

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن

درس ۲: قضیه تالس /
درس ۳: تشابه مثلث‌ها
درس ۴: کاربردهایی از قضیه تالس
و تشابه مثلث‌ها
صفحه‌های ۳۴ تا ۴۹

سهم در کنکور: ۱ سؤال

ریاضی ۱

مثلثات

درس ۲: دایره مثلثاتی /
درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
توان‌های گویا و عبارت‌های جبری
(کل فصل ۳)
صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها / ردپای گازها در زندگی

فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم
تا پایان فصل
و فصل ۲ تا پایان ترکیب اکسیژن
با فلزها و نافلزها
صفحه‌های ۲۴ تا ۵۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان

(از فشارسنج شماره‌ها تا قبل از
پایستگی انرژی مکانیکی)
صفحه‌های ۳۸ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی: سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت: سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- جمع‌بندی پایان نیم سال اول: دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)





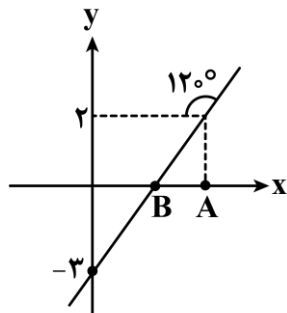
۱- اگر θ حاده و $\frac{a \cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{b \cos \theta}$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه بین a و b برقرار است؟ ($a, b \neq 0$)

- (۱) $a = \frac{1}{b}$ (۲) $b = -\frac{1}{a}$ (۳) $a = b$ (۴) $a = -b$

۲- اگر $\sin \theta + \tan \theta < 0$ و $\sin \theta \cdot \tan \theta > 0$ باشد، آن‌گاه θ در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۳- در شکل مقابل، مجموع طول نقاط A و B کدام است؟

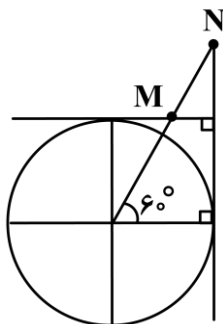


- (۱) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۴- اگر α در ربع چهارم دایره مثلثاتی و $4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 0$ باشد، حاصل $\sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $-0/2$ (۳) $-1/4$ (۴) $1/4$

۵- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، طول پاره خط MN چقدر از ۲ کمتر است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon





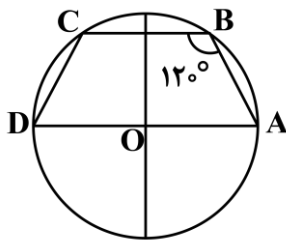
۶- اگر $x \cos^2 x = 1 + 3 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x$ باشد، مقدار $\tan x + \cot x$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{37}{6}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{4}{25}$

۷- اگر $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ چند برابر $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ است؟

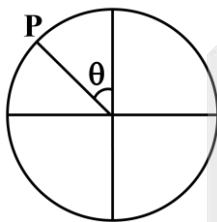
- (۱) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۸- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، مساحت ذوزنقه ABCD چقدر است؟



- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

۹- در شکل مقابل، نقطه $P(a, -2a-1)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد. حاصل $\tan \theta - \cot \theta$ کدام است؟



- (۱) $\frac{25}{12}$ (۲) $-\frac{25}{12}$ (۳) $-\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

محل انجام محاسبات





۱۰- اگر $180^\circ < \theta < 225^\circ$ و $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{27}$ (۲) $-\frac{22}{27}$ (۳) $\frac{22}{27}$ (۴) $-\frac{16}{27}$

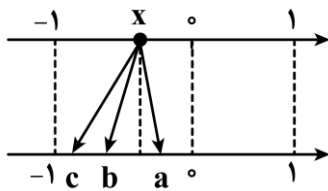
۱۱- ریشه سوم a برابر $9\sqrt{3}$ و ریشه پنجم $9\sqrt{3}$ برابر b است. یکی از ریشه‌های دوم ab کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۸۱ (۳) ۹ (۴) ۶

۱۲- حاصل $\sqrt[3]{4\sqrt{3^8}} \times \sqrt[4]{48} \times \sqrt{9\sqrt{3}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{6}$

۱۳- با توجه به شکل مقابل، مقادیر a ، b و c به ترتیب از راست به چپ با کدام اعداد زیر می‌تواند برابر باشد؟



- (۱) $-x^4, -x^2, \sqrt[3]{x}$
 (۲) $-x^2, -x^4, \sqrt[3]{x}$
 (۳) $\sqrt[5]{x}, \sqrt[3]{x}, -x^2$
 (۴) $\sqrt[3]{x}, \sqrt[5]{x}, -x^2$

۱۴- اگر $A = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ باشد، حاصل $\sqrt{2}A$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۵- اگر $3x - 2$ یک شمارنده $27x^3 - 2a$ باشد، آنگاه عبارت $1 + 2ax^3$ یک مضرب کدام عبارت زیر است؟

- (۱) $4x^2 - 2x + 1$ (۲) $4x^2 + 2x + 1$ (۳) $4x^2 + 4x + 1$ (۴) $4x^2 - 4x + 1$

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon



۱۶- اگر $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{8}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۱۷- حاصل $A = x + \frac{1}{2-x}$ به ازای $x = 4 + \sqrt{5}$ چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۸- اگر $a^2 + b^2 = 18$ و $a + b = 3$ باشد، حاصل $A = \frac{1}{2+a^3} + \frac{1}{2+b^3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{22}{41}$ (۲) $\frac{22}{23}$ (۳) $\frac{11}{41}$ (۴) $\frac{11}{23}$

۱۹- با فرض $P = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$ حاصل P^2 به ازای $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۰- اگر $2\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-3} = 7$ باشد، مقدار $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-3}$ کدام است؟

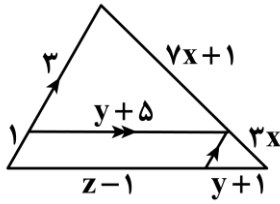
- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

محل انجام محاسبات



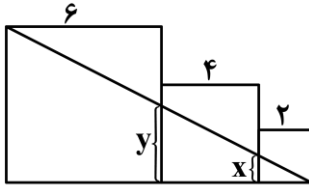


۲۱- در شکل مقابل حاصل $\frac{z-y}{2x} + \frac{2x+7}{y}$ کدام است؟



- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۲

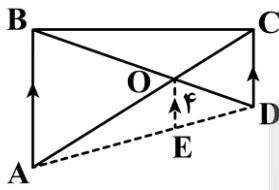
۲۲- مطابق شکل، سه مربع به اضلاع ۲، ۴ و ۶ به هم چسبیده‌اند، در این صورت حاصل $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ کدام است؟



- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

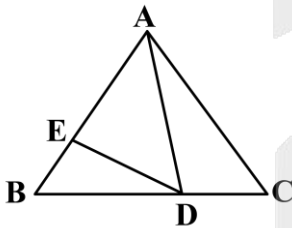
- (۱) ۴
- (۳) $\frac{3}{4}$

۲۳- در شکل مقابل، $CD=2$ و $OE=4$ است. حاصل $AB+CD$ کدام است؟



- (۱) ۶
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۰

۲۴- در شکل مقابل، $AB=AC$ است. اگر $\hat{D}AC = \hat{E}DB$ ، $BE=3$ ، $BD=6$ و $DC=4$ باشد، اندازه AE کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

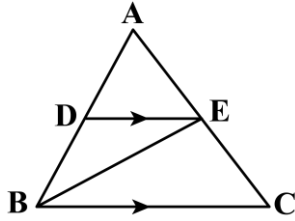
محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon





۲۵- در ذوزنقه $DECB$ ، مساحت $\triangle BEC$ به مساحت $\triangle DBE$ ، $\frac{5}{3}$ است. نسبت مساحت $DECB$ به مساحت $\triangle ADE$ کدام است؟



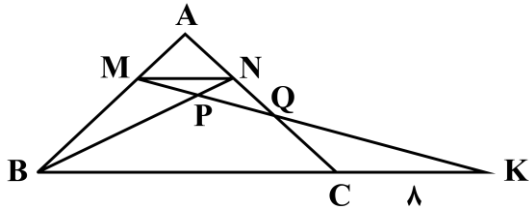
(۲) $\frac{12}{5}$

(۴) $\frac{7}{12}$

(۱) $\frac{16}{9}$

(۳) $\frac{8}{9}$

۲۶- در شکل مقابل، $\angle AM = \angle BM$ ، $\angle AN = \angle AC$ ، $BN = 6$ و $CK = 8$ ، طول BK کدام است؟



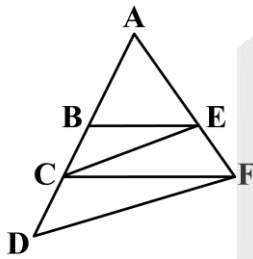
(۱) ۴

(۲) ۱۲

(۳) ۲۰

(۴) ۱۶

۲۷- در شکل مقابل، $CE \parallel DF$ و $CF \parallel BE$ ، $\frac{1}{3} CE = BC = \frac{2}{3} AB = 2$ ، حاصل $DC + DF$ کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۰/۵

(۳) ۵

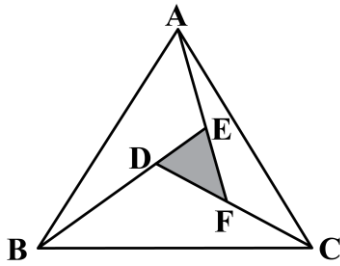
(۴) ۱۲/۵

محل انجام محاسبات



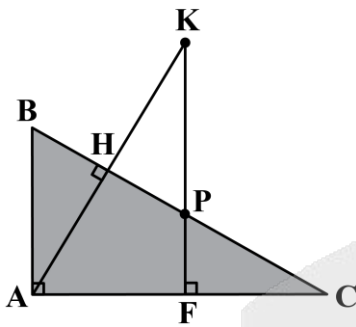


۲۸- در شکل مقابل، $\hat{C}A\hat{F} = \hat{A}B\hat{E} = \hat{B}C\hat{D}$ است. اگر $AC = ۶$ و $EF = ۲$ باشد، محیط مثلث ABC چند برابر محیط مثلث EDF است؟



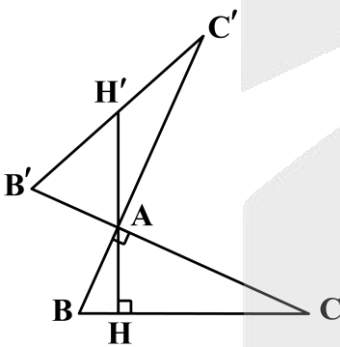
- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

۲۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، $AB = ۲$ ، $AC = ۲\sqrt{3}$ و ارتفاع وارد بر وتر است. AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا به K برسیم. عمود KF بر ضلع AC ، BC را در P قطع می‌کند. حاصل $PC - \frac{AK}{BP}$ کدام است؟



- (۱) $۲ - \sqrt{۲}$
- (۲) $۳ - \sqrt{۳}$
- (۳) $۳ - \sqrt{۲}$
- (۴) $۲ - \sqrt{۳}$

۳۰- در شکل مقابل، $AC = ۸$ ، $AB = ۶$ و $\hat{A} = ۹۰^\circ$ است. اگر $AC = AC'$ ، $AB = AB'$ و ارتفاع وارد بر وتر مثلث ABC باشد، طول پاره خط HH' کدام است؟



- (۱) ۹/۸
- (۲) ۹/۶
- (۳) ۹/۷
- (۴) ۹/۵

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن

درس ۲: قضیه تالس /
درس ۳: تشابه مثلث‌ها
درس ۴: کاربردهایی از قضیه تالس
و تشابه مثلث‌ها
صفحه‌های ۳۴ تا ۴۹

سهم در کنکور: ۱ سؤال

ریاضی ۱

مثلثات

درس ۲: دایره مثلثاتی /
درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
توان‌های گویا و عبارت‌های جبری
(کل فصل ۳)
صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها / ردپای گازها در زندگی

فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم
تا پایان فصل
و فصل ۲ تا پایان ترکیب اکسیژن
با فلزها و نافلزها
صفحه‌های ۲۴ تا ۵۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان

(از فشارسنج شماره‌ها تا قبل از
پایستگی انرژی مکانیکی)
صفحه‌های ۳۸ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

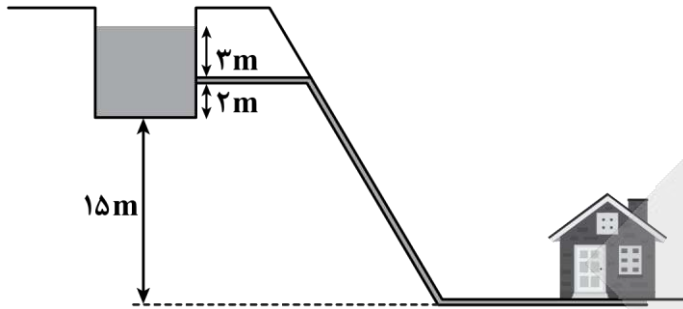
۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع‌بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)



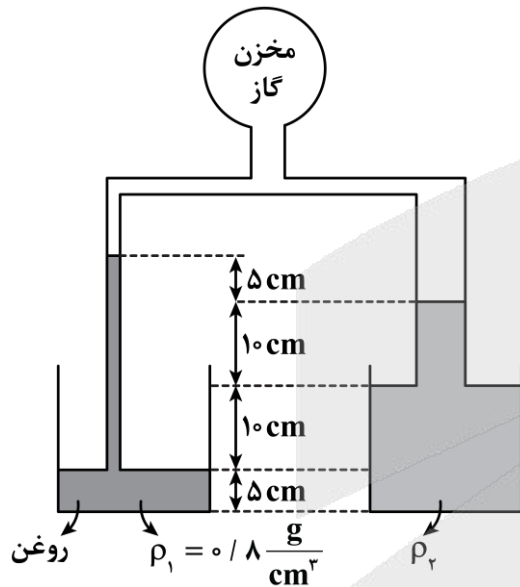


۳۱- مطابق شکل زیر، آب مصرفی یک کلبه از استخری که در بالای یک بلندی قرار دارد، تأمین می‌شود. فشار پیمانه‌ای آب در کف این کلبه چند کیلو پاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و فرض کنید آب، ساکن است).



- ۱۰۰ (۱)
- ۱۵۰ (۲)
- ۱۷۰ (۳)
- ۲۰۰ (۴)

۳۲- برای تعیین چگالی یک مایع از دستگاهی مطابق شکل زیر استفاده می‌کنیم. اگر مایعات در حال تعادل باشند، چگالی ρ_2 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟



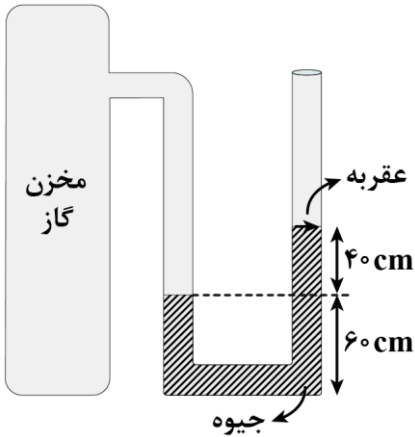
- ۰/۳۲ (۱)
- ۰/۶۴ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon



۳۳- در شکل زیر، فشار گاز درون مخزن 110 cmHg است. اگر به کمک یک پمپ، گاز درون مخزن را به طور کامل تخلیه کنیم، عقربه شناور روی جیوه چند سانتی متر تغییر ارتفاع می دهد؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۵
- (۴) ۷۰

۳۴- به کمک یک فشارسنج، فشار باد لاستیک یک خودرو را اندازه گرفته ایم. عددی که فشارسنج نشان می دهد برابر با 30 psi است. فشار باد درون لاستیک این خودرو چند پاسکال است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ psi} = 6900 \text{ Pa}$)

- (۱) $1/07 \times 10^5$
- (۲) $2/07 \times 10^5$
- (۳) $2/2 \times 10^5$
- (۴) $3/07 \times 10^5$

۳۵- مکعبی به طور کامل داخل آب قرار دارد و معلق است. اگر این مکعب را به آرامی پایین تر ببریم و آن را از حالت سکون رها کنیم، کدام یک از حالت های زیر اتفاق می افتد؟ (تمام نقاط آب، هم دما هستند.)

- (۱) به خاطر فشار بیشتری که به آن وارد می شود، به سمت پایین حرکت می کند.
- (۲) به خاطر نیروی شناوری، رو به بالا حرکت می کند.
- (۳) به خاطر ثابت بودن مقدار نیروی شناوری، همچنان معلق و ساکن می ماند.
- (۴) بسته به ابعاد مکعب، هر سه حالت ممکن است.

محل انجام محاسبات





۳۶- جسمی مطابق شکل زیر، در دو مایع به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 در تعادل است. اگر بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم در شکل «الف» و «ب» به ترتیب F_b و F'_b باشد، کدام گزینه درست است؟



(الف)



(ب)

(۱) $\rho_1 > \rho_2$, $F'_b = F_b$

(۲) $\rho_1 > \rho_2$, $F'_b < F_b$

(۳) $\rho_1 < \rho_2$, $F'_b > F_b$

(۴) $\rho_1 < \rho_2$, $F'_b = F_b$

۳۷- مطابق شکل زیر، اگر شخص داخل لوله بدمد، طبق توپ پینگ پونگ



(۱) معادله پیوستگی - رو به بالا پرتاب می‌شود.

(۲) معادله پیوستگی - داخل قیف می‌ماند.

(۳) اصل برنولی - رو به بالا پرتاب می‌شود.

(۴) اصل برنولی - داخل قیف می‌ماند.

۳۸- شاره‌ای تراکم‌ناپذیر به صورت لایه‌ای و پایا در حال حرکت است. در مسیر حرکت شاره با افزایش مساحت مقطع طبق

.....؛ بنابراین طبق فشار شاره افزایش می‌یابد.

(۱) معادله پیوستگی، تندی جریان شاره کاهش می‌یابد - اصل برنولی

(۲) معادله پیوستگی، تندی جریان شاره افزایش می‌یابد - اصل برنولی

(۳) اصل برنولی، تندی جریان شاره کاهش می‌یابد - معادله پیوستگی

(۴) اصل برنولی، تندی جریان شاره افزایش می‌یابد - معادله پیوستگی

۳۹- تندی خروج آب از یک شیلنگ برابر با $\frac{m}{s}$ ۱/۶ است. اگر با انگشت شست خود ۲۰ درصد از سطح مقطع خروجی آب

شیلنگ را ببندیم، تندی خروج آب از شیلنگ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (آب به صورت پیوسته و لایه‌ای در جریان است.)

۴ (۴)

۲/۵۶ (۳)

۲ (۲)

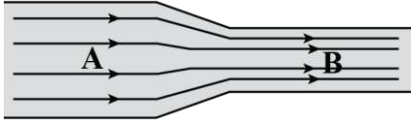
۱/۲۸ (۱)

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon



۴۰- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری در یک لوله افقی از مقطع A به سمت مقطع B حرکت می‌کند. اگر قطر مقطع A، ۴۰ درصد بیشتر از قطر مقطع B باشد و در مدت یک دقیقه ۵L شاره از مقطع A عبور کند، در مدت ۳۰s چند لیتر شاره از مقطع B عبور می‌کند؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۳/۵

(۳) ۵

(۴) ۷

۴۱- کامیونی به جرم ۱۰ تن با تندی ثابت $۷۲ \frac{km}{h}$ حرکت می‌کند. انرژی جنبشی این کامیون چند مگاژول است؟

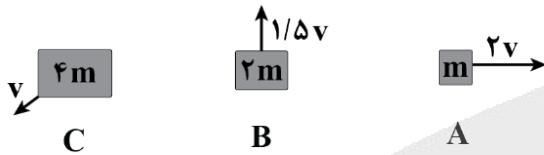
(۴) ۴

(۳) ۰/۴

(۲) ۲

(۱) ۰/۲

۴۲- کدام گزینه در مورد مقایسه انرژی جنبشی اجسام زیر صحیح است؟



(۱) $K_A = K_C < K_B$

(۲) $K_B < K_A = K_C$

(۳) $K_A < K_C < K_B$

(۴) $K_A < K_B < K_C$

۴۳- در شکل زیر، جرم خودرو به همراه راننده‌اش ۱۲۰۰kg است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو بین دو نقطه A و B چند کیلوژول است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۳۶

(۳) ۱۲۰

(۴) ۳۶۰



محل انجام محاسبات



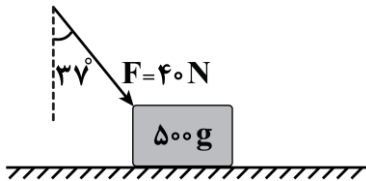


۴۴- پدری به جرم 81 kg با سرعت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دنبال پسرش با جرم 36 kg می‌دود. اگر انرژی جنبشی آن‌ها با هم برابر باشد، تندی پسر چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 3 (۳) 4 (۴) $4/5$

۴۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 500 g تحت تأثیر نیروی \vec{F} به بزرگی 40 N با شتاب $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ بر روی سطح در حال حرکت است. کار نیروی اصطکاک جنبشی بر روی جسم طی 2 m جابه‌جایی آن چند ژول است؟

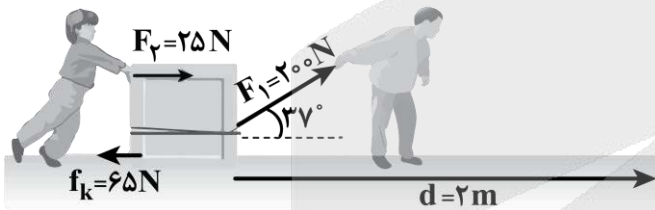
$(\cos 53^\circ = \sin 37^\circ = 0/6)$



- (۱) -45 (۲) -51
(۳) -61 (۴) -64

۴۶- شکل زیر، پدر و پسری را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین ساکن روی سطحی هموار نشان می‌دهد. نیروی \vec{F}_1 را پدر و نیروی \vec{F}_2 را پسر به جسم وارد می‌کنند و \vec{f}_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می‌کند و در خلاف جهت جابه‌جایی به جعبه وارد می‌شود. اگر تندی جعبه پس از 2 m جابه‌جایی به $\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد،

جرم جعبه چند کیلوگرم است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8, \sin 37^\circ = 0/6)$



- (۱) 80
(۲) 60
(۳) 90
(۴) 100

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon





۴۷- برای این که تندی جسمی از $10 \frac{m}{s}$ به $20 \frac{m}{s}$ برسد، بر روی آن $300J$ کار انجام می شود. اگر بخواهیم تندی این جسم

را از $20 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ برسانیم، باید چند ژول کار بر روی آن انجام دهیم؟

- ۱) ۳۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۰۰۰

۴۸- مطابق شکل، دو جسم A و B تحت تأثیر دو نیروی ثابت و یکسان F، روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون

شروع به حرکت می کنند. اگر جرم جسم B، $\frac{1}{3}$ برابر جرم جسم A باشد، پس از طی مسافتی یکسان، تندی حرکت

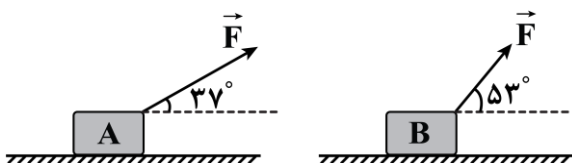
جسم B چند برابر تندی حرکت جسم A خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$, $\cos 53^\circ = 0.6$)

- ۱) $\frac{9}{4}$

- ۲) ۴

- ۳) $\frac{3}{2}$

- ۴) ۲



۴۹- جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می شود. اگر بعد از $30m$ سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی

جسم، ۶۰ درصد کاهش یابد، ارتفاع ثانویه آن چند متر است؟ (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر

بگیرید.)

- ۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۴۵

۵۰- نمودار انرژی پتانسیل گرانشی برای دو جسم A و B بر حسب فاصله از سطح زمین، مطابق شکل زیر است. اگر در

فاصله ۸ متری از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی جسم A، $240J$ بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی جسم B

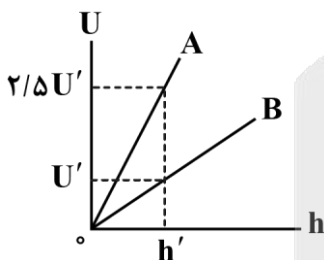
باشد، جرم جسم B چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

- ۱) ۶

- ۲) ۵

- ۳) ۲

- ۴) ۳



محل انجام محاسبات





۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) جاذبه زمین مانع خروج گازهای پیرامون آن از اتمسفر می‌شود.
- (۲) بسیاری از واکنش‌های شیمیایی میان گازهای هواکره، برای ساکنان زمین مطلوب نیست.
- (۳) به دلیل انرژی گرمایی مولکول‌ها، گازهایی مانند N_2 و O_2 در سرتاسر هواکره دیده می‌شوند.
- (۴) در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی روی آن را فراهم می‌کند.

۵۲- به ترتیب کدام لایه هواکره بیشترین ارتفاع را داشته و در کدام لایه روند تغییرات دما و فشار هم‌سو است؟

- (۱) چهارم - اول (۲) اول - اول (۳) چهارم - دوم (۴) اول - چهارم

۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - از گاز N_2 در بسته‌بندی برخی مواد خوراکی جهت افزایش ماندگاری آن‌ها استفاده می‌شوند.

ب - حدود ۷۵٪ از جرم هواکره در ارتفاع تقریبی ۱۲ تا ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد.

ج - بیش از ۹۹٪ حجم هوای پاک و خشک را سه گاز N_2 ، O_2 و Ar تشکیل داده‌اند.

د - میانگین درصد حجمی بخار آب در هواکره در حدود ده درصد است.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ج» و «د»

۵۴- نام ترکیب‌های روبه‌رو به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ « CrO ، Cu_2O ، NF_3 ، Ca_3N_2 »

(۱) تری‌کلسیم دی‌نیتريد، نیتروژن فلئوئورید، مس (II) اکسید، کروم اکسید

(۲) کلسیم نیتريد، نیتروژن تری‌فلئوئورید، مس (II) اکسید، کروم (I) اکسید

(۳) کلسیم نیتريد، نیتروژن تری‌فلئوئورید، مس (I) اکسید، کروم (II) اکسید

(۴) کلسیم نیتريد، نیتروژن فلئوئورید، مس (I) اکسید، کروم (II) اکسید

۵۵- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فرایند تقطیر جزء جزء هواکره، نادرست است؟

(۱) اولین ماده‌ای که به صورت گاز از هوای مایع جدا می‌شود، N_2 است.

(۲) در دمای $200^\circ C$ ، هوای مایع، شامل سه گاز فراوان هواکره است.

(۳) به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش گازهای آرگون و اکسیژن، تهیه آن‌ها در این روش، با خلوص پایینی همراه است.

(۴) در دمای $180^\circ C$ ، حالت فیزیکی سومین گاز فراوان هواکره، با حالت فیزیکی سومین گاز نجیب فراوان هواکره، یکسان است.

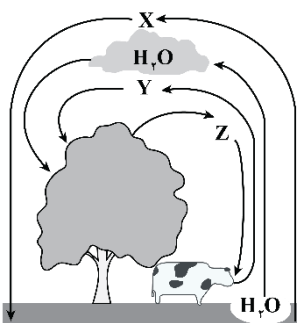
۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد گازهای نشان داده شده در شکل درست است؟

(۱) مدل فضاپرکن گاز Y مشابه گاز H_2O ، به صورت خطی است.

(۲) $\frac{2}{3}$ از الکترون‌های ظرفیتی گاز Y به صورت الکترون پیوندی هستند.

(۳) گاز X فراوان‌ترین گاز تروپوسفر است که در هر چهار لایه هواکره وجود دارد.

(۴) در فرمول شیمیایی گاز Z ، همانند همه ترکیب‌های یونی دوتایی، دو اتم وجود دارد.



محل انجام محاسبات





۵۷- مخلوطی شامل ۵ مول گاز که حاوی ۱ مول از هر یک از گازهای نیتروژن، اکسیژن، آرگون، کربن دی‌اکسید و هلیوم است را، تا دمای 190°C - سرد می‌کنیم. سپس قسمت گازی مخلوط را در این دما جدا کرده و دمای اجزای باقی‌مانده را تا 100°C - افزایش می‌دهیم. جرم مخلوط گاز موجود در پایان این فرایند، چند گرم است؟

($He = 4, C = 12, N = 14, O = 16, Ar = 40 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۶ (۳) ۷۶ (۴) ۷۲

۵۸- کدام یک از مقایسه‌های انجام شده نادرست است؟

(۱) فراوانی در هواکره: $Ar > Ne > He$ (۲) فراوانی در هواکره: $He > Kr > Xe$

(۳) نقطه جوش: $Ar > N_2 > He$ (۴) نقطه جوش: $Ar > O_2 > N_2$

۵۹- در ساختار لوویس کدام یک از مولکول‌های زیر، جفت الکترون‌های ناپیوندی کمتری وجود دارد؟

(۱) NF_3 (۲) $SiCl_4$ (۳) SO_3 (۴) SO_2F_2

۶۰- شمار پیوندهای اشتراکی در کدام مولکول بیشتر از سایر مولکول‌ها است؟

(۱) HCN (۲) N_2O_4 (۳) $NOCl$ (۴) C_2H_2O

۶۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) هلیوم از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.

(۲) از گاز هلیوم، برای پر کردن تایر خودروها و نگهداری نمونه‌های بیولوژیکی در پزشکی استفاده می‌شود.

(۳) گاز آرگون گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که به‌عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری استفاده می‌شود.

(۴) از گاز نیتروژن در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی استفاده می‌شود.

۶۲- برای تشکیل ۲ مول از مخلوطی شامل دو نوع اکسید آهن، $7/2$ مول الکترون مبادله شده است. اگر در این مخلوط $2/8$ مول اتم آهن وجود داشته باشد، چند درصد مولی از این مخلوط را، اکسیدی با شمار اتم کمتر تشکیل داده است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۷۰ (۴) ۳۰

۶۳- در کدام یک از گونه‌های زیر شمار الکترون‌هایی با $n + l = 5$ دو برابر شمار الکترون‌هایی با $n + l = 4$ است؟

(۱) $3.Zn^{2+}$ (۲) $28.Ni$ (۳) $32.Ge$ (۴) $34.Se^{2-}$

۶۴- اگر عنصر X با عنصر $25Mn$ هم‌دوره و با عنصر $79Au$ هم‌گروه باشد، آرایش الکترونی کاتیون آن در ترکیب

..... به صورت است.

(۱) $[Ar]3d^1 \cdot - XO$ (۲) $[Ar]3d^9 - XF_4$

(۳) $[Ar]3d^1 \cdot 4s^1 - X_2O$ (۴) $[Ar]3d^1 \cdot 4s^1 - XCl$

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon





۶۵- عناصر A, B, C و D به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره چهارم هستند (عنصر A دارای کمترین عدد اتمی میان چهار عنصر مذکور است). یون حاصل از عناصر A و D برخلاف یون حاصل از عناصر B و C ، به صورت $+3$ وجود دارند. کدام یک از مطالب زیر در مورد این عناصر درست است؟

(۱) همه این عناصر، از جمله عناصر دسته d هستند.

(۲) در نام گذاری ترکیبات حاصل از همه آنها، از اعداد رومی استفاده می شود.

(۳) از واکنش اکسیژن با همه این عناصر به جز عنصر D ، می توان ترکیب یونی دو اتمی به دست آورد.

(۴) در آرایش الکترونی فشرده همه آنها، بعد از نماد گاز نجیب، فقط الکترون های ظرفیتی نوشته می شود.

۶۶- اگر دمای انتهای لایه دوم هواکره، نصف میانگین دمای سطح زمین و ارتفاع تقریبی آن ۲۶ کیلومتر بیشتر از ارتفاع لایه تروپوسفر باشد، در این لایه با هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا به تقریب چگونه تغییر می کند؟

(۱) کمتر از 2°C کاهش می یابد.

(۲) کمتر از 2°C افزایش می یابد.

(۳) بیشتر از 2°C کاهش می یابد.

(۴) بیشتر از 2°C افزایش می یابد.

۶۷- با توجه به ساختار لوویس روبه رو، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) به هنگام تشکیل ترکیب حاصل از عنصر X و عنصر کلسیم، ۵ الکترون مبادله می شود.

(۲) عنصر X برخلاف عنصر هلیوم، دارای یک جفت الکترون در ساختار الکترون نقطه ای خود است.

(۳) اگر عنصر X مولکول XY_3 را تشکیل دهد، عنصر Y می تواند در گروه ۱ یا ۱۷ قرار داشته باشد.

(۴) هر اتم فلوئور، یک الکترون از دست داده و اتم X سه الکترون از اتم های فلوئور دریافت کرده است.

۶۸- جرم مولی یدید و نیتريد یک فلز به ترتیب برابر با ۱۹۱ و ۲۲۰ گرم بر مول است. فلز مورد نظر کدام است؟

($N = 14, I = 127, g \cdot mol^{-1}$)

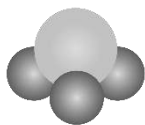
(۴) ${}_{29}\text{Cu}$

(۳) ${}_{19}\text{K}$

(۲) ${}_{31}\text{Ga}$

(۱) ${}_{26}\text{Fe}$

۶۹- حداقل و حداکثر نسبت شمار الکترون های پیوندی به ناپیوندی، در مولکولی با ساختار فضایی مقابل به ترتیب برابر با و است.



(۴) $3 - \frac{1}{3}$

(۳) $3 - \frac{3}{10}$

(۲) $1 - \frac{3}{10}$

(۱) $1 - \frac{1}{3}$

۷۰- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیبات زیر، ۴ اتم دیده نمی شود؟

(۴) سدیم فسفید

(۳) متان

(۲) نیتروژن تری کلرید

(۱) آمونیاک

محل انجام محاسبات





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۹ بهمن ماه

هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال (کل فصل ۱)
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (کل فصل ۲)
صفحه‌های ۵۲ تا ۹

ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله (کل فصل ۱)
مثلثات (کل فصل ۲)
توان‌های گویا و عبارات‌های جبری (کل فصل ۳)
معادله‌ها و نامعادله‌ها / درس ۱: معادله درجه دوم
و روش‌های مختلف حل آن / صفحه‌های ۱ تا ۷۷

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها / ردپای گازها در زندگی
فصل ۱ و فصل ۲ تا پایان رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی
صفحه‌های ۶۱ تا ۱

فیزیک ۱

فصل‌های ۱ تا ۳
(تاقبل از کار و انرژی درونی)
صفحه‌های ۱ تا ۷۰





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۵ دی ماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مائده بادان فیروز - مهدی رضانی مهران جعفری - حسین صنمی فاطمه روان بخش - فؤاد خیر آبادی علی اسدی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده محمد حسین واعظین	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری مروارید شاه حسینی	مهدی پارسا - محمد جواد سورچی حامد نبی منصور - حسین زین العابدین زاده سجاد صادقی زاده - حسین عبدوی نژاد	مهدی پارسا	فیزیک
رامین رزمجو - منیب نظری محمد دارابی جم	مهسا بایمانی نژاد	مهسا بایمانی نژاد	شیمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مجتبی آدمیان

زهره جعفری

مائده بادان فیروز

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری



دکمه ری استارت رو بزن

«نیم سال دوم کنکور از نگاه یک شروع تازه»

برگردیم به اول سال تحصیلی....

اون روزهایی که دفتر برنامه ریزی هنوز سفید بود، انگیزهت بالاترین حد ممکن رو داشت و با خودت فکر می کردی «تا عید همه کتابا تمومه». یه برنامه رویایی داشتی و حس می کردی قراره همه چیز دقیق پیش بره.

اما حالا چی؟

نیم سال دوم شروع شده و شاید این جمله ها توی ذهنت بچرخه:

■ «عقب افتادم...»

■ «هیچی اون طوری که می خواستم نشد...»

■ «شروع دوباره دیگه فایده نداره...»

این دقیقاً همون دام ذهنیه که خیلی از داوطلب ها رو از بازی خارج می کنه.

واقعیت کنکور؛ هیچ مسیری بی افت نیست

یه نکته مهم رو خیلی صادقانه بگیم:

تقریباً هیچ کدوم از بچه های موفق کنکور، حتی رتبه های برتر، مسیرشون از مهر تا تیر صاف و بی نقص نبوده.

افت، خستگی، عقب ماندگی و حتی ناامیدی توی مسیر همه هست.

تفاوت آدم هایی که آخرش نتیجه می گیرن با بقیه، توی «بی افت بودن» نیست؛

توی اینه که وقتی زمین می خورن، دوباره بلند می شن و ادامه می دن.

نیم سال دوم؛ فرصت واقعی برای بازسازی

نیم سال دوم کنکور، یک بازه خاصه.

حجم درس ها در شروعش کمتره، مباحث جدید معمولاً قابل جمع ترن، و مهم تر از همه:

ذهن تو از شوک شروع سال و فشارهای اولیه عبور کرده.

اینجا دقیقاً همون جاییه که می تونی دکمه «ری استارت» رو بزنی؛ نه فقط روی برنامه، بلکه روی ذهن خودت.

ری استارت یعنی:

■ برنامهت رو واقع بینانه تر ببندی

■ عادت مطالعهت رو دوباره بسازی

■ و مسیرت رو با هدف اصلی، یعنی کنکور، تنظیم کنی

«عقب ماندگی نیم سال اول» قرار نیست بازی رو تموم کنه.

شاید بگی: «ولی من از نیم سال اول خیلی عقبم... فلان درس رو تقریباً ول کردم.»

این نگرانی طبیعی، اما قرار نیست جلوت رو بگیره.

توی برنامه های راهبردی، برای جبران مباحث نیم سال اول زمان جداگانه دیده شده؛ مخصوصاً بازه نوروز که فرصت

طلایی برای جمع بندیه.



الان مهم ترین کار اینه که:

- روی مباحث جدید نیم سال دوم تمرکز کنی
- نذاری حس عقب ماندگی، کل حرکت رو متوقف کنه

جبران ممکنه؛ توقف نه

نتیجه، بهترین سازنده انگیزه است.

خیلی ها دنبال انگیزه می گردن؛

یه جمله خاص، یه ویدیو، یا حرف یک مشاور.

اما واقعیت اینه که قوی ترین انگیزه، دیدن نتیجه خودته.

اون لحظه ای که:

یه آزمون رو بهتر از قبل می دی یا اون مبحثی که مدت ها گیر بودی بالاخره برات جا می افته.

اون حس «می تونم» خودش تو رو جلو می بره.

پس منتظر حس خوب نمون تا شروع کنی؛

شروع کن تا حس فوب ساخته بشه.

حتی دو هفته مطالعه منظم و جدی، می تونه اعتماد به نفست رو بر گردونه و ذهنت رو یادش بندازه که هنوز هم همون آدم پر تلاش اول سالی.

ارزش زمان، هرچی جلوتر می ریم بیشتر می شه.

یه حقیقت مهم توی مسیر کنکور اینه که هرچی به آزمون نزدیک تر می شیم، ارزش زمانی که مطالعه می کنی چند برابر می شه. دو ساعت مطالعه در بهمن یا اسفند، می تونه به اندازه چهار یا پنج ساعت مطالعه مهر اثر داشته باشه؛ چون:

■ **ذهنت پخته تر شده**

■ **هدف شفاف تره**

■ **و مطالعه جهت داره**

حتی یک ساعت مطالعه درست در اردیبهشت، می تونه بیشتر از یک شب بیداری طولانی در مهر به رتبه ت شکل بده. پس این روزها رو دست کم نگیر.

همن واسفند، سکه های طلایی کنکورن؛ فقط باید جلد باشی درست فرجه شون کنی.

جمع بندی آخر...

اگه الان حس می کنی عقب افتادی، بدون که فقط چند هفته مطالعه منظم و آگاهانه می تونه ورق رو برگردونه. شروع دوباره نشونه ضعف نیست؛ نشونه بلوغ و قدرت تصمیم گیری. به جای درگیر شدن با گذشته، تمرکز رو بنذار روی کاری که امروز وفردا می تونی انجام بی. هر روزی که جلو می ری، یک قدم واقعی به رتبه ای که برات تلاش می کنی. هیچ چیز دیر نشده.

نیم سال دوم هنوز می تونه بهترین بخش مسیرت باشه.

از همین امروز، روی کاغذ بنویس:

+ نقطه شروع دوباره: امروز

و بعدش فقط یک کار کن:

✓ **انجامش بده.**



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: مثلثات (درس ۲ و ۳)، توان‌های گویا و عبارات‌های جبری (کل فصل ۳)، صفحه‌های ۳۶ تا ۶۸
هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (درس‌های ۲، ۳ و ۴)، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۹

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- اگر θ حاده و $\frac{a \cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{b \cos \theta}$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه بین a و b برقرار است؟ ($a, b \neq 0$)

$$a = -b \quad (۴)$$

$$a = b \quad (۳)$$

$$b = -\frac{1}{a} \quad (۲)$$

$$a = \frac{1}{b} \quad (۱)$$

(آسان - خط‌خط - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

دو طرف تساوی را طرفین وسطین می‌کنیم:

$$ab \cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) \Rightarrow ab \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

با توجه به این که می‌دانیم:

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

بنابراین داریم:

$$ab \cos^2 \theta = \cos^2 \theta \quad (\cos^2 \theta \neq 0)$$

$$ab = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b}$$

@Tahlilazemoon

توجه!

چون θ حاده است، پس $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ و در نتیجه $0 < \cos \theta \leq 1$ و داریم: $0 < \cos^2 \theta \leq 1$.

اتحادهای مثلثاتی

$$۱) \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$۲) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$۳) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$۴) \tan x \times \cot x = 1$$

$$۵) 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$۶) 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

یادآوری!

$$\text{اتحاد مزدوج: } (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

دو نمونه مثلثاتی از اتحاد مزدوج:

$$۱) (\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$۲) (1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta$$



۲- اگر $\sin \theta + \tan \theta < 0$ و $\sin \theta \cdot \tan \theta > 0$ باشد، آن گاه θ در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

(آسان - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

از رابطه $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ استفاده می کنیم و مخرج مشترک می گیریم:

$$\sin \theta + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\sin \theta \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\sin \theta (\cos \theta + 1)}{\cos \theta} < 0$$

می دانیم:

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \Rightarrow -1 + 1 \leq \cos \theta + 1 \leq 1 + 1 \Rightarrow 0 \leq \cos \theta + 1 \leq 2$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin \theta (\cos \theta + 1)}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \tan \theta < 0$$

چون $\tan \theta < 0$ ، پس θ در ناحیه دوم یا چهارم است.

گام دوم

از شرط اول می دانیم $\tan \theta < 0$

$$\sin \theta \times \tan \theta > 0 \Rightarrow \sin \theta < 0$$

پس:

چون $\sin \theta < 0$ ، پس θ در ناحیه سوم و چهارم است.از اشتراک شرط اول و دوم نتیجه می شود θ در ناحیه چهارم است.

میانبر!

از شرط $\sin \theta \cdot \tan \theta > 0$ متوجه می شویم که سینوس و تانژانت هم علامت اند. پس θ در ناحیه اول یا چهارم است. اشتراک «ناحیه دوم و چهارم» که در گام اول به دست آمد با «ناحیه اول و چهارم» همان ناحیه چهارم است.

راهنمای زنگ بازی!

برای این که علامت نسبت های مثلثاتی رو توی هر ناحیه یادت باشه رمز پایین رو به خاطر بسپار! 😊

- | | |
|---|-------------------|
| ۱. ناحیه اول: همه مثبت | } هستک
۴ ۳ ۲ ۱ |
| ۲. ناحیه دوم: فقط سینوس مثبت | |
| ۳. ناحیه سوم: فقط تانژانت و کتانژانت مثبت | |
| ۴. ناحیه چهارم: فقط کسینوس مثبت | |

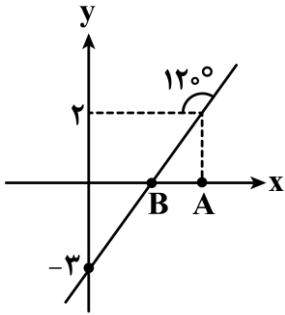
با این رمز تو هر ناحیه نسبت هایی که علامت مثبت دارن رو سریع پیدا می کنی و می دونی که مابقی نسبت ها توی اون ناحیه منفی هستن.





۳- در شکل مقابل، مجموع طول نقاط A و B کدام است؟

- (۱) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$
- (۲) $3\sqrt{3}$
- (۳) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
- (۴) $2\sqrt{3}$



(آسان - ترکیبی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

با توجه به شکل و زوایای نشان داده شده، داریم:

$$\text{در } \triangle OMB \text{ قائم الزاویه: } \tan 30^\circ = \frac{OB}{OM} \Rightarrow OB = OM \times \tan 30^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

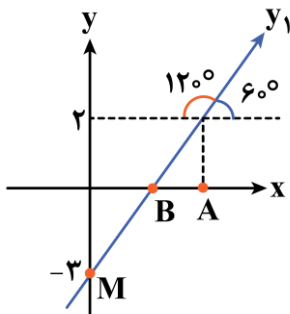
$$\text{در } \triangle ABD \text{ قائم الزاویه: } \tan 30^\circ = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AB = AD \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{فاصله نقطه A تا مبدأ: } x_A = OB + AB = \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{مجموع طول نقاط A و B} \Rightarrow x_A + x_B = \frac{5\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

روش دوم

نوشتن معادله خط:



@Tahlilazemoon

با توجه به شکل، زاویه خط با جهت مثبت محور X برابر ۶۰° است و همچنین نقطه M(۰, -۳) در معادله صدق می‌کند:

$$\text{شیب خط} \Rightarrow m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{معادله خط: } y - y_M = m(x - x_M) \xrightarrow{m=\sqrt{3}, M(0,-3)} y + 3 = \sqrt{3}(x - 0) \Rightarrow y + 3 = \sqrt{3}x \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3$$

می‌دانیم نقاط A(x_A, 2) و B(x_B, 0) روی خط هستند، پس در معادله خط صدق می‌کند:

$$y = \sqrt{3}x - 3 \xrightarrow{A(x_A, 2)} 2 = \sqrt{3}x_A - 3 \Rightarrow \sqrt{3}x_A = 5 \Rightarrow x_A = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$y = \sqrt{3}x - 3 \xrightarrow{B(x_B, 0)} 0 = \sqrt{3}x_B - 3 \Rightarrow \sqrt{3}x_B = 3 \Rightarrow x_B = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

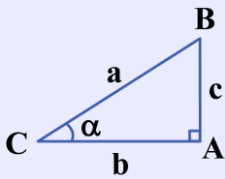
$$\text{مجموع طول نقاط A و B} \Rightarrow x_A + x_B = \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

جواب را گویا می‌کنیم:



نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه



$$\sin \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه وتر}} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه وتر}} = \frac{b}{a}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه ضلع مجاور}} = \frac{c}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه ضلع مقابل}} = \frac{b}{c}$$

نسبت‌های مثلثاتی مهم



	۰°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°
sin θ	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱	۰	-۱
cos θ	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	-۱	۰
tan θ	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت.ن	۰	ت.ن
cot θ	ت.ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰	ت.ن	۰

نوشتن معادله خط به کمک تانژانت



اگر خطی با جهت مثبت محور X ها زاویه θ بسازد شیب آن برابر است با:

$$m = \tan \theta$$

اگر خط از نقطه $A(x_A, y_A)$ بگذرد معادله آن به صورت زیر است:

$$y - y_A = m(x - x_A) \xrightarrow{m = \tan \theta} y - y_A = (\tan \theta)(x - x_A)$$

تذکره!

زاویه θ زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور X ها می‌سازد.





۴- اگر α در ربع چهارم دایره مثلثاتی و $4\sin\alpha + 3\cos\alpha = 0$ باشد، حاصل $\sin\alpha - \cos\alpha$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

-۱/۴ (۳)

-۰/۲ (۲)

۰/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ (صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

$$4\sin\alpha + 3\cos\alpha = 0 \Rightarrow 4\sin\alpha = -3\cos\alpha \xrightarrow[\cos\alpha \neq 0]{\div \cos\alpha} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{-3}{4}$$

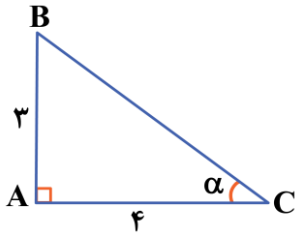
$27^\circ < \alpha < 36^\circ \Rightarrow \cos\alpha \neq 0$

گام دوم

اکنون دو روش برای محاسبه باقی نسبت‌های مثلثاتی وجود دارد.

روش اول

روش سریع‌تر: استفاده از مثلث قائم‌الزاویه: یک مثلث قائم‌الزاویه فرضی با زاویه حاده α به طوری که $\tan\alpha$ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، رسم می‌کنیم.



$$\triangle ABC \text{ در فیثاغورس: } BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ داریم:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}, \cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

چون α در ناحیه چهارم است، پس: $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ و $\cos\alpha = +\frac{4}{5}$ است.

روش دوم

به کمک اتحاد‌های مثلثاتی:

$$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \xrightarrow{\tan\alpha = -\frac{3}{4}} 1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{16+9}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\cos\alpha > 0} \cos\alpha = \frac{4}{5}$$

برای محاسبه سینوس داریم:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\sin\alpha < 0} \sin\alpha = -\frac{3}{5}$$

گام سوم

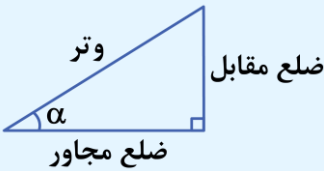
بنابراین جواب نهایی از هر دو روش:

$$\sin\alpha - \cos\alpha = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{7}{5} = -1/4$$



راهنمای زنگ بازی!

وقتی که فقط یکی از نسبت‌های مثلثاتی را داریم، برای محاسبه اندازه سایر نسبت‌های مثلثاتی می‌توان با توجه به تعریف آن‌ها، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرد و نسبت معلوم را روی دو ضلع آن نوشت. سپس با استفاده از رابطه فیثاغورس طول ضلع دیگر را به دست آورد و تمام نسبت‌ها را این گونه مشخص کرد.



$$\sin \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه ضلع مجاور}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه ضلع مقابل}}$$

توجه!

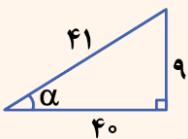
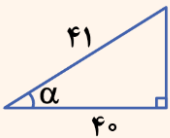
توجه داشته باشید که با روش رسم مثلث فقط اندازه نسبت به دست می‌آید و برای تعیین علامت نسبت باید به این که انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد توجه کرد.

به نمونه باحل بین!

اگر $\cos \alpha = -\frac{40}{41}$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را برای زاویه α به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرده و ضلع مجاور را برابر ۴۰ و وتر را برابر ۴۱ قرار می‌دهیم.



سپس با استفاده از فیثاغورس اندازه ضلع مقابل را به دست می‌آوریم:

$$41^2 - 40^2 = 9^2$$

حال می‌توانیم سه نسبت مثلثاتی دیگر را به راحتی به دست آوریم، توجه داریم که در ناحیه سوم سینوس منفی و تانژانت و کتانژانت مثبت‌اند پس داریم:

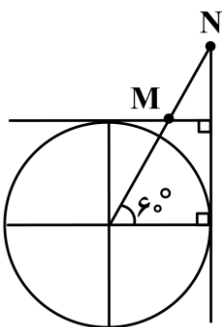
$$\sin \alpha = -\frac{9}{41}$$

$$\tan \alpha = \frac{9}{40}$$

$$\cot \alpha = \frac{40}{9}$$



۵- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، طول پاره خط MN چقدر از ۲ کمتر است؟

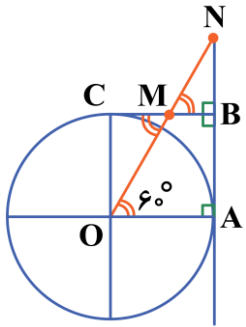


- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$



روش اول

با توجه به شکل:



$$BM = BC - CM$$

$$\cot 60^\circ = \frac{CM}{OC} = CM$$

$$BM = BC - CM = 1 - \cot 60^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

در $\triangle ONA$: $\hat{O} + \hat{A} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} = 30^\circ$

در مثلث قائم الزاویه $\triangle MNB$: $\sin \hat{N} = \frac{BM}{MN} \Rightarrow MN = \frac{BM}{\sin \hat{N}}$

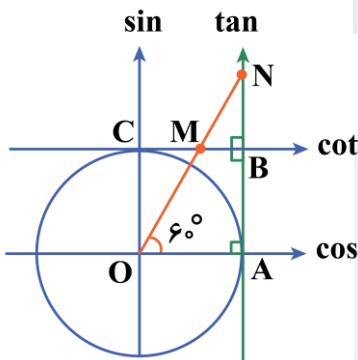
$$\xrightarrow[\substack{\hat{N}=30^\circ \\ BM=1-\frac{\sqrt{3}}{3}}]{MN} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = 2\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

اندازه MN ، $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ از ۲ کمتر است.

روش دوم

(برای اونایی که می‌خوان بیشتر بدونن. 😊)

با توجه به شکل:



$$BM = BC - CM$$

در دایره مثلثاتی می‌دانیم $CM = \cot 60^\circ$ و شعاع دایره برابر یک است.

$$OA = BC = 1$$

بنابراین اندازه BM برابر است با:

$$BM = BC - CM = 1 - \cot 60^\circ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

در $\triangle ONA$: $\hat{O} + \hat{A} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} = 30^\circ$

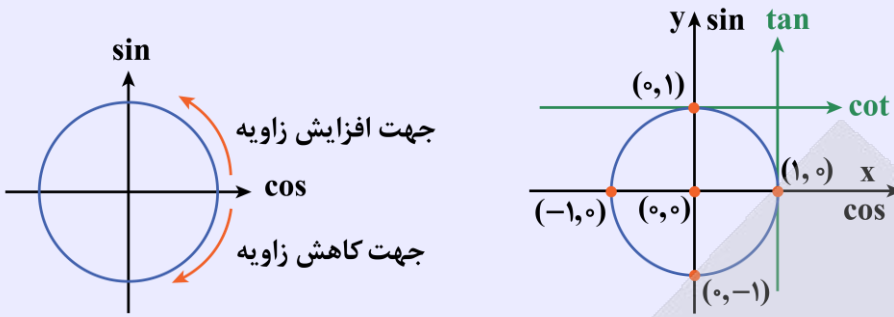
$$\xrightarrow[\substack{\hat{N}=30^\circ \\ BM=1-\frac{\sqrt{3}}{3}}]{MN} \text{ در } \triangle MNB: \sin \hat{N} = \frac{BM}{MN} \Rightarrow MN = \frac{BM}{\sin \hat{N}} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = 2\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

اندازه MN ، $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ از ۲ کمتر است.



دایره مثلثاتی

دایره‌ای است به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ که بر روی آن چهار محور \sin ، \cos ، \tan و \cot به صورت زیر رسم می‌شوند.

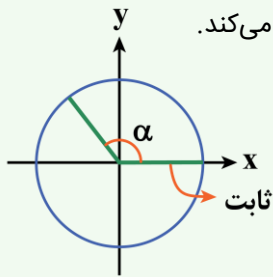


تذکره!

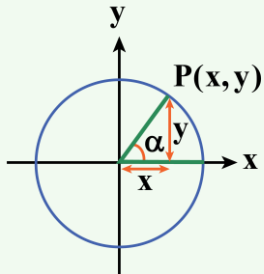
محور \tan و \cot در کتاب درسی ذکر نشده است و صرفاً جهت اطلاع برای افراد علاقه‌مند آورده شده است.

نکات دایره مثلثاتی

در دایره مثلثاتی یک ضلع زاویه همواره منطبق بر محور x ها (\cos ها) است و ضلع دیگر برای تغییر زاویه دوران می‌کند.

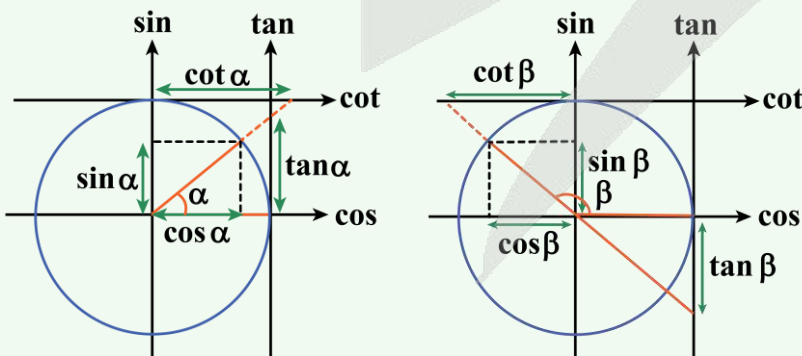


در دایره مثلثاتی، اگر ضلع زاویه دایره را در نقطه $P(x, y)$ قطع کند، طول نقطه همان \cos و عرض نقطه همان \sin زاویه را نشان می‌دهد.



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{y}{1} = y & \tan \alpha &= \frac{y}{x} & \begin{matrix} \sin \alpha \\ \uparrow \\ P(x, y) \\ \downarrow \\ \cos \alpha \end{matrix} \\ \cos \alpha &= \frac{x}{1} = x & \cot \alpha &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی به‌طور تقریبی کافی است از انتهای ضلع زاویه بر محور \sin و \cos عمود کنیم و به مبدأ وصل کنیم و برای به‌دست آوردن \tan و \cot زاویه کافی است ضلع زاویه را از بالا یا پایین ادامه دهیم تا محور \tan و \cot را قطع کرده و سپس به مبدأ مربوطه وصل می‌کنیم.





۶- اگر $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x = 1 + 3\cos^2 x$ باشد، مقدار $\tan x + \cot x$ کدام می تواند باشد؟

۴/۲۵ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۵/۲ (۲)

$\frac{۳۷}{۶}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - زمان ۲۰) - ریاضی ۱ صفحه ۴۳ و ۴۴ - ۱۰۰۲

دو طرف تساوی $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x = 1 + 3\cos^2 x$ را بر $\cos^2 x$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sin x \cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} + 3$$

می دانیم $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ و $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ، پس رابطه بالا را ساده تر می کنیم:

$$2\tan^2 x - 3\tan x = 1 + \tan^2 x + 3 \Rightarrow \tan^2 x - 3\tan x - 4 = 0 \Rightarrow (\tan x - 4)(\tan x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{-1} = -1 \\ \cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } \tan x + \cot x = -1 - 1 = -2 \\ \text{حالت دوم: } \tan x + \cot x = 4 + \frac{1}{4} = \frac{۴}{۲۵} \end{cases}$$

با توجه به گزینه ها حالت دوم قابل قبول است.



۷- اگر $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ چند برابر $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ است؟

$\frac{۵}{۴}$ (۴)

$\frac{۴}{۵}$ (۳)

$\frac{۷}{۶}$ (۲)

$\frac{۶}{۷}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - خط به خط - استاندارد ۲۰) - ریاضی ۱ صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲

با توجه به اتحاد $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ و پس از به توان ۲ و به توان ۳ رساندن آن، به روابط زیر می رسیم:

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 \Rightarrow \sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^3 = 1^3 \Rightarrow \sin^6 \alpha + 3\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^4 \alpha + \cos^6 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = -3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1) + 1 \Rightarrow \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

با توجه به روابط بالا داریم:

$$\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha} = \frac{1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^2}{1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1 - \frac{۳}{۹}}{1 - \frac{۲}{۹}} = \frac{\frac{۶}{۹}}{\frac{۷}{۹}} = \frac{۶}{۷}$$

دو اتحاد مثلثاتی که بد نیست به خاطر بسپارید!

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$



- ۱) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ مربع دو جمله‌ای
- ۲) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ مزدوج
- ۳) $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$ چاق و لاغر
- ۴) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ مکعب دو جمله‌ای
- ۵) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ مربع سه جمله‌ای

اتحادهای فرعی:

- ۱) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
- ۲) $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$
- ۳) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
- ۴) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a - b)$
- ۵) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

@Tahlilazemoon



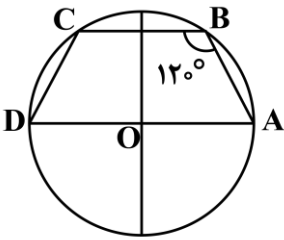
۸- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، مساحت دوزنقه ABCD چقدر است؟

$$\frac{5\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \quad (4)$$

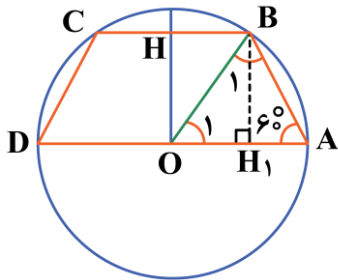
$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$



(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۸ و ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴



با توجه به شکل، $\hat{B} = 120^\circ$ ، چون دو زاویه مجاور به یک ساق مکمل یکدیگرند، پس:

$$\hat{B} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

از طرفی چون شعاع دایره مثلثاتی برابر یک است و OA و OB شعاع دایره‌اند، پس:

$$\hat{B}_1 = \hat{A} = 60^\circ$$

چون $\hat{B}_1 = 60^\circ$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، پس $\hat{O}_1 = 60^\circ$ است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{قاعده کوچک: } BC &= 2OH_1 = 2\cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \\ \text{قاعده بزرگ: } AD &= 2OA = 2 \times 1 = 2 \\ \text{ارتفاع: } BH_1 &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S = \frac{(AD + BC)}{2} \times BH_1$$

$$\Rightarrow S = \frac{(2 + 1)}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره

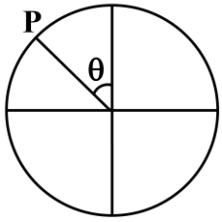


www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





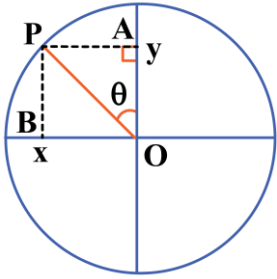
۹- در شکل مقابل، نقطه $P(a, -2a-1)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد. حاصل $\tan \theta - \cot \theta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{25}{12}$
- (۲) $\frac{7}{12}$
- (۳) $-\frac{7}{12}$
- (۴) $\frac{25}{12}$

- (۱) $\frac{25}{12}$
- (۲) $-\frac{7}{12}$
- (۳) $\frac{7}{12}$
- (۴) $-\frac{25}{12}$

(متوسط - محاسباتی - زمان بر - ریاضی ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



اگر $P(x, y)$ روی دایره مثلثاتی باشد، آن گاه: $x^2 + y^2 = 1$

$$(a)^2 + (-2a-1)^2 = 1 \Rightarrow a^2 + 4a^2 + 4a + 1 = 1 \Rightarrow 5a^2 + 4a = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{5}$$

پس مختصات P به صورت $(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ است.

$$\tan \theta = \frac{AP}{OA} = \frac{|x|}{y} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\tan \theta - \cot \theta = \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{16-9}{12} = \frac{7}{12}$$

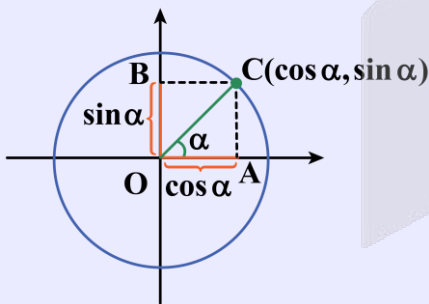
بنابراین:

دام تستی!

حتماً دقت کنید که θ زاویه حاده است و علامت $\tan \theta$ مثبت می شود. اگر به اشتباه ناحیه دوم در نظر گرفته شود:

$$\tan \theta = \frac{-4}{3}, \cot \theta = \frac{-3}{4} \Rightarrow \tan \theta - \cot \theta = \frac{-4}{3} + \frac{3}{4} = -\frac{7}{12} \times \text{گزینه ۳}$$

سینوس و کسینوس روی دایره مثلثاتی



$$\begin{cases} \cos \alpha = OA \\ \sin \alpha = OB \end{cases}$$

به نکته طلایی!

چون $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ است، نتیجه می شود:

$$A(x, y) \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$



۱۰- اگر $180^\circ < \theta < 225^\circ$ و $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ کدام است؟

$$-\frac{16}{27} \quad (۴)$$

$$\frac{22}{27} \quad (۳)$$

$$-\frac{22}{27} \quad (۲)$$

$$\frac{16}{27} \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۴۳ و ۴۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_{1} - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{9} \Rightarrow 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - \frac{2}{9} \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$$

با توجه به اتحاد $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ داریم:

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 - (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 4 \sin \theta \cos \theta \Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 - \frac{2}{9} = \frac{14}{9} \Rightarrow (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{16}{9}$$

چون $180^\circ < \theta < 225^\circ$ پس $\sin \theta < 0$ و $\cos \theta < 0$ پس:

$$\sin \theta + \cos \theta = -\frac{4}{3}$$

از طرفی $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ پس:

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)(\underbrace{\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta}_1)$$

$$\Rightarrow \sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{11}{18}\right) = -\frac{22}{27}$$



۱۱- ریشه سوم a برابر $9\sqrt{3}$ و ریشه پنجم $9\sqrt{3}$ برابر b است. یکی از ریشه‌های دوم ab کدام است؟

$$۶ \quad (۴)$$

$$۹ \quad (۳)$$

$$۸۱ \quad (۲)$$

$$۲۷ \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۵۴ و ۶۰ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به فرض سوال، $\sqrt[5]{9\sqrt{3}} = b$ و $\sqrt[3]{a} = 9\sqrt{3}$ است، پس:

$$a = (9\sqrt{3})^3 = (3^2 \times 3^{\frac{1}{2}})^3 = (3^{\frac{5}{2}})^3 = 3^{\frac{15}{2}}$$

$$b = \sqrt[5]{9\sqrt{3}} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{2}}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow ab = 3^{\frac{15}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{16}{2}} = 3^8$$

$$\text{ریشه‌های دوم} \Rightarrow \pm\sqrt{ab} = \pm\sqrt{3^8} = \pm 3^4 = \pm 81$$

ریشه n ام چیه؟!

اگر $a^n = b$ باشد، آن‌گاه عدد a را ریشه n ام عدد b می‌گوییم و با $\sqrt[n]{b}$ نمایش می‌دهیم ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$).
از تعریف می‌توان نتیجه گرفت اگر b مثبت و n زوج باشد، علاوه بر a ، $-a$ نیز ریشه n ام b می‌باشد.



تفاوت ریشه n اُم عدد a با $\sqrt[n]{a}$

حالت ۱: اگر n فرد باشد، آن گاه ریشه n اُم عدد a منحصر به فرد است و همان $\sqrt[n]{a}$ است. به عنوان مثال:

$$x^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8} = -2$$

حالت ۲: اگر n زوج باشد، آن گاه:

ریشه n اُم عدد a دو جواب دارد، به عنوان مثال ریشه های دوم عدد ۹ برابر ± 3 است.

$$x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$\sqrt[n]{a}$ ، فقط یک جواب مثبت دارد. به عنوان مثال:

$$\sqrt{9} = 3$$



۱۲- حاصل $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3^8}} \times \sqrt[4]{4^8} \times \sqrt{9^6 \cdot 3}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۳ $\sqrt{6}$ (۴)

۲ $\sqrt{6}$ (۳)

۳ $\sqrt{2}$ (۲)

۲ $\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - خط به خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۰ و ۶۱ (۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت داده شده را به توان ۱۲ می‌رسانیم:

$$A = \sqrt[3]{\sqrt[4]{3^8}} \times \sqrt[4]{4^8} \times \sqrt{9^6 \cdot 3} \Rightarrow A^{12} = (3^8)^3 \times 4^8 \times 9^6 \times 3$$

$$A^{12} = 3^8 \times 2^{12} \times 3^3 \times 2^{12} \times 3 \Rightarrow A^{12} = 3^{8+3+12+1} \times 2^{12} = 3^{24} \times 2^{12}$$

رادیکال با فرجه ۱۲ $\rightarrow A = \sqrt[12]{3^{24}} \times \sqrt[12]{2^{12}} = 3^2 \times 2 = 18$

بنابراین:

$$\frac{A}{\sqrt{6}} = \frac{18}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{18\sqrt{6}}{6} = 3\sqrt{6}$$

توان‌های گویا

هرگاه $a > 0$ برای هر عدد طبیعی m و n داریم:

$$\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$$

قوانین توان‌های گویا

اگر a و b دو عدد مثبت و r و s دو عدد حقیقی باشند، داریم:

- ۱) $a^{-r} = \frac{1}{a^r}$
- ۲) $(a^r)^s = a^{rs}$
- ۳) $a^r \times a^s = a^{r+s}$
- ۴) $a^r \div a^s = a^{r-s}$
- ۵) $(ab)^r = a^r \times b^r$
- ۶) $a^r \div b^r = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

قوانین رادیکال‌ها

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و m و n دو عدد طبیعی باشند، آن گاه داریم:

- ۱) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$
- ۲) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- ۳) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
- ۴) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = m\sqrt[n]{a}$



تذکره!

در حالتی که m و n دو عدد طبیعی فرد باشد روابط بالا برای a و b منفی نیز برقرار است.

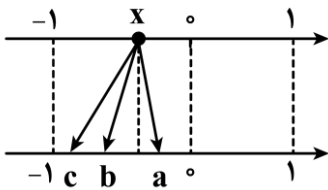
ساده کردن فرجه و توان

برای ساده کردن توان و فرجه به شرط آن که m, n, k طبیعی باشند، داریم:

$$\begin{cases} nk\sqrt[n]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} & (\text{فرد } k) \\ nk\sqrt[n]{a^{mk}} = \sqrt[n]{|a|^m} & (\text{زوج } k) \end{cases}$$



۱۳- با توجه به شکل مقابل، مقادیر a, b و c به ترتیب از راست به چپ با کدام اعداد زیر می‌تواند برابر باشد؟



- (۱) $-x^4, -x^2, \sqrt[3]{x}$
- (۲) $-x^2, -x^4, \sqrt[3]{x}$
- (۳) $\sqrt[4]{x}, \sqrt[3]{x}, -x^2$
- (۴) $\sqrt[3]{x}, \sqrt[4]{x}, -x^2$

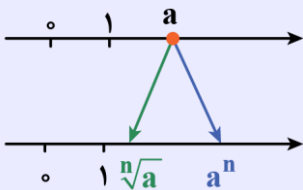
(آسان - مفهومی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۵۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

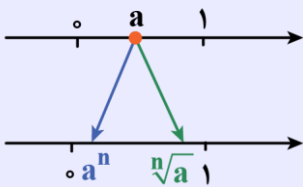
اندازه a از نظر قدرمطلق از اندازه x کوچک‌تر است، پس گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. چون اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه $a^2 < a$ همچنین $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a}$ پس $b = \sqrt[3]{x}$ و $c = \sqrt[4]{x}$ است، بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

مقایسه ریشه n -ام و توان n -ام

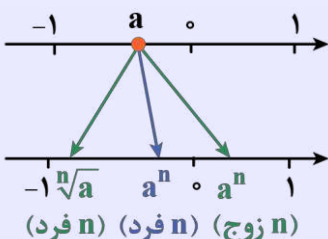
(۱) اگر $a > 1$ باشد، آن‌گاه با افزایش n مقدار a^n افزایش و مقدار $\sqrt[n]{a}$ کاهش می‌یابد.



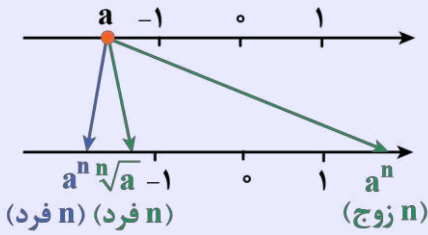
(۲) اگر $0 < a < 1$ باشد، آن‌گاه با افزایش n مقدار a^n کاهش و مقدار $\sqrt[n]{a}$ افزایش می‌یابد.



(۳) اگر $-1 < a < 0$ باشد، آن‌گاه مقدار a^n یک در میان مثبت و منفی می‌شود (در این حالت همواره $a^n > a$ است) همچنین $\sqrt[n]{a}$ به ازای n های زوج تعریف نمی‌شود و به ازای n های فرد با افزایش n مقدار $\sqrt[n]{a}$ کاهش می‌یابد.

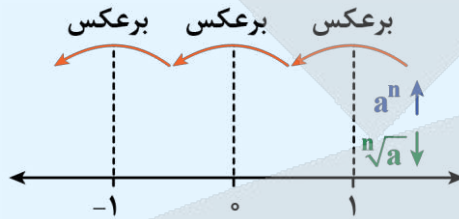


۴) اگر $a < -1$ باشد، آن گاه مقدار a^n یکی در میان مثبت و منفی می شود (در صورتی که n زوج باشد $a^n > a$ و اگر n فرد باشد $a^n < a$ است) همچنین $\sqrt[n]{a}$ به ازای n های زوج تعریف نمی شود و به ازای n های فرد با افزایش n مقدار $\sqrt[n]{a}$ افزایش می یابد.



راهنمای زرتنگ بازی!

خلاصه تمام حرف های بالا رو با تقسیم کردن کل اعداد به ۴ تا ناحیه به خاطر بسیار. با عبور از هر قسمت به ترتیب (هر کدام اگه تعریف شده باشن) رفتار شون برعکس می شه.



۱۴- اگر $A = \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $\sqrt{2}A$ کدام است؟

۲√۳ (۴)

√۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

$$\sqrt{2}A = \sqrt{2}(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}) = \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$\left| \sqrt{3}+1 \right| - \left| \sqrt{3}-1 \right| = (\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1) = \sqrt{3}+1 - \sqrt{3}+1 = 2$$

روش دوم

$$A = \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{توان } 2} A^2 = 2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{4-3}=1} A^2 = 2 + \sqrt{3} - 2 + 2 - \sqrt{3} \Rightarrow A^2 = 2 \xrightarrow{A>0} A = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}A = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

بنابراین داریم:

رادیکال مرکب

برای ساده کردن عباراتی مانند $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ که «رادیکال مرکب» نامیده می شوند، معمولاً از اتحاد مربع دو جمله ای استفاده می شود.

$$\sqrt{14-6\sqrt{5}} \xrightarrow{\substack{14-5=9 \\ \sqrt{9}=3}} \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{9+5-6\sqrt{5}} = \sqrt{(3)^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(3)(\sqrt{5})} = \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = |\sqrt{5}-3| = 3-\sqrt{5}$$

$$\sqrt{18-2\sqrt{15}} \xrightarrow{\substack{18=5+13 \\ 15=5 \times 3}} \sqrt{18-2\sqrt{15}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{5} \times \sqrt{3})} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = |\sqrt{5}-\sqrt{3}| = \sqrt{5}-\sqrt{3}$$



یادآوری!

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases} \quad |x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$



۱۵- اگر $3x - 2$ یک شمارنده $27x^3 - 2a$ باشد، آن گاه عبارت $2ax^3 + 1$ یک مضرب کدام عبارت زیر است؟

(۱) $4x^2 - 2x + 1$ (۲) $4x^2 + 2x + 1$ (۳) $4x^2 + 4x + 1$ (۴) $4x^2 - 4x + 1$

(آسان - مفهومی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

چون $3x - 2$ شمارنده $27x^3 - 2a$ است، پس اگر $27x^3 - 2a$ را به کمک اتحاد چاق و لاغر تجزیه کنیم باید $3x - 2$ در آن وجود داشته باشد.

$$27x^3 - 2a = (3x - \sqrt[3]{2a})(9x^2 + 3x\sqrt[3]{2a} + \sqrt[3]{4a^2}) = (3x - 2)(\text{چاق})$$

$$\Rightarrow 3x - \sqrt[3]{2a} = 3x - 2 \Rightarrow \sqrt[3]{2a} = 2 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

بنابراین داریم:

$$2ax^3 + 1 \xrightarrow{a=4} 8x^3 + 1 \Rightarrow 8x^3 + 1 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$$

جرقه ذهنی!

روش سریعتر: چون $3x - 2$ شمارنده $27x^3 - 2a$ است، پس ریشه عبارت اول، عبارت دوم را صفر می‌کند:

$$3x - 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$27x^3 - 2a \xrightarrow{x=\frac{2}{3}} 27\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2a = 0$$

$$\Rightarrow 27 \times \frac{8}{27} - 2a = 0 \Rightarrow 8 - 2a = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

شمارنده بودن یا مقسوم‌علیه بودن یک عبارت جبری یعنی چی؟!

وقتی می‌گوییم عبارت $A(x)$ شمارنده $B(x)$ است، یعنی عبارت $B(x)$ بر عبارت $A(x)$ بخش‌پذیر است و در تقسیم $A(x)$ به $B(x)$ باقی‌مانده صفر دارد.

به زبان ساده‌تر: اگر عبارت بزرگ‌تر را تجزیه کنیم، عبارت‌های کوچک‌تر درونش دیده می‌شوند که شمارنده‌های آن هستند.

به نمونه باحال بین!

شمارنده‌های $x^2 - 4$ را به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

$$x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

عبارت را تجزیه می‌کنیم:

مشاهده می‌شود که $x - 2$ و $x + 2$ در تجزیه $x^2 - 4$ قرار دارند، پس شمارنده‌های آن هستند.

به نکته طلایی!

اگر عبارت A شمارنده عبارت B باشد، آن گاه اگر ریشه A در B قرار دهیم مقدار آن صفر می‌شود.

به نمونه باحال بین!

آیا $x - 1$ شمارنده $x^2 - 4x + 3$ است؟



پاسخ تشریحی:

$$A(x) = x - 1 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$B(x) = x^2 - 4x + 3 \xrightarrow{x=1} B = 1 - 4 + 3 = 0 \Rightarrow A \text{ شمارنده } B \text{ است.}$$



۱۶- اگر $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{8}{x^3}$ کدام است؟

۴۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۲ و ۶۳ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا $4x$ را به سمت راست انتقال داده و سپس دو طرف را بر x تقسیم می‌کنیم.

$$x^2 + 2 = 4x \Rightarrow \frac{x^2 + 2}{x} = 4 \Rightarrow x + \frac{2}{x} = 4$$

با توجه به اتحاد $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ داریم:

$$x^3 + \frac{8}{x^3} = (x + \frac{2}{x})^3 - 3(x)(\frac{2}{x})(x + \frac{2}{x}) \xrightarrow{x + \frac{2}{x} = 4} x^3 + \frac{8}{x^3} = 4^3 - 3(2)(4) = 64 - 24 = 40$$



۱۷- حاصل $A = x + \frac{1}{2-x}$ به‌ازای $x = 4 + \sqrt{5}$ چقدر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - خط‌به‌خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۶۷ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

به جای x ، مقدار آن را جایگزین کرده و سپس گویا می‌کنیم:

$$A = 4 + \sqrt{5} + \frac{1}{2 - (4 + \sqrt{5})} = 4 + \sqrt{5} + \frac{-1}{\sqrt{5} + 2}$$

$$A = 4 + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5} + 2} \times \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 2} \Rightarrow A = 4 + \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5} - 2}{5 - 4}$$

$$\Rightarrow A = 4 + \sqrt{5} - \sqrt{5} + 2 \Rightarrow A = 6$$

@Tahlilazemoon

گویا کردن مخرج کسر

در گویا کردن مخرج یک کسر، کسری برابر با کسر اول به دست می‌آید که مخرج آن بدون رادیکال است. برای گویا کردن ۳ حالت در نظر می‌گیریم:

۱) اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[n]{a^m}$ ($m, n \in \mathbb{N}, n > m$) باشد صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ضرب می‌کنیم.

۲) اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ باشد، صورت و مخرج کسر را در مزدوج آن ضرب می‌کنیم.

۳) اگر مخرج کسر به صورت $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$ یا $\sqrt[3]{a^2} \pm \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}$ باشد صورت و مخرج کسر را در قسمت چاق یا (متناظراً) لاغر عبارت مخرج ضرب می‌کنیم.

به نمونه باحال بین!

$$\frac{1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{1}{\sqrt{5} + 1} \times \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} - 1} = \frac{1(\sqrt{5} - 1)}{5 - 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$



۱۸- اگر $a^3 + b^3 = 18$ و $a + b = 3$ باشد، حاصل $A = \frac{1}{2+a^3} + \frac{1}{2+b^3}$ کدام است؟

$$\frac{11}{23} \quad (4)$$

$$\frac{11}{41} \quad (3)$$

$$\frac{22}{23} \quad (2)$$

$$\frac{22}{41} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۶۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اتحاد زیر داریم:

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) \Rightarrow 18 = (3)^3 - 3ab(3) \Rightarrow 18 = 27 - 9ab \Rightarrow 9ab = 9 \Rightarrow ab = 1$$

از طرفی در عبارت A مخرج مشترک می‌گیریم:

$$A = \frac{1}{2+a^3} + \frac{1}{2+b^3} = \frac{2+a^3+b^3}{(2+a^3)(2+b^3)} \Rightarrow A = \frac{2+a^3+b^3}{4+2b^3+2a^3+a^3b^3} = \frac{2+a^3+b^3}{4+2(a^3+b^3)+(ab)^3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2+18}{4+2(18)+1} = \frac{22}{4+36+1} = \frac{22}{41}$$



۱۹- با فرض $P = \frac{x\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$ حاصل P^2 به ازای $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۶۶ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

از اتحادهای $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ استفاده می‌کنیم.

$$x\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x})^3 + 1 = (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$$

$$x\sqrt{x} - 1 = (\sqrt{x})^3 - 1 = (\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)$$

$$\Rightarrow P = \frac{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{x + \sqrt{x} + 1}$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} \Rightarrow P^2 = 4x \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{3}}{2}} P^2 = 2\sqrt{3}$$



۲۰- اگر $2\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-3} = 7$ باشد، مقدار $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-3}$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۶۷ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{4x+4} + \sqrt{4x-3} = 7$$

عدد ۲ پشت رادیکال را زیر رادیکال می‌بریم:

فرض کنید $A = \sqrt{4x+4} - \sqrt{4x-3}$. دو طرف تساوی را در هم ضرب می‌کنیم.

$$(\sqrt{4x+4} + \sqrt{4x-3})(\sqrt{4x+4} - \sqrt{4x-3}) = 7A$$

$$\Rightarrow 4x+4 - 4x+3 = 7A \Rightarrow A = 1$$

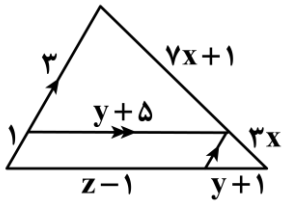
$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{4x+4} + \sqrt{4x-3} = 7 \\ \sqrt{4x+4} - \sqrt{4x-3} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{جمع: } 2\sqrt{4x+4} = 8 \Rightarrow \sqrt{4x+4} = 4 \\ \text{تفاضل: } 2\sqrt{4x-3} = 6 \Rightarrow \sqrt{4x-3} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4x+4} + \sqrt{4x-3} = 5$$





۲۱- در شکل مقابل حاصل $\frac{z-y}{2x} + \frac{2x+7}{y}$ کدام است؟

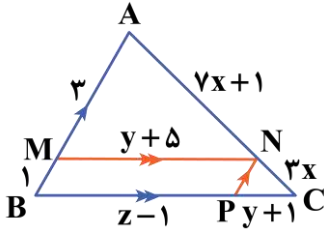


- ۱۵ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

(آسان - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

مثلت داده شده را نام گذاری می کنیم.



گام اول

طبق قضیه تالس (جزء به کل) داریم:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{7x+1}{10x+1} \Rightarrow 30x+3 = 28x+4 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

گام دوم

مطابق شکل، $MB \parallel NP$ و $MN \parallel BP$. پس چهارضلعی $MNPB$ یک متوازی الاضلاع است، بنابراین $MN = BP$ و $MB = NP$.

گام سوم

طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{MN}{BP+PC} = \frac{AM}{AB} \xrightarrow{MN=BP} \frac{MN}{MN+PC} = \frac{AM}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{y+5}{(y+5)+(y+1)} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4y+20 = 6y+18 \Rightarrow 2y=2 \Rightarrow y=1$$

گام چهارم

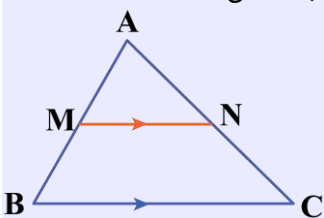
$$MN = BP \Rightarrow y+5 = z-1 \Rightarrow z-1 = 6 \Rightarrow z = 7$$

گام آخر

$$\frac{z-y}{2x} + \frac{2x+7}{y} = \frac{7-1}{2 \times (\frac{1}{2})} + \frac{2(\frac{1}{2})+7}{1} = 6+8 = 14$$

قضیه تالس

اگر خطی با یک ضلع مثلثی موازی باشد و دو ضلع دیگر را قطع کند، نسبت پاره‌خط‌هایی که روی یکی از این دو ضلع پدید می‌آورد برابر است با نسبت پاره‌خط‌های نظیر که روی ضلع دیگر پدید می‌آورد. به بیان دیگر، اگر در شکل زیر، $MN \parallel BC$ باشد، آن‌گاه:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



ترکیب تالس و تناسب: در مثلث بالا، با استفاده از قضیه تالس و ویژگی‌های تناسب، خواهیم داشت:

۱) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ نسبت جزء به کل

۲) $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ نسبت جزء به کل

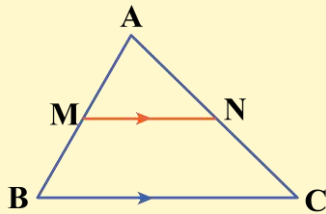
۳) $\frac{AM}{AN} = \frac{MB}{NC}$ نسبت جزء به جزء

تعمیم قضیه تالس

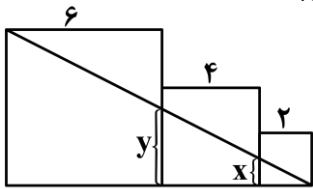


در مثلث ABC وقتی MN موازی BC است، خواهیم داشت:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$



۲۲- مطابق شکل، سه مربع به اضلاع ۲، ۴ و ۶ به هم چسبیده‌اند، در این صورت حاصل $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ کدام است؟



$\frac{1}{4}$ (۲)
 $\frac{4}{3}$ (۴)

۴ (۱)
 $\frac{3}{4}$ (۳)

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ (صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲)

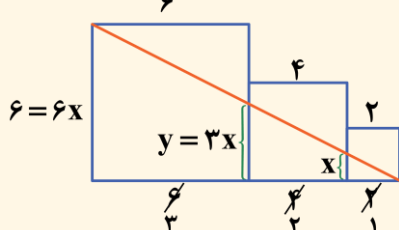
پاسخ: گزینه ۴

برای مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شده، دوبار تعمیم قضیه تالس را انجام می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} (۱): \frac{x}{6} &= \frac{2}{2+4+6} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{2}{12} \Rightarrow x=1 \\ (۲): \frac{y}{6} &= \frac{2+4}{2+4+6} \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{6}{12} \Rightarrow y=3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

فوت کوزه‌گری!

خط صاف پایین به ترتیب از راست به چپ با نسبت‌های $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}$ تقسیم شده است، یعنی خطوط موازی به ترتیب دارای نسبت‌های



$x=1$
 $y=3$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3}$

$x, 3x, 6x$ می‌باشند، مطابق شکل:

یعنی $6x = 6$ ، پس:

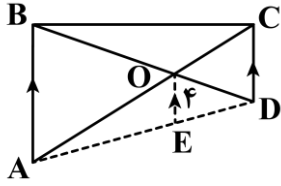
سپس $y = 3x$ ، پس:

در نهایت:





۲۳- در شکل مقابل، $2CD = AB$ و $OE = 4$ است. حاصل $AB + CD$ کدام است؟

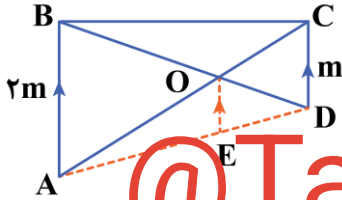


- (۱) ۶
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۰

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

در شکل داده شده، مقدار $CD = m$ را فرض کردیم، که متقابلاً $AB = 2m$ خواهد بود.



@Tahlilazemoon

$$\frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} \quad (1)$$

$$\frac{OE}{CD} = \frac{AE}{AD} \quad (2)$$

در مثلث ABD، چون $OE \parallel AB$ است، داریم:

در مثلث ACD، چون $OE \parallel CD$ است، داریم:

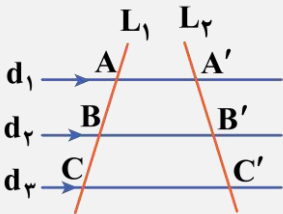
طرفین دو تساوی (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{OE}{AB} + \frac{OE}{CD} = \frac{DE}{AD} + \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{4}{2m} + \frac{4}{m} = \frac{DE + AE}{AD} \Rightarrow \frac{2 + 4}{m} = \frac{AD}{AD} \Rightarrow \frac{6}{m} = 1 \Rightarrow m = 6$$

$$\Rightarrow AB + CD = 2m = 12$$

قضیه تالس در حالت کلی‌تر

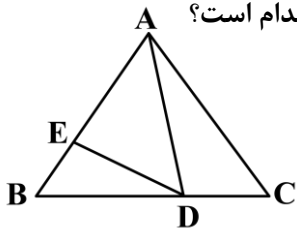
اگر چند خط موازی، دو خط را قطع کنند، پاره‌خط‌های متناظر ایجاد شده روی آن دو خط، با هم متناسب‌اند، یعنی در شکل مقابل داریم:



$$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



۲۴- در شکل مقابل، $AB = AC$ است. اگر $\hat{D}AC = \hat{E}DB$ ، $BE = 3$ ، $BD = 6$ و $DC = 4$ باشد، اندازه AE کدام است؟

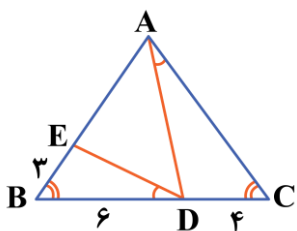


- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم $AB = AC$ ، پس مثلث ABC در رأس A متساوی‌الساقین است.



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{D}AC = \hat{E}DB \end{cases} \xrightarrow{(ز)} \triangle EBD \sim \triangle DAC$$



وقتی دو مثلث DAC و EBD متشابه‌اند، یعنی نسبت اضلاع متناظر آن‌ها با هم برابر است، یعنی:

$$\frac{BD}{AC} = \frac{BE}{DC} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \frac{6}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AC = 8$$

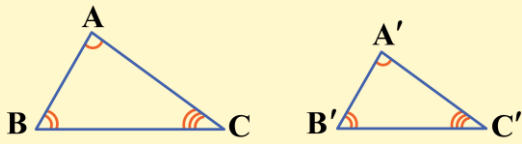
بنابر فرض مسئله داریم: $AB = AC = 8$ ، پس:

$$AB = 8 \Rightarrow AE + EB = 8 \xrightarrow{EB=3} AE + 3 = 8 \Rightarrow AE = 5$$

تشابه مثلث‌ها



وقتی دو مثلث متشابه‌اند، زاویه‌های مساوی دارند. در این صورت نسبت اضلاع متناظر آن‌ها نیز یکسان خواهد بود.



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} 1) k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \\ 2) \hat{C} = \hat{C}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{A} = \hat{A}' \end{cases}$$

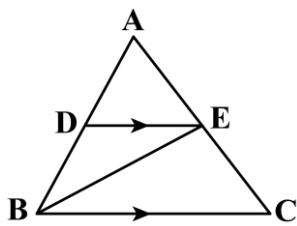
حالت‌های تشابه دو مثلث

تناسب سه ضلع	دو ضلع متناسب و برابری زاویه بین	دو زاویه برابر
<p>اگر اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اضلاع مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.</p> $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$	<p>اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه بین آن‌ها برابر باشد، دو مثلث متشابه‌اند.</p> $\left. \begin{matrix} \hat{A}' = \hat{A} \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$	<p>اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.</p> $\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
مثال	مثال	مثال
$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{DF} = 3$ $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$	$\hat{A} = \hat{A}, \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$	$\left\{ \begin{matrix} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{C} \end{matrix} \right. \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle CDO$





۲۵- در دوزنقه $DECB$ ، مساحت $\triangle BEC$ به مساحت $\triangle DBE$ ، $\frac{5}{3}$ است. نسبت مساحت $DECB$ به مساحت $\triangle ADE$ کدام است؟



$$\frac{12}{5} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (1)$$

$$\frac{8}{9} \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ (صفحه ۴۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که $DE \parallel BC$ است، دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند، نسبت تشابه این دو مثلث را k در نظر می‌گیریم، پس:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = k \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = k^2$$

$$\frac{S_{\triangle BEC}}{S_{\triangle DBE}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BEC}}{S_{\triangle DBE}} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{1}{k} \Rightarrow k = \frac{3}{5} \Rightarrow k^2 = \frac{9}{25}$$

از شرط مسئله داریم:

$$S_{\triangle ADE} = k^2 S_{\triangle ABC} = \frac{9}{25} S_{\triangle ABC}, \quad S_{DECB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE} = (1 - k^2) S_{\triangle ABC} = \frac{16}{25} S_{\triangle ABC}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{DECB}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{16}{25}}{\frac{9}{25}} = \frac{16}{9}$$

در نهایت:

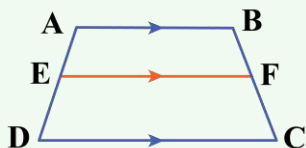
نسبت محیط‌ها و مساحت‌های دو مثلث متشابه

۱) نسبت هر دو جزء متناظر از جنس پاره‌خط (ارتفاع، میانه، نیمساز، محیط و ...) در دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه یا همان k است.

۲) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر k^2 است.

قضیه تالس در دوزنقه

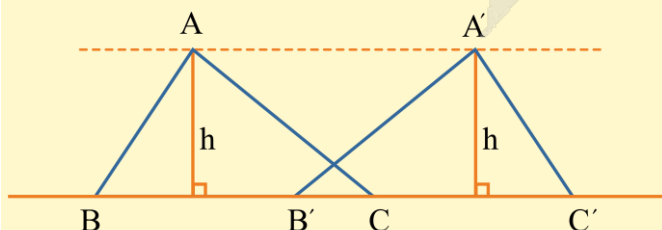
اگر خطی موازی دو قاعده دوزنقه رسم شود، روی ساق‌ها، پاره‌خط‌های متناظر متناسب ایجاد می‌کند، یعنی در شکل زیر، اگر $EF \parallel AB \parallel DC$ باشد، آن‌گاه:



$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

نسبت مساحت مثلث‌های هم‌ارتفاع!

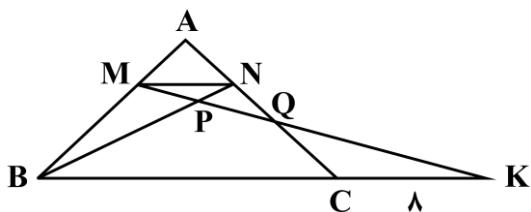
در مثلث‌هایی که ارتفاع‌ها با هم برابر است، نسبت مساحت‌ها همان نسبت قاعده‌ها است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$



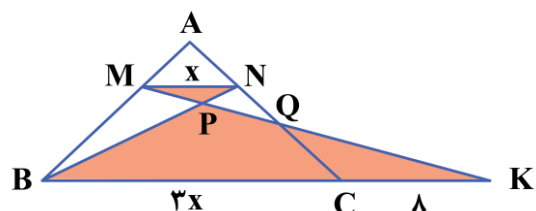
۲۶- در شکل مقابل، $AN = ۳AC$ ، $AM = ۲BM$ ، $PN = ۶BN$ و $CK = ۸$ ، طول BK کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۱۲
- (۳) ۲۰
- (۴) ۱۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه (صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



طبق فرض:

$$۲AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{AM}{BM + AM} = \frac{۱}{۲+۱} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۳}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{۱}{۳}$$

حالا داریم:

فرض می کنیم $MN = x$ و $BC = ۳x$ باشد. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}PN = \hat{B}PK \text{ (متقابل به رأس)} \\ \hat{M}NP = \hat{B}PK \text{ (خطوط موازی و مورب)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز)}} \triangle PMN \sim \triangle PBK$$

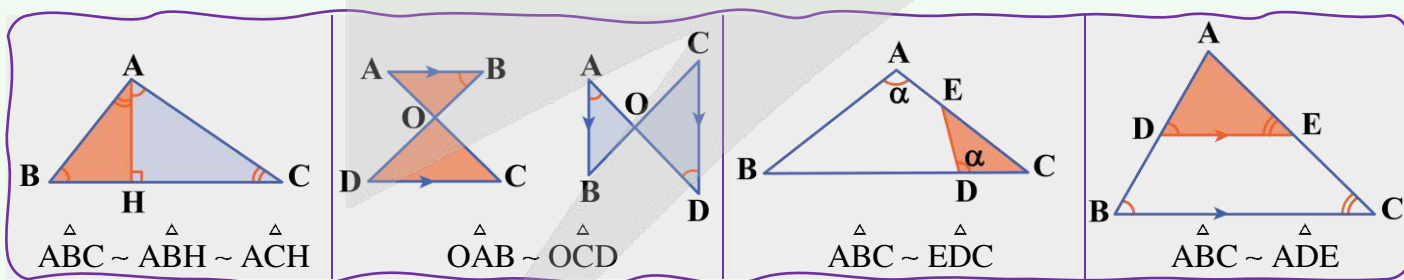
نسبت اضلاع متناظر را برابر هم قرار می دهیم:

$$\frac{MN}{BK} = \frac{PN}{PB} \Rightarrow \frac{MN}{BC + CK} = \frac{PN}{BN - PN} \Rightarrow \frac{x}{۳x + ۸} = \frac{۱}{۶ - ۱} \Rightarrow ۵x = ۳x + ۸ \Rightarrow x = ۴$$

$$BK = ۳x + ۸ = ۲۰$$

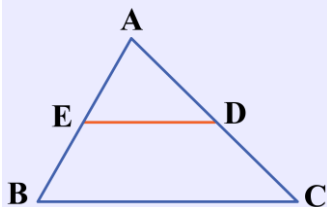
مدل های معروف تشابه مثلث ها

این ۴ مدل شکل در تشابه مثلث ها، خیلی پرتکرارن.



عکس قضیه تالس

اگر خطی روی دو ضلع مثلثی، چهار پاره خط با اندازه های متناسب ایجاد کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.



$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow ED \parallel BC$$



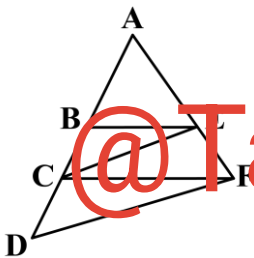
تساوی بین دو نسبت را تناسب می‌گوییم، مانند $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$. چه کارهایی می‌توانیم در تناسب انجام دهیم؟

طرفین وسطین	$x \times w = z \times y$
جابه‌جایی صورت یک کسر با مخرج کسر مقابل	$\frac{x}{z} = \frac{y}{w}, \frac{w}{y} = \frac{z}{x}$
معکوس کردن طرفین تناسب	$\frac{y}{x} = \frac{w}{z}$
ترکیب در صورت یا مخرج	$\frac{x+y}{y} = \frac{z+w}{w}, \frac{x}{x+y} = \frac{z}{z+w}$
تفضیل در صورت یا مخرج	$\frac{ x-y }{y} = \frac{ z-w }{w}, \frac{x}{ y-x } = \frac{z}{ w-z }$
ترکیب و تفضیل هم‌زمان	$\frac{x+y}{ x-y } = \frac{z+w}{ z-w }, \frac{ x-y }{x+y} = \frac{ z-w }{z+w}$
جمع صورت‌ها با هم در صورت و جمع مخرج‌ها با هم در مخرج	$\frac{x}{y} = \frac{z}{w} = \frac{x+z}{y+w} = \frac{ax+bz}{ay+bw} \quad (a, b \in \mathbb{R})$ به شرطی که مخرج‌ها صفر نشوند.



۲۷- در شکل مقابل، $\frac{1}{3} CE = BC = \frac{2}{3} AB = 2$ ، $CF \parallel BE$ و $CE \parallel DF$ است. حاصل $DC + DF$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۰/۵
- (۳) ۵
- (۴) ۱۲/۵

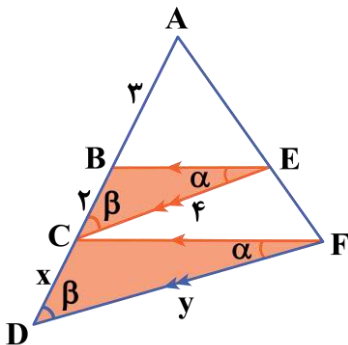


@Tahlilazemoon

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ و ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا اندازه اضلاع را به دست آورده و شکل را مجدداً با اطلاعات داده شده رسم می‌کنیم:



$$\frac{1}{3} CE = BC = \frac{2}{3} AB = 2 \Rightarrow CE = 4, BC = 2, AB = 3$$

طبق درسنامه انتهای سؤال داریم: (DC را x فرض کردیم).

$$AC^2 = AB \times AD \Rightarrow 5^2 = 3(5+x) \Rightarrow 25 = 15 + 3x \Rightarrow x = DC = \frac{10}{3}$$



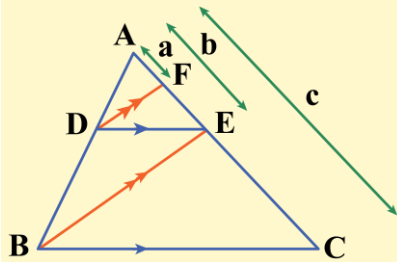
دو مثلث BCE و CFD متشابه‌اند، پس: (DF را y فرض کردیم).

$$\frac{BC}{CD} = \frac{CE}{DF} \Rightarrow \frac{2}{\frac{10}{3}} = \frac{4}{y} \Rightarrow y = DF = \frac{20}{3}$$

$$DC + DF = \frac{10}{3} + \frac{20}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

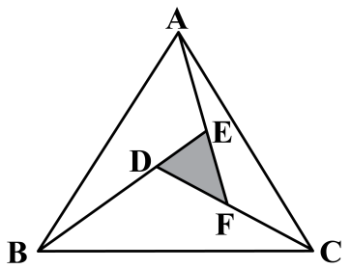
تالس دوبل!

اگر در یک مثلث دو زوج خط موازی داشته باشیم (شکلی شبیه Z)، با دو بار استفاده از تالس داریم:



$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC : DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \triangle ABE : DF \parallel BE &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{a}{b} \Rightarrow b^2 = ac$$

۲۸- در شکل مقابل، $\hat{C}AF = \hat{A}BE = \hat{B}CD$ است. اگر $AC = 6$ و $EF = 2$ باشد، محیط مثلث ABC چند برابر محیط مثلث EDF است؟

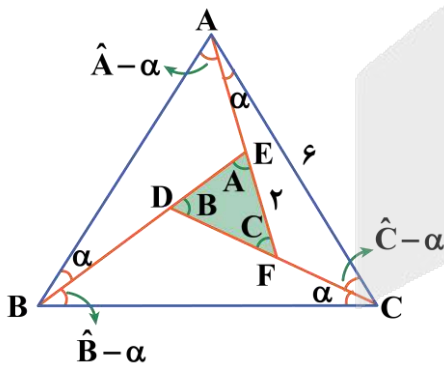


- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا زاویه $\hat{A}BE$ را برابر با α در نظر می‌گیریم و در نتیجه داریم:



$$\hat{C}AF = \hat{A}BE = \hat{B}CD = \alpha$$

می‌دانیم که اندازه زاویه خارجی یک مثلث با مجموع زوایای داخلی غیرمجاورش برابر است، پس:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{خارجی } \hat{E}FD &= \hat{C} - \alpha + \alpha = \hat{C} \\ \text{خارجی } \hat{E}DF &= \hat{B} - \alpha + \alpha = \hat{B} \\ \text{خارجی } \hat{D}EF &= \hat{A} - \alpha + \alpha = \hat{A} \end{aligned} \right.$$



بنابراین دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle EDF$ با یکدیگر متشابه‌اند و نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

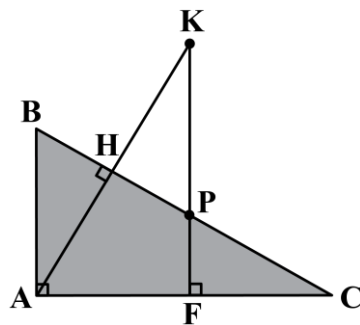
$$k = \frac{AC}{EF} = \frac{6}{2} = 3$$

می‌دانیم که اگر دو مثلث متشابه باشند، نسبت اندازه‌های هر دو جزء متناظر (ارتفاع‌ها، میانه‌ها، نیمسازها و محیط‌ها) با نسبت تشابه برابر است، پس:

$$\frac{\text{محیط } \triangle ABC}{\text{محیط } \triangle EDF} = k = 3$$



۲۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AB = 2$ ، $AC = 2\sqrt{3}$ و ارتفاع وارد بر وتر است. AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا به K برسیم. عمود KF بر ضلع AC ، BC را در P قطع می‌کند. حاصل $PC - \frac{AK}{BP}$ کدام است؟

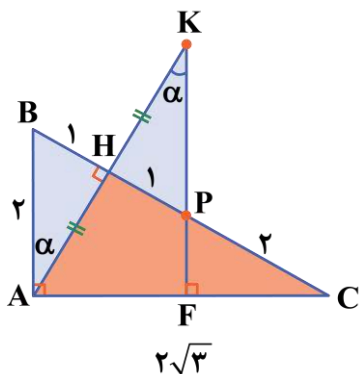


- (۱) $2 - \sqrt{2}$
- (۲) $3 - \sqrt{3}$
- (۳) $3 - \sqrt{2}$
- (۴) $2 - \sqrt{3}$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - هندسه ۱ (صفحه ۴۲ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \xrightarrow{AH=HK} HK = \sqrt{3} \Rightarrow AK = 2\sqrt{3}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 4 = BH \times 4 \Rightarrow BH = 1$$

$$\hat{B}HA = \hat{P}HK = 90^\circ$$

$$AH = HK$$

$$\hat{B}AH = \hat{P}KH \text{ (خطوط موازی و مورب)}$$

$$\xrightarrow{\text{(ضریب)}} \triangle ABH \cong \triangle PHK$$

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} PH = BH = 1 \Rightarrow BP = 2 \Rightarrow PC = BC - BP \Rightarrow PC = 2$$

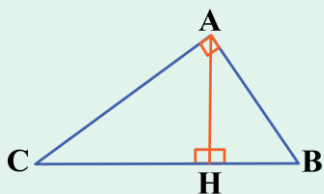
حالا خواسته نهایی سؤال را به دست می‌آوریم:

$$PC - \frac{AK}{BP} = 2 - \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$



روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

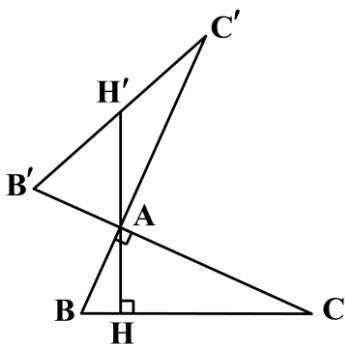
در مثلث قائم الزاویه ABC روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را **روابط طولی** می‌نامیم، زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:



- ۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۲) $AH \times BC = AB \times AC$
- ۳) $AH^2 = BH \times HC$
- ۴) $AB^2 = BH \times BC$
- ۵) $AC^2 = CH \times BC$
- ۶) $\frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{BH}{CH}}$ (نتیجه ۴ و ۵)



۳۰- در شکل مقابل، $AB=6$ ، $AC=8$ و $\hat{A}=90^\circ$ است. اگر $AB=AB'$ ، $AC=AC'$ و ارتفاع وارد بر وتر مثلث ABC باشد، طول

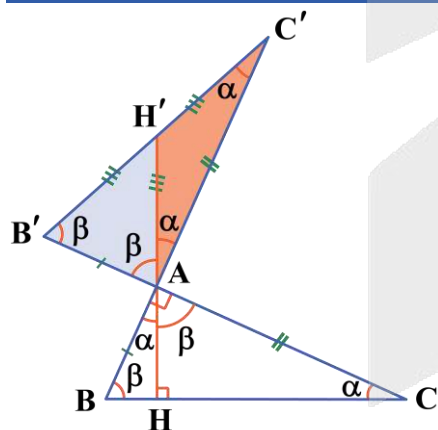


پاره خط HH' کدام است؟

- ۱) $9/8$
- ۲) $9/6$
- ۳) $9/7$
- ۴) $9/5$

(سخت - ترکیبی - زمان ۲۰) - هندسه ۱ صفحه ۴۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱



$$\left. \begin{matrix} AB = AB' \\ \hat{B}AC = \hat{B}'AC' \\ AC = AC' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ABC \cong \triangle AB'C'$$

با توجه به همنهستی دو مثلث، اجزای متناظر را برابر با هم قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow C = C' = \alpha, \quad B = B' = \beta, \quad BC = B'C'$$

بنابراین با توجه به زوایای متقابل به رأس و ارتفاع وارد بر وتر BC داریم:

$$BC = B'C' = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

مثلث $AB'C'$ متشکل از دو مثلث متساوی الساقین $AB'H'$ و $AC'H'$ است، پس:

$$AH' = B'H' = C'H'$$

یعنی امتداد ارتفاع AH برای مثلث $AB'C'$ ، میانه ضلع $B'C'$ است.

$$AH' = B'H' = C'H' = \frac{B'C'}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow AH' = 5$$

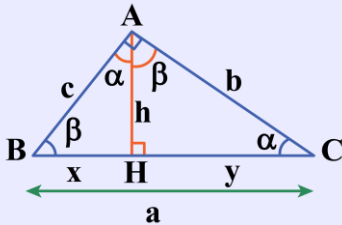


$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

$$HH' = AH + AH' = 4.8 + 5 = 9.8$$

روابط طولی در مثلث‌های قائم‌الزاویه به بیان دیگر

در یک مثلث قائم‌الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر، سه مثلث متشابه ایجاد می‌شود که روابط زیر در آن صادق است.



$$\triangle ABH \sim \triangle CAH \sim \triangle CBA$$

$$AH^2 = BH \cdot HC \quad \text{یا} \quad h^2 = xy$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \quad \text{یا} \quad c^2 = xa$$

$$AC^2 = CH \cdot BC \quad \text{یا} \quad b^2 = ya$$

همچنین ارتفاع وارد بر وتر برابر است با:

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} \quad \text{یا} \quad h = \frac{bc}{a}$$



@Tahlilazemoon



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code را بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان

(از فشارسنج شماره‌ها تا قبل از پایستگی انرژی مکانیکی) - صفحه‌های ۳۸ تا ۶۸

بودجه‌بندی

این آزمون

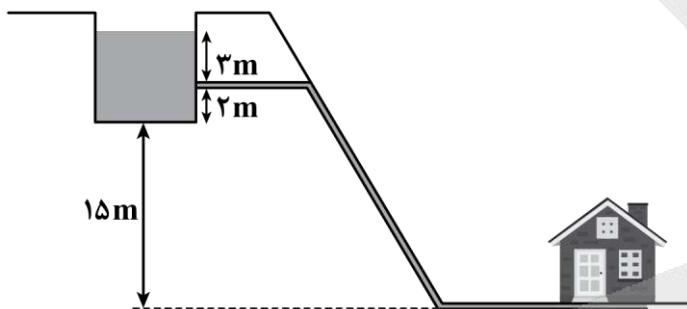
سهم در

کنکور

در مجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

۳۱- مطابق شکل زیر، آب مصرفی یک کلبه از استخری که در بالای یک بلندی قرار دارد، تأمین می‌شود. فشار پیمانه‌ای آب در کف

این کلبه چند کیلوپاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و فرض کنید آب، ساکن است).



۱۰۰ (۱)

۱۵۰ (۲)

۱۷۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - سریع - صفحه ۳۸ - نوآورانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به شکل، ارتفاع آب درون لوله را به دست می‌آوریم:

$$h = 15 + 2 + 3 = 20 \text{ m}$$

چون فشار پیمانه‌ای آب خواسته شده است، کاری به فشار هوا نداریم:

$$\text{فشار پیمانه‌ای آب: } P_g = \rho g h = 10^3 \times 10 \times 20 = 200 \times 10^3 \text{ Pa} = 200 \text{ kPa}$$



۳۲- برای تعیین چگالی یک مایع از دستگاهی مطابق شکل زیر استفاده می‌کنیم. اگر مایعات در حال تعادل باشند، چگالی ρ_2 چند

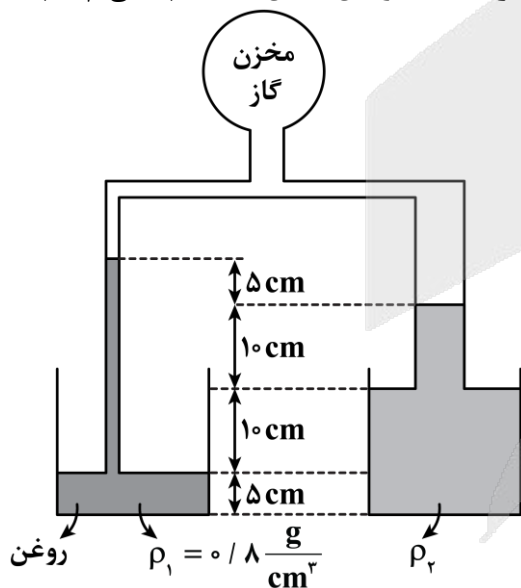
گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

۰/۳۲ (۱)

۰/۶۴ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)



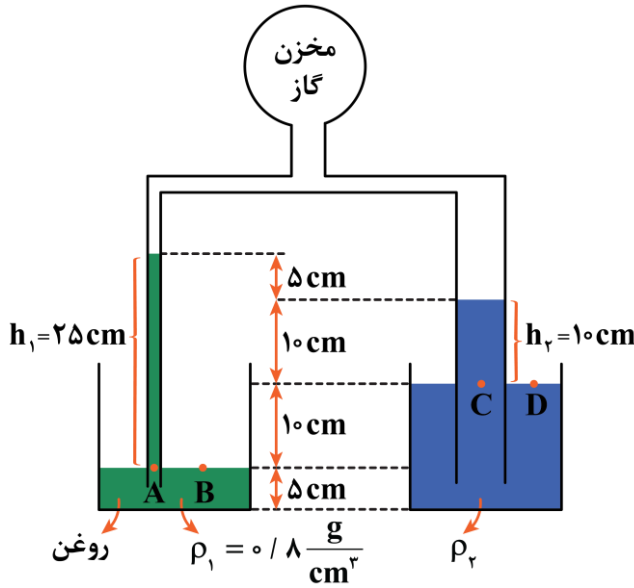


با توجه به شکل، فشار در نقاط A, B, C و D با هم برابر است:

$$\left. \begin{aligned} \text{نقاط A و B هم‌ترازند: } P_A = P_B \xrightarrow{P_B = P_0} P_A = P_0 \\ \text{نقاط C و D هم‌ترازند: } P_C = P_D \xrightarrow{P_D = P_0} P_C = P_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_A = P_C$$

با توجه به برابری فشار در نقاط A و C می‌توان نوشت:

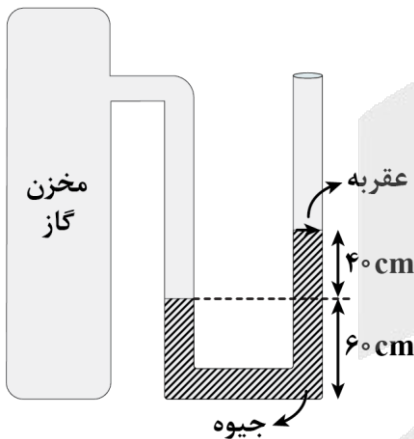
$$\begin{aligned} P_A = P_C &\Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{گاز}} = \rho_2 g h_2 + P_{\text{گاز}} \\ \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 &\Rightarrow 0.8 \times 25 = \rho_2 \times 10 \Rightarrow \rho_2 = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$



۳۲- در شکل زیر، فشار گاز درون مخزن ۱۱۰ cmHg است. اگر به کمک یک پمپ، گاز درون مخزن را به طور کامل تخلیه کنیم، عقربه

شناور روی جیوه چند سانتی‌متر تغییر ارتفاع می‌دهد؟

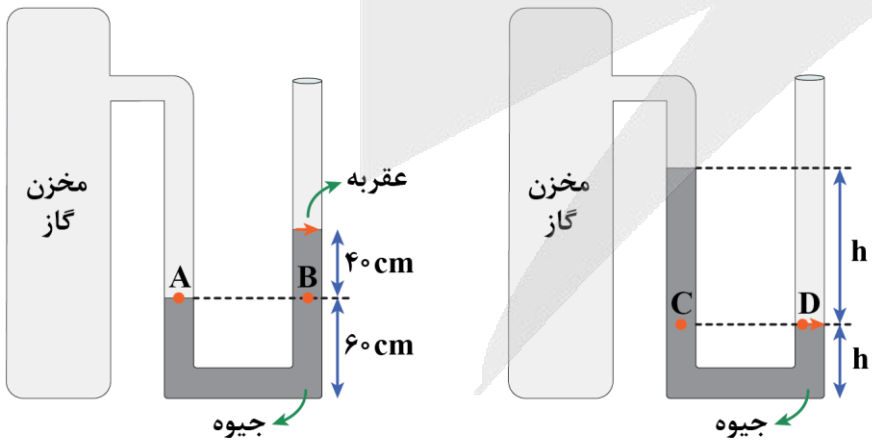
- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۵
- (۴) ۷۰



سخت - استدلالی - استاندارد (صفحة ۳۸ - نوآورانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با تخلیه گاز درون مخزن، فشار مخزن، صفر خواهد شد. به همین دلیل فشار هوا باعث می‌شود مقداری جیوه از شاخه سمت راست وارد شاخه سمت چپ شود:



شکل (۱)

شکل (۲)

نقاط A و B در شکل (۱) هم‌تراز هستند؛ پس:

$$P_A = P_B \Rightarrow 110 \text{ cmHg} = 40 \text{ cmHg} + P_0 \Rightarrow P_0 = 70 \text{ cmHg}$$

با توجه به شکل (۲)، با تخلیه گاز درون مخزن، فشار مخزن، صفر می‌شود ولی فشار هوا تغییری نمی‌کند. با توجه به این که نقاط C و D هم‌ترازند، می‌توان نوشت:

$$P_C = P_D \Rightarrow h + 0 = 70 \text{ cmHg} \Rightarrow h = 70 \text{ cm}$$

با توجه به این که مقدار ارتفاع جیوه دو شاخه لوله U شکل در هر دو حالت برابر است، داریم:

$$60 + 60 + 40 = h' + h' + 70 \Rightarrow h' = 45 \text{ cm}$$

در حالت اول ارتفاع عقربه ۱۰۰ cm و در حالت دوم ارتفاع عقربه ۴۵ cm است؛ پس ارتفاع عقربه ۵۵ cm کاهش می‌یابد.

سوتی‌های پرتکرار

اگر به واژه تغییر ارتفاع دقت نداشته باشید، در دام گزینه (۲) می‌افتید.



۳۴ - به کمک یک فشارسنج، فشار باد لاستیک یک خودرو را اندازه گرفته‌ایم. عددی که فشارسنج نشان می‌دهد برابر با ۳ psi است.

فشار باد درون لاستیک این خودرو چند پاسکال است؟ ($1 \text{ psi} = 6900 \text{ Pa}$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

- (۱) $1/07 \times 10^5$ (۲) $2/07 \times 10^5$ (۳) $2/2 \times 10^5$ (۴) $3/07 \times 10^5$

(متوسط - محاسباتی - سریع) (صفحه ۳۹ - نوآورانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای باد لاستیک را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$$P_g = 3 \text{ psi} = 30 \times 6900 \text{ Pa} = 207000 \text{ Pa}$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 \Rightarrow 207000 = P_{\text{گاز}} - 10^5$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} = 3/07 \times 10^5 \text{ Pa}$$



۳۵ - مکعبی به‌طور کامل داخل آب قرار دارد و معلق است. اگر این مکعب را به آرامی پایین‌تر ببریم و آن را از حالت سکون رها کنیم،

کدام‌یک از حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد؟ (تمام نقاط آب، هم‌دما هستند.)

(۱) به خاطر فشار بیشتری که به آن وارد می‌شود، به سمت پایین حرکت می‌کند.

(۲) به خاطر نیروی شناوری، رو به بالا حرکت می‌کند.

(۳) به خاطر ثابت بودن مقدار نیروی شناوری، همچنان معلق و ساکن می‌ماند.

(۴) بسته به ابعاد مکعب، هر سه حالت ممکن است.

(آسان - مفهومی - سریع) (صفحه ۴۱ - نوآورانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که مکعب در ابتدا در آب، معلق (غوطه‌ور) است، درمی‌یابیم که چگالی آن با چگالی آب برابر است؛ بنابراین وقتی به آرامی آن را پایین‌تر ببریم، باز هم چگالی مکعب با چگالی آب برابر خواهد بود و ساکن و معلق می‌ماند.



۳۶ - جسمی مطابق شکل زیر، در دو مایع به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 در تعادل است. اگر بزرگی نیروی شناوری وارد بر جسم در شکل

«الف» و «ب» به ترتیب F_b و F'_b باشد، کدام گزینه درست است؟



(الف)



(ب)

$$\rho_1 > \rho_2, F'_b = F_b \quad (1)$$

$$\rho_1 > \rho_2, F'_b < F_b \quad (2)$$

$$\rho_1 < \rho_2, F'_b > F_b \quad (3)$$

$$\rho_1 < \rho_2, F'_b = F_b \quad (4)$$

در هر دو وضعیت بر جسم دو نیروی رو به بالای شناوری و نیروی رو به پایین وزن وارد می‌شود. با توجه به در تعادل بودن جسم در هر دو وضعیت، اندازه این دو نیرو یکسان است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{شکل «الف» : } F_b = W \\ \text{شکل «ب» : } F'_b = W \end{array} \right\} \Rightarrow F_b = F'_b$$

در حالت «الف» جسم روی سطح مایع، شناور است؛ پس چگالی آن کم‌تر از چگالی مایع است. در نتیجه اگر چگالی جسم را ρ بنامیم:

$$\rho_1 > \rho$$

در حالت «ب» جسم در مایع، غوطه‌ور است؛ پس چگالی آن با چگالی مایع برابر است، در نتیجه:

$$\rho_2 = \rho$$

در نهایت داریم:

$$\rho_1 > \rho_2$$

نیروی شناوری

نیروی شناوری، نیرویی رو به بالا است که از طرف شاره بر جسمی که درون آن قرار دارد، وارد می‌شود. این نیرو را با \vec{F}_b نمایش می‌دهند. زمانی که جسمی به وزن W را به درون شاره‌ای فرو برده و رها کنیم، سه حالت برای آن می‌تواند رخ دهد:

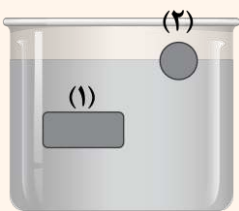
۱- چنانچه $F_b < W$ باشد: جسم به پایین رفته و در ته ظرف ته‌نشین می‌شود، در این حالت $\rho_{\text{جسم}} < \rho_{\text{مایع}}$ است.

۲- چنانچه $F_b = W$ باشد: جسم در همان نقطه رها شده، غوطه‌ور باقی می‌ماند، در این حالت $\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{مایع}}$ است.

۳- چنانچه $F_b > W$ باشد: جسم به بالا آمده و در نهایت زمانی که $F_b = W$ شد، روی سطح شاره، شناور می‌شود، در این حالت $\rho_{\text{جسم}} > \rho_{\text{مایع}}$ است.

یه نمونه باحال

جسم‌های (۱) و (۲) را درون یک مایع فرو برده و رها کرده‌ایم و در نهایت وضعیت دو جسم مطابق شکل زیر شده است. اگر اندازه نیروی شناوری وارد بر این دو جسم در این حالت به ترتیب $F_{b(1)}$ و $F_{b(2)}$ و چگالی آن‌ها به ترتیب ρ_1 و ρ_2 باشد، کدام گزینه درست است؟ (دو جسم هم‌وزن هستند.)



$$\rho_1 = \rho_2, F_{b(1)} = F_{b(2)} \quad (1) \quad \rho_1 > \rho_2, F_{b(1)} = F_{b(2)} \quad (2)$$

$$\rho_1 > \rho_2, F_{b(2)} > F_{b(1)} \quad (3) \quad \rho_1 = \rho_2, F_{b(2)} > F_{b(1)} \quad (4)$$

پاسخ تشریحی:

جسم (۱) درون مایع، غوطه‌ور شده است؛ پس:

$$F_{b(1)} = W \quad (1)$$

$$\rho_1 = \rho_{\text{مایع}} \quad (2)$$

$$F_{b(2)} = W \quad (3)$$

$$\rho_2 < \rho_{\text{مایع}} \quad (4)$$

جسم (۲) روی سطح مایع، شناور است؛ پس:

از ترکیب نتایج (۱) و (۳) می‌توان نوشت:

$$F_{b(1)} = F_{b(2)}$$

و از ترکیب نتایج (۲) و (۴) می‌توان نوشت:

$$\rho_1 > \rho_2$$

پاسخ: گزینه ۲

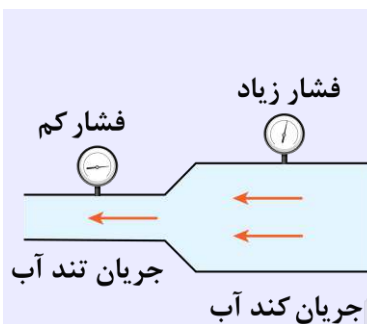
۳۷- مطابق شکل زیر، اگر شخص داخل لوله بدمد، طبق توپ پینگ پونگ
 (۱) معادله پیوستگی - رو به بالا پرتاب می شود.
 (۲) معادله پیوستگی - داخل قیف می ماند.
 (۳) اصل برنولی - رو به بالا پرتاب می شود.
 (۴) اصل برنولی - داخل قیف می ماند.



(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۴۴ - نوآورانه - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

وقتی شخص داخل لوله نازک متصل به قیف می دمد، به خاطر افزایش تندی جریان هوا، طبق اصل برنولی، فشار هوای پایین توپ کم تر از فشار هوای بالای آن شده و توپ داخل قیف می ماند.



همه چیز در مورد اصل برنولی

اصل برنولی: در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی آن، فشار آن کاهش می یابد.

اصل برنولی برای شاره ها زمانی برقرار است که:

- ۱- حرکت شاره ها به صورت لایه ای و در امتداد افق باشد.
- ۲- شاره ها تراکم ناپذیر باشند (چگالی شاره ثابت باشد).
- ۳- اصطکاک داخلی (چسبندگی یا گرانروی) نداشته باشیم.

کاربردهایی از اصل برنولی

- ۱- هنگامی که یک ورقه کاغذ را جلوی دهان می گیریم و در سطح بالایی آن می دمیم، کاغذ به سمت بالا می آید.
- ۲- نحوه ساختن بال های هواپیما طوری است که تندی جریان هوا در قسمت بالای بال بیشتر از پایین آن باشد.
- ۳- پف کردن پوشش برزنتی کامیون در حال حرکت
- ۴- افزایش ارتفاع موج دریا در روزهایی که باد می وزد.
- ۵- در سمپاش ها و افشانه ها با فشار دادن مخزن پلاستیکی جریان هوا تندتر شده و سبب بالا آمدن سم یا عطر از نی می شود.
- ۶- اگر بین دو قایق، جریان آب برقرار کنیم، به دلیل افزایش تندی، فشار بین آن ها کاهش یافته و به هم نزدیک می شوند.

۳۸- شاره ای تراکم ناپذیر به صورت لایه ای و پایا در حال حرکت است. در مسیر حرکت شاره با افزایش مساحت مقطع طبق؛ بنابراین طبق فشار شاره افزایش می یابد.

- (۱) معادله پیوستگی، تندی جریان شاره کاهش می یابد - اصل برنولی
- (۲) معادله پیوستگی، تندی جریان شاره افزایش می یابد - اصل برنولی
- (۳) اصل برنولی، تندی جریان شاره کاهش می یابد - معادله پیوستگی
- (۴) اصل برنولی، تندی جریان شاره افزایش می یابد - معادله پیوستگی

(آسان - خطبه خط - سریع) - صفحه ۴۵ - شبیه کتاب - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

با ترکیب معادله پیوستگی و اصل برنولی در مورد جریان لایه ای و پیوسته یک شاره تراکم ناپذیر داریم:
 با افزایش مساحت مقطع لوله، طبق معادله پیوستگی، تندی جریان شاره کاهش می یابد.
 از طرفی طبق اصل برنولی با کاهش تندی جریان شاره، فشار شاره افزایش می یابد.

۳۹- تندی خروج آب از یک شیلنگ برابر با $\frac{m}{s} 1/6$ است. اگر با انگشت شست خود ۲۰ درصد از سطح مقطع خروجی آب شیلنگ را ببندیم، تندی خروج آب از شیلنگ به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ (آب به صورت پیوسته و لایه‌ای در جریان است).

- (۱) ۱/۲۸ (۲) ۲ (۳) ۲/۵۶ (۴) ۴

(متوسط - محاسباتی - سریع - صفحه ۴۵ - کنکور ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{v_2}{1/6} = \frac{A_1}{0.8 A_1} \Rightarrow v_2 = 2 \frac{m}{s}$$

معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر

در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شارهای که در بازه زمانی Δt از سطح مقطع A_1 می‌گذرد برابر مقدار شارهای است که در همین بازه زمانی از سطح مقطع A_2 می‌گذرد.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی آن، سطح مقطع آن کاهش می‌یابد.

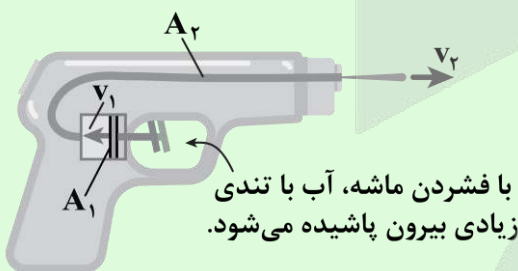
نکات طلایی

- ۱- وقتی در تستی گزینه‌ها در ممیز یا صفر فرق دارن، حواست به تبدیل واحدها باشه! یعنی قبل زدن گزینه یه بار بررسی کن ببین واقعاً طراح چی می‌خواد.
- ۲- هر وقت بحث تغییر سطح مقطع و سرعت بود معادله پیوستگی رو بنویس.
- ۳- هر واحدی سمت چپ نوشته بشه، سمت راست هم همون باید نوشته بشه؛ مثلاً برای سرعت می‌شود هم متر بر ثانیه برای دو طرف نوشت و هم کیلومتر بر ساعت. همین‌که در دو طرف معادله یکاها سازگار باشن کافیه.
- ۴- بچه‌ها این تبدیل واحد رو یاد بگیرین خوبه:

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\times \frac{5}{18}} \frac{m}{s} \quad \frac{m}{s} \xrightarrow{\times \frac{18}{5}} \frac{km}{h}$$

یه نمونه باحال

شکل زیر، یک تفنگ آب‌پاش را نشان می‌دهد. اگر ماشه آن را با تندی $0.8 \frac{cm}{s}$ بفشاریم، تندی آب در دهانه خروجی تفنگ چند متر بر ثانیه است؟ ($A_2 = 1/5 mm^2, A_1 = 0.75 cm^2$)



- (۱) ۰/۴
(۲) ۴۰
(۳) ۰/۸
(۴) ۸۰

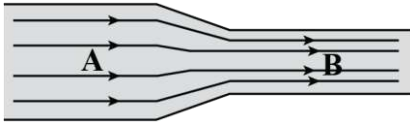
پاسخ تشریحی:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow 0.75 \times 0.8 = 1/5 \times 10^{-2} \times v_2 \Rightarrow v_2 = 40 \frac{cm}{s} = 0.4 \frac{m}{s}$$

در گزینه‌ها هست ولی جواب نیست! حواست باشه!!!!

پاسخ گزینه ۱

۴۰- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری در یک لوله افقی از مقطع A به سمت مقطع B حرکت می‌کند. اگر قطر مقطع A، ۴۰ درصد بیشتر از قطر مقطع B باشد و در مدت یک دقیقه ۵L شاره از مقطع A عبور کند، در مدت ۳۰s چند لیتر شاره از مقطع B عبور می‌کند؟



- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳/۵
- (۳) ۵
- (۴) ۷

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۴۴ - کنکور - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

طبق معادله پیوستگی می‌دانیم آهنگ شارش شاره در مقطع A با آهنگ شارش شاره در مقطع B برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{آهنگ شارش شاره در مقطع A} = \frac{V_A}{t} = \frac{5}{1} = 5 \frac{L}{\text{min}}$$

$$\text{آهنگ شارش شاره در مقطع B} = \frac{V_B}{t} \quad t = 30 \text{ s} = 0.5 \text{ min} \rightarrow 5 \frac{L}{\text{min}} = \frac{V_B}{0.5 \text{ min}} \Rightarrow V_B = 2.5 L$$



۴۱- کامیونی به جرم ۱۰ تن با تندی ثابت ۷۲ $\frac{km}{h}$ حرکت می‌کند. انرژی جنبشی این کامیون چند مگاژول است؟

- (۱) ۰/۲
- (۲) ۲
- (۳) ۰/۴
- (۴) ۴

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۵۴ - شبیه کتاب - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

طبق رابطه انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \quad \begin{matrix} m = 10 \text{ ton} = 10 \times 10^3 \text{ kg} \\ v = 72 \frac{km}{h} = \frac{72 \text{ m}}{3.6 \text{ s}} = 20 \frac{m}{s} \end{matrix} \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^3 \times (20)^2$$

$$\Rightarrow K = 200 \times 10^4 = 2 \times 10^6 \text{ J} = 2 \text{ MJ}$$

انرژی جنبشی

انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم.

برای جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

m: جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

K: انرژی جنبشی جسم بر حسب ژول (J)

v: تندی جسم بر حسب متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$)

$$J \equiv \text{kg} \frac{m^2}{s^2} \equiv \text{N} \cdot \text{m}$$

✓ انرژی جنبشی یک کمیت نرده‌ای و نامنفی است که فاقد جهت است.

✓ انرژی جنبشی به جهت حرکت و یا جهت سرعت بستگی ندارد.

تبدیل یکاهای مهم برای محاسبه انرژی جنبشی:

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{km}{s} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{m}{s}$$

$$\frac{cm}{s} \xrightarrow{\times 10^{-2}} \frac{m}{s}$$

$$\text{ton} \xrightarrow{\times 10^3} \text{kg}$$

$$\text{g} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \text{kg}$$



آزمون سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

اگر شهاب سنگی به جرم $2/1 \times 10^4 \text{ kg}$ با تندی $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ به زمین برخورد کند، انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد، معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟ (انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر $4/2 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

- ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۱۶۰ (۳) ۳۲۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

ابتدا انرژی جنبشی شهاب سنگ را بر حسب ژول به دست می آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 2/1 \times 32 \times 10^9 \text{ J}$$

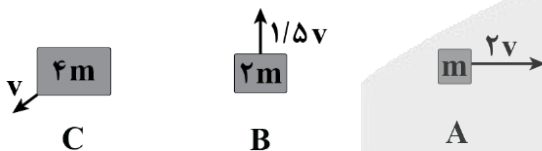
حالا با یک تناسب ساده، جرم TNT ای که در اثر انفجار می تواند این مقدار انرژی را ایجاد کند، به دست می آوریم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{2/1 \times 32 \times 10^9 \text{ J}} \Bigg| \frac{1 \text{ ton}}{m} \Rightarrow m = \frac{2/1 \times 32 \times 10^9}{4/2 \times 10^9} = 160 \text{ ton}$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۲- کدام گزینه در مورد مقایسه انرژی جنبشی اجسام زیر صحیح است؟



(۱) $K_A = K_C < K_B$

(۲) $K_B < K_A = K_C$

(۳) $K_A < K_C < K_B$

(۴) $K_A < K_B < K_C$

(متوسط - محاسباتی - سریع) صفحه ۵۴ - شبیه کتاب - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

انرژی جنبشی اجسام مورد نظر را به کمک رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می آوریم و سپس آن ها را با هم مقایسه می کنیم:

جسم A: $K_A = \frac{1}{2}m \times (2v)^2 = 2mv^2$

جسم B: $K_B = \frac{1}{2} \times 2m \times (1/5v)^2 = 2/25mv^2$

جسم C: $K_C = \frac{1}{2} \times 4m \times v^2 = 2mv^2$

می توان نتیجه گرفت که:

$K_A = K_C < K_B$



نکته: انرژی جنبشی، یک کمیت نرده ای است و به اندازه سرعت حرکت جسم بستگی دارد و به جهت حرکت جسم و یا جهت سرعت جسم بستگی ندارد.



@Tahlilazemoon

۴۳- در شکل زیر، جرم خودرو به همراه راننده اش 1200 kg است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو بین دو نقطه A و B چند کیلوژول است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۳۶

(۳) ۱۲۰

(۴) ۳۶۰

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - سریع) - صفحه ۵۴ - شبیه کتاب - ۱۰۰۳

چون جرم خودرو ثابت مانده است؛ تغییرات انرژی جنبشی خودرو بین دو نقطه A و B را از رابطه $\Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$ به دست می آوریم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} \times 1200 \times (25^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow \Delta K = 360 \times 10^3 \text{ J} = 360 \text{ kJ}$$

نکته

محاسبه تغییر انرژی جنبشی جسمی که جرم آن ثابت است، به شکل زیر است:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۵- جرم خودرویی به همراه راننده اش 1000 kg است. تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش از $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می رسد. تغییرات انرژی جنبشی خودرو در این جابه جایی، چند مگاژول است؟

 (۲) $3/01 \times 10^5$

 (۱) $3/01 \times 10^{-2}$

 (۴) $1/505 \times 10^5$

 (۳) $1/505 \times 10^{-1}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25^2 - 18^2)$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (625 - 324) = 150/5 \times 10^3 \text{ J} = 150/5 \times 10^{-3} \text{ MJ} = 1/505 \times 10^{-1} \text{ MJ}$$

پاسخ: گزینه ۳

۴۴- پدری به جرم 81 kg با سرعت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دنبال پسرش با جرم 36 kg می دود. اگر انرژی جنبشی آن ها با هم برابر باشد، تندی پسر چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۴/۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲/۵



طبق رابطه انرژی جنبشی می توانیم بنویسیم:

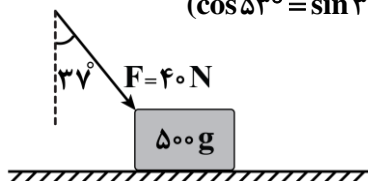
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_{\text{پسر}}}{K_{\text{پدر}}} = \frac{m_{\text{پسر}}}{m_{\text{پدر}}} \times \left(\frac{v_{\text{پسر}}}{v_{\text{پدر}}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{36}{81} \times \left(\frac{v_{\text{پسر}}}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_{\text{پسر}}}{2} = \frac{9}{6} \Rightarrow v_{\text{پسر}} = 3 \frac{m}{s}$$



۴۵- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۵۰۰g تحت تأثیر نیروی \vec{F} به بزرگی ۴۰N با شتاب $3 \frac{m}{s^2}$ بر روی سطح در حال حرکت است.

کار نیروی اصطکاک جنبشی بر روی جسم طی ۲m جابه جایی آن چند ژول است؟ ($\cos 53^\circ = \sin 37^\circ = 0/6$)



- (۱) ۴۵ -
- (۲) ۵۱ -
- (۳) ۶۱ -
- (۴) ۶۴ -

می دانیم کار کل با مجموع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم برابر است:

$$W_t = W_F + W_{F_N} + W_{f_k} \xrightarrow{W_t = F_t \times d, F_t = ma} W_F + W_{F_N} + W_{f_k} = mad (*)$$

ابتدا کار نیروی عمودی سطح و کار نیروی \vec{F} را می یابیم:

$$W_{F_N} = F_N \times d \times \cos 90^\circ = 0$$

دقت کنید که زاویه بین نیروی \vec{F} و بردار جابه جایی برابر با $90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$ است؛ پس:

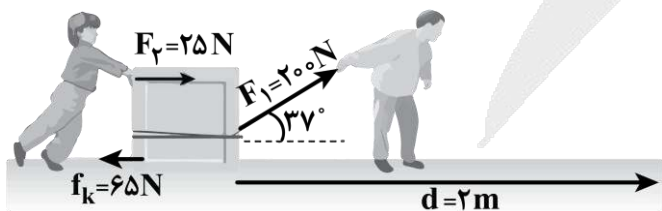
$$W_F = Fd \cos 53^\circ = 40 \times 2 \times 0/6 = 48J$$

در نهایت با جایگذاری اطلاعات مسئله در رابطه (*) داریم:

$$\xrightarrow{m=0/5kg, d=2m, a=3 \frac{m}{s^2}} 48 + 0 + W_{f_k} = 0/5 \times 3 \times 2 \Rightarrow 48 + W_{f_k} = 3 \Rightarrow W_{f_k} = -45J$$



۴۶- شکل زیر، پدر و پسری را در حال جابه جا کردن یک جعبه سنگین ساکن روی سطحی هموار نشان می دهد. نیروی \vec{F}_1 را پدر و نیروی \vec{F}_2 را پسر به جسم وارد می کنند و \vec{f}_k نیز نیروی اصطکاک جنبشی است که با حرکت جسم مخالفت می کند و در خلاف جهت جابه جایی به جعبه وارد می شود. اگر تندی جعبه پس از ۲m جابه جایی به $\sqrt{6} \frac{m}{s}$ برسد، جرم جعبه چند کیلوگرم است؟ ($\cos 37^\circ = 0/8, \sin 37^\circ = 0/6$)



- (۱) ۸۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۹۰
- (۴) ۱۰۰

@Tahlilazemoon



گام اول

کار تک تک نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$W_1 = F_1 d \cos 37^\circ = 200 \times 2 \times 0.8 = 320 \text{ J}$$

$$W_F = F_F d \cos 0^\circ = 25 \times 2 \times 1 = 50 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = 65 \times 2 \times (-1) = -130 \text{ J}$$

$$W_{mg} = mgd \cos 90^\circ = 0, \quad W_{F_N} = 0$$

گام آخر

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_1 + W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = K_2 - \cancel{K_1}$$

$$\frac{v_2 = \sqrt{6} \frac{m}{s}}{s} \rightarrow 320 + 50 - 130 = \frac{1}{2} \times m \times 6 \Rightarrow 240 = 3m \Rightarrow m = 80 \text{ kg}$$

کار کل انجام شده روی یک جسم

برای محاسبه کار کل انجام شده روی جسم در یک جابه‌جایی، سه روش زیر وجود دارد:
روش ۱: محاسبه کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم به‌طور جداگانه و جمع جبری آن‌ها:

$$W_t = W_F + W_{F_1} + \dots$$

روش ۲: محاسبه برآیند نیروهای وارد بر جسم (\vec{F}_t) با توجه به قوانین جمع برداری و در نهایت استفاده از رابطه زیر:

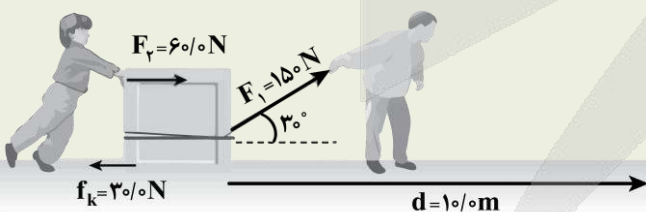
$$W_t = F_t d \cos \theta \quad \theta: \text{زاویه بین } \vec{F}_t \text{ و } \vec{d}$$

روش ۳: قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییرات انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۴

۶۷- در شکل زیر پدر و پسری در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی افقی هستند. کار کل انجام شده روی جعبه چند ژول است؟



- (۱) $(\sqrt{3} = 1.7)$ ۱۰۵
- (۲) ۱۵۷/۵
- (۳) ۱۰۵۰
- (۴) ۱۵۷۵

پاسخ تشریحی:

کار تک‌تک نیروها را به‌دست می‌آوریم و در نهایت همه آن‌ها را به صورت جبری جمع می‌کنیم. فقط حواستان باشد که چون نیروهای $m\vec{g}$ و \vec{F}_N عمود بر جابه‌جایی هستند، کاری انجام نمی‌دهند ($W_{mg} = W_{F_N} = 0$):

$$W_{F_1} = F_1 d \cos \theta_1 = 150 \times 100 \times \cos 30^\circ = 7500 \sqrt{3} \text{ J} \xrightarrow{\sqrt{3} = 1.7} W_{F_1} = 7500 \times 1.7 \approx 12750 \text{ J}$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \theta_2 = 600 \times 100 \times \cos 0^\circ = 60000 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -300 \times 100 = -30000 \text{ J}$$

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} \rightarrow W_t = 1275 + 600 - 300 = 1575 \text{ J}$$

پاسخ: گزینه ۴



۴۷- برای این که تندی جسمی از $10 \frac{m}{s}$ به $20 \frac{m}{s}$ برسد، بر روی آن کار انجام می‌شود. اگر بخواهیم تندی این جسم را از $20 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ برسانیم، باید چند ژول کار بر روی آن انجام دهیم؟

۱) ۳۰۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۱۰۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۱ - شبیه کتاب - ۱۰۰۳)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 10 \frac{m}{s} \text{ و } v_2 = 20 \frac{m}{s} \rightarrow W_1 = \frac{1}{2} m (400 - 100) = 150 \cdot m \\ v_2 = 20 \frac{m}{s} \text{ و } v_3 = 30 \frac{m}{s} \rightarrow W_2 = \frac{1}{2} m (900 - 400) = 250 \cdot m \end{cases}$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{250 \cdot m}{150 \cdot m} = \frac{5}{3} \xrightarrow{W_1 = 300 \text{ J}} \frac{W_2}{300} = \frac{5}{3} \Rightarrow W_2 = 500 \text{ J}$$

قضیه کار - انرژی جنبشی

مطابق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

نکته

- ۱- اگر کار کل انجام شده روی یک جسم، صفر باشد، یا تندی اولیه و تندی ثانویه جسم برابر است یا تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت است. اگر کار کل، مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و اگر کار کل، منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابد.
- ۲- دقت کنید کار کل انجام شده روی جسم به طور مستقیم اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

به نمونه باحال

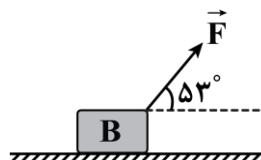
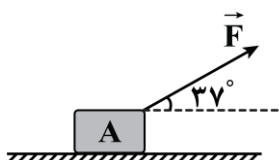
تندی حرکت اتومبیلی به جرم 1000 kg از $20 \frac{m}{s}$ به $30 \frac{m}{s}$ می‌رسد. کار کل انجام شده روی اتومبیل چند کیلوژول است؟

پاسخ تشریحی:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (30^2 - 20^2) = 250000 \text{ J} = 250 \text{ kJ}$$



۴۸- مطابق شکل، دو جسم A و B تحت تأثیر دو نیروی ثابت و یکسان F، روی سطح افقی بدون اصطکاک از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. اگر جرم جسم B، $\frac{1}{3}$ برابر جرم جسم A باشد، پس از طی مسافتی یکسان، تندی حرکت جسم B چند برابر تندی حرکت جسم A خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$, $\cos 53^\circ = 0/6$)



۲) ۴

۲) ۴

۱) ۹/۴

۳) ۳/۲

با توجه به این که تنها نیروی \vec{F} در راستای جابه‌جایی بر روی اجسام کار انجام می‌دهد، طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_F} W_F = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1 = 0} W_F = Fd \cos \theta$$

$$Fd \cos \theta = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{2Fd \cos \theta}{m}$$

با توجه به یکسان بودن اندازه نیرو و جابه‌جایی برای هر دو جسم خواهیم داشت:

$$v_{2A}^2 = \frac{2Fd \cos 37^\circ}{m_A} = \frac{1}{6} Fd$$

$$v_{2B}^2 = \frac{2Fd \cos 53^\circ}{m_B} \xrightarrow{m_B = \frac{1}{3} m_A} v_{2B}^2 = \frac{2Fd \times 0.6}{\frac{1}{3} m_A} = \frac{3}{6} Fd$$

در نهایت تندی نهایی دو جسم را مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{v_{2B}^2}{v_{2A}^2} = \frac{36}{16} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{v_{2B}}{v_{2A}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$



۴۹- جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر بعد از 30m سقوط، انرژی پتانسیل گرانشی جسم، 60% درصد کاهش یابد، ارتفاع ثانویه آن چند متر است؟ (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۴۵ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۰ (۱)

انرژی پتانسیل گرانشی جسم 60% کاهش یافته است؛ پس:

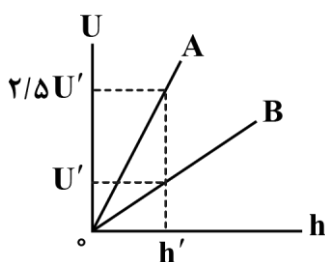
$$U_2 = U_1 - \frac{60}{100} U_1 = \frac{40}{100} U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{4}{10} U_1 \xrightarrow{U = mgh}$$

$$m g h_2 = \frac{4}{10} m g h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{4}{10} h_1 \xrightarrow{h_1 = h} \xrightarrow{h_2 = h - 30} h - 30 = \frac{4}{10} h$$

$$\Rightarrow 10h - 300 = 4h \Rightarrow 6h = 300 \Rightarrow h = 50\text{m} \xrightarrow{h_2 = h - 30} h_2 = 20\text{m}$$



۵۰- نمودار انرژی پتانسیل گرانشی برای دو جسم A و B بر حسب فاصله از سطح زمین، مطابق شکل زیر است. اگر در فاصله ۸ متری از سطح زمین، انرژی پتانسیل گرانشی جسم A، 240J بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی جسم B باشد، جرم جسم B چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



۶ (۱)

۵ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

@Tahlilazemoon



گام اول

با استفاده از نمودار، نسبت جرم دو جسم را به دست می آوریم:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{m_A g h_A}{m_B g h_B} \xrightarrow{h_A = h_B = h'} \frac{2}{5} = \frac{m_A}{m_B} \times 1 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{5} \quad (1)$$

گام دوم

اختلاف پتانسیل گرانشی دو جسم در ارتفاع ۸ متری برابر است با:

$$U_A - U_B = (m_A - m_B) g h \Rightarrow 240 = (m_A - m_B) \times 10 \times 8 \Rightarrow m_A - m_B = 3 \quad (2)$$

گام آخر

به کمک نتایج (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$m_A - m_B = 3 \Rightarrow \frac{2}{5} m_B - m_B = 3 \Rightarrow \frac{1}{5} m_B = 3 \Rightarrow m_B = 2 \text{ kg}$$



@Tahlilazemoon



بودجه بندی
این آزمون

کیهان زادگاه عنصرها / رد پای گازها در زندگی
فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم تا پایان فصل و فصل ۲ تا پایان ترکیب اکسیژن با فلزها و نافلزها (صفحه های ۲۴ تا ۵۸)

سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) جاذبه زمین مانع خروج گازهای پیرامون آن از اتمسفر می شود.
- (۲) بسیاری از واکنش های شیمیایی میان گازهای هواکره، برای ساکنان زمین مطلوب نیست.
- (۳) به دلیل انرژی گرمایی مولکول ها، گازهایی مانند N_2 و O_2 در سرتاسر هواکره دیده می شوند.
- (۴) در میان سیاره های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی روی آن را فراهم می کند.

پاسخ: گزینه ۲

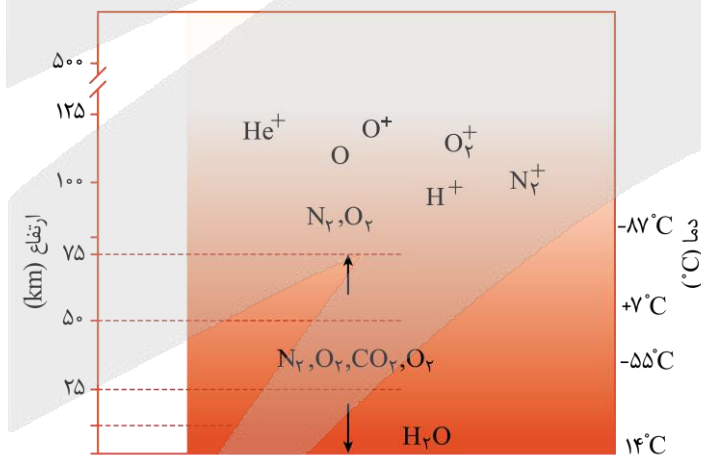
(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۴۹ - ۱۰۰۲)

میان گازهای هوا، واکنش های شیمیایی گوناگونی رخ می دهد که اغلب آن ها برای ساکنان این سیاره سودمند هستند، اما برخی از این واکنش ها مفید نبوده و فراورده هایی تولید می کنند که دلخواه و مطلوب ساکنان این سیاره نیست.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) اتمسفر کره زمین مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰۰ کیلومتری از سطح آن، امتداد یافته اند. جاذبه زمین این گازها را پیرامون خود نگه می دارد و مانع از خروج آن ها از اتمسفر می شود.

۳) انرژی گرمایی مولکول ها سبب می شود تا پیوسته آن ها در حال حرکت باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند. شکل زیر، گازهای موجود در لایه های مختلف هواکره را نشان می دهد. با توجه به شکل، گازهای اکسیژن، نیتروژن، کربن دی اکسید و اوزون (O_3)، در سه لایه اول وجود دارند. گازهای اکسیژن و نیتروژن، در لایه چهارم نیز، به همراه یون ها و عناصر تک اتمی، وجود دارند.



۴) در میان سیاره های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی روی آن را فراهم می کند.



۵۲- به ترتیب کدام لایه هواکره بیشترین ارتفاع را داشته و در کدام لایه روند تغییرات دما و فشار هم سو است؟

- (۱) چهارم - اول (۲) اول - اول (۳) چهارم - دوم (۴) اول - چهارم

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۴۹ - ۱۰۰۲)

بررسی سریع

لایه چهارم از ارتفاع ۸۰ تا ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد؛ پس بیشترین ارتفاع را دارد. به طور کلی در همه لایه های هواکره، فشار هوا با افزایش ارتفاع، کاهش می یابد. در لایه های اول و سوم نیز، روند تغییرات دما به صورت نزولی است. پس در این دو لایه، روند تغییرات فشار و دما، هم سو است.



لایه‌های هواکره

★ لایه اول (تروپوسفر)

- نزدیک‌ترین لایه به زمین است.
- از سطح زمین تا ارتفاع ۱۰-۱۲ کیلومتر (تقریباً ۱۱/۵ کیلومتر) قرار دارد.
- حدود ۷۵٪ از جرم هواکره را شامل می‌شود.
- تغییرات آب و هوایی در این منطقه رخ می‌دهد.

★ لایه دوم (استراتوسفر)

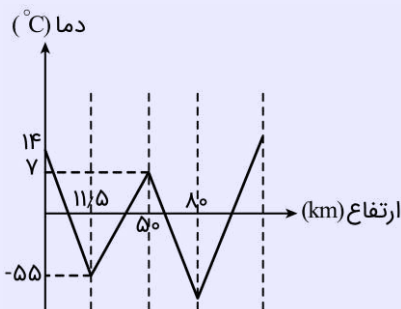
- در ارتفاع ۱۱ تا ۵۰ کیلومتری قرار دارد.
- لایه اوزون در این بخش قرار گرفته است.
- به‌طور کلی دما افزایش می‌یابد و از 55°C به 7°C می‌رسد.

★ لایه سوم

- در ارتفاع ۵۰ تا ۸۰ کیلومتری قرار دارد.
- به‌طور کلی دما کاهش می‌یابد و از 7°C به -87°C می‌رسد.

★ لایه چهارم

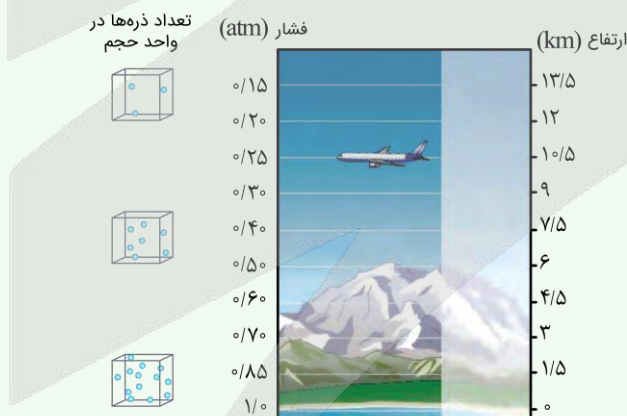
- در ارتفاع ۸۰ تا حدود ۵۰۰ کیلومتری قرار دارد؛ پس ضخیم‌ترین لایه هواکره است.
- به‌طور کلی دمای آن از -87°C که سردترین دمای هواکره است، شروع و به‌تدریج افزایش می‌یابد.



با توجه به درسنامه، بیشترین ارتفاع مربوط به لایه چهارم است؛ زیرا ۳ لایه دیگر تا ۸۰ کیلومتری از سطح زمین واقع شده‌اند؛ در حالی که لایه چهارم از ارتفاع ۸۰ تا ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد. به‌طور کلی فشار هوا با افزایش ارتفاع، کاهش می‌یابد. در لایه‌های اول و سوم نیز، روند تغییرات دما به‌صورت نزولی است. پس در این دو لایه، روند تغییرات فشار و دما، هم‌سو است.

نکته

روند تغییرات دما در هر لایه از هواکره، متفاوت با لایه دیگر است؛ در حالی که روند تغییر فشار ثابت و کاهشی است. بدین صورت که با افزایش ارتفاع فشار نیز کاهش می‌یابد؛ می‌توان گفت روند تغییرات دما در هواکره، برخلاف روند تغییرات فشار در آن، می‌تواند نشان‌دهنده لایه‌ای بودن هواکره باشد.



۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - از گاز N_2 در بسته‌بندی برخی مواد خوراکی جهت افزایش ماندگاری آن‌ها استفاده می‌شوند.
- ب - حدود ۷۵٪ از جرم هواکره در ارتفاع تقریبی ۱۲ تا ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد.
- ج - بیش از ۹۹٪ حجم هوای پاک و خشک را سه گاز N_2 ، O_2 و Ar تشکیل داده‌اند.
- د - میانگین درصد حجمی بخار آب در هواکره در حدود ده درصد است.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ج» و «د»



بررسی موارد:

- الف) از گاز نیتروژن در بسته بندی برخی مواد خوراکی جهت افزایش ماندگاری آن ها استفاده می شوند.
- پ) حدود ۷۵٪ از جرم هواکره در لایه اول آن یعنی تروپوسفر قرار دارد. ارتفاع این لایه به تقریب برابر با ۱۲ کیلومتر است.
- ج) بیش از ۹۹٪ حجم هوای پاک و خشک را سه گاز N_2 ، O_2 و Ar تشکیل داده اند. درصد فراوانی آن ها به ترتیب، تقریباً برابر با ۷۸، ۲۰/۹ و ۰/۹ است.
- د) میانگین درصد حجمی بخار آب در هواکره در حدود یک درصد است اما این مقدار از جایی به جای دیگر، از روزی به روز دیگر و حتی از ساعتی به ساعت دیگر تغییر می کند.



۵۴- نام ترکیب های روبه رو به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ « CrO ، Cu_2O ، NF_3 ، Ca_3N_2 »

- ۱) تری کلسیم دی نیتريد، نیتروژن فلئوئورید، مس (II) اکسید، کروم اکسید
- ۲) کلسیم نیتريد، نیتروژن تری فلئوئورید، مس (II) اکسید، کروم (I) اکسید
- ۳) کلسیم نیتريد، نیتروژن تری فلئوئورید، مس (I) اکسید، کروم (II) اکسید
- ۴) کلسیم نیتريد، نیتروژن فلئوئورید، مس (I) اکسید، کروم (II) اکسید

(آسان - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۵۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نام ترکیب های داده شده به ترتیب از راست به چپ به صورت کلسیم نیتريد، نیتروژن تری فلئوئورید، مس (I) اکسید، کروم (II) اکسید است.

نام گذاری ترکیب های یونی

در نام گذاری ترکیب های یونی دوتایی ابتدا نام فلز و سپس نام نافلز را با پسوند "ید" می آوریم. برای نوشتن نام فلزات با دو دسته از آن ها مواجه هستیم:

۱) فلزاتی که تنها یک نوع بار الکتریکی دارند؛ مانند فلزات گروه اول و دوم و همچنین یون های Al^{3+} ، Zn^{2+} ، Sc^{3+} ، Ga^{3+} و Ag^+ ...

۲) فلزاتی که بیش از یک نوع کاتیون تشکیل می دهند که در جدول زیر نشان داده شده اند.

نام عنصر	کروم	منگنز	آهن	کبالت	نیکل	مس	قلع	سرب
انواع کاتیون ها	Cr^{2+}	Mn^{2+}	Fe^{2+}	Co^{2+}	Ni^{2+}	Cu^+	Sn^{2+}	Pb^{2+}
	Cr^{3+}	Mn^{3+}	Fe^{3+}	Co^{3+}	Ni^{3+}	Cu^{2+}	Sn^{4+}	Pb^{4+}

هنگام نوشتن نام این فلزات از اعداد رومی برای نشان دادن بار آن ها استفاده می شود.

مثال: CaO : کلسیم تنها یک نوع یون تشکیل می دهد؛ پس نام صحیح این ترکیب به صورت کلسیم اکسید است.

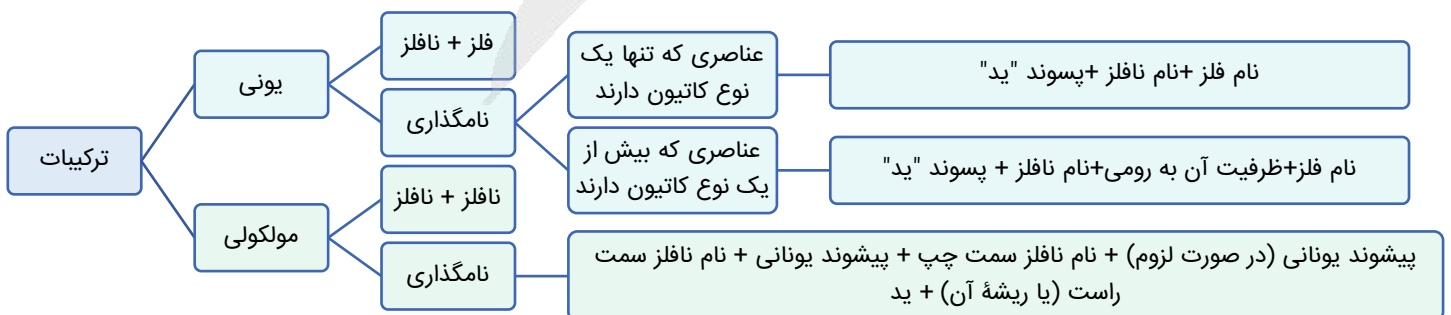
CuO : مس دارای دو نوع کاتیون است؛ پس در نام گذاری آن باید از اعداد رومی برای بیان ظرفیت آن استفاده کنیم. نام صحیح این ترکیب مس (II) اکسید است. به طور کلی همه عناصر دسته d دوره چهارم به جز اولین و آخرین عنصر آن، یعنی اسکاندیم و روی، بیش از یک نوع یون تشکیل می دهند.

نام گذاری ترکیب های مولکولی

(پیشوند یونانی + نام عنصر سمت چپ) (پیشوند یونانی + نام عنصر سمت راست + پسوند "ید")

مثال: P_2O_5 : تترافسفر دکا اکسید NO : نیتروژن مونواکسید

دقت کنید در صورتی که تعداد عنصر سمت چپ فقط یک عدد باشد، از به کار بردن پیشوند مونو برای آن پرهیز می کنیم. پس نام صحیح NO ، مونونیتروژن مونواکسید نیست و به صورت نیتروژن مونواکسید نام گذاری می شود.





۵۵- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره، نادرست است؟

- (۱) اولین ماده‌ای که به صورت گاز از هوای مایع جدا می‌شود، N_2 است.
- (۲) در دمای $200^\circ C$ ، هوای مایع، شامل سه گاز فراوان هواکره است.
- (۳) به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش گازهای آرگون و اکسیژن، تهیه آن‌ها در این روش، با خلوص پایینی همراه است.
- (۴) در دمای $180^\circ C$ - حالت فیزیکی سومین گاز فراوان هواکره، با حالت فیزیکی سومین گاز نجیب فراوان هواکره، یکسان است.

(متوسط - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۵۲ - ۱۰۰۲)

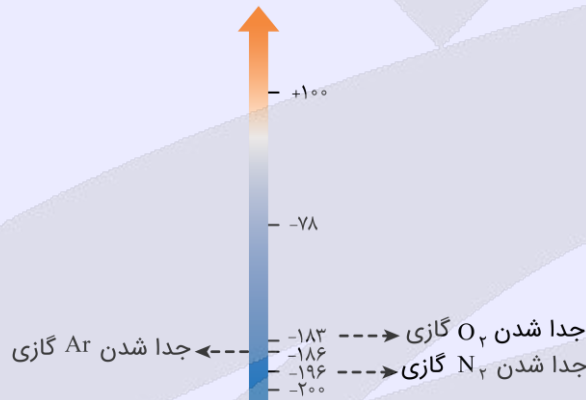
پاسخ: گزینه ۳

ابتدا فرایند تقطیر جزء به جزء را با دقت بررسی می‌کنیم:

در فرایند تقطیر جزء به جزء، نخست هوا را از صافی‌هایی عبور می‌دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود؛ سپس هوا را با استفاده از فشار تا $200^\circ C$ سرد می‌کنند. در این فرایند ماده‌ای که نقطه جوش بالاتری دارد، زودتر به مایع تبدیل می‌شود.

جدای کردن گرد و غبار هوا
جدای شدن آب به صورت یخ
جدای شدن CO_2 به صورت جامد
تولید هوای مایع
باقی ماندن هلیم

سپس با افزایش دما به ترتیب گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن جدا می‌شوند و هلیم به صورت گاز باقی می‌ماند.



به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش اکسیژن و آرگون، تهیه اکسیژن صد در صد خالص در این روش دشوار است. اما آرگون را با خلوص بسیار زیاد می‌توان تهیه کرد.

گاز آرگون برخلاف گاز اکسیژن، با خلوص بسیار زیاد در این فرایند تهیه می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، پس از تهیه هوای مایع، با افزایش دما، ابتدا گاز نیتروژن، سپس آرگون و در نهایت اکسیژن به حالت گاز تبدیل می‌شوند.



نکته

در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع:

- ★ اولین گازی که به حالت مایع تبدیل می‌شود: اکسیژن
- ★ اولین گازی که تغییر حالت می‌دهد: اگر هوای خشک را وارد فرایند کنیم، ابتدا گاز CO_2 تبدیل به حالت جامد می‌شود اما اگر بخار آب نیز وجود داشته باشد، ابتدا آب در دمای $0^\circ C$ به یخ تبدیل می‌شود.
- ★ اولین گازی که از حالت مایع به گاز تبدیل می‌شود: نیتروژن

- ۲) در دمای $200^\circ C$ ، هوای مایع، شامل ۳ گاز اکسیژن، نیتروژن و آرگون است. در این دما، هلیم همچنان به صورت گاز است. همچنین در این دما CO_2 به صورت جامد وجود دارد.

- ۴) ترتیب فراوانی گازهای نجیب هواکره به صورت زیر است:



بنابراین سومین گاز نجیب فراوان هواکره، هلیم است که در دمای $180^\circ C$ - نیز، به حالت گاز است. سومین گاز فراوان هواکره نیز آرگون است که دارای نقطه جوش $186^\circ C$ - بوده و در دمای $180^\circ C$ - به صورت گاز می‌باشد.





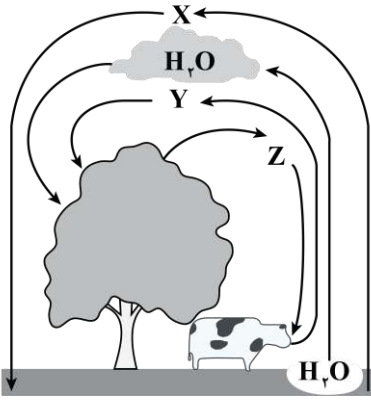
۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد گازهای نشان داده شده در شکل درست است؟

۱) مدل فضاپرکن گاز Y مشابه گاز H_2O ، به صورت خطی است.

۲) $\frac{2}{3}$ از الکترون‌های ظرفیتی گاز Y به صورت الکترون پیوندی هستند.

۳) گاز X فراوان‌ترین گاز تروپوسفر است که در هر چهار لایه هواکره وجود دارد.

۴) در فرمول شیمیایی گاز Z ، همانند همه ترکیب‌های یونی دوتایی، دو اتم وجود دارد.



(متوسط - ترکیبی - سریع - صفحه ۵۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع

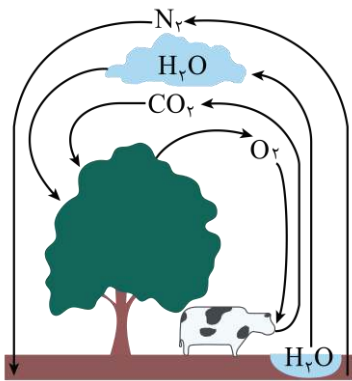
گازهای X ، Y و Z به ترتیب گازهای نیتروژن، کربن دی‌اکسید و اکسیژن هستند. گاز نیتروژن در هر چهار لایه هواکره وجود دارد.

۱) مدل فضاپرکن مولکول‌های آب به صورت خمیده است.

۲) نیمی از الکترون‌های ظرفیتی گاز CO_2 ، به صورت الکترون پیوندی است.

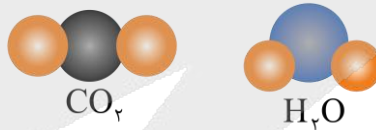
۴) ترکیب‌های یونی دوتایی دارای ۲ نوع عنصر هستند و می‌توانند بیش از دو اتم داشته باشند.

زندگی جانداران گوناگون در زیست‌کره با گازهای موجود در هوا، گره خورده است. گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید و مصرف کربن دی‌اکسید هواکره (که یکی از منابع تولید آن، هوای بازدمی جانوران است)، اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند. جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند. پس گازهای X ، Y و Z به ترتیب گازهای نیتروژن، کربن دی‌اکسید و اکسیژن هستند.



بررسی گزینه‌ها:

۱) مدل فضاپرکن گاز کربن دی‌اکسید به صورت خطی است در حالی که مدل فضاپرکن مولکول‌های آب به صورت خمیده است:



۲) گاز Y ، کربن دی‌اکسید است که نیمی از الکترون‌های ظرفیتی آن، به صورت الکترون پیوندی و نیمی دیگر به صورت الکترون‌های ناپیوندی هستند. به ساختار این گاز دقت کنید:



۳) گاز نیتروژن با درصد حجمی ۷۸٪ فراوان‌ترین گاز هواکره است. این گاز همانند گاز اکسیژن در هر چهار لایه هواکره وجود دارد.

۴) ترکیب‌های یونی دوتایی دارای ۲ نوع عنصر هستند که ممکن است از هر کدام بیش از یک اتم داشته باشیم. به عنوان مثال Ca_3P_2 نوعی ترکیب یونی دوتایی است که بیش از ۲ اتم دارد.



۵۷- مخلوطی شامل ۵ مول گاز که حاوی ۱ مول از هر یک از گازهای نیتروژن، اکسیژن، آرگون، کربن دی‌اکسید و هلیوم است را، تا دمای $190^\circ C$ سرد می‌کنیم. سپس قسمت گازی مخلوط را در این دما جدا کرده و دمای اجزای باقی‌مانده را تا $100^\circ C$ افزایش می‌دهیم. جرم مخلوط گاز موجود در پایان این فرایند، چند گرم است؟

($He = 4, C = 12, N = 14, O = 16, Ar = 40 : g.mol^{-1}$)

۷۲ (۴)

۷۶ (۳)

۱۱۶ (۲)

۱۰۰ (۱)

به نقطه جوش گازهای داده شده دقت کنید (البته می‌دانیم که گاز کربن دی‌اکسید به حالت مایع تبدیل نمی‌شود):

گاز	N_2	O_2	Ar	CO_2	He
نقطه جوش ($^{\circ}C$)	$-196^{\circ}C$	$-183^{\circ}C$	$-186^{\circ}C$	$-78^{\circ}C$	$-269^{\circ}C$

با کاهش دمای مخلوط گازی مورد نظر، ابتدا ۱ مول گاز کربن دی‌اکسید در دمای $-78^{\circ}C$ به صورت جامد از مخلوط جدا می‌شود. سپس در دماهای $-183^{\circ}C$ و $-186^{\circ}C$ به ترتیب اکسیژن و آرگون به حالت مایع تبدیل می‌شوند. در دمای $-190^{\circ}C$ ، گاز نیتروژن و هلیوم همچنان به صورت گازی هستند و تغییر حالت نداده‌اند؛ زیرا نقطه جوش آن‌ها به ترتیب برابر با $-196^{\circ}C$ و $-269^{\circ}C$ است. پس مطابق صورت سؤال، در دمای $-190^{\circ}C$ ، ۱ مول گاز نیتروژن و ۱ مول گاز هلیوم از مخلوط جدا می‌شود. سپس دمای سایر اجزا یعنی گازهای اکسیژن و آرگون و کربن دی‌اکسید جامد، تا $-100^{\circ}C$ افزایش داده می‌شود. در این دما، دو گاز آرگون و اکسیژن به صورت گاز هستند اما کربن دی‌اکسید به صورت جامد است. پس مخلوط گازی نهایی شامل ۱ مول اکسیژن و ۱ مول آرگون می‌باشد. جرم آن‌ها برابر است با:

$$g Ar = 1 \text{ mol } Ar \times \frac{40 \text{ g } Ar}{1 \text{ mol } Ar} = 40$$

$$g O_2 = 1 \text{ mol } O_2 \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 32$$

$$40 + 32 = 72$$

مجموع جرم این دو گاز بر حسب گرم برابر است با:



۵۸ - کدام یک از مقایسه‌های انجام شده نادرست است؟

(۱) فراوانی در هواکره: $Ar > Ne > He$

(۳) نقطه جوش: $Ar > N_2 > He$

(۲) فراوانی در هواکره: $He > Kr > Xe$

(۴) نقطه جوش: $Ar > O_2 > N_2$

نقطه جوش گاز اکسیژن $-183^{\circ}C$ و نقطه جوش گاز آرگون $-186^{\circ}C$ است. پس مقایسه نقطه جوش این گازها به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) و (۲) درصد حجمی گازهای موجود در هواکره در جدول زیر آمده است:

نام گاز	درصد گاز در هوا
نیتروژن	۷۸/۰۷۹
اکسیژن	۲۰/۹۵۲
آرگون	۰/۹۲۸
کربن دی‌اکسید	۰/۰۳۸۵
نئون	۰/۰۰۱۸
هلیوم	۰/۰۰۰۵
کریپتون	۰/۰۰۰۱
زنون و دیگر گازها	ناچیز

بنابراین ترتیب فراوانی گازهای نجیب هواکره به صورت زیر است:



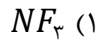
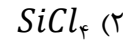
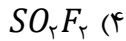
پس مقایسه‌های داده شده در هر دو گزینه درست است.

نقطه جوش هلیوم زیر $-200^{\circ}C$ است در حالی که نقطه جوش آرگون و نیتروژن بالای $-200^{\circ}C$ است؛ به طور دقیق‌تر نقطه جوش

نیتروژن برابر با $-196^{\circ}C$ و نقطه جوش آرگون برابر با $-186^{\circ}C$ است. پس مقایسه داده شده درست است.

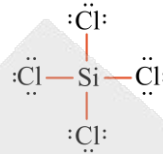
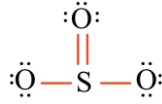
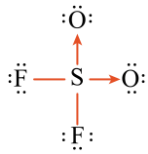


۵۹- در ساختار لوویس کدام یک از مولکول های زیر، جفت الکترون های ناپیوندی کمتری وجود دارد؟



(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۲

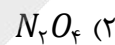
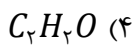
پاسخ: گزینه ۳



ساختار لوویس ترکیبات داده شده به صورت زیر است:
با توجه به ساختارهای رسم شده، شمار جفت الکترون های ناپیوندی در مولکول ها به ترتیب از راست به چپ برابر با ۱۰، ۱۲، ۸ و ۱۲ است. پس کمترین شمار جفت الکترون ناپیوندی مربوط به مولکول SO_3 است.



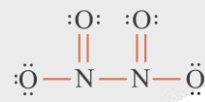
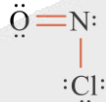
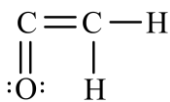
۶۰- شمار پیوندهای اشتراکی در کدام مولکول بیشتر از سایر مولکول ها است؟



(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

روش اول



ساختار لوویس ترکیبات داده شده به صورت زیر است:
این مولکول ها از راست به چپ به ترتیب دارای ۴، ۷، ۳ و ۶ جفت الکترون پیوندی هستند. بنابراین N_2O_4 دارای بیشترین شمار جفت الکترون پیوندی است.

روش دوم

تعیین تعداد کل شمار پیوندهای اشتراکی

برای تعیین تعداد کل شمار پیوندهای اشتراکی در یک گونه بدون رسم ساختار لوویس آن، می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{تعداد اتم H یا عناصر گروه ۱۷} \times ۱ + \text{تعداد اتم O یا سایر عناصر گروه ۱۶} \times ۲ + \text{تعداد اتم N یا سایر عناصر گروه ۱۵} \times ۳ + \text{تعداد اتم C یا سایر عناصر گروه ۱۴} \times ۴}{۲}$$

به عبارتی تعداد هر عنصر را در شمار الکترون هایی که برای رسیدن به آرایش گاز نجیب نیاز دارد، ضرب می کنیم. هیدروژن و عناصر گروه ۱۷ تنها یک الکترون برای تکمیل لایه ظرفیت خود نیاز دارند؛ پس شمار آن ها را در عدد ۱ ضرب می کنیم. هم چنین عنصر اکسیژن به ۲ الکترون برای تکمیل لایه ظرفیت خود نیاز دارد؛ پس شمار اتم های اکسیژن را در ۲ ضرب می کنیم. اگر گونه مورد نظر به صورت یون چند اتمی بود، بار آن را با در نظر گرفتن علامت، در صورت قرار می دهیم و در نهایت بر ۲ تقسیم می کنیم. به مثال های زیر دقت کنید:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } CH_2O = \frac{(n_C \times 4) + (n_H \times 1) + (n_O \times 2)}{2} = \frac{(1 \times 4) + (2 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 4$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } NO_3^+ = \frac{(n_N \times 3) + (n_O \times 2) + \text{بار}}{2} = \frac{(1 \times 3) + (2 \times 2) + 1}{2} = 4$$

حال با استفاده از فرمول بالا، شمار پیوندهای اشتراکی هر مولکول را به دست می آوریم:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } HCN = \frac{(n_H \times 1) + (n_C \times 4) + (n_N \times 3)}{2} = \frac{(1 \times 1) + (1 \times 4) + (1 \times 3)}{2} = 4$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } N_2O_4 = \frac{(n_N \times 3) + (n_O \times 2)}{2} = \frac{(2 \times 3) + (4 \times 2)}{2} = 7$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } NOCl = \frac{(n_N \times 3) + (n_O \times 2) + (n_{Cl} \times 1)}{2} = \frac{(1 \times 3) + (1 \times 2) + (1 \times 1)}{2} = 3$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } C_2H_2O = \frac{(n_C \times 4) + (n_H \times 1) + (n_O \times 2)}{2} = \frac{(2 \times 4) + (2 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = 6$$

بنابراین N_2O_4 دارای بیشترین شمار جفت الکترون پیوندی است.



اگر به روش دوم مسلط شوید می‌توانید بدون رسم ساختار لوویس، با سرعت بالاتری به چنین سؤالاتی پاسخ دهید. پس نگاه به ظاهر طولانی‌تر روش دوم نکنید! تسلط بر این روش به شما کمک می‌کند تا این گونه مسائل را حتی به صورت ذهنی حل کنید!



۶۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) هلیوم از واکنش‌های شیمیایی در ژرفای زمین تولید شده و حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد.
- ۲) از گاز هلیوم، برای پر کردن تایر خودروها و نگهداری نمونه‌های بیولوژیکی در پزشکی استفاده می‌شود.
- ۳) گاز آرگون گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است که به‌عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری استفاده می‌شود.
- ۴) از گاز نیتروژن در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی استفاده می‌شود.

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۵۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

از گاز نیتروژن در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی استفاده می‌شود. کاربرد گازهای گوناگون در جدول زیر آمده است:

کاربرد	گاز
رنگ‌بری - گندزدایی	کلر
ساخت لامپ رشته‌ای - محیط بی‌اثر در جوشکاری	آرگون
نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، پرکردن تایر خودروها، در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی	نیتروژن
پر کردن بال‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی، درجوش کاری، کپسول غواصی و مهم‌تر از همه خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI	هلیوم

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای (نه شیمیایی) در ژرفای زمین تولید شده و حدود ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. البته مقدار هلیوم در میدان‌های گازی گوناگون، متفاوت است.
- ۲) از گاز نیتروژن، برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، پرکردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی استفاده می‌کنند.
- ۳) آرگون گازی بی‌رنگ، بی‌بو و غیرسمی است.



۶۲- برای تشکیل ۲ مول از مخلوطی شامل دو نوع اکسید آهن، $\frac{7}{2}$ مول الکترون مبادله شده است. اگر در این مخلوط $\frac{2}{8}$ مول اتم آهن وجود داشته باشد، چند درصد مولی از این مخلوط را، اکسیدی با شمار اتم کمتر تشکیل داده است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۷۰ (۴) ۳۰

(سخت - محاسباتی - صفحه ۵۶ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

آهن دارای دو نوع اکسید FeO و Fe_2O_3 است. فرض می‌کنیم که x مول از مخلوط را Fe_2O_3 و y مول از آن را FeO تشکیل داده است. به ازای تشکیل هر مول Fe_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود؛ پس به ازای تشکیل x مول از آن، $6x$ مول الکترون مبادله می‌شود. هم‌چنین در مورد FeO می‌توان گفت که به ازای تشکیل هر مول از آن، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود؛ پس به ازای تشکیل y مول از آن، $2y$ مول الکترون مبادله می‌شود. بنابراین مجموعاً $6x + 2y$ مول الکترون مبادله می‌شود:

هم‌چنین مجموع مول اتم‌های آهن برابر با $\frac{2}{8}$ مول است. در هر مول از Fe_2O_3 ، ۲ مول اتم آهن و در هر مول از FeO ، ۱ مول اتم آهن وجود دارد. پس می‌توان گفت در x مول Fe_2O_3 ، $2x$ مول اتم آهن و در y مول FeO نیز، y مول اتم آهن وجود دارد. مجموع آن‌ها برابر است با:

$$2x + y = \frac{2}{8}$$

اکنون دو معادله و دو مجهول داریم که با حل دستگاه، مقادیر دقیق x و y به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 6x + 2y = \frac{7}{2} \\ 2x + y = \frac{2}{8} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{8} \quad y = \frac{1}{2}$$

مخلوط اولیه شامل ۲ مول از هر دو ترکیب بود که ۱/۲ مول آن مربوط به FeO است. پس درصد آن برابر است با:

$$\frac{1/2}{2} \times 100 = 60\%$$



۶۲- در کدام یک از گونه‌های زیر شمار الکترون‌هایی با $n + l = 5$ دو برابر شمار الکترون‌هایی با $n + l = 4$ است؟



(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۰ - ۱۰۱

پاسخ: گزینه ۴

الکترون‌هایی با $n + l = 4$ در زیرلایه‌های $3p$ و $4s$ قرار دارند. همچنین الکترون‌هایی با $n + l = 5$ در زیرلایه‌های $5s$ ، $4p$ و $3d$ قرار دارند. در میان این زیرلایه‌ها، به ترتیب زیرلایه‌های $3p$ ، $4s$ ، $3d$ ، سپس $4p$ و در نهایت زیرلایه $5s$ از الکترون پر می‌شوند. بنابراین ابتدا زیرلایه‌های $4s$ و $3p$ تکمیل شده که مجموع گنجایش آن‌ها برابر با ۸ الکترون است. پس شمار الکترون‌هایی با $n + l = 5$ باید برابر با ۱۶ باشد. از این ۱۶ الکترون ۱۰ الکترون در زیرلایه $3d$ و ۶ الکترون در زیرلایه $4p$ است. در زیرلایه $5s$ نباید الکترونی وجود داشته باشد. چنین آرایشی مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب کریپتون است. پس باید به دنبال این عنصر یا یون‌هایی که به آرایش الکترونی این عنصر رسیده‌اند، باشیم. در میان گونه‌های داده شده، Se^{2-} دارای چنین شرایطی است.



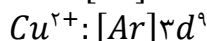
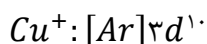
۶۴- اگر عنصر X با عنصر Mn هم‌دوره و با عنصر Au هم‌گروه باشد، آرایش الکترونی کاتیون آن در ترکیب به صورت است.



(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۲ - ۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

اگر عنصر X با عنصر Mn هم‌دوره باشد، یعنی در دوره چهارم قرار دارد. همچنین عنصر Au ، ۷ عنصر قبل از Rn است، پس در گروه یازدهم قرار دارد. بنابراین عنصر X نیز در گروه ۱۱ قرار دارد. پس می‌توان دریافت عنصر مورد نظر Cu است. این عنصر دو نوع یون Cu^+ و Cu^{2+} را تشکیل می‌دهد. آرایش الکترونی آن‌ها به صورت زیر است:



نکته

برای یافتن موقعیت عناصر دوره‌های ششم و هفتم (به جز عناصر دسته s)، از گاز نجیب هم‌دوره آن‌ها کمک بگیرید. زیرا در این دو دوره عناصر دسته f وجود دارد و ممکن است یافتن شماره گروه عناصر را با مشکل مواجه سازد. به عنوان مثال عنصری با عدد اتمی ۷۱ را در نظر بگیرید. اگر بخواهید موقعیت آن را بر اساس گاز نجیب قبل از آن، یعنی Xe بیابید، اختلاف عدد اتمی آن‌ها برابر با ۱۷ است و ممکن است به اشتباه شماره گروه این عنصر را ۱۷ به دست آوریم. در حالی که ۱۴ عنصر دسته f قبل از این عنصر وجود دارد. عنصری با عدد اتمی ۷۱، پانزده خانه قبل از Rn قرار داشته و در گروه ۳ است.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ در ترکیب XO یون Cu^{2+} حضور دارد. پس آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^9$ است.
- ۲ در ترکیب XF_7 یون Cu^{2+} حضور دارد. پس آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^9$ است.
- ۳ در ترکیب X_2O یون Cu^+ حضور دارد. پس آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^1$ است.
- ۴ در ترکیب XCl یون Cu^+ حضور دارد. پس آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^1$ است.



۶۵- عناصر A, B, C و D به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره چهارم هستند (عنصر A دارای کمترین عدد اتمی میان چهار عنصر مذکور است). یون حاصل از عناصر A و D برخلاف یون حاصل از عناصر B و C ، به صورت $3+$ وجود دارند. کدام یک از مطالب زیر در مورد این عناصر درست است؟

- ۱) همه این عناصر، از جمله عناصر دسته d هستند.
- ۲) در نام گذاری ترکیبات حاصل از همه آنها، از اعداد رومی استفاده می شود.
- ۳) از واکنش اکسیژن با همه این عناصر به جز عنصر D ، می توان ترکیب یونی دو اتمی به دست آورد.
- ۴) در آرایش الکترونی فشرده همه آنها، بعد از نماد گاز نجیب، فقط الکترون های ظرفیتی نوشته می شود.

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - مفهومی - زمان بر - صفحه ۵۶ - ۱۰۰۲)

عناصر فلزی گروه ۱ و ۲ و ۱۳ به ترتیب یون هایی با بار ۱، ۲ و ۳ بار مثبت تشکیل می دهند. انواع بار یون های حاصل از عناصر دسته d دوره چهارم نیز، در جدول زیر آمده است:

عنصر	Zn	Cu	Ni	Co	Fe	Mn	Cr	V	Ti	Sc
بار یون	۲+	۱+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+ و ۲+	۳+

با توجه به بار یون ها، چهار عنصر مورد نظر به ترتیب Ni, Cu, Zn و Ga هستند. زیرا در میان این عناصر، مس و روی قادر به تشکیل یون سه بار مثبت نیستند اما Ga در گروه ۱۳ قرار داشته و یون $3+$ تشکیل می دهد.

بررسی گزینه ها:

- ۱) Ga از جمله عناصر دسته p جدول دوره ای است.
- ۲) از آن جا که روی و گالیم فقط یک نوع یون دارند، در نام گذاری ترکیبات حاصل از آنها، از اعداد رومی استفاده نمی کنیم.
- ۳) گالیم و روی هر یک دارای یک نوع اکسید و دو عنصر دیگر هر یک دارای دو نوع اکسید هستند. اکسید حاصل از این عناصر به صورت زیر است:
 $Ga_2O_3 / ZnO / Cu_2O / CuO / Ni_2O_3 / NiO$
 همان طور که می بینید سه عنصر Ni, Cu و Zn ترکیب های دو اتمی NiO, CuO و ZnO را تشکیل می دهند اما ترکیب اکسیژن دار گالیم به صورت Ga_2O_3 است. پس این گزینه صحیح می باشد.
- ۴) در آرایش الکترونی فشرده گالیم، بعد از نماد گاز نجیب، هم الکترون های ظرفیتی ($4s^2 4p^1$) و هم الکترون های غیر ظرفیتی ($3d^{10}$) نوشته می شود. آرایش الکترونی Ga به صورت روبه رو است:
 $[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^1$

آرایش الکترونی یون ها و گازهای نجیب

یون های حاصل از عناصر نافلزی گروه ۱۵ تا ۱۷، عناصر گروه های ۱ و ۲، عنصر اسکاندیم در گروه ۳ و عنصر آلومینیم در گروه ۱۳، به آرایش الکترونی گاز نجیب می رسند. در حالی که یون های حاصل از اغلب عناصر دسته d و عناصر فلزی دسته p ، به آرایش گاز نجیب نمی رسند.

عنصری که یون های حاصل از آنها، به آرایش گاز نجیب می رسد:

★ عناصر گروه اول و دوم

★ عنصر اسکاندیم در گروه ۳

★ عنصر آلومینیم در گروه ۱۳

★ عناصر نافلزی گروه ۱۵ تا ۱۷ (در گروه ۱۵ و ۱۶ عناصر فلزی نیز وجود دارند که کاتیون حاصل از آنها به آرایش گاز نجیب نمی رسد).

مثال: آرایش الکترونی Sc به صورت $[Ar] 3d^1 4s^2$ است. یون Sc^{3+} ، ۳ الکترون از دست داده و آرایش آن به صورت $[Ar]$ شده است.

عنصری که یون های حاصل از آنها، به آرایش گاز نجیب نمی رسد:

★ اغلب عناصر دسته d

★ عناصر فلزی دسته p به جز آلومینیم

مثال: آرایش الکترونی Ga به صورت $[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^1$ و یون Ga^{3+} نیز، به صورت $[Ar] 3d^{10}$ است. پس آرایش الکترونی یون آن، به گاز نجیب ختم نمی شود.

عنصری که قادر به تشکیل یون نیستند:

★ عناصر نافلزی گروه ۱۴

★ بریلیم و بور

★ شبه فلزات مانند سیلیسیم

★ گازهای نجیب (عناصر گروه ۱۸)

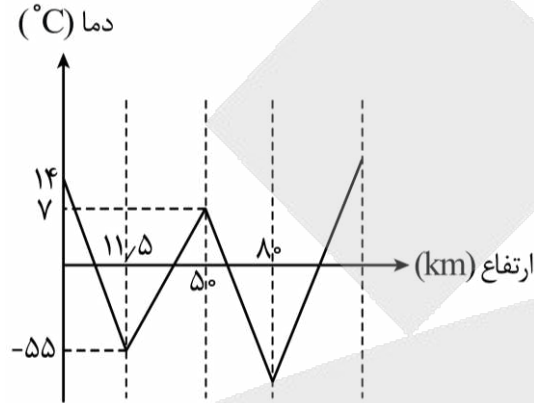


- ۶۶- اگر دمای انتهای لایه دوم هواکره، نصف میانگین دمای سطح زمین و ارتفاع تقریبی آن ۲۶ کیلومتر بیشتر از ارتفاع لایه تروپوسفر باشد، در این لایه با هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا به تقریب چگونه تغییر می کند؟
- (۱) کمتر از 2°C کاهش می یابد.
 (۲) کمتر از 2°C افزایش می یابد.
 (۳) بیشتر از 2°C کاهش می یابد.
 (۴) بیشتر از 2°C افزایش می یابد.

(سخت - ترکیبی - استاندارد) - صفحه ۵۰ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به روند تغییر دما در لایه های گوناگون هواکره دقت کنید:



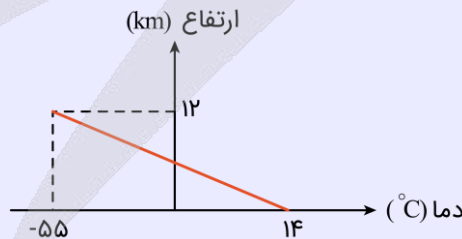
لایه تروپوسفر که نزدیک ترین لایه به هواکره است، دارای ارتفاع تقریبی ۱۲ کیلومتر می باشد. مطابق داده های سؤال، ارتفاع لایه دوم هواکره، ۲۶ کیلومتر بیشتر از لایه اول یعنی ۳۸ کیلومتر است. در نمودار بالا نیز نشان داده شده است که لایه دوم، از ارتفاع تقریبی ۱۲ تا ۵۰ کیلومتر است. میانگین دما در سطح زمین برابر با 14°C است. در لایه تروپوسفر، به تقریب به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دما 6°C افت می کند؛ پس دمای انتهایی این لایه در حدود -58°C یا مطابق متن کتاب در حدود -55°C است. بنابراین دمای ابتدای لایه دوم نیز برابر با -55°C می باشد. با توجه به سؤال که دمای انتهای این لایه نصف میانگین دمای سطح زمین، یعنی 7°C در نظر گرفته شده است، می توان گفت که در این لایه از دمای تقریبی -55°C به دمای تقریبی 7°C می رسیم؛ پس دما در حدود 62 درجه سانتی گراد تغییر می کند. پس نسبت آن برابر است با:

$$\frac{62}{38} \approx 1/6$$

با توجه به روند صعودی دما در این لایه، می توان گفت که به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه دوم، به تقریب $1/6^{\circ}\text{C}$ به دمای هوا افزوده می شود.

تغییرات دما در تروپوسفر

نمودار تغییرات دما بر حسب ارتفاع در لایه اول را به صورت زیر می توان نشان داد:



$$\text{دما} = 14 - (6 \times \text{ارتفاع})$$

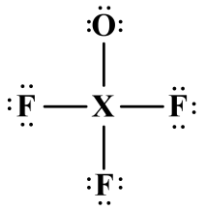
رابطه کلی دما و ارتفاع را می توان به صورت روبه رو نوشت:



@Tahlilazemoon



۶۷- با توجه به ساختار لوویس روبه‌رو، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- ۱) به هنگام تشکیل ترکیب حاصل از عنصر X و عنصر کلسیم، ۵ الکترون مبادله می‌شود.
- ۲) عنصر X برخلاف عنصر هلیم، دارای یک جفت الکترون در ساختار الکترون نقطه‌ای خود است.
- ۳) اگر عنصر X مولکول XY_3 را تشکیل دهد، عنصر Y می‌تواند در گروه ۱ یا ۱۷ قرار داشته باشد.
- ۴) هر اتم فلئور، یک الکترون از دست داده و اتم X سه الکترون از اتم‌های فلئور دریافت کرده است.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

تعداد کل الکترون‌های ظرفیتی (الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی) در هر ترکیب، با مجموع الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های سازنده آن برابر است. بنابراین می‌توان گفت این مقدار از مجموع حاصل ضرب تعداد هر عنصر در شمار الکترون‌های ظرفیتی آن، به دست می‌آید. در ترکیب داده شده ۳ اتم فلئور وجود دارد که هر کدام دارای ۷ الکترون ظرفیتی هستند (زیرا فلئور در گروه ۱۷ ام قرار دارد) و ۱ اتم اکسیژن که دارای ۶ الکترون ظرفیتی است (زیرا در گروه ۱۶ قرار دارد). شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر X نیز مجهول است. با توجه به ساختار لوویس داده شده، ۴ جفت الکترون پیوندی و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. یعنی مجموعاً ۳۲ الکترون ظرفیتی در این مولکول موجود است.

$$3 \times 7 + 1 \times 6 + x = 32 \Rightarrow x = 5$$

پس داریم:

پس عنصر X دارای ۵ الکترون ظرفیتی است و در گروه ۱۵ قرار دارد.

بررسی گزینه‌ها:

ترکیب حاصل از عنصر X و عنصر کلسیم، به صورت Ca_3X_2 است. برای محاسبه تعداد الکترون مبادله شده به هنگام تشکیل یک ترکیب یونی، کافی است بار کاتیون را در زیروند آن ضرب کنیم. بار کاتیون (Ca^{2+}) در این ترکیب برابر با ۲ و زیروند آن برابر با ۳ است. پس شمار الکترون‌های مبادله شده برابر با $2 \times 3 = 6$ است.

در شکل زیر، آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر را می‌بینید. عناصر گروه ۱۵ همانند هلیم دارای دو الکترون جفت (یک جفت الکترون) هستند.

۱									۱۸
H·									He·
۲			۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷		
Li·	Be·	·B·	·C·	·N·	·O·	·F·	·Ne·		
Na·	Mg·	·Al·	·Si·	·P·	·S·	·Cl·	·Ar·		

دام تستی

با وجود اینکه هلیم تنها ۲ الکترون دارد اما این ۲ الکترون به صورت جفت هستند؛ در حالی که در عنصر بریلیم و منیزیم ۲ الکترون به صورت تک وجود دارد.

به‌طور کلی ترکیب حاصل از واکنش نافلزات با نافلزات، مولکولی است. بنابراین اگر عنصر X مولکول XY_3 را تشکیل دهد، عنصر Y می‌تواند نافلزی از گروه ۱ (هیدروژن) و یا گروه ۱۷ (فلئور، کلر و ...) باشد.

هر اتم فلئور، یک الکترون به اشتراک گذاشته است. در ترکیبات مولکولی از دست دادن یا گرفتن الکترون نداریم و الکترون‌ها به اشتراک گذاشته می‌شوند.



۶۸- جرم مولی یدید و نیتريد یک فلز به ترتیب برابر با ۱۹۱ و ۲۲۰ گرم بر مول است. فلز مورد نظر کدام است؟

($N = 14, I = 127, g \cdot mol^{-1}$)

۲۹Cu (۴)

۱۹K (۳)

۳۱Ga (۲)

۲۶Fe (۱)



(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - صفحه ۵۶ - ۱۰۰۲

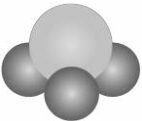
پاسخ: گزینه ۴

جرم یک مول ید برابر با ۱۲۷ گرم است. جرم مولی یدید فلز مورد نظر برابر با ۱۹۱ گرم است. پس جرم فلز در این ترکیب برابر است با:
 $191 - 127 = 64$

با نگاهی به گزینه‌ها در می‌یابیم که همه عناصر داده شده در دوره چهارم هستند؛ پس جرم مولی ۶۴ گرم نمی‌تواند مربوط به بیش از یک اتم باشد. به عبارتی جرم مولی فلز مورد نظر برابر با ۶۴ گرم بر مول است. یعنی اگر فلز مورد نظر را X در نظر بگیریم، فرمول شیمیایی یدید این فلز به صورت XI است. در میان عناصر داده شده فقط ^{19}K و ^{64}Cu قادر به تشکیل یون $+1$ هستند. اگر عنصر مورد نظر ^{19}K باشد که فقط یک نوع یون تشکیل می‌دهد، فرمول شیمیایی نیتريد آن به صورت K_3N است. با توجه به اینکه جرم مولی فلز مورد نظر برابر با ۶۴ گرم است، جرم مولی K_3N برابر با $14 + 3 \times 64 = 206$ می‌شود؛ در حالی که جرم مولی نیتريد داده شده برابر با ۲۲۰ گرم است. یعنی عنصر مورد نظر نمی‌تواند ^{19}K باشد. عنصر مورد نظر ^{64}Cu است که با یون Cu^{2+} در ترکیب نیتريد شرکت کرده است. بنابراین فرمول شیمیایی نیتريد آن به صورت Cu_3N_2 است که جرم مولی برابر با ۲۲۰ گرم بر مول دارد.



۶۹- حداقل و حداکثر نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی، در مولکولی با ساختار فضایی مقابل به ترتیب برابر با است.



$$3 - \frac{1}{3} (4)$$

$$3 - \frac{3}{10} (3)$$

$$1 - \frac{3}{10} (2)$$

$$1 - \frac{1}{3} (1)$$

(متوسط - مفهومی - سریع) - صفحه ۵۸ - ۱۰۰۲

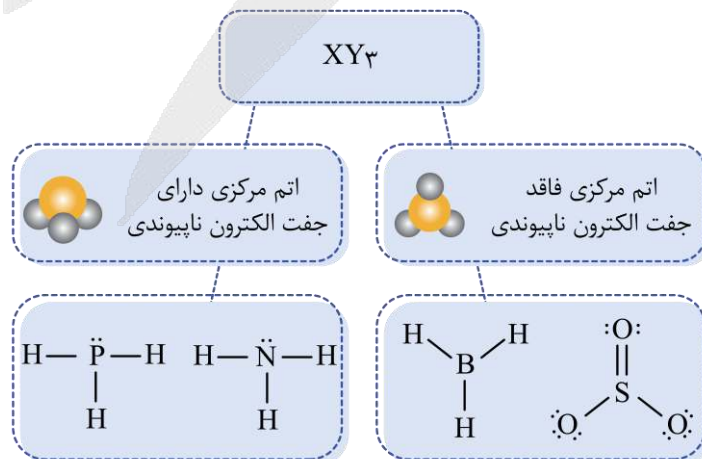
پاسخ: گزینه ۳

مولکولی که دارای ۳ اتم پیرامون خود باشد، می‌تواند دو نوع ساختار فضایی داشته باشد:

① شبیه مثلث مسطح باشد؛ مانند مولکول BH_3

② شبیه هرم باشد؛ مانند مولکول NH_3

تفاوت این دو ساختار در حضور یا عدم حضور جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی است. به عبارتی اگر اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار فضایی مشابه هرم می‌شود؛ در حالی که اگر اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار فضایی مشابه مثلث مسطح می‌شود. با توجه به ساختار فضایی داده شده که مشابه هرم است، می‌توان دریافت که اتم مرکزی دارای یک جفت الکترون ناپیوندی است. حال اتم‌های پیرامون اتم مرکزی را بررسی می‌کنیم. این اتم‌ها یک الکترون به اشتراک گذاشته‌اند. پس می‌توانند مانند هیدروژن فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشند یا مانند فلورین دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی باشند. اگر اتم‌های پیرامون اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشند (مثل هیدروژن)، فقط یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که روی اتم مرکزی قرار دارد. از آنجا که سه اتم پیرامون اتم مرکزی وجود دارد، ۳ جفت الکترون پیوندی نیز داریم. پس حداکثر نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی، برابر با $\frac{3}{1} = 3$ است. اگر اتم‌های پیرامون اتم مرکزی، از اتم‌های گروه ۱۷ باشند که هر کدام ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارند، مولکول دارای ۳ جفت الکترون پیوندی و ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی می‌شود؛ در این حالت نسبت خواسته شده برابر با $\frac{3}{10}$ است که حداقل می‌باشد.





۷۰- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیبات زیر، ۴ اتم دیده نمی شود؟

(۴) سدیم فسفید

(۳) متان

(۲) نیتروژن تری کلرید

(۱) آمونیاک

(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۵۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

فرمول شیمیایی متان به صورت CH_4 است. این ترکیب دارای ۵ اتم می باشد.

بررسی سایر گزینه ها:

فرمول شیمیایی آمونیاک به صورت NH_3 است. این ترکیب دارای ۴ اتم می باشد.

فرمول شیمیایی نیتروژن تری کلرید به صورت NCl_3 است. این ترکیب دارای ۴ اتم می باشد.

فرمول شیمیایی سدیم فسفید به صورت Na_3P است. این ترکیب دارای ۴ اتم می باشد.



@Tahlilazemoon



بانک کنکور دیجی ماز

همون منبعی که برای دوران
جمع بندیت نیاز داری!

- ✓ سوالات کنکور از سال ۹۸ تا ۱۴۰۴ به صورت تفکیک درس به درس و مبحث به مبحث
- ✓ به همراه پاسخنامه فوق تشریحی



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!

digimaze.org



دیجی ماز

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

