نکته داریم:

$$AD + BC = AB + DC \xrightarrow{AD=BC} AB + DC = 2BC = \frac{16}{\sqrt{3}} \quad S_{ABCD} = \frac{(AB + DC) \times BH}{2} = \frac{\frac{16}{\sqrt{3}} \times 4}{2} = \frac{32}{\sqrt{3}}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.

بنابر فرض سؤال، چون DC و DB نیمساز هستند، پس:

$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2, \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$$\hat{BDC}: \hat{D}_1 + \hat{C}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = 180 - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1)$$

چون  $\hat{D}_1$  و  $\hat{D}_2$  متقابل به‌رأس هستند، پس:

$$\hat{D}_2 = \hat{D}_1 = 180 - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) \quad (1)$$

حال با استفاده از نکته، چون چهارضلعی AMDN محاطی است، پس:

$$\hat{A} + \hat{D}_2 = 180^\circ \xrightarrow{(1)} \hat{A} = (\hat{B}_1 + \hat{C}_1)$$

$$\hat{ABC}: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) + (\hat{B}_1 + \hat{B}_2) + (\hat{C}_1 + \hat{C}_2) = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{\substack{\hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2}} (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) + (\hat{B}_1 + \hat{B}_1) + (\hat{C}_1 + \hat{C}_1) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2(\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دایره \* هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: معادله دایره به مرکز  $(\alpha, \beta)$  و شعاع r برابر است با:

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

نکته: طول پاره‌خط واصل بین نقاط A و B برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

نکته: خط‌المركزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وتر مشترک آن دو دایره است.

چون OO' عمودمنصف AB است، پس نقطه M وسط پاره‌خط AB قرار دارد:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M = (2, 3)$$

حال شیب خط AB را محاسبه می‌کنیم:

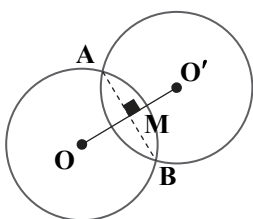
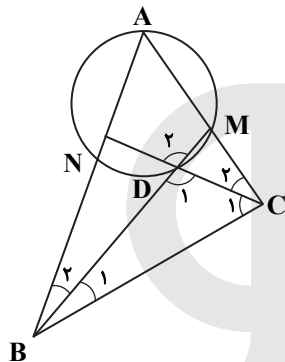
$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4 - 2}{1 - 3} = -1$$

چون OO' بر AB عمود است، پس:

$$m_{OO'} = +1$$

حال معادله خط OO' را به‌دست می‌آوریم؛ با توجه به اینکه نقطه M روی OO' قرار دارد، پس:

$$y - 3 = 1 \times (x - 2) \Rightarrow y = x + 1$$





طبق فرض سؤال، طول خط‌المركزين دو دایره، ۲ برابر طول پاره خط AB است، پس:  $OO' = 2AB = 2\sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$   
 چون شعاع دو دایره برابر است، پس  $OM = O'M = \frac{OO'}{2} = 2\sqrt{2}$  در نتیجه:  
 حال مختصات دو نقطه O و O' را به دست می‌آوریم:  $(OM = O'M = 2\sqrt{2})$

$$\sqrt{(2-x)^2 + (3-y)^2} = 2\sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} (2-x)^2 + (3-y)^2 = 8 \xrightarrow{y=x+1} (2-x)^2 + (2-x)^2 = 8$$

$$\Rightarrow (2-x)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2-x=2 \Rightarrow x=0 \Rightarrow O=(0,1) \\ 2-x=-2 \Rightarrow x=4 \Rightarrow O'=(4,5) \end{cases}$$

دایره به مرکز  $O'(4,5)$ ، محور xها را قطع نمی‌کند.

$$r = OA = \sqrt{(1-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$$

شعاع دایره به مرکز  $O(0,1)$  برابر است با:

حال معادله دایره به مرکز O و شعاع  $\sqrt{10}$  را به دست می‌آوریم:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 10 \xrightarrow{y=0} x^2 + 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

پس دایره به مرکز O، محور xها را در دو نقطه با طول‌های ۳ و -۳ قطع می‌کند و در نتیجه فاصله بین این دو نقطه برابر است با:  $3 - (-3) = 6$   
 بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

$$\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

نکته: طول تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  برابر است با:

اگر فرض کنیم  $\vec{x} = (2, -a, 3)$  و  $\vec{y} = (1, 0, a)$ ، پس:

$$\frac{|\vec{x} \cdot \vec{y}|}{|\vec{y}|} = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|2 \times 1 + 0 + 3a|}{\sqrt{1^2 + a^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|3a+2|}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{(3a+2)^2}{a^2+1} = \frac{25}{2} \Rightarrow 18a^2 + 24a + 8 = 25a^2 + 25 \Rightarrow 7a^2 - 24a + 17 = 0$$

چون مجموع ضرایب معادله درجه دوم بالا برابر صفر است، پس:  $a_1 = 1$  و  $a_2 = \frac{c}{a} = \frac{17}{7}$

در نتیجه مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:  $\frac{17}{7} - 1 = \frac{10}{7}$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

نکته:

دهانه سهمی محور سهمی خط هادی  
 کانون  
 معادله سهمی

روبه راست خط  $x = -a + h$   $y = k$   $(a + h, k)$   $(y - k)^2 = 2a(x - h)$

روبه چپ خط  $x = a + h$   $y = k$   $(-a + h, k)$   $(y - k)^2 = -2a(x - h)$

روبه بالا خط  $x = h$   $y = -a + k$   $(h, a + k)$   $(x - h)^2 = 2a(y - k)$

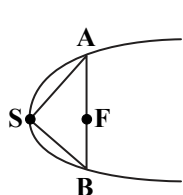
روبه پایین خط  $x = h$   $y = a + k$   $(h, -a + k)$   $(x - h)^2 = -2a(y - k)$

نکته: پاره خط واصل بین نقاط A و B روی سهمی که از نقطه کانونی می‌گذرد و بر محور سهمی عمود است را وتر کانونی سهمی می‌نامند و طول آن ۴ برابر فاصله کانونی سهمی است.

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$y^2 - x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y = x - 2 \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = x - 2 + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = x + 2$$

با توجه به جدول بالا، دهانه سهمی روبه راست می‌باشد، نقطه  $S(-2, 2)$  رأس سهمی است و  $4a = 1$ ، در نتیجه  $a = \frac{1}{4}$  فاصله کانونی سهمی می‌باشد.



$$AB = 4 \times \frac{1}{4} = 1$$

با توجه به نکته، طول پاره خط AB برابر است با:

$$S_{\triangle ABS} = \frac{SF \times AB}{2} = \frac{\frac{1}{4} \times 1}{2} = \frac{1}{8}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۳۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۱)

نکته (ضریب ماتریس در ماتریس): اگر  $A$  ماتریسی  $m \times p$  و  $B$  ماتریس  $p \times n$  باشد (تعداد ستون‌های ماتریس  $A$  با تعداد سطرهای  $B$  برابر باشد) در این صورت  $A_{mp} \times B_{pn}$  قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم  $A_{mp} \times B_{pn} = C_{mn} = [C_{ij}]$ ، ماتریس  $C$  ماتریس  $m \times n$  بوده که درایه روی سطر  $i$ ام و ستون  $j$ ام در آن، یعنی  $C_{ij}$  از ضریب سطر  $i$ ام  $A$  در ستون  $j$ ام  $B$  به دست می‌آید، یعنی:

ستون  $j$ ام  $B$   $\times$  سطر  $i$ ام  $A = C_{ij}$ 

$$\Rightarrow C_{ij} = [a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{ip}] \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$$

$$D = ABC = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x+1 & x-1 \\ x & 2-x & x \\ -x-2 & -3 & 1-2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+5 & 3-x & x+1 \\ x+2 & 0 & 2-x \\ -2x-7 & x-3 & -3 \end{bmatrix}$$

می‌خواهیم مجموع درایه‌های قطر اصلی و فرعی ماتریس  $B$  برابر باشند، پس:

$$(x+5) + 0 + (-3) = (x+1) + 0 + (-2x-7) \Rightarrow x+2 = -x-6 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر  $A$  ماتریس مربعی از مرتبه  $n$  باشد ( $1 \leq n \leq 3$ ) در این صورت دترمینان ماتریس  $A$  را با نماد  $\det(A) = |A|$  نمایش می‌دهیم و داریم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{برحسب سطر اول}} |A| = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(برای هر ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه می‌توان دترمینان  $A$  را برحسب هر سطر یا ستون به دست آورد که حاصل در همه حالت‌ها یکسان خواهد بود.)نکته: اگر  $A$  ماتریس  $n \times n$  باشد، آنگاه:  $|kA| = k^n |A|$ 

با توجه به نکته داریم:

$$|A|A = |A|^3 |A| = |A|^4$$

حال  $|A|$  را برحسب ستون اول به دست می‌آوریم:

$$|A| = 1 \times \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - 0 + 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 1 \times (8-6) + 3 \times (3-4) = 2-3 = -1$$

در نتیجه:

$$|A|^4 = (-1)^4 = 1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (درس ۳، فصل ۱)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} a, b \\ x \end{bmatrix} \equiv y \quad \begin{matrix} b \\ x \end{matrix} \equiv y \quad \begin{matrix} a \\ x \end{matrix} \equiv y$$

نکته: اگر  $a$  و  $b$ ، ۲ عدد طبیعی باشند که  $x \equiv y$  و  $x \equiv y$ ، آنگاه  $x \equiv y$ نکته: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.  $a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$ نکته: دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را می‌توان به توان  $n$  رساند.  $a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$ 

نکته: دو طرف دو رابطه هم‌نهشتی را که پیمانه‌های یکسان داشته باشند می‌توان با هم جمع یا از هم کم و یا در هم ضرب کرد.

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd \\ a+c \equiv b+d \\ a-c \equiv b-d \end{cases}$$



ابتدا باقی مانده تقسیم عدد  $(24^{23} - 21^{23}) \times 9$  را بر ۷ و ۸ می یابیم:  
باقی مانده بر ۸:

$$24 \equiv 0 \pmod{8} \quad (1)$$

$$21 \equiv 5 \pmod{8} \xrightarrow{\text{توان } 2} 21^2 \equiv 25 \equiv 1 \pmod{8} \xrightarrow{\text{توان } 11} 21^{22} \equiv 1 \pmod{8} \xrightarrow{\times 21} 21^{23} \equiv 21 \equiv 5 \pmod{8} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv 0 - 5 \equiv -5 \equiv 3 \pmod{8} \xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3 \times 9 \equiv 27 \equiv 3 \pmod{8} \quad (*)$$

باقی مانده بر ۷:

$$24 \equiv 3 \pmod{7} \xrightarrow{\text{توان } 3} 24^3 \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv -1 \pmod{7}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 7} 24^{21} \equiv (-1)^7 \equiv -1 \pmod{7} \xrightarrow{\times 24^2} 24^{23} \equiv -24^2 \equiv -3^2 \equiv -9 \equiv 5 \pmod{7} \quad (3)$$

$$21 \equiv 0 \pmod{7} \quad (4)$$

$$(3), (4) \Rightarrow 24^{23} - 21^{23} \equiv 5 - 0 \equiv 5 \pmod{7} \xrightarrow{\times 9} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 5 \times 9 \equiv 45 \equiv 3 \pmod{7} \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow \begin{cases} (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3 \pmod{8} \\ (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3 \pmod{7} \end{cases} \Rightarrow (24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv 3 \pmod{56}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (درس ۳، فصل ۱)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

نکته: معادله سیاله  $ax + by = c$  دارای دو مجهول است و به دو صورت می تواند به یک معادله هم نهستی (با مجهول  $x$  یا  $y$ ) تبدیل شود:

$$ax + by = c \Rightarrow ax - c = (-b)y \Rightarrow -b \mid ax - c \Rightarrow b \mid ax - c$$

$$\Rightarrow ax \equiv c \pmod{b} \quad (b > 0), \quad ax \equiv c \pmod{-b} \quad (b < 0), \quad \text{یا} \quad ax \equiv c \pmod{|b|}$$

$$by \equiv c \pmod{-a}, \quad by \equiv c \pmod{a}$$

و به طریق مشابه می توان نوشت:

با توجه به نکته، ابتدا معادله سیاله  $17x + 18y = 987$  را به یک معادله هم نهستی تبدیل می کنیم:

$$17x + 18y = 987 \Rightarrow 18y \equiv 987 \pmod{17} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow y = 17k + 1$$

$$17x + 18(17k + 1) = 987 \Rightarrow 17x = -18 \times 17k + 969 \Rightarrow x = -18k + 57$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow 57 - 18k > 0 \Rightarrow k < \frac{57}{18} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 3 \\ y > 0 \Rightarrow 17k + 1 > 0 \Rightarrow k > -\frac{1}{17} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{n} k = 0, 1, 2, 3$$

در نتیجه معادله سیاله داده شده، ۴ دسته جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۲)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته: زیر مجموعه  $D$  از مجموعه رئوس گراف  $G$  را مجموعه احاطه گر می نامیم هرگاه هر رأس از گراف یا در  $D$  باشد و یا حداقل با یکی از رئوس  $D$  مجاور باشد.

نکته: در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف  $G$  می نامیم و آن را با  $\gamma(G)$  نمایش می دهیم.

نکته: اگر  $G$  یک گراف  $n$  رأسی با ماکزیمم درجه  $\Delta$  باشد و  $D$  یک مجموعه احاطه گر در آن باشد، آنگاه  $|D| \leq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  و از آنجا که

$\gamma(G)$  نیز اندازه یک مجموعه احاطه گر است همواره داریم  $\gamma(G) \leq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ . (اصطلاحاً گفته می شود در گراف  $G$  عدد  $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  یک

کران پایین است برای  $\gamma(G)$ ؛ یعنی  $\gamma(G)$  نمی تواند از آن کمتر شود.)

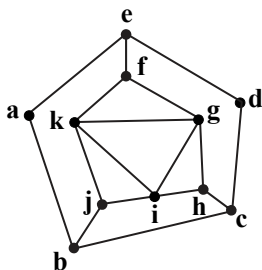
با توجه به گراف داده شده، مرتبه آن برابر است با:  $n = 11$

ماکزیمم درجه آن که درجه رئوس  $a, g$  و  $k$  است، برابر است با:  $\Delta = 4$

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{4 + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{5} \right\rceil = 3$$

چون مجموعه  $D = [e, i, b]$  یک مجموعه احاطه گر برای گراف داده شده است، پس:  $\gamma(G) = 3$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.





۳۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۳)

اصل لانه کبوتری: اگر  $m$  کبوتر و  $n$  لانه داشته باشیم و  $m > n$  و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

مجموعه‌های ۲ تایی که مجموع اعداد آن برابر ۴۷ می‌شود را در نظر می‌گیریم:

$$\{12, 35\}, \{13, 34\}, \{14, 33\}, \{15, 32\}, \{16, 31\}, \{17, 30\}, \{18, 29\}, \{19, 28\}, \{20, 27\}, \{21, 26\}, \{22, 25\}, \{23, 24\}$$

با توجه به مجموعه‌های ۲ عضوی بالا، اگر از یک مجموعه هر دو عضو انتخاب شود، مجموع آن‌ها برابر ۴۷ خواهد بود.

بنابر فرض سؤال، حداقل مقدار  $n$  برابر ۲۰ می‌باشد. یعنی اگر مجموعه‌ای ۱۹ عضوی از مجموعه  $\{12, 13, \dots, m\}$  انتخاب شود، مجموع هیچ ۲ عضوی نباید ۴۷ شود. برای آنکه زیرمجموعه انتخاب شده دارای هیچ ۲ عضوی با مجموع ۴۷ نباشد، از هر یک از مجموعه‌های ۲ عضوی باید یک عضو انتخاب شود که برابر ۱۲ عضو خواهد بود در این صورت به ۷ عضو دیگر نیاز داریم تا به یک زیرمجموعه ۱۹ عضوی برسیم که مجموع هیچ ۲ تایی از آن‌ها ۴۷ نیست. مجموعه‌های تک‌عضوی  $\{36\}, \{37\}, \{38\}, \{39\}, \{40\}, \{41\}, \{42\}$  را در نظر می‌گیریم. حال اگر از هر یک از مجموعه‌های ۲ عضوی، تنها یک عضو انتخاب کرده و از مجموعه‌های تک‌عضوی نیز یک عضو برداریم، آنگاه زیرمجموعه انتخاب شده دارای ۱۹ عضوی است که مجموع هیچ کدام برابر ۴۷ نیست.

حال بنابر اصل لانه کبوتری اگر زیرمجموعه‌ای شامل ۲۰ عضو از این مجموعه انتخاب شود، آنگاه حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۴۷ خواهد شد، پس مجموعه اصلی برابر است با:

$$\{12, 13, 14, \dots, 42\}$$

بنابراین بیشترین مقدار  $m$  برابر ۴۲ است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۲)

نکته: تعداد رأس‌های گراف  $G$  یعنی  $|V(G)|$  را مرتبه آن گراف گوئیم و با  $P(G)$  نمایش می‌دهیم و تعداد یال‌های گراف یعنی  $|E(G)|$  را اندازه گراف  $G$  می‌گوئیم و با  $q(G)$  نمایش می‌دهیم.

نکته: بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف  $G$  را با  $\Delta(G)$  و کوچک‌ترین آن‌ها را با  $\delta(G)$  نمایش می‌دهیم.

نکته: اگر  $G$  یک گراف با مرتبه  $p$  و اندازه  $q$  و  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_p\}$  مجموعه رئوس آن باشند، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$$

نکته: تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.

برای داشتن بیشترین تعداد یال، باید رئوس از درجه  $\Delta$  و برای داشتن کمترین تعداد یال باید رئوس از درجه  $\delta$  را ماکزیم کنیم.

حالت ماکزیم تعداد یال: چون تعداد رئوس فرد باید عددی زوج باشد، پس باید ۱۶ رأس از درجه ۸، یک رأس از درجه ۷ و یک رأس از درجه ۳ داشته باشیم:

$$\max \sum_{i=1}^8 \deg V_i = 16 \times 8 + 7 + 3 = 138 = 2q_{\max} \Rightarrow q_{\max} = 69$$

حالت مینیمم تعداد یال: چون تعداد رئوس فرد باید عددی زوج باشد، پس باید ۱۶ رأس از درجه ۳، یک رأس از درجه ۴ و یک رأس از درجه ۸ داشته باشیم:

$$\min \sum_{i=1}^8 \deg V_i = 16 \times 3 + 4 + 8 = 60 = 2q_{\min} \Rightarrow q_{\min} = 30$$

مقدار خواسته شده در سؤال برابر است با:

$$q_{\max} - q_{\min} = 69 - 30 = 39$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

## فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک (فصل ۱)

هفت کمیت اصلی به همراه یکاهای آن‌ها عبارت‌اند از:

- |                                     |                            |                                 |
|-------------------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| (۱) جرم ← یکا ← کیلوگرم             | (۲) طول ← یکا ← متر        | (۳) زمان ← یکا ← ثانیه          |
| (۴) دما ← یکا ← کلوین               | (۵) مقدار ماده ← یکا ← مول | (۶) جریان الکتریکی ← یکا ← آمپر |
| (۷) شدت روشنایی ← یکا ← کندلا (شمع) |                            |                                 |



۴۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

مواد پارامغناطیسی، دارای دوقطبی‌هایی هستند که به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و در حضور یک میدان مغناطیسی قوی خارجی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت خواهند داشت.

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

از مقاومت نوری در چشم‌های الکترونیکی استفاده می‌شود.

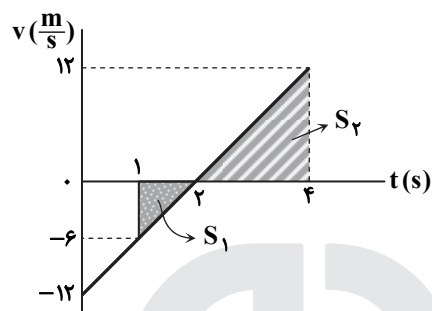
۴۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

با استفاده از معادله مکان-زمان، معادله سرعت-زمان را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = 3t^2 - 12t + 9 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -12 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = 6t - 12$$

اکنون می‌توان نمودار سرعت-زمان را رسم کرد و با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار سرعت-زمان مسافت و در نتیجه تندی متوسط را محاسبه کرد:



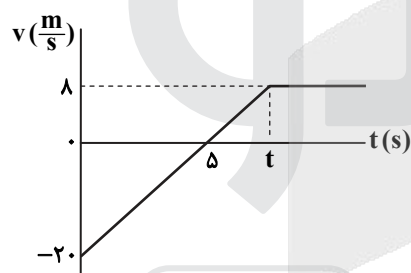
$$\ell = S_1 + S_2 = 3 + 12 = 15 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{4-0} = 3.75 \frac{m}{s}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

ابتدا شیب نمودار سرعت-زمان را در بازه زمانی ۰ تا ۵s محاسبه می‌کنیم، شیب این قسمت از نمودار شتاب متحرک در این بازه است:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-20)}{5} = 4 \frac{m}{s^2}$$

حال در بازه ۰ تا t داریم:

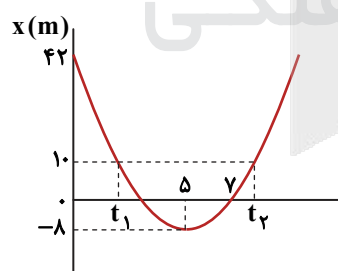
$$4 = \frac{8 - (-20)}{t} \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$

اکنون با استفاده از معادله مکان-زمان متحرک در بازه ۰ تا ۷ ثانیه نمودار مکان-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = 2t^2 - 20t + 42$$

$$\{ t = 5 \text{ s} \Rightarrow x = 2(25) - 20(5) + 42 = -8 \text{ m}$$

$$\{ t = 7 \text{ s} \Rightarrow x = 2(49) - 20(7) + 42 = 0$$



طبق نمودار، کافی است زمان‌هایی که متحرک در بازه‌های  $t_1$  تا  $t_2$  حرکت می‌کند را محاسبه کنیم:

بازه ۰ تا  $t_1$ :

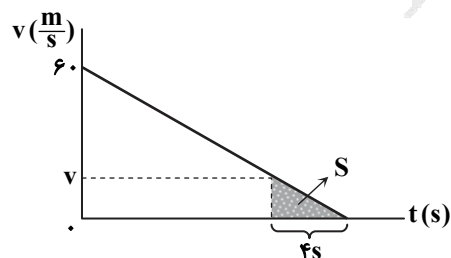
$$\begin{cases} t_1 \text{ تا } 0: 10 - 42 = 2t_1^2 - 20t_1 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 \text{ تا } 7: 10 - 0 = 2(t_2 - 7)^2 \Rightarrow t_2 = 8/25 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow t_2 - t_1 = 6/25 \text{ s}$$

بنابراین به مدت  $6/25 \text{ s}$  فاصله متحرک تا مبدأ محور، کمتر یا مساوی ۱۰ متر بوده است.

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

ابتدا نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم:



$$S = 32 \Rightarrow \frac{v \times 4}{2} = 32 \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$

با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{S}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{v}{60}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{16}{60}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{4}{15}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{32}{S_{\text{کل}}} = \frac{16}{225} \Rightarrow S_{\text{کل}} = 450 \text{ m}$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا سرعت گلوله در نقطه C را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_{BC} = \frac{v_C + v_B}{2} \Delta t \quad \frac{v_C = -gt + v_B}{v_C = -3 + v_B} \rightarrow -9.0 = \frac{2v_C + 3.0}{2} \times 3 \Rightarrow v_C = -45 \frac{m}{s}$$

حالا سرعت برخورد گلوله به سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$v_{زمین}^2 - v_C^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v_{زمین}^2 - (-45)^2 = -20(-5.0) \Rightarrow v_{زمین} = +55 \frac{m}{s}$$

سه ثانیه قبل از برخورد گلوله به زمین سرعت گلوله برابر است با:

$$v = -gt + v_{زمین} = -3.0 + 55 = 25 \frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع گلوله از سطح زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y = \frac{v + v_{زمین}}{2} \times \Delta t = \frac{25 + 55}{2} \times 3 = 120 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

در حالت تعادل وزن داریم:

$$F_e = mg \Rightarrow kx = 1.0 \Rightarrow 40.0 \times x = 1.0$$

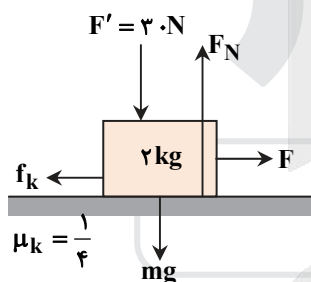
$$\Rightarrow x = \frac{1}{40} \text{ m} = 2.5 \text{ cm} \Rightarrow A = 2.5 \text{ cm}$$

اما بیشترین طول فنر مربوط به زمانی است که نوسانگر تا پایین‌تر از مرکز، نوسان می‌کند و بنابراین بیشترین طول فنر در حین نوسان ۲۵ cm است و در این نقطه تندی نوسانگر صفر می‌شود.

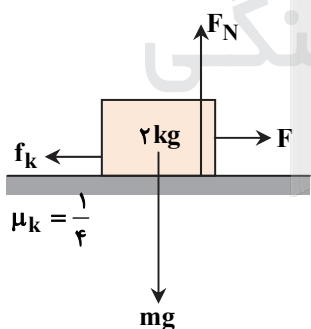
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت مشخص کرده و سپس قانون دوم نیوتون را برای هر دو حالت می‌نویسیم:



$$\begin{cases} F_N - F' - mg = 0 \Rightarrow F_N = 30 + 20 = 50 \text{ N} \\ F - f_k = 0 \Rightarrow F = \mu_k F_N = \frac{1}{4}(50) = 12.5 \text{ N} \end{cases}$$



$$\begin{cases} F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 20 \text{ N} \\ F - f_k = ma \Rightarrow 12.5 - \frac{1}{4} \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 3/75 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

$$54 \frac{km}{h} \times \frac{3600}{1000} = 15 \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطه سرعت-جابجایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - (15)^2 = 2a \times 22.5 \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{f}_k = m\vec{a} \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow -\mu_k \times 10 = -5 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از روابط شتاب گرانش و شتاب مرکزگرا داریم:

$$\begin{cases} a_c = \frac{v^2}{r} \\ g = \frac{GM}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{2}$$

اکنون از رابطه  $g = \frac{GM}{r^2}$  داریم:

$$\frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه طول پاره خط ۱۰ سانتی متر است؛ بنابراین  $A = 5 \text{ cm}$  است و حداقل زمان ممکن برای طی کردن مسافت ۵ سانتی متر به صورت مقابل است:

$$\frac{v}{\omega} = \frac{1}{30} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

و بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر به صورت زیر محاسبه می شود:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} m (A\omega)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{10} \times \left(\frac{5}{100} \times 10\pi\right)^2$$

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{2}{10} \times \frac{\pi^2}{4} = \frac{9}{20} \text{ J} = 450 \text{ mJ}$$

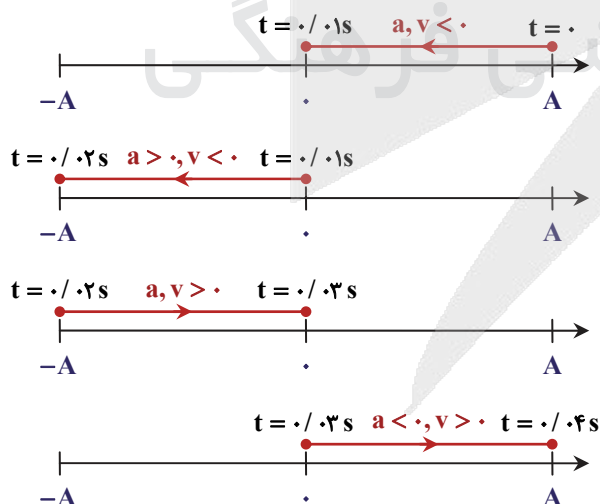
▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

برای پیدا کردن جواب این مسئله ابتدا لازم است دوره تناوب نوسان را به دست آوریم:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ x = 0.3 \cos 5\pi t \end{cases} \Rightarrow \omega = 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

با توجه به معادله مکان- زمان در لحظه  $t = 0$  مکان نوسانگر  $x = 0.3 \text{ m}$  است و به این ترتیب می توان مسیر حرکت آن را در یک دوره تناوب ابتدایی به صورت زیر رسم کرد:



▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از قاعده دست راست می توان جهت آن را به دست آورد، کافی است ۴ انگشت دست راست در جهت  $\vec{E}$  باشد به گونه ای که انگشت شست جهت مثبت محور  $Z$  را نشان دهد و در این حالت کف دست به سمت خلاف محور  $X$  ها است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

ابتدا لازم است طول موج نور را در خلأ به دست آوریم:

نکته: چون نور از خلأ وارد یک محیط شفاف دیگر می شود، تندی و طول موج آن کاهش می یابد. پس:

$$\lambda_2 = \lambda_1 - 150 = 600 - 150 = 450 \text{ nm}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{450}{600} = \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

حال با استفاده از رابطه  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$  داریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  تندی انتشار موج در تار را محاسبه می کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از رابطه تندی انتشار موج عرضی در تار داریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \ell}{m}} \xrightarrow{m = \rho V} v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow 50 = \sqrt{\frac{60}{8 \times 10^{-3} \times A}} \Rightarrow A = \frac{60}{8 \times 10^{-3} \times 2500} = 3 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow 3 \times 10^{-6} = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{D}{2} = 10^{-3} \Rightarrow D = 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون ها را بر حسب الکترون ولت محاسبه می کنیم:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times \left(\frac{4}{3} \times 10^6\right)^2 = 8 \times 10^{-19} \text{ J} \xrightarrow{\div 1.6 \times 10^{-19}} K_{\max} = 5 \text{ eV}$$

$$K_{\max} = h(f - f_0) \Rightarrow 5 = 4 \times 10^{-15} (f - 5 \times 10^{14}) \Rightarrow 12/5 \times 10^{14} = f - 5 \times 10^{14} \Rightarrow f = 17/5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 1/75 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

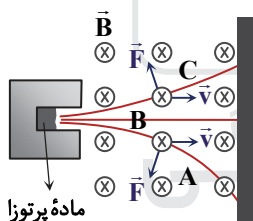
نکته: محدوده طول موج نور مرئی بین ۴۰۰ nm و ۷۰۰ nm است؛ بنابراین محدوده انرژی فوتون نور مرئی به صورت زیر است:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\max}} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \frac{1240}{700} \leq E_{\text{مرئی}} \leq \frac{1240}{400} \Rightarrow 1/7 \text{ eV} \leq E_{\text{مرئی}} \leq 3/1 \text{ eV}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا جهت نیروی وارد بر هر ذره را با توجه به مسیر انحرافی آن به دست می آوریم؛ سپس بررسی می کنیم جهت این نیرو با قاعده دست راست هم خوانی دارد یا نه و از این طریق نوع ذره را مشخص می کنیم:



نیروی وارد بر ذره ای که مسیر A را طی می کند با قاعده دست چپ هم خوانی دارد بنابراین این ذره دارای بار منفی و الکترون است. ذره ای که در مسیر B است منحرف نشده و بنابراین خنثی است و ذره گاما است اما ذره با مسیر C از قاعده دست راست پیروی می کند و بار آن مثبت و ذره آلفا است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۳ (فصل ۶)

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اینکه ۷۵ درصد از هسته های ماده پرتوزا تبدیل شده یعنی ۲۵ درصد باقی مانده است، پس نیمه عمر برابر است با:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N_0}{4} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow 2 = \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 2 \text{ سال}$$

حال برای اینکه ۱۲/۵ درصد از هسته ها باقی بماند، زمان سپری شده را محاسبه می کنیم:

$$\frac{12/5}{100} N_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} N_0 \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n'} \Rightarrow n' = 3$$

$$n' = \frac{t'}{T_{1/2}} \Rightarrow 3 = \frac{t'}{2} \Rightarrow t' = 6 \text{ سال}$$

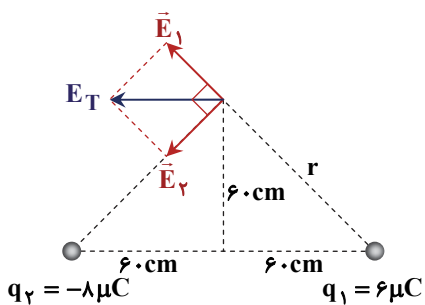
بنابراین باید  $t' - t = 6 - 4 = 2$  سال دیگر بگذرد.



۶۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

به کمک اطلاعات مسئله، آرایش بارها و نقطه مورد نظر را تعیین می‌کنیم و با توجه به علامت بارها، بردار میدان الکتریکی حاصل از دو بار را در محل مورد نظر رسم می‌کنیم:



حال میدان‌های  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{(6 \cdot \sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{3}{4} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{(6 \cdot \sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 10^5 \frac{N}{C}$$

زاویه بین میدان‌های  $E_1$  و  $E_2$ ،  $90^\circ$  است، پس برابری میدان‌ها برابر است با:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4} \times 10^5\right)^2 + (10^5)^2} = \sqrt{\frac{25}{16}} \times 10^5 = \frac{5}{4} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

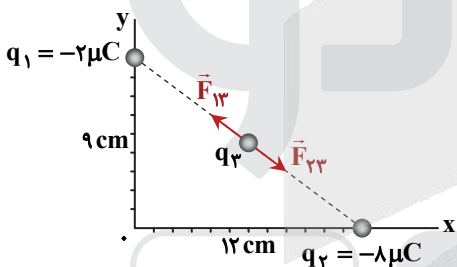
با استفاده از رابطه چگالی سطحی بار، داریم:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{4\pi r_B^2}{4\pi r_A^2} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

ابتدا شکل مناسبی برای مسئله رسم می‌کنیم (دقت کنید که فاصله بار  $q_1$  از  $q_3$ ،  $q_2$  است:  $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm}$ )



نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_3$  صفر است، در نتیجه داریم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\frac{|q_1| = 2 \mu C, |q_2| = 8 \mu C}{r_{23} + r_{13} = 15 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{2}{r_{13}^2} = \frac{8}{(15 - r_{13})^2} \Rightarrow \frac{1}{r_{13}} = \frac{2}{15 - r_{13}}$$

$$\Rightarrow 2r_{13} = 15 - r_{13} \Rightarrow 3r_{13} = 15 \Rightarrow r_{13} = 5 \text{ cm}$$

توجه کنید که به دلیل هم‌نام بودن دو بار  $q_1$  و  $q_2$ ، بار  $q_3$  را بین این دو بار قرار داریم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

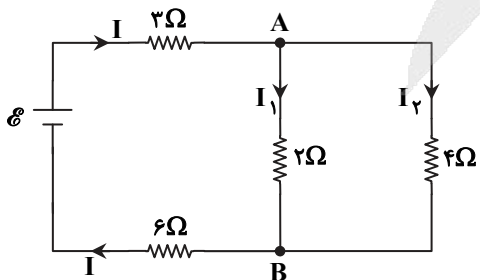
اگر از شاخه اصلی جریان  $I$  عبور کند، جریان عبوری از دو شاخه موازی  $2\Omega$  و  $4\Omega$  را بر حسب  $I$  محاسبه می‌کنیم:

$$V_{AB} = V_{AB} \xrightarrow{V=RI} 2I_1 = 4I_2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$\xrightarrow{I=I_1+I_2} 2I_2 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = \frac{I}{3}, I_1 = \frac{2I}{3}$$

حال توان مصرفی مقاومت از رابطه  $P = RI^2$  حساب می‌شود، پس:

$$\frac{P_{6\Omega}}{P_{4\Omega}} = \frac{6}{4} \times \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{6}{4} \times \frac{I^2}{\frac{I^2}{9}} = \frac{6}{4} \times 9 = \frac{13}{5}$$

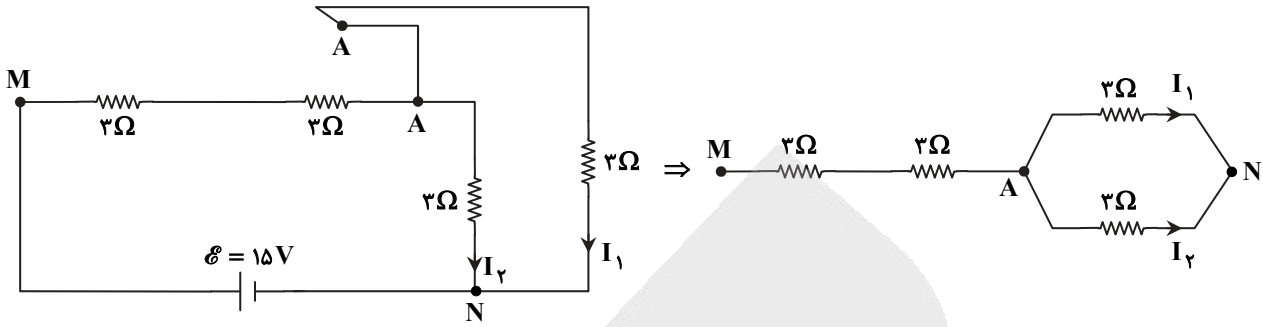




مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۲ (فصل ۲) ▲

۶۵- پاسخ: گزینه ۴

به کمک نقطه گذاری مدار را هنگامی که کلید به A متصل است، ساده می کنیم:



اکنون مقاومت معادل و جریان الکتریکی شاخه اصلی مدار را حساب می کنیم:

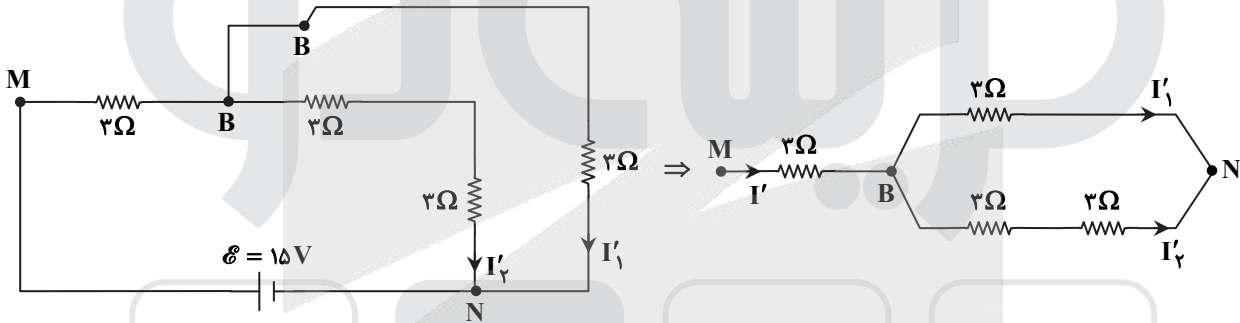
$$R_{eq} = 2 + 2 + \frac{3}{2} = 7/5 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{15}{7/5 + 0} = 2 A$$

جریان های  $I_1$  و  $I_2$  را به دست می آوریم:

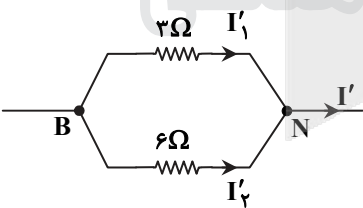
$$V_{AN} = 3I_1 = 3I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 \xrightarrow{I_1 + I_2 = I} I_1 = I_2 = 1 A$$

کلید را به B متصل می کنیم و مراحل قبل را برای این حالت طی می کنیم:



$$R_{eq} = 2 + \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 5 \Omega$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{15}{5 + 0} = 3 A$$



$$V_{BN} = 3I'_1 = 6I'_2 \Rightarrow I'_1 = 2I'_2 \xrightarrow{I'_1 + I'_2 = I'} I'_2 = \frac{I'}{3} = \frac{3}{3} = 1 A, I'_1 = 2 A$$

حالا به سادگی نسبت جریان ها در دو حالت را می یابیم:

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{2}{1} = 2, \frac{I'_2}{I_2} = \frac{1}{1} = 1$$

مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۳) ▲

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از روابط میدان مغناطیسی و ضریب القاوری سیم لوله B داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{l_B}{l_A} = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

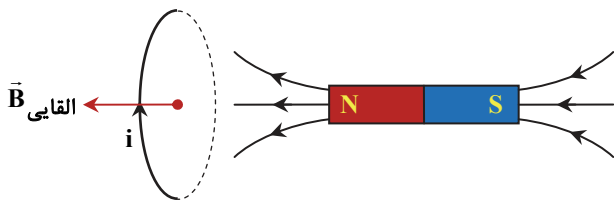
$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \left(\frac{A_A}{A_B}\right) \left(\frac{l_B}{l_A}\right) = 2^2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 2$$



۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

با توجه به خطوط میدان آهن‌ریا که قطب A خارج شده است، قطب A آهن‌ریا است.  
با توجه به جهت جریان القایی در حلقه، جهت میدان مغناطیسی آن طبق قاعده دست راست به صورت زیر تعیین می‌شود.  
چون جهت میدان القایی هم‌سو با میدان آهن‌ریاست، پس آهن‌ریا در حال دور شدن از حلقه بوده است یعنی به سمت راست در حال حرکت بوده است.



۶۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۲ (فصل ۴)

با استفاده از رابطه جریان القایی متوسط می‌توان نوشت:

$$I_{av} = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} = \frac{-200 \times (0.005 - 0.02)}{15 \times 0.1} \Rightarrow I_{av} = 2A$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

شیب نمودار P-h برابر با ρg است؛ بنابراین داریم:

$$\rho g = \frac{(1/71 - 1/0.3) \times 10^5}{50 \times 10^{-2}} = 1/36 \times 10^5 \quad (1)$$

فشار در عمق h از مایع طبق رابطه  $P = P_0 + \rho gh$  به دست می‌آید، بنابراین فشار پیمانه‌ای در عمق h برابر است با:

$$P_g = P - P_0 = \rho gh \xrightarrow{(1)} P_g = 1/36 \times 10^5 \times 0.1 = 1/36 \times 10^4 \text{ Pa}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۱ (فصل ۲)

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

بزرگی نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند برابر با مجموع وزن ظرف و آب درون آن است. با توجه به اینکه وزن آب درون ظرف به اندازه  $W_1$  افزایش می‌یابد، پس این نیرو نیز به  $W_1$  افزایش می‌یابد.  
بزرگی نیرویی که آب بر کف ظرف وارد می‌کند برابر با حاصل ضرب فشار کف ظرف در مساحت کف ظرف است.  
با توجه به اینکه هرگونه افزایش فشار در هر مقطع ظرف بدون کم‌وکاست به نقاط دیگر هم منتقل می‌شود، داریم:

$$\Delta P_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{W_1}{2} \left( \frac{N}{\text{cm}^2} \right)$$

پس افزایش فشار در کف ظرف نیز  $\frac{W_1}{2}$  است.

حالا وقت آن است که افزایش نیرو در کف ظرف را بیابیم:

$$\Delta F_{\text{کف ظرف}} = \Delta P_{\text{کف ظرف}} \times A_{\text{کف}} = \frac{W_1}{2} \left( \frac{N}{\text{cm}^2} \right) \times (10 \times 10) (\text{cm}^2) = 50 W_1$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} m (6^2 - 2^2) = \frac{1}{2} m (36 - 4) \Rightarrow 4 = 16 m$$

$$m = \frac{1}{4} \text{ kg} \xrightarrow{\times 1000} \text{تبدیل به گرم} m = 250 \text{ g}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۳)

تنها نیروهای مؤثر که روی جسم کار انجام می‌دهند، نیروهای ثابت F و اصطکاک هستند، بنابراین طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_k} + W_F = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow -f_k d + F d \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \times m v_2^2$$

$$\Rightarrow (-f_k \times 5) + (40 \times 5 \times \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \times 8 \times (2/5)^2 \Rightarrow -5f_k + 100 = 25 \Rightarrow 5f_k = 75 \Rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$

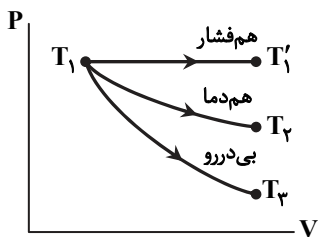
۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

با استفاده از رابطه  $PV = nRT$  و ثابت بودن دما داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow \frac{10^5 \times (34 \times A)}{P_2 \times (40 \times A)} = 1 \Rightarrow P_2 = 8/5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P_2 = \rho g h \Rightarrow 8/5 \times 10^4 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0.625 \text{ m} = 62.5 \text{ cm}$$



۷۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

ابتدا نمودار P-V مربوط به هر سه فرایند را در یک دستگاه رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودارها به جواب می‌رسیم:

$$T \propto PV \Rightarrow T'_1 > T_1 \Rightarrow \Delta U_{\text{هم فشار}} > 0 \xrightarrow{W < 0} Q_{\text{هم فشار}} > 0$$

بنابراین مورد «ت» نادرست است.

$$\Delta U_{\text{هم دما}} = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \xrightarrow{|W| = S \neq 0} Q \neq 0$$

بنابراین مورد «ب» نادرست است.

$$\begin{cases} \Delta U_{\text{هم دما}} = 0 \\ \Delta U_{\text{بی دررو}} < 0 \Rightarrow \text{مورد «پ» درست است.} \\ \Delta U_{\text{هم فشار}} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta U = Q + W \\ W = -S_{\text{نمودار}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_{\text{هم دما}} = -W_{\text{هم دما}} = +S_{\text{هم دما}} \\ Q_{\text{بی دررو}} = 0 \\ Q_{\text{هم فشار}} = S_{\text{هم فشار}} + \Delta U \end{cases} \Rightarrow Q_{\text{هم فشار}} > Q_{\text{هم دما}} > Q_{\text{بی دررو}} \Rightarrow \text{مورد «الف» درست است.}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* فیزیک ۱ (فصل ۵)

انرژی درونی یک گاز متناسب با دمای مطلق آن است. طبق رابطه  $PV = nRT$  دمای مطلق نیز متناسب با حاصل ضرب PV است، پس:

$$U \propto T \propto PV \Rightarrow \begin{cases} U_A \propto 2/5 \times 10^5 \times 2/2 \\ U_B \propto 2/5 \times 10^5 \times 6/6 \\ U_C \propto 1/5 \times 10^5 \times 6/6 \end{cases}$$

$$\frac{U_B}{U_A} = 3, \frac{U_B}{U_C} = \frac{5}{3} \Rightarrow U_B = 3U_A = \frac{5}{3}U_C$$

### شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۱ (فصل ۱)

باید نافلز باشد: S

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت اول: نادرست؛ کمتر از ۰/۷ درصد است.

عبارت دوم: درست

عبارت سوم: درست

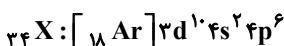
عبارت چهارم: درست

۷۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت اول: نادرست

$${}_{28}\text{M}, 18 < 28 < 36, 28 = 18 + 10$$

دوره ۴ و گروه ۱۰



عبارت دوم: درست؛ هر سه دارای  $4s^2$  هستند.

عبارت سوم: درست؛  $[\text{Kr}] 4p^6$ ، در آرایش گاز نجیب همه زیرلایه‌ها پر هستند.

عبارت چهارم: درست، دارای  $3d^7$  و  $3d^8$  هستند.

عبارت پنجم: نادرست؛ هیچ‌کدام عدد اتمی یکسان ندارند و ایزوتوپ نیستند، اما فلز هستند و اکسید آن‌ها یک ترکیب یونی است.



۷۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۴)

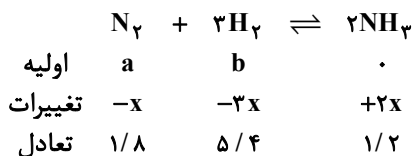
ابتدا ذرات موجود در شکل را می‌شماریم و در  $0/2$  ضرب می‌کنیم تا تعداد مول هر سه ماده در تعادل به دست آید.

$$N_2 : 9 \times 0/2 = 1/8 \text{ mol}$$

$$H_2 : 27 \times 0/2 = 5/4 \text{ mol}$$

$$NH_3 : 6 \times 0/2 = 1/2 \text{ mol}$$

حالا براساس جدول تغییرات زیر می‌توانیم گزینه‌ها را بررسی کنیم:



$$\Rightarrow 2x = 1/2 \Rightarrow x = 0/6$$

$$a - 0/6 = 1/8 \Rightarrow a = 2/4$$

$$b - 3 \times 0/6 = 5/4 \Rightarrow b = 7/2 \text{ mol}$$

گزینه‌های ۱ و ۲ تا اینجا هر دو نادرست هستند. مقدار اولیه  $N_2$  و  $H_2$  به ترتیب  $2/4$  و  $7/2$  مول است.

گزینه ۳: درست

$$2/4 \text{ mol } N_2 \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{1 \text{ mol } N_2} = 1/2 \text{ mol } NH_3$$

گزینه ۴: نادرست؛ فرایند هابر گرماده است. با افزایش دما تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود و مقدار مول آمونیاک از  $1/2$  کمتر خواهد شد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۳)

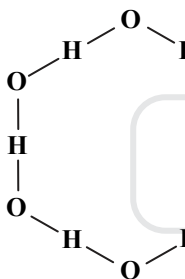
۸۰- پاسخ: گزینه ۲

عبارت اول: درست

عبارت دوم: درست؛ از دمای ۴ به صفر، حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: نادرست؛ نیروی بین مولکولی فقط هیدروژنی است.

عبارت چهارم: درست؛ ساختار یخ به صورت روبه‌رو می‌باشد:



عبارت پنجم: نادرست؛ جایگاه ثابت ندارد. امکان حرکت مولکول‌های آب در حالت مایع وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۳)

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\theta_1 = 75^\circ C \Rightarrow 50 \text{ g } H_2O - 25 \text{ g } \text{نمک} = 25 \text{ g } \text{محلول}$$

$$S_1 = \frac{25}{50} \times 100 = \frac{50 \text{ g}}{100 \text{ g } H_2O}$$

$$\theta_2 = 0^\circ C \Rightarrow 50 \text{ g } \text{محلول} - 13/5 \text{ g } \text{نمک} = 36/5 \text{ g } H_2O$$

$$S_2 = \frac{13/5}{36/5} \times 100 \cong \frac{37 \text{ g}}{100 \text{ g } H_2O}$$

$$\theta = \text{ضریب خط} = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{37 - 50}{0 - 75} = \frac{13}{75} \cong +0/17$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۱ (فصل ۲)

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

عبارت اول: درست



عبارت دوم: درست؛ اکسیدهای نافلزی به حالت گاز هستند.

عبارت سوم: درست؛ Mg و S می‌توانند دچار سوختن شوند.

عبارت چهارم: درست؛ چون  $N_2$  نسبت به  $O_2$  واکنش‌پذیرتر است.



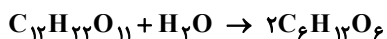


۹۰- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲) و شیمی ۳ (فصل ۴)  
 سه قله در نمودار به ترتیب از چپ به راست متعلق به NO، NO<sub>۲</sub> و O<sub>۳</sub> است.

$$\frac{\bar{R}_{O_3}}{\bar{R}_{NO}} = \frac{0.07}{0.07} = 1$$

$$\frac{\bar{R}_{NO_2}}{\bar{R}_{NO}} = \frac{0.03}{0.07} = \frac{3}{7}$$

۹۱- پاسخ: گزینه ۱  
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۲)



عبارت اول: نادرست

$$R = R_{\text{گلوکز}} = \frac{35 \times 10^{-3} \text{ mol}}{10 \times 60} \cong \frac{35}{6} \times 10^{-5} < 6 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{L s}}$$

عبارت دوم: نادرست؛ با تولید ۰/۰۲ مول گلوکز، ۰/۰۱ مول مالتوز مصرف می‌شود.

$$0.1 - 0.01 = 0.09 \text{ mol}$$

عبارت سوم: نادرست؛ باید سرعت در این بازه زمانی، از آخرین بازه زمانی قابل اندازه‌گیری در شکل کمتر باشد.

$$R_{1-14} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{4} = 1/25 \times 10^{-3} < 2/4 \times 10^{-3}$$

عبارت چهارم: درست

۹۲- پاسخ: گزینه ۴  
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۲ (فصل ۲) و شیمی ۳ (فصل ۳)

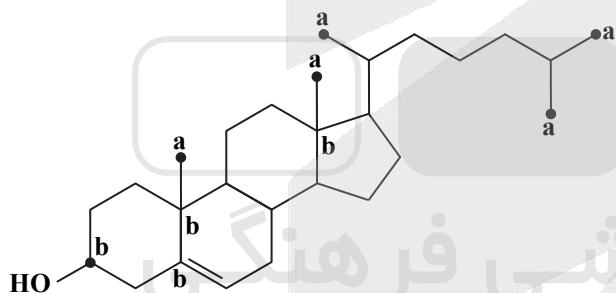
عبارت اول: درست؛ تنها یک گروه OH بخش آب‌دوست آن است.

عبارت دوم: درست؛ پیوند C=C از C-C، C-O، C-H و O-H محکم‌تر است و آنتالپی پیوند بالاتری دارد.

عبارت سوم: درست؛ دارای ۵ گروه متیل و دو جفت ناپیوندی روی اتم اکسیژن است.  $\frac{5}{2} = 2.5$

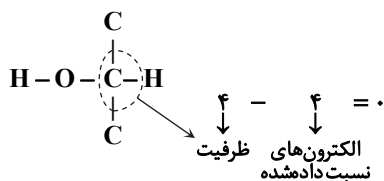
a: گروه CH<sub>۳</sub>

b: کربن با عدد اکسایش صفر:



عبارت چهارم: درست؛ دارای ۲۷ کربن است و ۴ کربن اکسایش صفر دارند. دقت کنیم که کربن گروه عاملی و کربن‌های فاقد هیدروژن در این ساختار عدد اکسایش صفر دارند.

$$\frac{27}{4} = 6.75$$



$$4 - 4 = 0$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۱  
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۲)

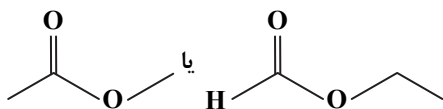
کافیست واکنش اول ۳ برابر، واکنش دوم در جهت برگشت و واکنش سوم برعکس و ۴ برابر شود.

$$\Delta H = 3\Delta H_1 - \Delta H_2 - 4\Delta H_3 = 3 \times (-394) - (-2056) - 4 \times 245 = -1182 + 2056 - 980 = -106 \text{ kJ}$$



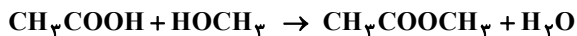
۹۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۳)

عبارت اول: درست؛ هر دو استر سه کربنی هستند.



عبارت دوم: نادرست؛ فاقد H متصل به O هستند.

عبارت سوم: درست



عبارت چهارم: نادرست؛ جرم مولی هر دو یکسان است. هر دو قطبی هستند، اما پروپانویک اسید دارای پیوند هیدروژنی است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت اول: نادرست؛ با مدل آرنیوس فقط اسید یا باز بودن را مشخص می‌کنیم.

عبارت دوم: نادرست؛ اکسید فلزی خاصیت بازی دارد و کاغذ pH به رنگ آبی در می‌آید.

عبارت سوم: نادرست؛ ملاک قدرت اسیدی  $K_a$  و  $\alpha$  است.  $[\text{H}^+]$  نشان‌دهنده میزان اسیدی بودن است.

عبارت چهارم: درست؛ استیک اسید یک الکترولیت ضعیف است که کمی در آب یونیده می‌شود، اما حل اتانول در آب مولکولی است.

۹۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۱)

$$M_{\text{HNO}_3} = [\text{H}^+] = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{pH}_1 = \text{pH}_2 \Rightarrow [\text{H}^+]_1 = [\text{H}^+]_2 = 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M - 10^{-3}} \Rightarrow M - 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} \Rightarrow M = 6 \times 10^{-3}$$

$$\frac{M_{\text{HA}}}{M_{\text{HNO}_3}} = \frac{6 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 6$$

صورت سؤال کنکور نادرست است. نیازی به لفظ به تقریب نیست. تقریب اشتباه پاسخ را به عدد ۵ می‌رساند.

۹۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۳ (فصل ۱)

(۱) نادرست؛ حلقه بنزن آن‌ها پیوند دوگانه دارد.

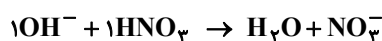
(۲) نادرست؛ ترکیب‌های کلردار ضد عفونی کننده هستند.

(۳) نادرست؛ صابون با آلاینده برهم کنش دارد و نه واکنش.

(۴) درست

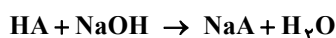
۹۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۱)

$$\text{pH}_1 = 10 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-10} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$100 \text{ L} \times \frac{10^{-4} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L OH}^-} \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol OH}^-} \times \frac{63 \text{ g HNO}_3}{1 \text{ mol HNO}_3} = 0.63 \text{ g HNO}_3$$

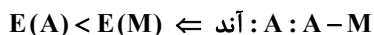
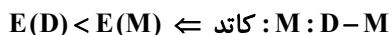
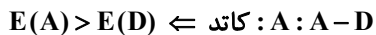
$$\text{pH}_2 = 4 \Rightarrow [\text{H}^+]_2 = 10^{-4} = M_2$$



$$100 \text{ L HA} \times \frac{10^{-4} \text{ mol HA}}{1 \text{ L HA}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.4 \text{ g NaOH}$$

$$\frac{0.63}{0.4} = \frac{63}{40} = 1.575$$

البته نیازی به محاسبه نبود. چون هم اسید و هم باز اولیه غلظت و حجم برابر دارند، کافی بود نسبت جرم مولی نیتریک اسید به سود محاسبه شود.



پس:

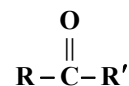
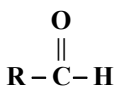
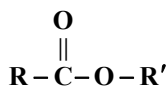


بیشترین اختلاف M و D دارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۲ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۲

هر چه اکسیژن‌های بیشتری به کربن متصل باشد، عدد اکسایش آن بالاتر می‌رود. پس به دنبال اسید یا استر هستیم.



▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

الکترون‌های آزاد متعلق به اتم فلز هستند و نه کاتیون باقی‌مانده از آن.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱

جاذبه در ترکیب یونی قوی‌تر است و اختلاف نقطه ذوب و جوش بیشتری دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۴)

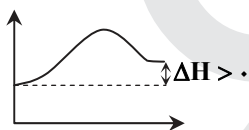
۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت اول: درست؛ در یک واکنش گرماگیر K (ثابت تعادل) و T (دما) رابطه مستقیم دارند.

عبارت دوم: درست

عبارت سوم: نادرست؛ چون فرایند گرماگیر است، افزایش دما باعث جابه‌جایی تعادل در جهت مصرف گرما، یعنی جهت برگشت می‌شود.

عبارت چهارم: نادرست



عبارت پنجم: درست

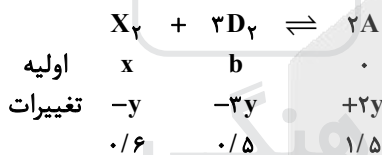
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

کاتالیزگر  $E_a$  را کاهش می‌دهد، سرعت را افزایش می‌دهد، اما  $\Delta H$ ، سطح انرژی مواد و استوکیومتری واکنش را تغییر نمی‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* شیمی ۳ (فصل ۴)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳



$$V = 3L \Rightarrow K = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} \times \frac{1/5 \times 1/5}{0/6 \times 0/5 \times 0/5 \times 0/5} = \frac{3^2 \times 3^2}{0/3} = 270$$

$$2y = 1/5 \Rightarrow y = 0/75$$

$$b - 3 \times 0/75 = 0/5 \Rightarrow b = 2/75$$

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

