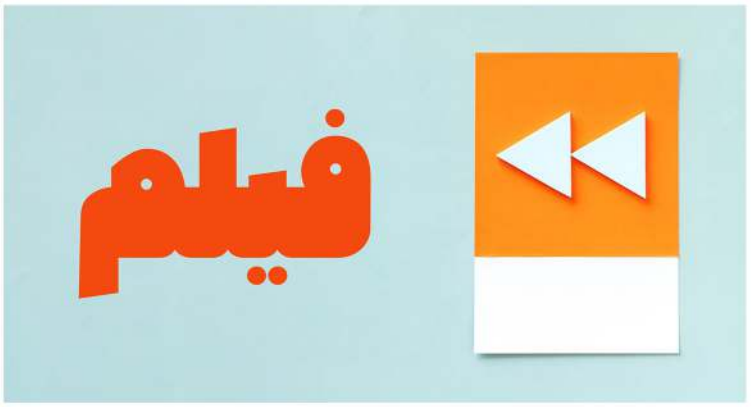
آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم

مرور و جمع‌بندی
۴/۸ ابتدایی نیم‌سال دوم دوازدهم
۱/۵ پایهٔ یازدهم

تکمیل
۴/۸ پایانی نیم‌سال دوم دوازدهم
۱/۵ پایهٔ یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی			تعداد سؤال	شماره سؤال از	شماره سؤال تا	مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	اجباری	ریاضیات پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه
		انتخابی	مرور و جمع‌بندی ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم	۲۰	۲۱	۴۰	۳۵ دقیقه	
			پیشروی و تکمیل ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم	۲۰	۴۱	۶۰	۳۵ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

مرکز مشاوره عارف

بودجه‌بندی [redacted] آزمون

حسابان ۲

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **مشتق** — صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۰

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **کاربردهای مشتق** — صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۴۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **آشنایی با مقاطع مخروطی + بردارها** — صفحه‌های ۴۷ تا ۶۳

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **بردارها** — صفحه‌های ۶۴ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

ریاضیات گسسته

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **گراف و مدل‌سازی + ترکیبیات** — صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱

ریاضی ۱: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **ترکیبیات** — صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **نوسان و موج + برهم کنش‌های موج** — صفحه‌های ۶۱ تا ۱۱۴

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **برهم‌کنش‌های موج + آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای** — صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۵۶

سهم در کنکور: ۹ سؤال

شیمی ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **شیمی، جلوه‌ای از هنر زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر** (تا انتهای باهم بیاندیشیم) صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر** — صفحه‌های ۹۱ تا ۱۲۳

سهم در کنکور: ۵ سؤال

ریاضی پایه

توابع نمایی و لگاریتمی

حسابان ۱: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه پایه

روابط طولی در مثلث

هندسه ۲: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

آمار و احتمال

آمار استنباطی

صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

ریاضی ۱: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

سهم در کنکور: ——

فیزیک پایه

القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی پایه

پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر

صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم‌سال دوم ۱۴۰۴

نیم‌سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت‌هایی برای مرور و جبران + ۳ آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

۱- **شروع نیم‌سال دوم؛ شروع نیمهٔ دوم رقابت با مهارت بیشتر:** فرصت برای شروع نیم‌سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صددرصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم
(فرصت برای شروع نیم‌سال دوم+ تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)

۲- **فرصت‌های طلایی برای مرور و جبران:** در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم‌سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید.
(زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم+ نیم‌سال اول دوازدهم)

۳- **تکمیل تسلط بر نیم‌سال دوم + آزمون‌های مبحثی:** سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم‌سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✔ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید!
(زمان تکمیل و تسلط بر نیم‌سال دوم دوازدهم)

۴- **آزمون‌های جامع شبیه‌ساز و پیش‌بینی کنکور سراسری:** در سه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید!
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

Maze Educational Group
www.biomaze.ir
biomaze
biomaze
WWW.ArefOnline.ir

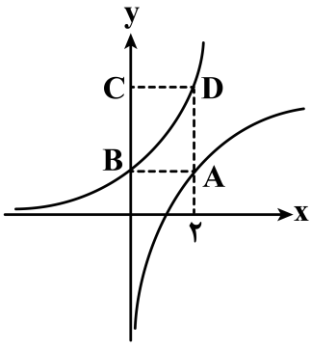
@Tahlilazemoon / @konkurbanks

ریاضیات پایه (۲۰ سؤال) ـ پاسخگویی به این بخش از سؤالات اجباری است.

۱- جواب بزرگ‌تر معادلهٔ $۳^{x}+۳^{۲-x}=۱۰$ در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $(۸,۱۰)$ ۲) $(۰,۲)$ ۳) $(-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲})$ ۴) $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$

۲- در شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=\log_a^x$ و وارون آن رسم شده است. مساحت مستطیل ABCD کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۱۲

۳- مجموع اعداد صحیح در مجموعه جواب نامعادلهٔ $\log_۲^{(x-۱)}+\log_۲^{(۶-x)}\geq \log_۲^{x}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۴- اگر $۹=۸^{a}$ باشد، حاصل جذر عدد $(\log_{۵}^{۲۷})(\log_{۱۶}^{۲۵})$ کدام است؟

۱) $۳\sqrt{a}$ ۲) $۲a$ ۳) $\frac{۳}{۲}a$ ۴) $\frac{۳}{۲}\sqrt{a}$

۵- اگر $\log_{xy^{۲}}^{x^{۲}y^{۳}}=۳$ و $\log_{xy}^{x^{n}y^{۴}}=۲$ باشد، مقدار n کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

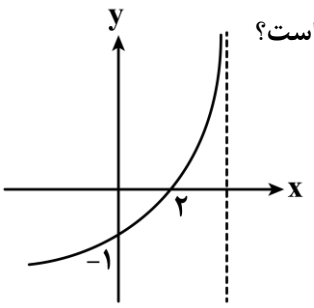
۶- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{۱}{\log_۲^{x}}+\frac{۲}{\log_{x}^{۲}}=k$ برابر ۸ است. k کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۷- نمودار وارون تابع $f(x)=۴+m\times ۲^{ax+b}$ به‌صورت مقابل است. حاصل $f(۲)$ کدام است؟



۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۳/۵
۴) ۲/۷۵

۸- ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+mx+\log n=۰$ یک واحد از اعداد $\log_۲^۳$ و $\log ۰/۲$ بیشتر هستند. n کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۵

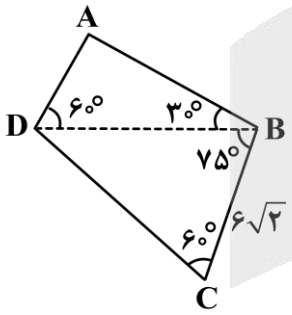
۹- حاصل $A=(\log_۶^۳)^۲+(\log_۶^{۱۲})(\log_۶^{۱۰۸})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۳

۱۰- نیمه‌عمر یک نوع عنصر برابر ۱۰ سال است. پس از چند سال جرم باقی‌مانده $\frac{۱}{۲۰}$ جرم اولیه است؟ $(\log_۲^۵=۲/۳)$

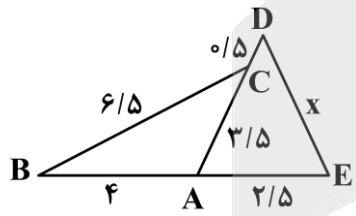
۱) ۴۴ ۲) ۴۵ ۳) ۴۶ ۴) ۴۳

۱۱- در شکل مقابل، محیط مثلث ABD کدام است؟



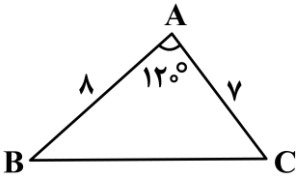
۱) $۹\sqrt{۳}+۶$
۲) $۶(\sqrt{۳}+۱)$
۳) $۶\sqrt{۳}+۹$
۴) $۹(\sqrt{۳}+۱)$

۱۲- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۱) ۳/۵
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲/۵

۱۳- در مثلث شکل مقابل، از محل تلاقی نیمسازها به سه رأس مثلث وصل می‌کنیم و سه مثلث کوچک‌تر ایجاد می‌شود. مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۷}{۲۷}$ ۲) $\frac{۷}{۲۹}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۱۴- در مثلث ABC اندازهٔ اضلاع تشکیل دنبالهٔ حسابی داده‌اند و محیط برابر ۴۲ است. اگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضلع ۲ واحد باشد، شعاع دایرهٔ محاطی کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱

۱۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۸ پاره‌خط AD به طول ۷، ضلع مقابل را به دو قسمت تقسیم کرده است. نسبت طول این دو قطعه کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۳

۱۶- در کدام گزینه نوع متغیر درست نوشته نشده است؟

۱) تعداد افراد با مدرک لیسانس: کمی گسسته
۲) نوع آلایندگی هوا: کیفی اسمی
۳) نمره ریاضی سال دهم: کمی پیوسته
۴) کیفیت غذای یک رستوران: کیفی ترتیبی

۱۷- مدیر یک فروشگاه زنجیره‌ای برای جذب و تشویق بیشتر مشتریان در روزهای آخر هر ماه از نفرات صدم، دویستم، سیصدم و ... خارج شده از فروشگاه در مورد رضایت‌مندی از برخورد کارکنان فروشگاه نظرسنجی کرده و به هر کدام هدیه‌ای اعطا می‌کند. او از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده است؟

۱) تصادفی ساده ۲) خوشه‌ای ۳) طبقه‌ای ۴) سامانمند

۱۸- اگر بخواهیم در یک جامعهٔ ۲۴۰ نفری یک نمونهٔ ۱۵ نفری به روش سامانمند انتخاب کنیم و شمارهٔ نفر اول انتخاب شده، ۷ باشد، شمارهٔ نفر ۱۱ام کدام است؟

۱) ۱۶۳ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۶۷ ۴) ۱۶۹

۱۹- از جامعه‌ای با داده‌های ۸,۵,۵,۴,۳,۲,۱ نمونه‌ای ۲عضوی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال میانگین جامعه درست برآورد می‌شود؟

۱) $\frac{۷}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۲۱}$ ۴) $\frac{۲}{۲۱}$

۲۰- طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد در نمونه‌ای به اندازهٔ ۲۲۵ و میانگین ۸ مساوی $\frac{۱}{۳}$ است. اگر با ثابت ماندن میانگین و واریانس، تعداد داده‌ها را ۹ برابر کنیم، بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد کدام است؟

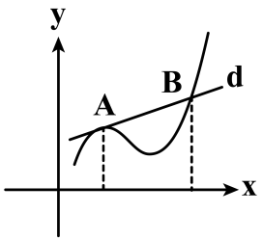
۱) $\left[\frac{۱۴۱}{۱۸}, \frac{۱۴۶}{۱۸}\right]$ ۲) $\left[\frac{۱۴۳}{۱۸}, \frac{۱۴۵}{۱۸}\right]$ ۳) $\left[\frac{۱۵۳}{۱۸}, \frac{۱۵۹}{۱۸}\right]$ ۴) $\left[\frac{۱۴۹}{۱۸}, \frac{۱۵۳}{۱۸}\right]$

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

مرور و جمع‌بندی ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم ریاضیات دوازدهم (۲۰ سؤال) ـ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه انتخاب کنید.

۲۱- مطابق شکل مقابل، خط d در نقطهٔ $A(2,3)$ بر منحنی f مماس بوده و در نقطهٔ $B(3a,2a+1)$ نمودار f را قطع می‌کند. اگر $f'(2)=\frac{1}{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{5}{3}$
۴) $\frac{7}{3}$

۲۲- خط $y=3x+a$ در نقطهٔ $x=2$ بر نمودار f مماس است. اگر $\lim_{h\to 0}\frac{f(2-2h)-1}{h}=\frac{a}{b}$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}$
۲) $\frac{5}{6}$
۳) $-\frac{5}{6}$
۴) $-\frac{5}{3}$

۲۳- نمودار توابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(x)=ax+\frac{b}{x}$ در نقطهٔ $x=1$ بر هم مماس‌اند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۲۴- با فرض $f(x)=\begin{cases}|x-a|+bx & x\le a\\ \sqrt{x-a}+bx & x>a\end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) $x=a$ مماس قائم f است.
۲) $x=a$ یک نقطهٔ گوشه‌ای f است.
۳) تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.
۴) تابع f در $x=a$ ناپیوسته است.

۲۵- اگر $f(x)=xg(\sqrt{x}+1)$، $g'(2)=-2$ و $f''(1)=6$ باشد، مقدار $g''(2)$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۱۸

۲۶- اگر $f(x)=x-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ و $g(x)=x^2+|x|$ باشد، حاصل $(fog)'(-2)$ کدام است؟

۱) -4
۲) ۶
۳) ۴
۴) -6

۲۷- اگر $f(x)=\sqrt{1-2x}$ باشد، ریشهٔ معادلهٔ $f(x).f'(x)=f''(x)$ کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$
۲) -1
۳) -4
۴) صفر

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۲۸- خط d از نقطهٔ $A(۳,۱)$ عبور می‌کند و در نقطه‌ای به طول α بر نمودار تابع غیرثابت $f(x)=\frac{x+m}{x-۱}$ مماس می‌شود. اگر $f(\alpha)=۶$ باشد، m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۲۹- تابع $f(x)=\begin{cases} ax+\sqrt[۳]{x} & x\le ۱ \\ bx^۲+|۲-x| & x>۱ \end{cases}$، فقط در دو نقطه از $\mathbb{R}$ مشتق‌ناپذیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) $-\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) $-\frac{۸}{۳}$

۳۰- توابع $f(x)=۲x-۳$ و $g(x)=x^۲-۲x$ را در نظر بگیرید. به‌ازای کدام مقدار a، آهنگ تغییر لحظه‌ای fog در $x=a$، سه برابر آهنگ تغییر متوسط gof در بازهٔ $[۱,۲]$ است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

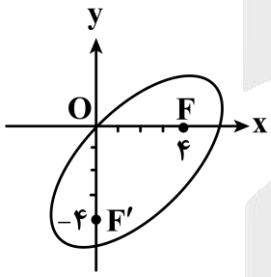
۳۱- چند نقطه با مختصات صحیح در رابطهٔ $x^۲\le y\le ۲$ صدق می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳۲- کمترین فاصلهٔ نقاط سهمی $۵my^۲+۲y+۸mx+۱=۰$ از خط هادی کدام است؟ (m عددی طبیعی است)

۱) ۱/۶ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۸

۳۳- در شکل مقابل، نقاط F و F' کانون‌های بیضی هستند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۸}$
۴) $\sqrt{۲}$

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۳۴- سهمی به کانون $F(2,3)$ و خط هادی $y=5$، محور xها را در نقاط A و B قطع می‌کند، طول پاره‌خط AB کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) $2\sqrt{10}$

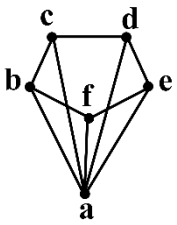
۳۵- در یک بیضی نقاط $A(6,7)$ و $A'(-4,-3)$ دو سر قطر بزرگ و $B(5,-2)$ یک سر قطر کوچک است، کمترین فاصلهٔ یکی از کانون‌های بیضی از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{41}$ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) ۵

۳۶- در گراف G با رئوس $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7\}$، اگر $N(v_1)=N(v_7)$ و $|N[v_i]|=3$ ؛ $\sum_{i=1}^{7}|N(v_i)|=20, \forall 2\le i\le 6$ باشد، m را تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و n را بیشترین تعداد عضو مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در نظر می‌گیریم. $m-n$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳۷- گراف روبه‌رو، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۳۸- با استفاده از حروف عبارت «azmoon maz» چند کلمهٔ سه حرفی می‌توان نوشت که دقیقاً دو حرف مشابه در کلمه وجود داشته باشد؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۲۶

۳۹- معادلهٔ $xyz=14112$ چند جواب صحیح و نامنفی به صورت (x,y,z) دارد؟

۱) ۷۵۶ ۲) ۳۳ ۳) ۲۵۲ ۴) ۱۵۱۲

۴۰- یک تاس را ۴ مرتبه پرتاب می‌کنیم. در چند حالت «پرتاب چهارم ≥ پرتاب سوم ≥ پرتاب دوم ≥ پرتاب اول» است؟

۱) ۳۶ ۲) ۸۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۶

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم ریاضیات دوازدهم (۲۰ سؤال) ـ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه، انتخاب کنید.

۴۱- تابع $f(x)=x|x^۲-۳x|$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲- بیشترین مقدار تابع $f(x)=ax(x^۲-۳x-۹)$ در بازهٔ $[-۲,۲]$ برابر ۱۰ است. کمترین مقدار تابع در این بازه چقدر است؟ $(a>۰)$

۱) -۵۴ ۲) -۴۴ ۳) -۳۶ ۴) -۴۶

۴۳- تابع $f(x)=\sqrt{۴+x}+\sqrt{a-x}$ مفروض است. به‌ازای کدام مقدار مثبت a، حاصل‌ضرب مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f برابر $۶\sqrt{۲}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۴- حداقل فاصلهٔ نقاط منحنی $f(x)=\sqrt{۲x-۴}$ از خط $x-۲y+۵=۰$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۵}$

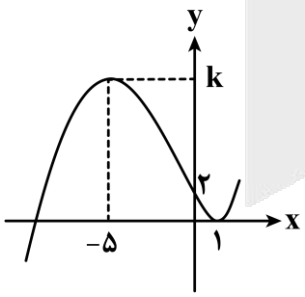
۴۵- ارتفاع استوانه‌ای با بیشترین مساحت جانبی که درون کره‌ای به شعاع ۳ محاط می‌شود، چقدر است؟

۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۴۶- تابع $f(x)=|x|\sqrt{۴-x}$ در بازهٔ (a,b) اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار $۳b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۴۷- نمودار تابع درجه سوم f به‌صورت مقابل است. مقدار k کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۴۸- اگر $x=۲$ و $x=-۲$ طول نقاط عطف تابع $f(x)=x^۴+ax^۳+bx^۲+۶۴x$ باشند، طول نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع f کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) -۴

۴۹- فرض کنید A و B نقاط مینیمم نسبی و C و D نقاط عطف تابع $f(x)=x^۲(x^۲-۱۸)$ باشند. مساحت چهارضلعی $ABCD$ چند برابر $۳+\sqrt{۳}$ است؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۴۲

۵۰- فرض کنید مجانب‌های تابع هموگرافیک f در نقطهٔ $A(۲,۱)$ متقاطع باشند. اگر حاصل‌ضرب طول نقاط اکسترمم نسبی تابع $y=xf(x)$ برابر -۱۲ باشد، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۴ ۳) -۴ ۴) ۳

۵۱- سه وجه از یک مکعب‌مستطیل بر صفحات مختصات و سه وجه دیگر آن بر صفحات $x=۳$، $y=m+۱$ و $z=۲$ واقع هستند. اگر حجم این مکعب‌مستطیل برابر ۲۴ باشد، مقدار مثبت m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۲- بردار $a=(۲,m,۴)$ با جهت مثبت محور yها زاویهٔ منفرجه ساخته است، اگر $b=-i+۲j+۳k$ و $c=۳i-۲j+k$ باشد و اندازهٔ ارتفاع وارد بر صفحهٔ شامل بردارهای b و c از متوازی‌السطوحی که روی سه بردار a,b,c ساخته شده برابر $\sqrt{۵}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۶ ۴) -۶

۵۳- اگر a,b و c سه عدد حقیقی باشند، حداکثر مقدار $\frac{(a+b+c)^۲}{a^۲+b^۲+c^۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱

۵۴- اگر $a=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$ و $b=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ باشد و داشته باشیم $\vec{a}+\vec{b}+۲\vec{c}=\vec{0}$، حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) $-\frac{۲}{۳}$

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۵۵- اگر a و b دو بردار به طول ۸ و ۵ باشند و a' تصویر بردار a بر b و همچنین b' تصویر بردار b بر a باشد و $a'.b'=5$، حاصل $|a\times(a-b)|$ کدام است؟

۱) $40\sqrt{3}$ ۲) $10\sqrt{3}$ ۳) $20\sqrt{3}$ ۴) $5\sqrt{3}$

۵۶- در مربع‌های لاتین و ، مقدار $x+y$ کدام است؟

۳	x		
		۲	
	۱		
۲			۴

۱		۲	
	۳		
			y
		۱	

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۷- چند مربع لاتین مانند A یافت می‌شود که با مربع لاتین متعامد باشد؟

۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۴	۳	۲	۱

۱) ۹۶ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۴۸

۵۸- در چند جایگشت از حروف کلمهٔ «algorithm» هیچ‌یک از عبارت‌های «rit» و «log» وجود ندارند؟

۱) $2858\times5!$ ۲) $2899\times5!$ ۳) $2983\times5!$ ۴) $29441\times5!$

۵۹- ۵ فیلم e,d,c,b,a را برای داوری به افراد $1,2,3,4$ می‌دهیم. به چند حالت این افراد می‌توانند فیلم‌ها را داوری کنند به‌طوری که هر نفر حداقل یک فیلم را داوری کرده باشد و فیلم b را حتماً «داور ۱» داوری کند و فیلم c را «داور ۳» داوری نکرده باشند؟

۱) ۸۱ ۲) ۴۲ ۳) ۳۸ ۴) ۱۶

۶۰- مجموعهٔ اعداد $\{1,5,9,...,77,81,85\}$ را که به‌صورت یک دنبالهٔ حسابی مرتب شده‌اند، در نظر بگیرید. اگر از این مجموعه m عضو انتخاب کنیم، حداقل ۲ عضو در این m عدد وجود دارند که مجموعشان ۹۰ است. مجموع ارقام حداقل مقدار m کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم

مرور و جمع‌بندی
۴/۸ ابتدایی نیم‌سال دوم دوازدهم
۱/۵ پایهٔ یازدهم

تکمیل
۴/۸ پایانی نیم‌سال دوم دوازدهم
۱/۵ پایهٔ یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۵

ردیف	ماده امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
				از	تا		
۱	فیزیک	اجباری	۱۰	۶۱	۷۰	۱۵ دقیقه	۵۰ سؤال ۶۰ دقیقه
		انتخابی	۱۵	۷۱	۸۵	۲۰ دقیقه	
			۱۵	۸۶	۱۰۰	۲۰ دقیقه	
۲	شیمی	اجباری	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه	
		انتخابی	۱۵	۱۱۱	۱۲۵	۱۵ دقیقه	
			۱۵	۱۲۶	۱۴۰	۱۵ دقیقه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازهٔ متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

بودجه‌بندی [redacted] آزمون

حسابان ۲

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **مشتق** — صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۰

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **کاربردهای مشتق** — صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۴۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **آشنایی با مقاطع مخروطی + بردارها** — صفحه‌های ۴۷ تا ۶۳

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **بردارها** — صفحه‌های ۶۴ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

ریاضیات گسسته

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **گراف و مدل‌سازی + ترکیبیات** — صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱

ریاضی ۱: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **ترکیبیات** — صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **نوسان و موج + برهم کنش‌های موج** — صفحه‌های ۶۱ تا ۱۱۴

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **برهم‌کنش‌های موج + آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای** — صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۵۶

سهم در کنکور: ۹ سؤال

شیمی ۳

مرور ۵۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **شیمی، جلوه‌ای از هنر زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر** (تا انتهای باهم بیاندیشیم) صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹

پیشروی ۱۰۰ درصدی — نیم‌سال دوم دوازدهم — **شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر** — صفحه‌های ۹۱ تا ۱۲۳

سهم در کنکور: ۵ سؤال

ریاضی پایه

توابع نمایی و لگاریتمی

حسابان ۱: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

هندسه پایه

روابط طولی در مثلث

هندسه ۲: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

سهم در کنکور: ۲ سؤال

آمار و احتمال

آمار استنباطی

صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

ریاضی ۱: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

سهم در کنکور: ——

فیزیک پایه

القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب

صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

سهم در کنکور: ۲ سؤال

شیمی پایه

پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر

صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم‌سال دوم ۱۴۰۴

نیم‌سال دوم: ۹ مرحله آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید + فرصت‌هایی برای مرور و جبران + ۳ آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

۱- **شروع نیم‌سال دوم؛ شروع نیمهٔ دوم رقابت با مهارت بیشتر:** فرصت برای شروع نیم‌سال دوم و پیشروی ۵۰ یا صددرصدی پایه دوازدهم + تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم
(فرصت برای شروع نیم‌سال دوم+ تکمیل مرور و یادگیری پایه یازدهم)

۲- **فرصت‌های طلایی برای مرور و جبران:** در دو آزمون ۶ و ۱۴ فروردین می توانید به ترتیب مباحث پایه دهم و یازدهم + مباحث نیم‌سال اول دوازدهم را به طور کامل مرور و جمع بندی کنید.
(زمان مرور و جمع بندی دهم و یازدهم+ نیم‌سال اول دوازدهم)

۳- **تکمیل تسلط بر نیم‌سال دوم + آزمون‌های مبحثی:** سه مرحله آزمون برای تکمیل و تسلط بر ۵۰ درصد پایانی نیم‌سال دوم + مرور پایه با نگاه ترکیبی به مباحث ✔ با آرامش خاطر و تسلط صد درصدی به استقبال امتحانات نهایی بروید!
(زمان تکمیل و تسلط بر نیم‌سال دوم دوازدهم)

۴- **آزمون‌های جامع شبیه‌ساز و پیش‌بینی کنکور سراسری:** در سه آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری، شرایط کاملاً مشابه با کنکور سراسری را تجربه کنید!
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)

Maze Educational Group
www.biomaze.ir
biomaze
biomaze
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

فیزیک پایه (۱۰ سؤال) ـ پاسخگویی به این بخش از سؤالات اجباری است.

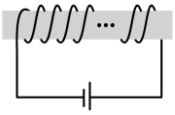
۶۱- چه تعداد از فناوری‌های زیر براساس القای الکترومغناطیسی کار می‌کنند؟

الف ـ تندی‌سنج دوچرخه‌های مسابقه‌ای　　ب ـ دستگاه‌های کارت‌خوان

ج ـ جرقه‌زنی شمع خودرو　　د ـ سامانهٔ تنظیم حد تندی خودرو

۱) ۴　　۲) ۳　　۳) ۲　　۴) ۱

۶۲- در شکل زیر، سیملولهٔ آرمانی دارای ۴۰۰ حلقه و طول $۸۰cm$ حامل جریان $۲۰A$ است. اگر شعاع حلقه‌های سیملوله $۱۰cm$ باشد، شار مغناطیسی عبوری از هر حلقهٔ آن چند میکروویر است؟ $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \frac{T.m}{A})$



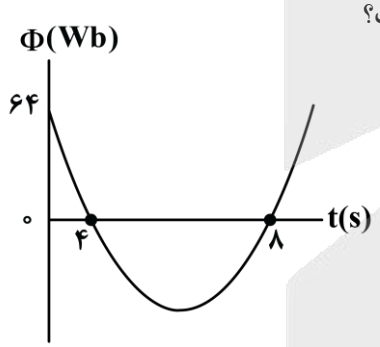
۱) $۲۰\pi^۲$　　۲) $۴۰\pi^۲$

۳) ۲۰π　　۴) ۴۰π

۶۳- شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۱۰۰ حلقه است، در SI به‌صورت $\Phi = \Phi_m \cos(۵۰\pi t)$ است. اگر بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = \frac{۱}{۱۰۰}s$ برابر ۲۰۰ ولت باشد، شار عبوری از پیچه در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰۰}s$ چند میلی‌وبر است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$　　۲) $۱۰\sqrt{۲}$　　۳) $۲۰\sqrt{۲}$　　۴) $۵۰\sqrt{۲}$

۶۴- نمودار تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقهٔ رسانا برحسب زمان به‌صورت سهمی زیر است. اگر مقاومت الکتریکی حلقه $۰/۲\Omega$ باشد، بزرگی جریان القایی در حلقه در ۵ ثانیهٔ دوم چند آمپر است؟



۱) ۳۰

۲) ۳

۳) ۶۰

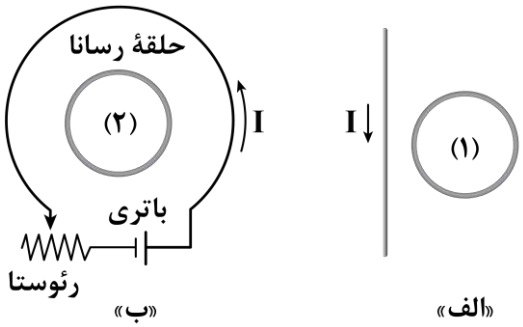
۴) ۶

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

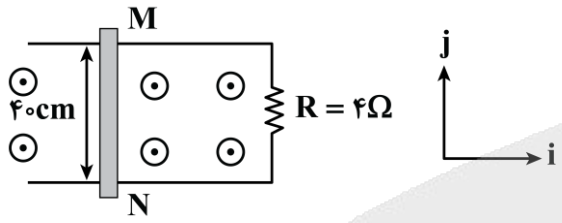
۶۵- در شکل «الف»، جریان سیم راست درحال افزایش و در شکل «ب»، مقاومت رئوستا درحال افزایش است. جریان القایی در حلقه‌های رسانای (۱) و (۲) به‌ترتیب از راست به چپ در چه جهتی ایجاد می‌شود؟

۱) ساعتگرد، ساعتگرد
۲) ساعتگرد، پادساعتگرد
۳) پادساعتگرد، ساعتگرد
۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد



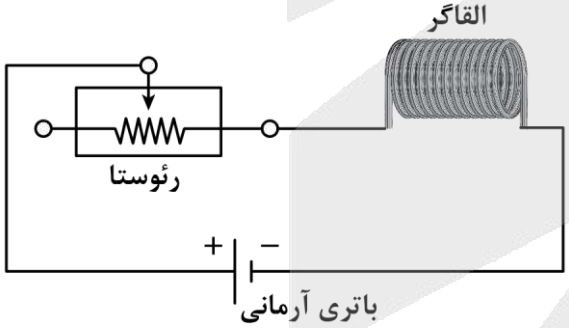
۶۶- در مدار شکل زیر، حلقه‌ای رسانا عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۰۰G قرار دارد. بردار سرعت حرکت میلهٔ رسانای MN برحسب متر بر ثانیه کدام باشد تا در آن جریان الکتریکی القایی ۲mA از نقطهٔ M به N القا شود؟

۱) $۲\vec{i}$
۲) $-۲\vec{i}$
۳) $۸\vec{i}$
۴) $-۸\vec{i}$



۶۷- شکل زیر، مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر ایده‌آل، باتری آرمانی و رئوستا که به‌طور متوالی به یکدیگر بسته شده‌اند، است. اگر مقاومت رئوستا را از $R_۱$ به $R_۲$ برسانیم، انرژی ذخیره‌شده در القاگر ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. نسبت $\frac{R_۲}{R_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۵}$
۴) $\frac{۲۵}{۱۶}$

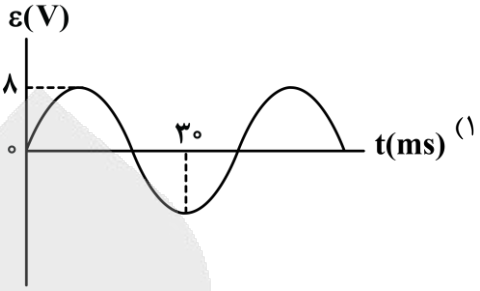


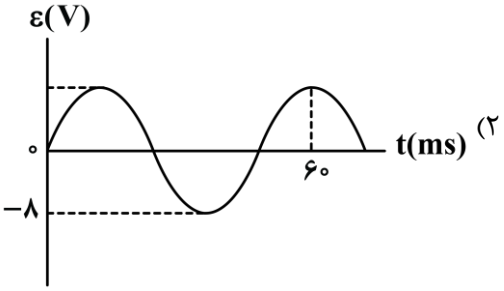
محل انجام محاسبات

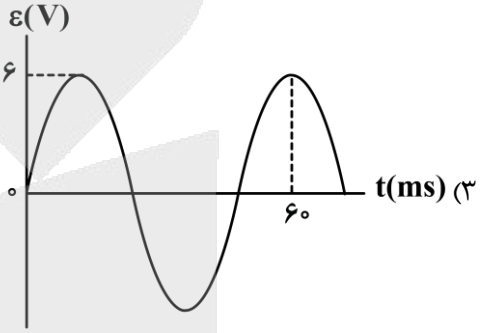
WWW.ArefOnline.ir

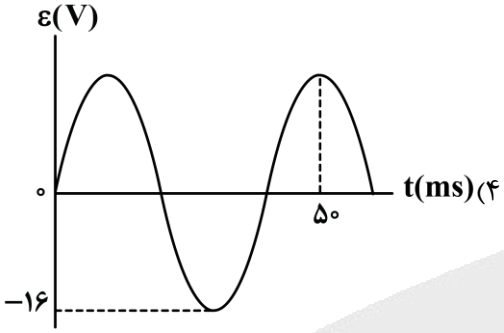
@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۶۸- معادلهٔ جریان متناوب یک مولد در SI به‌صورت $I=8\sin 50\pi t$ است. اگر مقاومت مولد 2Ω باشد، نمودار نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان مربوط به آن کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۶۹- القاگری آرمانی به طول ۲۰cm و تعداد دور ۲۰۰، حامل جریان الکتریکی ۵A است. اگر شعاع حلقه‌ها ۱۰cm باشد، میدان مغناطیسی درون القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن به‌ترتیب از راست به چپ چند گاوس و چند ژول است؟

$(\pi \simeq 3 \, , \, \mu_{\circ} = 12\times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

۱) $90 ، 3\times 10^{-3}$ ۲) $9\times 10^{-2} ، 30$ ۳) $9\times 10^{-2} ، 60$ ۴) $90 ، 6\times 10^{-3}$

۷۰- در محل یک نیروگاه، ولتاژ ۵۰۰۰ ولت توسط مبدل آرمانی A به 2×10^{5} ولت تبدیل می‌شود و پس از انتقال به شهر توسط مبدل آرمانی B این ولتاژ به 10^{4} ولت تبدیل می‌شود. نسبت تعداد سیم‌پیچ ثانویه به اولیه در مبدل A چند برابر نسبت تعداد سیم‌پیچ ثانویه به اولیه در مبدل B است؟

۱) ۲ ۲) ۴۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۲۰۰

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

مرور و جمع‌بندی ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم فیزیک دوازدهم (۱۵ سؤال) ــ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه انتخاب کنید.

۷۱- ساعتی آونگ‌دار (با آونگ سادهٔ فلزی)، در تهران تنظیم شده است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف ــ اگر این ساعت به استوا برده شود، عقب می‌افتد. $(g_{\text{استوا}} = ۹/۷۸ \frac{m}{s^۲} \, , \, g_{\text{تهران}} = ۹/۸ \frac{m}{s^۲})$

ب ــ اگر سیم فلزی این آونگ گرم شود، ساعت عقب می‌افتد.

ج ــ اگر این ساعت به کرهٔ ماه برده شود، ساعت عقب می‌افتد. $(g_{\text{ماه}} = ۱/۶۳ \frac{m}{s^۲})$

۱) «ج» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «ب» ۴) «الف»، «ب» و «ج»

۷۲- جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن $۱۲۵۰kg$ است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $۱۰ \frac{N}{mm}$ سوار شده است. بسامد ارتعاش خودرو هنگامی‌که از چاله‌ای می‌گذرد چند هرتز است؟ (فرض کنید وزن خودرو به‌طور یکنواخت روی فنرهای چهار چرخ توزیع شده است.)

۱) $\frac{۲\sqrt{۲}}{\pi}$ ۲) $\frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{\pi}$ ۴) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$

۷۳- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری در SI به‌صورت $x = ۰/۰۵\cos ۲۰\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی مکانیکی نوسانگر ۲ برابر انرژی پتانسیل آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) π ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۳) $\sqrt{۲}\pi$ ۴) ۲π

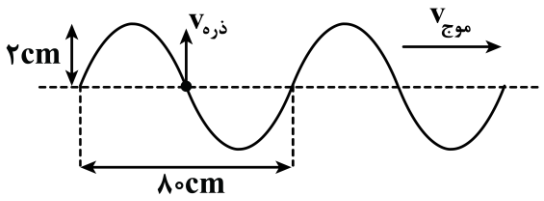
۷۴- در یک سیم با چگالی خطی ۶×۱۰^{-۲} در SI، موج عرضی سینوسی با طول موج $۱۰cm$ ایجاد شده است. اگر هر ذره از سیم در هر $۳۰ms$، سه نوسان کامل انجام دهد، نیروی کشش سیم چند نیوتون می‌باشد؟

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۰/۶ ۴) ۶۰۰

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۷۵- شکل زیر، نقش موجی عرضی در یک ریسمان را در یک لحظه نشان می‌دهد که با تندی $v_{موج}$ به سمت راست درحال انتشار بوده و تندی ذرهٔ نشان‌داده‌شده از ریسمان، $v_{ذره} = ۲۰\pi \frac{cm}{s}$ است. $v_{موج}$ چند متر بر ثانیه است؟

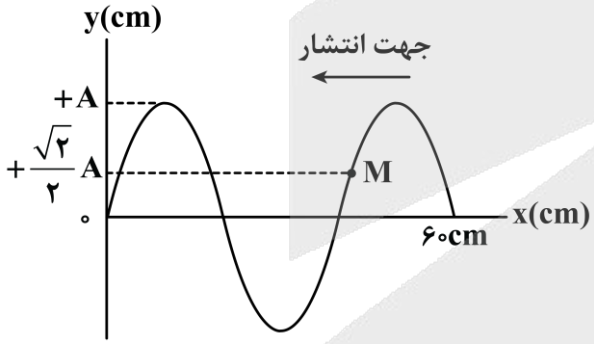


۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۷۶- یک دستگاه لرزه‌نگار به‌علت زلزله‌ای که در شهر A رخ داده است، نخستین امواج P را در ساعت یازده و پانزده دقیقه و بیست ثانیه و نخستین امواج S را دو دقیقه و بیست ثانیه بعد دریافت می‌کند. زمان شروع زلزله در شهر A کدام است؟ ($v_P = ۸ \frac{km}{s}$ و $v_S = ۴/۵ \frac{km}{s}$ فرض شود.)

۱) یازده و پانزده دقیقه و دو ثانیه
۲) یازده و دوازده دقیقه و بیست ثانیه
۳) یازده و ده دقیقه
۴) یازده و ده دقیقه و بیست ثانیه

۷۷- تصویر موج عرضی منتشرشده در ریسمانی به چگالی خطی جرم $۵۰ \frac{g}{m}$، در لحظهٔ $t = ۲۵ms$ به شکل زیر است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر ۲۰N باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۲ms$ تا $t_۲ = ۳۴ms$ چند میلی‌ثانیه اندازهٔ شتاب ذرهٔ M درحال کاهش است؟



۱) ۱۰/۵ms
۲) ۱۲ms
۳) ۱۳/۵ms
۴) ۱۲/۵ms

۷۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد امواج الکترومغناطیسی درست است؟

الف ـ طول موج امواج میکروموج از طول موج امواج رادیویی بلندتر است.

ب ـ امواج الکترومغناطیسی همگی در تمامی محیط‌ها با یک تندی منتشر می‌شوند.

ج ـ امواج الکترومغناطیسی انرژی را به‌صورت انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی ذرات محیط منتشر می‌کنند.

د ـ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در یک موج الکترومغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

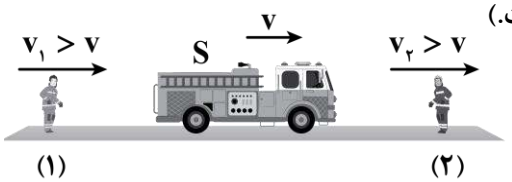
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۷۹- اگر فاصلهٔ شخص تا چشمهٔ صوتی ۴۸ متر افزایش یابد، تراز شدت صوت ۲۸dB کاهش می‌یابد. فاصلهٔ اولیهٔ شخص تا چشمهٔ صوت چند متر بوده است؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود.)

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲ ۴) ۴

۸۰- مطابق شکل زیر، منبع صوتی (S) که موجی با طول موج λ و بسامد f تولید می‌کند، با تندی v در جهت نشان‌داده‌شده درحال حرکت است. دو ناظر (۱) و (۲) نیز مطابق شکل در دو طرف منبع صوتی قرار دارند و در همان جهت با تندی v_1 و v_2 در حرکت می‌باشند. چند مورد از موارد زیر، برای لحظهٔ نشان‌داده‌شده صحیح می‌باشد؟ (λ_1 و λ_2 طول موج در محل ناظرها می‌باشد و f_1 و f_2 بسامد دریافتی هر ناظر است.)



الف ـ $\frac{f_1}{f_2} > 1$ ب ـ $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1$

ج ـ $\lambda_2 = \lambda$ د ـ $\lambda_1 > \lambda$

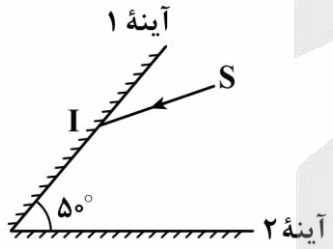
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۱- شخصی در فاصلهٔ d از یک صخرهٔ بلند و قائم ایستاده است. شخص یک بار دست می‌زند ولی نمی‌تواند صدای اولیهٔ دست خود و پژواک آن را از هم تمیز دهد. او هر بار یک متر عقب رفته و دوباره این کار را تکرار می‌کند. تا زمانی که شخص برای اولین بار بتواند صدای دست زدن خود را از پژواک آن تمیز دهد، در کل ۹ بار دست زده است. محدودهٔ d کدام است؟ (تندی صوت در هوا را $۳۵۰\frac{m}{s}$ درنظر بگیرید.)

۱) $۸/۵m \le d < ۹/۵m$ ۲) $۹/۵m \le d < ۱۷/۵m$

۳) $۹/۵m \le d < ۱۰/۵m$ ۴) $۹m \le d < ۱۰m$

۸۲- زاویهٔ بین پرتوی تابش SI و سطح آینهٔ (۱) چند درجه باشد تا پرتوی SI در برخورد با آینه‌های (۱) و (۲)، سه بار بازتاب شود و پرتوی بازتابش نهایی موازی با آینهٔ (۲) شود؟

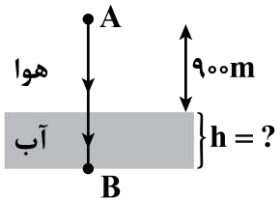


۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۶۰

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۸۳- طول موج یک نور تک‌رنگ در هوا $\frac{۳}{۲}$ برابر طول موج آن در آب است. با توجه به شکل زیر، پرتوی تک‌رنگی از همین موج از نقطهٔ A در هوا در راستای عمود بر سطح آب منتشر می‌شود و پس از ۶μs به نقطهٔ B می‌رسد. عمق آب (h) چند متر است؟ $(c = ۳\times ۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$

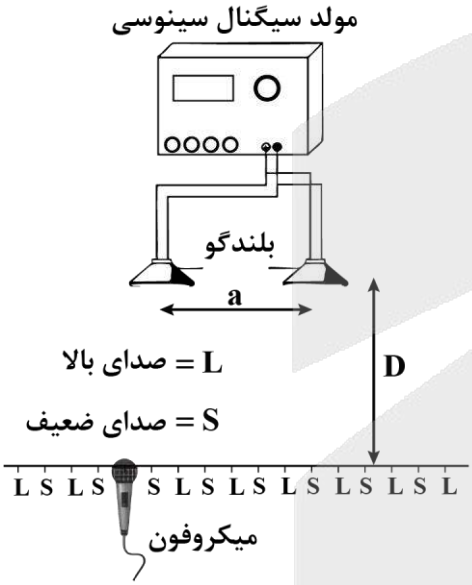


۱) ۳۶۰
۲) ۱۸۰۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۶۰۰

۸۴- در یک تار دو سر بسته، یکی از بسامدهای تشدیدی ۳۲۵Hz و بسامد تشدیدی بعدی ۳۹۰Hz است. اگر این تار با بسامد ۵۲۰Hz به تشدید درآید، چند شکم درون آن ایجاد می‌شود؟

۱) ۸
۲) ۷
۳) ۶
۴) ۹

۸۵- در شکل زیر، دو بلندگو که به یک مولّد سیگنال الکتریکی متصل‌اند، امواج سینوسی هم‌بسامدی را در فضا منتشر می‌کنند. با حرکت دادن میکروفون در امتداد خط فرضی نشان‌داده‌شده در شکل، درمی‌یابیم که بلندی صدا ..... . علت این پدیده را می‌توان براساس ..... توضیح داد.



۱) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ پدیدهٔ پراش
۲) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ شکست موج
۳) پیوسته افزایش یا پیوسته کاهش می‌یابد ـ تداخل‌های سازنده و ویرانگر امواج صوتی
۴) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ تداخل‌های سازنده و ویرانگر امواج صوتی

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم فیزیک دوازدهم (۱۵ سؤال) ــ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه، انتخاب کنید.

۸۶- چند مورد از موارد زیر در مورد پدیدهٔ فوتوالکتریک صحیح می‌باشد؟

الف ــ بنابر دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک با هر موج الکترومغناطیسی بدون توجه به بسامد آن رخ می‌دهد.

ب ــ اگر در بسامد ثابت، شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم انرژی جنبشی الکترون‌های جداشده از فلز تغییر نمی‌کند.

ج ــ با استفاده از موجی با طول موج بلندتر، احتمال رُخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک افزایش می‌یابد.

د ــ با افزایش شدت نور فرودی، اثر فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- یک لامپ رشته‌ای با توان ۱۰۰W از فاصلهٔ یک کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به‌طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازدهٔ لامپ ۶ درصد است و فقط ۱ درصد این تابش دارای طول موجی در حدود ۶۰۰nm است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصلهٔ یک کیلومتری قرار دارد؟ ($h=6\times10^{-34}\,J.s$ ، $c=3\times10^{8}\,\frac{m}{s}$ و قطر مردمک چشم را ۲mm درنظر بگیرید.)

۱) 10^{6} ۲) 10^{5} ۳) 5×10^{4} ۴) 2×10^{17}

۸۸- رابطهٔ ریدبرگ برای محاسبهٔ کوتاه‌ترین طول موج نور مرئی تابش‌شده از گاز هیدروژن اتمی به‌صورت $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ است. حاصل $n-n'$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

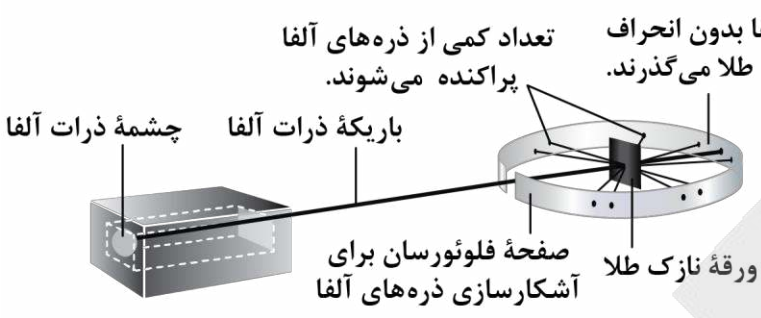
۸۹- در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=3$ قرار دارد. نسبت کم‌ترین طول موج گسیلی به بیش‌ترین طول موج جذبی توسط این الکترون کدام است؟

۱) $\frac{16}{7}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{7}{128}$ ۴) $\frac{128}{7}$

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۹۰- شکل زیر مربوط به آزمایش ..... است. نتایج این آزمایش با نتایج مدل اتمی تامسون مغایرت ..... . این آزمایش منجر به کشف ..... شد.



۱) بور ـ نداشت ـ ذرات آلفا
۲) بور ـ داشت ـ هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم
۳) رادرفورد ـ داشت ـ ذرات آلفا
۴) رادرفورد ـ داشت ـ هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم

۹۱- شکل زیر تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. اگر الکترون از تراز انرژی $-1/51eV$ به تراز پایه جهش کند، طول موج فوتون گسیلی تقریباً چند نانومتر است؟ $(hc=1240eV.nm)$

$0eV$ ——— $n=\infty$
$-1/51eV$ ——— $n=3$
$-3/4eV$ ——— $n=2$
$-13/6eV$ ——— $n=1$

۱) ۶۵۶
۲) ۱۲۱
۳) ۸۲۱
۴) ۱۰۳

۹۲- در اتم هیدروژن، الکترون از مدار n به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $\frac{2}{3}\times10^{15}Hz$ گسیل می‌کند. n و n' به‌ترتیب کدام‌اند؟ $(R=0/01nm^{-1}, c=3\times10^{8}\frac{m}{s})$

۱) ۴ و ۲
۲) ۴ و ۱
۳) ۶ و ۱
۴) ۶ و ۲

۹۳- الکترونی در دومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن قرار دارد. با دریافت $\frac{544}{3}\times10^{-21}J$ انرژی، شعاع مدار الکترون چند پیکومتر تغییر می‌کند؟ $(E_R=13/6eV, e=1/6\times10^{-19}C$ و $a_0=5\times10^{-11}m)$

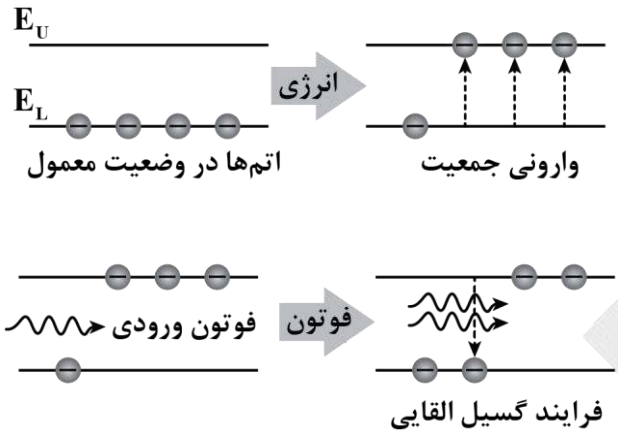
۱) ۴۵۰
۲) ۱۳۵۰
۳) ۱۵۰
۴) ۱۸۰۰

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۹۴- شکل زیر فرایند ایجاد باریکهٔ لیزر را به‌طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با آن صحیح است؟



الف ـ منظور از عبارت «اتم‌ها در وضعیت معمول»، این است که اتم‌ها در حالت عادی هستند و برانگیخته نشده‌اند.

ب ـ منظور از عبارت «وارونی جمعیت»، این است که تعداد اتم‌های برانگیخته‌شده بیش‌تر از تعداد اتم‌ها در حالت معمول است.

ج ـ انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً برابر اختلاف انرژی ترازهای E_U و E_L باشد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۵- چه تعداد از عبارات زیر صحیح هستند؟

الف ـ در میان عناصر ناپایدار با $Z>83$، توریم و اورانیم تنها عناصری هستند که واپاشی آن‌ها چنان کند است که تا امروز فقط مقادیر کمی از آن‌ها به عناصر سبک‌تر تبدیل شده‌اند.

ب ـ نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد بوده و مستقل از بار الکتریکی است.

ج ـ نیروی هسته‌ای مانع از هم پاشیدن هسته می‌شود.

د ـ خواص شیمیایی هر اتم را تعداد نوترون‌های هسته تعیین می‌کند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۶- در مورد ذرات آلفا کدام گزینه صحیح است؟

۱) تابش‌های الکترومغناطیسی هسته هستند.

۲) ذرات دارای بار الکتریکی منفی هستند.

۳) ذرات با بار مثبت هستند.

۴) ذرات بدون بار الکتریکی و جرمی تقریباً برابر با چهار پروتون هستند.

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۹۷- یکی از ذرات آلفا، بتا یا گاما که نفوذ کم‌تری دارد، توسط هستهٔ اورانیم ($^{238}_{92}U$) تابش می‌شود. پس از تابش این ذره، تعداد نوترون‌های هستهٔ جدید ایجادشده با تعداد پروتون‌های آن چقدر اختلاف دارد؟

۱) ۹۰ ۲) ۱۴۴ ۳) ۵۴ ۴) ۵۲

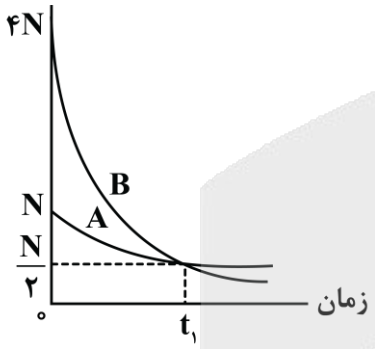
۹۸- اگر یک عنصر پرتوزا، ۲ ذرهٔ β^- و ۲ ذرهٔ α تابش کند، در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱) عدد اتمی آن ۶ واحد افزایش می‌یابد.
۲) عدد اتمی آن ۲ واحد افزایش می‌یابد.
۳) عدد جرمی آن ۶ واحد کاهش می‌یابد.
۴) عدد جرمی آن ۸ واحد کاهش می‌یابد.

۹۹- میزان کربن-۱۴ موجود در یک قطعه چوب باستانی، ۲۵ درصد مقدار موجود در درختان زنده، اندازه‌گیری شده است. اگر نیمه‌عمر کربن-۱۴ برابر ۵۸۰۰ سال باشد، این قطعه چوب چند سال قدمت دارد؟

۱) ۲۹۰۰ ۲) ۱۱۶۰۰ ۳) ۱۴۵۰ ۴) ۲۳۲۰۰

۱۰۰- نمودار تعداد هسته‌های باقی‌مانده از دو عنصر پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. نیمه‌عمر مادهٔ A چند برابر نیمه‌عمر مادهٔ B است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۸
۴) ۹

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

شیمی پایه (۱۰ سؤال) ــ پاسخگویی به این بخش از سؤالات اجباری است.

۱۰۱- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) الیاف پنبه‌ای، حاوی ذرات گلوکز بوده و در سال‌های اخیر، میزان تولید آن‌ها همانند پلی‌استرها افزایش یافته است.

۲) انسان با بهره‌مندی از هوش خود، نخستین پوشش‌ها را با استفاده از موادی که حاوی پلی‌آمیدها بودند، ساخت.

۳) پوشاک، بدن را در برابر عوامل محیطی مانند سرما، نور خورشید، باران، تگرگ و گزند حشره محافظت می‌کند.

۴) روغن زیتون، درشت‌مولکولی است که در آب نامحلول بوده و در ساختار آن واحدهای تکرارشونده وجود ندارند.

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ــ تفلون، نامحلول در آب بوده و در مونومر آن، تعداد جفت الکترون ناپیوندی ۲ برابر جفت الکترون پیوندی است.

ب ــ پروپن، ۲-هگزن، کلرواتان و استیرن، از جمله موادی هستند که می‌توانند در واکنش بسپارش شرکت کنند.

ج ــ با تغییر نسبت مولی کاتالیزگرهای حاوی اتم فلزی، می‌توان جرم مولی پلی‌اتن تولید شده را تغییر داد.

د ــ استیرن دارای ۴ پیوند دوگانه بوده و پلیمر حاصل از آن، در ساخت ظروف یک بار مصرف کاربرد دارد.

هـ ــ در ساختار پلیمرهای هیدروکربنی، به‌یقین هیچ اتم کربنی با عدد اکسایش صفر یافت نمی‌شود.

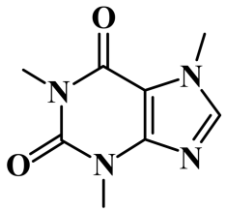
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۳- شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار یک زنجیره از پلی‌استیرن، ۱۵ برابر شمار اتم‌های کلر موجود در یک زنجیره از پلی‌وینیل کلرید است. جرم مولکول پلی‌استیرن، چند برابر جرم مولکول پلی‌وینیل کلرید است؟

$(H = ۱ , C = ۱۲ , Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-۱})$

۱) ۸/۳۲ ۲) ۴/۱۶ ۳) ۶/۲۴ ۴) ۲/۰۸

۱۰۴- در رابطه با مولکول مقابل، کدام مورد نادرست است؟



۱) در ساختار خود، دارای گروه عاملی آمینی و آمیدی است.

۲) همه اتم‌های کربن موجود در آن، به اتم نیتروژن متصل شده‌اند.

۳) شمار پیوندهای $C - H$ موجود در آن، ۲ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.

۴) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار این ماده، با گوگرد تری‌اکسید برابر است.

۱۰۵- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، درست است؟

۱) در مولکول پلی‌اتن سنگین، هر اتم کربن حداکثر توسط ۳ پیوند، به ۳ اتم کربن دیگر متصل شده است.

۲) فورمیک اسید بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و انحلال‌پذیری ذرات آن در آب، بیشتر از اتانوییک اسید است.

۳) بین نمونه‌هایی به جرم برابر از پلی‌اتن سبک و سنگین، ظاهر ماده‌ای که حجم بیشتری اشغال می‌کند، کدر است.

۴) اتیل اتانوات، ۸ اتم هیدروژن و ۲ پیوند $C - O$ داشته و دمای جوش آن، بیشتر از دمای جوش بوتانوئیک اسید است.

محل انجام محاسبات

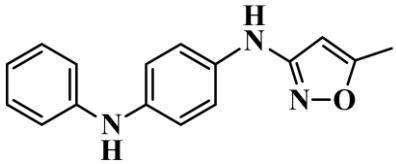
آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۱۰۶- درصد جرمی اتم‌های اکسیژن در ساختار نوعی کربوکسیلیک اسید سیرشده، ۴ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن است. نمونه‌ای از این ماده که شامل ۱۲ گرم اتم کربن می‌شود، با چند گرم اتانول به‌طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۳ ـ ۴/۵ ۲) ۱۱/۵ ـ ۴/۵ ۳) ۲۳ ـ ۹ ۴) ۱۱/۵ ـ ۹

۱۰۷- شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار ترکیب مقابل، چند برابر شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار متیل پروپان است؟



۱) ۱/۵
۲) ۱/۲
۳) ۱/۸
۴) ۲/۱

۱۰۸- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

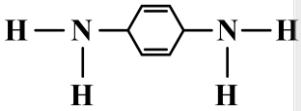
الف ـ مولکول‌های سازنده ویتامین (آ)، همانند مولکول‌های ۱-اوکتانول، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.
ب ـ فرمول مولکولی دو اسید آلی با ساختارهای مختلف، می‌تواند مشابه به فرمول مولکولی متیل پروپانوات باشد.
ج ـ اگر مولکول ویتامین (دی) را با بوتانوئیک اسید وارد واکنش کنیم، انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر می‌شود.
د ـ ساده‌ترین آمین، دارای ۵ اتم H بوده و در مقایسه با یک نمونه از آمونیاک دمای جوش پایین‌تری دارد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۱۰۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) همواره شمار واحدهای تکرارشونده در یک پلیمر با شمار مونومرهای مصرف شده در تولید آن پلیمر برابر است.
۲) در مرحله نخست از واکنش تولید پلی‌آمید، باید به دی‌آمین و دی‌اسید سازنده آن، مقداری گرما داده شود.
۳) استفاده از پلی‌اتن و پلی‌پروپن، صرفهٔ اقتصادی دارد اما از نگاه پیشرفت پایدار الگوی مصرف مطلوبی نیست.
۴) مونومر مصرف شده برای تولید پلی‌لاکتیک اسید را با استفاده از بقایای گیاهانی مثل نیشکر تولید می‌کنند.

۱۱۰- طی واکنش آبکافت نوعی پلی‌استر که با استفاده از دو نوع مونومر تشکیل شده، ۳۰/۶ گرم آب مصرف شده است. دی‌اسید حاصل، با چند گرم از ترکیب با ساختار زیر واکنش می‌دهد؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$



۱) ۶۸/۸
۲) ۹۳/۵
۳) ۱۳۷/۶
۴) ۱۸۷

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

مرور و جمع‌بندی ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم شیمی دوازدهم (۱۵ سؤال) ــ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه انتخاب کنید.

۱۱۱- **کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟**

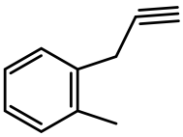
۱) پختن نان سنگک روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از دمای ذوب بالای یک نمونه سیلیسیم دانست.

۲) دومین عنصر فراوان پوسته جامد زمین، توانایی تشکیل یون تک اتمی را نداشته و در سلول خورشیدی وجود دارد.

۳) جرم خاک رس لازم برای تهیه ۱۰۰ گرم Al_2O_3، کمتر از جرم خاک رس لازم برای تهیه ۱۰۰ گرم MgO است.

۴) گرافن یک ماده شفاف است که از اتصال اتم‌های کربن ایجاد شده و نسبت به فولاد، مقاومت کششی بالاتری دارد.

۱۱۲- **ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید. درصد جرمی کربن در این ترکیب، چند برابر درصد جرمی هیدروژن بوده و هر مول از این ماده، در واکنش با چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد می‌سوزد؟**
$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$



۱) ۱۰ ـ ۲۲۴ ۲) ۱۰ ـ ۲۸۰

۳) ۱۲ ـ ۲۲۴ ۴) ۱۲ ـ ۲۸۰

۱۱۳- **کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟**

الف ــ به‌خاطر جابه‌جایی یون‌ها در اثر ضربه و ایجاد نیروی دافعه به دنبال آن، بلور جامد لیتیم کلرید شکننده است.

ب ــ اگر در بلور ترکیب M_3X، عدد کوئوردیناسیون آنیون برابر ۹ باشد، عدد کوئوردیناسیون کاتیون برابر ۳ است.

ج ــ منیزیم کلرید، محلول در آب بوده و ΔH فروپاشی شبکه آن کمتر از ΔH فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.

د ــ برای توصیف سدیم کلرید، برخلاف عناصر سازنده آن، نمی‌توان از عبارت «نیروی بین مولکولی» استفاده کرد.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۱۱۴- **در یک مخلوط، درصد جرمی آب و آهن (III) اکسید به‌ترتیب برابر با ۴۰٪ و ۳۲٪ است. اگر ۲۵۰ گرم از آب موجود در این مخلوط را تبخیر کنیم، درصد جرمی آهن (III) اکسید در آن به ۴۰٪ می‌رسد. در ساختار آهن (III) اکسید موجود در این نمونه، چند کاتیون آهن (III) وجود دارد؟** $(Fe = ۵۶ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) $۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۴}$ ۲) $۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۴}$ ۳) $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۴}$ ۴) $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۴}$

۱۱۵- **کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، در رابطه با مولکول کربن دی‌سولفید نادرست است؟**

۱) این مولکول، ناقطبی بوده و ساختار آن، برخلاف ساختار اکسیژن دی‌فلوئورید، به‌صورت خطی است.

۲) اتم مرکزی این مولکول، بار جزئی مثبت داشته و دمای جوش آن بالاتر از کربن دی‌اکسید است.

۳) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در این مولکول، برابر با مولکول استیک اسید است.

۴) تفاوت دمای ذوب و جوش یک نمونه از آن، نسبت به یک نمونه سدیم کلرید بیشتر است.

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۱۱۶- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ در نیروگاه خورشیدی، از یک ماده رسانا با دمای ذوب بالا، برای جذب حرارت خورشید استفاده می‌شود.

ب ـ یون سیلیکات، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی داشته و عنصر سازنده اتم مرکزی آن، از عناصر اکسیژن‌دوست است.

ج ـ طی برقکافت سدیم کلرید مذاب، یون با چگالی بار بیشتر، به سمت قطب مثبت سلول الکترولیتی حرکت می‌کند.

د ـ تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ سدیم فلوئورید و سدیم کلرید، کمتر از تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ پتاسیم کلرید و پتاسیم فلوئورید است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۱۱۷- با استفاده از ۲۳ گرم دی‌متیل‌اتر خالص، چند لیتر محلول ۰/۰۱ مولار از این ماده را می‌توان تهیه کرد و گشتاور دوقطبی چند گرم از فراورده‌های حاصل از سوختن کامل این ماده، بزرگ‌تر از صفر است؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۵ ـ ۲۷ ۲) ۵۰ ـ ۲۷ ۳) ۲۵ ـ ۱۳/۵ ۴) ۵۰ ـ ۱۳/۵

۱۱۸- اگر در طول انجام شدن واکنش زیر، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف ۱۶/۸ گرم کاهش پیدا کرده باشد، جرم $NaN_۳$ مصرف شده برابر چند گرم بوده و فلز سدیم تولید شده، در دریای الکترونی خود چند مول الکترون دارد؟ (درصد خلوص واکنش‌دهنده مصرف شده در این فرایند برابر با ۴۰٪ است. $H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $N = ۱۴$ و $Na = ۲۳$)

$۲NaN_۳(s) \rightarrow ۲Na(s) + ۳N_۲(g)$

۱) ۵۲ ـ ۰/۸ ۲) ۵۲ ـ ۰/۴ ۳) ۶۵ ـ ۰/۸ ۴) ۶۵ ـ ۰/۴

۱۱۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) رسانایی گرمایی، استحکام بالا و شکل‌پذیری، از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها هستند.

۲) دریای الکترونی، عاملی است که چیدمان کاتیون‌های فلزی را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند.

۳) عناصر فلزی بخش عمده‌ای از عناصر جدول تناوبی را تشکیل داده و در دسته‌های s، p، f و d یافت می‌شوند.

۴) عنصر با $Z = ۲۹$، همانند دومین عنصر از تناوب پنجم، با اعداد اکسایش متنوع در ترکیب‌های خود یافت می‌شود.

۱۲۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ رنگ‌هایی که برای پوشش سطوح استفاده می‌شوند، نوعی سوسپانسیون بوده و مانع از خوردگی سطوح می‌شوند.

ب ـ چگالی تیتانیم، کمتر از فولاد زنگ‌نزن بوده و از آلیاژ این فلز با نیکل، برای ساخت قاب عینک استفاده می‌شود.

ج ـ اجسام آبی‌رنگ، تمام پرتوهای قرمز رنگی که به سمت آن‌ها تابیده می‌شوند را به‌طور کامل جذب می‌کنند.

د ـ ترکیب یونی $VOCl_۳$، در حالت جامد نارسانا بوده و با انحلال آن در آب، محلول آبی رنگ ایجاد می‌شود.

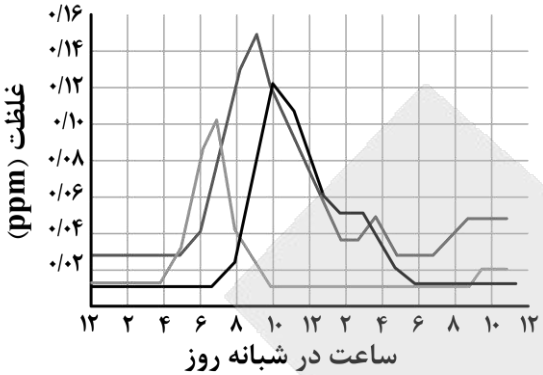
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۱۲۱- نمودار زیر، روند تغییر غلظت گازهای اوزون، NO و NO_2 در هوای آلوده یک شهر را نشان می‌دهد. کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟ ($O = 16 , N = 14 : g.mol^{-1}$)



الف ـ در ساعت ۷ صبح، شمار ذرات نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از دو گاز دیگر است.

ب ـ در بازه ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 نسبت به اوزون بیشتر است.

ج ـ در طول شب، مجموع غلظت ppm اکسیدهای نیتروژن در هوای شهر،کمتر از غلظت گاز اوزون است.

د ـ در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

۱۲۲- در نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش، تفاوت سطح انرژی قله تا فراورده‌ها، ۴ برابر مقدار $|\Delta H|$ واکنش است. اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش برابر با ۹۰ کیلوژول بوده و واکنش گرماگیر باشد، تغییر آنتالپی واکنش برابر با چند کیلوژول است؟

۱) $+22/5$ ۲) $+30$ ۳) $+18$ ۴) $+15$

۱۲۳- نمودار انرژی-پیشرفت مقابل را به کدام واکنش می‌توان نسبت داد و این واکنش، در چه دمایی با سرعت بالاتر انجام می‌شود؟

۱) اکسایش گلوکز در بدن ـ دمای بالا

۲) اکسایش گلوکز در بدن ـ دمای پایین

۳) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای بالا

۴) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای پایین

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

۱۲۴- جدول زیر، مقدار آلاینده‌های تولید شده توسط یک خودرو را نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی آلاینده	CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر (گرم)	۶/۱۶	۱/۶۷	۱/۸

اگر تفاوت شمار مول گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید تولید شده در این خودرو برابر $4/8mol$ باشد و در ساختار هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو مجموعاً ۴۰/۰۸ گرم کربن وجود داشته باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن‌ها چقدر می‌شود؟ $(O = 16 , N = 14 , C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) ۸۵ ۲) ۷۵ ۳) ۹۰ ۴) ۸۰

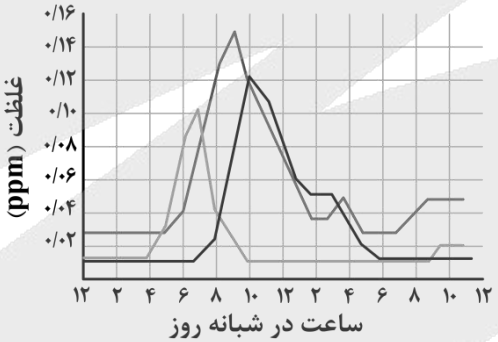
۱۲۵- مخلوطی از گازهای هیدروژن و اکسیژن، در حضور یک ورقه فلز روی در یک محفظه قرار گرفته‌اند. با انجام چه تعداد از تغییرات زیر، سرعت انجام واکنش در ظرف افزایش پیدا می‌کند؟

ـ استفاده از پودر روی به‌جای ورقه روی
ـ زدن یک جرقه در مخلوط گازی مورد نظر
ـ برداشتن ورقه روی از داخل مخزن محتوی گاز
ـ استفاده از ورقه پلاتینی به‌جای ورقه روی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم شیمی دوازدهم (۱۵ سؤال) ـ شما می‌توانید بین مرور ۵۰ درصدی یا پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم، یکی را به‌دلخواه، انتخاب کنید.

۱۲۶- نمودار زیر، روند تغییر غلظت گازهای اوزون، NO و NO_2 در هوای آلوده یک شهر را نشان می‌دهد. کدام موارد از عبارت‌های داده‌شده درست هستند؟ $(O = 16 , N = 14 : g.mol^{-1})$



الف ـ در ساعت ۷ صبح، شمار ذرات نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از دو گاز دیگر است.
ب ـ در بازه ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 نسبت به اوزون بیشتر است.
ج ـ در طول شب، مجموع غلظت ppm اکسیدهای نیتروژن در هوای شهر،کمتر از غلظت گاز اوزون است.
د ـ در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

۱۲۷- در نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش، تفاوت سطح انرژی قله تا فراورده‌ها، ۴ برابر مقدار $|\Delta H|$ واکنش است. اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش برابر با ۹۰ کیلوژول بوده و واکنش گرماگیر باشد، تغییر آنتالپی واکنش برابر با چند کیلوژول است؟

۱) $+۲۲/۵$ ۲) $+۳۰$ ۳) $+۱۸$ ۴) $+۱۵$

۱۲۸- نمودار انرژی-پیشرفت مقابل را به کدام واکنش می‌توان نسبت داد و این واکنش، در چه دمایی با سرعت بالاتر انجام می‌شود؟

۱) حذف گاز آلاینده نیتروژن مونوکسید در خودروهای بنزینی ـ دمای بالا

۲) حذف گاز آلاینده نیتروژن مونوکسید در خودروهای بنزینی ـ دمای پایین

۳) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای بالا

۴) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای پایین

۱۲۹- جدول زیر، مقدار آلاینده‌های تولید شده توسط یک خودرو را نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی آلاینده	CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر (گرم)	۶/۱۶	۱/۶۷	۱/۸

اگر تفاوت شمار مول گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید تولید شده در این خودرو برابر $۴/۸mol$ باشد و در ساختار هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو مجموعاً ۴۰/۰۸ گرم کربن وجود داشته باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن‌ها چقدر می‌شود؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) ۸۵ ۲) ۷۵ ۳) ۹۰ ۴) ۸۰

۱۳۰- مخلوطی از گازهای هیدروژن و اکسیژن، در حضور یک ورقه فلز روی در یک محفظه قرار گرفته‌اند. با انجام چه تعداد از تغییرات زیر، سرعت انجام واکنش در ظرف افزایش پیدا می‌کند؟

ـ استفاده از پودر روی به‌جای ورقه روی
ـ زدن یک جرقه در مخلوط گازی مورد نظر
ـ برداشتن ورقه روی از داخل مخزن محتوی گاز
ـ استفاده از ورقه پلاتینی به‌جای ورقه روی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۱- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ انواع اکسیدهای نافلزی، در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شوند.
ب ـ به کمک طیف‌سنجی فروسرخ، می‌توان گفت مبدل کاتالیستی کل گاز NO وارد شده به خود را مصرف می‌کند.
ج ـ برخی از انواع گازهای خارج شده از مبدل کاتالیستی، در حضور یک میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند.
د ـ مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی، دو نوع از اکسیدهای نیتروژن را با استفاده از گاز آمونیاک، حذف می‌کند.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

۱۳۲- در تعادل شیمیایی $2HBr(g) \rightleftharpoons H_2(g) + Br_2(g)$، مقدار مول هریک از فراورده‌های تولید شده ۲ برابر واکنش‌دهنده باقیمانده در ظرف است. مقدار ثابت تعادل این واکنش چقدر بوده و در این واکنش، از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل چند درصد از واکنش‌دهنده اولیه مصرف شده است؟

۱) $۸۰ - ۴$ ۲) $۴۰ - ۴$ ۳) $۸۰ - ۲$ ۴) $۴۰ - ۲$

۱۳۳- یک مول گاز اکسیژن و ۸۹/۶ گرم گاز SO_2 را وارد یک ظرف ۲/۵ لیتری می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل، غلظت گاز گوگرد تری‌اکسید در مخلوط برابر با ۰/۴۸ مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل این واکنش چند $L.mol^{-1}$ است؟ $(S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

$SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons SO_3(g)$ (معادله واکنش موازنه شود.)

۱) ۵۶/۲۵ ۲) ۱۱۲/۵ ۳) ۲۲۵ ۴) ۴۵۰

۱۳۴- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را می‌توان به‌عنوان کود، مستقیماً به خاک تزریق کرد.

۲) با عبور مخلوط تولید شده طی فرایند هابر از دستگاه سردکننده، دو ماده میعان شده و از مخلوط خارج می‌شوند.

۳) ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در دمای $۴۸۰K$ و فشار $۱۵atm$، نسبت به شرایط بهینه فرایند هابر بیشتر است.

۴) یکای ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در فرایند هابر، مشابه واکنش $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ نیست.

۱۳۵- تعادل گازی $X_2(g) + D_2(g) \leftrightharpoons 3A(g)$، با حضور ۱۶۰ گرم گاز A و ۱۲۸ گرم گاز X_2 در یک ظرف ۲ لیتری آغاز می‌شود. اگر در حالت تعادل، ۲۰ درصد از حجم گازهای موجود در ظرف واکنش از ذرات D_2 تشکیل شده باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟ $(A = ۲۰ , X = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۱۳۶- تعادل $MgCO_3(s) \leftrightharpoons MgO(s) + CO_2(g)$، با حضور یک مول از هر یک از مواد شرکت‌کننده در یک ظرف ۳ لیتری برقرار است. پس از وارد کردن ۰/۲۵ مول گاز CO_2 به ظرف واکنش، به‌طور تقریبی چند درصد جرمی مواد جامد موجود در ظرف را اکسید منیزیم تشکیل می‌دهد؟ $(Mg = ۲۴ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) ۳۲/۲ ۲) ۲۶/۶ ۳) ۳۸/۸ ۴) ۲۲/۲

۱۳۷- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ با افزودن کلسیم اکسید به تعادل $CaSO_4(s) \rightleftharpoons CaO(s) + SO_3(g)$، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

ب ـ با افزایش حجم ظرف در تعادل $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$، واکنش جابه‌جا نشده و غلظت HI کاهش می‌یابد.

ج ـ خارج کردن گاز اوزون از ظرف، برخلاف کاهش دما، ثابت تعادل واکنش $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ را تغییر نمی‌دهد.

د ـ افزایش دما در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، برخلاف افزودن N_2O_4 به ظرف، رنگ مخلوط را تیره‌تر می‌کند.

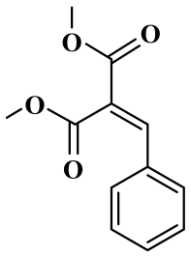
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات

آزمون ماز
WWW.ArefOnline.ir

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

۱۳۸- **کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، در رابطه با ترکیب مقابل نادرست است؟**



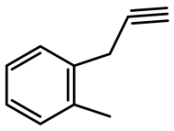
۱) گروه عاملی موجود در ساختار این ماده، در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات نیز یافت می‌شود.

۲) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ماده، ۱/۲ برابر مولکول پارازایلن است.

۳) عدد اکسایش ۵ اتم کربن در آن، برابر با عدد اکسایش کربن در اتیلن‌گلیکول است.

۴) بر اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی آب، می‌توان ۲ مول متانول تولید کرد.

۱۳۹- **در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان، ۸ لیتر متانول تولید شده است. اگر هیدروژن اضافی تولید شده در این واکنش، با ۴۵ مول از ترکیب مقابل به‌طور کامل واکنش بدهد، چگالی متانول تولید شده برحسب گرم بر لیتر کدام است؟** $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$



۱) ۶۰۰ ۲) ۷۵۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۰۰

۱۴۰- **کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟**

۱) پارازایلن، یک هیدروکربن بوده و محلول غلیظ پتاسیم‌پرمنگنات، این ماده را به ترفتالیک اسید تبدیل می‌کند.

۲) ترکیب‌های آمینی از جمله اتیل‌آمین را می‌توان با استفاده الکل‌ها و به کمک فناوری‌های شیمیایی تولید کرد.

۳) تعداد اتم‌های H در افشانه بی‌حس‌کننده موضعی، با تعداد اتم H در ساختار یون چنداتمی بنزوات برابر است.

۴) پلی‌اتیلن ترفتالات در واکنش با نوعی الکل که سمی و بی‌رنگ است، به مونومرهای سازنده خود تبدیل می‌شود.

محل انجام محاسبات

WWW.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۶ فروردین ماه

ریاضی پایه	هندسه پایه	آمارو احتمال
آزمون جامع ریاضی پایه ریاضی ۱ + حسابان ۱	**آزمون جامع هندسهٔ پایه** هندسه ۱ + هندسه ۲	**آزمون جامع آمار و احتمال**

فیزیک پایه	شیمی پایه
جامع فیزیک پایه فیزیک ۱ + فیزیک ۲	**جامع شیمی پایه** شیمی ۱ + شیمی ۲

مرکز مشاوره عارف

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ دوازدهم

مرور و جمع‌بندی

۴/۸ ابتدایی نیم‌سال دوم دوازدهم

۱/۵ پایهٔ یازدهم

تکمیل

۴/۸ پایانی نیم‌سال دوم دوازدهم

۱/۵ پایهٔ یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ویژهٔ کنکـــوری‌های ۱۴۰۵

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان ـ حسین شفیع‌زاده علی منصف شکری ـ سوگند روشنی علیرضا شریف‌خطیبی	ندا فرهختی ـ مائده بادان فیروز حمیدرضا ولی‌پور ـ یزدان نیک قدم علیرضا ملک حسینی ـ نوید ذکی علی اسدی
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	سجاد صادقی‌زاده ـ سعید احمدی مهدی پارسا ـ حسین عبدوی‌نژاد محمدجواد سورچی ـ احسان ایرانی امیررضا خوینی‌ها ـ مجید رجبی وندچالی هادی حمزه‌پور ـ مهدی یوسفی ـ مهران تاکی ارسلان رحمانی ـ محمد نظری	حسین عبدوی‌نژاد حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ فرهنگ امیری عالیه میرزایی ـ طاها حق‌بین محمدحسین ذاکری محمدعلی مومن‌زاده ـ علی ترابی	فرهنگ امیری ـ طاها حق‌بین محمد دارابی‌جم محمد داودآبادی فراهانی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان — نازنین امیری

مائده بادان‌فیروز — زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری

WWWW.ArefOnline.ir

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور- قسمت ۱۸

تخمین حدود و عددگذاری

در مقالهٔ قبلی گفتیم؛ حذف گزینه یعنی وقتی جواب دقیق رو بلد نیستی، گزینه‌هایی که مطمئنی غلط‌اند رو با دلیل کنار بذاری تا انتخاب برات راحت‌تر بشه. این کار باعث میشه سؤال از چهار گزینه به دو گزینه برسه و احتمال درست زدنت بالا بره. حتی اگه فقط بخشی از سؤال رو بلد باشی، می‌تونی از همون بخش برای حذف بعضی گزینه‌ها استفاده کنی و امتیاز بگیری.
یه روش دیگه هم «فراوانی پاسخ» هستش که تو سؤال‌های چندقسمتی کمک می‌کنه از بین جواب‌های تکراری‌تر، گزینهٔ درست رو پیدا کنی؛ البته این مهارت‌ها فقط با تمرین جواب میدن.
حالا توی این مقاله قراره دو روش دیگه رو هم با هم مرور کنیم: ۱- تخمین حدود ۲-عددگذاری

روش «تخمین حدود» چیه و چرا مهمه؟

توی سؤال‌های محاسباتی، خیلی وقت‌ها لازم نیست عددها رو تا آخرین رقم دقیق حساب کنی. طراح معمولاً گزینه‌ها رو طوری می‌چینه که با یه تخمین منطقی، دو تا گزینه سریع حذف بشن. به این کار می‌گیم «تخمین حدود»؛ یعنی قبل از اینکه وارد محاسبهٔ ریز و طولانی بشی، حدود جواب رو حدس بزنی و ببینی تقریباً باید نزدیک چه عددی باشه.
مثلاً وقتی می‌بینی توی سؤال ضرب و تقسیم عددهای بزرگ اومده، می‌تونی اون‌ها رو رُند کنی (گرد کنی). به جای ۱۹۸ بگی حدود ۲۰۰، به جای ۵۱ بگی حدود ۵۰. این کار باعث میشه ذهنت سریع بفهمه جواب حدوداً چند هزار یا چند صد میشه.
حالا وقتی به گزینه‌ها نگاه می‌کنی، هر عددی که خیلی دور از این حدود باشه رو راحت حذف می‌کنی.

مثال: سؤال چهارگزینه‌ای

نیرویی که از طرف زمین به جسمی با جرم ۵ کیلوگرم وارد می‌شود، چند برابر نیرویی است که از طرف ماه به جسمی با جرم ۵/۳ کیلوگرم وارد می‌شود؟

۵/۲ برابر

۱/۵ برابر

۷۵/۸ برابر

۶۵/۱۹ برابر

حل با روش تخمین حدود

فرمول نیرو $F = m \times g$

نیروی روی زمین $\approx ۵ \times ۱۰ = ۵۰$

نیروی روی ماه $\approx ۳/۵ \times ۱/۶$

برای تخمین ساده‌تر:

۳/۵ رو حدود ۳ در نظر می‌گیریم

۱/۶ رو حدود ۲

پس: $۳ \times ۲ \approx ۶$

WWWW.ArefOnline.ir

یعنی نیروی ماه تقریباً ۶ می‌شه.

حالا نسبت:

$۵۰ \div ۶ \approx ۸$

پس جواب درست: گزینه ۳ (حدود ۹ برابر)

نکتهٔ مهم اینه که تخمین حدود یعنی «هوشمندانه ساده کردن»، نه بی‌دقتی. باید بدونی داری بالا گرد می‌کنی یا پایین، و حواست باشه تخمینت خیلی از مقدار واقعی فاصله نگیره. این روش مخصوصاً توی کنکور و آزمون‌های زمان‌دار خیلی کمک می‌کنه، چون هم وقتت ذخیره میشه هم ذهنت کمتر خسته می‌شه.

بعضی وقتا تخمین‌ها به شکلی هست که دو تا گزینه رو از محدودهٔ پاسخ خارج می‌کنه و تو شاید ترجیح بدی بین دو گزینهٔ باقی‌مانده توی زمانی که داری یکی رو انتخاب کنی به جای اینکه پاسخ رو سفید رها کنی.

روش «عددگذاری» چیه؟

روش عددگذاری یعنی وقتی یه سؤال جبری یا حد و مشتق خیلی پیچیده به نظر میاد، به‌جای اینکه کل عبارت رو نمادین و طولانی ساده کنی، یه عدد مناسب به متغیر بدی و رفتار عبارت رو بررسی کنی.

این روش مخصوصاً توی سؤال‌های حد، پیوستگی، علامت عبارت، مقایسه گزینه‌ها و حتی بعضی تست‌های مشتق خیلی نجات‌دهنده‌ست.

فلسفه‌ش ساده‌ست: به‌جای جنگیدن با حروف، با عدد واقعی تست می‌کنی ببینی عبارت چه رفتاری داره.

البته شرط مهمش اینه که عددی انتخاب کنی که تو دام تعریف‌نشدن یا صفرشدن مخرج نیفتی.

مثال (حد راست و چپ - سطح سخت کنکور)

■ اگر $f(x)=\frac{|x-۲|}{x-۲}$ کدام گزینه درست است؟

۱) حد چپ و راست در ۲ برابرند و مشتق‌پذیر است

۲) حد چپ و راست در ۲ برابرند ولی مشتق‌پذیر نیست

۳) حد چپ و راست در ۲ نابرابرند

۴) مشتق راست و چپ برابرند

حل با روش عددگذاری

می‌خوایم رفتار تابع رو وقتی x به ۲ نزدیک میشه بررسی کنیم.

■ گام اول: از چپ عدد بذار

یه عدد کمتر از ۲ انتخاب می‌کنیم، مثلاً ۱/۹

اون‌وقت:

$x-۲$ منفی می‌شه. قدر مطلقش مثبت می‌شه. پس صورت مثبت، مخرج منفی← کل کسر = ۱- . یعنی حد چپ = ۱-

■ گام دوم: از راست عدد بذار

WWWW.ArefOnline.ir

یه عدد بزرگ‌تر از ۲ انتخاب می‌کنیم، مثلاً ۲/۱

اینجا:

۲-X مثبت

قدر مطلقش هم مثبت

پس کل کسر = ۱+

یعنی حد راست = ۱+

نتیجه

حد چپ = ۱-

حد راست = ۱+

پس حد چپ و راست با هم برابر نیستند.

پس حد در ۲ وجود ندارد.

پس مشتق‌پذیری هم قطعاً ندارد.

جواب درست: گزینه ۳

توی این مقاله دو تا روش مهم تست‌زنی رو مرور کردیم:

- «تخمین حدود» یعنی قبل از انجام محاسبات طولانی، حدود جواب رو با گرد کردن عددها حدس بزنیم و گزینه‌های دور از محدوده رو حذف کنیم؛
- و «عددگذاری» یعنی توی سؤال‌های جبری یا حد و مشتق، به‌جای درگیری کامل با حروف، با انتخاب عدد مناسب رفتار عبارت رو بررسی کنیم.
- هر دو روش کمک می‌کنن سریع‌تر، منطقی‌تر و با مدیریت زمان بهتر به جواب برسیم.

WWW.ArefOnline.ir

راهنمای پاسخنامه آزمون ها

زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) | زمان‌بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینهٔ ۳ — (متوسط ـ خط به خط ـ سریع ـ صفحه ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتمادبه‌نفس) | متوسط (محک جدی) دشوار (چالش رشد).

هشتگ سوال:
شماره درس + شماره پایه دسته‌بندی راحت‌تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) | محاسباتی (فرمول و دقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

WWWW.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی این آزمون

ریاضی پایه: توابع نمایی و لگاریتمی، حسابان ۱ صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰
حسابان ۲: مشتق، صفحه‌های ۷۱ تا ۱۱۰ (مرور ۵۰ درصدی)
حسابان ۲: کاربردهای مشتق ، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۴۴ (پیشروی ۱۰۰ درصدی)
هندسه پایه: روابط طولی در مثلث، هندسه ۲ صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴
هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی + بردارها، صفحه‌های ۴۷ تا ۶۳ (مرور ۵۰ درصدی)
هندسه ۳: بردارها، صفحه‌های ۶۴ تا ۸۴ (پیشروی ۱۰۰ درصدی)
آمار و احتمال: آمار استنباطی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱، ریاضی ۱ صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰
گسسته: گراف و مدل‌سازی + ترکیبیات، صفحه‌های ۴۳ تا ۶۱، ریاضی ۱ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ (مرور ۵۰ درصدی)
گسسته: ترکیبیات، صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴ (پیشروی ۱۰۰ درصدی)

سهم در کنکور

ریاضی پایه: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۱۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.
حسابان ۲: مباحث بخش مرور و پیشروی هر کدام ۱ تست از ۶ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه پایه: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۸ تستِ کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۳: مباحث بخش مرور و پیشروی هر کدام ۱ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده است.
گسسته: مباحث بخش مرور با ۲ تست و بخش پیشروی با ۱ تست در مجموع ۱ الی۲ تست از ۴ تستِ کنکور را پوشش داده‌اند.
آمار و احتمال: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی

ریاضیات پایه (بخش اجباری)

۱- جواب بزرگ‌تر معادلهٔ $۳^{x}+۳^{۲-x}=۱۰$ در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $(۸,۱۰)$ ۲) $(۰,۲)$ ۳) $(-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲})$ ۴) $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۷۷ ـ ۱۱۰۳)

ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$۳^{x}+۳^{۲-x}=۱۰\Rightarrow ۳^{x}+\frac{۳^{۲}}{۳^{x}}=۱۰$$

فرض: $۳^{x}=t\Rightarrow t+\frac{۹}{t}=۱۰\Rightarrow \frac{t^{۲}+۹}{t}=۱۰$

$$\Rightarrow t^{۲}+۹=۱۰t\Rightarrow t^{۲}-۱۰t+۹=۰\Rightarrow (t-۱)(t-۹)=۰\Rightarrow \begin{cases} t=۱\Rightarrow ۳^{x}=۱\Rightarrow x=۰ \\ t=۹\Rightarrow ۳^{x}=۹\Rightarrow x=۲ \end{cases}$$

جواب بزرگ‌تر معادله $x=۲$ است که در بازهٔ $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$ قرار دارد.

معادلهٔ نمایی

به هر معادله‌ای که مجهول آن در توان یک عبارت نمایی باشد **معادلهٔ نمایی** می‌گویند.

برای حل معادله‌های نمایی آن‌ها را در نهایت به شکل $a^{p(x)}=a^{q(x)}$ می‌نویسیم، آن‌گاه با مساوی قرار دادن توان‌ها و حل معادلهٔ $p(x)=q(x)$ جواب‌ها را می‌یابیم.

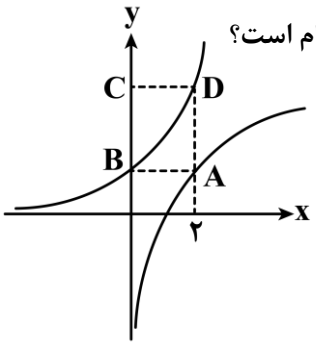
WWWW.ArefOnline.ir

قِلِقِشو یاد بگیر!

گاهی در حل معادلات، با استفاده از تغییر متغیر می‌توان صورت معادله را به شکل ساده‌تری تبدیل کرد و با حل معادله جبری حاصل و جای‌گذاری آن جواب‌های اصلی معادله را می‌یابیم. معمولا برای حل معادلات نمایی از تغییر متغیری به‌صورت $a^x = t$ استفاده می‌کنیم.

ماز

۲- در شکل مقابل، نمودار تابع $f(x)=\log_a^x$ و وارون آن رسم شده است. مساحت مستطیل ABCD کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱ ـ ۱۱۰۳)

وارون f به‌صورت $f^{-1}(x)=a^x$ است. B محل تلاقی نمودار f^{-1} و محور yها است.

$y_B = f^{-1}(0) = a^0 = 1 \Rightarrow B(0,1)$

$A(2,1)$ روی نمودار تابع f قرار دارد:

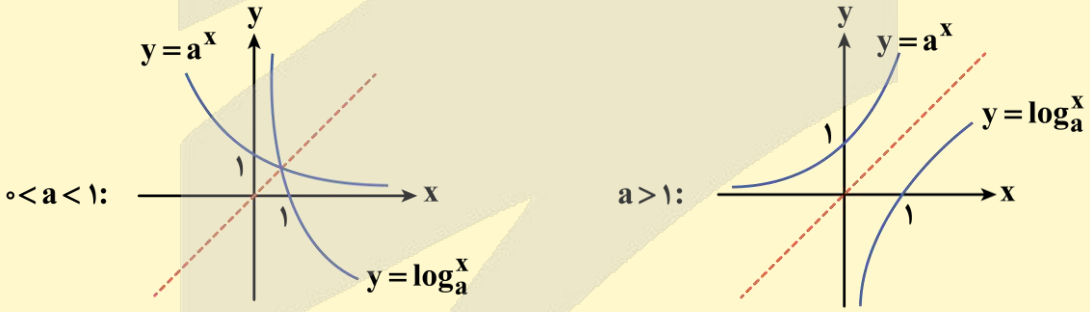
$f(2)=1 \Rightarrow \log_a^2 = 1 \Rightarrow a = 2$

$y_C = y_D = f^{-1}(2) = 2^2 = 4$

مستطیل $S = AB \times BC = 2 \times (4-1) = 6$

نمودار توابع نمایی و لگاریتمی

اگر $f(x)=a^x$ تابع نمایی باشد $(a>0, a\neq 1)$، وارون آن $f^{-1}(x)=\log_a^x$ است و نمودار دو تابع نسبت به خط $y=x$ قرینه هستند.



ماز

۳- مجموع اعداد صحیح در مجموعه جواب نامعادلهٔ $\log_2^{(x-1)} + \log_2^{(6-x)} \geq \log_2^x$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۹
۳) ۷
۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۵ ـ ۱۱۰۳)

سمت چپ نامعادله $= \log_2^{(x-1)} + \log_2^{(6-x)} = \log_2^{(x-1)(6-x)} = \log_2^{(-x^2+7x-6)}$

$\Rightarrow \log_2^{(-x^2+7x-6)} \geq \log_2^x$

$\xrightarrow[\text{جهت نامساوی عوض نمی‌شود.}]{2>1} -x^2+7x-6 \geq x \Rightarrow x^2-6x+6 \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 3-\sqrt{3} \leq x \leq 3+\sqrt{3}$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 2, 3, 4$

دقت کنید هر سه عدد در دامنهٔ لگاریتم‌ها قرار دارند و مجموع این سه عدد برابر ۹ است.

WWW.ArefOnline.ir

نامعادله‌های لگاریتمی

برای حل نامعادله‌های لگاریتمی، حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

$$۱)\ \log_a^{f(x)} > \log_a^{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} a>۱ \Rightarrow f(x)>g(x) \\ ۰<a<۱ \Rightarrow f(x)<g(x) \end{cases}$$

$$۲)\ \log_a^{f(x)} > b \Rightarrow \begin{cases} a>۱ \Rightarrow f(x)>a^b \\ ۰<a<۱ \Rightarrow f(x)<a^b \end{cases}$$

$$۳)\ \log_a^{f(x)} < b \Rightarrow \begin{cases} a>۱ \Rightarrow f(x)<a^b \\ ۰<a<۱ \Rightarrow f(x)>a^b \end{cases}$$

بنابراین برای حل نامعادله‌های لگاریتمی پس از ساده کردن طرفین نامساوی (به کمک ویژگی‌های لگاریتم) نامعادله به یکی از شکل‌های بالا درمی‌آید و با توجه به حالت‌های گفته شده می‌توان نامعادله را حل کرد.

توجه!

توجه کنید که جواب‌ها در دامنهٔ لگاریتم باشد یعنی عبارت جلوی لگاریتم را صفر یا منفی نکند.

ویژگی‌های لگاریتم

اولاً بنا به تعریف لگاریتم داریم:

$$\log_b^a = c \Leftrightarrow a = b^c$$

و از آن‌جا می‌توان نشان داد:

$$۱)\ \log_b^1 = 0, \log_a^a = 1$$

$$۲)\ \log a = \log_{۱۰}^a \quad \text{(لگاریتم اعشاری)}$$

$$۳)\ \log_c^{(ab)} = \log_c^a + \log_c^b$$

$$۴)\ \log_c^{(\frac{a}{b})} = \log_c^a - \log_c^b$$

$$۵)\ \log_b^{a^n} = n\log_b^a$$

$$۶)\ \log_{b^n}^a = \frac{۱}{n}\log_b^a$$

$$۷)\ \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$۸)\ a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a} \xrightarrow{\text{نتیجه}} a^{\log_a^b} = b$$

ماز

۴- اگر $۹ = ۸^a$ باشد، حاصل جذر عدد $(\log_{۵}^{۲۷})(\log_{۱۶}^{۲۵})$ کدام است؟

۱) $۳\sqrt{a}$ ۲) $۲a$ ۳) $\frac{۳}{۲}a$ ۴) $\frac{۳}{۲}\sqrt{a}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ ترکیبی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

$$۸^a = ۹ \Rightarrow ۲^{۳a} = ۳^۲ \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم با مبنای ۲ می‌گیریم.}} ۳a = \log_۲^{۳^۲} \Rightarrow ۳a = ۲\log_۲^۳ \Rightarrow \log_۲^۳ = \frac{۳}{۲}a \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\log_۵^{۲۷} \times \log_{۱۶}^{۲۵} = \log_۵^{۳^۳} \times \log_{۲^۴}^{۵^۲} = ۳\times\log_۵^۳ \times \frac{۲}{۴}\log_۲^۵ = \frac{۳}{۲}\log_۵^۳ \times \log_۲^۵$$

$$= \frac{۳}{۲}\frac{\log ۳}{\log ۵} \times \frac{\log ۵}{\log ۲} = \frac{۳}{۲}\log_۲^۳ \overset{(*)}{=} \frac{۳}{۲}\times\frac{۳}{۲}a = \frac{۹}{۴}a \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۳}{۲}\sqrt{a}$$

توجه کنید که چون $۹ = ۸^a$، پس $a>۱$ و درنتیجه مثبت است.

WWW.ArefOnline.ir

قِلِقِشو یاد بگیر!

برای حل معادلات نمایی که پایه‌های مساوی ندارند کافی است از طرفین تساوی، لگاریتم (بر مبنای یکی از پایه‌ها) بگیریم تا یکی از لگاریتم‌ها حذف شود.

ماز

۵- اگر $\log_{xy^2}^{x^2y^3}=3$ و $\log_{xy^4}^{x^ny}=2$ باشد، مقدار n کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

تعریف لگاریتم: اگر $\log_b^a=c$، آن‌گاه $a=b^c$، پس:

$$\log_{xy^2}^{x^2y^3}=3\Rightarrow x^2y^3=(xy^2)^3=x^3y^6\xrightarrow[xy\neq 0]{\div x^2y^3}1=xy^3\Rightarrow x=y^{-3}\quad (*)$$

حال در عبارت دوم جایگزین می‌کنیم:

$$\log_{xy^4}^{x^ny}=2\Rightarrow \log_{y^{-3}y^4}^{(y^{-3})^ny}=2\Rightarrow \log_y^{y^{1-3n}}=2\Rightarrow y^{1-3n}=y^2\Rightarrow 1-3n=2\Rightarrow n=-\frac{1}{3}$$

ماز

۶- حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ $\frac{1}{\log_2^x}+\frac{2}{\log_x^2}=k$ برابر ۸ است. k کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۱۰۳)

با کمک تغییر متغیر، فرض کنید $\log_2^x=t$ باشد، داریم:

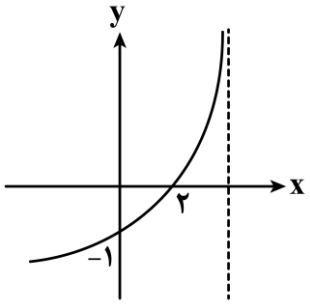
$$\frac{1}{t}+\frac{2}{\frac{1}{t}}=k\Rightarrow \frac{1}{t}+2t=k\xrightarrow{\times t}2t^2-kt+1=0$$

حال جمع ریشه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$t_1+t_2=\frac{k}{2}\Rightarrow \log_2^{x_1}+\log_2^{x_2}=\frac{k}{2}\Rightarrow \log_2^{(x_1x_2)}=\frac{k}{2}\xrightarrow{x_1x_2=8}\log_2^{2^3}=\frac{k}{2}\Rightarrow 3=\frac{k}{2}\Rightarrow k=6$$

ماز

۷- نمودار وارون تابع $f(x)=4+m\times 2^{ax+b}$ به‌صورت مقابل است. حاصل $f(2)$ کدام است؟



۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۳/۵
۴) ۲/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۱۰۳)

دو نقطهٔ $(2,0)$ و $(0,-1)$ روی f^{-1} قرار دارند، پس:

$$\begin{cases} f(0)=2\Rightarrow 4+m\times 2^b=2\Rightarrow m\times 2^b=-2\ (1)\\ f(-1)=0\Rightarrow 4+m\times 2^{b-a}=0\Rightarrow m\times 2^{b-a}=-4\ (2)\end{cases}$$

WWW.ArefOnline.ir

دو رابطهٔ (۱) و (۲) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{m\times ۲^{b}}{m\times ۲^{b-a}}=\frac{-۲}{-۴}\Rightarrow ۲^{a}=\frac{۱}{۲}=۲^{-۱}\Rightarrow a=-۱$$

$$f(x)=۴+m\times ۲^{-x+b}=۴+\underbrace{m\times ۲^{b}}_{-۲}\times ۲^{-x}\overset{(۱)}{=}۴-۲\times ۲^{-x}=۴-۲^{۱-x}$$

$$f(۲)=۴-۲^{-۱}=۴-\frac{۱}{۲}=۳/۵$$

یه نکتهٔ طلایی!

اگر $A(\alpha,\beta)$ روی نمودار تابع f باشد، $A'(\beta,\alpha)$ روی نمودار تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. به عبارت دیگر، اگر $f(\alpha)=\beta$ باشد، $f^{-۱}(\beta)=\alpha$ است.

۸- ریشه‌های معادلهٔ $x^{۲}+mx+\log n=۰$ یک واحد از اعداد $\log_{۲}^{۳}$ و $\log ۰/۲$ بیشتر هستند. n کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۷ ـ ۱۱۰۳)

روش اول

ریشه‌های معادله را به‌دست می‌آوریم:

$$x_{۱}=۱+\log_{۲}^{۳}=\log_{۲}^{۲}+\log_{۲}^{۳}=\log_{۲}^{۶}$$

$$x_{۲}=۱+\log ۰/۲=\log_{۱۰}^{۱۰}+\log_{۱۰}^{۰/۲}=\log ۲$$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها برابر $\log n$ است، پس:

$$\Rightarrow \log_{۲}^{۶}\times\log ۲=\log n$$

$$\Rightarrow \frac{\log ۶}{\log ۲}\times\log ۲=\log n\Rightarrow \log ۶=\log n\Rightarrow n=۶$$

روش دوم

$$x^{۲}+mx+\log n=۰$$

حاصل‌ضرب ریشه‌ها: $P=(۱+\log_{۲}^{۳})(۱+\log ۰/۲)=\log n$

$$\Rightarrow ۱+\log ۰/۲+\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۳}\times\log ۰/۲=\log n$$

$$\Rightarrow ۱+(\log ۲-۱)+\log_{۲}^{۳}+\log_{۲}^{۳}\times(\log ۲-۱)=\log n$$

$$\Rightarrow \log ۲+\log_{۲}^{۳}+\frac{\log ۳}{\log ۲}\times(\log ۲-۱)=\log n$$

$$\Rightarrow \log ۲+\cancel{\log_{۲}^{۳}}+\log ۳-\cancel{\log_{۲}^{۳}}=\log n\Rightarrow \log ۶=\log n\Rightarrow n=۶$$

۹- حاصل $A=(\log_{۶}^{۳})^{۲}+(\log_{۶}^{۱۲})(\log_{۶}^{۱۰۸})$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۱۰۳)

فرض کنید $a=\log_{۶}^{۳}$، پس $\log_{۶}^{۲}=\log_{۶}^{\frac{۶}{۳}}=۱-a$ و در این صورت داریم:

$$A=(\log_{۶}^{۳})^{۲}+(\log_{۶}^{(۴\times۳)})(\log_{۶}^{(۴\times۲۷)})=(\log_{۶}^{۳})^{۲}+(۲\log_{۶}^{۲}+\log_{۶}^{۳})(۲\log_{۶}^{۲}+۳\log_{۶}^{۳})$$

WWW.ArefOnline.ir

$= a^۲ + (۲(۱-a)+a)(۲(۱-a)+۳a) = a^۲ + (۲-a)(۲+a) = a^۲ + ۴ - a^۲ = ۴$

یه نکتهٔ طلایی!

اگر $ab = c$ باشد، آن‌گاه:

$$\log_c^a = ۱ - \log_c^b \xrightarrow{\text{مثال}} \log ۵ = ۱ - \log ۲$$

ماز

۱۰- نیمه‌عمر یک نوع عنصر برابر ۱۰ سال است. پس از چند سال جرم باقی‌مانده $\frac{۱}{۲۰}$ جرم اولیه است؟ $(\log_۲^۵ = ۲/۳)$

۱) ۴۴ ۲) ۴۵ ۳) ۴۶ ۴) ۴۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۱۰۳)

اگر $m_۰$ جرم اولیه، $f(t)$ جرم ثانویه پس از t سال و T نیمه‌عمر باشد، آن‌گاه:

$$f(t) = m_۰(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{T}} \Rightarrow f(t) = m_۰ \times ۲^{-\frac{t}{T}}$$

در این سوال، $T = ۱۰$ و $f(t) = \frac{۱}{۲۰}m_۰$، پس:

$$\frac{۱}{۲۰}m_۰ = m_۰ \times ۲^{-\frac{t}{۱۰}} \Rightarrow \frac{۱}{۲۰} = ۲^{-\frac{t}{۱۰}} \Rightarrow \log\frac{۱}{۲۰} = -\frac{t}{۱۰}\log ۲ \Rightarrow -\log ۲۰ = \frac{-t}{۱۰}\log ۲$$

$$\Rightarrow t = \frac{۱۰\log ۲۰}{\log ۲} = ۱۰(\log_۲^{۲۰}) = ۱۰(\log_۲^۴ + \log_۲^۵) = ۱۰(۲ + ۲/۳) = ۴۳$$

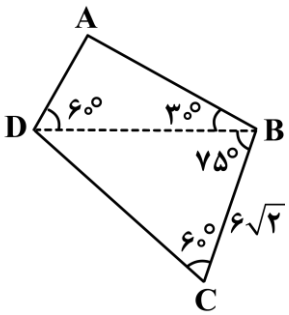
کاربرد معادلات نمایی

در برخی از مسائل توابع مربوط به تغییرات متغیر به‌صورت نمایی است. به این صورت که اگر مقدار ماده پس از T واحد زمانی k برابر شود، آن‌گاه با فرض آن‌که مقدار اولیهٔ ماده $A_۰$ باشد، آن‌گاه مقدار ماده پس از t واحد زمانی برابر است با:

$$f(t) = A_۰k^{\frac{t}{T}}$$

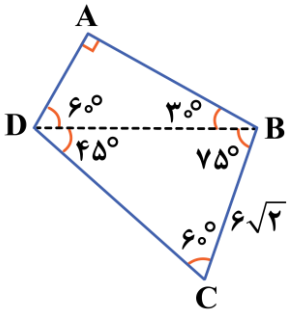
ماز

۱۱- در شکل مقابل، محیط مثلث ABD کدام است؟



۱) $۹\sqrt{۳} + ۶$
۲) $۶(\sqrt{۳} + ۱)$
۳) $۶\sqrt{۳} + ۹$
۴) $۹(\sqrt{۳} + ۱)$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۲ ـ ۱۱۰۳)



با توجه به این‌که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر ۱۸۰° است، بنابراین زاویه‌های دیگر را نیز مشخص می‌کنیم، حال در مثلث DBC طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

$$\frac{BC}{\sin ۴۵^\circ} = \frac{DB}{\sin ۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{۶\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{DB}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow DB = ۶\sqrt{۳}$$

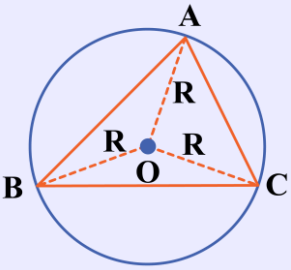
WWW.ArefOnline.ir

حال ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۶۰°، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر و ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۳۰°، نصف وتر است، پس:

$$\left.\begin{array}{l} AB = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۶\sqrt{۳} = ۹ \\ AD = \frac{۱}{۲} \times ۶\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{محیط} = ۳\sqrt{۳} + ۶\sqrt{۳} + ۹ = ۹(\sqrt{۳}+۱)$$

قضیهٔ سینوس‌ها

قضیهٔ سینوس‌ها: در هر مثلث نسبت طول هر ضلع به سینوس زاویهٔ مقابل به آن، مقداری ثابت است و این مقدار ثابت با قطر دایرهٔ محیطی مثلث برابر است.



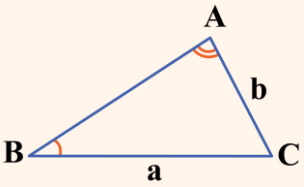
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = ۲R$$

یکی از نتایج قضیهٔ سینوس‌ها این است که در هر مثلث نسبت اضلاع با نسبت سینوس زاویهٔ مقابل به آن‌ها برابر است.

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B}$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

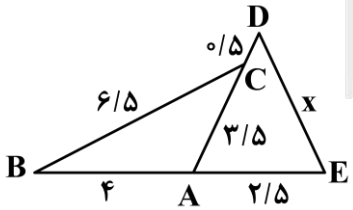
نشان دهید اگر در مثلثی با زوایای حاده دو ضلع برابر نباشند، ضلعی بزرگ‌تر است که زاویهٔ روبه‌رو به آن بزرگ‌تر باشد و برعکس.



چون تمام زوایای مثلث حاده فرض شده‌اند و هر چه زاویه‌ای حاده بزرگ‌تر باشد، سینوس آن نیز بزرگ‌تر است داریم:

$$a > b \Leftrightarrow \frac{a}{b} > ۱ \Leftrightarrow \frac{\sin A}{\sin B} > ۱ \Leftrightarrow \sin A > \sin B \Leftrightarrow \hat{A} > \hat{B}$$

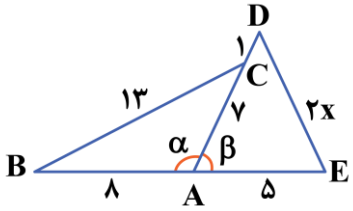
۱۲- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۱) ۳/۵
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۵ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به این‌که تقریباً همهٔ اضلاع به‌صورت اعشاری هستند بهتر است برای راحتی محاسبات ابعاد شکل را بدون تغییر زوایا دو برابر کنیم و به سراغ قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث ABC برویم.



$$\overset{\Delta}{ABC}: ۱۳^۲ = ۷^۲ + ۸^۲ - ۲\times۷\times۸\times\cos\alpha \Rightarrow ۱۶۹ = ۴۹ + ۶۴ - ۱۱۲\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{۵۶}{-۱۱۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = ۱۲۰^\circ \Rightarrow \beta = ۶۰^\circ$$

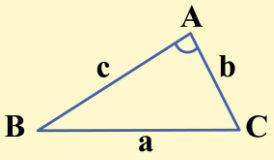
WWW.ArefOnline.ir

حال قضیهٔ کسینوس‌ها را در مثلث ADE می‌نویسیم:

$$(۲x)^۲ = ۸^۲ + ۵^۲ - ۲\times ۸\times ۵\times \frac{۱}{۲} = ۴۹ \Rightarrow ۲x = ۷ \Rightarrow x = ۳/۵$$

قضیهٔ کسینوس‌ها

در هر مثلث طبق قضیهٔ کسینوس‌ها، مربع اندازهٔ هر ضلع برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل‌ضرب آن‌ها در کسینوس زاویهٔ بین آن‌ها.



$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc.\cos A$$

به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها می‌توان با معلوم بودن دو ضلع و زاویهٔ بین آن‌ها ، طول ضلع سوم را به‌دست آورد.

اگر اندازهٔ سه ضلع از مثلثی معلوم باشد، کسینوس هر زاویهٔ مثلث با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\cos A = \frac{b^۲ + c^۲ - a^۲}{۲bc}$$

یه نمونهٔ باحال ببین!

اضلاع مثلثی با اعداد ۵، ۷، ۸ متناسب‌اند. کسینوس زاویهٔ متوسط در این مثلث کدام است؟

می‌دانیم زاویهٔ متوسط، روبه‌روی ضلع متوسط است:

$$\cos\alpha = \frac{(۵k)^۲ + (۸k)^۲ - (۷k)^۲}{۲\times(۵k)(۸k)} = \frac{۵^۲ + ۸^۲ - ۷^۲}{۲\times ۵\times ۸} = \frac{۲۵ + ۶۴ - ۴۹}{۲\times ۵\times ۸} = \frac{۴۰}{۲\times ۵\times ۸} = \frac{۱}{۲}$$

قِلِقِشو یاد بگیر!

در مسائلی که یک رابطه بین مربعات سه ضلع از مثلث برقرار باشد، رابطهٔ داده شده را با قضیهٔ کسینوس‌ها مقایسه می‌کنیم تا بتوانیم کسینوس یکی از زوایای مثلث را بیابیم.

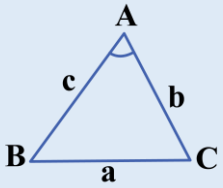
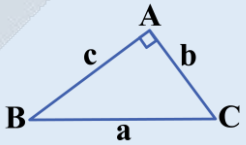
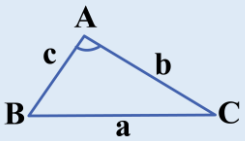
یه نمونهٔ باحال ببین!

اگر در مثلثی رابطهٔ $b^۲ = a^۲ + c^۲ + \sqrt{۲}\,ac$ برقرار باشد، زاویهٔ B چند درجه است؟

می‌دانیم در هر مثلث رابطهٔ $b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac.\cos B$ برقرار است، بنابراین:

$$a^۲ + c^۲ + \sqrt{۲}ac = a^۲ + c^۲ - ۲ac.\cos B \Rightarrow \cos B = -\frac{\sqrt{۲}ac}{۲ac} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \hat{B} = ۱۳۵^\circ$$

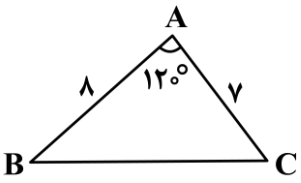
تشخیص نوع زاویه‌ها در مثلث

$a^۲ < b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} < ۹۰^\circ$	$a^۲ = b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} = ۹۰^\circ$	$a^۲ > b^۲ + c^۲ \Leftrightarrow \hat{A} > ۹۰^\circ$
		

بدیهی است اگر در مثلثی به دنبال یافتن زاویهٔ منفرجه هستیم، فقط باید مربع بزرگ‌ترین ضلع را با مجموع مربعات دو ضلع دیگر مقایسه کنیم و نیازی نیست رابطه‌های بالا را برای اضلاع متوسط و کوچک بررسی کنیم، زیرا اگر بزرگ‌ترین زاویهٔ یک مثلث منفرجه نباشد (یعنی حاده یا قائمه باشد) قطعاً دو زاویهٔ دیگر نیز حاده هستند.

WWW.ArefOnline.ir

۱۳- در مثلث شکل مقابل، از محل تلاقی نیمسازها به سه رأس مثلث وصل می‌کنیم و سه مثلث کوچک‌تر ایجاد می‌شود. مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجاد شده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



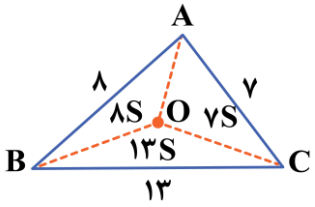
۱) $\frac{۷}{۲۷}$
۲) $\frac{۷}{۲۹}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۷۰ ـ ۱۱۰۳)

می‌دانیم اگر از محل تلاقی نیمسازهای داخلی به سه رأس مثلث وصل کنیم مساحت مثلث‌های ایجاد شده، متناسب با اندازهٔ اضلاع نظیر آن‌هاست، حال ابتدا به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها ضلع BC را به‌دست می‌آوریم:

$$BC^۲ = ۷^۲ + ۸^۲ - ۲\times ۷\times ۸\times (-\frac{۱}{۲}) = ۴۹ + ۶۴ + ۵۶ = ۱۶۹ \Rightarrow BC = ۱۳$$

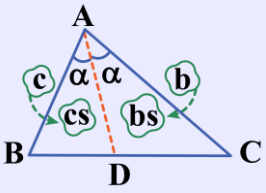
حال اگر از محل تلاقی نیمسازها به سه رأس وصل کنیم، داریم:

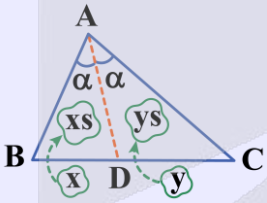


$$\Rightarrow \frac{۷S}{۷S + ۸S + ۱۳S} = \frac{۷S}{۲۸S} = \frac{۱}{۴}$$

مساحت مثلث‌های ایجاد شده در مثلث اولیه با رسم نیمسازها

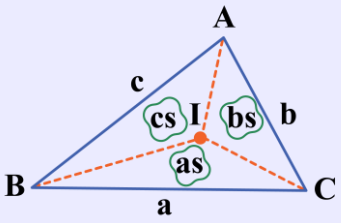
نیمساز هر زاویهٔ داخلی از مثلث، مساحت مثلث را نیز به نسبت دو ضلع مجاور همان زاویه (به نسبت قطعه‌های ایجاد شده) تقسیم می‌کند.





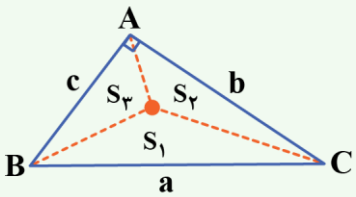
$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{AB}{AC}$$

اگر از محل همرسی نیمسازهای داخلی به سه رأس مثلث وصل کنیم، مساحت مثلث‌های ایجاد شده متناسب با اندازهٔ اضلاع نظیر آن‌هاست. (به طور کلی، اگر رابطه‌ای بین اضلاع مثلث برقرار باشد، همان رابطه بین مساحت مثلث‌های ایجاد شده برقرار است.)



نکته!

در هر مثلث قائم‌الزاویه رابطهٔ $a^۲ = b^۲ + c^۲$ برقرار است، پس اگر در شکل مقابل از نقطهٔ همرسی نیمسازها به سه رأس مثلث وصل کنیم، رابطهٔ $S_۱^۲ = S_۲^۲ + S_۳^۲$ بین مساحت‌های ایجاد شده برقرار خواهد بود.

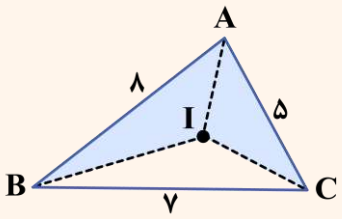


WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال ببین!

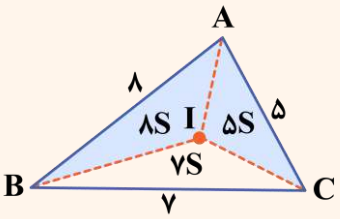
در شکل زیر، اگر I محل همرسی نیمسازها باشد، مساحت ناحیهٔ آبی‌رنگ چند درصد از مساحت مثلث ABC است؟

۱) ۷۰
۲) ۷۵
۳) ۶۰
۴) ۶۵



پاسخ تشریحی:

می‌دانیم اگر I محل تلاقی نیمسازهای داخلی باشد، مساحت مثلث‌های بنا شده روی هر ضلع، متناسب با اندازهٔ اضلاع نظیر آن‌ها است، پس داریم:



$$\frac{S_{\text{رنگی}}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{۸S+۵S}{۸S+۵S+۷S} = \frac{۱۳}{۲۰} = ۶۵٪$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

ماز

۱۴- در مثلث ABC اندازهٔ اضلاع تشکیل دنبالهٔ حسابی داده‌اند و محیط برابر ۴۲ است. اگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضلع ۲ واحد باشد، شعاع دایرهٔ محاطی کدام است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی/ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۷۱ ـ ۱۱۰۳)

اندازهٔ اضلاع را $a-d, a, a+d$ فرض می‌کنیم، در این صورت داریم:

$$\begin{cases}(a-d)+a+(a+d)=۴۲\\(a+d)-(a-d)=۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}۳a=۴۲\\۲d=۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=۱۴\\d=۱\end{cases}$$

بنابراین اندازهٔ اضلاع ۱۵،۱۴،۱۳ است، حال داریم:

$$P=\frac{۴۲}{۲}=۲۱$$

$$S=\sqrt{۲۱\times۶\times۷\times۸}=\sqrt{۷\times۳\times۲\times۳\times۷\times۲^۳}=\sqrt{۷^۲\times۳^۲\times۲^۴}=۷\times۳\times۴=۸۴$$

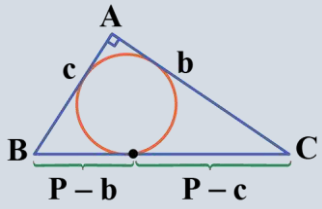
$$r=\frac{S}{P}=\frac{۸۴}{۲۱}=۴$$

قضیهٔ هرون

اگر a,b,c طول اضلاع مثلث و $P=\frac{a+b+c}{۲}$ نصف محیط مثلث باشد، مساحت مثلث از رابطهٔ زیر که رابطهٔ هرون نامیده می‌شود، به‌دست می‌آید:

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

توجه داشته باشید که در بیشتر مواقع و در مثلث‌هایی که اندازهٔ اضلاع مثلث اعداد رادیکالی نباشد، از رابطهٔ هرون برای محاسبهٔ مساحت مثلث استفاده می‌کنیم:

هرون در مثلث قائم‌الزاویه		
اگر محیط و اندازهٔ وترش معلوم باشند.	اگر قطعه‌های ایجاد شده توسط دایرهٔ محاطی روی وتر معلوم باشند.	
$S=P(P-a)$		$S=(P-b)(P-c)$

WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال ببین!

مساحت مثلثی با اضلاع ۱۱,۲۵,۳۰چقدر است؟

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۴۴

۳) ۱۲۰ ۴) ۱۳۲

پاسخ تشریحی:

ابتدا نصف محیط مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$P=\frac{۱۱+۲۵+۳۰}{۲}=۳۳$$

حال با استفاده از رابطهٔ هرون، مساحت مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \Rightarrow S=\sqrt{۳۳(۲۲)(۸)(۳)}$$

$$\Rightarrow S=\sqrt{۳\times۱۱\times۲\times۱۱\times۲^۳\times۳}=\sqrt{۳^۲\times۱۱^۲\times۲^۴}=۳\times۱۱\times۲^۲=۱۳۲$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

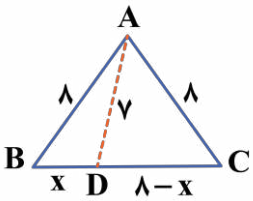
ماز

۱۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۸ پاره‌خط AD به طول ۷، ضلع مقابل را به دو قسمت تقسیم کرده است. نسبت طول این دو قطعه کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۶۷ ـ ۱۱۰۳)

طبق رابطهٔ استوارت داریم:



$$AD^۲=\frac{BD\times AC^۲+DC\times AB^۲}{BD+DC}-BD\times DC$$

$$\Rightarrow ۷^۲=\frac{x\times۸^۲+(۸-x)\times۸^۲}{x+(۸-x)}-x(۸-x) \Rightarrow ۷^۲=۶۴-x(۸-x)$$

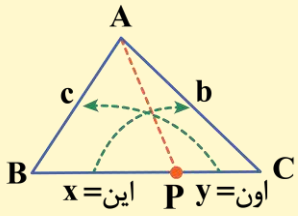
$$\Rightarrow x^۲-۸x+۱۵=۰ \Rightarrow (x-۳)(x-۵)=۰ \Rightarrow x=۳ \text{ یا } ۵$$

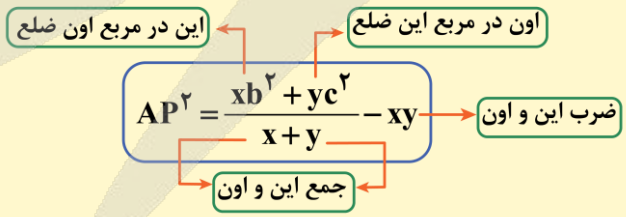
بنابراین طول دو قطعه ۳ و ۵ است و نسبت طول آن‌ها برابر است با:

$$\frac{۳}{۵}=۰/۶$$

رابطهٔ استوارت

در مثلث ABC، اگر نقطهٔ دلخواه P ضلع BC را به دو قطعهٔ x و y تقسیم کند، با توجه به شکل، رابطهٔ استوارت به‌صورت زیر برقرار است:

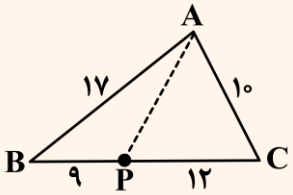




بنابراین به کمک رابطهٔ استوارت می‌توانیم طول هر پاره‌خطی که رأس مثلث را به نقطه‌ای از ضلع مقابل وصل می‌کند، به‌دست آوریم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

در شکل مقابل، طول AP چقدر است؟



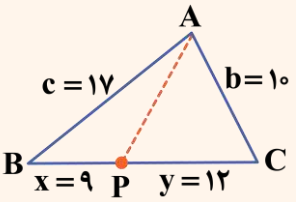
۱) ۱۱ ۲) ۹

۳) ۱۲ ۴) ۱۰

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ تشریحی:

به کمک رابطهٔ استوارت، طول AP را به‌دست می‌آوریم:



$$AP^2 = \frac{xb^2 + yc^2}{x+y} - xy \Rightarrow AP^2 = \frac{(9\times10^2)+(12\times17^2)}{9+12} - 9\times12$$

$$\Rightarrow AP^2 = \frac{(\cancel{9}^{3}\times10^2)+(\cancel{12}^{4}\times17^2)}{\cancel{21}^{7}} - 108 = \frac{(3\times100)+(4\times289)}{7} - 108$$

$$\Rightarrow AP^2 = \frac{1456}{7} - 108$$

$$\Rightarrow AP^2 = 208 - 108 = 100 \Rightarrow AP = 10$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

۱۶- در کدام گزینه نوع متغیر درست نوشته نشده است؟

۱) تعداد افراد با مدرک لیسانس: کمی گسسته
۲) نوع آلایندگی هوا: کیفی اسمی
۳) نمره ریاضی سال دهم: کمی پیوسته
۴) کیفیت غذای یک رستوران: کیفی ترتیبی

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۶۷ ـ ۱۰۰۷)

بررسی گزینه‌ها:

۱) تعداد افراد با عدد بیان می‌شود پس کمی است، از طرفی تعداد افراد نمی‌تواند عددی به‌جز اعداد طبیعی باشد، بنابراین کمی گسسته است.

۲) نوع آلایندگی هوا با عدد قابل اندازه‌گیری نیست، و همچنین ترتیب خاصی هم ندارد، پس کیفی اسمی است. (دقت کنید که گفته نشده میزان آلودگی هوا!)

۳) نمرهٔ ریاضی سال دهم و بقیه نمرات دروس دبیرستان و مقاطع قبل، هر عدد اعشاری را نمی‌پذیرد، پس کمی پیوسته نیست و کمی گسسته محسوب می‌شود.

۴) کیفیت غذای یک رستوران توصیفی است و ترتیب خاصی دارد که به عنوان مثال می‌تواند از عالی تا بد باشد.

انواع متغیر

متغیرهایی که با عدد مشخص می‌شوند، متغیرهای کمی نامیده می‌شوند.

متغیرهایی که توصیفی بیان می‌شوند و نمی‌توان با عدد آن‌ها را بیان کرد، متغیرهای کیفی نامیده می‌شوند.

در متغیرهای کمی اگر متغیر بتواند هر عددی بین دو عدد را اتخاذ کند، متغیر کمی پیوسته و اگر فقط مقادیر خاصی از اعداد را بپذیرد متغیر کمی گسسته است.

در متغیرهای کیفی، اگر موارد توصیف‌کنندهٔ متغیر ترتیب خاصی داشته باشند (مثلا از خیلی خوب، خوب، ...، خیلی بد) متغیر کیفی ترتیبی و اگر نتوان هیچ ترتیب خاصی برای آن‌ها در نظر گرفت متغیر کیفی اسمی است.

یه نمونهٔ باحال ببین!

مثال‌هایی از متغیرهای کمی پیوسته: دمای آب، قد و وزن افراد، ارتفاع یک ساختمان

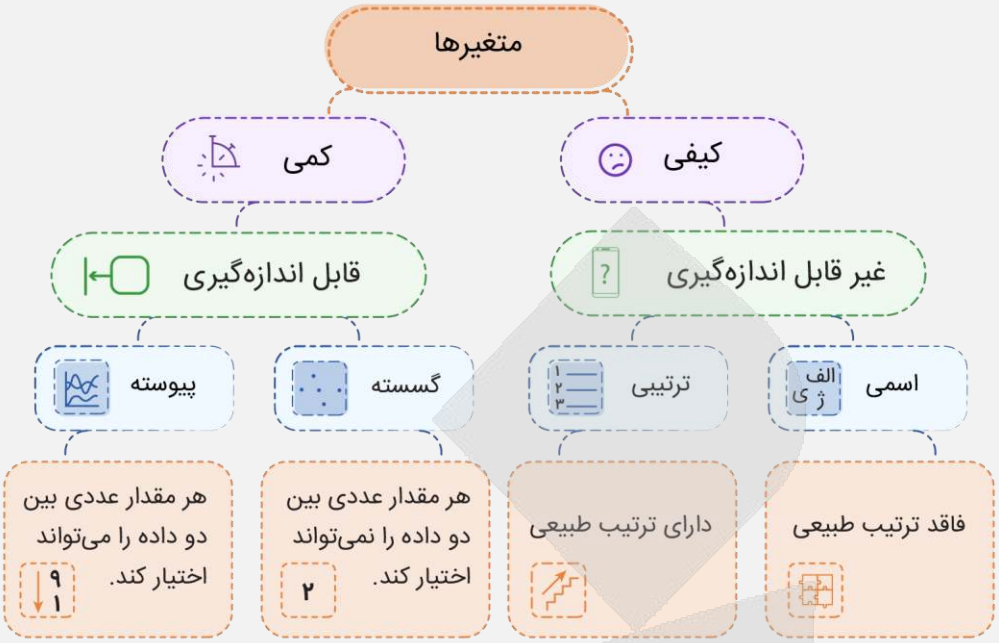
مثال‌هایی از متغیرهای کمی گسسته: تعداد افراد حاضر در یک کنفرانس علمی، نمرهٔ دانش‌آموزان مدرسهٔ A

مثال‌هایی از متغیرهای کیفی ترتیبی: میزان زبری پارچه، سطح تحصیلات

مثال‌هایی از متغیرهای کیفی اسمی: محل تولد، رنگ چشم، گروه خونی، جنسیت افراد، ملیت

WWW.ArefOnline.ir

جمع‌بندی



نکته!

همیشه نمرهٔ دانش‌آموزان کمی گسسته محسوب می‌شود چون در سطح مدرسه، نمرات فقط می‌توانند با ۰/۲۵، ۰/۵ یا ۰/۷۵ اعشار یا کاملا بدون اعشار باشند.

ماز

۱۷- **مدیر یک فروشگاه زنجیره‌ای برای جذب و تشویق بیشتر مشتریان در روزهای آخر هر ماه از نفرات صدم، دویستم، سیصدم و ... خارج شده از فروشگاه در مورد رضایت‌مندی از برخورد کارکنان فروشگاه نظرسنجی کرده و به هر کدام هدیه‌ای اعطا می‌کند. او از کدام روش نمونه‌گیری استفاده کرده است؟**

۱) تصادفی ساده ۲) خوشه‌ای ۳) طبقه‌ای ۴) سامانمند

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰۱ ـ ۱۱۰۴)

چون از دنبالهٔ حسابی در انتخاب اعضای نمونه استفاده شده، پس از نمونه‌گیری سامانمند استفاده شده است.

روش‌های نمونه‌گیری

روش‌های نمونه‌گیری تصادفی (احتمالی) عبارتند از:

۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده: در این روش از الگوی خاصی استفاده نمی‌شود و هر کدام از اعضای جامعه، با احتمال برابر ممکن است در نمونه انتخاب شوند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

قرعه‌کشی بین افراد شرکت‌کننده در یک مسابقه

۲) نمونه‌گیری خوشه‌ای: طبق ویژگی‌های اعضای جامعه، جامعه دارای خوشه‌هایی مجزا است که خود این خوشه‌ها از نظر تعداد لزوماً با هم برابر نیستند. ابتدا از بین خوشه‌ها تعدادی خوشه انتخاب می‌شود و اعضای خوشه‌های انتخاب شده اعضای نمونه را تشکیل می‌دهند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

برای انتخاب یک نمونه از شهروندان تهران، مناطق مختلف شهر را به منزلهٔ خوشه‌ها در نظر می‌گیریم. سپس تعدادی از مناطق شهرداری از بین ۲۲ منطقه را انتخاب کرده و در نهایت تمام شهروندان مناطق انتخاب‌شده را به عنوان نمونه معرفی می‌کنیم.

۳) نمونه‌گیری طبقه‌ای: در این روش ابتدا بر اساس یک معیار، جامعه به طبقاتی مجزا تقسیم می‌شود. سپس از هر طبقه یک نمونهٔ تصادفی ساده انتخاب می‌شود. (پس احتمال انتخاب اعضای هم طبقه با هم مساوی است.)

WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال ببین!

در یک شرکت ۵ مدیر، ۱۵ کارمند و ۳۰ کارگر وجود دارد. طبقات را مدیران، کارمندان و کارگران در نظر می‌گیریم. حال برای انتخاب یک نمونهٔ ۱۰ تایی از این شرکت از طبقهٔ مدیران ۱، از طبقهٔ کارمندان ۳ و از طبقهٔ کارگران ۶ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم.

توجه!

نسبت نمونه گیری در کلیه طبقات با نسبت نمونه گیری در کل جامعه یکسان و برابر است. بنابراین تعداد نمونه در هر طبقه متناسب با بزرگی آن طبقه است.

۴) نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک): این روش نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن تعداد اعضای تمام طبقات با هم برابر است. از طبقهٔ اول به تصادف واحد آماری انتخاب می‌شود و دقیقا با همان روند از باقی طبقات نیز نمونه‌گیری انجام می‌شود تا نمونه کامل شود.

یه نمونهٔ باحال ببین!

فرض کنید در یک کارخانه ۱۰۰۰ نفر مشغول به کار هستند و یک نمونهٔ ۱۰۰ عضوی از این کارخانه می‌خواهیم. اسامی افراد به‌صورت لیستی و بر اساس الفبا مرتب شده‌اند. برای اجرای نمونه‌گیری سیستماتیک از ۱۰ شمارهٔ اول یک نقطه را برای شروع در نظر می‌گیریم. به‌عنوان مثال ۶. از شمارهٔ ۶ به بعد هر ۱۰ نفر را به ترتیب از لیست انتخاب می‌کنیم، که لیست به‌صورت انتخاب نفرات ۶، ۱۶، ۲۶، ۳۶، ۴۶ و ... می‌شود و تا زمانی که ۱۰۰ نمونه را جمع آوری نمایید نمونه گیری را ادامه می‌دهید.

توجه!

در نمونه‌گیری سیستماتیک اعضای هر طبقه لزوما از نظر ویژگی شبیه به هم نیستند و احتمال اریبی وجود دارد.

نمونه‌گیری غیرتصادفی (نمونه‌گیری غیراحتمالی)

در یک نمونه گیری غیر تصادفی، افراد بر اساس معیارهای **غیرتصادفی** انتخاب می‌شوند و هر فرد شانس یکسان و معین انتخاب شدن در نمونه را ندارد. این نوع از نمونه‌گیری از نظر هزینه و دسترسی آسان‌تر است. اما در آن‌ها **خطر اریبی** بالاتر می‌باشد. از این روش نمونه‌گیری نمی‌توانید استنباط آماری معتبری را دربارهٔ کل جامعه داشته باشید. استفاده از نمونه‌گیری غیرتصادفی چه در مرحلهٔ طراحی و چه در مرحلهٔ اجرا ساده‌تر از نمونه‌گیری تصادفی است و به زمان و سرمایهٔ کمتری نیاز دارد.

جمع‌بندی روش‌های نمونه‌گیری

- روش‌های نمونه‌گیری
  - ۱) نمونه‌گیری احتمالی (اتفاقی یا تصادفی)
    - الف) نمونه‌گیری تصادفی ساده
    - ب) نمونه‌گیری خوشه‌ای
    - ج) نمونه‌گیری طبقه‌ای
    - د) نمونه‌گیری سامانمند (سیستماتیک)
  - ۲) نمونه‌گیری غیراحتمالی ← خطر اریبی بالا

۱۸- اگر بخواهیم در یک جامعهٔ ۲۴۰ نفری یک نمونهٔ ۱۵ نفری به روش سامانمند انتخاب کنیم و شمارهٔ نفر اول انتخاب شده، ۷ باشد، شمارهٔ نفر ۱۱ام کدام است؟

۱) ۱۶۳ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۶۷ ۴) ۱۶۹

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۰۰ ـ ۱۱۰۴)

با محاسبهٔ قدرنسبت تصاعد حسابی به‌صورت $d = \left[\frac{۲۴۰}{۱۵}\right] = ۱۶$ می‌توان دریافت ۱۵ طبقهٔ ۱۶ نفری داریم و چون شمارهٔ اولین نفر ۷ است، پس جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی مساوی $a_۱ = ۷$ می‌باشد، حال به کمک جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی داریم:

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow a_{۱۱} = ۷ + (۱۱-۱) \times ۱۶ = ۱۶۷$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۹- از جامعه‌ای با داده‌های ۸,۵,۵,۴,۳,۲,۱ نمونه‌ای ۲عضوی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال میانگین جامعه درست برآورد می‌شود؟

۱) $\frac{۷}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۲۱}$ ۴) $\frac{۲}{۲۱}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی/ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۴)

ابتدا پارامتر یا همان میانگین جامعه را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{۸+۵+۵+۴+۳+۲+۱}{۷}=۴$$

حال به دنبال نمونه‌هایی دو عضوی هستیم که میانگین آن‌ها ۴ شود یا جمعشان ۸ شود که عبارتند از $\{۵,۳\}$ و ۲ بار شمرده می‌شود.

انتخاب یکی از ۵ها

$$P(A)=\frac{\binom{۲}{۱}}{\binom{۷}{۲}}=\frac{۲}{۲۱}$$

انتخاب ۲ عدد از بین ۷ عدد

توجه!

توجه کنید که چون دو تا عدد ۵ داریم، به دو طریق ممکن است مجموع اعداد آمده ۸ شود. ۳ با یکی از ۵ها بیاید و یا با ۵ دیگر بیاید.

قِلِقشو یاد بگیر!

هر مشخصهٔ عددی (مانند میانگین، میانه ، مد، واریانس و ...) وقتی برای **کل جامعه** محاسبه شود **پارامتر (پارامتر جامعه)**، و وقتی برای یک **نمونه** محاسبه شود **آماره (آمارهٔ نمونه)** است.

۲۰- طول بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد در نمونه‌ای به اندازهٔ ۲۲۵ و میانگین ۸ مساوی $\frac{۱}{۳}$ است. اگر با ثابت ماندن میانگین و واریانس، تعداد داده‌ها را ۹ برابر کنیم، بازهٔ اطمینان ۹۵ درصد کدام است؟

۱) $\left[\frac{۱۴۱}{۱۸},\frac{۱۴۶}{۱۸}\right]$ ۲) $\left[\frac{۱۴۳}{۱۸},\frac{۱۴۵}{۱۸}\right]$ ۳) $\left[\frac{۱۵۳}{۱۸},\frac{۱۵۹}{۱۸}\right]$ ۴) $\left[\frac{۱۴۹}{۱۸},\frac{۱۵۳}{۱۸}\right]$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۴)

می‌دانیم که طول بازهٔ اطمینان ٪۹۵ برای نمونه‌ای n عضوی برابر است با: $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$

درنتیجه:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{۲۲۵}}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{۴\sigma}{۱۵}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\sigma=\frac{۵}{۴}\Rightarrow\frac{۵}{۴}=\text{انحراف معیار جامعه}$$

بازهٔ اطمینان ٪۹۵ نیز برابر است با:

$$\left[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

$$۸-\frac{۲\times\frac{۵}{۴}}{\sqrt{۹\times۲۲۵}}\le\mu\le۸+\frac{۲\times\frac{۵}{۴}}{\sqrt{۹\times۲۲۵}}\Rightarrow۸-\frac{\frac{۵}{۲}}{۳\times۱۵}\le\mu\le۸+\frac{\frac{۵}{۲}}{۳\times۱۵}$$

$$\Rightarrow۸-\frac{۵}{۶\times۱۵}\le\mu\le۸+\frac{۵}{۶\times۱۵}\Rightarrow۸-\frac{۱}{۱۸}\le\mu\le۸+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱۴۳}{۱۸}\le\mu\le\frac{۱۴۵}{۱۸}$$

WWW.ArefOnline.ir

بازهٔ برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

بازهٔ برآورد میانگین با اطمینان بیش از ٪۹۵ به فرم زیر است:

$$\left[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و $\bar{x}$ میانگین نمونه می‌باشد.

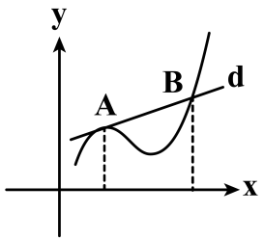
نتیجه) طول بازهٔ برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$$

ماز

مرور و جمع‌بندی: مرور ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۲۱- مطابق شکل مقابل، خط d در نقطهٔ $A(۲,۳)$ بر منحنی f مماس بوده و در نقطهٔ $B(۳a,۲a+۱)$ نمودار f را قطع می‌کند. اگر $f'(۲)=\frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) $\frac{۷}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۸۳ ـ ۱۲۰۴)

شیب خط مماس برابر $\frac{۱}{۲}$ است. معادلهٔ خط مماس را می‌نویسیم:

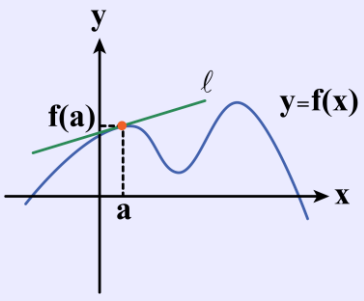
$$y-۳=\frac{۱}{۲}(x-۲)\Rightarrow y=\frac{۱}{۲}x+۲$$

B روی خط d قرار دارد، پس:

$$\frac{۱}{۲}(۳a)+۲=۲a+۱\xrightarrow{\times ۲}۳a+۴=۴a+۲\Rightarrow a=۲$$

خط مماس بر منحنی

اگر خط ℓ در نقطهٔ $x=a$ بر منحنی تابع f مماس باشد شیب خط مماس بر تابع در این نقطه با مقدار مشتق تابع f در $x=a$ برابر است، بنابراین اگر $A\big(a,f(a)\big)$ باشد، آن‌گاه $m=f'(a)$ است و معادلهٔ خط مماس (ℓ) برابر است با:



$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

ماز

WWW.ArefOnline.ir

۲۲- خط $y=۳x+a$ در نقطهٔ $x=۲$ بر نمودار f مماس است. اگر $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۲-۲h)-۱}{h}=\frac{a}{b}$ باشد، مقدار b کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $-\frac{۵}{۶}$ ۴) $-\frac{۵}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ ترکیبی ـ سریع ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۷۷ ـ ۱۲۰۴)

شیب خط مماس در $x=۲$ همان $f'(۲)$ است، پس $f'(۲)=۳$ است.

$$\frac{a}{b}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲-۲h)-۱}{h}=-۲\times\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲-۲h)-۱}{-۲h}\xrightarrow{t=-۲h}-۲\times\lim_{t\to ۰}\frac{f(۲+t)-۱}{t}=-۲f'(۲)=-۲\times ۳=-۶\Rightarrow\frac{a}{b}=-۶$$

از طرفی به شرطی حد وجود دارد که صورت کسر صفر باشد، پس $\lim\limits_{x\to ۲}f(x)=۱$ است.

بنابراین نقطهٔ $(۲,۱)$ روی خط مماس قرار دارد:

$$y=۳x+a\xrightarrow{\begin{cases}x=۲\\y=۱\end{cases}}۱=۶+a\Rightarrow a=-۵$$

$$\Rightarrow -۶=\frac{a}{b}=\frac{-۵}{b}\Rightarrow b=\frac{۵}{۶}$$

مشتق در یک نقطه

مشتق تابع f در $x=a$ در صورت وجود برابر با حد زیر است:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

و در حالت کلی مشتق تابع f در نقطهٔ دلخواه x برابر است با:

$$f'(x)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

توجه!

$f'(a)$ همان شیب خط مماس بر منحنی تابع f در $x=a$ است.

۲۳- نمودار توابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(x)=ax+\frac{b}{x}$ در نقطهٔ $x=۱$ بر هم مماس‌اند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۲۰۴)

دو شرط $f(۱)=g(۱)$ و $f'(۱)=g'(۱)$ را بررسی می‌کنیم:

$$f'(x)=۱+\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\ ,\ g'(x)=a-\frac{b}{x^۲}$$

$$f(۱)=g(۱)\Rightarrow a+b=۲\quad(۱)$$

$$f'(۱)=g'(۱)\Rightarrow a-b=\frac{۳}{۲}\quad(۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\begin{cases}a+b=۲\\a-b=\frac{۳}{۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{۷}{۴}\\b=\frac{۱}{۴}\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=۷$$

WWW.ArefOnline.ir

یه نکتهٔ طلایی!

اگر دو تابع f و g در $x=a$ بر هم مماس باشند، آن‌گاه معادلهٔ تلاقی آن‌ها در $x=a$ ریشهٔ مضاعف دارد و به علاوه دو شرط زیر برقرار است:

۱) $f(a)=g(a)$

۲) $f'(a)=g'(a)$

ماز

۲۴- با فرض $f(x)=\begin{cases}|x-a|+bx & x\le a\\ \sqrt{x-a}+bx & x>a\end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) $x=a$ مماس قائم f است.

۲) $x=a$ یک نقطهٔ گوشه‌ای f است.

۳) تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.

۴) تابع f در $x=a$ ناپیوسته است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۲۰۴)

تابع f در $x=a$ پیوسته است، زیرا:

$$f(a)=\lim_{x\to a^-}f(x)=\lim_{x\to a^+}f(x)=ab$$

مشتق تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}-x+a+bx & x\le a\\ \sqrt{x-a}+bx & x>a\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}-1+b & x<a\\ \frac{1}{2\sqrt{x-a}}+b & x>a\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}f'_-(a)=-1+b\\ f'_+(a)=+\infty\end{cases}$$

پس نقطهٔ $x=a$ یک نقطهٔ گوشه‌ای f است.

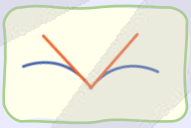
نقاط مشتق‌ناپذیر

تابع f در $x=a$ مشتق‌ناپذیر است اگر یکی از شرایط زیر را داشته باشد:

۱) f در $x=a$ پیوسته نباشد. (حد نداشته باشد یا حد داشته باشد اما مقدار حد با مقدار تابع برابر نباشد.)

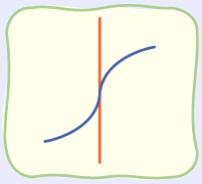
۲) f در $x=a$ پیوسته باشد، اما:

نقطهٔ گوشه‌ای) مشتق چپ و راست موجود ولی نابرابر باشد.

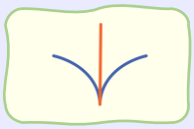


یکی از مشتق‌های چپ یا راست متناهی و دیگری نامتناهی باشد.

مماس قائم) هر دو مشتق چپ و راست $+\infty$ یا $-\infty$ باشد، در این صورت تابع در $x=a$ دارای مماس قائم است.



نقطهٔ بازگشتی) یکی از مشتق‌های چپ یا راست $+\infty$ و دیگری $-\infty$ باشد.



ماز

WWW.ArefOnline.ir

۲۵- اگر $f(x)=xg(\sqrt{x}+1)$، $g'(2)=-2$ و $f''(1)=6$ باشد، مقدار $g''(2)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۲۰۴)

از دو طرف تساوی $f(x)=xg(\sqrt{x}+1)$ مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=xg(\sqrt{x}+1)\Rightarrow f'(x)=1\times g(\sqrt{x}+1)+x\times\frac{1}{2\sqrt{x}}g'(\sqrt{x}+1)=g(\sqrt{x}+1)+\frac{1}{2}\sqrt{x}g'(\sqrt{x}+1)$$

مجدداً از دو طرف تساوی مشتق می‌گیریم:

$$f''(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}g'(\sqrt{x}+1)+\frac{1}{4\sqrt{x}}g'(\sqrt{x}+1)+\frac{1}{2}\sqrt{x}\times\frac{1}{2\sqrt{x}}g''(\sqrt{x}+1)$$

$$x=1\Rightarrow f''(1)=\overbrace{\frac{1}{2}g'(2)+\frac{1}{4}g'(2)}^{\frac{3}{4}g'(2)}+\frac{1}{4}g''(2)\Rightarrow 6=\frac{3}{4}(-2)+\frac{1}{4}g''(2)\Rightarrow g''(2)=30$$

قاعدهٔ زنجیره‌ای

مشتق تابع مرکب $y=fog(x)$ برابر است با:

$$y'=\big(f\big(g(x)\big)\big)'=g'(x)f'\big(g(x)\big)$$

به عبارت دیگر، اگر u تابعی از x باشد، آن‌گاه:

$$\big(f(u)\big)'=u'f'(u)$$

۲۶- اگر $f(x)=x-\sqrt{x+\frac{1}{4}}$ و $g(x)=x^2+|x|$ باشد، حاصل $(fog)'(-2)=g'(-2).f'\big(g(-2)\big)$ کدام است؟

۱) -4 ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) -6

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۶ ـ ۱۲۰۴)

مشتق تابع g در $x=-2$ خواسته شده است و در مجموعهٔ اعداد منفی، ضابطهٔ g به‌صورت $g(x)=x^2-x$ است.

$$\begin{cases}g(x)=x^2-x\\ f(x)=x-\sqrt{x+\frac{1}{4}}\end{cases}$$

ابتدا توجه کنید که:

$$(fog)'(x)=g'(x).f'\big(g(x)\big)$$

پس کافی است ابتدا ترکیب دو تابع را حساب کرده و سپس از آن مشتق بگیریم:

$$\Rightarrow fog(x)=f\big(g(x)\big)=x^2-x-\sqrt{x^2-x+\frac{1}{4}}=x^2-x-\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2}=x^2-x-\left|x-\frac{1}{2}\right|$$

$$x<0\Rightarrow fog(x)=x^2-x+x-\frac{1}{2}=x^2-\frac{1}{2}$$

حال مشتق می‌گیریم:

$$(fog)'(x)=2x$$

$$x=-2\Rightarrow g'(-2).f'\big(g(-2)\big)=2(-2)=-4$$

WWW.ArefOnline.ir

قِلقِشو یاد بگیر!

در برخی سؤالات محاسبهٔ عبارتی را از ما می‌خواهند که با فرمول‌های محاسبهٔ مشتق به یک مشتق‌گیری ساده‌تر تبدیل می‌شود. در این گونه سؤالات باید یک عینک دید کلی به چشم بزنیم تا عبارت معادل با چیزی که داده شده را تشخیص بدهیم. 😊

به نمونه‌های رایج توجه کنید:

$$f'(a)g(a)+g'(a)f(a)=(fg)'(a)$$

$$g'(a)f'\big(g(a)\big)=(fog)'(a)$$

$$\frac{f'(a)g(a)-g'(a)f(a)}{\big(g(a)\big)^{۲}}=(\frac{f}{g})'(a)\ ;\ g(a)\neq ۰$$

در عبارت‌های بالا، سمت چپ را از ما می‌خواهند که محاسبهٔ آن احتمالا طولانی‌تر است، ما با تشخیص این‌که فرمول کدام قاعدهٔ مشتق به ما داده شده (ضرب، تقسیم یا ترکیب دو تابع) به تابع سمت راست می‌رسیم، سپس از تابع حاصل مشتق می‌گیریم.

ماز

۲۷- اگر $f(x)=\sqrt{۱-۲x}$ باشد، ریشهٔ معادلهٔ $f(x).f'(x)=f''(x)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) -۱ ۳) -۴ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۹ ـ ۱۲۰۴)

مشتق اول و دوم f را به‌دست می‌آوریم:

$$f'(x)=\frac{-۲}{۲\sqrt{۱-۲x}}=\frac{-۱}{\sqrt{۱-۲x}}=-(۱-۲x)^{-\frac{۱}{۲}}$$

$$f''(x)=-(-\frac{۱}{۲})(-۲)(۱-۲x)^{-\frac{۳}{۲}}=\frac{-۱}{(۱-۲x)\sqrt{۱-۲x}}$$

حال روابط به‌دست آمده را در معادلهٔ داده شده جایگزین می‌کنیم:

$$f(x).f'(x)=f''(x)\Rightarrow\sqrt{۱-۲x}.\frac{-۱}{\sqrt{۱-۲x}}=\frac{-۱}{(۱-۲x)(\sqrt{۱-۲x})}$$

$$\Rightarrow(۱-۲x)\sqrt{۱-۲x}=۱\xrightarrow{\text{به‌توان ۲}}(۱-۲x)^{۳}=۱\Rightarrow ۱-۲x=۱\Rightarrow x=۰$$

قِلقِشو یاد بگیر!

برای محاسبه مشتق توابع رادیکالی بهترین روش این است که آن‌ها را به صورت عبارتی با توان گویا بنویسید.

$$(u^{q})'=q\times u'\times u^{q-۱}$$

ماز

۲۸- خط d از نقطهٔ $A(۳,۱)$ عبور می‌کند و در نقطه‌ای به طول α بر نمودار تابع غیرثابت $f(x)=\frac{x+m}{x-۱}$ مماس می‌شود. اگر $f(\alpha)=۶$ باشد، m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۱ ـ ۱۲۰۴)

نقطهٔ تماس را $B\big(\alpha,f(\alpha)\big)$ فرض کنید.

$$f'(x)=\frac{-۱-m}{(x-۱)^{۲}}$$

شیب را به دو روش محاسبه می‌کنیم:

$$m_{AB}=f'(\alpha)\Rightarrow\frac{f(\alpha)-۱}{\alpha-۳}=\frac{-۱-m}{(\alpha-۱)^{۲}}\Rightarrow\frac{\frac{\alpha+m}{\alpha-۱}-۱}{\alpha-۳}=\frac{-۱-m}{(\alpha-۱)^{۲}}\Rightarrow\frac{m+۱}{(\alpha-۳)(\alpha-۱)}=\frac{-(m+۱)}{(\alpha-۱)^{۲}}$$

WWW.ArefOnline.ir

به‌ازای $m=-1$، تابع ثابت به‌دست می‌آید که خلاف فرض است، پس:

$$m\neq -1 \Rightarrow \frac{\cancel{(m+1)}}{(\alpha-3)\cancel{(\alpha-1)}}=\frac{-\cancel{(m+1)}}{\cancel{(\alpha-1)^2}_{(\alpha-1)}} \Rightarrow \frac{1}{\alpha-3}=\frac{-1}{\alpha-1} \Rightarrow \alpha-1=-\alpha+3 \Rightarrow \alpha=2$$

$$f(\alpha)=6 \Rightarrow f(2)=6 \Rightarrow \frac{2+m}{1}=6 \Rightarrow m=4$$

ماز

۲۹- تابع $f(x)=\begin{cases} ax+\sqrt[3]{x} & x\leq 1 \\ bx^2+|2-x| & x>1 \end{cases}$، فقط در دو نقطه از $\mathbb{R}$ مشتق‌ناپذیر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) $-\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $-\frac{8}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۲۰۴)

با مشتق‌گیری از تابع f داریم:

$$f(x)=\begin{cases} ax+\sqrt[3]{x} & x\leq 1 \\ bx^2+2-x & 1<x\leq 2 \\ bx^2-2+x & 2<x \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} a+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & x<1 \\ 2bx-1 & 1<x<2 \\ 2bx+1 & 2<x \end{cases}$$

ضابطهٔ اول در $x=0$ و ضابطهٔ دوم در $x=2$ مشتق‌ناپذیر است، پس f باید در $x=1$ مشتق‌پذیر باشد. ابتدا پیوستگی f را در $x=1$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=f(1) \Rightarrow b+1=a+1 \Rightarrow a=b \quad (1)$$

حال مشتق f را در مجاورت $x=1$ محاسبه می‌کنیم:

$$f'_+(1)=f'_-(1) \Rightarrow 2b-1=a+\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow 2a-a=1+\frac{1}{3} \Rightarrow a=\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a+b=2(\frac{4}{3})=\frac{8}{3}$$

مشتق‌پذیری روی یک بازه

برای آن‌که تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر باشد، باید:

۱) f در $x=a$ پیوسته باشد، یعنی:

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=f(a)$$

WWW.ArefOnline.ir

۲) مشتق چپ و راست f در $x=a$ موجود و با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} f'_+(a)=\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} \\ f'_-(a)=\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} \end{cases} \Rightarrow f'_+(a)=f'_-(a)$$

ماز

۳۰- توابع $f(x)=2x-3$ و $g(x)=x^2-2x$ را در نظر بگیرید. به‌ازای کدام مقدار a، آهنگ تغییر لحظه‌ای fog در $x=a$، سه برابر آهنگ تغییر متوسط gof در بازهٔ $[1,2]$ است؟

۱) ۲ ۲) -2 ۳) ۳ ۴) -3

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۰۴ ـ ۱۲۰۴)

$(fog)'(x)=g'(x).f'\big(g(x)\big)=(2x-2)\times 2=4x-4$

آهنگ لحظه‌ای fog در $x=a$ $=(fog)'(a)=4a-4$

آهنگ متوسط gof در $[1,2]$ $=\dfrac{gof(2)-gof(1)}{2-1}=\dfrac{g(1)-g(-1)}{1}=-1-3=-4$

$4a-4=3(-4)\Rightarrow a=-2$

با توجه به فرض مسئله داریم:

آهنگ تغییر لحظه‌ای و آهنگ تغییر متوسط

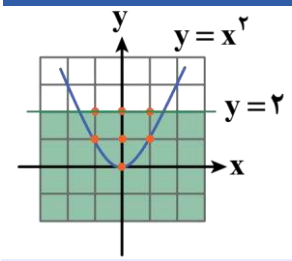
آهنگ تغییر لحظه‌ای f در $x=a$ برابر $f'(a)$ و آهنگ تغییر متوسط f در بازهٔ $[a,b]$ برابر $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ است.

ماز

۳۱- چند نقطه با مختصات صحیح در رابطهٔ $x^2\le y\le 2$ صدق می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۶۳ ـ ۱۲۰۳)

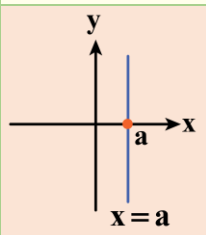
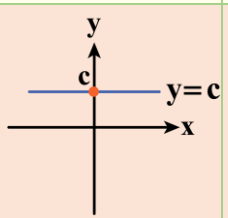
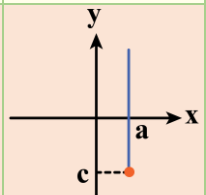
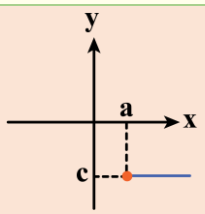
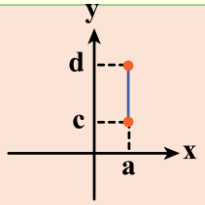
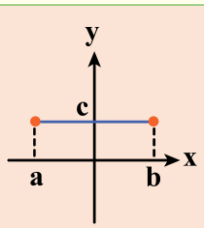


با توجه به نمودار تابع تنها ۷ نقطه با مختصات صحیح در این رابطه صدق می‌کنند که عبارتند از:

$(0,0),(1,1),(-1,1),(0,1),(0,2),(-1,2),(1,2)$

نمودار نظیر یک رابطه

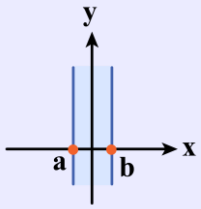
نمودار یک رابطه شامل تمام نقاطی است که مختصات آن‌ها در آن رابطه صدق می‌کند. نمودار رابطه‌های مقدماتی به‌صورت زیر است:

خط قائم	خط افقی	نیم‌خط قائم	نیم‌خط افقی	پاره‌خط قائم	پاره‌خط افقی
$x=a$	$y=c$	$x=a, y\ge c$	$y=c, x\ge a$	$x=a, c\le y\le d$	$a\le x\le b, y=c$
					

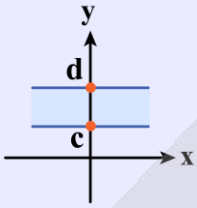
WWW.ArefOnline.ir

توجه کنید که نیم‌خط قائم و نیم‌خط افقی با شرط برعکس هم وجود دارند.

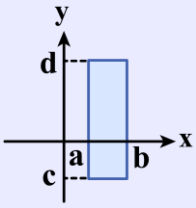
رابطهٔ $a \le x \le b$ تمام ناحیهٔ بین دو خط قائم $x = a$ و $x = b$ (شکل«۱») و رابطهٔ $c \le y \le d$ تمام ناحیهٔ بین دو خط افقی $y = c$ و $y = d$ است. (شکل «۲») و همچنین رابطهٔ $a \le x \le b$ و $c \le y \le d$ یک مستطیل است. (شکل «۳») که ابعاد آن $|b-a|$ و $|d-c|$ است.



(۱)



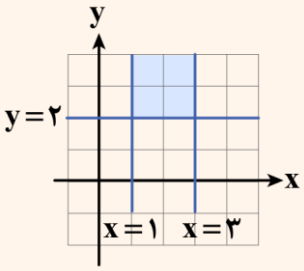
(۲)



(۳)

یه نمونهٔ باحال ببین!

نمودار رابطهٔ $۳ \le x \le ۱$ و $y \ge ۲$ به‌صورت مقابل است:



توجه!

حالت‌های بالا صرفا ساده‌ترین حالت‌های ممکن هستند و رابطه می‌تواند خیلی پیچیده‌تر باشد.

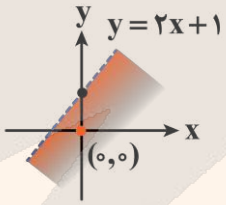
چگونگی رسم نمودار یک رابطه

به طور کلی برای رسم نمودار یک رابطه که به‌صورت نامساوی داده شده است، ابتدا آن رابطه را در حالت تساوی رسم می‌کنیم، سپس یک نقطهٔ مشخص از صفحه را درون آن رابطه قرار می‌دهیم. اگر نقطه درون رابطه صدق کرد همان سمتی از نمودار که شامل آن نقطه است جواب است و اگر صدق نکرد سمت دیگر نمودار، جواب است.

یه نمونهٔ باحال ببین!

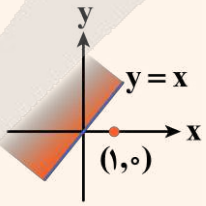
y کوچک‌تر است، یعنی پایین خط مورد نظر است.

$y < ۲x + ۱ \Rightarrow y = ۲x + ۱$ (رسم)



y بزرگ‌تر است، یعنی بالای خط مورد نظر است.

$y \ge x \Rightarrow y = x$ (رسم)



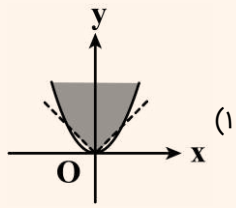
مرزها تو پر یا تو خالی؟

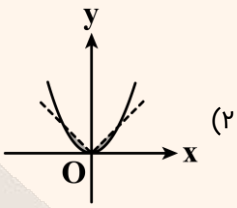
در حالتی‌که نامساوی به‌صورت« $\ge$ » یا« $\le$ » باشد، نقاط مرزی به شکل خط ممتد و اگر به‌صورت « $>$ » یا« $<$ » باشد، به شکل خط‌چین است.

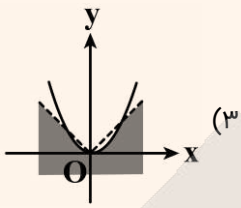
WWW.ArefOnline.ir

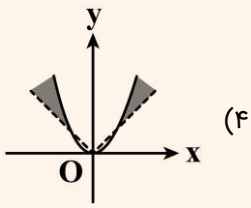
یه نمونهٔ باحال ببین!

نمودار رابطهٔ $x^۲ \le y < |x|$ به کدام صورت است؟

۱) 

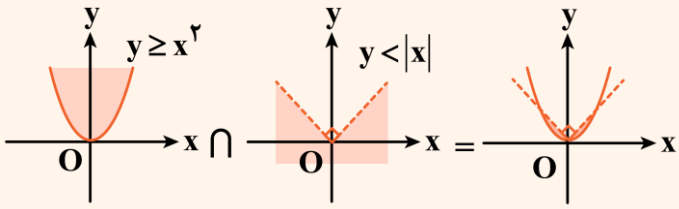
۲) 

۳) 

۴) 

پاسخ تشریحی:

نمودار دو رابطهٔ $y < |x|$ و همچنین $y \ge x^۲$ را رسم کرده و از آن‌ها اشتراک می‌گیریم:



پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۳۲- کمترین فاصلهٔ نقاط سهمی $۵my^۲ + ۲y + ۸mx + ۱ = ۰$ از خط هادی کدام است؟ (m عددی طبیعی است)

۱) ۱/۶ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۵۳ ـ ۱۲۰۲)

روش اول

می‌دانیم کمترین فاصلهٔ نقاط سهمی از خط هادی برابر با $|a|$ است، بنابراین:

$$۴a = -\frac{۸m}{۵m} = -\frac{۸}{۵} \Rightarrow |a| = \frac{۸}{۲۰} = ۰/۴$$

روش دوم

با استفاده از مربع کامل کردن معادلهٔ سهمی را به فرم استاندارد تبدیل کنیم:

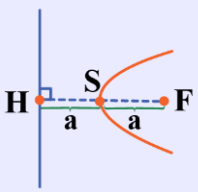
$$۵my^۲ + ۲y + ۸mx + ۱ = ۰ \Rightarrow y^۲ + \frac{۲y}{۵m} = \frac{-۸m}{۵m}x - \frac{۱}{۵m}$$

$$\xrightarrow{+\left(\frac{۱}{۵m}\right)^۲} y^۲ + \frac{۲}{۵m}y + \frac{۱}{۲۵m^۲} = \frac{-۸}{۵}x - \frac{۱}{۵m} + \frac{۱}{۲۵m^۲} \Rightarrow (y + \frac{۱}{۵m})^۲ = \frac{-۸}{۵}(x + \frac{۱}{۸m} - \frac{۱}{۴۰m^۲})$$

$$۴a = -\frac{۸}{۵} \Rightarrow |a| = \frac{۸}{۲۰} = ۰/۴$$

کمترین فاصلهٔ نقاط سهمی تا خط هادی

در هر سهمی همواره کمترین فاصلهٔ نقاط سهمی از خط هادی و کانون برابر با $|a|$ است.



WWW.ArefOnline.ir

یه نکتهٔ طلایی!

در سهمی به معادلهٔ $Ay^۲+By+Cx+D=۰$ یا $Ax^۲+Bx+Cy+D=۰$ همواره داریم:

$$۴a=-\frac{C}{A}$$

از این رابطه بیشتر در مواردی استفاده می‌شود که نیاز به مقدار a داشته باشیم، در چنین مواردی نیازی به استاندارد کردن سهمی نیست.

راهنمای زرنگ‌بازی!

تنها چیزهایی که در تعیین a نقش دارند ضریب $y^۲$ و x بودند و دیدیم که مربع کامل کردن هیچ نقشی در تعیین a ندارد. اما فرایند مربع کامل کردن تا رسیدن به فرم استاندارد سهمی چون معادله دارای پارامتر m است زمان‌بر می‌شود! راه حل چیست؟

نه فرمول حفظ کنید و نه تمام مراحل را کامل انجام دهید! گاهی اوقات بدون محاسبات اضافی پیش بروید. مثلا در این سؤال می‌توانستیم به این صورت از روش دوم استفاده کنیم تا سریع‌تر پیش برویم.

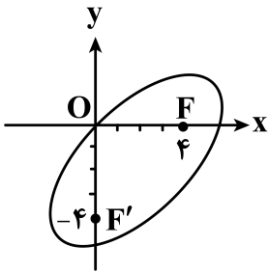
$$۵my^۲+۲y+۸mx+۱=۰\Rightarrow y^۲+\frac{۲y}{۵m}=\frac{-۸}{۵}x-\frac{۱}{۵m}$$

$$\Rightarrow y^۲+\frac{۲}{۵m}y+\bigcirc=\frac{-۸}{۵}(x-\square)\Rightarrow \text{فرم استاندارد سهمی}$$

$$۴a=-\frac{۸}{۵}\Rightarrow |a|=\frac{۸}{۲۰}=۰/۴$$

ماز

۳۳- در شکل مقابل، نقاط F و F′ کانون‌های بیضی هستند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۸}$

۴) $\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۴۹ ـ ۱۲۰۲)

فاصلهٔ کانونی برابر است با فاصلهٔ بین $F(۴,۰)$ و $F'(۰,-۴)$:

$$۲c=|FF'|=\sqrt{۴^۲+۴^۲}=۴\sqrt{۲}\Rightarrow c=۲\sqrt{۲}$$

از طرفی مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی تا هر دو کانون بیضی مقداری ثابت است که این مقدار ثابت برابر با ۲a می‌باشد بنابراین:

$$OF+OF'=۲a\Rightarrow ۴+۴=۲a\Rightarrow a=۴$$

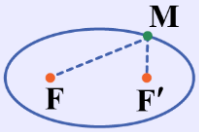
بنابراین خروج از مرکز بیضی برابر است با:

$$e=\frac{c}{a}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

بیضی

مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون بیضی برابر است با ۲a.

$$MF+MF'=۲a$$



WWW.ArefOnline.ir

خروج از مرکز

در هر بیضی نسبت $e=\frac{c}{a}$ را **خروج از مرکز بیضی** می‌نامند، این نسبت **میزان کشیدگی** بیضی را نشان می‌دهد. هر چه به ۱ نزدیک‌تر باشد بیضی به خط شبیه‌تر است و هر چه به صفر نزدیک‌تر باشد، بیضی به دایره نزدیک‌تر است.

۳۴- سهمی به کانون $F(۲,۳)$ و خط هادی $y=۵$، محور xها را در نقاط A و B قطع می‌کند، طول پاره‌خط AB کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) $۲\sqrt{۱۰}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۵۴ ـ ۱۲۰۲)

چون خط هادی $y=۵$ و کانون $F(۲,۳)$ است و مقدار y تغییر کرده پس سهمی عمودی است و ضابطهٔ آن به‌صورت $(x-\alpha)^۲=۴a(y-\beta);\ a<۰$ است، در این حالت معادلهٔ خط هادی برابر است با $y=\beta-a$. پس:

$$\begin{matrix} y=\beta-a=۵ \\ F(\alpha,\beta+a)=(۲,۳) \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \beta-a=۵ \\ \beta+a=۳ \end{cases} \Rightarrow ۲\beta=۸ \Rightarrow \beta=۴, a=-۱$$

بنابراین $S(۲,۴)$ و $a=-۱$ درنتیجه معادلهٔ سهمی به‌صورت زیر است:

$$(x-۲)^۲=-۴(y-۴) \xrightarrow[y=۰]{\text{تقاطع با محور xها}} (x-۲)^۲=۱۶ \Rightarrow x-۲=\pm ۴ \Rightarrow \begin{cases} x=۶ \\ x=-۲ \end{cases} \Rightarrow |AB|=۶-(-۲)=۸$$

یافتن مختصات کانون و خط هادی سهمی

اگر مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی یک سهمی معلوم باشد برای نوشتن معادلهٔ آن از مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی در حالت کلی کمک می‌گیریم تا بتوانیم α,β و a را پیدا کنیم.

سهمی قائم $\begin{cases} F(\alpha,\beta+a) \\ y=\beta-a \end{cases}$

سهمی افقی $\begin{cases} F(\alpha+a,\beta) \\ x=\alpha-a \end{cases}$

یه نمونهٔ باحال ببین!

اگر $y=۲$ هادی یک سهمی و $F(۳,۰)$ کانون آن باشد، معادلهٔ سهمی را بنویسید.

چون خط هادی افقی است، بنابراین سهمی قائم است. اگر $S(\alpha,\beta)$ رأس سهمی باشد، داریم:

$$\begin{matrix} F(\alpha,\beta+a)=(۳,۰) \\ y=\beta-a=۲ \end{matrix} \Rightarrow \alpha=۳, \begin{cases} \beta+a=۰ \\ \beta-a=۲ \end{cases} \Rightarrow \beta=۱, a=-۱$$

بنابراین معادلهٔ سهمی به‌صورت مقابل خواهد بود: $(x-۳)^۲=۴(-۱)(y-۱) \Rightarrow x^۲-۶x+۴y+۵=۰$

کنکور سراسری داخل ۹۸

معادلهٔ یک سهمی با کانون $F(۲,۱)$ و خط هادی به معادلهٔ $x=۴$ کدام است؟

۱) $y^۲-۲y+۴x=۱۱$ ۲) $y^۲-۲y+۲x=۵$

۳) $x^۲-۴x+۴y=۰$ ۴) $x^۲-۶x+۲y=-۵$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ تشریحی:

چون معادلهٔ خط هادی $x=۴$ است، سهمی افقی است. اگر رأس سهمی $S(\alpha,\beta)$ و پارامتر سهمی را a فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{matrix}۱)\ F(\alpha+a,\beta)=(۲,۱)\\ ۲)\ x=\alpha-a=۴\end{matrix}\Rightarrow \alpha=۳,\beta=۱,a=-۱$$

بنابراین معادلهٔ سهمی با معلوم بودن مختصات رأس و همچنین پارامتر سهمی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$(y-۱)^۲=-۴(x-۳)\Rightarrow y^۲-۲y+۴x=۱۱$$

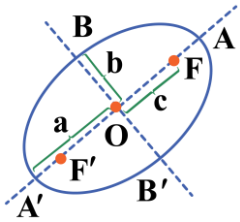
پاسخ: گزینهٔ ۱

۳۵- در یک بیضی نقاط $A(۶,۷)$ و $A'(-۴,-۳)$ دو سر قطر بزرگ و $B(۵,-۲)$ یک سر قطر کوچک است، کمترین فاصلهٔ یکی از کانون‌های بیضی از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۴۱}$ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۴۸ ـ ۱۲۰۲)

می‌دانیم مرکز بیضی همواره وسط نقاط A و A' و وسط نقاط B و B' است، بنابراین:



$$O=\frac{A+A'}{۲}=\frac{(۶,۷)+(-۴,-۳)}{۲}=(۱,۲)$$

از طرفی فاصلهٔ مرکز بیضی از رأس ناکانونی برابر b است:

$$b=\sqrt{(۵-۱)^۲+(۲+۲)^۲}=۴\sqrt{۲}$$

از طرف دیگر، فاصلهٔ نقاط A و A' برابر $۲a$ است:

$$۲a=AA'=\sqrt{(۶+۴)^۲+(۷+۳)^۲}=۱۰\sqrt{۲}\Rightarrow a=۵\sqrt{۲}$$

بنابراین طبق رابطهٔ $a^۲=b^۲+c^۲$ در بیضی داریم:

$$a^۲=b^۲+c^۲\Rightarrow(۵\sqrt{۲})^۲=(۴\sqrt{۲})^۲+c^۲\Rightarrow c=۳\sqrt{۲}$$

حالا می‌دانیم کانون‌ها روی خط گذرا از A و A' قرار دارند، بنابراین:

$$m_{AA'}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۷+۳}{۶+۴}=۱\Rightarrow AA':y-۲=۱\times(x-۱)\Rightarrow y=x+۱$$

فرض می‌کنیم $F(\alpha,\alpha+۱)$ باشد، در این صورت داریم:

$$OF=c\Rightarrow\sqrt{(\alpha-۱)^۲+(\alpha+۱-۲)^۲}=۳\sqrt{۲}\Rightarrow ۲(\alpha-۱)^۲=۱۸\Rightarrow\alpha-۱=\pm۳$$

$$\Rightarrow\alpha=۴,-۲\Rightarrow F(۴,۵),F'(-۲,-۱)$$

بنابراین کمترین فاصلهٔ یکی از کانون‌ها از مبدأ برابر است با: (O' مبدأ مختصات باشد.)

$$O'F'=\sqrt{(-۲)^۲+(-۱)^۲}=\sqrt{۵}$$

مرکز بیضی

در هر بیضی همواره مرکز بیضی وسط A و A'، وسط B و B' و وسط F و F' است:

$$O=\frac{A+A'}{۲}=\frac{B+B'}{۲}=\frac{F+F'}{۲}$$

WWW.ArefOnline.ir

رابطهٔ طلایی بیضی

در هر بیضی همواره داریم:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲$$

رابطهٔ قبل به **رابطهٔ طلایی بیضی** معروف است.

ماز

۳۶- در گراف G با رئوس $V = \{v_۱, v_۲, v_۳, v_۴, v_۵, v_۶, v_۷\}$، اگر $N(v_۱) = N(v_۷)$ و $|N[v_i]| = ۳$ ؛ $\forall ۲ \le i \le ۶$, $\sum_{i=۱}^{۷} |N(v_i)| = ۲۰$

باشد، m را تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم و n را بیشترین تعداد عضو مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در نظر می‌گیریم. $m-n$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/ترکیبی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۴۷ ـ ۱۲۰۲)

برای هر رأس v می‌دانیم $|N(v)| = \deg(v)$، پس $\sum_{i=۱}^{۷} |N(v_i)| = \sum_{i=۱}^{۷} \deg(v_i)$ یا همان $۲q$ است، در نتیجه:

$$۲q = ۲۰ \Rightarrow q = ۱۰$$

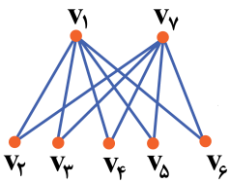
اگر $N(a) = N(b)$ برای دو رأس a و b برقرار باشد، می‌توان نتیجه گرفت:

۱) رئوس a و b به هم وصل نیستند.

۲) رئوس a و b هم‌درجه‌اند.

۳) رئوس a و b به رأس‌های یکسانی وصل هستند.

پس تنها گراف ممکن با شرایط گفته شده به صورت زیر است.



$۲ \le i \le ۶; |N[v_i]| = ۳ \Rightarrow$ رئوس $v_۲$ تا $v_۶$ از درجهٔ ۲ هستند.

توجه کنید که برای ساختن مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکی از رئوس بالایی و یکی از رئوس پایینی را انتخاب می‌کنیم یا هر دو رأس بالایی را انتخاب می‌کنیم، پس عدد احاطه‌گری $\gamma = ۲$ است و داریم:

$$m = \binom{۲}{۱}\binom{۵}{۱} + ۱ = ۱۱$$

از طرفی بزرگ‌ترین مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال به صورت $\{v_۲, v_۳, v_۴, v_۵, v_۶\}$ است، پس:

$$n = ۵$$

در نتیجه:

$$m - n = ۱۱ - ۵ = ۶$$

همسایگی باز یک رأس

مجموعهٔ $N(v_i)$ که در آن $v_i \in V(G)$ رأسی از گراف G است، برابر با مجموعهٔ همهٔ رئوس گراف G است که با v_i مجاورند و آن را **همسایگی باز** رأس v_i می‌گویند.

به عبارت دیگر، اگر $V(G)$ مجموعهٔ رئوس گراف و $E(G)$ مجموعهٔ یال‌های گراف باشد، آن‌گاه:

$$N(v_i) = \{v_j \in V(G) \mid v_i v_j \in E(G)\}$$

WWW.ArefOnline.ir

تعداد اعضای همسایگی باز یک رأس = درجهٔ رأس

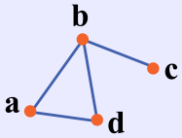
$|N(v_i)|$ همان درجه رأس v_i است.

مجموعهٔ $N[v_i]$ را **همسایگی بسته** رأس v_i می‌گویند و برابر است با مجموعهٔ رأس‌های مجاور با v_i به همراه خود v_i :

$$N[v_i]=N(v_i)\cup\{v_i\}=\{v_j\in V(G)\,|\,v_iv_j\in E(G)\}\cup\{v_i\}$$

مجموعه‌های احاطه‌گر

مجموعهٔ $A\subseteq V(G)$ را مجموعه‌ای احاطه‌گر می‌گویند اگر هر رأس از G یا در A باشد یا با رأسی از A، مجاور باشد، مانند:



$\{a,b,c,d\}$ یا $\{d,c,a\}$ یا $\{b\}$ یا $\{a,c\}$ یا $\{d,c\}$

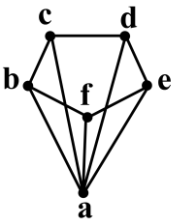
مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال

$A\subseteq V(G)$ را یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال می‌گویند اگر A مجموعه‌ای احاطه‌گر باشد و با حذف هر یک از اعضای A، دیگر A احاطه‌گر نشود. به‌طور مثال در مجموعه‌های احاطه‌گر بالا $\{b\}$ یا $\{a,c\}$ یا $\{d,c\}$ احاطه‌گر مینیمال‌اند.

مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم

$A\subseteq V(G)$ را یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گویند اگر A کوچک‌ترین مجموعهٔ احاطه‌گر باشد. تعداد اعضای A را عدد احاطه‌گری گراف G می‌گویند و A را یک $\gamma-$مجموعه می‌نامند. در گراف بالا $\{b\}$ یک $\gamma-$مجموعه است و عدد احاطه‌گری گراف برابر ۱ است.

۳۷- گراف روبه‌رو، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟



۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۴۷ ـ ۱۲۰۲)

کلام اول

ابتدا مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم آن را بررسی می‌کنیم که $\{a\}$ است و می‌دانیم هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، مینیمال هم هست.

کلام دوم

۵ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هم به صورت زیر در گراف دیده می‌شود.

$\{b,d\}\{c,e\}\{d,f\}\{e,b\}\{f,c\}$

گراف داده شده، ۶ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد.

توجه!

هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، مینیمال هم هست اما عکس آن برقرار نیست.

WWW.ArefOnline.ir

۳۸- با استفاده از حروف عبارت «azmoon maz» چند کلمهٔ سه حرفی می‌توان نوشت که دقیقاً دو حرف مشابه در کلمه وجود داشته باشد؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ ریاضی ۱ صفحهٔ ۱۳۶ ـ ۱۰۰۶)

azmoon maz

a	z	m	o
a	z	m	o

n

باید یکی از بسته‌ها و یک حرف از بقیهٔ حروف باقی‌مانده را انتخاب کنیم و آن‌ها را جایگشت دهیم.

۴ بسته — ۴حرف مانده

$$\Rightarrow \binom{۴}{۱}\times\binom{۴}{۱}\times ۳ = ۴۸ \text{ یا } \binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}\frac{۳!}{۲!} = ۴\times ۴\times ۳ = ۴۸$$

××○
×○×
○××

جایگشت حروف

جایگشت

تعداد حالت‌های چینش یا جایگشت n شیء متمایز برابر است با:

$$n\times n-۱\times\ldots\times ۲\times ۱ = n!$$

نکته!

اگر این n شیء شامل $k_۱$ شی یکسان و $k_۲$ شیء یکسان دیگر و ... k_r شی یکسان دیگر باشد، تعداد جایگشت‌های متمایز این n شیء برابر است با:

$$\frac{n!}{k_۱!\times k_۲!\times\cdots\times k_r!}$$

ترکیب

تعداد حالت‌های انتخاب k شیء از n شیء متمایز به طوری‌که ترتیب انتخاب مهم نباشد برابر با ترکیب k از n است که می‌نویسیم:

$$C(n,k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

۳۹- معادلهٔ $xyz = ۱۴۱۱۲$ چند جواب صحیح و نامنفی به صورت (x,y,z) دارد؟

۱) ۷۵۶ ۲) ۳۳ ۳) ۲۵۲ ۴) ۱۵۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۶۱ ـ ۱۲۰۳)

ابتدا عدد سمت راست را تجزیه می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$xyz = ۲^۵\times ۳^۲\times ۷^۲$$

WWW.ArefOnline.ir

با فرض $\begin{cases} x = ۲^{\alpha_۱} \times ۳^{\beta_۱} \times ۷^{\gamma_۱} \\ y = ۲^{\alpha_۲} \times ۳^{\beta_۲} \times ۷^{\gamma_۲} \\ z = ۲^{\alpha_۳} \times ۳^{\beta_۳} \times ۷^{\gamma_۳} \end{cases}$ داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_۱ + \alpha_۲ + \alpha_۳ = ۵ \Rightarrow \binom{۷}{۲} = ۲۱ \\ \text{و} \\ \beta_۱ + \beta_۲ + \beta_۳ = ۲ \Rightarrow \binom{۴}{۲} = ۶ \\ \text{و} \\ \gamma_۱ + \gamma_۲ + \gamma_۳ = ۲ \Rightarrow \binom{۴}{۲} = ۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} ۲۱ \times ۶ \times ۶ = ۷۵۶$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله

تعداد انتخاب‌های دلخواه n شیء از بین k نوع شیء برابر است با تعداد جواب‌های **صحیح و نامنفی** معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + \cdots + x_k = n$ که آن هم برابر است با:

$$\binom{n+k-۱}{k-۱}$$

توجه!

توجه کنید که شرط $x_i \geq ۰$ باید برای تمام $i = ۱, ۲, \ldots, k$ برقرار باشد تا بتوانیم ادعا کنیم که تعداد جواب‌ها برابر با $\binom{n+k-۱}{k-۱}$ است.

ماز

۴۰- یک تاس را ۴ مرتبه پرتاب می‌کنیم. در چند حالت «پرتاب چهارم ≥ پرتاب سوم ≥ پرتاب دوم ≥ پرتاب اول» است؟

۱) ۳۶ ۲) ۸۴ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ مفهومی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۶۱ ـ ۱۲۰۳)

روش اول

نظیر هر ۴ بار پرتاب یک عدد تعریف می‌کنیم. عدد نظیر ساخته‌شده باید یک عدد با ارقام نزولی باشد. برای درک بهتر حالت‌های خواسته شده، چند حالت را با هم می‌نویسیم.

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	
۵۵۳۲ →	۰	۱	۱	۰	۲	۰	تعداد عدد رو شده
۶۵۴۳ →	۰	۰	۱	۱	۱	۱	
۳۳۳۳ →	۰	۰	۴	۰	۰	۰	
۶۴۴۳ →	۰	۰	۱	۲	۰	۱	
۲۲۲۱ →	۱	۳	۰	۰	۰	۰	

همانطور که می‌بینید جمع اعدادی که نوشته‌ایم همواره ۴ است، پس کافی است تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ زیر را به‌دست آوریم:

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ + x_۶ = ۴ \Rightarrow \binom{۹}{۵} = ۱۲۶$$

WWW.ArefOnline.ir

روش دوم

کافی است اعداد رو شده در پرتاب تاس را مرتب کنیم، به ترتیب پشت هم قرار دهیم تا عدد ۴ رقمی ساخته شود. پس کافی است ۴ رقم از ۶ رقم را انتخاب کنیم که تکرار ارقام مجاز است.

پس حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

۱) ۴ رقم تکراری (○○○○) $\binom{۶}{۱}=۶$

آن رقم تکراری چه باشد؟

۲) ۳ رقم تکراری با شرط مذکور در سؤال یا به‌صورت △○○○ با ○>△ است یا به‌صورت ○○○△ با △>○. پس کافی است دو رقم متمایز از ۶ رقم را انتخاب کنیم: $۲\times\binom{۶}{۲}=۲\times۱۵=۳۰$

۳) ۲جفت ۲ رقم تکراری (○○△△): کافی است دو رقم متمایز را انتخاب کنیم: $\binom{۶}{۲}=۱۵$

۴) ۲ رقم تکراری و ۲ رقم دیگر متمایز (□○○△ یا □○○△ یا ○○□△): $\binom{۶}{۳}\times۳=۲۰\times۳=۶۰$

۵) فاقد رقم تکراری (*□△○): $\binom{۶}{۴}=۱۵$

پس تعداد کل حالات برابر است با: $۶+۳۰+۱۵+۶۰+۱۵=۱۲۶$

راه سریع

کافی است ۴ عدد از ۶ عدد ۱ تا ۶ را انتخاب کنیم به‌طوری که تکرار ارقام مجاز باشد:

$$\binom{۶+۴-۱}{۴}=\binom{۹}{۴}=۱۲۶$$

یه نکتهٔ طلایی!

تعداد انتخاب‌های k شیء از n شیء (تکرار مجاز باشد) برابر است با:

$$\binom{n+k-۱}{k}$$

WWW.ArefOnline.ir

تکمیل: پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۴۱- تابع $f(x)=x|x^۲-۳x|$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۲۰۵)

f را به‌صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم: (بدیهی است که تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته است.)

$$f(x)=\begin{cases}x^۳-۳x^۲ & x\geq ۳ \text{ یا } x\leq ۰\\ ۳x^۲-x^۳ & ۰<x<۳\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}۳x^۲-۶x & x>۳ \text{ یا } x<۰\\ ۶x-۳x^۲ & ۰<x<۳\end{cases}$$

$$f'_+(۰)=f'_-(۰)=۰\Rightarrow f'(۰)=۰ \qquad f'_+(۳)=۹ \ , \ f'_-(۳)=-۹$$

پس f در $x=۳$ مشتق‌ناپذیر است.

$$f'(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}۳x^۲-۶x=۰\\ ۶x-۳x^۲=۰\end{cases}\Rightarrow x=۰,۲$$

بنابراین ۳ نقطه به طول‌های $۳,۲,۰$ نقاط بحرانی‌اند.

نقاط بحرانی

نقطه‌ای به طول $x=a$ عضو دامنهٔ تابع را یک نقطهٔ بحرانی برای تابع f می‌گویند، اگر یکی از دو شرط زیر را داشته باشد:

$f'(a)=۰$ یا f در $x=a$ مشتق‌ناپذیر باشد.

۴۲- بیشترین مقدار تابع $f(x)=ax(x^۲-۳x-۹)$ در بازهٔ $[-۲,۲]$ برابر ۱۰ است. کمترین مقدار تابع در این بازه چقدر است؟ $(a>۰)$

۱) -۵۴ ۲) -۴۴ ۳) -۳۶ ۴) -۴۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۲۰۵)

نقاط بحرانی f و مقادیر تابع در این نقاط و دو سر بازه را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=a(x^۲-۳x-۹)+ax(۲x-۳)$$

$$f'(x)=a(۳x^۲-۶x-۹)=۳a(x-۳)(x+۱)$$

$$f'(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۱ & \in D_f \ ✓\\ x=۳ & \notin D_f \ ×\end{cases}$$

حال مقدار f در نقاط $x=-۱$، $x=۲$ و $x=-۲$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases}x=-۲\Rightarrow f(-۲)=-۲a\\ x=-۱\Rightarrow f(-۱)=۵a \quad \max\\ x=۲\Rightarrow f(۲)=-۲۲a \quad \min\end{cases}$$

$$\Rightarrow \max=۵a=۱۰\Rightarrow a=۲$$

بنابراین:

$$\min=-۲۲a=-۴۴$$

WWW.ArefOnline.ir

ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع

$x=a$ را طول نقطهٔ ماکزیمم مطلق f می‌گویند، اگر به‌ازای هر x از دامنهٔ f، $f(x)\le f(a)$ باشد.

$x=a$ را طول نقطه مینیمم مطلق f می‌گویند، اگر به‌ازای هر x از دامنهٔ f، $f(x)\ge f(a)$ باشد.

نکته!

هر تابع پیوسته روی بازهٔ $[a,b]$ مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق خود را اختیار می‌کند.

چگونه ماکزیمم و مینیمم مطلق توابع را بیابیم؟!

کافی است مقدار تابع f را در نقاط بحرانی و دو سر بازهٔ بستهٔ مورد نظر (یا دامنهٔ تابع) محاسبه کنید و با هم مقایسه کنید.

ماز

۴۳- تابع $f(x)=\sqrt{۴+x}+\sqrt{a-x}$ مفروض است. به‌ازای کدام مقدار مثبت a، حاصل‌ضرب مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f برابر $۶\sqrt{۲}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۲۵ ـ ۱۲۰۵)

نقاط بحرانی f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{۴+x}}-\frac{۱}{۲\sqrt{a-x}}$$

$$\begin{cases} f' \text{ موجود نیست} \Rightarrow x=-۴, x=a \\ f'=۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲\sqrt{۴+x}}-\frac{۱}{۲\sqrt{a-x}}=۰ \Rightarrow \sqrt{۴+x}=\sqrt{a-x} \Rightarrow ۴+x=a-x \xrightarrow{-۴<x<a} x=\frac{a-۴}{۲} \end{cases}$$

$$f\left(\frac{a-۴}{۲}\right)=\sqrt{۴+\frac{a-۴}{۲}}+\sqrt{a-\frac{a-۴}{۲}}=\sqrt{\frac{a+۴}{۲}}+\sqrt{\frac{a+۴}{۲}}=۲\sqrt{\frac{a+۴}{۲}}=\sqrt{۲}\times\sqrt{a+۴}$$

$$f(-۴)=f(a)=\sqrt{۴+a}$$

مقدار ماکزیمم مطلق $\sqrt{۲}\times\sqrt{a+۴}$ و مقدار مینیمم مطلق تابع است، پس داریم $\sqrt{a+۴}$:

$$\Rightarrow \sqrt{۴+a}\times\sqrt{۲}\times\sqrt{a+۴}=۶\sqrt{۲} \Rightarrow (۴+a)\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲} \Rightarrow a+۴=۶ \Rightarrow a=۲$$

ماز

۴۴- حداقل فاصلهٔ نقاط منحنی $f(x)=\sqrt{۲x-۴}$ از خط $x-۲y+۵=۰$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۵}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹ ـ ۱۲۰۵)

نقطهٔ $A(\alpha,\sqrt{۲\alpha-۴})$ را روی منحنی f در نظر بگیرید.

فاصلهٔ نقطهٔ A از خط داده شده برابر است با:

$$d=\frac{|\alpha-۲\sqrt{۲\alpha-۴}+۵|}{\sqrt{۱+۴}}$$

باید d مینیمم شود، بنابراین ریشهٔ $d'=۰$ را پیدا می‌کنیم:

$$d'=۰ \Rightarrow ۱-\frac{۲}{\sqrt{۲\alpha-۴}}=۰ \Rightarrow \sqrt{۲\alpha-۴}=۲ \Rightarrow \alpha=۴$$

$$\Rightarrow d=\frac{|۴-۴+۵|}{\sqrt{۵}}=\frac{۵}{\sqrt{۵}}=\sqrt{۵}$$

ماز

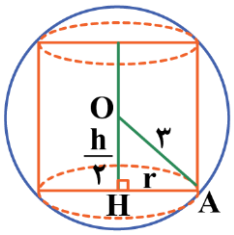
WWW.ArefOnline.ir

۴۵- ارتفاع استوانه‌ای با بیشترین مساحت جانبی که درون کره‌ای به شعاع ۳ محاط می‌شود، چقدر است؟

۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۲۰۵)

ابتدا یک شکل مناسب برای مسئله رسم می‌کنیم.



با توجه به رابطهٔ فیثاغورس داریم:

$$\frac{h^۲}{۴}+r^۲=۹\Rightarrow r^۲=۹-\frac{h^۲}{۴}$$

$$S=۲\pi rh=۲\pi h\sqrt{۹-\frac{h^۲}{۴}}=\pi\sqrt{۳۶h^۲-h^۴}$$

به شرطی S ماکزیمم است که زیر رادیکال ماکزیمم باشد:

$$f(h)=۳۶h^۲-h^۴\Rightarrow f'(h)=۷۲h-۴h^۳=۰\Rightarrow ۴h(۱۸-h^۲)=۰\xrightarrow{h\neq ۰}h=۳\sqrt{۲}$$

۴۶- تابع $f(x)=|x|\sqrt{۴-x}$ در بازهٔ (a,b) اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار $۳b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۲۰۵)

مشتق f را محاسبه و سپس تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}x\sqrt{۴-x} & ;۴\geq x\geq ۰\\ -x\sqrt{۴-x} & ;x<۰\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\sqrt{۴-x}-\dfrac{x}{۲\sqrt{۴-x}} & ;۴>x>۰\\ -\sqrt{۴-x}+\dfrac{x}{۲\sqrt{۴-x}} & ;x<۰\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}\dfrac{۸-۳x}{۲\sqrt{۴-x}} & ;۴>x>۰\\ \dfrac{۳x-۸}{۲\sqrt{۴-x}} & ;x<۰\end{cases}$$

ریشهٔ معادلهٔ $f'=۰$ تنها $x=\frac{۸}{۳}$ است.

x		۰		$\frac{۸}{۳}$		۴
f′	−		+		−	
f	↘		↗		↘	

در بازهٔ $(۰,\frac{۸}{۳})$ تابع f اکیداً صعودی است، پس حداکثر مقدار $۳b-a$ برابر است با:

$$۳b-a=۳(\frac{۸}{۳})-۰=۸$$

WWW.ArefOnline.ir

بازه‌های صعودی و نزولی

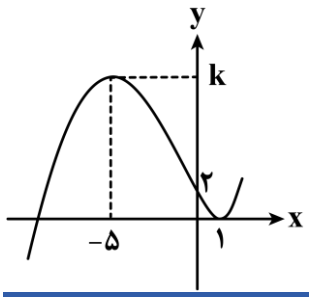
فرض کنید تابع f در بازهٔ (a,b) پیوسته باشد:

۱) اگر در این بازه $f' > ۰$ باشد، f روی این بازه صعودی اکید است.

۲) اگر در این بازه $f' < ۰$ باشد، f روی این بازه نزولی اکید است.

ماز

۴۷- نمودار تابع درجه سوم f به‌صورت مقابل است. مقدار k کدام است؟



۱) ۱۶

۲) ۲۰

۳) ۲۴

۴) ۲۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۳۹ ـ ۱۲۰۵)

تابع f در $x = ۱$ ریشهٔ مضاعف دارد به همین دلیل باید عامل $(x-۱)^۲$ را داشته باشد. از طرفی $f(۰) = ۲$ است و باید جملهٔ ثابت در چندجمله‌ای درجه سوم f، ۲ باشد. پس داریم:

$$f(x) = (x-۱)^۲(ax+۲)$$

حال شرط $f'(-۵) = ۰$ را بررسی می‌کنیم:

$$f'(x) = ۲(x-۱)(ax+۲) + a(x-۱)^۲$$

$$f'(-۵) = -۱۲(-۵a+۲) + ۳۶a = ۰$$

$$\Rightarrow -۱۲(-۵a+۲-۳a) = ۰ \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}$$

بنابراین:

$$f(x) = (x-۱)^۲(\frac{۱}{۴}x+۲)$$

$$f(-۵) = k \Rightarrow ۳۶(-\frac{۵}{۴}+۲) = k \Rightarrow k = ۲۷$$

اکسترمم‌های نسبی

$x = a$ را طول **اکسترمم نسبی** تابع f می‌گویند اگر f در همسایگی $x = a$ تعریف شده باشد و روی این همسایگی، f در $x = a$ دارای ماکزیمم یا مینیمم باشد.

به عبارت دیگر، اگر $x = a$ نقطه‌ای از بازهٔ باز I باشد و f روی I تعریف شده باشد، آن‌گاه:

$x = a$ طول ماکزیمم نسبی f است اگر به‌ازای هر x از I: $f(x) \le f(a)$

$x = a$ طول مینیمم نسبی f است اگر به‌ازای هر x از I: $f(x) \ge f(a)$

در نقاط اکسترمم نسبی، تابع مشتق (f') برابر صفر است یا موجود نیست و f' در این نقطه به‌صورت زیر تغییرعلامت می‌دهد:

a		
f'	−	+
f	↘	↗

min نسبی

یا

a		
f'	+	−
f	↗	↘

max نسبی

ماز

WWW.ArefOnline.ir

۴۸- اگر $x=۲$ و $x=-۲$ طول نقاط عطف تابع $f(x)=x^۴+ax^۳+bx^۲+۶۴x$ باشند، طول نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع f کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۳۳ ـ ۱۲۰۵)

در نقاط عطف مقدار f'' برابر صفر است، پس ریشه‌های $f''=۰$ را می‌یابیم:

$$f'(x)=۴x^۳+۳ax^۲+۲bx+۶۴$$

$$f''(x)=۱۲x^۲+۶ax+۲b$$

$x=۲$ و $x=-۲$ طول نقاط عطف و ریشه‌های سادهٔ $f''=۰$ می‌باشند:

$$\begin{cases} f''(۲)=۰ \Rightarrow ۴۸+۱۲a+۲b=۰ \\ f''(-۲)=۰ \Rightarrow ۴۸-۱۲a+۲b=۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ b=-۲۴ \end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x)=x^۴-۲۴x^۲+۶۴x$$

از طرفی ریشهٔ سادهٔ $f'=۰$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی است.

$$f'(x)=۴x^۳-۴۸x+۶۴$$

$$f'=۰ \Rightarrow x^۳-۱۲x+۱۶=۰$$

$x=۲$ در معادلهٔ بالا صدق می‌کند، پس داریم:

$$\Rightarrow (x-۲)(x^۲+۲x-۸)=۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۲)(x+۴)=۰ \Rightarrow (x-۲)^۲(x+۴)=۰$$

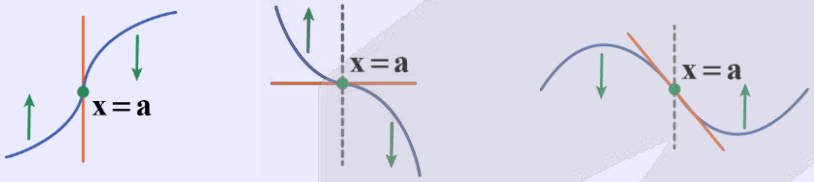
f' ریشهٔ سادهٔ $x=-۴$:

میانبر

با آزمایش گزینه‌ها در f' نیز معلوم می‌شد که $f'(-۴)=۰$ است.

نقاط عطف

$x=a$ را طول نقطهٔ عطف تابع f می‌گویند اگر f در $x=a$ پیوسته و دارای خط مماس (حتی قائم) باشد و جهت تقعر (گودی/ انحنا) منحنی در این نقطه عوض می‌شود.



چگونه نقطهٔ عطف را بیابیم؟

اگر $x=a$ طول نقطهٔ عطف تابع f باشد، مشتق دوم $f(x)$ یعنی $f''(x)$ در $x=a$ برابر صفر یا تعریف نشده است. به عبارتی $f''(a)=۰$ یا $f''(a)$ موجود نیست.

اگر $f''(a)=۰$ و $f''(x)$ در $x=a$ تغییرعلامت دهد یعنی $x=a$ ریشهٔ سادهٔ $f''(x)=۰$ است.

توجه!

توجه داشته باشید که اگر در $x=a$ مشتق دوم f تعریف نشده باشد و مشتق چپ و راست آن هر دو $+\infty$ یا $-\infty$ باشند، حالت مماس قائم اتفاق می‌افتد.

یادآوری!

اگر $x=a$ ریشهٔ عبارت چندجمله‌ای $P(x)=۰$ باشد یعنی $P(x)$ بر $(x-a)$ بخش‌پذیر است و برای تجزیهٔ $P(x)$ و یافتن عوامل دیگر $P(x)$ کافی است $P(x)$ را بر $(x-a)$ تقسیم کنیم.

WWW.ArefOnline.ir

۴۹- فرض کنید A و B نقاط مینیمم نسبی و C و D نقاط عطف تابع $f(x)=x^{۲}(x^{۲}-۱۸)$ باشند. مساحت چهارضلعی ABCD چند برابر $۳+\sqrt{۳}$ است؟

۱) ۲۸ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۴۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ ترکیبی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۳۶ ـ ۱۲۰۵)

ریشه‌های سادهٔ $f'=۰$ نقاط اکسترمم نسبی و ریشه‌های سادهٔ $f''=۰$ نقاط عطف تابع‌اند.

$$f(x)=x^{۴}-۱۸x^{۲}$$

$$f'(x)=۴x^{۳}-۳۶x=۴x(x^{۲}-۹)$$

$$f'(x)=۰\Rightarrow x=۰\ ,\ x=\pm ۳$$

هر سه ریشه ساده‌اند و طول نقاط اکسترمم نسبی تابع می‌باشند. با تعیین علامت f'، می‌توان پی برد که طول نقاط مینیمم $x=\pm ۳$ است.

$$f''(x)=۱۲x^{۲}-۳۶=۱۲(x^{۲}-۳)$$

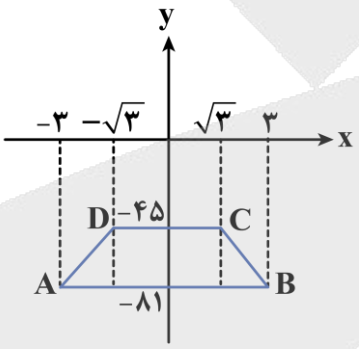
طول نقاط عطف: $f''=۰\Rightarrow x=\pm\sqrt{۳}$

$A(-۳,-۸۱)$: مینیمم نسبی

$B(۳,-۸۱)$: مینیمم نسبی

$C(\sqrt{۳},-۴۵)$: عطف

$D(-\sqrt{۳},-۴۵)$: عطف



$$AB=۶\ ,CD=۲\sqrt{۳}\ ,\ h=۸۱-۴۵=۳۶$$

$$S=\frac{۲\sqrt{۳}+۶}{۲}\times ۳۶=۳۶(\sqrt{۳}+۳)$$

۵۰- فرض کنید مجانب‌های تابع هموگرافیک f در نقطهٔ $A(۲,۱)$ متقاطع باشند. اگر حاصل‌ضرب طول نقاط اکسترمم نسبی تابع $y=xf(x)$ برابر ۱۲- باشد، مقدار $f(۰)$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۴ ۳) ۴- ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ حسابان ۲ صفحهٔ ۱۴۱ ـ ۱۲۰۵)

تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ را $f(x)=\frac{x+b}{x-۲}$ در نظر بگیرید. خط $x=۲$ مجانب قائم و $y=۱$ مجانب افقی است، پس فرض می‌کنیم باشد:

$$y=x.f(x)=\frac{x^{۲}+bx}{x-۲}$$

ریشه‌های $y'=۰$ را محاسبه می‌کنیم:

$$y'=\frac{(۲x+b)(x-۲)-(x^{۲}+bx)}{(x-۲)^{۲}}=\frac{x^{۲}-۴x-۲b}{(x-۲)^{۲}}$$

$$y'=۰\Rightarrow x^{۲}-۴x-۲b=۰$$

اگر $x_۱$ و $x_۲$ طول نقاط اکسترمم (ریشه‌های $y'=۰$) باشند، داریم:

$$x_۱x_۲=-۲b\Rightarrow -۱۲=-۲b\Rightarrow b=۶$$

بنابراین:

$$f(x)=\frac{x+۶}{x-۲}\Rightarrow f(۰)=-۳$$

WWW.ArefOnline.ir

یادآوری!

در تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$، ریشهٔ مخرج یعنی $x=-\frac{d}{c}$ مجانب قائم و $y=\frac{a}{c}$ مجانب افقی تابع است.

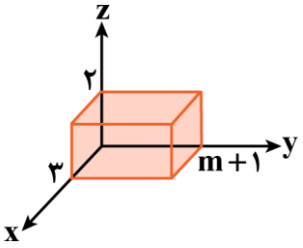
ماز

۵۱- سه وجه از یک مکعب‌مستطیل بر صفحات مختصات و سه وجه دیگر آن بر صفحات $x=۳$، $y=m+۱$ و $z=۲$ واقع هستند. اگر حجم این مکعب‌مستطیل برابر ۲۴ باشد، مقدار مثبت m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۶۸ ـ ۱۲۰۳)

حجم مکعب‌مستطیل مطابق شکل برابر است با:



$$V=۲\times ۳\times |m+۱|=۲۴$$

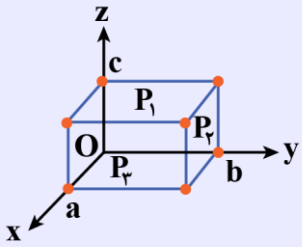
$$\Rightarrow |m+۱|=۴ \Rightarrow m+۱=\pm ۴ \Rightarrow m=۳,-۵$$

بنابراین مقدار مثبت m برابر ۳ است.

در این حالت معادلهٔ وجه سمت راست به‌صورت $\begin{cases} y=۴ \\ ۰\le x\le ۳ \\ ۰\le z\le ۲ \end{cases}$ می‌باشد و در ضمن معادلهٔ وجوه دیگر را براساس درسنامه می‌توانیم بنویسیم.

مکعب مستطیل

فرض کنید یک مکعب‌مستطیل به شکل مقابل داریم، در این صورت معادلهٔ وجوه $P_۱, P_۲, P_۳$ به‌صورت زیر است: (دقت کنید که وجوه مکعب بخشی از صفحه هستند نه تمام صفحه)



وجه جلویی	وجه سمت راست	وجه بالایی
$P_۳:\begin{cases} x=a \\ ۰\le y\le b \\ ۰\le z\le c \end{cases}$	$P_۲:\begin{cases} y=b \\ ۰\le x\le a \\ ۰\le z\le c \end{cases}$	$P_۱:\begin{cases} z=c \\ ۰\le x\le a \\ ۰\le y\le b \end{cases}$

بدیهی است که معادلهٔ سه وجه دیگر که بر صفحات مختصات منطبق است به‌صورت زیر است:

وجه پشت	وجه سمت چپ	وجه پایین
$P_۶:\begin{cases} x=۰ \\ ۰\le y\le b \\ ۰\le z\le c \end{cases}$	$P_۵:\begin{cases} y=۰ \\ ۰\le x\le a \\ ۰\le z\le c \end{cases}$	$P_۴:\begin{cases} z=۰ \\ ۰\le x\le a \\ ۰\le y\le b \end{cases}$

حجم این مکعب‌مستطیل با توجه به شکل آن و همچنین معادلهٔ وجوه آن برابر است با:

$$V=abc$$

سطح کل این مکعب‌مستطیل با توجه به شکل آن و همچنین معادلهٔ وجوه آن برابر است با:

$$S=۲(ab+ac+bc)$$

ماز

WWW.ArefOnline.ir

۵۲- بردار $a=(۲,m,۴)$ با جهت مثبت محور yها زاویهٔ منفرجه ساخته است، اگر $b=-i+۲j+۳k$ و $c=۳i-۲j+k$ باشد و اندازهٔ ارتفاع وارد بر صفحهٔ شامل بردارهای b و c از متوازی‌السطوحی که روی سه بردار c,b,a ساخته شده برابر $\sqrt{۵}$ باشد، مقدار m کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۶ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۸۳ ـ ۱۲۰۳)

می‌دانیم حجم متوازی‌السطوح برابر $V=|a.(b\times c)|$ و مساحت قاعدهٔ آن برابر $S=|b\times c|$ است، بنابراین ارتفاع متوازی‌السطوح برابر است با:

$$h=\frac{|a.(b\times c)|}{|b\times c|}\Rightarrow\sqrt{۵}=\frac{|a.(b\times c)|}{|b\times c|}$$

حال ابتدا $|b\times c|$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{matrix}b=(-۱,۲,۳)\\ c=(۳,-۲,۱)\end{matrix}\Rightarrow b\times c=(۸,۱۰,-۴)\Rightarrow|b\times c|=\sqrt{۶۴+۱۰۰+۱۶}=\sqrt{۱۸۰}$$

از طرفی، $a.(b\times c)$ برابر است با:

$$(۲,m,۴).(۸,۱۰,-۴)=۱۶+۱۰m-۱۶=۱۰m$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\sqrt{۵}=\frac{|۱۰m|}{\sqrt{۱۸۰}}\Rightarrow|۱۰m|=\sqrt{۹۰۰}\Rightarrow|۱۰m|=۳۰\Rightarrow۱۰m=\pm۳۰\Rightarrow m=\pm۳$$

اما چون بردار a با جهت مثبت محور yها زاویهٔ منفرجه می‌سازد، $m<۰$ است، بنابراین $m=-۳$ جواب است.

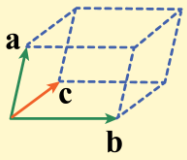
ترفند محاسبهٔ سریع ضرب خارجی

به جای این‌که فرمول طولانی نوشته در کتاب را حفظ کنید، کافیست همیشه این چیدمان بردارها در ماتریسی ۳×۳ را به خاطر داشته باشید و دترمینان آن را با بسط حول سطر اول بنویسید. 😊

$$a\times b=\begin{vmatrix}i & j & k\\ a_۱ & a_۲ & a_۳\\ b_۱ & b_۲ & b_۳\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_۲ & a_۳\\ b_۲ & b_۳\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}a_۱ & a_۳\\ b_۱ & b_۳\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}a_۱ & a_۲\\ b_۱ & b_۲\end{vmatrix}\vec{k}=(\begin{vmatrix}a_۲ & a_۳\\ b_۲ & b_۳\end{vmatrix},-\begin{vmatrix}a_۱ & a_۳\\ b_۱ & b_۳\end{vmatrix},\begin{vmatrix}a_۱ & a_۲\\ b_۱ & b_۲\end{vmatrix})$$

حجم متوازی‌السطوح

اگر a,b,c سه بردار غیر هم‌صفحه در فضا باشند، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار a,b,c بنا می‌شود برابر است با:



$$V=|a.(b\times c)|$$

توجه!

به عبارت $|a.(b\times c)|$ در بالا ضرب مختلط سه بردار a,b,c می‌گوییم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

حجم متوازی‌السطوحی که بر روی سه بردار $a=(۲,-۱,۳),b=(۱,۰,۴),c=(-۲,۱,۰)$ ساخته می‌شود، کدام است؟

کافی است قدرمطلق ضرب مختلط سه بردار را به‌دست آوریم:

$$a.(b\times c)=\begin{vmatrix}۲ & -۱ & ۳\\ ۱ & ۰ & ۴\\ -۲ & ۱ & ۰\end{vmatrix}=۲(۰)+۱(۰)+۳(۰)=۲(-۴)+۱(۸)+۳(۱)=۳\Rightarrow V=|a.(b\times c)|=۳$$

WWW.ArefOnline.ir

۵۳- اگر a,b و c سه عدد حقیقی باشند، حداکثر مقدار $\frac{(a+b+c)^۲}{a^۲+b^۲+c^۲}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۷۹ ـ ۱۲۰۳)

فرض کنیم $u=(a,b,c)$ و $v=(۱,۱,۱)$ باشد، در این صورت طبق نامساوی کشی- شوارتز داریم:

$$|u.v|\le|u||v| \Rightarrow |a+b+c|\le\sqrt{a^۲+b^۲+c^۲}\times\sqrt{۱^۲+۱^۲+۱^۲}$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^۲\le(a^۲+b^۲+c^۲)\times۳ \Rightarrow \frac{(a+b+c)^۲}{a^۲+b^۲+c^۲}\le۳$$

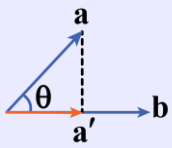
راهنمای زرنگ‌بازی!

ترفند حل سؤال رو یاد گرفتی؟ جرقهٔ حل اونجایی می‌خوره که a,b,c رو مؤلفه‌های یک بردار در $\mathbb{R}^۳$ در نظر بگیریم و از نامساوی کشی ـ شوارتز استفاده کنیم.

نامساوی کشی ـ شوارتز

اگر a و b دو بردار باشند، آن‌گاه همواره داریم:

$$|a.b|\le|a||b|$$



این نامساوی معروف به نامساوی کشی ـ شوارتز است.

۵۴- اگر $a=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$ و $b=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ باشد و داشته باشیم $\vec{a}+\vec{b}+۲\vec{c}=\vec{o}$، حاصل $\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) $-\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ هندسه ۳ صفحهٔ ۷۹ ـ ۱۲۰۳)

با توجه به داده‌های مسئله a و b بردارهایی یکه هستند (یعنی اندازهٔ آن‌ها برابر ۱ است) حال در رابطهٔ $a+b+۲c=\vec{o}$ داریم:

$$\vec{a}+\vec{b}+۲\vec{c}=\vec{o} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=-\vec{c}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^۲=|-\vec{c}|^۲ \Rightarrow |\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+|\vec{c}|^۲+۲(\underbrace{\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}}_{x})=|\vec{c}|^۲$$

$$\Rightarrow ۱+۱+۲x=۰ \Rightarrow x=-۱$$

بردارهای یکه

اگر a یک بردار دلخواه باشد، آن‌گاه بردار به طول ۱ هم‌جهت و هم راستا با a عبارتست از:

$$\vec{e}_a=\frac{a}{|a|}$$

اتحادهای مهم در بردارها

۱) $|a\pm b|^۲=|a|^۲+|b|^۲\pm۲a.b$

۲) $|a+b+c|^۲=|a|^۲+|b|^۲+|c|^۲+۲(a.b+a.c+b.c)$

۳) $(a+b).(a-b)=|a|^۲-|b|^۲$

WWW.ArefOnline.ir

۵۵- اگر a و b دو بردار به طول ۸ و ۵ باشند و a′ تصویر بردار a بر b و همچنین b′ تصویر بردار b بر a باشد و a′.b′ = ۵، حاصل $|a\times(a-b)|$ کدام است؟

۱) $۴۰\sqrt{۳}$ ۲) $۱۰\sqrt{۳}$ ۳) $۲۰\sqrt{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی/محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ هندسه ۳ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲ ـ ۱۲۰۳)

می‌دانیم $a'=(\frac{a.b}{b.b})b$ و $b'=(\frac{a.b}{a.a})a$، بنابراین:

$$a'.b'=(\frac{a.b}{b.b})(\frac{a.b}{a.a})(a.b)=\frac{(a.b)^۳}{|a|^۲|b|^۲}=۵\Rightarrow\frac{(a.b)^۳}{۸^۲\times۵^۲}=۵\Rightarrow(a.b)^۳=۸^۲\times۵^۳\Rightarrow a.b=۲۰$$

از طرفی:

$$|a\times(a-b)|=|\underbrace{a\times a}_{۰}-a\times b|=|a\times b| \quad (۱)$$

بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l}|a\times b|=|a||b|\sin\theta\\ a.b=|a||b|\cos\theta\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲ و سپس جمع طرفین}}|a\times b|^۲+(a.b)^۲=|a|^۲|b|^۲\underbrace{(\sin^۲\theta+\cos^۲\theta)}_{۱}$$

$$\Rightarrow|a\times b|^۲+۲۰^۲=۸^۲\times۵^۲\Rightarrow|a\times b|^۲=۴۰^۲-۲۰^۲=(۴۰-۲۰)(۴۰+۲۰)=۲۰\times۶۰$$

$$\Rightarrow|a\times b|^۲=۱۲۰۰\Rightarrow|a\times b|=۲۰\sqrt{۳}\xrightarrow{(۱)}|a\times(a-b)|=۲۰\sqrt{۳}$$

تصویر قائم

اگر a و b دو بردار باشند، در این صورت تصویر قائم بردار a بر بردار b را با a′ نشان می‌دهیم و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$a'=(\frac{a.b}{b.b})b$$

روابط مهم مربوط به ضرب داخلی و ضرب خارجی

اگر a و b دو بردار و زاویهٔ بین آن‌ها θ باشد، آن‌گاه:

۱) $a.b=|a||b|\cos\theta$

۲) $|a\times b|=|a||b|\sin\theta$

۳) $|a\times b|^۲+(a.b)^۲=|a|^۲|b|^۲$

۴) $\tan\theta=\frac{|a\times b|}{a.b}$

چند خاصیت مهم از ضرب داخلی و خارجی

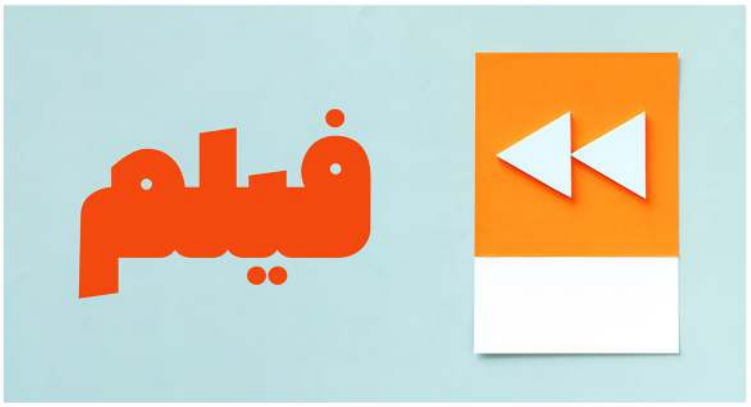
ضرب خارجی	ضرب داخلی
$a\times a=\bar{o}$	$a.a=\|a\|^۲$
$a\times b=-b\times a$	$a.b=b.a$
$a\times(b\pm c)=a\times b\pm a\times c$	$a.(b\pm c)=a.b\pm a.c$

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

۵۶- در مربع‌های لاتین $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳ & x & & \\ \hline & & ۲ & \\ \hline & ۱ & & \\ \hline ۲ & & & ۴ \\ \hline \end{array}$ و $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۱ & & ۲ & \\ \hline & ۳ & & \\ \hline & & & y \\ \hline & & ۱ & \\ \hline \end{array}$، مقدار $x+y$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۶۲ ـ ۱۲۰۳)

با پر کردن مربع‌های لاتین داده شده خواهیم داشت:

$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۳ & x & & \\ \hline ۱ & ۴ & ۲ & \\ \hline ۴ & ۱ & ۳ & ۲ \\ \hline ۲ & ۳ & & ۴ \\ \hline \end{array} \Rightarrow x=۲$

$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۱ & ۴ & ۲ & ۳ \\ \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline & ۱ & ۳ & y \\ \hline & ۲ & ۱ & ۴ \\ \hline \end{array} \Rightarrow y=۲$

$\Rightarrow x+y=۴$

مربع لاتین

یک مربع لاتین $n \times n$ شامل n سطر و n ستون است که در هر یک از سطرها و ستون‌های آن اعداد ۱ تا n (بدون تکرار) قرار گرفته‌اند. (بازی سودوکو از همین مربع‌های لاتین گرفته شده)

۵۷- چند مربع لاتین مانند A یافت می‌شود که با مربع لاتین $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ \hline ۳ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \\ \hline \end{array}$ متعامد باشد؟

۱) ۹۶ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۶۶ ـ ۱۲۰۳)

با توجه به جایگاه عدد ۱ قطر اصلی را اعداد a تا d در نظر می‌گیریم و با توجه به جایگاه عدد ۲ حالت‌های زیر را داریم:

$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & \textcircled{c} & & \\ \hline \textcircled{d} & b & & \\ \hline & & c & \\ \hline & & & d \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline a & \textcircled{d} & & \\ \hline \textcircled{c} & b & & \\ \hline & & c & \\ \hline & & & d \\ \hline \end{array}$

و بعد از این بقیهٔ مربع لاتین به‌طور منحصر به‌فرد پر می‌شود. پس در مجموع ۲ نوع مربع ساخته می‌شود. اما این‌که به‌جای هر کدام از a، b، c و d کدام یک از اعداد ۱ تا ۴ قرار بگیرد مربع‌های متفاوتی می‌سازد. پس a,b,c,d به $۴!$ طریق می‌توانند توسط اعداد ۱ تا ۴ جایگزین گردند، پس:

$۲ \times ۴! = ۴۸$

دو مربع لاتین متعامد

دو مربع لاتین هم‌مرتبهٔ A و B متعامد هستند اگر از کنار هم قرار دادن اعداد درایه‌های نظیر در دو مربع لاتین عدد دو رقمی تکراری ایجاد نشود. توجه کنید که برای ساختن اعداد دو رقمی رقم چپ از A و رقم راست از B گرفته می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

چگونه بررسی کنیم دو مربع لاتین متعامدند؟!

برای بررسی متعامد بودن دو مربع لاتین کافی است عدد i و همهٔ خانه‌های شامل عدد i در ماتریس A را در نظر بگیریم، در این صورت، اگر همهٔ خانه‌های نظیر در ماتریس B شامل اعداد متمایز بودند و این شرط برای تمام iها برقرار بود دو مربع لاتین متعامدند، اما اگر حتی برای یک i هم این شرط برقرار نباشد، دو مربع لاتین متعامد نیستند.

یه نمونهٔ باحال ببین!

$$A=\begin{array}{|c|c|c|}\hline \textcircled{۱} & ۲ & ۳ \\ \hline ۲ & ۳ & \textcircled{۱} \\ \hline ۳ & \textcircled{۱} & ۲ \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{جایگاه ۱ها}} B=\begin{array}{|c|c|c|}\hline \textcircled{۱} & ۲ & ۳ \\ \hline ۳ & ۱ & \textcircled{۲} \\ \hline ۲ & \textcircled{۳} & ۱ \\ \hline \end{array}$$

۵۸- در چند جایگشت از حروف کلمه «algorithm» هیچ‌یک از عبارت‌های «rit» و «log» وجود ندارند؟

۱) $۲۸۵۸\times۵!$ ۲) $۲۸۹۹\times۵!$ ۳) $۲۹۸۳\times۵!$ ۴) $۲۹۴۱\times۵!$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ⏱ ـ گسسته صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۲۰۳)

ابتدا دو پیشامد A و B را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$A \rightarrow$ وجود داشته باشد rit $\rightarrow$ [rit] alghmo $\Rightarrow ۷!$

$B \rightarrow$ وجود داشته باشد. log $\rightarrow$ [log] arithm $\Rightarrow ۷!$

$A \cap B$: [rit] [log] ahm $\Rightarrow ۵!$

با استفاده از شمارش تعداد اعضای پیشامد متمم می‌توانیم به خواسته‌سؤال برسیم. زیرا می‌خواهیم که هیچ کدام از عبارت‌های «rit» و «log» در جایگشت‌های ساخته شده نباشند.

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|$$
$$=|S|-|A|-|B|+|A\cap B|=۹!-۷!-۷!+۵!=۵!(۹\times۸\times۷\times۶-۲\times۷\times۶+۱)$$
$$=۵!(۳۰۲۵-۸۴)=۲۹۴۱\times۵!$$

اصل شمول و عدم شمول

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، آن‌گاه تعداد اعضای پیشامد آن‌که A یا B رخ دهد برابر است با:

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$$

براساس همین موضوع تعداد اعضای پیشامدی که A و B رخ ندهند برابر است با:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|=|S|-|A|-|B|+|A\cap B|$$

این اصل برای سه پیشامد A، B و C به صورت زیر است:

$$\begin{cases}|\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}|=|\overline{A\cup B\cup C}|=|S|-|A\cup B\cup C| \\ |A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|\end{cases}$$

$$\Rightarrow |\bar{A}\cap\bar{B}\cap\bar{C}|=|\overline{A\cup B\cup C}|=|S|-|A|-|B|-|C|+|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-|A\cap B\cap C|$$

WWW.ArefOnline.ir

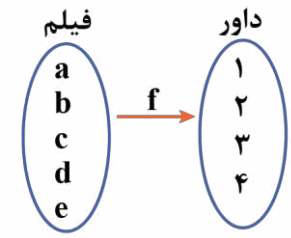
۵۹- ۵ فیلم e,d,c,b,a را برای داوری به افراد ۴,۳,۲,۱ می‌دهیم. به چند حالت این افراد می‌توانند فیلم‌ها را داوری کنند به‌طوری که هر نفر حداقل یک فیلم را داوری کرده باشد و فیلم b را حتماً «داور ۱» داوری کند و فیلم c را «داور ۳» داوری نکرده باشند؟

۱) ۸۱ ۲) ۴۲ ۳) ۳۸ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بَر ـ گسسته صفحهٔ ۷۷ ـ ۱۲۰۳)

کل توابع پوشا با دو شرط داشتن عضو $(b,۱)$ و نداشتن عضو $(c,۳)$ را پیدا می‌کنیم.

چون $(b,۱)$ وجود دارد پس «داور ۱» حتماً داوری می‌کند.



پس برای یافتن توابع غیرپوشا کافی است حداقل یکی از داورهای ۲ یا ۳ یا ۴ داوری نکند، با شرط $f(b)=۱$ و $f(c)\neq ۳$ داریم:

$A \rightarrow$ ۲ داوری نکند $\Rightarrow \frac{۳}{a}\frac{۱}{b}\frac{۲}{c}\frac{۳}{d}\frac{۳}{e}=۵۴$

$B \rightarrow$ ۳ داوری نکند $\Rightarrow \frac{۳}{a}\frac{۱}{b}\frac{۳}{c}\frac{۳}{d}\frac{۳}{e}=۸۱$

$C \rightarrow$ ۴ داوری نکند $\Rightarrow \frac{۳}{a}\frac{۱}{b}\frac{۲}{c}\frac{۳}{d}\frac{۳}{e}=۵۴$

$|A\cap B| \rightarrow$ ۲ و ۳ داوری نکنند $= \frac{۲}{a}\frac{۱}{b}\frac{۲}{c}\frac{۲}{d}\frac{۲}{e}=۱۶$

$|A\cap C| \rightarrow$ ۲ و ۴ داوری نکنند $= \frac{۲}{a}\frac{۱}{b}\frac{۱}{c}\frac{۲}{d}\frac{۲}{e}=۸$

$|B\cap C| \rightarrow$ ۳ و ۴ داوری نکنند $= \frac{۲}{a}\frac{۱}{b}\frac{۲}{c}\frac{۲}{d}\frac{۲}{e}=۱۶$

$|A\cap B\cap C| \rightarrow$ ۲، ۳ و ۴ داوری نکنند یعنی همه را «داور ۱» داوری کند. $=۱$

$$\text{تعداد توابع غیرپوشا}=|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|$$
$$=۵۴+۸۱+۵۴-۱۶-۸-۱۶+۱=۱۹۰-۴۰=۱۵۰$$

حال با وجود شرط $f(b)=۱$ و $f(c)\neq ۳$ داریم:

تعداد کل توابع = تعداد توابع پوشا — تعداد توابع غیرپوشا $=(۴\times ۱\times ۳\times ۴\times ۴)-۱۵۰=۱۹۲-۱۵۰=$ ۴۲

یه نکتهٔ طلایی!

تعداد کل توابع از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B برابر است با:

$$(n(B))^{n(A)}$$

توجه!

برای محاسبه تعداد توابع پوشا باید تعداد توابع غیرپوشا را از کل توابع کم کنیم.

WWW.ArefOnline.ir

۶۰- مجموعهٔ اعداد $\{1,5,9,...,77,81,85\}$ را که به صورت یک دنبالهٔ حسابی مرتب شده‌اند، در نظر بگیرید. اگر از این مجموعه m عضو انتخاب کنیم، حداقل ۲ عضو در این m عدد وجود دارند که مجموعشان ۹۰ است. مجموع ارقام حداقل مقدار m کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ گسسته صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۲۰۳)

تا جای ممکن اعداد را به زیرمجموعه‌های دوتایی که مجموع آن‌ها ۹۰ است، تقسیم می‌کنیم:

$$\{1\}\{5,85\}\{9,81\}\{13,77\}\{17,73\}\{21,69\}\{25,65\}\{29,61\}\{33,57\}\{37,53\}\{41,49\}\{45\}$$

بنابراین ۱۲ لانه ایجاد می‌شود.

در بدترین حالت از هر لانه یک عضو انتخاب می‌شود و با انتخاب ۱۲ عضو مجموع هیچ دو عددی ۹۰ نشده است، اما با انتخاب ۱۳امین عدد حتماً مجموع این عضو با یکی از اعضای قبلی ۹۰ می‌شود.

حداقل مقدار m $=13 \Rightarrow$ مجموع ارقام $=4$

اصل لانه کبوتری

اگر n لانه و $(n+1)$ کبوتر یا بیشتر داشته باشیم، آن‌گاه لانه‌ای وجود دارد که شامل حداقل دو کبوتر است.

تعمیم: اگر n لانه و $kn+1$ کبوتر یا بیشتر داشته باشیم، آن‌گاه حتما لانه‌ای وجود دارد که شامل حداقل $(k+1)$ کبوتر است.

مفهوم اصل لانه کبوتری

اصل لانه کبوتری به زبان ساده می‌گوید اگر بخواهید همهٔ $n+1$ کبوتر را در n لانه جا بدهید و تلاش کنید که در هیچ لانه‌ای تجمع نشود و حتی در بدترین حالت ممکن اگر کبوترها را به صورت یکی‌یکی بین لانه‌ها تقسیم کنید، باز هم بالاخره وقتی کبوترها همگی جاگیر شدند، لانه‌ای وجود دارد که در آن ۲ کبوتر حضور دارد! چون یک دور تمام لانه‌ها را طی کرده‌ایم و n کبوتر جاگیر شده‌اند. اما حالا کبوتر آخر هر جا هم که برود لانه‌ای ایجاد می‌شود که در آن ۲ کبوتر وجود دارد.

توجه!

توجه کنید که اگر از اول متوازن کبوترها را پخش نمی‌کردید و سعی نمی‌کردید از ایجاد لانه‌ای با وجود ۲ کبوتر دوری کنید که خیلی زودتر این اتفاق می‌افتاد!

WWW.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی این آزمون

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب - صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰
فیزیک ۳: نوسان و موج + برهم‌کنش‌های موج - صفحه‌های ۶۱ تا ۱۱۴ (مرور ۵۰ درصدی)
فیزیک ۳: برهم‌کنش‌های موج + آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای - صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۵۶ (پیشروی ۱۰۰ درصدی)

سهم در کنکور

پایهٔ یازدهم: درمجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
پایهٔ دوازدهم (مرور ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم): درمجموع ۵ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
پایهٔ دوازدهم (پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم): درمجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخ‌نامهٔ ویدئویی آزمون QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

فیزیک پایه (بخش اجباری)

۶۱- چه تعداد از فناوری‌های زیر براساس القای الکترومغناطیسی کار می‌کنند؟

الف ـ تندی‌سنج دوچرخه‌های مسابقه‌ای　　ب ـ دستگاه‌های کارت‌خوان

ج ـ جرقه‌زنی شمع خودرو　　د ـ سامانهٔ تنظیم حد تندی خودرو

۱) ۴　　۲) ۳　　۳) ۲　　۴) ۱

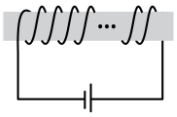
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۲ ـ ۱۱۰۴)

در هر ۴ مورد، شار گذرنده از یک پیچه به نحوی تغییر می‌کند و طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، در پیچه جریان الکتریکی القایی به‌وجود می‌آید. در موارد «الف»، «ب» و «د» تغییر شار با استفاده از حرکت یک آهنربا اتفاق می‌افتد؛ اما در مورد «ج»، شار مغناطیسی دراثر القای متقابل دو پیچه که در مجاورت یکدیگر قرار دارند، تغییر می‌کند. بدین‌صورت که جریان در پیچهٔ اولیه قطع می‌شود و میدان مغناطیسی به‌سرعت به صفر می‌رسد و نیروی محرکهٔ الکتریکی ده‌ها هزار ولتی در پیچهٔ ثانویه القا می‌شود.

راهنمای مسیرت

این سؤالِ خیلی ساده رو احتمالاً بعضی از بچه‌ها بدون جواب رها می‌کنند! چرا؟ چون از حفظیات کتاب درسی غافل هستند و یا آن‌چنان‌که باید اهمیت نمی‌دهند. هدف از طرح این سؤال، اینه که شما رو متوجه مطالب خط‌به‌خط کتاب درسی کنیم تا از وجود چنین سؤالات ساده‌ای به‌اندازهٔ کافی بهره ببرید. یادتون باشه عزیزان که هر تستی ارزش خاص خودش رو داره.

۶۲- در شکل زیر، سیملولهٔ آرمانی دارای ۴۰۰ حلقه و طول ۸۰cm حامل جریان ۲۰A است. اگر شعاع حلقه‌های سیملوله ۱۰cm باشد، شار مغناطیسی عبوری از هر حلقهٔ آن چند میکروویر است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$



۱) $20\pi^2$　　۲) $40\pi^2$

۳) 20π　　۴) 40π

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۱ ـ ۱۱۰۳)

راه نجات سریع

ابتدا میدان مغناطیسی داخل سیملوله رو به‌دست بیار. بعدش به کمک رابطهٔ شار، شار عبوری هر حلقه رو حساب کن.

گام اول

ابتدا میدان مغناطیسی در داخل سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 400 \times 20}{0/8} = 4\pi \times 10^{-3} T$$

گام دوم

مساحت حلقه‌های سیملوله برابر است با:

$$A = \pi r^2 = \pi(0/1)^2 = 10^{-2}\pi m^2$$

WWW.ArefOnline.ir

کلام آخر

شار عبوری از هر حلقه برابر است با:

$$\Phi = AB\cos\theta \Rightarrow \Phi = ۱۰^{-۲}\pi \times ۴\pi \times ۱۰^{-۳} \times ۱ = ۴\pi^{۲} \times ۱۰^{-۵}\,Wb = ۴۰\pi^{۲}\mu Wb$$

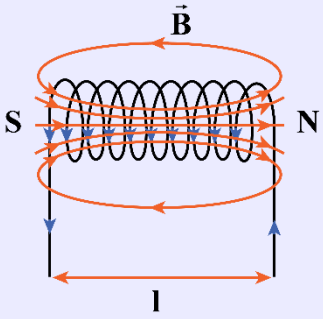
میدان مغناطیسی حاصل از سیملولهٔ حامل جریان

سیملوله: سیم بلندی که به‌صورت مارپیچی پیچیده شده است و با عبور جریان از آن میدان مغناطیسی درون و اطراف آن تولید می‌شود.

نکته

خطوط میدان داخل سیملوله متراکم‌تر از اطراف آن است و میدان مغناطیسی درون سیملوله یکنواخت است.

جهت میدان مغناطیسی سیملوله: به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید. این‌گونه که چرخش چهار انگشت دست راست در جهت جریان و شست، جهت میدان مغناطیسی داخل سیملوله را نشان می‌دهد.



سیملولهٔ آرمانی: اگر قطر سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به‌هم نزدیک باشند سیملولهٔ آرمانی خواهد بود.

اندازهٔ میدان مغناطیسی سیملوله و دور از لبه‌های آن:

$$B = \frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}$$

I: جریان الکتریکی (A) N: تعداد حلقه ℓ: طول سیملوله (m)

$\mu_{\circ}$: تراوایی مغناطیسی خلأ: $\mu_{\circ} = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\,\frac{T.m}{A}$

نکات

۱- اگر سیمی به طول L را به‌صورت سیملولهٔ آرمانی به شعاع R دربیاوریم، تقریباً تعداد دورهای آن برابر با $N = \frac{L}{۲\pi R}$ است.

۲- اگر قطر سیم به‌کاررفته در سیملولهٔ آرمانی D بوده و سیم‌ها بدون فاصله کنار هم پیچیده شده باشند، میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر با $B = \frac{\mu_{\circ} I}{D}$ است.

آهنربای الکتریکی: القای خاصیت مغناطیسی در هستهٔ آهنی داخل سیملوله پس از برقراری جریان باعث تبدیل آهن به آهنربای الکتریکی می‌شود.

یه نمونهٔ باحال

سیملوله‌ای به طول ۶۰cm، دارای ۲۰۰ حلقه است و از آن جریان ۵A عبور می‌کند. میدان مغناطیسی درون سیملوله چند تسلا است؟

$(\mu_{\circ} = ۱۲ \times ۱۰^{-۷}\,\frac{Tm}{A})$

۱) ۲×۱۰^{-۱} ۲) ۲×۱۰^{-۳} ۳) $۱/۲ \times ۱۰^{-۱}$ ۴) $۱/۲ \times ۱۰^{-۳}$

پاسخ تشریحی:

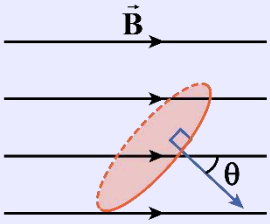
$$B = \frac{\mu_{\circ} NI}{\ell} \xrightarrow[\ell = ۰/۶m\ ,\ \mu_{\circ} = ۱۲ \times ۱۰^{-۷}\frac{Tm}{A}]{N=۲۰۰\ ,\ I=۵A} B = \frac{۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۲۰۰ \times ۵}{۰/۶} = ۲ \times ۱۰^{-۳}\,T$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

WWW.ArefOnline.ir

شار مغناطیسی

شار مغناطیسی، کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از پیچه‌ای عبور می‌کند، برابر است با:



$$\Phi = AB\cos\theta$$

Φ : شار مغناطیسی (Wb)　　A: مساحت (m^2)

B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)　　θ : زاویهٔ میدان با نیم‌خط عمود بر سطح

نکات

۱- یکای وبر (Wb) معادل $T.m^2$ است.

۲- زاویهٔ میدان با سطح حلقه (α) متمم زاویهٔ میدان با نیم‌خط عمود بر سطح (θ) است. $(\theta = 90 - \alpha)$

۳- بیشینهٔ شار عبوری از یک پیچه هنگامی رخ می‌دهد که خطوط میدان بر سطح پیچه عمود باشند $(\Phi_{max} = AB)$ و هنگامی‌که سطح پیچه موازی خطوط میدان است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه صفر است.

۴- شار عبوری به تعداد دورهای پیچه بستگی ندارد.

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۹

حلقه‌ای به مساحت $۲۰۰cm^2$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = ۰/۰۰۴T$ قرار دارد و خطوط میدان با سطح حلقه زاویهٔ ۶۰ درجه می‌سازند. شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد، چند وبر است؟

۱) ۲×۱۰^{-۳}　　۲) ۴×۱۰^{-۵}　　۳) $۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۳}$　　۴) $۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵}$

پاسخ تشریحی:

$$\alpha = ۶۰^\circ \Rightarrow \theta = ۳۰^\circ$$

$$\Phi = AB\cos\theta \xrightarrow[B=۰/۰۴T\ ,\ \theta=۳۰^\circ]{A=۲۰۰\times۱۰^{-۴}=۲\times۱۰^{-۲}m^2} \Phi = ۲\times۱۰^{-۲}\times۰/۰۰۴\times\cos۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \Phi = ۴\sqrt{۳}\times۱۰^{-۵}\,Wb$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

ماز

۶۳- شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۱۰۰ حلقه است، در SI به‌صورت $\Phi = \Phi_m \cos(۵۰\pi t)$ است. اگر بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = \frac{۱}{۱۰۰}s$ برابر ۲۰۰ ولت باشد، شار عبوری از پیچه در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۲۰۰}s$ چند میلی‌وبر است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$　　۲) $۱۰\sqrt{۲}$　　۳) $۲۰\sqrt{۲}$　　۴) $۵۰\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۲　　(متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ⏱ ـ صفحهٔ ۱۱۳ ـ ۱۱۰۳)

گام اول

ابتدا به کمک قانون القای فاراده، Φ_m را به‌دست می‌آوریم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Phi_۲ - \Phi_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow ۲۰۰ = -۱۰۰\times\frac{\Phi_m\cos(۵۰\pi\times\frac{۱}{۱۰۰}) - \Phi_m\cos۰^\circ}{\frac{۱}{۱۰۰} - ۰}$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ = -۱۰^۴\times\Phi_m\times(۰-۱) \Rightarrow \Phi_m = ۰/۰۲Wb$$

WWW.ArefOnline.ir

برای محاسبهٔ Φ در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۰۰}s$، داریم:

$$\Phi=\Phi_m\cos(۵۰\pi t)=۰/۰۲\cos(۵۰\pi t)\xrightarrow{t=\frac{۱}{۲۰۰}s}\Phi=۰/۰۲\cos(۵۰\pi\times\frac{۱}{۲۰۰})$$

$$\Rightarrow\Phi=۰/۰۲\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}Wb=۱۰\sqrt{۲}mWb$$

راهنمای مسیرت

طرح سؤال از قانون القای فاراده و ارتباط آن با نحوهٔ تغییر شار جزو پرتکرارترین سؤالات کنکور محسوب می‌شه. حتماً یک مرور عالی به حالت‌های تغییر شار و نحوهٔ تأثیر آن‌ها در استفاده از قانون القای فاراده داشته باشین.

قانون القای فاراده

طبق این قانون داریم:

تغییر شار مغناطیسی در یک مدار ← ایجاد نیروی محرکهٔ القایی ← ایجاد جریان القایی

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\overline{\varepsilon}$: نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)

$\Delta\Phi$: تغییر شار مغناطیسی (Wb)

N: تعداد حلقه

Δt : مدت‌زمان تغییر شار (s)

$$I_{av}=\frac{\varepsilon_{av}}{R}=-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$\overline{I}$: جریان القایی متوسط (A)

R: مقاومت حلقه یا مدار (Ω)

$$\Delta q=I_{av}\Delta t=-\frac{N}{R}\Delta\Phi$$

Δq : بار القایی (C)

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\begin{cases}\text{تغییر کند } B\Rightarrow\varepsilon_{av}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}\\ \text{تغییر کند } A\Rightarrow\varepsilon_{av}=-NB\cos\theta\frac{\Delta A}{\Delta t}\\ \text{تغییر کند } \theta\Rightarrow\varepsilon_{av}=-NBA\frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t}\end{cases}$$

نکات

۱- یکای $\frac{Wb}{s}$ معادل ولت است.

۲- هرچه مدت‌زمان تغییر شار کم‌تر باشد، نیروی محرکهٔ القایی متوسط و جریان القای متوسط بیش‌تر است ولی مقدار بار القایی به مدت‌زمان تغییر شار بستگی ندارد.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۲

۷۲- شار مغناطیسی عبوری از یک پیچه که شامل ۵۰ حلقه است، در SI به‌صورت $\Phi=۰/۰۲\cos۵۰\pi t$ است. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه، در بازهٔ زمانی $t_۱=۰/۰۱s$ تا $t_۲=۰/۰۳s$ چند ولت است؟

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۱۰ ۴) صفر

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ تشریحی:

ابتدا شار مغناطیسی عبوری از پیچه را در لحظات t_1 و t_2 به‌دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{t_1=0/01s}\Phi_1=0/02\times\cos(50\pi\times0/01)=0/02\times\cos\frac{\pi}{2}=0$$

$$\xrightarrow{t_2=0/03s}\Phi_2=0/02\times\cos(50\pi\times0/03)=0/02\times\cos\frac{3\pi}{2}=0$$

نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه برابر است با:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=0}\bar{\varepsilon}=0$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

سطح حلقه‌های پیچه‌ای که دارای ۱۰۰۰ حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که اندازهٔ آن $0/04T$ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت ۰/۰۱s تغییر می‌کند و به $0/04T$ در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر مساحت هر حلقهٔ پیچه $50cm^2$ باشد، بزرگی نیروی القایی متوسط در پیچه چند ولت است؟

۱) صفر ۲) ۰/۴ ۳) ۴ ۴) ۴۰

پاسخ تشریحی:

طبق قانون القای فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-NA\frac{\Delta B\cos\theta}{\Delta t}\xrightarrow[A=50cm^2=50\times10^{-4}m^2,\ N=1000,\ \Delta t=0/01s]{B_1\cos\theta_1=0/04T,\ B_2\cos\theta_2=-0/04T}$$

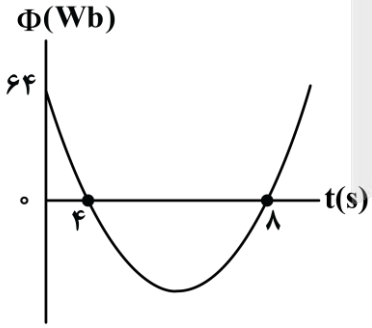
$$|\varepsilon_{av}|=\left|-NA\frac{(B_2\cos\theta_2-B_1\cos\theta_1)}{\Delta t}\right|=\left|-1000\times50\times10^{-4}\times\frac{(0/04-(-0/04))}{0/01}\right|$$

$$\Rightarrow|\varepsilon_{av}|=40V$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

ماز

۶۴- نمودار تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقهٔ رسانا برحسب زمان به‌صورت سهمی زیر است. اگر مقاومت الکتریکی حلقه $0/2\Omega$ باشد، بزرگی جریان القایی در حلقه در ۵ ثانیهٔ دوم چند آمپر است؟



۱) ۳۰
۲) ۳
۳) ۶۰
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۴ ـ ۱۱۰۳)

گام اول

نمودار سهمی است و ریشه‌های این معادله درجهٔ ۲ برابر ۴ و ۸ است. پس می‌توانیم معادلهٔ شار ـ زمان آن را به‌صورت زیر به‌دست بیاوریم:

$$\Phi=k(t-4)(t-8)\Rightarrow64=k(0-4)(0-8)\Rightarrow k=2$$

$$\Rightarrow\Phi=2(t-4)(t-8)=2(t^2-12t+32)=2t^2-24t+64$$

WWW.ArefOnline.ir

گام دوم

در ۵ ثانیهٔ دوم، تغییر شار مغناطیسی برابر است با:

$$t_1 = 5s \Rightarrow \Phi_1 = 2(25) - 24(5) + 64 = -6\,Wb$$

$$t_2 = 10s \Rightarrow \Phi_2 = 2(100) - 24(10) + 64 = 24\,Wb$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 24 - (-6) = 30\,Wb$$

گام آخر

به کمک قانون القای فارادی داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1\times\frac{30}{5} = -\frac{30}{5} = -6V$$

$$\Rightarrow I = \frac{|\varepsilon_{av}|}{R} = \frac{6}{0/2} = 30A$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها در این تیپ تست‌ها، حتماً به کمک دانش ریاضیتون، معادلهٔ نمودار داده‌شده رو به‌دست بیارین تا بتونین به‌راحتی از پس حل این تیپ تست‌ها بربیاین. پیشنهاد می‌کنم، معادلهٔ سهمی براساس ریشه‌های اون و یا براساس رأس سهمی رو یک مرور اجمالی بکنین.

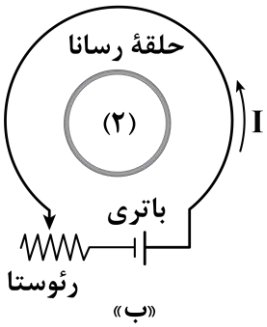
سوتی‌های پرتکرار

اگر فقط به پیدا کردن $|\varepsilon_{av}|$ بسنده کنید و حواستون به خواستهٔ نهایی سؤال نباشه در دام گزینهٔ (۴) می‌افتین.

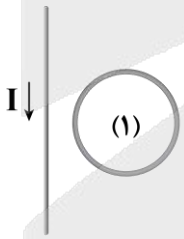
ماز

۶۵- **در شکل «الف»، جریان سیم راست درحال افزایش و در شکل «ب»، مقاومت رئوستا درحال افزایش است. جریان القایی در حلقه‌های رسانای (۱) و (۲) به‌ترتیب از راست به چپ در چه جهتی ایجاد می‌شود؟**

۱) ساعتگرد، ساعتگرد
۲) ساعتگرد، پادساعتگرد
۳) پادساعتگرد، ساعتگرد
۴) پادساعتگرد، پادساعتگرد



«ب»

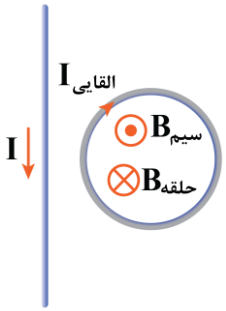


«الف»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۱۰۳)

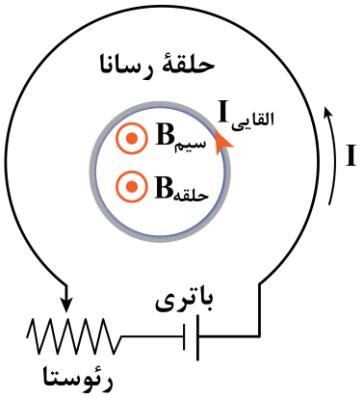
هریک از شکل‌ها را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف در این شکل با افزایش جریان I، شار گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، حلقه باید میدانی در خلاف جهت میدان سیم، یعنی در جهت درون‌سو تولید کند. طبق قاعدهٔ دست راست، برای آن‌که میدان حلقه درون‌سو شود، باید جهت جریان القایی در آن ساعتگرد باشد.



WWW.ArefOnline.ir

ب) با افزایش مقاومت رئوستا، جریان مدار کم شده و شار گذرنده از حلقه کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، میدان القایی در حلقه باید هم‌جهت با میدان اصلی، یعنی در جهت برون‌سو باشد. برای آن‌که میدان حلقه برون‌سو باشد، طبق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در آن باید پادساعتگرد باشد.



سوتی‌های پرتکرار

اگر ترتیب حلقه‌ها رو برعکس بگیرین، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتین.

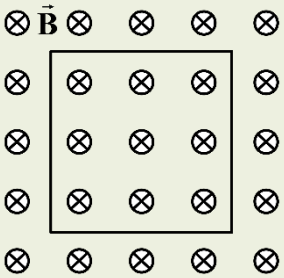
قانون لنز

جهت جریان القایی در یک مدار یا پیچه به‌گونه‌ای است که آثار ناشی از آن (میدان مغناطیسی القایی) با عامل به‌وجود آورندهٔ جریان القایی (تغییر شار مغناطیسی) مخالفت می‌کند. طبق الگوی زیر داریم:

$$\begin{cases}\Delta\Phi>0 \Rightarrow B_{\text{القایی}} \text{ خلاف جهت } B_{\text{خارجی}}\\ \Delta\Phi<0 \Rightarrow B_{\text{القایی}} \text{ هم‌جهت با } B_{\text{خارجی}}\end{cases} \Rightarrow \text{استفاده از قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی}$$

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در شکل زیر، حلقهٔ رسانایی به مساحت ۶۰۰cm^2 عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد و میدان مغناطیسی بدون تغییر جهت، در یک میلی‌ثانیه ۲۰۰ گاوس کاهش می‌یابد. در این مدت، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه چند ولت است و جهت جریان القایی چگونه است؟



۱) ۱/۲، پادساعتگرد
۲) ۰/۶، پادساعتگرد
۳) ۰/۶، ساعتگرد
۴) ۱/۲، ساعتگرد

پاسخ تشریحی:

ابتدا بزرگی نیروی محرکه را به کمک قانون القای فاراده به‌دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=\left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \xrightarrow[\Delta\Phi=A\cos\theta\Delta B]{N=1,\ \cos\theta=1} |\bar{\varepsilon}|=\left|-A\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|$$

$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}|=۶۰۰\times۱۰^{-۴}\times\frac{۲۰۰\times۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۳}}=۱/۲\text{V}$$

سپس به کمک قانون لنز جهت جریان القایی را به‌دست می‌آوریم:

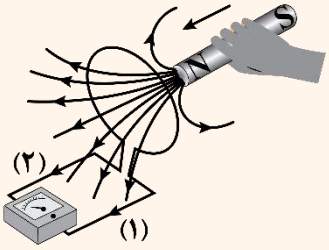
$$\Delta B<0 \Rightarrow \Delta\Phi<0 \Rightarrow B_{\text{خارجی}} \text{ هم‌جهت با } B_{\text{القایی}} \xrightarrow{\text{به کمک قانون دست راست}} B_{\text{القایی}}\otimes \Rightarrow \text{جریان القایی ساعتگرد}$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال

با توجه به جهت حرکت آهنربا، جریان القایی در کدام جهت است و نیروی مغناطیسی که حلقه به آهنربا وارد می‌کند، چگونه است؟

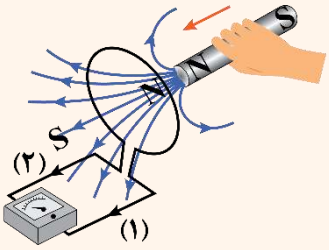


۱) (۱)، جاذبه
۲) (۱)، دافعه
۳) (۲)، جاذبه
۴) (۲)، دافعه

پاسخ تشریحی:

جهت میدان القایی $\otimes \Rightarrow$ جهت میدان القایی مخالف میدان خارجی $\Rightarrow \Delta\Phi > 0 \Rightarrow \Delta B > 0 \Rightarrow$ نزدیک‌شدن آهنربا $\Rightarrow$ مسیر (۱) $\Rightarrow$ جهت جریان القایی ساعتگرد

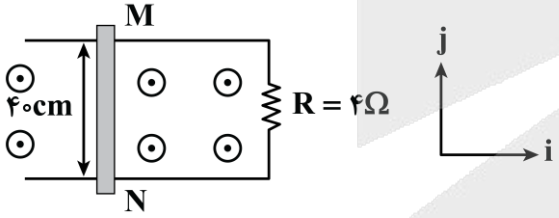
از طرفی با توجه به این‌که میدان مغناطیسی القایی $\otimes$ است؛ بنابراین قطب N پیچه در مجاورت قطب N آهنربا قرار گرفته و پیچه آهنربا را دفع می‌کند.



پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۶۶- **در مدار شکل زیر، حلقه‌ای رسانا عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۰۰G قرار دارد. بردار سرعت حرکت میلهٔ رسانای MN برحسب متر بر ثانیه کدام باشد تا در آن جریان الکتریکی القایی ۲mA از نقطهٔ M به N القا شود؟**



۱) $2\vec{i}$
۲) $-2\vec{i}$
۳) $8\vec{i}$
۴) $-8\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۳)

راه نجات سریع

کافیه حواست به قاعدهٔ دست راست باشه و بتونی جهت حرکت میله رو بفهمی و این‌که به کمک رابطهٔ $I = \frac{N\ell vB}{R}$، به گزینهٔ درست برسی.

با توجه به این‌که جهت جریان در میله از M به N است؛ بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست، میدان القایی برون‌سو است. پس می‌توان نتیجه گرفت میله به سمت راست در حرکت است.

$$\varepsilon = v\ell B \xrightarrow{\varepsilon = IR = 8mV} 8\times10^{-3} = v\times0/4\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow v = 2\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v} = 2\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right)$$

WWW.ArefOnline.ir

حرکت میلهٔ فلزی عمود بر میدان مغناطیسی

اگر میلهٔ فلزی به طول ℓ با تندی v، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت B حرکت کند، نیروی محرکهٔ القایی ایجادشده در دو سر میله برابر است با:

$$\overline{\varepsilon} = -B\ell V$$

$\overline{\varepsilon}$: نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V) B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

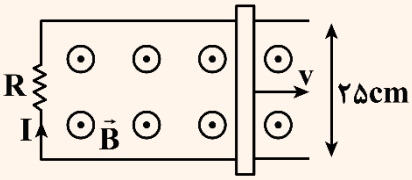
v: تندی حرکت میله $(\frac{m}{s})$ ℓ: طول میله (m)

جهت جریان القایی را به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آوریم. به این‌گونه که:

چهار انگشت دست راست در جهت سرعت میله به‌گونه‌ای باشد که خطوط میدان مغناطیسی از کف دست خارج شوند. در این حالت انگشت شست جهت جریان القایی در میله را نشان می‌دهد.

یه نمونهٔ باحال

در شکل زیر، رسانای U‌شکل به مقاومت $R = ۰/۲\Omega$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۰/۱T$ قرار دارد. میلهٔ رسانا روی آن با سرعت v در حرکت است. اگر جریان القایی $I = ۰/۵A$ باشد، اندازهٔ سرعت میله چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۴
۳) ۰/۱
۴) ۰/۴

پاسخ تشریحی:

با داشتن جریان القایی و مقاومت و به کمک قانون اهم می‌توانیم نیروی محرکهٔ القایی را به‌دست آوریم:

$$\overline{\varepsilon} = \overline{I}.R \xrightarrow[R=۰/۲\Omega]{\overline{I}=۰/۵A} \overline{\varepsilon} = ۰/۵ \times ۰/۲ = ۰/۱V$$

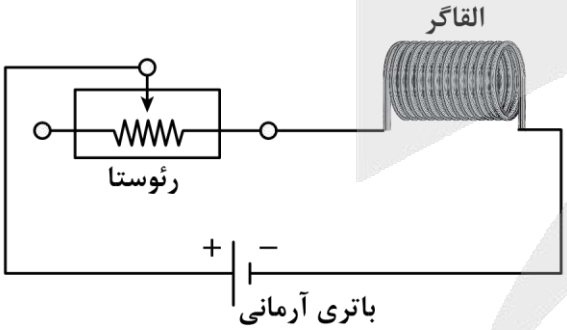
حال به کمک رابطهٔ $\overline{\varepsilon} = -B\ell v$ ، اندازهٔ سرعت میله را به‌دست می‌آوریم:

$$|\varepsilon| = |-B\ell v| \Rightarrow ۰/۱ = ۰/۱ \times ۰/۲۵ \times v \Rightarrow v = ۴\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۶۷- شکل زیر، مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر ایده‌آل، باتری آرمانی و رئوستا که به‌طور متوالی به یکدیگر بسته شده‌اند، است. اگر مقاومت رئوستا را از $R_۱$ به $R_۲$ برسانیم، انرژی ذخیره‌شده در القاگر ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. نسبت $\frac{R_۲}{R_۱}$ کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۵}$
۲) $\frac{۵}{۴}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۵}$
۴) $\frac{۲۵}{۱۶}$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۱۰۳)

کلام اول

ابتدا رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در القاگر با مقاومت رئوستا (R) را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} U=\frac{1}{2}LI^2 \\ I=\frac{\varepsilon}{R+\cancel{r}^{0}} \end{cases} \Rightarrow U=\frac{1}{2}L(\frac{\varepsilon}{R})^2=\frac{1}{2}L\frac{\varepsilon^2}{R^2} \Rightarrow U\propto\frac{1}{R^2}$$

کلام آخر

با نوشتن رابطهٔ نسبتی بین U و R داریم:

$$\frac{U_1}{U_2}=(\frac{R_2}{R_1})^2 \xrightarrow{U_2=(1-0/36)U_1=0/64U_1} \frac{\cancel{U_1}}{0/64\cancel{U_1}}=(\frac{R_2}{R_1})^2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

راهنمای مسیرت

در تحلیل مدارهایی که از القاگر استفاده شده است، حواستان باشد که اگر القاگر ایده‌آل است، به‌جای القاگر یک سیم بدون مقاومت درنظر بگیرید و مدار را تحلیل کنید. اگر هم القاگر غیرایده‌آل باشد، به‌جای القاگر، مقاومت آن را در مدار قرار دهید و تحلیل مدار را انجام دهید.

انرژی ذخیره‌شده در القاگر

انرژی ذخیره‌شده در یک القاگر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$U=\frac{1}{2}LI^2$$

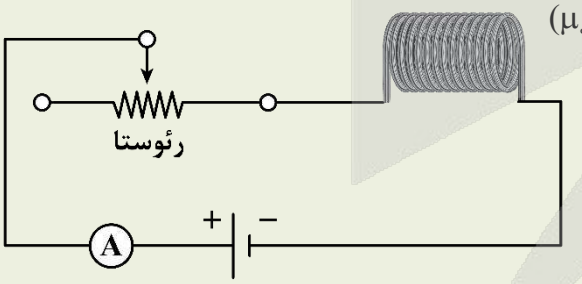
U: انرژی القاگر (J)　　L: ضریب القاوری (H)　　I: جریان عبوری از القاگر (A)

نکته

با افزایش جریان در یک مدار، انرژی ذخیره‌شده در القاگر افزایش و با کاهش جریان، انرژی ذخیره‌شده در القاگر کاهش می‌یابد.

آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۹

در شکل زیر، ضریب القاوری (خودالقایی) سیملوله ۰/۰۵H است و انرژی ذخیره‌شده در آن ۰/۴J است. اگر سیملوله دارای ۱۰۰ حلقه و طولش ۸cm باشد، میدان مغناطیسی داخل آن چند گاوس است؟ $(\mu_0=12\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$



۱) ۶۰
۲) ۹۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

پاسخ تشریحی:

ابتدا با داشتن انرژی ذخیره‌شده و ضریب القاوری، جریان گذرنده از سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow[L=0/05H]{U=0/4J} 0/4=\frac{1}{2}\times0/05\times I^2 \Rightarrow I^2=16 \Rightarrow I=4A$$

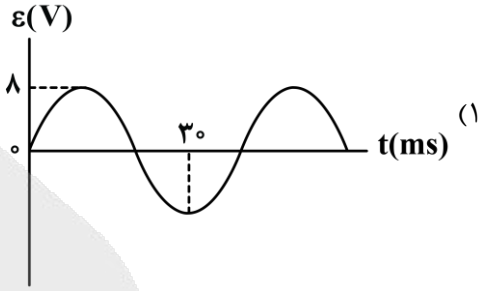
سپس میدان مغناطیسی درون سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

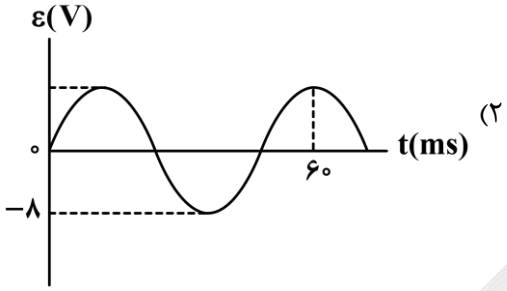
$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow[N=100\,,\,I=4A\,,\,\ell=0/08m]{\mu_0=12\times10^{-7}\frac{T.m}{A}} B=\frac{12\times10^{-7}\times100\times4}{0/08}=6\times10^{-3}T=60G$$

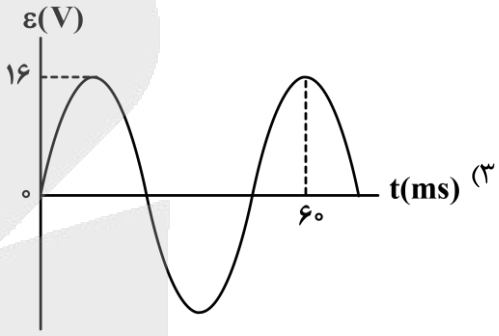
پاسخ: گزینهٔ ۱

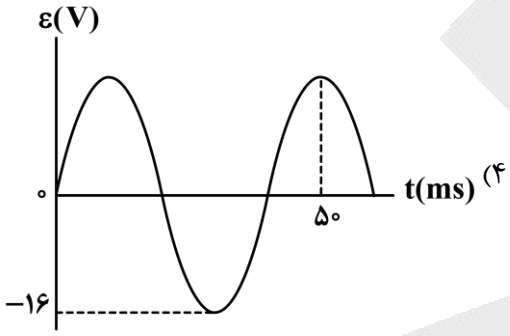
WWW.ArefOnline.ir

۶۸- معادلهٔ جریان متناوب یک مولد در SI به‌صورت $I = ۸\sin ۵۰\pi t$ است. اگر مقاومت مولد ۲Ω باشد، نمودار نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان مربوط به آن کدام است؟

(۱)


(۲)


(۳)


(۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۳ ـ ۱۱۰۳)

معادلهٔ نیروی محرکهٔ القایی همانند جریان القایی متناوب به‌صورت سینوسی است. پس معادلهٔ آن به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\varepsilon_{max} = I_{max} \times R = ۸ \times ۲ = ۱۶V$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin \omega t \Rightarrow \varepsilon = ۱۶ \sin ۵۰\pi t$$

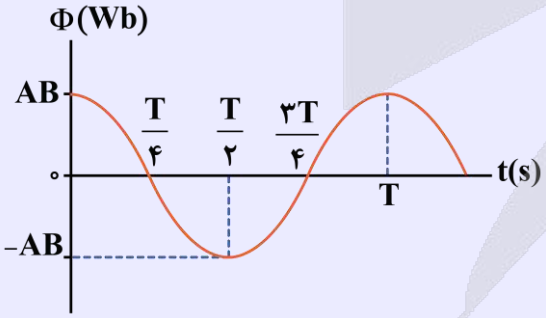
حال می‌توانیم دورهٔ تناوب آن را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} \omega = \frac{۲\pi}{T} \\ \omega = ۵۰\pi(\frac{rad}{s}) \end{cases} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = ۵۰\pi \Rightarrow T = \frac{۱}{۲۵}s = ۰/۰۴s = ۴۰ms$$

بنابراین نمودار $\varepsilon - t$ باید دورهٔ $۴۰ms$ و دامنهٔ $\varepsilon_{max} = ۱۶V$ داشته باشد که فقط گزینهٔ (۴) دارای این ویژگی است.

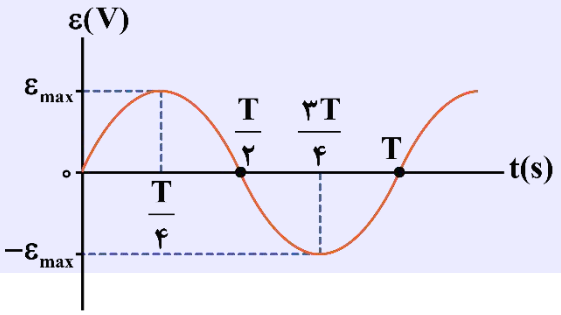
نمودارهای جریان متناوب

۱- نمودار شار مغناطیسی برحسب زمان $(\Phi - t)$:



$$\Phi = AB\cos(\frac{۲\pi t}{T})$$

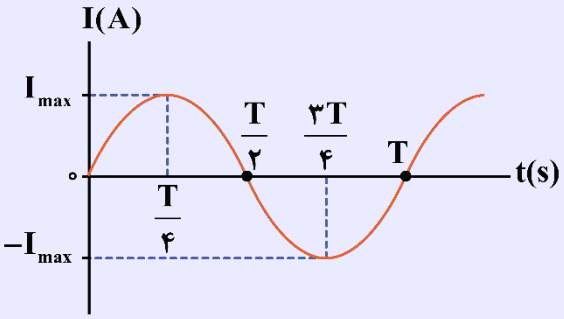
۲- نمودار نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان $(\varepsilon - t)$:



$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin(\frac{۲\pi t}{T})$$

WWW.ArefOnline.ir

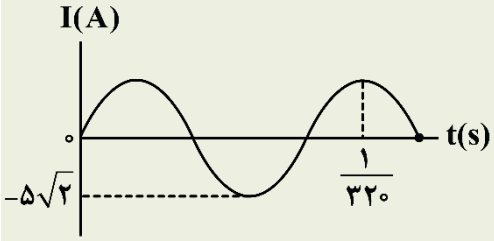
۳- نمودار جریان القایی برحسب زمان $(I-t)$:



$$I = I_{max}\sin(\frac{2\pi t}{T})$$

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۹

۶۸- نمودار تغییرات یک جریان متناوب سینوسی برحسب زمان به‌صورت شکل زیر است. اندازهٔ جریان در لحظهٔ $\frac{1}{3200}$ ثانیه چند آمپر است؟



۱) ۲/۵
۲) $2/5\sqrt{2}$
۳) ۵
۴) $5\sqrt{2}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار درمی‌یابیم زمان داده‌شده روی نمودار برابر با $\frac{5T}{4}$ است. پس T برابر است با:

$$\frac{5T}{4} = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400}s$$

حال با داشتن T، معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم:

$$I = I_{max}\sin(\frac{2\pi t}{T}) \xrightarrow[T=\frac{1}{400}s]{I_{max}=5\sqrt{2}A} I = 5\sqrt{2}\sin(\frac{2\pi}{\frac{1}{400}}t)$$

$$\Rightarrow I = 5\sqrt{2}\sin(800\pi t)$$

اکنون با داشتن معادلهٔ جریان متناوب، جریان را در لحظهٔ $t = \frac{1}{3200}s$ به‌دست می‌آوریم:

$$I = 5\sqrt{2}\sin(800\pi t) \xrightarrow{t=\frac{1}{3200}s} I = 5\sqrt{2}\sin(800\pi \times \frac{1}{3200})$$

$$\Rightarrow I = 5\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4}) = 5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 5A$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

ماز

۶۹- القاگری آرمانی به طول ۲۰cm و تعداد دور ۲۰۰، حامل جریان الکتریکی ۵A است. اگر شعاع حلقه‌ها ۱۰cm باشد، میدان مغناطیسی درون القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن به‌ترتیب از راست به چپ چند گاوس و چند ژول است؟

$$(\pi \simeq 3 , \mu_0 = 12\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$$

۱) $90,3\times10^{-3}$
۲) 9×10^{-2} ، ۳۰
۳) 9×10^{-2} ، ۶۰
۴) $90,6\times10^{-3}$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۱۰۴)

کام اول

به کمک رابطهٔ $L=\mu_{\circ}\frac{N^{۲}A}{\ell}$ ابتدا ضریب القاوری القاگر و سپس انرژی ذخیره‌شده در آن را به‌دست می‌آوریم:

$$A=\pi r^{۲}=۳(۰/۱)^{۲}=۰/۰۳m^{۲}$$

$$L=\mu_{\circ}\frac{N^{۲}A}{\ell}=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۴\times۱۰^{۴}\times۳\times۱۰^{-۲}}{۰/۲}=۷۲\times۱۰^{-۴}H$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲}\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}\times۷۲\times۱۰^{-۴}\times۲۵=۹\times۱۰^{-۲}J$$

کام آخر

میدان مغناطیسی در داخل القاگر برابر است با:

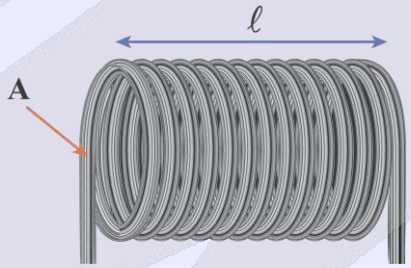
$$B=\frac{\mu_{\circ}NI}{\ell}=\frac{۱۲\times۱۰^{-۷}\times۲۰۰\times۵}{۰/۲}=۶\times۱۰^{-۳}T=۶۰G$$

ضریب القاوری

ویژگی‌های فیزیکی هر القاگر، توسط **ضریب القاوری** آن تعیین می‌شود. ضریب القاوری که با نماد L نمایش داده می‌شود به عواملی همچون تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار گیرد بستگی دارد. برای مثال، ضریب القاوری سیملوله‌ای آرمانی و بدون هسته، که دارای طول ℓ، سطح مقطع A و N حلقهٔ نزدیک به‌هم است، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{\ell}$$

یکای SI ضریب القاوری، اهم.ثانیه $(\Omega.s)$ است که به احترام جوزف هانری، **هانری** نامیده و با نماد H نشان داده می‌شود.



سیملوله‌ای با N حلقهٔ نزدیک به هم

یه نمونهٔ باحال

ضریب القاوری سیملولهٔ آرمانی بدون هسته‌ای به طول ۶۲/۸cm و سطح مقطع $۱۰cm^{۲}$ را پیدا کنید که شامل ۲۰۰۰ حلقهٔ نزدیک به‌هم است. $(\mu_{\circ}=۴\pi\times۱۰^{-۶}\frac{T.m}{A})$

پاسخ تشریحی:

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$A=۱۰cm^{۲}\qquad \ell=۶۲/۸cm\qquad N=۲۰۰۰\text{ دور}\qquad L=?$$

با قرار دادن مقادیر بالا در رابطهٔ $L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{\ell}$ داریم:

$$L=\mu_{\circ}\frac{AN^{۲}}{\ell}=(۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A})\frac{(۱۰\times۱۰^{-۴}m^{۲})(۲۰۰۰)^{۲}}{۰/۶۲۸m}=۸/۰\times۰^{-۳}H=۸/۰mH$$

WWW.ArefOnline.ir

۷۰- در محل یک نیروگاه، ولتاژ ۵۰۰۰ ولت توسط مبدل آرمانی A به ۲×۱۰^{۵} ولت تبدیل می‌شود و پس از انتقال به شهر توسط مبدل آرمانی B این ولتاژ به $۱۰^{۴}$ ولت تبدیل می‌شود. نسبت تعداد سیم‌پیچ ثانویه به اولیه در مبدل A چند برابر نسبت تعداد سیم‌پیچ ثانویه به اولیه در مبدل B است؟

۱) ۲ ۲) ۴۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۷ ـ ۱۱۰۴)

در مبدل آرمانی رابطهٔ $\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}$ برقرار است. اگر نسبت تعداد سیم‌پیچ ثانویه به اولیه در مبدل A، K_A و در مبدل B برابر K_B باشد؛ خواهیم داشت:

$$K_A=\frac{۲\times۱۰^{۵}}{۵۰۰۰}=\frac{۲۰۰}{۵}=۴۰$$
$$K_B=\frac{۱۰^{۴}}{۲\times۱۰^{۵}}=\frac{۱}{۲۰}$$
$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B}=\frac{۴۰}{\frac{۱}{۲۰}}=۸۰۰$$

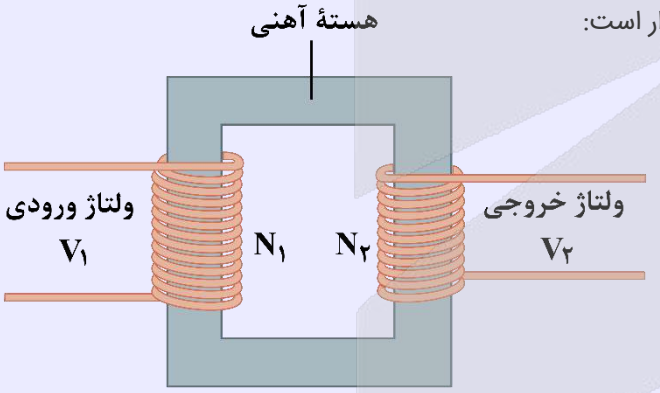
مبدل‌ها

مبدل: دستگاه‌هایی که ولتاژ جریان متناوب را کاهش یا افزایش می‌دهند.

نکته

برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کنیم. این کار اتلاف توان در خط‌های انتقال را کاهش می‌دهد و در مصرف سیم‌های انتقال صرفه‌جویی می‌شود. تبدیل ولتاژ مورد نیاز با استفاده از مبدل‌ها صورت می‌گیرد.

برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچه‌های آن ناچیز است، رابطهٔ زیر برقرار است:



$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{N_۲}{N_۱}$$

که در این رابطه $N_۱$ پیچهٔ اولیه است که به دور ولتاژ $V_۱$ بسته شده و $N_۲$ پیچهٔ ثانویه است که به دور ولتاژ $V_۲$ بسته شده است.

یه نمونهٔ باحال

چند مورد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) در انتقال توان الکتریکی، در انتهای مسیر و قبل از ورود به محل مصرف، دو مبدل کاهنده به‌طور جداگانه ولتاژ را کاهش می‌دهند.

ب) در مولدهای صنعتی با چرخیدن پیچه‌ها به دور آهنربای الکتریکی جریان متناوب تولید می‌شود.

پ) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور تا جای ممکن از ولتاژهای بالا و جریان کم استفاده می‌شود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ تشریحی:

الف) در انتهای مسیر انتقال توان، دو مبدل کاهندهٔ ولتاژ را کاهش می‌دهند. (✓)

ب) در مولدهای صنعتی با چرخیدن آهنربای الکتریکی بین پیچه‌ها، جریان متناوب تولید می‌شود. (✗)

پ) در انتقال توان الکتریکی از ولتاژ بالا و جریان کم استفاده می‌شود تا اتلاف توان در خط‌های انتقال کاهش یابد. (✓)

پاسخ: گزینهٔ ۳

WWW.ArefOnline.ir

مرور و جمع‌بندی: مرور ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۷۱- ساعتی آونگ‌دار (با آونگ سادهٔ فلزی)، در تهران تنظیم شده است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف ـ اگر این ساعت به استوا برده شود، عقب می‌افتد. $(g_{\text{استوا}} = ۹/۷۸ \frac{m}{s^۲} \, , \, g_{\text{تهران}} = ۹/۸ \frac{m}{s^۲})$

ب ـ اگر سیم فلزی این آونگ گرم شود، ساعت عقب می‌افتد.

ج ـ اگر این ساعت به کرهٔ ماه برده شود، ساعت عقب می‌افتد. $(g_{\text{ماه}} = ۱/۶۳ \frac{m}{s^۲})$

۱) «ج» ۲) «ب» و «ج» ۳) «الف» و «ب» ۴) «الف»، «ب» و «ج»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶۸ ـ ۱۲۰۳)

نکته

یک ساعت آونگ‌دار را درنظر بگیرید که براساس نوسان‌های آونگ ساده کار می‌کند. اگر دورهٔ آونگ افزایش یابد، ساعت کندتر کار می‌کند و عقب می‌افتد. اگر دورهٔ آونگ کاهش یابد، ساعت سریع‌تر حرکت می‌کند و جلو می‌افتد.

ساعت آونگ‌دار $(T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$

- ساعت عقب می‌افتد (T افزایش می‌یابد).
  - افزایش ارتفاع از سطح زمین (کاهش g)
  - رفتن از کرهٔ زمین به کرهٔ ماه (کاهش g)
  - رفتن از قطب به سمت استوا (کاهش g)
  - افزایش دمای میلهٔ فلزی آونگ (افزایش L)
- ساعت جلو می‌افتد (T کاهش می‌یابد).
  - کاهش ارتفاع از سطح زمین (افزایش g)
  - رفتن از استوا به سمت قطب (افزایش g)
  - کاهش دمای میلهٔ فلزی آونگ (کاهش L)

با توجه به نکتهٔ فوق، در هر سه حالت دورهٔ آونگ افزایش یافته و ساعت عقب می‌افتد.

۷۲- جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن ۱۲۵۰kg است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $۱۰ \frac{N}{mm}$ سوار شده است. بسامد ارتعاش خودرو هنگامی‌که از چاله‌ای می‌گذرد چند هرتز است؟ (فرض کنید وزن خودرو به‌طور یکنواخت روی فنرهای چهار چرخ توزیع شده است.)

۱) $\frac{۲\sqrt{۲}}{\pi}$ ۲) $\frac{\pi}{۲\sqrt{۲}}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{\pi}$ ۴) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۶۵ ـ ۱۲۰۳)

جرمی که روی هر فنر قرار می‌گیرد، $\frac{۱}{۴}$ جرم خودرو است؛ بنابراین بسامد خودرو برابر است با:

$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۱۰\times۱۰^۳}{\frac{۱۲۵۰}{۴}}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{۴\times۱۰^۳}{۱۲۵}} = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{۳۲}$$

$$\Rightarrow f = \frac{۱}{۲\pi}\times۴\sqrt{۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\pi}\,\text{Hz}$$

WWW.ArefOnline.ir

راهنمای مسیرت

احتمال طرح شدن این سؤال هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور به‌شدت بالا هست و حتماً یک نگاه به پاسخ‌نامه داشته باشین تا روند حل رو به‌خوبی یاد بگیرین.

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست نباشه که جرم کل رو با نسبت ۴ فنر درنظر بگیری، در دام گزینهٔ (۳) می‌افتی.

سامانهٔ جرم ـ فنر

اگر جسمی به جرم m را به یک فنر با ثابت k وصل کنیم و در شرایطی که نیروی اصطکاک و مقاومت هوا نباشد، جسم را از حالت تعادل خارج و رها کنیم، جسم حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

دورهٔ تناوب نوسانگر جرم ـ فنر:

دورهٔ تناوب نوسانگر جرم ـ فنر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

T: دورهٔ تناوب (s) $\quad$ m: جرم نوسانگر (kg) $\quad$ k: ثابت فنر $(\frac{N}{m})$

بنابراین رابطهٔ مقایسه‌ای دورهٔ سامانهٔ جرم ـ فنر به‌صورت زیر است:

$$\frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{k_۱}{k_۲})}$$

با توجه به رابطهٔ $f = \frac{۱}{T}$، بسامد نوسانگر جرم ـ فنر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

بنابراین رابطهٔ مقایسه‌ای آن به‌صورت زیر است:

$$\frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{k_۲}{k_۱} \times \frac{m_۱}{m_۲}}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ $\omega = \frac{۲\pi}{T}$، بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم ـ فنر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

بنابراین رابطهٔ مقایسه‌ای آن به‌صورت زیر است:

$$\frac{\omega_۲}{\omega_۱} = \sqrt{\frac{k_۲}{k_۱} \times \frac{m_۱}{m_۲}}$$

یه نمونهٔ باحال

یک نوسانگر جرم ـ فنر، از جسمی به جرم $۱/۵kg$ و فنری با ثابت $۴۸۶\frac{N}{m}$ تشکیل شده است. این نوسانگر در مدت‌زمان یک دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ $(\pi = ۳)$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ تشریحی:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Rightarrow T=۲\times۳\sqrt{\frac{۱/۵}{۴۸۶}}=۲\times۳\times\frac{۱}{۱۸}=\frac{۱}{۳}s$$

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۶۰}{n}\Rightarrow n=۱۸۰$$

یه نمونهٔ باحال

دو نوسانگر جرم ـ فنر A و B در اختیار داریم. اگر جرم نوسانگر A، ۲۱ درصد بیش‌تر از جرم نوسانگر B و ثابت فنر A، ۳۶ درصد کم‌تر از ثابت فنر B باشد، بسامد نوسانگر A چند برابر بسامد نوسانگر B است؟

پاسخ تشریحی:

$$f=\frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=\sqrt{\frac{k_A}{k_B}\times\frac{m_B}{m_A}}\xrightarrow[m_A=m_B+\frac{۲۱}{۱۰۰}m_B=\frac{۱۲۱}{۱۰۰}m_B]{k_A=k_B-\frac{۳۶}{۱۰۰}k_B=\frac{۶۴}{۱۰۰}k_B}\frac{f_A}{f_B}=\sqrt{\frac{۶۴}{۱۰۰}\times\frac{۱۰۰}{۱۲۱}}=\sqrt{\frac{۶۴}{۱۲۱}}=\frac{۸}{۱۱}$$

آزمون سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۵۴- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری در SI به‌صورت $x=۰/۰۲\cos۶\pi t$ است. بیش‌ترین سرعت متوسط نوسانگر در مدت $۰/۵s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ تشریحی:

$$x=۰/۰۲\cos۶\pi t\Rightarrow\omega=۶\pi\frac{rad}{s}\quad و\quad A=۰/۰۲m=۲cm$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow۶\pi=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{۱}{۳}s$$

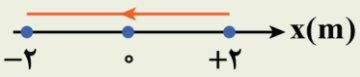
ابتدا محاسبه می‌کنیم زمان موردنظر چه مضربی از دوره است:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۰/۵}{\frac{۱}{۳}}=۱/۵\Rightarrow\Delta t=۱/۵T$$

Δt ثابت است، پس بیش‌ترین سرعت متوسط زمانی رخ می‌دهد که جابه‌جایی حداکثر شود:

$$\uparrow v_{av}=\frac{\Delta x\uparrow}{\Delta t\rightarrow ثابت}$$

بازهٔ زمانی موردنظر $\Delta t=۱/۵T$ است چون در مدت یک دوره دوباره به مکان اول بازمی‌گردیم و جابه‌جایی در مدت یک دوره صفر است، پس ما باید حداکثر جابه‌جایی را در $۰/۵T$ به‌دست آوریم و در این مدت حداکثر جابه‌جایی زمانی است که فاصلهٔ بین دو نقطهٔ بازگشت طی شود.



$$\Delta x=۲A=۲\times۲=۴cm$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۴cm}{۰/۵s}=۸\frac{cm}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

۷۳- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری در SI به‌صورت $x=۰/۰۵\cos۲۰\pi t$ است. در لحظه‌ای که انرژی مکانیکی نوسانگر ۲ برابر انرژی پتانسیل آن است، تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) π ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۳) $\sqrt{۲}\pi$ ۴) ۲π

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۶ ـ ۱۲۰۳)

با توجه به رابطهٔ $E=K+U$، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل با انرژی جنبشی برابر است، می‌توان نتیجه گرفت انرژی مکانیکی، ۲ برابر انرژی پتانسیل و هم‌چنین ۲ برابر انرژی جنبشی است؛ بنابراین داریم:

$$E=۲K \xrightarrow[\frac{K}{E}=(\frac{v}{v_{max}})^۲]{} (\frac{v_{max}}{v})^۲=۲ \Rightarrow \frac{v_{max}}{v}=\sqrt{۲} \Rightarrow v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_{max}$$

$$\xrightarrow[v_{max}=A\omega=\pi(\frac{m}{s})]{A=۰/۰۵m\ ,\ \omega=۲۰\pi(\frac{rad}{s})} v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi(\frac{m}{s})$$

راهنمای زرنگ‌بازی

در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل با انرژی جنبشی نوسانگر برابر است، داریم:

۱) $E=۲K\ ,\ E=۲U$ ۲) $\vec{x}=\pm A$ ۳) $\vec{v}=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}\vec{v}_{max}$

پس داریم:

$$v=\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_{max}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times ۰/۰۵\times ۲۰\pi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\pi(\frac{m}{s})$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها برابر شدن انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر، نکات متنوعی داره و حتماً حواستون به روش‌های اول و دوم پاسخ‌نامه باشه که خیلی مهمه!

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده:

در نقاط بازگشت $(x=\pm A)$ بیشینه و در مرکز نوسان صفر است.

U_{max} ×——— $U=۰$ ———× U_{max}

انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده:

در مرکز نوسان بیشینه و در نقاط بازگشتی $(x=\pm A)$ صفر است.

$K=۰$ ×——— K_{max} ———× $K=۰$

رابطهٔ انرژی جنبشی به‌صورت زیر است:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

برحسب تکانه (p): $K=\frac{p^۲}{۲m}$, $K=\frac{۱}{۲}pv$

K: انرژی جنبشی (J) m: جرم (kg) v: تندی $(\frac{m}{s})$

بنابراین بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \qquad K_{max}=\frac{p_{max}^۲}{۲m}$$

v_{max} : بیشینهٔ تندی p_{max} : بیشینهٔ تکانه

انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

انرژی مکانیکی (E) برابر است با مجموع انرژی‌های جنبشی (K) و پتانسیل (U):

$$E=K+U$$

با توجه به این‌که در حرکت هماهنگ ساده نیروهای اتلافی مثل اصطکاک و مقاومت هوا نداریم، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، مقدار انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر، یکسان است؛ بنابراین داریم:

WWW.ArefOnline.ir

مرکز نوسان $(x=0)$: $E=K+\cancel{U}^{0}\Rightarrow E=K_{max}$

نقاط بازگشتی $(x=\pm A)$: $E=\cancel{K}^{0}+U\Rightarrow E=U_{max}$

طبق روابط بالا درمی‌یابیم:

۱- انرژی جنبشی نوسانگر در مرکز نوسان همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.

۲- انرژی پتانسیل نوسانگر در نقاط بازگشتی $(x=\pm A)$ همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.

روابط انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:

۱- رابطهٔ انرژی مکانیکی با استفاده از ثابت فنر:

$$E=\frac{1}{2}kA^2$$

۲- رابطهٔ انرژی مکانیکی با استفاده از بسامد زاویه‌ای $(k=m\omega^2)$:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

۳- رابطهٔ انرژی مکانیکی با بسامد $(\omega=2\pi f)$:

$$E=2\pi^2mf^2A^2$$

۴- رابطهٔ انرژی مکانیکی با تندی بیشینه $(K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2)$:

$$E=\frac{1}{2}mv_{max}^2$$

یه نمونهٔ باحال

یک نوسانگر جرم ـ فنر از جسمی به جرم $2kg$ و یک فنر با ثابت $800\frac{N}{m}$ و طول ۲۰ سانتی‌متر تشکیل شده است. اگر طول فنر را به ۲۵ سانتی‌متر برسانیم، سپس جسم را رها کنیم تا شروع به نوسان کند، در وسط پاره‌خط نوسان، تکانهٔ جسم چند واحد SI است؟

پاسخ تشریحی:

$$E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow E=\frac{1}{2}\times800\times(5\times10^{-2})^2=400\times25\times10^{-4}=1J$$

وسط پاره‌خط: $K_{max}=\frac{p_{max}^2}{2m}\Rightarrow 1=\frac{p_{max}^2}{2\times2}\Rightarrow p_{max}^2=4\Rightarrow p_{max}=2\frac{kg.m}{s}$

یه نمونهٔ باحال

نوسانگری با دورهٔ $0/5s$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در هر ثانیه این نوسانگر مسافت $16cm$ را طی کند و جرم آن $1kg$ باشد؛

۱- بیشینهٔ انرژی پتانسیل نوسانگر را حساب کنید. $(\pi=\sqrt{10})$

پاسخ تشریحی:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0/5}=2Hz$$

$$1s=2T\Rightarrow \ell=8A=16cm\Rightarrow A=2cm=2\times10^{-2}m$$

$$U_{max}=E=2\pi^2mf^2A^2\Rightarrow U_{max}=2\times10\times1\times(2)^2\times(2\times10^{-2})^2=320\times10^{-4}J$$

$$\Rightarrow U_{max}=32mJ$$

۲- در نقطه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $12mJ$ است. تندی آن چند $\frac{cm}{s}$ است؟

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ تشریحی:

$$E = K + U \xrightarrow[U=۱۲mJ]{E=۳۲mJ} ۳۲ = K + ۱۲ \Rightarrow K = ۲۰mJ = ۰/۰۲J$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow[m=۱kg]{K=۰/۰۲J} ۰/۰۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۰/۰۴ \Rightarrow v = ۰/۲\frac{m}{s} = ۲۰\frac{cm}{s}$$

روابط انرژی ـ سرعت

انرژی جنبشی: $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$

انرژی مکانیکی: $E = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$

انرژی پتانسیل: $U = E - K \Rightarrow U = \frac{۱}{۲}m(v_{max}^۲ - v^۲)$

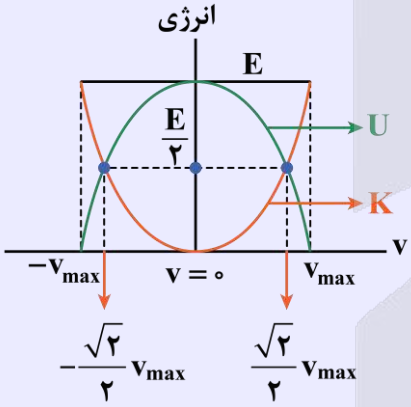
بنابراین روابط نسبتی به‌صورت زیر است:

۱- $\frac{K}{E} = (\frac{v}{v_{max}})^۲$

۲- $\frac{U}{E} = ۱ - (\frac{v}{v_{max}})^۲$

۳- $\frac{U}{K} = \frac{v_{max}^۲ - v^۲}{v^۲} = (\frac{v_{max}}{v})^۲ - ۱$

نمودار انرژی ـ سرعت نوسانگر هماهنگ ساده:



نکته

بیشینهٔ تندی نوسانگر از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = K_{max} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \Rightarrow v_{max}^۲ = \omega^۲A^۲ \Rightarrow v_{max} = A\omega$$

یه نمونهٔ باحال

بیشینهٔ تندی یک نوسانگر هماهنگ ساده به جرم ۱/۵kg، $۲\frac{m}{s}$ است. در نقطه‌ای که تندی نوسانگر $\sqrt{۳}\frac{m}{s}$ است، انرژی پتانسیل آن چند ژول است؟

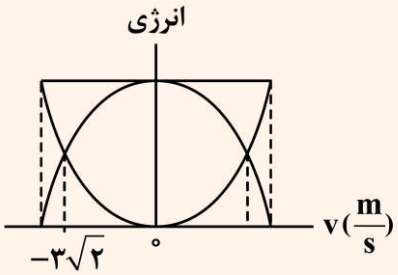
$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱/۵ \times (۲)^۲ = ۳J$$

$$\frac{U}{E} = ۱ - (\frac{v}{v_{max}})^۲ \Rightarrow \frac{U}{۳} = ۱ - (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow U = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵J$$

WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال

الف) نمودار انرژی ـ سرعت یک نوسانگر هماهنگ ساده به جرم ۵۰۰g مطابق شکل زیر است. انرژی مکانیکی این نوسانگر چند ژول است؟



پاسخ تشریحی:

$$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}v_{max}=-۳\sqrt{۲}\Rightarrow v_{max}=۶\frac{m}{s}$$

$$E=K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۰/۵\times(۶)^{۶}=۹J$$

ب) اگر دامنهٔ نوسان ۲۰ سانتی‌متر باشد، این نوسانگر در هر ثانیه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ $(\pi=۳)$

پاسخ تشریحی:

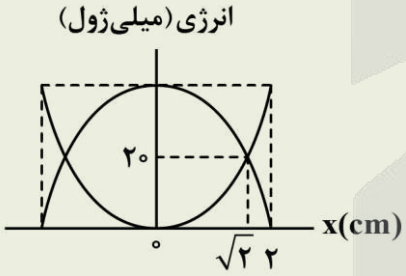
$$E=۲\pi^{۲}mf^{۲}A^{۲}\Rightarrow ۹=۲\times(۳)^{۲}\times ۰/۵\times f^{۲}\times(۰/۲)^{۲}\Rightarrow ۱=f^{۲}\times ۰/۰۴$$

$$\Rightarrow f^{۲}=۲۵\Rightarrow f=۵Hz$$

بنابراین نوسانگر در هر ثانیه ۵ نوسان کامل انجام می‌دهد.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۳۹۹

۵۴- شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل سامانهٔ جرم ـ فنری را برحسب مکان نشان می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد که انرژی جنبشی نوسانگر از صفر به ۴۰mJ برسد برابر ۰/۰۵s باشد، بزرگی سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از مکان $x=۰$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{\pi}{۵}$

۲) $\frac{\pi}{۱۰}$

۳) ۲π

۴) ۱۰π

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار داده‌شدهٔ سؤال:

$$K_{max}=۲\times ۲۰=۴۰mJ$$

درنتیجه حداقل زمانی که انرژی جنبشی از صفر به ۴۰mJ می‌رسد، یعنی نوسانگر از نقطهٔ بازگشت به مکان تعادل خواهد رسید و مدت‌زمان سپری‌شده برابر خواهد بود با $\frac{T}{۴}$:

$$\frac{T}{۴}=۰/۰۵\Rightarrow T=۰/۲s$$

بزرگی سرعت نوسانگر در مکان تعادل، بیشینهٔ سرعت است:

$$|v_{max}|=A\omega=A\left(\frac{۲\pi}{T}\right)=۲\times ۱۰^{-۲}\times\frac{۲\pi}{۰/۲}=\frac{\pi}{۵}\frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

WWW.ArefOnline.ir

۷۴- در یک سیم با چگالی خطی ۶×۱۰^{-۲} در SI، موج عرضی سینوسی با طول موج ۱۰cm ایجاد شده است. اگر هر ذره از سیم در هر ۳۰ms، سه نوسان کامل انجام دهد، نیروی کشش سیم چند نیوتون می‌باشد؟

۱) ۶ ۲) ۶۰ ۳) ۰/۶ ۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۲۰۳)

کام اول

ابتدا باید دورهٔ تناوب نوسان ذرات روی موج را پیدا کنیم:

$$T=\frac{\Delta t}{n}\xrightarrow[n=۳]{\Delta t=۳۰ms=۳\times۱۰^{-۲}s}T=\frac{۳\times۱۰^{-۲}}{۳}=۱۰^{-۲}s$$

کام دوم

اکنون می‌توانیم با رابطهٔ $v=\frac{\lambda}{T}$، تندی انتشار موج را پیدا کنیم:

$$v=\frac{\lambda}{T}\xrightarrow[T=۱۰^{-۲}s]{\lambda=۱۰cm=۰/۱m}v=\frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۲}}=۱۰\frac{m}{s}$$

کام آخر

حالا با استفاده از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$، می‌توان نیروی کشش سیم، را مشخص کرد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\Rightarrow F=v^{۲}\mu\xrightarrow[\mu=۶\times۱۰^{-۲}\frac{kg}{m}]{v=۱۰\frac{m}{s}}F=۱۰۰\times۶\times۱۰^{-۲}=۶N$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها این تست هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور به‌شدت مناسبه. پس همه‌جوره حواستون به گام‌های طی‌شده برای حل سؤال جمع باشه.

در مورد مشخصه‌های امواج و مفاهیم اولیهٔ مرتبط با آن‌ها به نکات زیر توجه کنید

۱- امواج پیش‌رونده (طولی یا عرضی) در یک محیط، پیش‌رَوی می‌کنند و باعث انتقال انرژی می‌شوند. دقت کنید که موج، در محیط پیش‌رَوی می‌کند، ولی ذره‌های محیط فقط در جای خود نوسان می‌کنند.

۲- تندی انتشار امواج به ویژگی‌های محیط انتشار مرتبط است؛ بنابراین با تغییر محیط انتشار یک موج می‌توان تندی انتشار آن را تغییر داد.

۳- دامنه، دورهٔ تناوب و بسامد مربوط به یک موج؛ همگی وابسته به چشمهٔ تولیدکنندهٔ موج هستند و ربطی به محیط انتشار ندارند. در ادامه تعریف هریک از کمیت‌ها را مرور می‌کنیم.

الف) دامنهٔ موج (A): بیش‌ترین فاصلهٔ یک ذره از مکان تعادل آن است. به عبارتی هنگام عبور موج، هریک از ذرات محیط حرکت نوسانی انجام می‌دهند که دامنهٔ این نوسان‌ها همان دامنهٔ موج است.

ب) دورهٔ تناوب (T): مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا هر ذره از محیط، یک نوسان کامل انجام دهد.

$$T=\frac{t}{N}$$

t: مدت‌زمان N: تعداد نوسانات کامل

پ) بسامد (f): تعداد نوسان‌های کاملی است که هر ذره از محیط در یک ثانیه انجام می‌دهد. بسامد و دورهٔ تناوب عکس یکدیگر هستند.

$$f=\frac{N}{t}=\frac{۱}{T}$$

WWW.ArefOnline.ir

۴- تا این‌جا دیدیم که سرعت انتشار موج را محیط آن تعیین می‌کند و دامنه، بسامد و دورهٔ آن را چشمهٔ موج مشخص می‌کند. کمیت دیگر مربوط به موج که هم به محیط و هم به چشمهٔ موج بستگی دارد، طول موج است. طول موج برابر مسافتی است که موج در مدت یک دورهٔ تناوب پیش‌رَوی می‌کند و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

طول موج: $\lambda = v\ T = \frac{v \rightarrow \text{وابسته به محیط}}{f \rightarrow \text{وابسته به چشمه}}$ (T ↓ وابسته به چشمه)

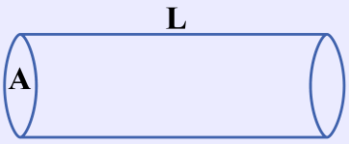
چگالی خطی جرم

جرم واحد طول یک تار یا ریسمان یا فنر:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

μ: چگالی خطی جرم $(\frac{kg}{m})$ m: جرم (kg) L: طول (m)

برای تار یا ریسمان همگن داریم:



$$V = AL = \frac{m}{\rho}$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho AL}{L} \Rightarrow \mu = \rho A \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}} \mu = \frac{\rho \pi D^2}{4}$$

تندی انتشار امواج عرضی در تار یا فنر کشیده‌شده

تاری به طول L، جرم m، چگالی ρ، مساحت مقطع A و قطر D را درنظر بگیرید که توسط نیروی F از طرفین مورد کشش قرار می‌گیرد و در آن موج عرضی ایجاد می‌شود. تندی انتشار این امواج در تار (فنر) از روابط زیر قابلِ‌محاسبه است:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$$

نکته

۱- μ در این روابط، چگالی خطی جرم طناب یا جرم واحد طول طناب است که از رابطهٔ $\mu = \frac{m}{L}$ به‌دست می‌آید و یکای آن در SI، $\frac{kg}{m}$ است.

۲- اگر تمام کمیت‌های این روابط در SI عددگذاری شوند، تندی انتشار موج برحسب متر بر ثانیه به‌دست می‌آید.

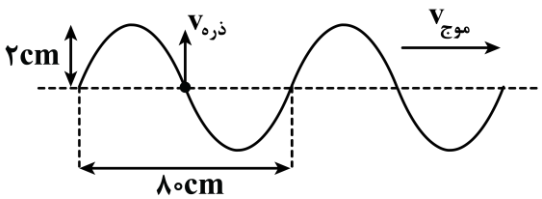
۳- چون موج عرضی در طول تار با تندی ثابت حرکت می‌کند، درنتیجه برای پیش‌رَوی موج در تار با استفاده از رابطهٔ حرکت یکنواخت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta x = L} L = v\Delta t$$

در این رابطه، جابه‌جایی موج، برابر طول تار یعنی (L) است.

ماز

۷۵- شکل زیر، نقش موجی عرضی در یک ریسمان را در یک لحظه نشان می‌دهد که با تندی $v_{موج}$ به سمت راست درحال انتشار بوده و تندی ذرهٔ نشان‌داده‌شده از ریسمان، $v_{ذره} = 20\pi \frac{cm}{s}$ است. $v_{موج}$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۲۰۳)

راه نجات سریع

به کمک اطلاعات روی نمودار، طول موج و دامنهٔ موج رو پیدا کن. بعدش با رابطهٔ $v_{max} = A\omega$، برو ω و T رو حساب کن. آخرش هم به کمک رابطهٔ $\lambda = vT$، تندی موج رو پیدا کن.

گام اول

ذرهٔ نشان‌داده‌شده در مرکز نوسان قرار دارد و تندی آن بیشینه است؛ بنابراین داریم:

$$v_{ذره} = A\omega \Rightarrow ۲۰\pi = ۲\omega \Rightarrow \omega = ۱۰\pi \frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۱۰\pi} = \frac{۱}{۵}s$$

گام آخر

طبق شکل داده‌شده، طول موج برابر $\lambda = ۸۰cm = ۰/۸m$ است؛ بنابراین تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۸ = v \times \frac{۱}{۵} \Rightarrow v = ۴\frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

سؤالات نقش موج به مدل‌های مختلفی همواره مورد توجه طراحان محترم هست و اگر شما بیس تحلیل این سؤالات رو بلد باشی هم به درد امتحان نهایی و هم به درد کنکورت می‌خوره که اتفاقاً توی این تست ما این بیس تحلیل رو گام‌به‌گام بهت یاد دادیم.

ماز

۷۶- یک دستگاه لرزه‌نگار به‌علت زلزله‌ای که در شهر A رخ داده است، نخستین امواج P را در ساعت یازده و پانزده دقیقه و بیست ثانیه و نخستین امواج S را دو دقیقه و بیست ثانیه بعد دریافت می‌کند. زمان شروع زلزله در شهر A کدام است؟ ($v_P = ۸\frac{km}{s}$ و $v_S = ۴/۵\frac{km}{s}$ فرض شود.)

۱) یازده و پانزده دقیقه و دو ثانیه
۲) یازده و دوازده دقیقه و بیست ثانیه
۳) یازده و ده دقیقه
۴) یازده و ده دقیقه و بیست ثانیه

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۷۷ ـ ۱۲۰۳)

فاصلهٔ بین محل وقوع زلزله تا دستگاه لرزه‌نگار، برابر است با:

$$\Delta t = ۱۴۰s$$

$$\Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}\Delta t = \frac{۸ \times ۴/۵}{۳/۵} \times ۱۴۰ = ۱۴۴۰km$$

$$\Delta x = v_P t_P \Rightarrow ۱۴۴۰ = ۸t_P \Rightarrow t_P = ۱۸۰s = ۳min$$

یعنی ۳ دقیقه قبل از رسیدن نخستین امواج P به لرزه‌نگار، این زلزله رخ داده است.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها برای این تیپ تست که خیلی میزان تکرارش بالا هست، انصافاً دیگه رابطهٔ $\Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}\Delta t$ رو حفظ باشین.

رازهای پشت سؤال

طرح سؤال از دریافت امواج P و S توسط دستگاه لرزه‌نگار، بارها و بارها انجام شده. ولی ایده‌ای که ما بهش اضافه کردیم حسابی جاش توی سؤالات کنکور خالیه و اومدیم زمان وقوع زلزله رو سؤال کردیم.

WWW.ArefOnline.ir

امواج S و P در زمین‌لرزه

وقتی زمین‌لرزه‌ای رخ می‌دهد، دو نوع موج در مرکز آن تولید شده و با تندی ثابت به اطراف منتشر می‌شود. نوع اول، امواج عرضی است که آن را با امواج ثانویه (S) نشان می‌دهند و نوع دوم امواج طولی است که آن را با امواج اولیه (P) نمایش می‌دهند. تندی امواج عرضی (S) همواره کم‌تر از تندی امواج طولی (P) است، درنتیجه امواج طولی (P) همواره زودتر به مقصد می‌رسند. اگر فرض کنیم نقطه‌ای در فاصلهٔ Δx از مرکز زمین‌لرزه باشد، امواج P در مدت t_P و امواج S، در مدت t_S این فاصله را طی می‌کنند، چون همواره $t_S > t_P$ است، پس اختلاف زمانی رسیدن دو موج به مقصد برابر خواهد بود با:

$$\Delta t = t_S - t_P$$

از طرفی چون این امواج با تندی ثابت حرکت می‌کنند، درنتیجه می‌توان نوشت:

$$t_S = \frac{\Delta x}{v_S} \quad , \quad t_P = \frac{\Delta x}{v_P} \quad , \quad \Delta t = t_S - t_P \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_S} - \frac{\Delta x}{v_P} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S}.\Delta t$$

این رابطه فقط برای امواج زلزله برقرار نیست. هرگاه دو موج با تندی‌های مختلف، فاصلهٔ یکسانی را طی کنند، می‌توانیم به همین ترتیب سؤال را حل کنیم. در کتاب درسی شما این مسئله به سه حالت بیان شده است.

۱- امواج زلزله: امواج اولیه و ثانویه با تندی‌های مختلف فاصلهٔ بین کانون زلزله تا دستگاه لرزه‌نگار را طی می‌کنند.

۲- امواج صوتی درون یک لوله: امواج صوتی یک بار از طریق دیوارهٔ لوله و بار دیگر از طریق هوای درون آن، طول لوله را طی می‌کنند.

۳- امواج دریافتی از طعمه توسط عقرب: امواج طولی و عرضی با تندی‌های مختلف فاصلهٔ طعمه تا عقرب ماسه‌ای را طی می‌کنند.

یه نمونهٔ باحال ۱

یک دستگاه لرزه‌نگاری از یک زمین‌لرزه، دو موج، یکی طولی و دیگری عرضی به فاصلهٔ زمانی ۵۰ ثانیه ثبت می‌کند. اگر سرعت انتشار این دو موج به‌ترتیب $۸\frac{km}{s}$ و $۴/۸\frac{km}{s}$ باشد، زلزله در چند کیلومتری از محل لرزه‌نگار رخ داده است؟

۱) ۱۶۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۶۰۰

پاسخ تشریحی:

موج طولی و اولیه: P، موج عرضی و ثانویه: S

$$\Delta x = \frac{v_P v_S}{v_P - v_S} \times \Delta t = \frac{۸ \times ۴/۸}{۳/۲} \times ۵۰ = ۶۰۰km$$

$$۰/۴$$

دقت کنید که سرعت‌ها برحسب $\frac{km}{s}$ داده شده‌اند و با جایگذاری آن‌ها در رابطهٔ بالا، فاصله برحسب km به‌دست می‌آید.

پاسخ: گزینهٔ ۴

یه نمونهٔ باحال ۲

یک طعمه که در فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از یک عقرب ماسه‌ای قرار دارد، براثر حرکت خود دو موج طولی و عرضی تولید می‌کند، که تندی موج طولی ۴ برابر تندی موج عرضی است. اگر این دو موج با اختلاف زمانی ۳/۷۵ms به پای عقرب برسند، مدت‌زمانی که طول می‌کشد، موج طولی از طعمه به عقرب برسد چند میلی‌ثانیه است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

پاسخ تشریحی:

$$\Delta x = \frac{۴v \times \cancel{N}}{\cancel{۴}\ \cancel{N}} \times \overset{۱/۲۵}{\cancel{۳/۷۵}} \times ۱۰^{-۳} = ۰/۲۰ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s} \Rightarrow \begin{cases} v_T = ۴۰ \\ v_L = ۱۶۰\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$t_L = \frac{\Delta x}{v_L} = \frac{۰/۲}{۱۶۰}s = \frac{۲۰۰}{۱۶۰}ms = ۱/۲۵ms$$

پاسخ: گزینهٔ ۱

WWW.ArefOnline.ir

یه نمونهٔ باحال ۳

به یک سر لولهٔ توخالی بلندی به طول ۲۴۰ متر ضربهٔ محکمی می‌زنیم. اختلاف زمانی بین دریافت دو صدا در گوش شنونده‌ای که در طرف دیگر این لوله قرار دارد، چند ثانیه است؟ (تندی صوت در هوا و لوله به‌ترتیب $۳۲۰\frac{m}{s}$ و $۴۸۰۰\frac{m}{s}$ می‌باشد.)

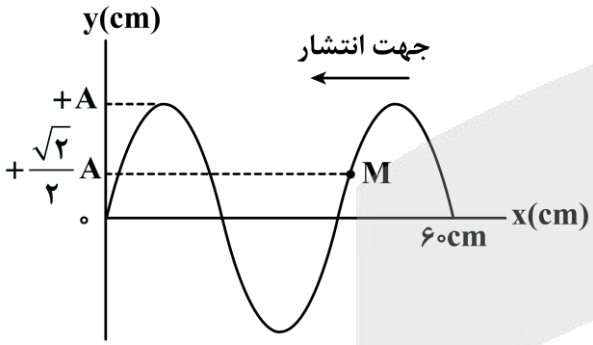
۱) ۰/۰۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۷

پاسخ تشریحی:

$$\Delta x=\frac{v_۲v_۱}{v_۲-v_۱}\Delta t \Rightarrow ۲۴۰=\frac{۴۸۰۰\times ۳۲۰}{۵۶}\times \Delta t \Rightarrow \Delta t=۰/۷s$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

۷۷- تصویر موج عرضی منتشرشده در ریسمانی به چگالی خطی جرم $۵۰\frac{g}{m}$، در لحظهٔ $t=۲۵ms$ به شکل زیر است. اگر نیروی کشش ریسمان برابر ۲۰N باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱=۱۲ms$ تا $t_۲=۳۴ms$ چند میلی‌ثانیه اندازهٔ شتاب ذرهٔ M درحال کاهش است؟



۱) ۱۰/۵ms
۲) ۱۲ms
۳) ۱۳/۵ms
۴) ۱۲/۵ms

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ استدلالی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۷۳ ـ ۱۲۰۳)

کام اول

با توجه به نمودار نقش موج داده‌شده، ابتدا طول موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۳\lambda}{۲}=۶۰cm \Rightarrow \lambda=۴۰cm=۰/۴m$$

کام دوم

با استفاده از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$، تندی انتشار موج عرضی را به‌دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ $T=\frac{\lambda}{v}$ دورهٔ تناوب را تعیین می‌کنیم:

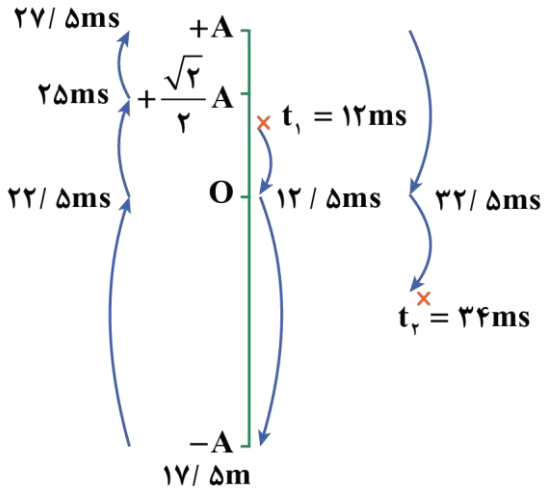
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{F=۲۰N\ ,\ \mu=۵۰\frac{g}{m}=۵\times ۱۰^{-۲}\frac{kg}{m}} v=\sqrt{\frac{۲۰}{۵\times ۱۰^{-۲}}}=۲۰\frac{m}{s}$$

$$T=\frac{\lambda}{v} \xrightarrow{\lambda=۰/۴m\ ,\ v=۲۰\frac{m}{s}} T=\frac{۰/۴}{۲۰}=\frac{۲}{۱۰۰}s=۲۰ms$$

WWW.ArefOnline.ir

گام سوم

ذرهٔ M در لحظهٔ $t = ۲۵ms$ به‌صورت کندشونده به سمت $+A$ درحال حرکت می‌باشد، می‌توانیم حرکت ذرهٔ M را به‌صورت مقابل نشان دهیم:



توجه شود که در انتهای هر پیکان لحظهٔ متناظر مشخص شده است و هم‌چنین ذرهٔ M از مرکز نوسان (O) تا مکان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ را در مدت‌زمان $\frac{T}{۸} = ۲/۵ms$ طی می‌کند.

گام آخر

هرگاه ذرهٔ M به سمت مرکز نوسان حرکت کند، به‌معنای کاهش اندازهٔ شتاب می‌باشد، پس زمان موردنظر در سؤال برابر است با:

$$\begin{cases} ۱۲ms \rightarrow ۱۲/۵ms \\ ۱۷/۵ms \rightarrow ۲۲/۵ms \Rightarrow \text{مجموع زمان مدنظر} = ۱۰/۵ms \\ ۲۷/۵ms \rightarrow ۳۲/۵ms \end{cases}$$

راهنمای مسیرت

توی کنکورهای اخیر، طراحی این تیپ تست‌ها، خیلی پررنگ شده و اگه نتونستین به‌درستی حلش کنید، پس خیلی واجبه که مسیر حل پاسخ‌نامه رو کامل بلد بشین و حتماً حتماً یک دور دیگه سعی کنید صفر تا ۱۰۰ حل این سؤال رو خودتون انجام بدین تا مطمئن بشید که یاد گرفتید.

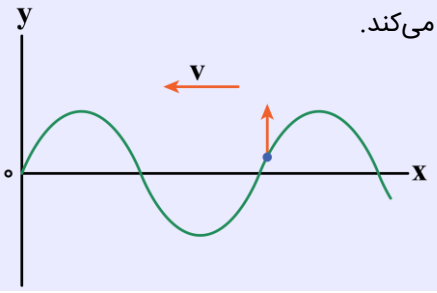
نمودار جابه‌جایی ـ مکان موج

در نمودار جابه‌جایی ـ مکان اگر بخواهیم مشخص کنیم که در این لحظه جهت حرکت یک ذرهٔ دلخواه از محیط در جهت محور نوسانی (رو به بالا) بوده یا در خلاف جهت این محور (رو به پایین)، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- با توجه به جهت انتشار موج، پشت سرِ هر نقطه را معیّن می‌کنیم. اگر موج به سمت راست می‌رود، پشت سر هر نقطه سمت چپ آن می‌شود و اگر موج به سمت چپ منتشر می‌شود، پشت سر هر نقطه سمت راست آن می‌شود.

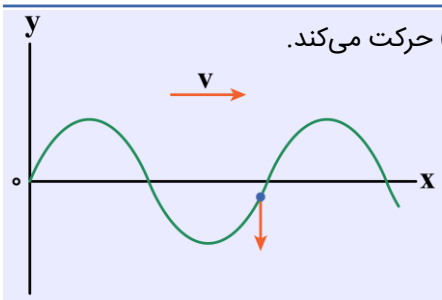
۲- به پشت سر نقطهٔ موردنظر نگاه می‌کنیم:

الف) اگر اولین چیزی که می‌بینیم قله است ← ذره در آن لحظه در جهت محور (رو به بالا) حرکت می‌کند.



WWW.ArefOnline.ir

ب) اگر اولین چیزی که می‌بینیم دره است ← ذره در آن لحظه در خلاف جهت محور (رو به پایین) حرکت می‌کند.

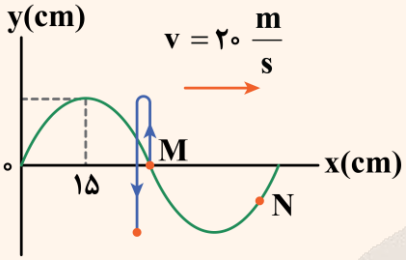


نکته

اگر در یک سؤال از مبحث موج، رفتار نوسانی فقط یک ذره از محیط، مورد بررسی قرار گرفت، آن سؤال درواقع ترکیبی از موج و نوسان است. کافی است به کمک روابط مربوط به موج، مقدار T را به‌دست آورده و سپس از مطالب مربوط به حرکت نوسانی استفاده کنیم.

یه نمونهٔ باحال

نقش یک موج عرضی که در یک محیط درحال انتشار است در یک لحظه مطابق شکل زیر می‌باشد. ذرهٔ N از محیط در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد و حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا بردار شتاب ذرهٔ M در جهت محور y و اندازهٔ آن بیشینه شود؟



پاسخ تشریحی:

طبق نمودار داده‌شده می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{۴}=۱۵\Rightarrow\lambda=۶۰cm=۰/۶m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow ۰/۶=۲۰T\Rightarrow T=\frac{۰/۶}{۲۰}=۰/۰۳s$$

$$T=\frac{t}{n}\Rightarrow ۰/۰۳=\frac{۶۰}{n}\Rightarrow n=۲۰۰۰$$

$$\Delta t=\frac{۳T}{۴}=\frac{۰/۰۹}{۴}=\frac{۹}{۴۰۰}s$$

ماز

۷۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد امواج الکترومغناطیسی درست است؟

الف ـ طول موج امواج میکروموج از طول موج امواج رادیویی بلندتر است.

ب ـ امواج الکترومغناطیسی همگی در تمامی محیط‌ها با یک تندی منتشر می‌شوند.

ج ـ امواج الکترومغناطیسی انرژی را به‌صورت انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی ذرات محیط منتشر می‌کنند.

د ـ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در یک موج الکترومغناطیسی با بسامد یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۷۶ ـ ۱۲۰۳)

با توجه به متن کتاب درسی، فقط عبارت «د» درست است.

بررسی موارد نادرست:

الف) امواج رادیویی طول موج بلندتری نسبت به امواج میکروموج دارند. (✗)

ب) فقط در خلأ تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی یکسان است. (✗)

WWW.ArefOnline.ir

ج) این امواج انرژی را به‌صورت انرژی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منتشر می‌کنند و برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند. (*)

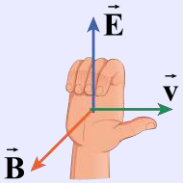
راهنمای مسیرت

هم توی امتحان نهایی و هم توی کنکور، حفظیات کتاب درسی جایگاه خاص خودش رو داره و نباید بی‌خیال این موضوع بود.

امواج الکترومغناطیسی

اگر یک ذرهٔ باردار حرکت هماهنگ ساده انجام دهد، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به‌صورت سینوسی تغییر می‌کنند و عامل ایجاد یکدیگر هستند و انتشار نوسان آن‌ها در محیط منجر به ایجاد موج الکترومغناطیسی می‌شود.

جهت انتشار این امواج از قاعدهٔ دست راست پیروی می‌کند، به این صورت که اگر چهار انگشت دست راست، جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ و کف دست، جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را نشان دهد، آن‌گاه انگشت شست دست، جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.



ویژگی‌های این امواج در زیر آورده شده است:

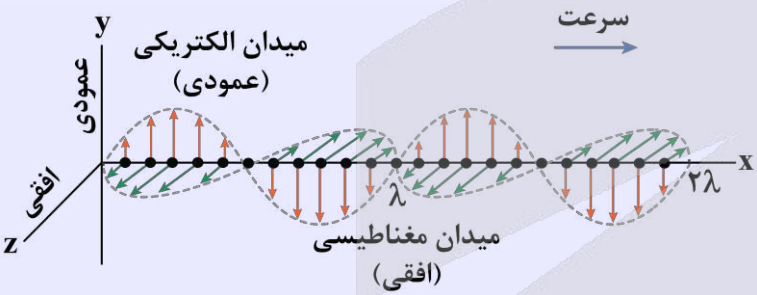
۱- میدان‌های الکتریکی $\vec{E}$ و مغناطیسی $\vec{B}$ برهم عمودند.

۲- راستای نوسان این میدان‌ها همواره بر جهت انتشار موج عمود است؛ بنابراین از نوع موج عرضی می‌باشند.

۳- نوسانات میدان‌ها هم‌بسامد و همگام است (باهم صفر و باهم به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسند).

۴- برای انتشار (برخلاف امواج مکانیکی) نیاز به محیط مادی ندارند.

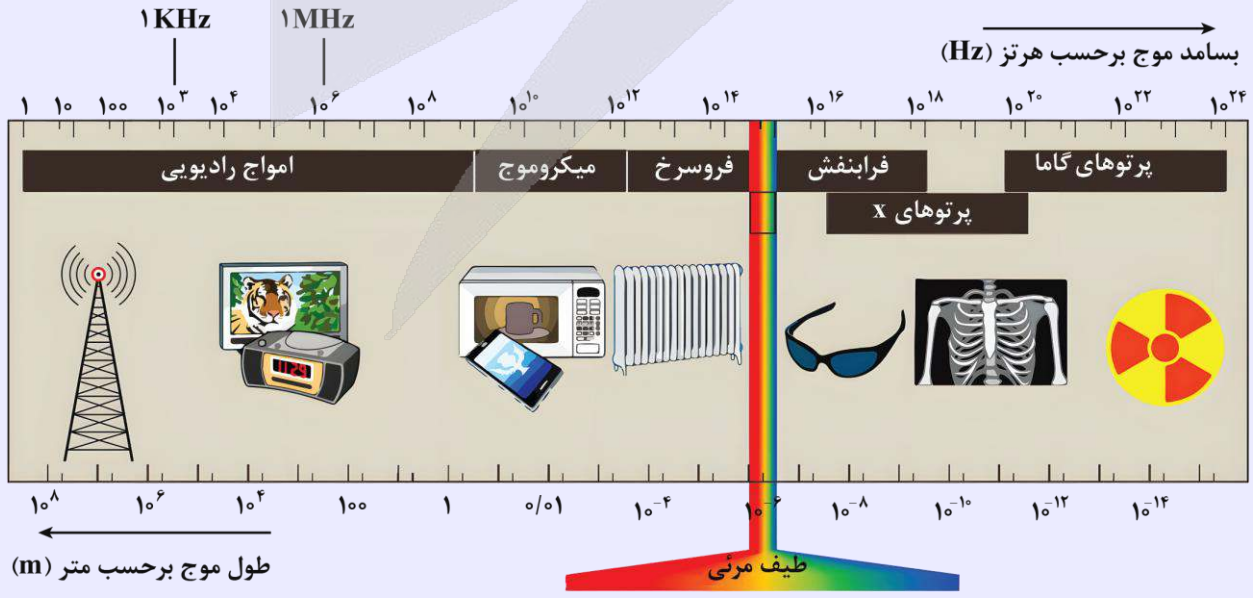
۵- تندی انتشار آن‌ها به ویژگی‌های الکتریکی (ε: ضریب گذردهی الکتریکی) و ویژگی‌های مغناطیسی (μ: تراوایی مغناطیسی) محیط وابسته است. مثلاً تندی انتشار آن‌ها در خلأ از رابطهٔ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ به‌دست می‌آید.



طیف امواج الکترومغناطیسی

این طیف شامل امواج رادیویی، میکروموج، فروسرخ، نور مرئی، فرابنفش، پرتوهای x و پرتوهای گاما می‌شود. همهٔ این امواج با تندی نور در خلأ حرکت می‌کنند.

طیف امواج الکترومغناطیسی به شکل زیر است که خوب است این طیف را به‌ترتیب بسامد و طول موج به‌خاطر بسپارید.



WWW.ArefOnline.ir

نکته

۱- گسترهٔ تقریبی طول موج نور مرئی ۴۰۰nm (نور بنفش) تا ۷۰۰nm (نور قرمز) است.

۲- در گسترهٔ نور مرئی، نور قرمز بیش‌ترین طول موج و کم‌ترین بسامد و نور بنفش کم‌ترین طول موج و بیش‌ترین بسامد را دارد.

۳- در طیف امواج الکترومغناطیسی، پرتوی گاما بیش‌ترین بسامد و کم‌ترین طول موج و امواج رادیویی کم‌ترین بسامد و بیش‌ترین طول موج را دارد.

ماز

۷۹- اگر فاصلهٔ شخص تا چشمهٔ صوتی ۴۸ متر افزایش یابد، تراز شدت صوت ۲۸dB کاهش می‌یابد. فاصلهٔ اولیهٔ شخص تا چشمهٔ صوت چند متر بوده است؟ ($\log ۲ = ۰/۳$ و از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر شود.)

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۰ ـ ۱۲۰۳)

با استفاده از رابطهٔ اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه می‌توان نوشت:

$$\beta_۱ - \beta_۲ = ۱۰\log(\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \xrightarrow{\beta_۱-\beta_۲=۲۸dB} ۲/۸ = ۲\log\frac{r_۲}{r_۱} \Rightarrow ۱/۴ = \log\frac{r_۲}{r_۱}$$

$$\xrightarrow{۱/۴=۲-۰/۶=۲-۲\times۰/۳=\log۱۰^۲-\log۲^۲=\log۲۵} \log ۲۵ = \log\frac{r_۲}{r_۱} \Rightarrow ۲۵ = \frac{r_۲}{r_۱}$$

$$\xrightarrow{r_۲=r_۱+۴۸} ۲۵ = \frac{r_۱ + ۴۸}{r_۱} \Rightarrow ۲۵r_۱ = r_۱ + ۴۸ \Rightarrow ۲۴r_۱ = ۴۸ \Rightarrow r_۱ = ۲m$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست به خواستهٔ سؤال نباشه و به‌اشتباه سراغ پیدا کردن $r_۲$ باشی، در دام گزینهٔ (۱) می‌افتی.

شدت صوت و تراز شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد.

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P_{av}}{A}$$

یکای شدت صوت در SI، $\frac{W}{m^۲}$ است.

مساحت جبههٔ موج صوتی مساحت کره است:

$$A = ۴\pi r^۲$$

r: فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از چشمه

تراز شدت صوت:

کمیتی است که برای درک انسان از بلندی صوت به‌صورت رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰} \quad (dB)$$

$I_۰$: شدت صوت مبنا

یکای تراز شدت صوت دسی‌بل (dB) است.

WWW.ArefOnline.ir

مقایسهٔ شدت و تراز شدت صوت

۱- برای مقایسهٔ تراز شدت دو صوت داریم:

$$\begin{cases}\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0}\\ \beta_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0}\end{cases} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1}$$

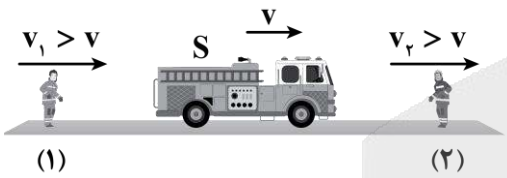
۲- شدت یک صوت به بسامد منبع صوت، دامنهٔ صوت و همین‌طور فاصلهٔ شنونده از منبع بستگی دارد.

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{r^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = (\frac{A_2}{A_1})^2 (\frac{f_2}{f_1})^2 (\frac{r_1}{r_2})^2$$

با کمک رابطهٔ فوق می‌توانیم شدت دو صوت را مقایسه کنیم.

ماز

۸۰- **مطابق شکل زیر، منبع صوتی (S) که موجی با طول موج λ و بسامد f تولید می‌کند، با تندی v در جهت نشان‌داده‌شده درحال حرکت است. دو ناظر (۱) و (۲) نیز مطابق شکل در دو طرف منبع صوتی قرار دارند و در همان جهت با تندی v_1 و v_2 در حرکت می‌باشند. چند مورد از موارد زیر، برای لحظهٔ نشان‌داده‌شده صحیح می‌باشد؟ (λ_1 و λ_2 طول موج در محل ناظرها می‌باشد و f_1 و f_2 بسامد دریافتی هر ناظر است.)**



الف ـ $\frac{f_1}{f_2} > 1$

ب ـ $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1$

ج ـ $\lambda_2 = \lambda$

د ـ $\lambda_1 > \lambda$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی/محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۲ ـ ۱۲۰۳)

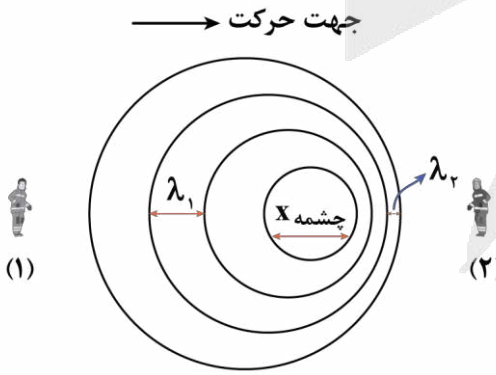
هرگاه ناظر و منبع صوت به‌هم نزدیک شوند ← $f_{\text{ناظر}} > f_{\text{چشمه}}$ ← ناظر (۱) چون تندی بیش‌تری نسبت به منبع دارد پس به منبع صوت نزدیک می‌شود، پس $f_1 > f$ است.

هرگاه ناظر و منبع صوت از هم دور شوند ← $f_{\text{ناظر}} < f_{\text{چشمه}}$ ← ناظر (۲) چون تندی بیش‌تری نسبت به منبع دارد پس از منبع صوت دور می‌شود. پس $f_2 < f$ است.

می‌توان نتیجه گرفت:

$\frac{f_1}{f_2} > 1$ (صحیح بودن «الف»)

در مورد طول موج دریافتی توسط ناظر توجه کنیم که حرکت ناظرها اثری بر طول موج ندارد و فقط حرکت چشمه بر آن تأثیرگذار است.



به همین دلیل با توجه به شکل مقابل می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}\lambda_1 > \lambda \text{ (صحیح بودن «د»)}\\ \lambda_2 < \lambda \text{ (غلط بودن «ج»)}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \lambda_1 > \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1 \text{ (صحیح بودن «ب»)}$$

راهنمای مسیرت

با همین یه دونه سؤال، کل محتویات اثر دوپلر رو براتون مرور کردیم تا چیزی از قلم نیفته. پس حتماً با مطالعهٔ پاسخ‌نامه، سعی کنید یک مرور طبقه‌بندی‌شده داشته باشین.

WWW.ArefOnline.ir

اثر دوپلر

هنگامی که شنونده (ناظر) و چشمهٔ تولیدکنندهٔ صوت نسبت به یکدیگر درحال حرکت باشند، بسامدی که ناظر از موج تولیدشده دریافت می‌کند، متفاوت با بسامدی است که چشمه تولید کرده است، به این پدیده اثر دوپلر می‌گویند.

نکته

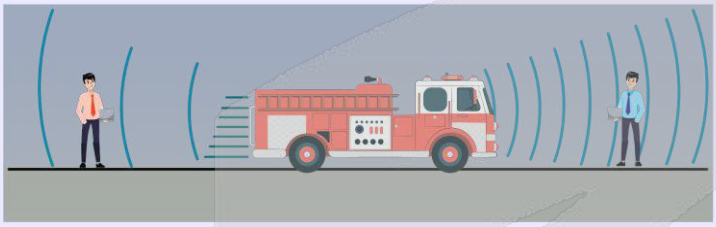
اثر دوپلر هم برای امواج صوتی صادق است هم امواج الکترومغناطیسی.

طول موج دریافتی

دو حالت کلی در مورد طول موج دریافتی توسط ناظر وجود دارد:

حالت ۱: اگر چشمه ساکن باشد، طول موج امواج در جلو و عقب چشمه برابر خواهد بود.

حالت ۲: اگر چشمه حرکت کند، فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه، کم‌تر از پشت آن خواهد بود، درنتیجه ناظری که در جلوی چشمه قرار دارد، طول موج را کوتاه‌تر و ناظری که در پشت چشمه قرار دارد، طول موج را بلندتر دریافت خواهد کرد.



نکته

حرکت ناظر در تغییرات طول موج دریافتی تأثیری ندارد.

بسامد دریافتی

در مورد بسامد دریافتی توسط ناظر، هم حرکت ناظر مهم است، هم حرکت چشمهٔ صوت. در این‌جا ۳ حالت کلی داریم:

حالت ۱: اگر فاصلهٔ ناظر و چشمه ثابت باشد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر با بسامد تولیدشده توسط چشمه برابر خواهد بود.

حالت ۲: اگر فاصلهٔ ناظر و چشمه افزایش یابد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر کم‌تر از بسامد تولیدشده توسط چشمه خواهد بود.

حالت ۳: اگر فاصلهٔ ناظر و چشمه کاهش یابد، بسامد صوت دریافتی توسط ناظر بیش‌تر از بسامد تولیدشده توسط چشمه خواهد بود.

ماز

۸۱- شخصی در فاصلهٔ d از یک صخرهٔ بلند و قائم ایستاده است. شخص یک بار دست می‌زند ولی نمی‌تواند صدای اولیهٔ دست خود و پژواک آن را از هم تمیز دهد. او هر بار یک متر عقب رفته و دوباره این کار را تکرار می‌کند. تا زمانی که شخص برای اولین بار بتواند صدای دست زدن خود را از پژواک آن تمیز دهد، در کل ۹ بار دست زده است. محدودهٔ d کدام است؟ (تندی صوت در هوا را $۳۵۰\frac{m}{s}$ درنظر بگیرید.)

۱) $۸/۵m \leq d < ۹/۵m$

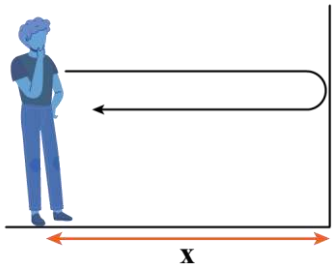
۲) $۹/۵m \leq d < ۱۷/۵m$

۳) $۹/۵m \leq d < ۱۰/۵m$

۴) $۹m \leq d < ۱۰m$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۹۲ ـ ۱۲۰۳)



حداقل تأخیر زمانی بین صوت اولیه و پژواک آن باید ۰/۱ ثانیه باشد تا شخص بتواند صدای اولیه را از پژواک آن تشخیص دهد. اگر حداقل فاصله تا صخره را x بگیریم خواهیم داشت:

$$v=\frac{2x}{\Delta t}\Rightarrow 350=\frac{2x}{0/1}\Rightarrow x=17/5m$$

از طرفی هنگامی که شخص در فاصلهٔ d از صخره بوده یک بار دست زده و بعد از آن ۸ بار دیگر دست زده و هر بار یک متر عقب رفته تا درنهایت توانسته است صدای دست زدن خود را از پژواک آن تشخیص دهد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$d+8\geq 17/5\Rightarrow d\geq 9/5m$$

از طرفی هنگامی که فاصلهٔ شخص از صخره $d+7$ متر بوده هنوز نتوانسته صدای دست زدن خود را از پژواک آن تشخیص دهد. پس می‌توان نوشت:

$$d+7<17/5\Rightarrow d<10/5m$$

بنابراین:

$$9/5m\leq d<10/5m$$

رازهای پشت سؤال

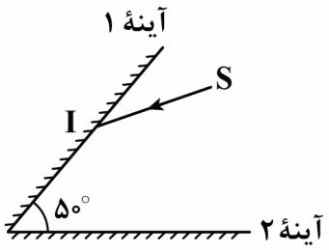
این تست خلاقانه براساس تمرین ۳-۸ کتاب درسی طرح شده و ایدهٔ استفاده‌شده در اون خیلی جدید و بکر محسوب می‌شه که اتفاقاً خوراک کنکورهای سخت و چالشی هست. حالا ایده چیه؟ این‌که شخص در فاصلهٔ d نتوانسته پژواک را تمیز دهد، نباید حواس شما را خیلی درگیر خودش کند. بلکه باید به این موضوع دقت کنید که در فاصلهٔ $d+7m$ هم شخص نمی‌تواند پژواک را تمیز دهد و این همان نقطهٔ قوت در خلاقیت به‌کاررفته در این تست است.

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستون به ایدهٔ طراح نباشه در دام گزینهٔ (۲) می‌افتین.

ماز

۸۲- زاویهٔ بین پرتوی تابش SI و سطح آینهٔ (۱) چند درجه باشد تا پرتوی SI در برخورد با آینه‌های (۱) و (۲)، سه بار بازتاب شود و پرتوی بازتابش نهایی موازی با آینهٔ (۲) شود؟



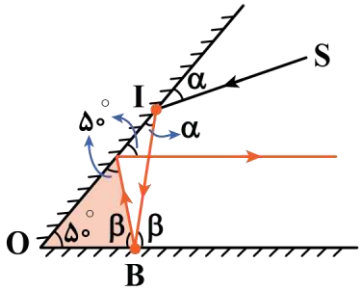
۱) ۲۰

۲) ۳۰

۳) ۴۰

۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۳ ـ ۱۲۰۳)



در مثلث رنگ‌شده، مجموع زوایای داخلی 180° می‌باشد؛ بنابراین داریم:

$$50^\circ+50^\circ+\beta=180^\circ\Rightarrow\beta=80^\circ$$

همچنین در مثلث $\overset{\Delta}{IBO}$ داریم (β زاویهٔ خارجی است که با مجموع دو زاویهٔ داخلی برابر است):

$$\beta=\alpha+50^\circ\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

WWW.ArefOnline.ir

جرقهٔ ذهنی

پرتوی SI پس از سه بار برخورد، موازی آینهٔ (۲) خارج شده است:

$$۵۰=\frac{۱۸۰-\alpha}{۳}\Rightarrow \alpha=۳۰^\circ$$

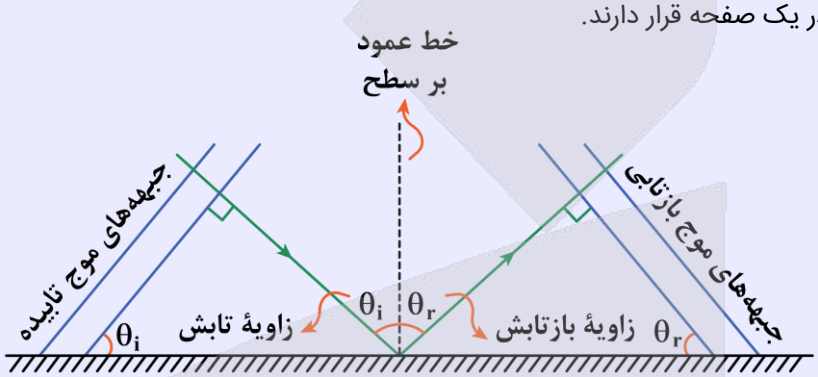
(۵۰: زاویهٔ بین دو آینه، ۳: تعداد برخوردها)

سوتی‌های پرتکرار

اگر به‌جای زاویهٔ پرتوی SI با سطح آینهٔ (۱)، زاویهٔ تابش رو به‌دست بیاری، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.

بازتاب امواج

قانون بازتاب عمومی: در برخورد همهٔ انواع موج به یک سطح، زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتابش باهم برابرند. پرتوی تابیده، پرتوی بازتابیده و خط عمود بر سطح، در هر تابش در یک صفحه قرار دارند.



در مورد شکل بالا به دو مورد زیر توجه کنید:

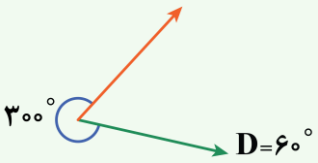
۱- زاویه‌ای که پرتوی تابش با خط عمود بر سطح می‌سازد و زاویه‌ای که جبهه‌های موج تابشی با خود سطح می‌سازند باهم برابرند و هر دو مساوی زاویهٔ تابش هستند.

۲- زاویه‌ای که پرتوی بازتابش با خط عمود بر سطح می‌سازد و زاویه‌ای که جبهه‌های موج بازتاب با خود سطح می‌سازند باهم برابرند و هر دو مساوی زاویهٔ بازتابش هستند.

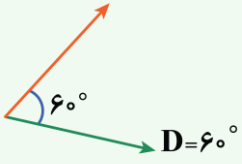
نکات مربوط به محاسبهٔ زاویه‌ها

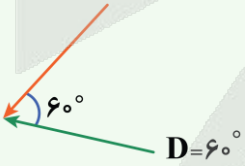
برای به‌دست آوردن زاویهٔ بین دو بردار، دو قرارداد وجود دارد:

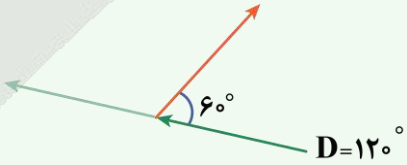
۱- زاویهٔ بین دو بردار باید بین صفر و ۱۸۰ درجه باشد.



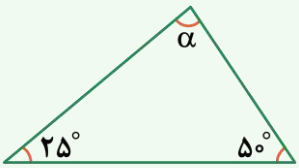
۲- زاویهٔ بین دو بردار، همواره باید زاویهٔ بین دو ابتدا یا زاویهٔ بین دو انتها باشد.



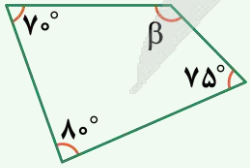




✓ مجموع زوایای داخلی یک مثلث، ۱۸۰ درجه و چهارضلعی، ۳۶۰ درجه است.

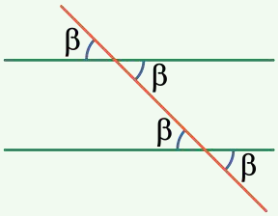


$\alpha=۱۰۵^\circ$



$\beta=۱۳۵^\circ$

WWW.ArefOnline.ir



✓ اگر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کند، زوایای متقابل به رأس، دوبه‌دو باهم برابر خواهند شد.

✓ برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف پرتوی اولیه و پرتوی نهایی را ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند. زاویهٔ ساخته‌شده همان زاویهٔ انحراف است.

نکته

در دو آینهٔ متقاطع به زاویهٔ α که پرتوی تابش با سطح یکی از آینه‌ها زاویهٔ β تشکیل داده است (یعنی زاویهٔ برخورد پرتوی تابش با سطح آینه β است)، اگر پرتوی بازتاب نهایی، موازی یکی از آینه‌ها از فضای میان آینه‌ها خارج شود، آن‌گاه داریم:

$$\alpha = \frac{180^\circ - \beta}{n} \quad \text{و} \quad n = \text{تعداد کل بازتاب‌ها}$$

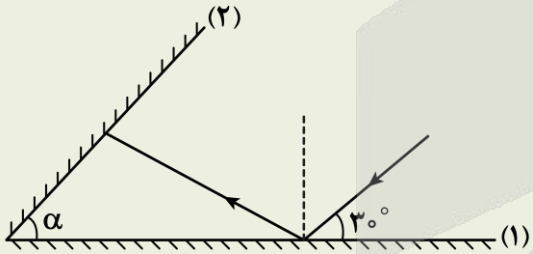
اگر پرتوی تابش به آینهٔ (۱) برخورد کرده باشد:

الف) اگر n زوج باشد، پرتوی بازتاب نهایی، موازی آینهٔ (۱) خارج می‌شود.

ب) اگر n فرد باشد، پرتوی بازتاب نهایی، موازی آینهٔ (۲) خارج می‌شود.

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۰

۵۷- مطابق شکل زیر، پرتو نوری تحت زاویهٔ 30° به آینه تخت (۱) می‌تابد و پس از بازتاب به آینه تخت (۲) می‌تابد. اگر در دومین بازتاب از آینه (۱) پرتو نور موازی آینه (۲) شود، زاویهٔ α چند درجه است؟



۱) ۳۰

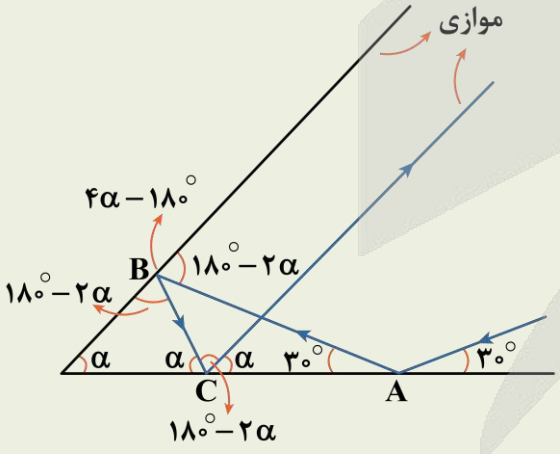
۲) ۴۰

۳) ۵۰

۴) ۶۰

پاسخ تشریحی:

شکل زیر مسیر پرتو نور را پس از بازتاب‌های متوالی از آینه‌ها نشان می‌دهد و مقادیر زاویه‌ها با کمک قانون عمومی بازتاب روی شکل مشخص شده است.



مجموع زوایای داخلی مثلث ABC برابر 180° است؛ بنابراین داریم:

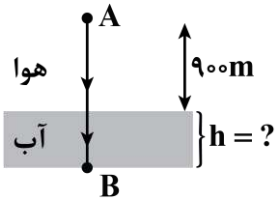
$$(4\alpha - 180^\circ) + (180^\circ - \alpha) + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3\alpha + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

WWW.ArefOnline.ir

۸۳- طول موج یک نور تک‌رنگ در هوا $\frac{۳}{۲}$ برابر طول موج آن در آب است. با توجه به شکل زیر، پرتوی تک‌رنگی از همین موج از نقطهٔ A در هوا در راستای عمود بر سطح آب منتشر می‌شود و پس از ۶μs به نقطهٔ B می‌رسد. عمق آب (h) چند متر است؟ $(c = ۳\times ۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$



۱) ۳۶۰
۲) ۱۸۰۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۲۰۳)

راه نجات سریع

کافیه به کمک نسبت طول موج‌ها، تندی انتشار نور در آب رو به‌دست بیاری و زمان عبور نور از دو محیط رو جمع بزنی و به خواستهٔ سؤال برسی.

ابتدا تندی انتشار پرتوی موج تک‌رنگ در آب را به‌دست می‌آوریم: $(\frac{\lambda_{هوا}}{\lambda_{آب}} = \frac{۳}{۲})$

$$\frac{v_{آب}}{c} = \frac{\lambda_{آب}}{\lambda_{هوا}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow v_{آب} = \frac{۲}{۳}c = \frac{۲}{۳}\times ۳\times ۱۰^{۸} = ۲\times ۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$$

پرتوی نور بخشی از مسیر را در هوا $(۹۰۰m)$ و بخش دیگر را در آب (h) طی می‌کند. برای زمان رسیدن پرتو به نقطهٔ B می‌نویسیم:

$$t = t_{هوا} + t_{آب} \Rightarrow t = \frac{۹۰۰}{c} + \frac{h}{v_{آب}} \xrightarrow{t = ۶\times ۱۰^{-۶}s} ۶\times ۱۰^{-۶} = \frac{۹۰۰}{۳\times ۱۰^{۸}} + \frac{h}{۲\times ۱۰^{۸}}$$

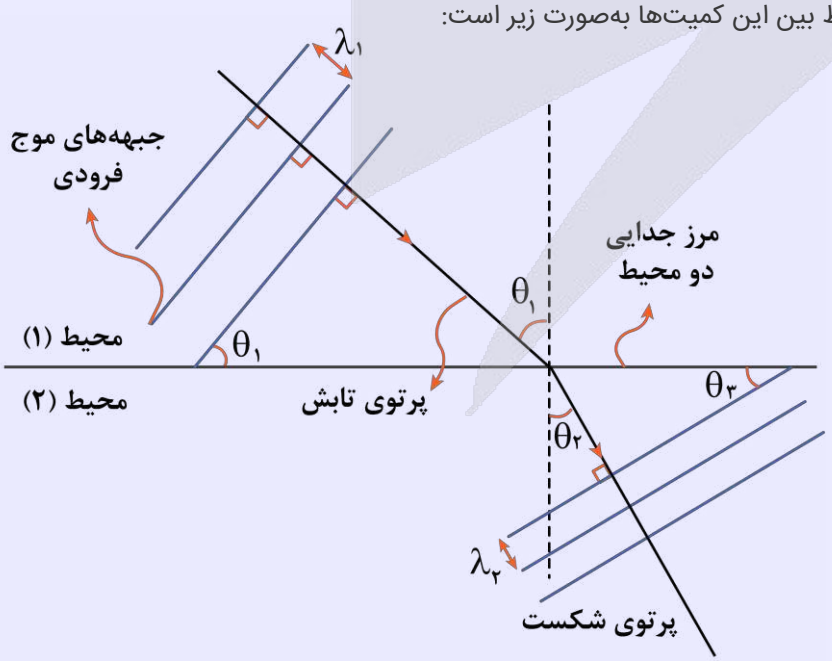
$$\Rightarrow ۳۶\times ۱۰^{۲} = ۱۸۰۰ + ۳h \Rightarrow ۳h = ۱۸۰۰ \Rightarrow h = ۶۰۰m$$

راهنمای مسیرت

مشابه این تست بارها در کنکور مورد توجه طراحان بوده و جزو تیپ‌های پرتکرار محسوب می‌شه. حتماً با تمرین و تکرار، سرعت محاسباتتون رو بالا ببرین تا زیر یک دقیقه بتونین حلش کنین.

شکست موج

هنگامی که پرتوهای نور از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شوند، به‌دلیل تغییر در تندی انتشار موج، از مسیر حرکت خود منحرف می‌شوند. همچنین تندی موج و طول موج تغییر پیدا می‌کنند. روابط بین این کمیت‌ها به‌صورت زیر است:



$$\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{v_۱}{v_۲} = \overbrace{\frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲}}^{\text{قانون شکست اسنل}} = \frac{n_۲}{n_۱}$$

قانون شکست عمومی

WWW.ArefOnline.ir

با توجه به رابطهٔ بالا، اگر ضریب شکست محیط دوم از محیط اول بیش‌تر باشد $(n_2 > n_1)$، پرتوی شکست به خط عمود نزدیک می‌شود و برعکس.

تذکر!

در حالت خاص، اگر پرتوی موج، عمود بر سطح جدایی دو محیط بتابد، بدون انحراف وارد محیط دوم می‌شود.

ماز

۸۴- در یک تار دو سر بسته، یکی از بسامدهای تشدیدی ۳۲۵Hz و بسامد تشدیدی بعدی ۳۹۰Hz است. اگر این تار با بسامد ۵۲۰Hz به تشدید درآید، چند شکم درون آن ایجاد می‌شود؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۷ ـ ۱۲۰۴)

گام اول

می‌دانیم در یک تار دو سر بسته، اختلاف دو بسامد متوالی برابر بسامد اصلی تار است؛ بنابراین بسامد اصلی تار برابر است با:

$$f_1 = ۳۹۰ - ۳۲۵ = ۶۵Hz$$

گام آخر

شمارهٔ مد نوسان هنگام تشدید با بسامد ۵۲۰Hz برابر است با:

$$f_n = nf_1 \Rightarrow ۵۲۰ = n \times ۶۵ \Rightarrow n = ۸$$

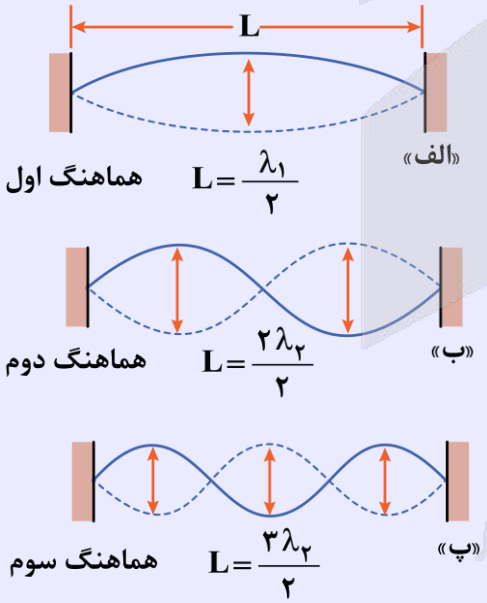
بنابراین ۸ شکم درون تار ایجاد می‌شود.

راهنمای مسیرت

تار دو سر بسته همواره مورد علاقهٔ طراحان هست و ما هم براتون یک نمونه تست آوردیم تا مرور خوبی از این بحث داشته باشید.

تار دو سر بسته

یک ریسمان (تار) را درنظر بگیرید که دو سر آن محکم به نقاط ثابتی بسته شده است. هنگامی که موجی در این تار ایجاد شود، به‌دلیل تداخل موج اصلی با موج بازتاب، درون تار موج ایستاده ایجاد می‌شود. شکل زیر سه هماهنگ اول را در یک تار نشان می‌دهد.



در مورد موج ایستاده در تار دوسر بسته به نکات زیر توجه کنید:

۱- طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج است.

$$L = n\frac{\lambda}{۲}$$

در رابطهٔ بالا، n شمارهٔ هماهنگ است.

WWW.ArefOnline.ir

۲- بسامد هماهنگ nاُم تار برابر است با:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

تندی انتشار موج در تار: v طول تار: L بسامد هماهنگ nاُم: f_n

۳- در سؤالات ترکیبی، ممکن است نیاز باشد تندی انتشار موج در طناب (v) را خودتان از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ محاسبه کنید.

$$\begin{cases} f_n = \frac{nv}{2L} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \end{cases} \Rightarrow f_n = \frac{n}{2L} \times \sqrt{\frac{FL}{m}} = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{F}{Lm}}$$

نیازی به حفظ کردن رابطهٔ فوق نیست و فقط یادتان باشد باید گاهی v را خودتان محاسبه کنید.

۴- هماهنگ اول تار را، هماهنگ اصلی آن می‌نامند. بسامد هماهنگ nاُم، n برابر بسامد هماهنگ اصلی است.

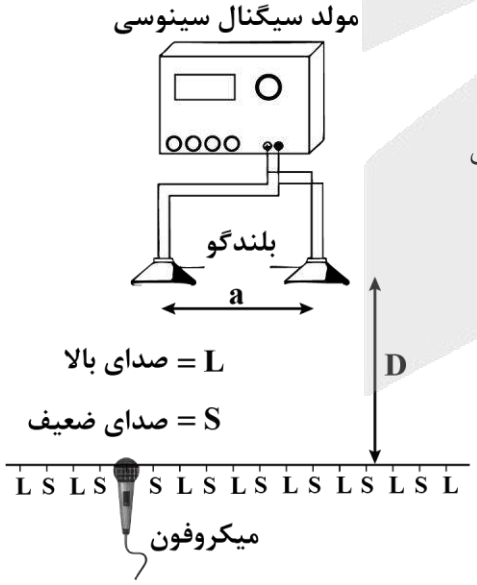
$$f_n = nf_1 \ , \ f_1 = \frac{v}{2L}$$: بسامد هماهنگ اصلی

۵- اختلاف دو بسامد متوالی یک تار دوسر بسته، همواره برابر بسامد اصلی آن است؛ بنابراین اگر بسامدهای متوالی یک تار را به ما دادند، می‌توان با محاسبهٔ اختلاف دو بسامد متوالی، بسامد اصلی تار را پیدا کرد.

۶- هنگامی که هماهنگ nاُم یک تار نواخته می‌شود، n شکم و $n+1$ گره در طول تار ایجاد می‌شوند. در دو سر بستهٔ تار همواره گره ایجاد می‌شود.

ماز

۸۵- در شکل زیر، دو بلندگو که به یک مولّد سیگنال الکتریکی متصل‌اند، امواج سینوسی هم‌بسامدی را در فضا منتشر می‌کنند. با حرکت دادن میکروفون در امتداد خط فرضی نشان‌داده‌شده در شکل، درمی‌یابیم که بلندی صدا ..... . علت این پدیده را می‌توان براساس ..... توضیح داد.



۱) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ پدیدهٔ پراش

۲) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ شکست موج

۳) پیوسته افزایش یا پیوسته کاهش می‌یابد ـ تداخل‌های سازنده و ویرانگر امواج صوتی

۴) به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود ـ تداخل‌های سازنده و ویرانگر امواج صوتی

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۰۴ ـ ۱۲۰۴)

در این آزمایش، دو بلندگو که به یک مولّد سیگنال الکتریکی متصل‌اند امواج سینوسی هم‌بسامدی را در فضا منتشر می‌کنند. با حرکت دادن میکروفون در امتداد خط فرضی نشان‌داده‌شده در شکل که در فاصلهٔ مناسبی از بلندگوها قرار دارد درمی‌یابیم که بلندی صدا به‌طور متناوب کم و زیاد می‌شود. علت این پدیده را به‌سادگی می‌توان براساس تداخل‌های سازنده و ویرانگر امواج صوتی توضیح داد.

WWW.ArefOnline.ir

راهنمای مسیرت

از شکل‌های کتاب درسی و توضیحات اون‌ها غافل نشید بچه‌ها. چون اگر یک بار به‌طور دقیق به این موارد حواستون جمع باشه، به‌راحتی می‌تونین این تیپ تست‌ها رو جواب بدین.

ماز

تکمیل: پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۸۶- چند مورد از موارد زیر در مورد پدیدهٔ فوتوالکتریک صحیح می‌باشد؟

الف ـ بنابر دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک با هر موج الکترومغناطیسی بدون توجه به بسامد آن رخ می‌دهد.

ب ـ اگر در بسامد ثابت، شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم انرژی جنبشی الکترون‌های جداشده از فلز تغییر نمی‌کند.

ج ـ با استفاده از موجی با طول موج بلندتر، احتمال رُخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک افزایش می‌یابد.

د ـ با افزایش شدت نور فرودی، اثر فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۲۰۴)

بررسی موارد:

الف) بنابر دیدگاه فیزیک کلاسیک، پدیدهٔ فوتوالکتریک با هر موج الکترومغناطیسی بدون توجه به بسامد آن رخ می‌دهد و این موضوع با تجربه سازگار نیست! (✓)

ب) انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها به بسامد نور فرودی وابسته است و بدون تغییر بسامد، انرژی جنبشی تغییر نمی‌کند. (✓)

ج) با استفاده از موجی با طول موج بلندتر (بسامد کم‌تر) احتمال رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک کاهش می‌یابد. (✗)

د) برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک، بسامد نور فرودی باید از بسامد آستانه بیش‌تر باشد و در هر بسامدی رُخ نمی‌دهد. (✗)

راهنمای مسیرت

حتماً در این تیپ مسائل مربوط به پدیدهٔ فوتوالکتریک، حواستون باشه که درستی یا نادرستی یک عبارت رو از دیدگاه فیزیک کلاسیک مطرح می‌کنه یا فیزیک جدید.

اثر فوتوالکتریک

تا دهه‌های پایانی قرن نوزدهم، بیش‌تر حوزه‌های فیزیک، ازجمله مکانیک نیوتونی، ترمودینامیک و نظریهٔ الکترومغناطیس ماکسول که امروزه با نام فیزیک کلاسیک از آن‌ها یاد می‌شود به صورت‌بندی نهایی خود رسیده بود و به نظر می‌رسید که در توصیف گسترهٔ وسیعی از پدیده‌های فیزیکی کاملاً موفق‌اند. با این حال در آن سال‌ها، پدیده‌هایی مشاهده و آزمایش‌هایی انجام شد که تبیین کامل و درست آن‌ها با نظریه‌های فیزیک کلاسیک ممکن نبود و سبب تغییرات بنیادی در دیدگاه فیزیک‌دانان نسبت به توضیح رفتار برخی از پدیده‌های فیزیکی شد. به‌طوری که در سه دههٔ آغازین قرن بیستم، نتایج این تلاش‌ها به نظریهٔ نسبیت خاص (مربوط به مطالعهٔ پدیده‌ها در تندی‌های بسیار زیاد و قابل‌مقایسه با تندی نور)، نظریهٔ نسبیت عام (مربوط به مطالعهٔ هندسهٔ فضا ـ زمان و گرانش) و نظریهٔ کوانتومی (مربوط به مطالعهٔ پدیده‌ها در مقیاس‌های بسیار کوچک، مانند اتم‌ها و ذره‌های سازندهٔ آن‌ها) منجر شد که امروزه به آن فیزیک جدید می‌گویند. اندکی پس از ظهور این نظریه‌ها، شاخه‌های دیگری مانند فیزیک هسته‌ای، فیزیک ذرات بنیادی و کیهان‌شناسی به‌تدریج به‌وجود آمدند.

WWW.ArefOnline.ir

اثر فوتوالکتریک و فوتون

اگر بر کلاهک برق‌نمایی با بار منفی، نور فرابنفشی تابیده شود، مشاهده می‌شود که انحراف ورقه‌های آن کاهش می‌یابد (شکل «الف») درحالی‌که با تابش نور مرئی، تغییری در انحراف ورقه‌های برق‌نما رخ نمی‌دهد (شکل «ب»). چرا این پدیده‌ها اتفاق می‌افتد؟ آزمایش نشان می‌دهد وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش به سطحی فلزی بتابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند. این پدیدهٔ فیزیک را، اثر فوتوالکتریک و الکترون‌های جداشده از سطح فلز را فوتوالکترون می‌نامند.

شکل «الف»: برهم‌کنش نور فرودی فرابنفش با کلاهک برق‌نما سبب می‌شود تا ورقه‌های آن به‌سرعت به‌هم نزدیک شوند.
شکل «ب»: درحالی‌که برهم‌کنش نور مرئی گسیل‌شده از یک لامپ رشته‌ای تغییری در انحراف ورقه‌های برق‌نما به‌وجود نمی‌آورد.

الکترون‌ها، انرژی نور فرودی را جذب می‌کنند و از سطح فلز خارج می‌شوند.

همان‌طور که در فصل ۳ دیدیم، نور، موجی الکترومغناطیسی است؛ بنابراین می‌توان انتظار داشت هنگام برهم‌کنش موج الکترومغناطیسی (نور فرودی) با سطح فلز، میدان الکتریکی این موج، نیروی $\vec{F} = -e\vec{E}$ به الکترون‌های فلز وارد کند و آن‌ها را به نوسان وادارد. به این ترتیب، وقتی دامنهٔ نوسان برخی از الکترون‌ها به قدر کافی بزرگ شود انرژی جنبشی لازم را برای جدا شدن از سطح فلز پیدا می‌کنند. بنابه این دیدگاه کلاسیکی، این پدیده باید با هر بسامدی رخ دهد درحالی‌که این نتیجه با تجربه سازگار نیست.

یکی دیگر از پیامدهای نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول این است که شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است $(I \propto E^2)$. به این ترتیب انتظار می‌رود به‌ازای یک بسامد معیّن، اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز را افزایش دهیم باید الکترون‌ها با انرژی جنبشی بیش‌تری از فلز خارج شوند، نتیجه‌ای که تجربه آن را تأیید نمی‌کند.

شکست مدل موج الکترومغناطیسی در توضیح برخی پدیده‌ها مانند اثر فوتوالکتریک به این معنی نیست که مدل موجی نور باید کنار گذاشته شود. ولی باید متوجه باشیم که مدل موجی، تمام ویژگی‌های نور را دربر ندارد و به همین دلیل قادر نیست توجیه درستی از تمامی پدیده‌های فیزیکی مرتبط با برهم‌کنش نور با ماده را ارائه کند.

پس از نزدیک به ۲۰ سال که تلاش بسیاری از دانشمندان برای توجیه اثر فوتوالکتریک به کمک مفاهیم و قانون‌های فیزیک کلاسیک به نتیجه نرسیده بود در سال ۱۹۰۵ اینشتین توضیحی قانع‌کننده در مورد این اثر ارائه داد و جایزهٔ نوبل فیزیک سال ۱۹۲۱ میلادی را به‌خاطر تبیین آن دریافت کرد. اینشتین در نظریهٔ فوتوالکتریک خود با توجه به کارهای قبلی پلانک در زمینهٔ تابش گرمایی اجسام، فرض کرد که نور با بسامد f را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی درنظر گرفت. هر بستهٔ انرژی که بعدها فوتون نامیده شد، دارای انرژی‌ای است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E = hf$$

در این رابطه h ثابت پلانک نامیده می‌شود و به‌طور تجربی معلوم شده است که مقدار آن $h = ۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$ است.

بنا بر نظر اینشتین، وقتی نوری تک‌فام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون، انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به‌طور آنی از آن گسیل می‌شود. در این صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج‌شده تبدیل می‌شود.

نکته

هنگامی که نوری با بسامد f به فلزی با بسامد آستانهٔ f_0 (بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد) می‌تابد، سه حالت زیر رخ می‌دهد.

۱- $f > f_0$: در این حالت، فوتون‌های تابیده‌شده حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را دارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد. در این حالت خوب است که نکات زیر را بدانید:

الف) اگر بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها، بسامد موج (f) را افزایش دهیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

WWW.ArefOnline.ir

ب) اگر بدون تغییر در بسامد نور (f)، تعداد فوتون‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد کنیم، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند ولی تعداد الکترون‌های جداشده از فلز افزایش می‌یابد.

۲- $f < f_0$: در این حالت، فوتون‌های تابیده‌شده حداقل انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از فلز را ندارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد. در این حالت خوب است که نکات زیر را بدانید:

الف) اگر بدون تغییر در تعداد فوتون‌ها، بسامد موج (f) را افزایش دهیم، ممکن است پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ بدهد یا ندهد. اگر بسامد نور از بسامد آستانهٔ فلز بیش‌تر یا با آن برابر شود، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

ب) اگر بدون تغییر در بسامد نور (f)، تعداد فوتون‌ها را افزایش دهیم، یعنی شدت نور را زیاد کنیم، با توجه به این‌که اصلاً پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، هیچ تغییری صورت نمی‌گیرد و همچنان هیچ الکترونی از فلز جدا نمی‌شود.

۳- $f = f_0$: در این حالت پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد و کل انرژی هر فوتون صرف کنده شدن الکترون از سطح فلز می‌شود، ولی انرژی جنبشی الکترون‌های جداشده صفر می‌شود.

۸۷- یک لامپ رشته‌ای با توان ۱۰۰W از فاصلهٔ یک کیلومتری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به‌طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر می‌شود و بازدهٔ لامپ ۶ درصد است و فقط ۱ درصد این تابش دارای طول موجی در حدود ۶۰۰nm است. در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد مردمک‌های چشم ناظری می‌شود که در این فاصلهٔ یک کیلومتری قرار دارد؟

($h = 6\times10^{-34}\,J.s$ ، $c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}$ و قطر مردمک چشم را ۲mm درنظر بگیرید.)

۱) 10^{6} ۲) 10^{5} ۳) 5×10^{4} ۴) 2×10^{17}

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۱۷ ـ ۱۲۰۴)

کام اول

ابتدا توان نور مربوط به طول موج ۶۰۰nm را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{نور مفید}} = \frac{6}{100}\times100 = 6\,W \Rightarrow P_{\text{نور موردنظر}} = \frac{1}{100}\times6 = 6\times10^{-2}\,W$$

کام دوم

کل فوتون‌های رسیده به سطح کره‌ای به شعاع ۱km را به‌دست می‌آوریم:

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi\times10^{6}\,m^2$$

$$\xrightarrow{r_{\text{مردمک چشم}}=10^{-3}\,m} A_{\text{مردمک}} = \pi\times10^{-6}\,m^2$$

$$E = Pt = \frac{nhc}{\lambda} \xrightarrow[P=6\times10^{-2}\,W]{t=1s,\lambda=600nm} 6\times10^{-2}\times1 = n\times6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-7}} \Rightarrow n = 2\times10^{17}$$ (کل فوتون‌های روی کره)

کام آخر

با یک تناسب ساده داریم:

فوتون	مساحت
2×10^{17}	کره: $4\pi\times10^{6}\,m^2$
(تعداد فوتون ورودی به یک مردمک چشم) $n = 0/5\times10^{5}$	یک مردمک: $\pi\times10^{-6}\,m^2$

$$\Rightarrow n'_{\text{مردمک‌ها}} = 2\times0/5\times10^{5} = 10^{5}$$

راهنمای مسیر

من هر چی از اهمیت این تست برای امتحان نهایی و کنکور بگم، کم گفتم. مخصوصاً که در تمرینات آخر فصل هم ازش سؤال دارین. خیلی دقیق این تست رو یاد بگیرین.

WWW.ArefOnline.ir

سوتی‌های پرتکرار

اگر تعداد فوتون‌های رسیده به یک مردمک را مدنظر قرار بدهید در دام گزینهٔ (۳) می‌افتین.

کمیت کوانتومی (گسسته)

کمیتی است که مضرب درستی از مقدار پایه یا کوانتوم آن کمیت است. یادتان هست که در فیزیک یازدهم، بار الکتریکی (q) کمیتی کوانتومی بود و کوانتوم آن (مقدار پایه) برابر با بار الکتریکی یک الکترون $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C)$ بود. در مورد انرژی موج الکترومغناطیسی هم می‌توان گفت که کمیتی کوانتومی است و مضرب درستی از انرژی یک فوتون (hf) می‌باشد:

$$E = nhf = nh\frac{c}{\lambda}$$

E : انرژی موج الکترومغناطیسی n : تعداد فوتون‌ها hf : انرژی هر فوتون

نکته

توان تابشی یک نور تک‌فام با بسامد f را به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nhc}{\lambda t}$$

P : توان تابشی E : انرژی موج الکترومغناطیسی t : مدت‌زمان

حالا که توان تابشی رو بلد شدی، شدت تابشی یک نور تک‌فام رو هم یاد بگیر:

$$\text{شدت تابشی } (\frac{W}{m^۲}): \quad I = \frac{P}{A} = \frac{E}{At} \Rightarrow I = \frac{nhf}{At} = \frac{nhc}{\lambda At}$$

ماز

۸۸- رابطهٔ ریدبرگ برای محاسبهٔ کوتاه‌ترین طول موج نور مرئی تابش‌شده از گاز هیدروژن اتمی به‌صورت $\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$ است. حاصل $n - n'$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۳ ـ ۱۲۰۴)

نور مرئی در ناحیهٔ طیف بالمر قرار دارد؛ یعنی مقدار $n' = ۲$ است.

در رشتهٔ بالمر، ۴ خط اول در ناحیهٔ نور مرئی قرار دارند یعنی $n = ۳,۴,۵,۶$ می‌تواند باشد. چون در صورت مسئله گفته شده کوتاه‌ترین طول موج، درنتیجه $n = ۶$ می‌باشد.

مقدار $n - n'$ برابر است با:

$$n - n' = ۶ - ۲ = ۴$$

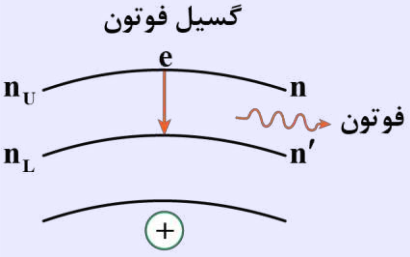
سوتی‌های پرتکرار

اگر به‌اشتباه، کوتاه‌ترین طول موج را مربوط به $n = ۳$ بگیری در دام گزینهٔ (۱) می‌افتی.

فوتون گسیل‌شده

مطابق شکل زیر، هنگامی که در یک اتم، الکترون از لایه‌ای به لایه پایین‌تر منتقل می‌شود، فوتونی با بسامد f و طول موج λ گسیل می‌کند. برای به‌دست آوردن طول موج فوتون گسیل‌شده در اتم هیدروژن می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

معادلهٔ ریدبرگ:



$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \quad \text{یا} \quad \frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$$

λ : طول موج فوتون گسیل‌شده R: ثابت ریدبرگ $\left(R = ۰/۰۱(nm)^{-۱}\right)$

n_L یا n' : شمارهٔ لایهٔ مقصد (لایه پایین‌تر)

WWW.ArefOnline.ir

n_U یا n : شمارهٔ لایه مبدأ (لایه بالاتر)

نکتهٔ ۱

در رابطهٔ ریدبرگ اگر R برحسب $(nm)^{-1}$ جایگذاری شود، λ برحسب (nm) به‌دست می‌آید که معمولاً در سؤالات کنکور طول موج برحسب نانومتر خواسته می‌شود و نیازی به تبدیل واحد نیست.

بر مبنای لایهٔ مقصد، فوتون‌های گسیلی از اتم هیدروژن گروه‌بندی می‌شوند. به هر گروه در اصطلاح یک رشتهٔ اتمی گفته می‌شود و هر رشته را با نام یک دانشمند نام‌گذاری می‌کنند. به‌طور مثال اگر الکترون‌ها از لایهٔ بالاتر به لایهٔ شماره (۱) منتقل شوند، رشتهٔ موردنظر را رشتهٔ لیمان می‌نامند و به الکترون‌ها و فوتون‌های موردنظر به‌ترتیب الکترون لیمان و فوتون لیمان می‌گویند. در جدول زیر نام رشته‌های مختلف به‌همراه پرتوی گسیل‌شده، مشخص است.

نام طیف	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$	۳,۴,۵,...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2})$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2})$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

نکتهٔ ۲

با توجه به جدول بالا، به نکات زیر توجه کنید:

۱- همهٔ فوتون‌های رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند، یعنی طول موج آن‌ها کم‌تر از $400\,nm$ است.

۲- چهار خط طیفی اول رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ در ناحیهٔ مرئی قرار دارند و خط‌های طیفی بعدی آن در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارند.

۳- همهٔ فوتون‌های رشته‌های پاشن $(n'=3)$، براکت $(n'=4)$ و پفوند $(n'=5)$ در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارند، یعنی طول موج آن‌ها از $700\,nm$ بیش‌تر است.

۴- با توجه به چند نکتهٔ بالا می‌توان به نتایج زیر رسید:

الف) اگر اتم هیدروژن، فوتونی فرابنفش تابش کند، این فوتون ممکن است به رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ یا رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ تعلق داشته باشد.

ب) اگر اتم هیدروژن، فوتونی مرئی تابش کند، این فوتون قطعاً مربوط به رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ است.

نکتهٔ ۳

در رابطهٔ $\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)$، با داشتن n'، مقدار n از $n'+1$ (اولین خط طیفی رشتهٔ n') شروع شده و تا بی‌نهایت ادامه پیدا می‌کند.

مثلاً اولین خط طیفی رشتهٔ براکت $(n'=4)$، $n=5$ است. یا مثلاً سومین خط طیفی رشتهٔ بالمر $(n'=2)$، $n=5$ است. پس وقتی شمارهٔ یک خط طیفی از یک رشته را داریم، مقدار n از رابطهٔ شماره خط طیفی $+\,n'$ $=n$ به‌دست می‌آید.

چهارمین خط طیفی رشتهٔ پاشن $\xrightarrow{n'=3}$ $n=3+4=7$

اولین خط طیفی رشتهٔ پفوند $\xrightarrow{n'=5}$ $n=5+1=6$

WWW.ArefOnline.ir

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۱

۴۹- در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در دومین حالت برانگیخته، چند برابر انرژی الکترون در حالت پایه است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۹}$

پاسخ تشریحی:

$n=۲$، اولین حالت برانگیخته و $n=۳$ دومین حالت برانگیخته است.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲}\Rightarrow E_۳=-\frac{E_R}{۳^۲}=-\frac{E_R}{۹}$$

$$E_۱=-E_R\Rightarrow E_۳=\frac{E_۱}{۹}$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته

۱- اگر بیش‌ترین بسامد یا انرژی مربوط به یک رشتهٔ اتم هیدروژن (مثلاً رشتهٔ لیمان) را از ما خواستند، الکترون باید از مدار $n=\infty$ به مدار مقصد برود.

رشتهٔ لیمان: $n'=۱\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ بالمر: $n'=۲\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ پاشن: $n'=۳\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ براکت: $n'=۴\ ,\ n=\infty$

رشتهٔ پفوند: $n'=۵\ ,\ n=\infty$

دقت کنید که بیش‌ترین بسامد یا انرژی، هم‌معنی کوتاه‌ترین طول موج است.

۲- اگر کم‌ترین بسامد یا انرژی مربوط به یک رشتهٔ اتم هیدروژن (مثلاً رشتهٔ لیمان) را از ما خواستند، الکترون باید از نزدیک‌ترین مدار به مدار مقصد برود؛ یعنی باید از $n'+۱$ به n' برود.

رشتهٔ لیمان: $n'=۱\ ,\ n=۲$

رشتهٔ بالمر: $n'=۲\ ,\ n=۳$

رشتهٔ پاشن: $n'=۳\ ,\ n=۴$

رشتهٔ براکت: $n'=۴\ ,\ n=۵$

رشتهٔ پفوند: $n'=۵\ ,\ n=۶$

دقت کنید که کم‌ترین بسامد یا انرژی، هم‌معنی بلندترین طول موج است.

۳- به اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته از اتم هیدروژن، گسترهٔ طول موج‌های آن رشته می‌گویند.

نکته

۱- در اتم هیدروژن، هنگامی که الکترون از مدار برانگیختهٔ n به مدار n' می‌آید و $n'<n$ است، فوتونی تابش می‌کند که طول موج آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right)$$

$$R\simeq ۰/۰۱(nm)^{-۱}$$

۲- با ضرب کردن دو طرف رابطهٔ فوق در سرعت نور (c)، بسامد فوتون تابش‌شده به‌دست می‌آید.

$$\frac{c}{\lambda}=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})\xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}}f=Rc(\frac{۱}{n'^۲}-\frac{۱}{n^۲})$$

WWW.ArefOnline.ir

دقت کنید که در رابطهٔ بالا برای محاسبهٔ بسامد برحسب هرتز (Hz)، باید R برحسب m^{-1} جایگذاری شود.

$$R = ۰/۰۱(nm)^{-1} = ۰/۰۱\times۱۰^{۹}m^{-1} = ۱۰^{۷}m^{-1}$$

۳- فرض کنید در اتم هیدروژن، الکترون یک بار از مدار $n_۱$ به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $f_۱$ تابش می‌کند و بار دوم از مدار $n_۲$ به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $f_۲$ تابش می‌کند. اختلاف این دو بسامد برابر است با:

$$\begin{cases} f_۱ = Rc(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n_۱^{۲}}) \\ f_۲ = Rc(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n_۲^{۲}}) \end{cases} \Rightarrow \Delta f = f_۲ - f_۱ = Rc(\frac{۱}{n_۱^{۲}} - \frac{۱}{n_۲^{۲}})$$

دقت کنید که در رابطهٔ بالا نیز برای محاسبهٔ اختلاف بسامد برحسب هرتز (Hz)، باید R برحسب m^{-1} جایگذاری شود.

آزمون سراسری ریاضی ۱۴۰۰

۵۶- در اتم هیدروژن در رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$، بلندترین طول موج گسیل‌شده، چند نانومتر بیش‌تر از کوتاه‌ترین طول موج این رشته است؟ $[R = ۰/۰۱(nm)^{-۱}]$

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

پاسخ تشریحی:

طبق معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۵}{۳۶}\right) = \frac{۱}{۷۲۰} \Rightarrow \lambda_{max} = ۷۲۰nm$$

$$\frac{۱}{\lambda_{min}} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{\infty^{۲}}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴}\right) = \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow \lambda_{min} = ۴۰۰nm$$

$$\lambda_{max} - \lambda_{min} = ۷۲۰ - ۴۰۰ = ۳۲۰nm$$

پاسخ: گزینهٔ ۲

ماز

۸۹- در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=۳$ قرار دارد. نسبت کم‌ترین طول موج گسیلی به بیش‌ترین طول موج جذبی توسط این الکترون کدام است؟

۱) $\frac{۱۶}{۷}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲۸}$ ۴) $\frac{۱۲۸}{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۳ ـ ۱۲۰۴)

کام اول

وقتی الکترون در تراز $n = ۳$ قرار دارد، کم‌ترین طول موج گسیلی مربوط به انتقال الکترون از تراز ۳ به ۱ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) = R(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{۳^{۲}}) = \frac{۸R}{۹} \Rightarrow \lambda = \frac{۹}{۸R}$$

کام آخر

وقتی الکترون در تراز $n = ۳$ قرار دارد، بیش‌ترین طول موج جذبی مربوط به انتقال الکترون از تراز ۳ به ۴ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{\lambda'} = R(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}) = R(\frac{۱}{۳^{۲}} - \frac{۱}{۴^{۲}}) = \frac{۷R}{۱۴۴} \Rightarrow \lambda' = \frac{۱۴۴}{۷R}$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\frac{۹}{۸R}}{\frac{۱۴۴}{۷R}} = \frac{۷}{۱۲۸}$$

راهنمای مسیرت

فقط خواستم بگم توی این تیپ سؤالات حتماً حواست به واژه‌های «گسیلی» و «جذبی» باشه که باعث می‌شه جواب‌ها زمین تا آسمان فرق داشته باشند و ای‌بسا که در گزینه‌ها هم باشند.

سوتی‌های پرتکرار

اگر نسبت خواسته‌شده رو برعکس حساب کنی در دام گزینهٔ (۲) می‌افتی.

نکته

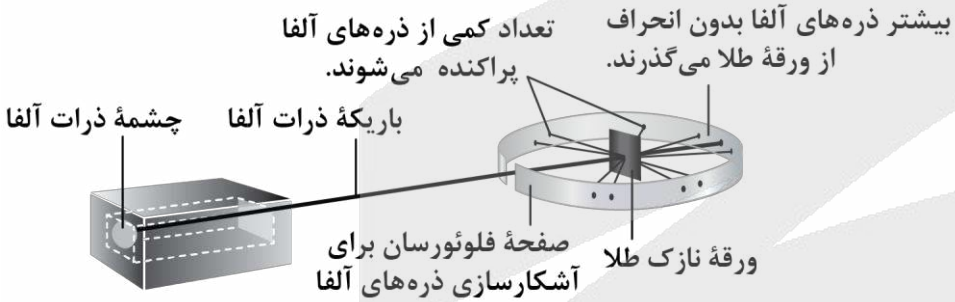
وقتی در اتم هیدروژن، الکترون در تراز nاُم قرار دارد،

۱- بیش‌ترین طول موج گسیلی مربوط به گذار n به $n-۱$ و کم‌ترین طول موج گسیلی مربوط به گذار n به ۱ است.

۲- بیش‌ترین طول موج جذبی مربوط به گذار n به $n+۱$ و کم‌ترین طول موج جذبی مربوط به گذار n به ∞ است.

ماز

۹۰- شکل زیر مربوط به آزمایش ..... است. نتایج این آزمایش با نتایج مدل اتمی تامسون مغایرت ..... . این آزمایش منجر به کشف ..... شد.



۱) بور ـ نداشت ـ ذرات آلفا

۲) بور ـ داشت ـ هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم

۳) رادرفورد ـ داشت ـ ذرات آلفا

۴) رادرفورد ـ داشت ـ هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم

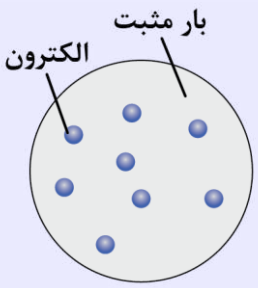
پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۵ ـ ۱۲۰۴)

این آزمایش مربوط به آزمایش پراکندگی رادرفورد است. نتیجهٔ این آزمایش منجر به کشف هسته‌ای چگال با بار مثبت در مرکز اتم شد. این مدل با مدل تامسون مغایرت داشت، چون مدل تامسون فاقد هسته با بار مثبت بود.

مدل‌های اتمی

مدل اتمی تامسون:

تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم آن $\frac{e}{m}$ شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم، همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند، در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی کیک کشمشی هم می‌گویند، زیرا الکترون‌ها مانند دانه‌های کشمش در آن پخش شده‌اند.



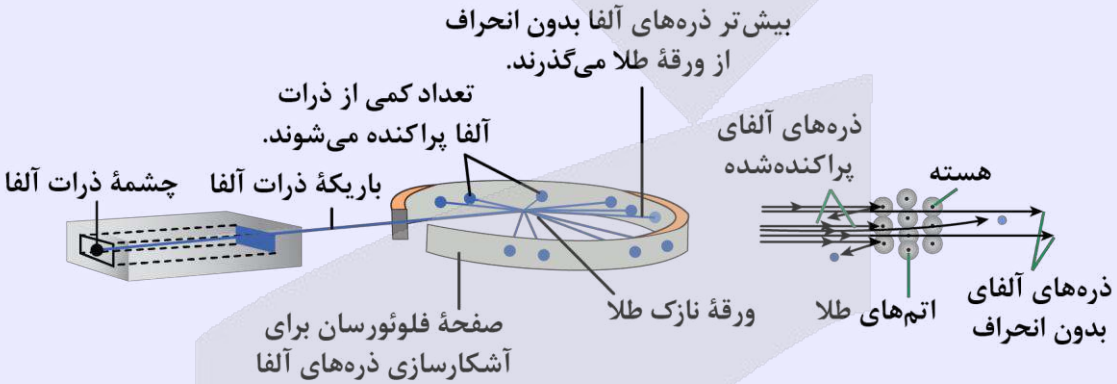
WWW.ArefOnline.ir

نارسایی مدل تامسون:

در مدل تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معیّنی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود، یکی از ناکامی‌های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل‌شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی‌توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقهٔ طلای رادرفورد را توجیه کند.

مدل اتمی رادرفورد:

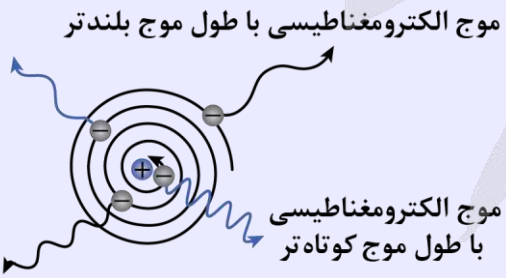
رادرفورد برای بررسی مدل اتمی تامسون آزمایشی را انجام داد. در این آزمایش، باریکه‌ای از ذرات آلفا (هستهٔ اتم هلیم) به سطح ورقهٔ بسیار نازکی از طلا تابانده می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید تعداد زیادی از ذره‌ها بدون انحراف و یا با انحراف کم از ورقهٔ طلا عبور می‌کنند و در برخورد با صفحهٔ فلوئورسان، در پشت ورقهٔ نازک طلا جرقه‌های نورانی تولید می‌کنند؛ اما برخی از ذره‌های آلفا در هنگام خروج از ورقهٔ طلا در زاویه‌های بزرگ منحرف و پراکنده می‌شوند و حتی تعدادی از آن‌ها به عقب برمی‌گردند. رادرفورد از این آزمایش نتیجه گرفت که اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک ($\simeq 10^{-15}\,m$ شعاع) با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به‌نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی رادرفورد را مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.



نارسایی مدل رادرفورد:

۱- عدم توجیه پایداری اتم: اگر الکترون نسبت به هسته ساکن باشد، باید تحت اثر نیروی ربایشی الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند و درنتیجه اتم باید ناپایدار باشد که با واقعیت مطابقت ندارد و اگر الکترون مانند سیاره‌های منظومهٔ خورشیدی که به دور خورشید می‌چرخند، به دور هسته بچرخد بازهم حرکت الکترون ناپایدار خواهد بود؛ زیرا در این حالت حرکت الکترون شتابدار است و بنابر فیزیک کلاسیک، حرکت شتابدار الکترون باعث تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود که بسامد آن با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش امواج الکترومغناطیسی، انرژی الکترون به‌تدریج کاهش یافته و شعاع چرخش آن نیز به‌تدریج کم شده و بازهم الکترون بر روی هسته سقوط می‌کند.

۲- عدم توجیه طیف گسستهٔ اتم: همان‌طور که گفتیم طبق مدل رادرفورد اگر الکترون به‌صورت شتابدار به دور هسته بچرخد، امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند. با کاهش انرژی الکترون، شعاع چرخش آن به‌تدریج کم‌تر شده و بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده به‌تدریج افزایش می‌یابد و به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده، پیوسته باشد که با واقعیت ناسازگار است. به شکل زیر دقت کنید:



WWW.ArefOnline.ir

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۲

۶۴- کدام مورد با توجه به الگوهای اتمی درست است؟

۱) طبق مدل رادرفورد، طیف گسیلی توسط اتم باید پیوسته باشد.

۲) مدل اتمی بور فقط برای اتم هیدروژن درست است.

۳) طبق مدل اتمی تامسون، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است.

۴) مدل اتمی بور می‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

پاسخ تشریحی:

طبق مدل رادرفورد، اگر الکترون‌ها مانند سیاره‌ها به دور خورشید، به دور هسته بچرخند، به‌دلیل حرکت شتابدار، به‌تدریج با تابش طیف پیوسته انرژی خود را از دست می‌دهند و اتم ناپایدار می‌شود؛ بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲- مدل اتمی بور برای هیدروژن‌گونه‌ها نیز درست است؛ مانند He^{+} و Li^{2+} و...

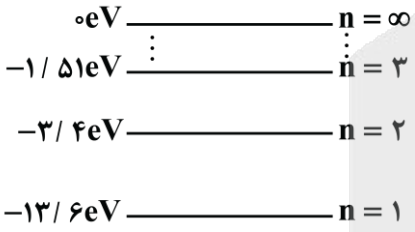
۳- طبق مدل اتمی رادرفورد، اتم دارای هسته‌ای چگال در مرکز اتم است.

۴- مدل اتمی بور نتوانست تفاوت شدت خط‌های گسیلی در طیف گسیلی را توجیه کند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

ماز

۹۱- شکل زیر تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. اگر الکترون از تراز انرژی $-1/51eV$ به تراز پایه جهش کند، طول موج فوتون گسیلی تقریباً چند نانومتر است؟ $(hc=1240eV.nm)$



۱) ۶۵۶

۲) ۱۲۱

۳) ۸۲۱

۴) ۱۰۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۸ ـ ۱۲۰۴)

راه نجات سریع

از معادلهٔ گسیل فوتون از اتم استفاده کن و با توجه به مقادیر انرژی ترازهای مربوطه، به گزینهٔ درست برس.

با توجه به رابطهٔ زیر، می‌توان نوشت:

$$E_U - E_L = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -1/51-(-13/6) = \frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1240}{12/09} \simeq 103nm$$

الگوی اتمی بور

مدل بور:

۱- مسئلهٔ ناپایداری اتم در مدل رادرفورد را حل کرد.

۲- معادلهٔ ریدبرگ برای طیف خطی اتم هیدروژن را نیز توضیح داد.

بور پیشنهاد داد در مقیاس اتمی قوانین مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس باید توسط قوانین دیگری جایگزین یا تکمیل شود.

اصول و مفروضات مدل بور:

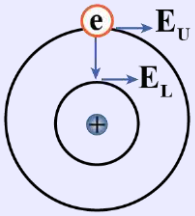
۱- مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم، کوانتیده‌اند. یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معیّنی مجاز هستند.

$$r_n = a_0 n^2 \qquad E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

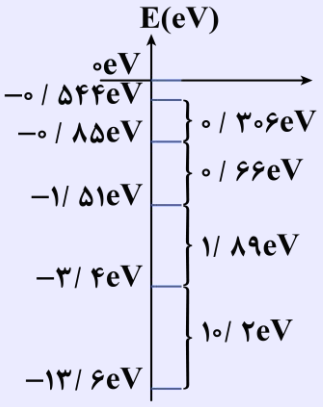
۲- وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود، ازاین‌رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

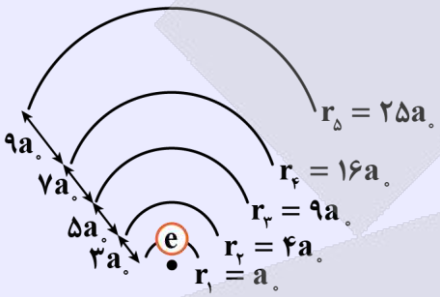
WWW.ArefOnline.ir

۳- الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیش‌تر به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر، یک فوتون تابش می‌شود. در این صورت انرژی فوتون تابش‌شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است.



$$hf = E_U - E_L$$





با دورشدن از هسته:

۱- شعاع مدارهای مانا زیاد می‌شود.

۲- مدارهای مانا از هم دور می‌شوند.

۳- انرژی مدارها افزایش می‌یابد.

۴- ترازهای انرژی به‌هم نزدیک می‌شوند.

با این‌که فاصلهٔ مدارهای نزدیک هسته خیلی کم است ولی برای جهش الکترون انرژی زیادی لازم است چون در این مدارها نیروی جاذبهٔ الکتریکی قوی است.

پایین‌ترین تراز انرژی، حالت پایه نامیده می‌شود و ترازهای بالاتر از آن را حالت‌های برانگیخته می‌نامند.

در اتم هیدروژن و در دمای اتاق، الکترون اغلب در **حالت پایه** قرار دارد. کم‌ترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه، انرژی یونش الکترون نامیده می‌شود.

$$\text{انرژی یونش الکترون} = ۱۳/۶\,eV$$

مقدار پیش‌بینی‌شده توسط مدل بور برای انرژی یونش اتم هیدروژن توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

یکی از موفقیت‌های مدل بور نتیجه‌گیری معادلهٔ ریدبرگ برای طیف خطی گاز هیدروژن اتمی است.

تذکر: اگر الکترون از مدار بالاتر به مدار پایین‌تر برود، چون انرژی آن کم می‌شود، یک فوتون تابش می‌کند. انرژی فوتون گسیل‌شده دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار است. اگر بخواهیم الکترون را به مدار بالاتر ببریم، چون انرژی الکترون زیاد می‌شود، پس یک فوتون جذب می‌کند. انرژی فوتون جذب‌شده دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو مدار است.

در هر دو حالت، طول موج یا انرژی فوتون گسیل‌شده یا جذب‌شده به دو روش زیر قابل‌محاسبه است:

۱- اگر در مسئله، انرژی ریدبرگ را به ما بدهند:

$$hf = E_U - E_L \qquad E_U = \frac{-E_R}{n_U^2} \qquad E_L = \frac{-E_R}{n_L^2}$$

۲- اگر در مسئله، ثابت ریدبرگ را به ما بدهند:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad R = \frac{E_R}{hc}$$

در هر جهش الکترون فقط و فقط یک فوتون جذب یا گسیل می‌کند.

WWW.ArefOnline.ir

تذکر!

تا زمانی که الکترون در قید هسته است، انرژی آن منفی است و هرچه بیش‌تر در قید هسته باشد، انرژی آن منفی‌تر (کم‌تر) است. انرژی الکترونی که از قید هسته آزاد می‌شود (مدار بی‌نهایت)، صفر است و اگر این الکترون حرکت هم داشته باشد، انرژی آن مثبت خواهد شد.

موفقیت‌ها و نارسایی‌های مدل بور

موفقیت‌های مدل بور:

۱- این مدل در تبیین پایداری اتم، طیف گسیلی و جذبی گاز هیدروژن اتمی و محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن با موفقیت همراه است. (توجیه پایداری اتم - ارائه تصویری از حرکت الکترون به دور هسته - توجیه خطی بودن طیف اتمی - توجیه منحصربه‌فرد بودن طیف اتمی - توجیه جذب و گسیل تابش توسط اتم).

۲- مدل بور را می‌توان برای اتم‌های هیدروژن‌گونه به‌کار برد (قابل کاربرد در هر اتم و یون تک‌الکترونی با هر تعداد پروتون در هسته). اتم هیدروژن‌گونه به اتم‌هایی گفته می‌شود که تنها یک الکترون دارند. مثل لیتیم دو بار یونیده‌شده.

۳- مدل بور می‌تواند انرژی یونش و همچنین طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن‌گونه را پیش‌بینی کند که با تجربه سازگاری خوبی دارد (محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن).

نارسایی‌های مدل بور:

۱- این مدل برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد، به‌کار نمی‌رود؛ زیرا در مدل بور نیروی الکتریکی که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند به‌حساب نیامده است.

۲- همچنین مدل بور نمی‌تواند **متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی** را توضیح دهد. برای مثال، مدل بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی با یکدیگر متفاوت است (این الگو هیچ اطلاعی دربارهٔ تعداد فوتون‌هایی که با یک بسامد معیّن گسیل می‌شوند را نمی‌دهد).

ماز

۹۲- در اتم هیدروژن، الکترون از مدار n به مدار n' می‌رود و فوتونی با بسامد $\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{۱۵}\,Hz$ گسیل می‌کند. n و n' به‌ترتیب کدام‌اند؟

$(R = ۰/۰۱ nm^{-۱},\ c = ۳\times ۱۰^{۸}\,\frac{m}{s})$

۱) ۴ و ۲ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۶ و ۱ ۴) ۶ و ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۳ ـ ۱۲۰۴)

کلام اول

ابتدا طول موج گسیلی را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{۱۵}} = ۴/۵\times ۱۰^{-۷}\,m = ۴۵۰ nm$$

با توجه به محدودهٔ طول موج نور مرئی $(۴۰۰ nm \le \lambda_{\text{مرئی}} \le ۷۰۰ nm)$، متوجه می‌شویم این طول موج مربوط به نور مرئی می‌باشد؛ بنابراین مدار مقصد مربوط به رشتهٔ بالمر بوده و $n' = ۲$ است.

کلام آخر

حال می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \Rightarrow \frac{۱}{۴۵۰} = \frac{۱}{۱۰۰}\times\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \Rightarrow n^{۲} = ۳۶ \Rightarrow n = ۶$$

WWW.ArefOnline.ir

راهنمای زرنگ‌بازی

$$\frac{f}{c\times ۱۰^{۹}}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow\frac{\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{۱۵}}{۳\times ۱۰^{۱۷}}=\frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۲}{۹}=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳۶}\Rightarrow n'=۲\ ,\ n=۶$$

۹۳- الکترونی در دومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن قرار دارد. با دریافت $\frac{۵۴۴}{۳}\times ۱۰^{-۲۱}J$ انرژی، شعاع مدار الکترون چند پیکومتر تغییر می‌کند؟ $(E_R=۱۳/۶eV\ ،\ e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C\ و\ a_۰=۵\times ۱۰^{-۱۱}m)$

۱) ۴۵۰ ۲) ۱۳۵۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۸۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ استدلالی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۱۲۷ ـ ۱۲۰۴)

گام اول

ابتدا انرژی داده‌شده را برحسب الکترون ـ ولت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta E=\frac{\frac{۵۴۴}{۳}\times ۱۰^{-۲۱}}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}}=\frac{۵۴۴}{۴۸۰}=\frac{۱۷}{۱۵}eV$$

گام دوم

الکترون ابتدا در مدار $n=۳$ (دومین حالت برانگیخته) قرار دارد. می‌توانیم با نوشتن اختلاف انرژی مدارها با توجه به رابطهٔ $E_n=\frac{-E_R}{n^{۲}}$، شمارهٔ مدار مقصد را به‌دست آوریم:

$$\Delta E=E_n-E_۳=-E_R(\frac{۱}{n^{۲}}-\frac{۱}{۹})=\frac{۱۷}{۱۵}\xrightarrow{E_R=۱۳/۶eV}-۱۳/۶(\frac{۱}{n^{۲}}-\frac{۱}{۹})=\frac{۱۷}{۱۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{n^{۲}}-\frac{۱}{۹}=-\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{n^{۲}}=\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۳۶}\Rightarrow n^{۲}=۳۶\Rightarrow n=۶$$

گام آخر

با استفاده از رابطهٔ $R_n=n^{۲}a_۰$، تغییرات شعاع مدارها را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta R=R_۶-R_۳=a_۰(۳۶-۹)=۲۷a_۰\xrightarrow{a_۰=۵\times ۱۰^{-۱۱}m}\Delta R=۲۷\times ۵\times ۱۰^{-۱۱}m=۱۳۵۰pm$$

راهنمای مسیرت

بچه‌ها طرح این تیپ تست‌ها برای کنکورتون خیلی محتمل است. به‌خصوص که تغییر انرژی رو آوردیم با تغییر شعاع مدار براتون ترکیب کردیم تا شما دید وسیع‌تری نسبت به این بحث پیدا کنید. فقط حواستان باشد که وقتی می‌گوییم الکترون در kامین حالت برانگیخته است، شما باید $n=K+۱$ درنظر بگیرید.

مدل بور

بور مدل اتمی خود را بر مبنای سه اصل زیر مطرح کرد:

اصل ۱: مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم، کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معیّنی مجاز هستند. طبق مدل بور، شعاع مدارها در اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$r_n=n^{۲}a_۰$$

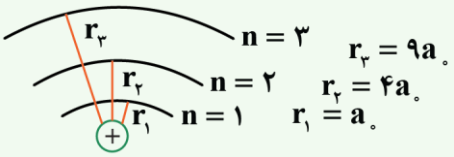
r_n : شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن

WWW.ArefOnline.ir

a_0 : شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن (به‌ازای $n=1$) که به آن شعاع بور نیز می‌گویند $(a_0 = 5/29 \times 10^{-11} m)$.
n : شمارهٔ مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

نکته

با توجه به مدل بور، شعاع لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل زیر است، همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ شعاع لایه‌ها افزایش می‌یابد.



نکته

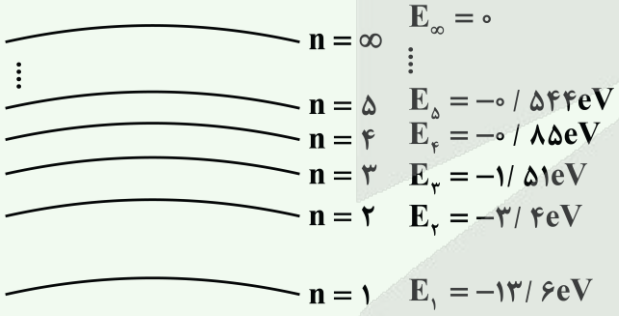
طبق مدل بور، انرژی الکترون در مدارهای اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$

$E_n \leftarrow$ انرژی الکترون در هر لایه از اتم هیدروژن
$E_R \leftarrow$ انرژی الکترون در اولین مدار اتم هیدروژن (انرژی الکترون در $n=1$ برابر $E_1 = -13/6 eV$ است که اندازهٔ آن را معمولاً یک ریدبرگ می‌نامند و با نماد E_R نشان می‌دهند. $(E_R = 13/6 eV)$)
$n \leftarrow$ شمارهٔ مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

نکته

با توجه به مدل بور، انرژی الکترون در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل زیر است. همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ انرژی لایه‌ها کاهش می‌یابد.

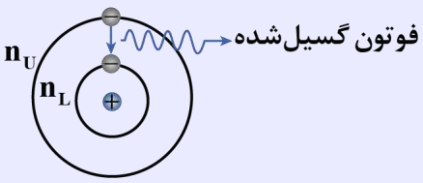


نکته

توصیه می‌کنیم برای سرعت در پاسخ‌گویی به سؤالات این قسمت، انرژی الکترون در پنج لایهٔ اول را به‌خاطر بسپارید.

اصل ۲: وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود. ازاین‌رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

اصل ۳: الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیش‌تر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L)، یک فوتون تابش می‌شود. در این صورت انرژی فوتون تابش‌شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است و داریم:



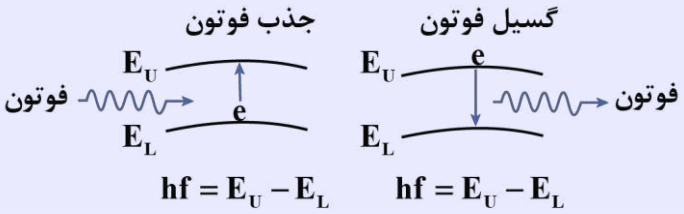
$$E_U - E_L = hf \quad \text{(معادلهٔ گسیل فوتون از اتم)}$$

$E_U \leftarrow$ انرژی الکترون در لایهٔ بالاتر $E_L \leftarrow$ انرژی الکترون در لایهٔ پایین‌تر $hf \leftarrow$ انرژی فوتون گسیل‌شده

هنگامی که الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی $(n=1)$ قرار گرفته است، در اصطلاح می‌گویند الکترون در حالت پایه قرار دارد و هنگامی که الکترون در ترازهای انرژی بالاتر $(n=2,3,\ldots)$ قرار می‌گیرد، در اصطلاح می‌گویند الکترون برانگیخته شده است.

WWW.ArefOnline.ir

هنگامی که الکترون از یک لایه با انرژی بیش‌تر (E_U) به لایه‌ای با انرژی کم‌تر (E_L) منتقل می‌شود، فوتون، گسیل می‌کند و برای این‌که الکترون از لایه‌ای با انرژی کم‌تر (E_L) به لایه‌ای با انرژی بیش‌تر (E_U) منتقل شود باید فوتون جذب کند؛ به عبارت دیگر داریم:



در اتم هیدروژن انرژی مورد نیاز برای انتقال الکترون از حالت پایه $(n=1)$ به بالاترین حالت برانگیخته $(n=\infty)$ برابر $13/6eV$ است.

صرف این مقدار انرژی باعث جدا شدن الکترون از اتم می‌شود و یون مثبت هیدروژن (H^+) تشکیل می‌شود. این کم‌ترین انرژی لازم برای خارج کردن الکترون از حالت پایه، انرژی یونش الکترون نامیده می‌شود. برای به‌دست آوردن انرژی یونش الکترون‌هایی که در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن قرار می‌گیرند می‌توانیم به‌صورت زیر عمل کنیم:

$$\begin{cases} E_n = \dfrac{-E_R}{n^2} \\ E_\infty = 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta E = E_\infty - E_n = \frac{E_R}{n^2}$$

نکته

مقدار پیش‌بینی‌شده توسط مدل بور برای انرژی یونش اتم هیدروژن، توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور تیرماه ۱۴۰۲

۶۵- طبق مدل اتمی بور، الکترون در اتم هیدروژن، از مدار $n'=2$ به $n=5$ می‌رود. شعاع مدار حرکت الکترون به‌ترتیب چند برابر می‌شود و انرژی الکترون در این جابه‌جایی چند الکترون ـ ولت تغییر می‌کند؟ $(E_R = 13/6eV)$

۱) $\frac{5}{2}$ و $4/08$ ۲) $\frac{25}{4}$ و $4/08$ ۳) $\frac{5}{2}$ و $2/856$ ۴) $\frac{25}{4}$ و $2/856$

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطه‌های $r_n = n^2 a_0$ و $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ می‌توان نوشت:

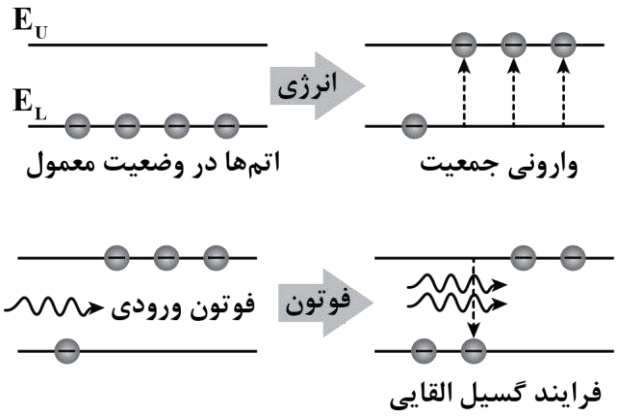
$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_2 = 4a_0 \\ r_5 = 25a_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{r_5}{r_2} = \frac{25}{4}$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{E_R = 13/6eV} \begin{cases} E_2 = -\dfrac{13/6}{4} = -3/4eV \\ E_5 = \dfrac{-13/6}{25} = -0/544eV \end{cases} \Rightarrow E_5 - E_2 = -0/544 - (-3/4) = 2/856eV$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

WWW.ArefOnline.ir

۹۴- شکل زیر فرایند ایجاد باریکهٔ لیزر را به‌طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با آن صحیح است؟



الف ـ منظور از عبارت «اتم‌ها در وضعیت معمول»، این است که اتم‌ها در حالت عادی هستند و برانگیخته نشده‌اند.

ب ـ منظور از عبارت «وارونی جمعیت»، این است که تعداد اتم‌های برانگیخته‌شده بیش‌تر از تعداد اتم‌ها در حالت معمول است.

ج ـ انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً برابر اختلاف انرژی ترازهای E_U و E_L باشد.

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۳۲ ـ ۱۲۰۴)

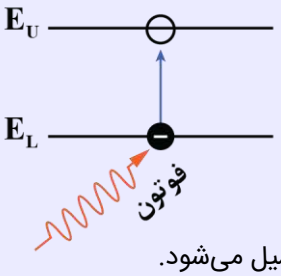
هر سه عبارت در رابطه با لیزر و گسیل القایی صحیح هستند.

راهنمای مسیرت

بچه‌ها توصیه می‌کنم این ۴ تا شکل رو با جزئیات کامل در حافظهٔ تصویریتون ثبت کنید. مفاهیم مربوط به هر شکل رو خوب بلد باشین تا در مورد سؤالات مربوط به لیزر، هم در کنکور و هم در امتحان نهایی، عملکرد عالی داشته باشین.

لیزر

الف) فرایند جذب فوتون: وقتی یک الکترون از تراز انرژی پایین‌تر به تراز انرژی بالاتر جهش می‌کند، یک فوتون جذب می‌شود. انرژی فوتون جذب‌شده دقیقاً برابر با اختلاف انرژی دو تراز است.

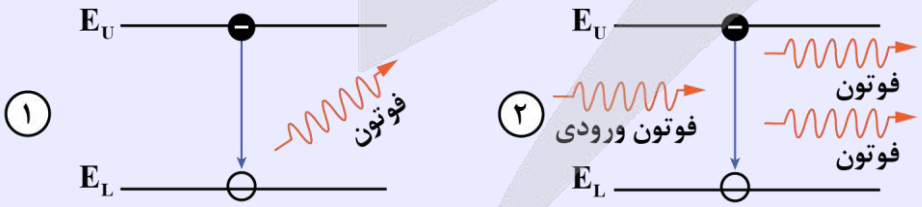


ب) فرایند گسیل فوتون: وقتی یک الکترون از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر جهش می‌کند یک فوتون گسیل می‌شود.

انواع گسیل:

۱- گسیل خودبه‌خود: در گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود. (شکل (۱))

۲- گسیل القایی: در گسیل القایی، یک فوتون ورودی، الکترون برانگیخته را تحریک یا القا می‌کند تا تراز انرژی خود را تغییر دهد و به تراز پایین‌تر برود. برای گسیل القایی، انرژی فوتون ورودی باید دقیقاً با اختلاف انرژی‌های دو تراز، یکسان باشد. (شکل (۲))



ویژگی‌های گسیل القایی

۱- یک فوتون وارد و دو فوتون خارج می‌شود، درنتیجه این فرایند تعداد فوتون‌ها را افزایش می‌دهد و نور را تقویت می‌کند.

۲- فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

۳- فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی همگام یا دارای همان فاز است.

فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌بسامد، هم‌جهت و هم‌فاز هستند.

در گسیل القایی، یک چشمهٔ انرژی خارجی مناسب باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی ازجمله درخشش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود.

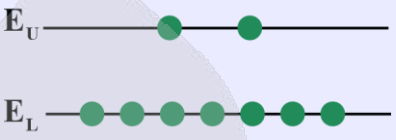
WWW.ArefOnline.ir

وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به **ترازهای شبه‌پایدار** نسبت به تراز پایین‌تر، بسیار بیش‌تر باشند.

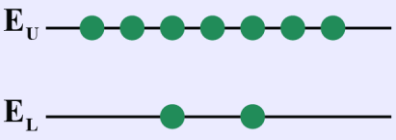
در ترازهای شبه‌پایدار، الکترون‌ها مدت‌زمان بسیار طولانی‌تری نسبت به حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیش‌تری برای افزایش وارونی جمعیت و درنتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند.

۱- حالت برانگیختهٔ معمولی: به‌طور معمول و در دمای اتاق، بیش‌تر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.

۲- حالت وارونی جمعیت: در وضعیتی که وارونی جمعیت به‌وجود آید، بیش‌تر الکترون‌ها در تراز بالاتری در مقایسه با تراز پایین‌تر قرار دارند.



۱- حالت برانگیختهٔ معمولی

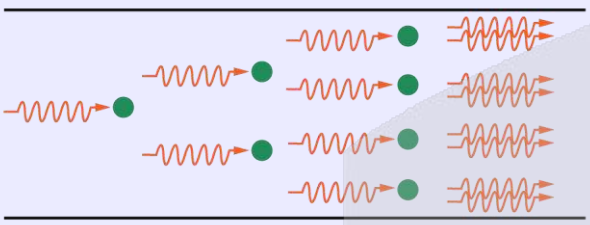


۲- حالت وارونی جمعیت

کاربردهای لیزر

چاپگرها، نگاشتن اطلاعات روی CD و DVDها و خواندن آن‌ها، شبکه‌های کابل نوری، اندازه‌گیری دقیق طول، دستگاه‌های جوشکاری و برشکاری (برش فلزات)، آزمایش‌های فیزیک و پژوهش‌های علمی، نجوم، سرگرمی و همچنین در حرفهٔ پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، چشم‌پزشکی (اصلاح دید چشم) و دندان‌پزشکی.

لیزر، نور مرئی است و اساس کار آن **گسیل القایی** می‌باشد.



n = تعداد فوتون‌های خروجی از دهانهٔ لیزر

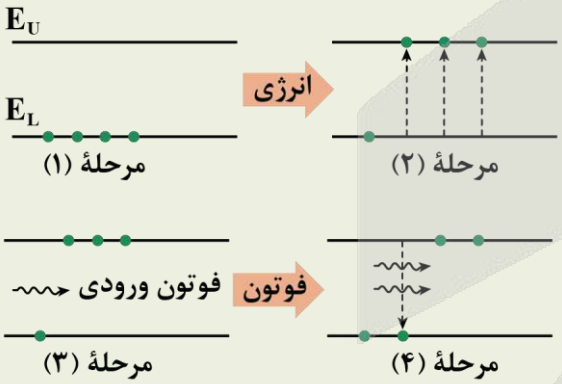
$n-1$ = تعداد الکترون‌هایی که فرایند گسیل القایی را انجام داده‌اند.

$$\text{توان مفید لیزر} = P = \frac{nhf}{t}$$

$$\text{راندمان لیزر} = Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times ۱۰۰$$

آزمون سراسری تجربی ۱۴۰۲

شکل زیر، فرایند ایجاد باریکهٔ لیزری را به‌طور طرح‌وار در ۴ مرحله نشان می‌دهد. نام مرحلهٔ ۲ و ۴ کدام است؟



۱) وارونی جمعیت و فرایند گسیل القایی

۲) برانگیختهٔ معمولی و فرایند گسیل القایی

۳) وارونی جمعیت و فرایند گسیل خودبه‌خود

۴) برانگیختهٔ معمولی و فرایند گسیل خودبه‌خود

پاسخ تشریحی:

مرحلهٔ (۲) وارونی جمعیت را نشان می‌دهد که در آن بیش‌تر الکترون‌ها در حالت برانگیخته قرار دارند.

مرحلهٔ (۴) گسیل القایی را نشان می‌دهد که در آن، تابش یک فوتون ورودی باعث گسیل فوتون جدیدی می‌شود و درنهایت دو فوتون خارج می‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۱

WWW.ArefOnline.ir

۹۵- چه تعداد از عبارات زیر صحیح هستند؟

الف ـ در میان عناصر ناپایدار با $Z > ۸۳$، توریم و اورانیم تنها عناصری هستند که واپاشی آن‌ها چنان کند است که تا امروز فقط مقادیر کمی از آن‌ها به عناصر سبک‌تر تبدیل شده‌اند.

ب ـ نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد بوده و مستقل از بار الکتریکی است.

ج ـ نیروی هسته‌ای مانع از هم پاشیدن هسته می‌شود.

د ـ خواص شیمیایی هر اتم را تعداد نوترون‌های هسته تعیین می‌کند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴۰ ـ ۱۲۰۴)

تمامی موارد به‌جز مورد «د» صحیح هستند.

بررسی موارد نادرست:

د) تعداد پروتون‌های هسته، خواص شیمیایی اتم را تعیین می‌کند. (✗)

ساختار هسته

با ساختار هسته در درس شیمی آشنا شدین. ما اینجا بیش‌تر از جنبهٔ درس فیزیک بررسیش می‌کنیم ولی خب اگر شیمیتون خوب باشه، حسابی بهتون کمک می‌کنه. یادتان هست که گفتیم در فیزیک هسته‌ای با ساختار، برهم‌کنش‌ها و واپاشی هسته‌های اتمی سروکار داریم. با توجه به شکل زیر، اتم از دو قسمت هسته و ابر الکترونی تشکیل شده است که هستهٔ اتم در مرکز آن واقع شده است. ابعاد اتم تقریباً از مرتبهٔ $۱۰^{-۱۰}\,m$ ابعاد هستهٔ اتم تقریباً از مرتبهٔ $۱۰^{-۱۵}\,m$ است. پس شعاع هستهٔ اتم، تقریباً $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}$ شعاع اتم است.

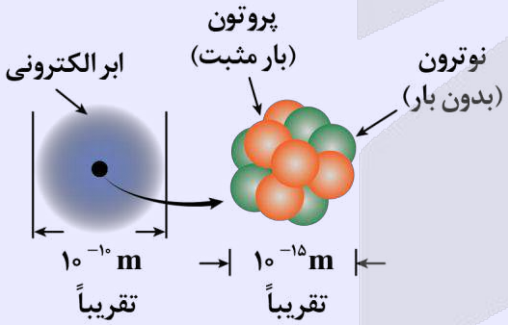
با دقت در شکل زیر می‌توان فهمید که حجم کل هسته بسیار کوچک‌تر از حجم کل اتم است.

نوکلئون: هستهٔ اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به‌طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.

نوترون که توسط جیمز چادویک، فیزیک‌دان انگلیسی کشف شد، بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیش‌تر از جرم پروتون است.

جرم اتم‌ها و همچنین اجزای تشکیل‌دهندهٔ اتم را، افزون بر یکای کیلوگرم با یکای جرم اتمی نیز بیان می‌کنند.

یکای جرم اتمی را با u یا amu نشان می‌دهند که برابر با $\frac{۱}{۱۲}$ جرم اتم کربن ۱۲ است.



برخی از ویژگی‌های فیزیکی ذرات تشکیل‌دهندهٔ اتم:

ذره	بار الکتریکی (C)	جرم	
		کیلوگرم (kg)	یکای جرم اتمی (u)
الکترون	$-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$	$۹/۱۰۹۳۸۹\times۱۰^{-۳۱}$	$۵/۴۸۵۸\times۱۰^{-۴}$
پروتون	$+۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$	$۱/۶۷۲۶۲۲\times۱۰^{-۲۷}$	۱/۰۰۷۲۷۶
نوترون	۰	$۱/۶۷۴۹۲۹\times۱۰^{-۲۷}$	۱/۰۰۸۶۶۴

اندکی اختلاف

$$۱\,amu = ۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷}\,kg$$

تعداد پروتون‌های هسته را عدد اتمی (Z) می‌نامند و در عنصرهای مختلف متفاوت است. در یک اتم خنثی، تعداد پروتون‌های هسته با تعداد الکترون‌های دور هسته برابر است. تعداد نوترون‌های هسته، عدد نوترونی (N) نامیده می‌شود. همچنین مجموع تعداد کل پروتون‌ها و نوترون‌ها را عدد جرمی (A) می‌نامند.

WWW.ArefOnline.ir

$$\underbrace{A}_{\text{تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها (عدد جرمی)}} = \underbrace{Z}_{\text{تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی)}} + \underbrace{N}_{\text{تعداد نوترون‌ها (عدد نوترونی)}}$$

برای یک عنصر با نماد شیمیایی X، نماد هسته به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

عدد جرمی $\rightarrow A$ ، نماد عنصر $\leftarrow X$
عدد اتمی $\rightarrow Z$ ، عدد نوترونی $\leftarrow N$

ایزوتوپ‌ها:

ویژگی‌های هسته را تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن (عدد جرمی (A)) تعیین می‌کند. خواص شیمیایی هر اتم را تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی (Z)) تعیین می‌کند. به همین سبب هسته‌هایی که تعداد پروتون مساوی ولی تعداد نوترون متفاوت دارند خواص شیمیایی یکسانی دارند، درنتیجه این هسته‌ها در جدول تناوبی عناصر هم‌مکان هستند و بنابراین ایزوتوپ (هم‌مکان) نامیده می‌شوند. به‌طور مثال، کربن به دو صورت پایدار و با درصدهای فراوانی بسیار متفاوتی در طبیعت یافت می‌شود که یکی از ۶ پروتون و ۶ نوترون $({}^{12}_{6}C)$، و دیگری از آن‌ها از ۶ پروتون و ۷ نوترون $({}^{13}_{6}C)$ تشکیل شده است. این دو هسته، ایزوتوپ‌های کربن هستند. جرم‌های اتمی درج‌شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است که با توجه به درصد فراوانی آن‌ها حساب شده‌اند. به‌جز هیدروژن، ایزوتوپ‌های مختلف یک هسته را با نام همان هسته مشخص می‌کنند. حواستان باشد که ایزوتوپ‌ها با روش‌های شیمیایی قابل جداسازی نیستند.

ایزوتوپ‌های مختلف چند عنصر و درصد فراوانی آن‌ها در طبیعت

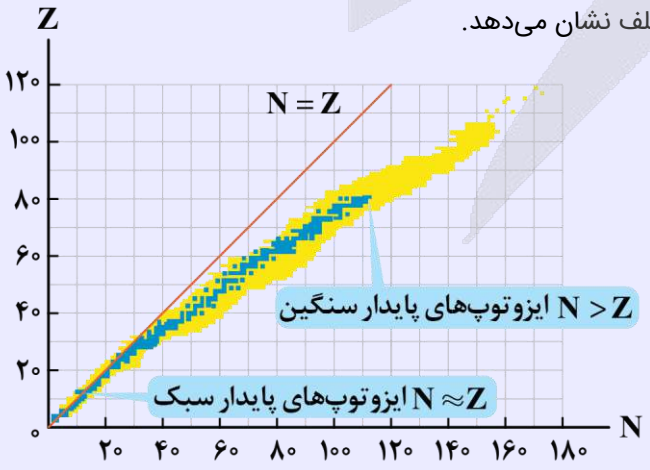
نام عنصر	نماد	Z	N	درصد فراوانی در طبیعت	نام عنصر	نماد	Z	N	درصد فراوانی در طبیعت
هیدروژن ۱	H	۱	۰	۹۹/۹۸۸۵	کربن ۱۳	${}^{13}C$	۶	۷	۱/۰۷
دوتریم (هیدروژن ۲، ${}^{2}H$)	D	۱	۱	۰/۰۱۱۵	کربن ۱۴	${}^{14}C$	۶	۸	یافت نمی‌شود.
تریتیم (هیدروژن ۳، ${}^{3}H$)	T	۱	۲	بسیار نادر	اورانیم ۲۳۵	${}^{235}U$	۹۲	۱۴۳	۰/۷۱۶
کربن ۱۲	${}^{12}C$	۶	۶	۹۸/۹۳	اورانیم ۲۳۸	${}^{238}U$	۹۲	۱۴۶	۹۹/۲۸۴

نیروی هسته‌ای

به نیروی جاذبه‌ای که نوکلئون‌های هسته را در کنار هم نگه می‌دارد، نیروی هسته‌ای می‌گویند. این نیرو کوتاه‌برد است و در ابعاد هسته اثر می‌کند. هم‌چنین مستقل از بار الکتریکی است و تفاوتی بین پروتون و نوترون برای این نیرو، نیست.

چون نیروی الکتروستاتیکی بلندبرد است، با بزرگ‌تر شدن هسته، نیروی دافعه کولنی نیز بزرگ‌تر می‌شود و هسته ناپایدار می‌شود. به همین دلیل در هسته‌های پایدار بزرگ‌تر، تعداد نوترون‌ها از تعداد پروتون‌ها بیش‌تر است.

شکل مقابل نحوهٔ تغییرات عددهای اتمی و نوترونی را برای هسته‌های مختلف نشان می‌دهد.



${}^{209}_{83}Bi$ پایدارترین هسته با بیش‌ترین عدد اتمی است.

WWW.ArefOnline.ir

۹۶- در مورد ذرات آلفا کدام گزینه صحیح است؟

۱) تابش‌های الکترومغناطیسی هسته هستند.

۲) ذرات دارای بار الکتریکی منفی هستند.

۳) ذرات با بار مثبت هستند.

۴) ذرات بدون بار الکتریکی و جرمی تقریباً برابر با چهار پروتون هستند.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴۲ ـ ۱۲۰۴)

ذرات آلفا درواقع هستهٔ اتم هلیم، یعنی $^{4}_{2}He^{2+}$ است. پس دارای بار الکتریکی مثبت هستند.

راهنمای مسیرت

فصل ۴ فیزیک ۳، سؤالات حفظی زیادی در دل خودش داره. اگر یک بار با دقت متن کتاب رو بخونید، مثل آب خوردن از پس این تیپ تست‌ها برمیاین و لذت می‌برین. بچه‌ها با کتاب درسی خیلی مهربون باشین.

واپاشی

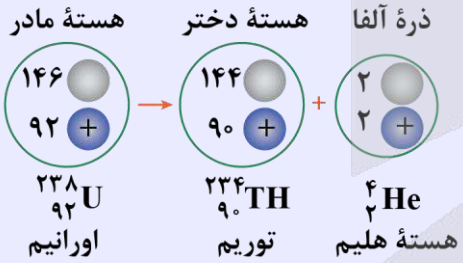
واپاشی α

۱- این واپاشی، در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

۲- پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم $(^{4}_{2}He)$ هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

۳- برد پرتوهای α کوتاه است. این ذرات پس از طی مسافتی کوتاه در حدود ۱cm تا ۲cm در هوا یا هنگام عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. پرتوهای α کم‌ترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز $(0/01mm)$ متوقف می‌شوند.

۴- اگر ذره‌های α از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند، باعث آسیب‌های شدید به بدن خواهند شد. به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \quad (\text{واپاشی } \alpha)$$

واپاشی β^-

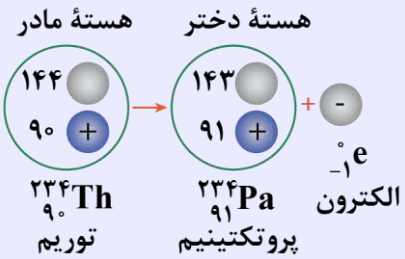
۱- این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

۲- پرتوهای β^- درواقع همان الکترون‌ها هستند.

۳- پرتوهای β^- مسافت خیلی بیش‌تری را نسبت به پرتوهای α در سرب نفوذ می‌کنند. تقریباً پرتوهای β^- می‌توانند مسافتی در حدود $0/1mm$ در سرب نفوذ کنند.

۴- الکترون گسیل‌شده در این واپاشی یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به‌وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به یک پروتون و یک الکترون تبدیل شود.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-} \quad (\text{واپاشی } \beta^{-1})$$

WWW.ArefOnline.ir

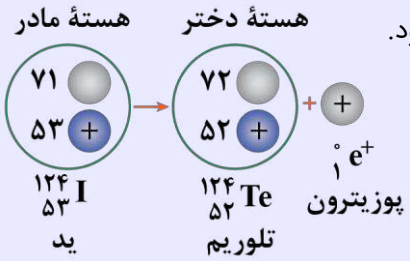
واپاشی β^+

۱- در این واپاشی، ذرهٔ گسیل‌شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به‌جای بار $-e$ دارای بار الکتریکی $+e$ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

۲- مسافتی که پرتوهای β^+ در سرب نفوذ می‌کنند مانند β^- در حدود $0/1mm$ است.

۳- هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e^{+} \quad (\text{واپاشی } \beta^+)$$

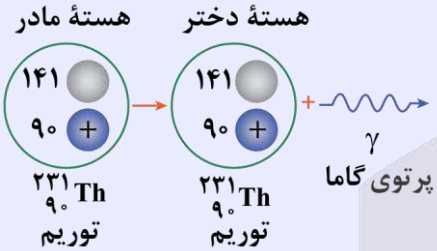
واپاشی γ

۱- اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند.

۲- پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پرانرژی تشکیل شده‌اند.

۳- پرتوهای گاما بیش‌ترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی به ضخامت $100mm$ عبور کنند.

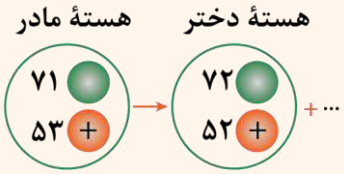
به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید:



$$_{Z}^{A}X^{*} \rightarrow {}_{Z}^{A}X + \gamma \quad (\text{واپاشی } \gamma)$$

یه نمونهٔ باحال

شکل مقابل، واپاشی ید ۱۲۴ را نشان می‌دهد. نام ذرهٔ گسیل‌شده، در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟



۱) آلفا
۲) گاما
۳) پوزیترون
۴) الکترون

پاسخ تشریحی:

با توجه به واپاشی انجام‌شده می‌توان نوشت:

$$_{53}^{124}I \rightarrow {}_{52}^{124}Te + {}_{Z}^{A}X \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = 1 \end{cases} \Rightarrow {}_{+1}^{0}X = {}_{+1}^{0}\beta = \text{پوزیترون}$$

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته

در شکل زیر، یک مادهٔ پرتوزا در محفظه‌ای قرار گرفته است و سه پرتوی آلفا (α)، بتای منفی (β^-) و گاما (γ) را تابش می‌کند. به نکات زیر توجه کنید.

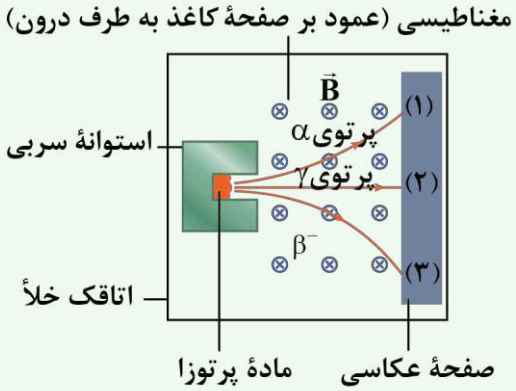
۱- پرتوی γ از جنس امواج الکترومغناطیسی است و بار الکتریکی ندارد؛ بنابراین در میدان مغناطیسی منحرف نمی‌شود و در مسیر مستقیم حرکت می‌کند.

۲- پرتوی α از جنس هستهٔ اتم هلیم است و دارای بار مثبت می‌باشد؛ بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست، در میدان مغناطیسی نشان‌داده‌شده به‌طرف بالا منحرف می‌شود.

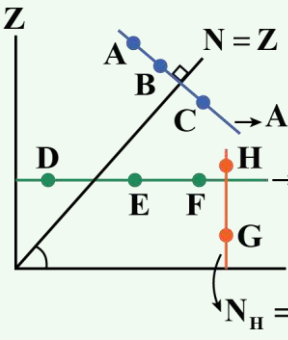
۳- پرتوی β^- از جنس الکترون است و دارای بار منفی می‌باشد؛ بنابراین در میدان مغناطیسی نشان‌داده‌شده به سمت پایین منحرف می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

۴- جرم ذرات α بسیار بیش‌تر از جرم ذرات β^- است، به همین دلیل میزان انحراف α کم‌تر از انحراف β^- می‌باشد.



نکته



تمام نقاط روی این خط، عدد جرمی یکسانی دارند. $A_A = A_B = A_C$

تمام نقاط روی این خط، عدد اتمی یکسانی دارند (ایزوتوپ هستند). $Z_E = Z_F = Z_D$

تمام نقاط روی این خط، عدد نوترونی یکسانی دارند. $N_H = N_G$

نام واپاشی	ذره یا پرتوی تابش‌شده	هستهٔ مادر	هستهٔ دختر	تغییر مکان در جدول تناوبی عنصرها	معادلهٔ واکنش	انحراف در میدان مغناطیسی	نفوذپذیری در سرب	اتفاقات واکنش
آلفازا	${}^{4}_{2}He$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A-4}_{Z-2}Y$	دو خانه به عقب	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$	α x x / x x	۰/۰۱mm	هسته دو پروتون و دو نوترون از دست می‌دهد
بتازای منفی	${}^{0}_{-1}e^-$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A}_{Z+1}Y$	یک خانه به جلو	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^-$	β^- x x / x x	۰/۱mm	یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود و عدد اتمی هسته یک واحد افزایش می‌یابد.
بتازای مثبت	${}^{0}_{+1}e^+$	${}^{A}_{Z}X$	${}^{A}_{Z-1}Y$	یک خانه به عقب	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+$	β^+ x x / x x	۰/۱mm	یک پروتون به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود و عدد اتمی هسته یک واحد کاهش می‌یابد.

WWW.ArefOnline.ir

۹۷- یکی از ذرات آلفا، بتا یا گاما که نفوذ کم‌تری دارد، توسط هستهٔ اورانیم ($^{238}_{92}U$) تابش می‌شود. پس از تابش این ذره، تعداد نوترون‌های هستهٔ جدید ایجادشده با تعداد پروتون‌های آن چقدر اختلاف دارد؟

۱) ۹۰ ۲) ۱۴۴ ۳) ۵۴ ۴) ۵۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴۵ ـ ۱۲۰۴)

کام اول

در بین این ذرات، ذرهٔ آلفا قدرت نفوذ کم‌تری دارد؛ بنابراین در این واپاشی با گسیل ذرهٔ آلفا، عدد اتمی ۲ واحد و عدد جرمی ۴ واحد کاهش می‌یابد. با توجه به معادلهٔ واپاشی α داریم:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}\alpha$$

مقدار A و Z هستهٔ جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$238 = A + 4 \Rightarrow A = 234$$

$$92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90$$

کام آخر

طبق صورت مسئله، اختلاف تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هستهٔ جدید را به‌دست می‌آوریم:

$$N = A - Z = 234 - 90 = 144$$

$$N - Z = 144 - 90 = 54$$

۹۸- اگر یک عنصر پرتوزا، ۲ ذرهٔ β^- و ۲ ذرهٔ α تابش کند، در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱) عدد اتمی آن ۶ واحد افزایش می‌یابد.
۲) عدد اتمی آن ۲ واحد افزایش می‌یابد.
۳) عدد جرمی آن ۶ واحد کاهش می‌یابد.
۴) عدد جرمی آن ۸ واحد کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴۵ ـ ۱۲۰۴)

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + 2(^{4}_{2}\alpha) + 2(^{0}_{-1}\beta)$$

$A = A' + 8 \Rightarrow A' = A - 8 \Rightarrow$ عدد جرمی ۸ واحد کاهش می‌یابد.

$Z = Z' + 4 - 2 \Rightarrow Z' = Z - 2 \Rightarrow$ عدد اتمی ۲ واحد کاهش می‌یابد.

راهنمای مسیرت

در تمام واپاشی‌ها، با توجه به موازنهٔ عددهای جرمی و عددهای اتمی، می‌تونیم به‌راحتی، سؤال رو حل کنیم. پس با مرور کامل واپاشی‌ها و دقت در موازنهٔ اون‌ها، خیالتون از این تیپ تست‌ها راحت می‌شه.

۹۹- میزان کربن-۱۴ موجود در یک قطعه چوب باستانی، ۲۵ درصد مقدار موجود در درختان زنده، اندازه‌گیری شده است. اگر نیمه‌عمر کربن-۱۴ برابر ۵۸۰۰ سال باشد، این قطعه چوب چند سال قدمت دارد؟

۱) ۲۹۰۰ ۲) ۱۱۶۰۰ ۳) ۱۴۵۰ ۴) ۲۳۲۰۰

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴۷ ـ ۱۲۰۴)

از آنجایی که در نمونهٔ مورد بررسی، ۲۵ درصد کربن باقی مانده؛ درنتیجه $N=\frac{۲۵}{۱۰۰}N_۰=\frac{N_۰}{۴}$ است و داریم:

$$N=\frac{N_۰}{۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}}\Rightarrow\frac{N_۰}{۴}=\frac{N_۰}{۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}}\Rightarrow ۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}=۴\Rightarrow\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}=۲\Rightarrow t=۲T_{\frac{۱}{۲}}=۱۱۶۰۰\ \text{سال}$$

جرقهٔ ذهنی

۲۵ درصد یعنی $\frac{۱}{۴}$ برابر و این به‌معنای ۲ تا نیمه‌عمر است:

$$۲T_{\frac{۱}{۲}}=۲\times۵۸۰۰=۱۱۶۰۰\ \text{سال}$$

نیمه‌عمر

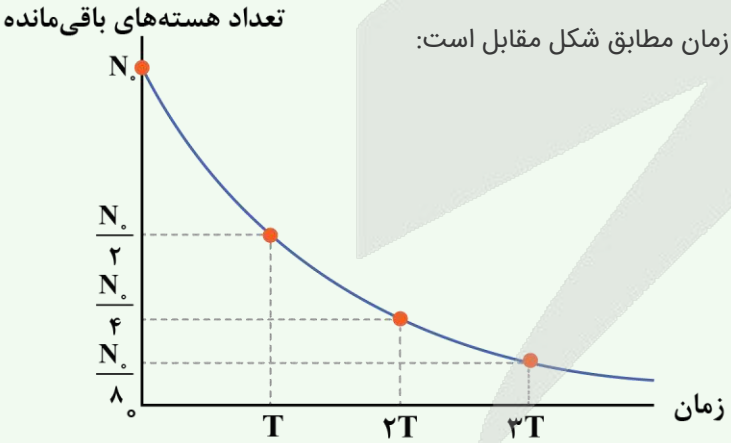
نیمه‌عمر، مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه به نصف برسند و آن را با $T_{\frac{۱}{۲}}$ نشان می‌دهند.

اگر تعداد هسته‌های اولیه در یک نمونه $N_۰$ باشد، بعد از گذشت زمان n نیمه‌عمر $\left(n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\right)$ تعداد هسته‌های باقی‌مانده برابر با $N=N_۰(\frac{۱}{۲})^n$ است.

زمان	۰	$T_{\frac{۱}{۲}}$	$۲T_{\frac{۱}{۲}}$	$۳T_{\frac{۱}{۲}}$	$۴T_{\frac{۱}{۲}}$	...
N	$N_۰$	$\frac{N_۰}{۲}$	$\frac{N_۰}{۴}$	$\frac{N_۰}{۸}$	$\frac{N_۰}{۱۶}$	...

نکته

۱- نمودار تعداد هسته‌های فعال باقی‌ماندهٔ یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل مقابل است:



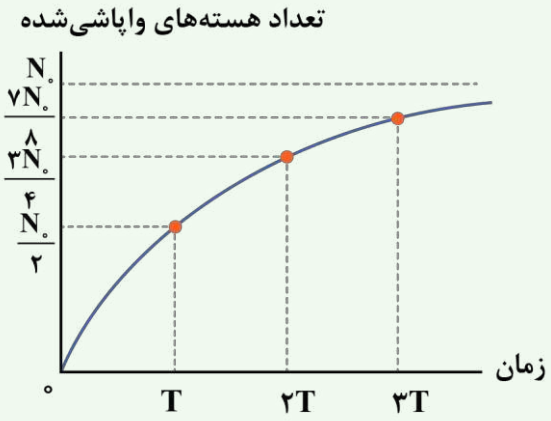
اختلاف تعداد هسته‌های مادر اولیه در نمونهٔ پرتوزا و هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده برابر تعداد هسته‌های واپاشی شده است.

$$N_{\text{واپاشیده}}=N_۰-N_{\text{پرتوزای باقی‌مانده}}$$

$$\Rightarrow N_{\text{واپاشیده}}=N_۰-\frac{N_۰}{۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}}=N_۰(۱-\frac{۱}{۲^{\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}}})$$

WWW.ArefOnline.ir

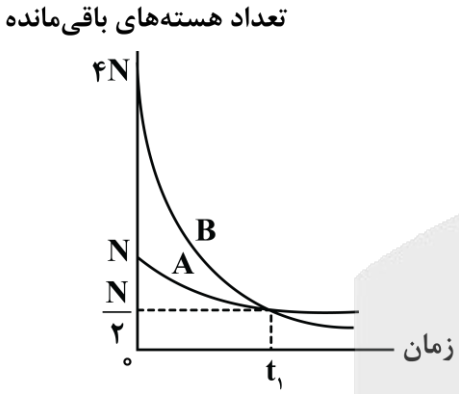
۲- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی‌شده برحسب زمان مطابق شکل زیر است. دقت کنید که در هرلحظه مجموع تعداد هسته‌های واپاشی‌شده و هسته‌های باقی‌مانده برابر تعداد هسته‌های اولیه است.



مای

۱۰۰- نمودار تعداد هسته‌های باقی‌مانده از دو عنصر پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. نیمه‌عمر مادهٔ A چند برابر نیمه‌عمر مادهٔ B است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۸
۴) ۹



پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴۷ ـ ۱۲۰۴)

در مدت t_1، تعداد عنصرهای مادهٔ A، $\frac{1}{2}$ برابر و تعداد عنصرهای مادهٔ B، $\frac{1}{8}$ برابر شده است. پس مدت‌زمان t_1 برای مادهٔ A برابر با یک نیمه‌عمر و برای مادهٔ B برابر با سه نیمه‌عمر است و داریم:

$$\begin{cases} t_1 = (T_1)_A \\ t_1 = 3(T_1)_B \end{cases} \Rightarrow \frac{(T_1)_A}{(T_1)_B} = 3$$

راهنمای مسیرت

در اکثر مسائل نیمه‌عمر، می‌تونین با یکم تحلیل ریاضی، بدون محاسبات خاصی، به حل مسئله بپردازین. این تست هم یکی از اون‌ها هست. حتماً یه‌سر به پاسخ‌نامه بزن تا از حل راحت این تست لذت ببری.

مای

WWW.ArefOnline.ir

بودجه‌بندی این آزمون

شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر / صفحه‌های ۹۹ تا ۱۲۳ (مرور ۵۰ درصدی)
شیمی ۳: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر / صفحه‌های ۶۷ تا ۹۹
شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر / صفحه‌های ۹۱ تا ۱۲۳ (پیشروی ۱۰۰ درصدی)

سهم در کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۷ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

برای دیدن پاسخنامهٔ ویدئویی آزمون QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامهٔ ویدئویی

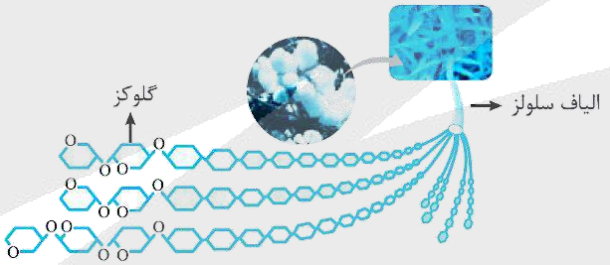
شیمی پایه (بخش اجباری)

۱۰۱- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

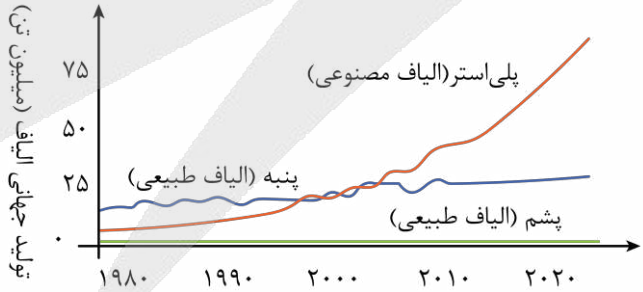
۱) الیاف پنبه‌ای، حاوی ذرات گلوکز بوده و در سال‌های اخیر، میزان تولید آن‌ها همانند پلی‌استرها افزایش یافته است.
۲) انسان با بهره‌مندی از هوش خود، نخستین پوشش‌ها را با استفاده از موادی که حاوی پلی‌آمیدها بودند، ساخت.
۳) پوشاک، بدن را در برابر عوامل محیطی مانند سرما، نور خورشید، باران، تگرگ و گزند حشره محافظت می‌کند.
۴) روغن زیتون، درشت‌مولکولی است که در آب نامحلول بوده و در ساختار آن واحدهای تکرارشونده وجود ندارند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۳ ـ ۱۱۰۳)

با توجه به شکل زیر، الیاف سلولز از اتصال تعداد بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شوند:



توجه داریم که ذرات گلوکز به یکدیگر چسبیده و سلولز را ایجاد می‌کنند، اما در مولکول سلولز، ذرات گلوکز یافت نمی‌شوند. با توجه به تصویر فوق، هر یک از حلقه‌های شش ضلعی موجود در ساختار الیاف سلولز از پنج اتم کربن و یک اتم اکسیژن تشکیل شده است. با توجه به نمودار زیر، در طول سال‌های اخیر، میزان تولید الیا ف پنبه‌ای، مشابه الیاف پلی‌استری روند صعودی داشته است:



توجه داریم که شیب افزایش تولید الیاف پنبه‌ای ناچیز است، اما روند تولید الیاف پلی‌استری با شیب تندی در حال افزایش است.

منابع سازنده الیاف

با توجه به محدود بودن منابع طبیعی تولید الیاف از جمله پنبه و پشم، الیاف طبیعی تولید شده در گذر زمان پاسخگوی نیاز صنایع نساجی و جامعه نبود. در این زمان، شیمی‌دان‌ها وارد میدان شده و با استفاده از نفت، الیاف جدیدی تولید کرده و راهی شرکت‌های نساجی کردند. با گذشت زمان و تلاش شیمی‌دان‌ها، انواع گوناگونی از الیاف ساختگی بر پایهٔ نفت شناسایی و تولید شد؛ به‌طوری‌که این الیاف جایگزین الیاف طبیعی شده و امروزه بخش عمده پوشاک را تشکیل می‌دهند. در حال حاضر، حدود ۶۶ درصد از الیاف استفاده شده، توسط الیاف مصنوعی مثل پلی‌استرها و ۳۳ درصد آن نیز توسط الیاف طبیعی مثل پنبه و پشم تأمین می‌شوند.

WWW.ArefOnline.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) انسان با بهره‌مندی از هوش و تجربه‌های برگرفته از طبیعت، توانست نخستین پوشش خود را از پشم، مو و پوست جانوران تهیه کند. او با گذشت زمان از بافت‌های گیاهی نیز برای پوشش خود استفاده کرد.

استفاده از بافت‌های گیاهی ⟹ استفاده از پشم، مو و پوست جانوران

مو، ناخن، پوست بدن انسان، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله موادی هستند که پلی‌آمیدهای طبیعی در ساختار آن‌ها وجود دارند.

۳) اولین نقش پوشاک، پوشش بدن و محافظت از آن در برابر عوامل محیطی گوناگون مانند سرما و گرما، نور خورشید، باران، تگرگ و گزند حشرات است. برای مثال کلاه لبه‌دار، سر و صورت را در برابر تابش نور خورشید و آفتاب‌سوختگی و نیز پوشیدن کفش، پاها را در برابر خاک، سنگ، اشیای سخت، سردی و داغی زمین محافظت می‌کند. با رشد و گسترش دانش و فناوری در صنایع و ایجاد نیازهای جدید و خاص، پوشاک گوناگونی مانند انواع کلاه ایمنی، کفش پنجه فولادی و عینک ایمنی تولید شدند که هر کدام از آن‌ها ایمنی فیزیکی بدن را در شرایط دشوار و خطرناک به ویژه هنگام انجام فعالیت‌ها افزایش می‌دهد.

۴) درشت مولکول‌ها، موادی هستند که مولکول‌هایی با تعداد زیاد اتم داشته و در نتیجه جرم مولی بسیار زیاد و مولکول‌های بسیار بزرگی دارند. درشت مولکول‌ها بر اساس وجود واحد تکرارشونده در ساختار خود به پلیمر و غیرپلیمر تقسیم می‌شوند. پلیمرها درشت مولکول‌هایی هستند که در ساختار آن‌ها واحد تکرارشونده وجود دارد مانند انسولین، نشاسته، سلولز و ... . تنها درشت مولکولی که در کتاب درسی به‌عنوان غیرپلیمر معرفی‌شده است، روغن زیتون است؛ پس در ساختار روغن زیتون واحد تکرارشونده وجود ندارد.

ماز

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست است؟

الف ـ تفلون، نامحلول در آب بوده و در مونومر آن، تعداد جفت الکترون ناپیوندی ۲ برابر جفت الکترون پیوندی است.

ب ـ پروپن، ۲-هگزن، کلرواتان و استیرن، از جمله موادی هستند که می‌توانند در واکنش بسپارش شرکت کنند.

ج ـ با تغییر نسبت مولی کاتالیزگرهای حاوی اتم فلزی، می‌توان جرم مولی پلی‌اتن تولید شده را تغییر داد.

د ـ استیرن دارای ۴ پیوند دوگانه بوده و پلیمر حاصل از آن، در ساخت ظروف یک بار مصرف کاربرد دارد.

هـ ـ در ساختار پلیمرهای هیدروکربنی، به‌یقین هیچ اتم کربنی با عدد اکسایش صفر یافت نمی‌شود.

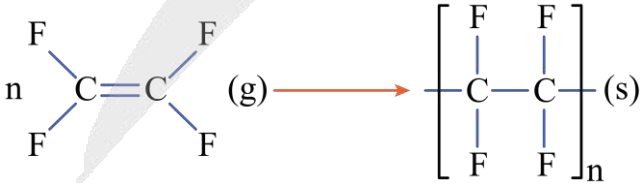
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۳ ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (الف)، (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

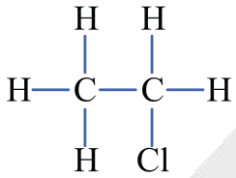
الف) در ساختار مولکول تترافلوئورواتن، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ جفت الکترون پیوندی وجود دارد. ساختار مولکول‌های سازنده این ماده و پلیمر حاصل از بسپارش آن به‌صورت زیر است:



تترافلوئورواتن در دمای اتاق به حالت گاز است در حالی که تفلون در دما و شرایط اتاق به حالت جامد دیده می‌شود. تفلون، همانند سایر پلیمرها، از مولکول‌های بزرگ ساخته شده و نامحلول در آب است.

WWW.ArefOnline.ir

ب) کلرواتان (C_2H_5Cl)، یک ترکیب سیرشده بوده و چون فاقد پیوند $C=C$ است، در واکنش پلیمری شدن شرکت نمی‌کند. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:



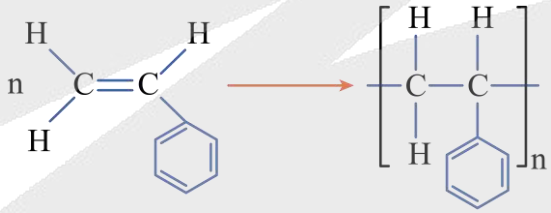
توجه داریم که از مواد سیرنشده مثل ۲-هگزن، استیرن، وینیل کلرید (C_2H_3Cl)، اتن و یا پروپن، می‌توان به‌عنوان مونومر در واکنش بسپارش استفاده کرد.

ج) واکنش پلیمری شدن اتن در شرایط گوناگون، به تولید پلی‌اتن‌هایی با جرم مولی میانگین متفاوت منجر می‌شود. تجربه نشان می‌دهد که جرم مولی میانگین به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بستگی دارد و با تغییر نسبت مولی کاتالیزگرها، جرم مولی میانگین پلیمر تولید شده تغییر می‌کند.

کاتالیزگرهای واکنش تولید پلی‌اتن

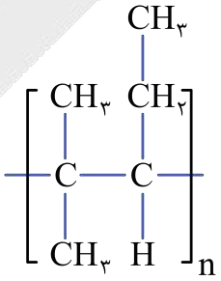
در واکنش تولید پلی‌اتن، از دو کاتالیزگر که یکی حاوی اتم‌های تیتانیم و دیگر حاوی اتم‌های آلومینیم است، استفاده می‌شود. آلومینیم، فلزی از دستهٔ p جدول دوره‌ای است. نسبت میان شمار مول‌های کاتالیزگرهای به کار رفته در واکنش، جرم مولی میانگین پلی‌اتن تولید شده را مشخص می‌کند؛ به نحوی که اگر نسبت مولی کاتالیزگر شمارهٔ ۲ (کاتالیزگر محتوی آلومینیم) به کاتالیزگر شمارهٔ ۱ (کاتالیزگر محتوی تیتانیم) برابر با ۳ باشد، جرم مولی پلیمر تولید شده در بیشترین حالت ممکن قرار می‌گیرد.

د) در ساختار استیرن، ۴ پیوند دوگانه وجود دارد و پلیمر آن یعنی پلی‌استیرن در ساخت ظروف یک بار مصرف استفاده می‌شود. واکنش بسپارش استیرن که منجر به تولید پلی‌استیرن می‌شود، به‌صورت زیر است:



لی‌اتن، پلی‌پروپن و پلی‌استیرن، همه از جمله پلیمرهای هیدروکربنی بوده و از تکرار مجموعه‌ای از اتم‌های C و H پدید آمده‌اند. توجه داریم که تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش پلیمری شدن یک ماده، ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است.

هـ) در ساختار برخی از پلیمرهای هیدروکربنی از جمله پلی‌استیرن، اتم‌های کربنی وجود دارند که فقط به اتم کربن متصل بوده و عدد اکسایش آن‌ها برابر با صفر است. برای مثال، در پلیمر زیر نیز اتم‌های کربنی با عدد اکسایش صفر وجود دارند:



۱۰۳- شمار پیوندهای دوگانه موجود در ساختار یک زنجیره از پلی‌استیرن، ۱۵ برابر شمار اتم‌های کلر موجود در یک زنجیره از پلی‌وینیل کلرید است. جرم مولکول پلی‌استیرن، چند برابر جرم مولکول پلی‌وینیل کلرید است؟

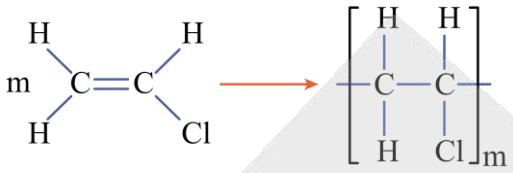
($H = ۱ , C = ۱۲ , Cl = ۳۵/۵ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۸/۳۲ ۲) ۴/۱۶ ۳) ۶/۲۴ ۴) ۲/۰۸

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۶ ـ ۱۱۰۳)

این سؤال برای تسلط بیشتر شما بر مبحث پلیمرها، با شبیه‌سازی یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است. در هر واحد تکرارشونده پلی‌استیرن، ۳ پیوند دوگانه وجود دارد و در هر واحد تکرارشونده پلی‌وینیل کلرید یک اتم کلر یافت می‌شود. ساختار پلی‌وینیل کلرید به‌صورت زیر است:



اگر در ساختار پلی‌استیرن n واحد تکرارشونده و در ساختار پلی‌وینیل کلرید m واحد تکرارشونده وجود داشته باشد، در ساختار پلی‌استیرن $3n$ پیوند دوگانه و در ساختار پلی‌وینیل کلرید m اتم کلر وجود خواهد داشت. بر این اساس، داریم:

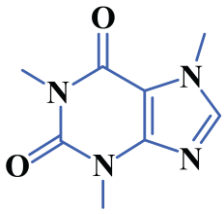
$$\frac{\text{شمار پیوند دوگانه در پلی‌استیرن}}{\text{شمار اتم کلر در پلی‌وینیل‌کلرید}} = \frac{3n}{m} = 15 \Rightarrow n = 5m$$

بر این اساس، می‌توان گفت شمار واحد تکرارشونده در پلی‌استیرن، ۵ برابر پلیمر دیگر است. جرم هر واحد تکرارشونده در پلی‌استیرن با فرمول شیمیایی $(C_8H_8)_n$ و پلی‌وینیل کلرید با فرمول شیمیایی $(C_2H_3Cl)_m$ به‌ترتیب برابر با ۱۰۴ و ۶۲/۵ گرم است. بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\text{جرم پلی‌استیرن}}{\text{جرم پلی‌وینیل‌کلرید}} = \frac{104n}{62/5m} = \frac{104 \times 5m}{62/5m} = \text{برابر } 8/32$$

ماز

۱۰۴- در رابطه با مولکول مقابل، کدام مورد نادرست است؟



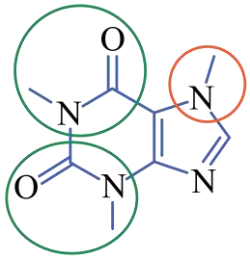
۱) در ساختار خود، دارای گروه عاملی آمینی و آمیدی است.
۲) همه اتم‌های کربن موجود در آن، به اتم نیتروژن متصل شده‌اند.
۳) شمار پیوندهای $C-H$ موجود در آن، ۲ برابر شمار پیوندهای دوگانه است.
۴) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار این ماده، با گوگرد تری‌اکسید برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۳)

برای حل این سؤال که با ایده گرفتن از یکی از سؤال‌های کنکور ۱۴۰۴ طراحی شده است، ابتدا فرمول شیمیایی این ترکیب را به‌صورت $C_8H_{10}N_4O_2$ می‌نویسیم. در ساختار این ماده، ۴ پیوند دوگانه و ۲ حلقه کربنی وجود دارد. از آنجا که همه اتم‌های هیدروژن موجود در این ماده فقط به اتم‌های کربن متصل شده‌اند، پس می‌توان گفت در ساختار این ماده آلی ۱۰ پیوند $C-H$ و ۴ پیوند دوگانه وجود دارد و مقدار نسبت خواسته شده برابر با ۲/۵ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

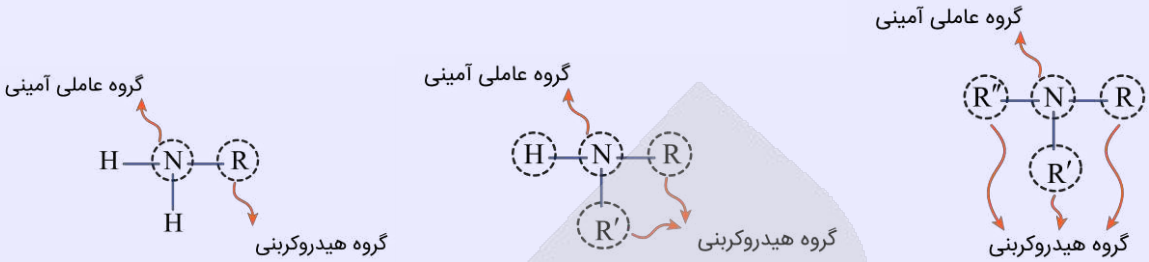
۱) این ترکیب در ساختار خود حداقل یک گروه آمینی و دو گروه آمیدی دارد. گروه‌های عاملی موجود در این ماده، در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



WWW.ArefOnline.ir

آمین‌ها

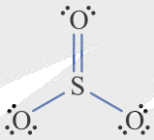
آمین‌ها گروهی از ترکیب‌های آلی نیتروژن‌دار هستند که از جایگزین شدن یک، دو و یا سه مورد از اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک (NH_3) با زنجیره‌های هیدروکربنی حاصل می‌شوند. ساختار کلی آمین‌ها به‌صورت زیر است:



در ساختار آمین‌ها اتم‌های H، C و N وجود دارند. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به این گروه از مواد آلی داده است. برای نام‌گذاری آمین‌ها کافی است ابتدا نام و تعداد گروه‌های آلکیل متصل به اتم نیتروژن را ذکر کرده و پس از آن، کلمه (آمین) را قرار بدهیم. به نام‌گذاری آمین‌های زیر توجه کنید:

۲) در ساختار لوویس این ترکیب، همه اتم‌های کربن حداقل به یک اتم N متصل شده‌اند.

۴) در ساختار لوویس این ترکیب، به ازای هر اتم نیتروژن یک جفت الکترون ناپیوندی و به ازای هر اتم اکسیژن دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بنابراین این ترکیب ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارد. مطابق ساختار زیر، در ساختار گوگرد تری‌اکسید نیز ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:



۱۰۵- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، درست است؟

۱) در مولکول پلی‌اتن سنگین، هر اتم کربن حداکثر توسط ۳ پیوند، به ۳ اتم کربن دیگر متصل شده است.

۲) فورمیک اسید بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و انحلال‌پذیری ذرات آن در آب، بیشتر از اتانوییک اسید است.

۳) بین نمونه‌هایی به جرم برابر از پلی‌اتن سبک و سنگین، ظاهر ماده‌ای که حجم بیشتری اشغال می‌کند، کدر است.

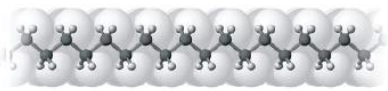
۴) اتیل اتانوات، ۸ اتم هیدروژن و ۲ پیوند $C-O$ داشته و دمای جوش آن، بیشتر از دمای جوش بوتانوئیک اسید است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۳)

فورمیک اسید بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و از آنجا که بخش ناقطبی در مولکول‌های آن (زنجیره هیدروکربنی) کوچک‌تر از بخش ناقطبی در مولکول‌های اتانوییک اسید است، پس می‌توان گفت ویژگی قطبی آن بیشتر از اتانوییک اسید است. به همین خاطر است که انحلال‌پذیری فورمیک اسید در آب بیشتر از اتانوییک اسید است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ساختار مولکول‌های پلی‌اتن سنگین به‌صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، پلی‌اتن سنگین ظاهر کاملاً خطی دارد و در ساختار آن هیچ شاخه فرعی دیده نمی‌شود. در هر مولکول از این پلیمر، اتم‌های کربن حداکثر توسط ۲ پیوند، به ۲ اتم کربن دیگر متصل شده‌اند.

WWW.ArefOnline.ir

۳ چون پلی‌اتن سبک چگالی کمتری دارد، بین نمونه‌هایی به جرم برابر از پلی‌اتن سبک و سنگین، پلی‌اتن سبک حجم بیشتری خواهد داشت. ظاهر پلی‌اتن سبک (پلی‌اتن شاخه‌دار)، شفاف است. ساختار پلی‌اتن سنگین و سبک به‌صورت زیر است:

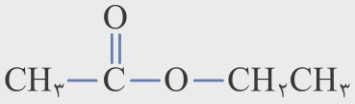
پلی‌اتن شاخه‌دار (پلی‌اتن سبک):

پلی‌اتن بدون شاخه (پلی‌اتن سنگین):

انواع پلی‌اتن

فرمول شیمیایی پلی‌اتن سنگین، مشابه با فرمول شیمیایی پلی‌اتن سبک و معادل با $(C_۲H_۴)_n$ است. با توجه به یکسان بودن فرمول شیمیایی این پلیمرها، درصد جرمی اتم‌های کربن در آن‌ها برابر می‌شود. چون این پلیمرها در دسته هیدروکربن‌ها قرار دارند، مولکول‌های سازنده آن‌ها ناقطبی بوده و نیروهای بین مولکولی در آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است. چون مولکول‌های سازنده پلی‌اتن سنگین بدون شاخه هستند، این مولکول‌ها برخلاف مولکول‌های شاخه‌دار پلی‌اتن سبک، می‌توانند به‌صورت موازی در کنار یکدیگر قرار بگیرند. چون در این حالت سطح تماس بین مولکول‌ها بیشتر است، قدرت نیروهای بین مولکولی (نیروهای وان‌دروالسی) در پلی‌اتن سنگین قوی‌تر بوده و به همین خاطر، پلی‌اتن سنگین استحکام بیشتری در مقایسه با پلی‌اتن سبک دارد. با توجه به قوی‌تر بودن قدرت نیروهای بین مولکولی در پلی‌اتن سنگین، این پلیمر دمای ذوب بالاتری در مقایسه با پلی‌اتن سبک دارد.

۴ ایجاد پیوندهای هیدروژنی باعث افزایش دمای جوش مواد می‌شود. اتیل اتانوات و بوتانوئیک اسید، ایزومر یکدیگر بوده و فرمول مولکولی آن‌ها به‌صورت $C_۴H_۸O_۲$ است؛ اما چون اتیل اتانوات، برخلاف بوتانوئیک اسید توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد، دمای جوش یک نمونه از این ماده، کمتر از دمای جوش یک نمونه از بوتانوئیک اسید است. ساختار مولکول اتیل اتانوات با دو پیوند $C-O$ و یک پیوند $C=O$ به‌صورت زیر است:



ماز

۱۰۶- درصد جرمی اتم‌های اکسیژن در ساختار نوعی کربوکسیلیک اسید سیرشده، ۴ برابر درصد جرمی اتم‌های هیدروژن است. نمونه‌ای از این ماده که شامل ۱۲ گرم اتم کربن می‌شود، با چند گرم اتانول به‌طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ $(O=۱۶, C=۱۲, H=۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۳ ـ ۴/۵ ۲) ۱۱/۵ ـ ۴/۵ ۳) ۹ ـ ۲۳ ۴) ۹ ـ ۱۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۵ ـ ۱۱۰۳)

فرمول مولکولی یک کربوکسیلیک اسید سیرشده n کربنه به‌صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی اکسیژن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{\text{جرم اکسیژن در مولکول}}{\text{جرم هیدروژن در مولکول}} = \frac{\text{جرم مولی اکسیژن} \times ۲}{\text{جرم مولی هیدروژن} \times ۲n} \Longrightarrow ۴ = \frac{۲ \times ۱۶}{۲n} \Longrightarrow n = ۴$$

با توجه به محاسبات بالا، کربوکسیلیک اسید مورد نظر، معادل با بوتانوئیک اسید است. این ماده بر اساس معادله زیر با اتانول واکنش می‌دهد:

$$C_۴H_۸O_۲ + C_۲H_۵OH \rightarrow C_۶H_{۱۲}O_۲ + H_۲O$$

با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، داریم:

$$?\,g\,C_۲H_۵OH = ۱۲\,g\,C \times \frac{۱\,mol\,C}{۱۲\,g\,C} \times \frac{۱\,mol\,C_۴H_۸O_۲}{۴\,mol\,C} \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۵OH}{۱\,mol\,C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۴۶\,g\,C_۲H_۵OH}{۱\,mol\,C_۲H_۵OH} = ۱۱/۵\,g$$

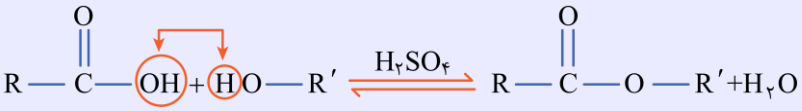
$$?\,g\,H_۲O = ۱۲\,g\,C \times \frac{۱\,mol\,C}{۱۲\,g\,C} \times \frac{۱\,mol\,C_۴H_۸O_۲}{۴\,mol\,C} \times \frac{۱\,mol\,H_۲O}{۱\,mol\,C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۱۸\,g\,H_۲O}{۱\,mol\,H_۲O} = ۴/۵\,g$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند ۴/۵ گرم آب تولید شده است.

WWW.ArefOnline.ir

استری‌شدن

واکنش استری‌شدن به‌صورت زیر انجام می‌شود:

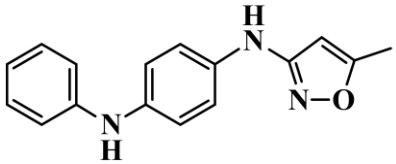


در این واکنش پیوند $C-O$ در گروه کربوکسیل و پیوند $O-H$ در گروه هیدروکسیل می‌شکند و پیوند $C-O$ میان اکسیژن از باقی‌مانده الکل و کربن از باقی‌مانده کربوکسیلیک اسید تشکیل می‌شود. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، واکنش آبکافت گفته می‌شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به‌صورت زیر است:

$$C_xH_yO_2 + C_wH_zO \rightarrow C_{x+w}H_{y+z-2}O_2 + H_2O$$

برای نام‌گذاری استرها، ابتدا باید نام زنجیره هیدروکربنی متصل به اتم اکسیژن گروه استری (گروه R') را بر وزن (آلکیل) بیاوریم و پس از آن، نام زنجیره کربنی باقی‌مانده را بر وزن (آلکانوات) ذکر کنیم.

۱۰۷- شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار ترکیب مقابل، چند برابر شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار متیل پروپان است؟



۱) ۱/۵
۲) ۱/۲
۳) ۱/۸
۴) ۲/۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۳)

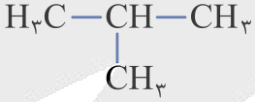
برای محاسبه تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک ترکیب آلی که شامل اتم‌های کربن، هیدروژن، اکسیژن، نیتروژن و هالوژن می‌شود، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\text{تعداد } H = (2 \times C + 2) - 2 \times (\text{تعداد پیوند دوگانه}) - 4 \times (\text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (\text{تعداد هالوژن}) + \text{تعداد } N$$

ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۳ اتم نیتروژن، ۳ حلقه و ۸ پیوند اشتراکی دوگانه است. بر این اساس، داریم:

$$\text{تعداد } H = (2 \times 16 + 2) - 2 \times (8 + 3) + 3 = 15$$

بر این اساس، فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به‌صورت $C_{16}H_{15}N_3O$ می‌شود. ساختار مولکولی متیل پروپان، به‌صورت زیر است:



در ساختار هر مولکول از این ماده نیز ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد. پس نسبت شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب مورد نظر به این تعداد در متیل پروپان برابر ۱/۵ خواهد بود.

۱۰۸- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ مولکول‌های سازنده ویتامین (آ)، همانند مولکول‌های ۱-اوکتانول، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.
ب ـ فرمول مولکولی دو اسید آلی با ساختارهای مختلف، می‌تواند مشابه به فرمول مولکولی متیل پروپانوات باشد.
ج ـ اگر مولکول ویتامین (دی) را با بوتانوئیک اسید وارد واکنش کنیم، انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر می‌شود.
د ـ ساده‌ترین آمین، دارای ۵ اتم H بوده و در مقایسه با یک نمونه از آمونیاک دمای جوش پایین‌تری دارد.

۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «ج»
۳) «ج» و «د»
۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۶ ـ ۱۱۰۳)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

WWW.ArefOnline.ir

بررسی موارد:

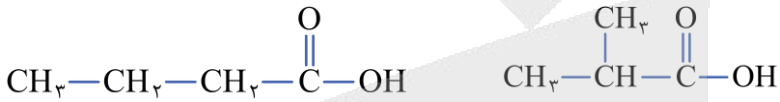
الف) مولکول‌های سازنده ویتامین‌های مختلف، همانند مولکول‌های سازنده الکل‌ها، از دو بخش قطبی (گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار از جمله هیدروکسیل و کربوکسیل) و ناقطبی (بخش هیدروکربنی) تشکیل شده‌اند.

مولکول‌های دوقسمتی

مولکول‌های سازنده برخی از ترکیب‌ها از جمله الکل‌ها، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند. در این گروه از مواد، بین بخش قطبی و ناقطبی رقابت ایجاد شده و رفتارهای کلی مولکول‌های سازنده به میزان قدرت هر بخش بستگی دارد. به‌عنوان مثال، ساختار کلی الکل‌ها را در نظر بگیرید:

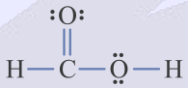
در این گروه از مولکول‌ها، اگر قدرت بخش قطبی نسبت به بخش ناقطبی بیشتر باشد (بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع قطبی بوده و در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شود. در نقطه مقابل، اگر در این مولکول‌ها قدرت بخش ناقطبی نسبت به بخش قطبی بیشتر باشد (بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه کند)، مولکول در مجموع ناقطبی بوده و در حلال‌های ناقطبی مثل بنزین و چربی حل می‌شود.

ب) ساختار کربوکسیلیک اسیدهایی که فرمول مولکولی آن‌ها به‌صورت $C_4H_8O_2$ بوده و نسبت به متیل پروپانوات ایزومر هستند، به‌صورت زیر است:

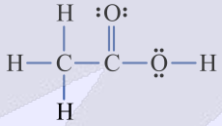


کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل ($-COOH$) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی (مولکول‌هایی که فقط یک گروه کربوکسیل دارند) را می‌توان به‌صورت $R-COOH$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. این ترکیب‌ها مزهٔ ترش دارند به‌طوری‌که مزهٔ ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوئیک اسید یا همان فورمیک اسید با فرمول شیمیایی $HCOOH$، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. ساختار مولکول‌های این ماده به‌صورت زیر است:

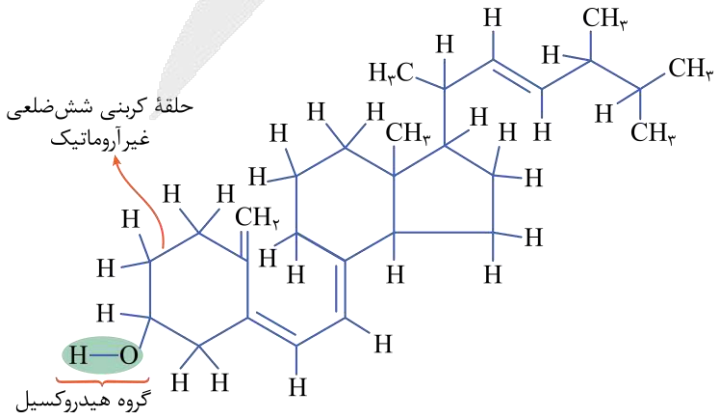


اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:



توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.

ج) ویتامین دی در ساختار خود فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارد. چون قسمت عمده مولکول‌های این ماده از بخش هیدروکربنی و ناقطبی تشکیل شده است، این بخش‌ها بر بخش‌های قطبی غلبه کرده و مولکول‌های ویتامین دی در مجموع ناقطبی محسوب می‌شوند و در حلال‌های ناقطبی مثل چربی محلول هستند. ساختار مولکولی ویتامین دی به‌صورت زیر است:



WWW.ArefOnline.ir

اگر ویتامین دی را با بوتانوئیک اسید وارد واکنش کنیم، گروه هیدروکسیل این ماده در واکنش با عامل کربوکسیل بوتانوئیک اسید پوشانده شده و به یک عامل استری تبدیل می‌شود. با پوشانده شدن گروه عاملی هیدروکسیل از ویتامین دی، خاصیت ناقطبی این ماده افزایش پیدا کرده و توانایی آن در ایجاد پیوند هیدروژنی با آب کاهش پیدا می‌کند، بر این اساس انحلال‌پذیری ترکیب موردنظر در آب کاهش پیدا می‌کند.

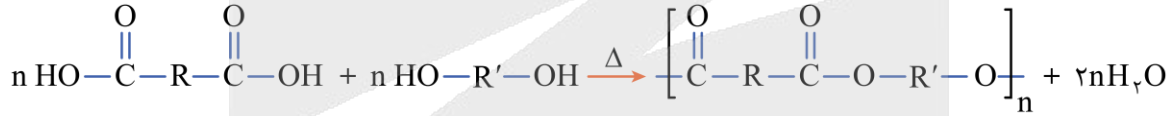
د) متیل آمین با فرمول شیمیایی CH_3NH_2، ساده‌ترین عضو خانواده آمین‌ها است که از جایگزین شدن یکی از اتم‌های H آمونیاک با گروه $-CH_3$ به‌دست می‌آید. این ترکیب به همراه برخی از آمین‌های دیگر، بوی ماهی را ایجاد می‌کند. چون متیل آمین در مقایسه با آمونیاک جرم مولی بیشتری دارد، دمای جوش این ماده بیشتر از آمونیاک خواهد بود.

۱۰۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) همواره شمار واحدهای تکرارشونده در یک پلیمر با شمار مونومرهای مصرف شده در تولید آن پلیمر برابر است.
۲) در مرحله نخست از واکنش تولید پلی‌آمید، باید به دی‌آمین و دی‌اسید سازنده آن، مقداری گرما داده شود.
۳) استفاده از پلی‌اتن و پلی‌پروپن، صرفهٔ اقتصادی دارد اما از نگاه پیشرفت پایدار الگوی مصرف مطلوبی نیست.
۴) مونومر مصرف شده برای تولید پلی‌لاکتیک اسید را با استفاده از بقایای گیاهانی مثل نیشکر تولید می‌کنند.

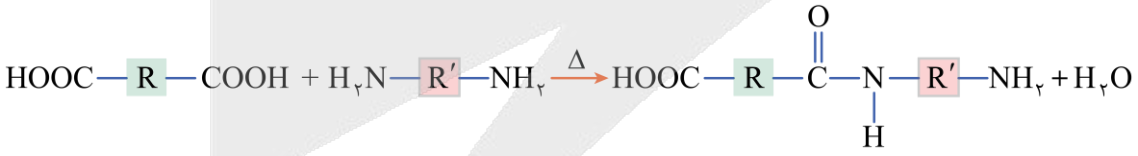
پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ خط به خط و مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۱۰۳)

در پلی‌استرهایی که از واکنش کربوکسیلیک اسید دو عاملی و الکل دو عاملی تشکیل‌شده‌اند، اگر شمار واحدهای تکرارشونده را n در نظر بگیریم، شمار مولکول‌های کربوکسیلیک اسید و الکل به کار رفته در ساخت این پلیمر هر کدام برابر n خواهد بود؛ پس برای ساخت پلی‌استری با n واحد تکرارشونده به $2n$ مونومر در مجموع نیاز است. این قضیه برای پلی‌آمید ساخته‌شده از کربوکسیلیک اسید دو عاملی و آمین دو عاملی نیز صادق می‌باشد. برای مثال، به واکنش زیر که مربوط به تولید نوعی از پلیمرها است، دقت کنید:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) از واکنش نمونه‌هایی از دی‌آمین با دی‌اسید، پلی‌آمید و آب تولید می‌شوند. در مرحله اول تولید پلی‌آمیدها، باید مقداری گرما به واکنش‌دهنده‌ها داده شود. در تصویر زیر مرحله نخست این فرآیند را مشاهده می‌کنید:



در این واکنش، علامت $\xrightarrow{\Delta}$ بیانگر این است که واکنش‌دهنده‌ها در اثر گرم شدن با همدیگر واکنش می‌دهند. توجه داریم که در ساختار ترکیب آلی تولید شده، یک گروه آمینی و یک گروه اسیدی آزاد در دو طرف وجود دارد.

۳) ساختار پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده مثل پلی‌اتن و پلی‌پروپن، مشابه به آلکان‌ها بوده و مولکول‌های سازنده آن‌ها سیرشده هستند. با توجه به عدم وجود پیوندهای دوگانه یا سه‌گانه در این پلیمرها، مولکول‌های سازنده آن‌ها تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مولکول‌های موجود در محیط ندارند و از این رو پوشاک و پوشش‌های تهیه شده از این مواد در طبیعت تجزیه نشده و برای سالیان طولانی دست نخورده باقی می‌مانند. به عبارت دیگر، این پلیمرها در طبیعت ماندگار هستند. هرچند استفاده از پلیمرهای زیست‌تخریب‌ناپذیر صرفه اقتصادی دارد، اما از نگاه پیشرفت پایدار، تولید و استفاده از این مواد الگوی مصرف مطلوبی نیست چراکه ماندگاری دراز مدت آن‌ها در طبیعت سبب ایجاد مشکلات فراوانی مانند تبدیل محیط‌زیست به گورستان زباله، کثیف شدن چهرهٔ شهرها و محیط زیست و آسیب زدن به زندگی جانداران می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

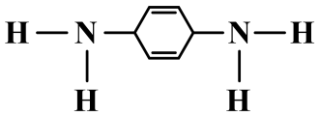
۴) پلی‌لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر (فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند؛ به‌طوری‌که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک اسید تبدیل کرده، سپس از واکنش پلیمری شدن این ماده در شرایط مناسب، پلی‌لاکتیک اسید تولید می‌کنند. با توجه به توضیحات داده شده، لاکتیک اسید مونومر پلی‌لاکتیک اسید است که با استفاده از بقایای گیاهی تولید می‌شود.

پلیمرهای زیست‌تخریب‌پذیر

شیمی‌دان‌ها برای کمک به محیط زیست، موفق به ساخت دسته‌ای از پلیمرهای زیست‌تخریب‌پذیر شدند که توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند. هرگاه این پلیمرها و کالاهای ساخته شده از آن‌ها در طبیعت رها شوند، پس از چند ماه به مولکول‌های ساده مانند آب و کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شوند. به همین دلیل، این مواد به پلیمرهای دوست‌دار محیط زیست یا پلیمرهای سبز معروف هستند. توجه داریم که این پلیمرها مصنوعی بوده و آن‌ها را به‌صورت صنعتی و با استفاده از فراورده‌های کشاورزی تهیه می‌کنند. برای تولید پلیمرهای سبز، نخست نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از آن، با انجام واکنش پلیمری شدن بر روی لاکتیک اسید، در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید را تولید می‌کنند. با استفاده از پلی‌لاکتیک اسید، انواع ظرف‌های پلاستیکی یک بار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله و کیسهٔ پلاستیکی تولید می‌شود.

ماز

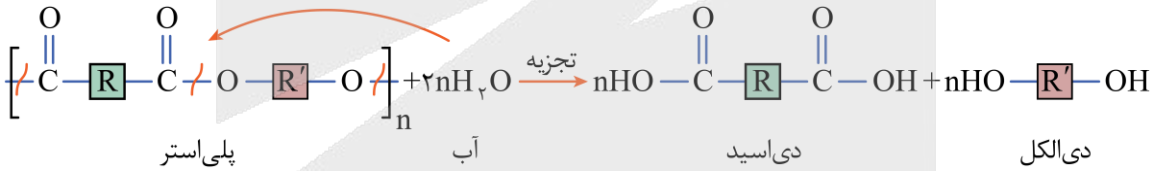
۱۱۰- طی واکنش آبکافت نوعی پلی‌استر که با استفاده از دو نوع مونومر تشکیل شده، ۳۰/۶ گرم آب مصرف شده است. دی‌اسید حاصل، با چند گرم از ترکیب با ساختار زیر واکنش می‌دهد؟ ($H = ۱ : g.mol^{-1}$ ، $C = ۱۲$ ، $N = ۱۴$ ، $O = ۱۶$)



۱) ۶۸/۸
۲) ۹۳/۵
۳) ۱۳۷/۶
۴) ۱۸۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۱۹ ـ ۱۱۰۳)

معادله کلی واکنش آبکافت پلی‌استرها به‌صورت زیر است:



در واکنش آبکافت پلی‌استرهایی که از ۲ مونومر تشکیل شده‌اند، $۲n$ مول آب مصرف شده و n مول دی‌اسید به همراه n مول دی‌الکل تولید می‌شود. معادله نوشتاری این واکنش نیز به‌صورت زیر است:

$$\text{پلی‌استر} + ۲n\,H_۲O \longrightarrow n\ \text{دی‌اسید} + n\ \text{دی‌الکل}$$

پس مقدار دی‌اسید تولید شده در واکنش آبکافت پلی‌استر موردنظر معادل با نصف تعداد مول آب مصرف شده بوده و داریم:

$$?\,mol\ \text{دی‌اسید} = ۳۰/۶\ g\ H_۲O \times \frac{۱\ mol\ H_۲O}{۱۸\ g\ H_۲O} \times \frac{n\ mol\ \text{دی‌اسید}}{۲n\ mol\ H_۲O} = ۰/۸۵\ mol$$

نیمی از فراورده تولید شده معادل با دی‌اسید بوده و نیمی از آن نیز معادل با دی‌الکل است. مقدار n مول از دی‌اسید حاصل با n مول از دی‌آمین داده شده واکنش داده و یک پلی‌آمید تولید می‌کند. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:

$$n\ \text{دی‌اسید} + n\ \text{دی آمین} \longrightarrow \text{پلی‌آمید} + ۲n\,H_۲O$$

بنابراین جرم دی‌آمین مصرف شده با فرمول شیمیایی $C_۶H_۱۰N_۲$ و جرم مولی ۱۱۰ گرم، برابر خواهد بود با:

$$?\,g\ \text{دی‌آمین} = ۰/۸۵\ mol\ \text{دی‌اسید} \times \frac{n\ mol\ \text{دی‌آمین}}{n\ mol\ \text{دی‌اسید}} \times \frac{۱۱۰\ g\ \text{دی‌آمین}}{۱\ mol\ \text{دی‌آمین}} = ۹۳/۵\ g$$

ماز

WWW.ArefOnline.ir

مرور و جمع‌بندی: مرور ۵۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۱۱۱- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) پختن نان سنگک روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از دمای ذوب بالای یک نمونه سیلیسیم دانست.
۲) دومین عنصر فراوان پوسته جامد زمین، توانایی تشکیل یون تک اتمی را نداشته و در سلول خورشیدی وجود دارد.
۳) جرم خاک رس لازم برای تهیه ۱۰۰ گرم Al_2O_3، کمتر از جرم خاک رس لازم برای تهیه ۱۰۰ گرم MgO است.
۴) گرافن یک ماده شفاف است که از اتصال اتم‌های کربن ایجاد شده و نسبت به فولاد، مقاومت کششی بالاتری دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷۲ ـ ۱۲۰۳)

پختن نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی بالای سیلیس (SiO_2) دانست. توجه داریم که در ساختار سنگ، سیلیس وجود دارد اما سیلیسیم خالص یافت نمی‌شود.

سیلیس

سیلیس یک جامد کووالانسی است که در آن تعداد بسیار زیادی از اتم‌ها توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده و یک شبکه غول‌آسا را به وجود آورده‌اند؛ به همین خاطر در ساختار این مواد مولکول‌های مجزا وجود ندارند. برای ذوب کردن یا خردکردن سیلیس و سایر جامدهای کووالانسی، باید بر پیوندهای اشتراکی بین اتم‌های موجود در این مواد غلبه کنیم. بر این اساس، جامدهای کووالانسی دیرگداز بوده و علاوه بر سختی زیاد، نقطه ذوب بالایی دارند. به‌عنوان مثال، پخته‌شدن نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی سیلیس و دیرگدازبودن آن دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

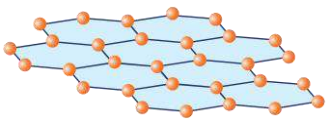
۲) فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین اکسیژن است. پس از اکسیژن، سیلیسیم بیشترین فراوانی را در پوسته جامد زمین دارد. توجه داریم که اتم اکسیژن، با گرفتن ۲ الکترون کاهش یافته و یون تک‌اتمی اکسید (O^{2-}) را تولید می‌کند. سیلیسیم شبه‌فلزی از دورهٔ سوم جدول تناوبی و عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است که همانند کربن، در گروه چهاردهم جای دارد. اتم‌های کربن و سیلیسیم در واکنش با اتم‌های سایر عناصر، ۴ الکترون ظرفیتی خود را به اشتراک گذاشته و با تشکیل ۴ پیوند اشتراکی، به آرایش هشت‌تایی پایدار می‌رسند. از این عناصر تاکنون یون تک‌اتمی شناخته نشده است.

۳) با توجه به اطلاعات داده شده کتاب درسی، در هر ۱۰۰ گرم خاک رس، حدود ۳۷ گرم آلومینیم اکسید (Al_2O_3) و ۰/۴۴ گرم منیزیم اکسید (MgO) وجود دارد. به علت درصد جرمی کمتر منیزیم اکسید نسبت به آلومینیم اکسید در یک نمونه خاک رس، جرم خاک رس لازم برای تهیه مقدار مشخصی از منیزیم اکسید نسبت به جرم خاک لازم برای تهیه همان مقدار از آلومینیم اکسید، بیشتر است.

خاک رس

در خاک رس استخراج شده از معدن طلا، برخی از اکسیدهای فلزی (Al_2O_3 ، Na_2O، Fe_2O_3 و MgO)، اکسید نافلزی (H_2O)، اکسید شبه‌فلزی (SiO_2) و برخی از مواد دیگر مثل عنصر آزاد طلا وجود دارند. توجه داریم که از خاک رس برای تهیه ظرف‌های سفالی استفاده می‌شود. هنگام پختن سفالینه‌های ساخته‌شده از خاک رس، مقداری از آب موجود در این ماده تبخیر شده و به دنبال آن، درصد جرمی سایر اجزای سازنده خاک رس افزایش پیدا می‌کند.

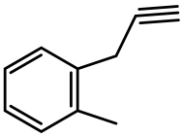
۴) به هر یک از لایه‌های سازنده گرافیت، گرافن گفته می‌شود که در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند. گرافن با الگوی خاص در ساختار خود (الگویی مانند کندوی زنبورعسل)، استحکام ویژه‌ای دارد به‌طوری‌که مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. با توجه به این‌که ضخامت گرافن به اندازه یک اتم کربن است، این ماده را می‌توان یک گونه شیمیایی دوبعدی در نظر گرفت. ساختار گرافن به‌صورت زیر است:



گرافن، یک گونه شفاف و انعطاف‌پذیر است. این ماده، همانند گرافیت، رسانای جریان الکتریسیته است. چون رسانایی الکتریکی این ماده توسط الکترون‌های موجود در آن انجام می‌شود، گرافن یک رسانای الکترونی به شمار می‌رود. یک روش ساده برای تهیه گرافن، استفاده از نوارچسب و گرافیت برای جدا کردن لایه‌هایی از آن است. با این کار، لایه‌ای به ضخامت نانومتر از اتم‌های کربن در سطح نوارچسب ایجاد می‌شود که همان گرافن است.

WWW.ArefOnline.ir

۱۱۲- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید. درصد جرمی کربن در این ترکیب، چند برابر درصد جرمی هیدروژن بوده و هر مول از این ماده، در واکنش با چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد می‌سوزد؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$



۱) ۱۰ ـ ۲۲۴
۲) ۱۰ ـ ۲۸۰
۳) ۱۲ ـ ۲۲۴
۴) ۱۲ ـ ۲۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۶۹ ـ ۱۴۰۳)

ترکیب مورد نظر دارای ۳ پیوند دوگانه $C = C$ و یک پیوند سه‌گانه $C \equiv C$ و یک حلقه کربنی در ساختار خود است. در ساختار این ماده، ۱۰ اتم کربن وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{شمار اتم‌های } H = (\text{کربن} \times ۲ + ۲) - ۲ \times (\text{تعداد پیوند دوگانه}) - ۴ \times (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) \Longrightarrow$$

$$\text{شمار اتم‌های } H = (۲ \times ۱۰ + ۲) - ۲ \times (۳ + ۱) - ۴ \times (۱) = ۱۰$$

بر این اساس، فرمول شیمیایی ترکیب داده شده به‌صورت $C_{۱۰}H_{۱۰}$ خواهد شد. برای مقایسه درصد جرمی کربن و هیدروژن در ساختار این ترکیب، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{\text{جرم مولی } ۱۰ \times C}{\text{جرم مولی } ۱۰ \times H} = \frac{۱۲۰}{۱۰} = \text{برابر } ۱۲$$

معادله واکنش سوختن این ماده به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۱۰}H_{۱۰} + ۲۵O_۲ \longrightarrow ۲۰CO_۲ + ۱۰H_۲O$$

با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، حجم گاز اکسیژن مصرف شده در واکنش سوختن هر مول از این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L\,O_۲ = ۱\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۰} \times \frac{۲۵\,mol\,O_۲}{۲\,mol\,C_{۱۰}H_{۱۰}} \times \frac{۲۲/۴\,L\,O_۲}{۱\,mol\,O_۲} = ۲۸۰\,L$$

۱۱۳- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ به‌خاطر جابه‌جایی یون‌ها در اثر ضربه و ایجاد نیروی دافعه به دنبال آن، بلور جامد لیتیم کلرید شکننده است.

ب ـ اگر در بلور ترکیب $M_۲X$، عدد کوئوردیناسیون آنیون برابر ۹ باشد، عدد کوئوردیناسیون کاتیون برابر ۳ است.

ج ـ منیزیم کلرید، محلول در آب بوده و ΔH فروپاشی شبکه آن کمتر از ΔH فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.

د ـ برای توصیف سدیم کلرید، برخلاف عناصر سازنده آن، نمی‌توان از عبارت «نیروی بین مولکولی» استفاده کرد.

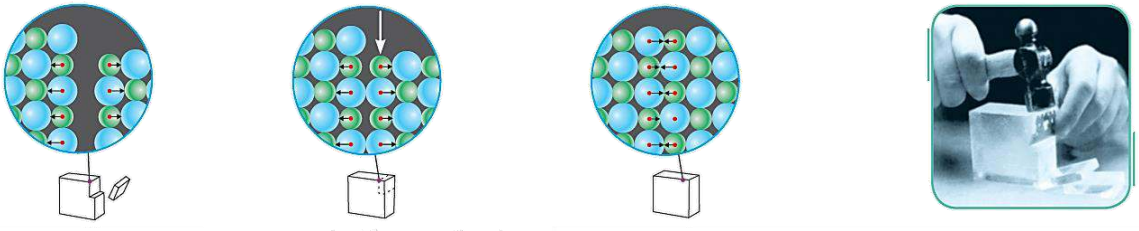
۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «ج»
۳) «ج» و «د»
۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۹ ـ ۱۴۰۳)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) در اثر وارد شدن ضربه به بلور یک جامد یونی مثل لیتیم کلرید، ذرات سازنده این ماده (آنیون‌ها و کاتیون‌ها) جابه‌جا شده و یون‌های هم‌نام در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. دافعه ایجاد شده میان یون‌ها در این حالت، موجب جدا شدن دو قطعه بلور از هم و خرد شدن این ماده جامد می‌شود. تصویر زیر، نمایی از این فرایند را نشان می‌دهد:



نیروهای دافعه در هنگام وارد شدن ضربه

WWW.ArefOnline.ir

ب) بین عدد کوئوردیناسیون و شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها در یک شبکه بلوری رابطه زیر وجود دارد:

$$\frac{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}} = \frac{\text{شمار (زیروند) کاتیون}}{\text{شمار (زیروند) آنیون}} \rightarrow \frac{۹}{x} = \frac{۳}{۱} \rightarrow x = ۳$$

توجه داریم که در فرمول ترکیب‌های یونی دوتایی، ابتدا نماد کاتیون و سپس نماد آنیون (از چپ به راست) به همراه زیروندهایشان نوشته می‌شوند.

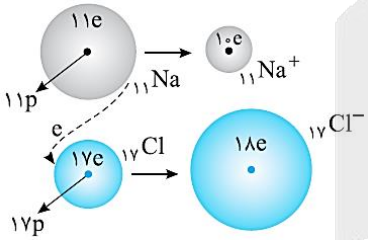
ج) منیزیم کلرید، یک ترکیب یونی محلول در آب است. در بلور منیزیم کلرید ($MgCl_۲$)، همانند بلور سدیم سولفید ($Na_۲S$)، مجموع قدرمطلق بارهای الکتریکی یون‌ها با هم برابر و معادل ۳ است؛ پس برای مقایسه آنتالپی فروپاشی این دو ترکیب، باید شعاع یونی ذرات سازنده آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. از میان آنیون‌های حاصل از عناصر موجود در یک تناوب، با افزایش عدد اتمی، شعاع یونی کاهش پیدا می‌کند. به طریق مشابه، از میان کاتیون‌های حاصل از عناصر موجود در یک تناوب نیز با افزایش عدد اتمی، شعاع یونی کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت یون کلرید در مقایسه با یون سولفید شعاع کوچک‌تری داشته و یون منیزیم نیز در مقایسه با یون سدیم شعاع کوچک‌تری دارد. بر این اساس، می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی شبکه منیزیم کلرید، بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.

عوامل مؤثر بر آنتالپی فروپاشی شبکه‌های یونی

به انرژی لازم برای فروپاشی شبکهٔ بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه هر ترکیب یونی در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌شود. برای مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیبات یونی مختلف، به‌ترتیب از مقیاس‌های زیر استفاده می‌کنیم:

- مقایسه مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده ترکیب مورد نظر ← هر ترکیبی که مجموع قدر مطلق بار الکتریکی آنیون و کاتیون سازنده آن بزرگ‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.
- در صورت یکسان بودن مجموع قدر مطلق بار الکتریکی یون‌ها، مقایسه شعاع آنیون و کاتیون سازنده ← هر ترکیبی که شعاع یون‌های سازنده آن کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتری دارد.

د) هرگاه اتم‌های یک عنصر فلزی مثل سدیم در مجاورت با اتم‌های یک عنصر نافلزی مثل کلر قرار بگیرند، اتم‌های فلزی اکسایش پیدا می‌کنند و الکترون‌های خود را به اتم‌های نافلزی منتقل می‌کنند. طی این فرایند اتم‌ها با یکدیگر الکترون دادوستد می‌کنند و به یون‌هایی با بار مخالف تبدیل می‌شوند و در نتیجه آن یک ترکیب یونی تولید می‌شود. واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



نیم‌واکنش اکسایش: $Na(s) \rightarrow Na^+(s) + e^-$ $\quad {}_{۱۱}Na: [{}_{۱۰}Ne]۳s^۱ \Rightarrow {}_{۱۱}Na^+: [{}_{۱۰}Ne]$

نیم‌واکنش کاهش: $Cl_۲(g) + ۲e^- \rightarrow ۲Cl^-(s)$ $\quad {}_{۱۷}Cl: [{}_{۱۰}Ne]۳s^۲۳p^۵ \Rightarrow {}_{۱۷}Cl^-: [{}_{۱۸}Ar]$

همان‌طور که مشخص است، سدیم کلرید از واکنش میان فلز سدیم و گاز کلر تولید می‌شود. عنصر سدیم، نوعی عنصر فلزی بوده و یک ماده مولکولی نیست و به همین خاطر، نمی‌توان از واژه‌هایی مانند نیروی بین مولکولی و مولکول برای توصیف آن استفاده کرد.

ماز

۱۱۴- در یک مخلوط، درصد جرمی آب و آهن (III) اکسید به‌ترتیب برابر با ۴۰٪ و ۳۲٪ است. اگر ۲۵۰ گرم از آب موجود در این مخلوط را تبخیر کنیم، درصد جرمی آهن (III) اکسید در آن به ۴۰٪ می‌رسد. در ساختار آهن (III) اکسید موجود در این نمونه، چند کاتیون آهن (III) وجود دارد؟ ($Fe = ۵۶ , O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) $۴/۵۱۵ \times ۱۰^{۲۴}$ $\quad$ ۲) $۱/۵۰۵ \times ۱۰^{۲۴}$ $\quad$ ۳) $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۴}$ $\quad$ ۴) $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۴}$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۶۹ ـ ۱۲۰۳)

یک نمونهٔ ۱۰۰ گرمی از مخلوط اولیه را در نظر می‌گیریم. در این مخلوط، ۴۰ گرم آب و ۳۲ گرم Fe_2O_3 وجود دارد. اگر x گرم از آب موجود در این مخلوط را تبخیر کنیم، جرم آن از ۱۰۰ گرم به $100-x$ گرم می‌رسد، اما جرم Fe_2O_3 موجود در آن ثابت باقی می‌ماند. بر این اساس، جرمی از آب که باید تبخیر شود تا درصد جرمی Fe_2O_3 به ۴۰٪ برسد را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{درصد جرمی } Fe_2O_3 = \frac{\text{جرم } Fe_2O_3}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Longrightarrow 40 = \frac{32\ g\ Fe_2O_3}{(100-x)\ g\ \text{مخلوط}} \times 100 \Longrightarrow x = 20\ g\ \text{آب}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، برای اینکه درصد جرمی Fe_2O_3 در یک نمونه ۱۰۰ گرمی به ۴۰٪ برسد، باید نیمی از آب موجود در این مخلوط (۲۰ گرم آب) را تبخیر کنیم تا ۸۰ گرم از مخلوط باقی بماند. بر این اساس، با توجه به جرم آب تبخیر شده، جرم مخلوط نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ \text{مخلوط نهایی} = 250\ g\ \text{آب تبخیر شده} \times \frac{80\ g\ \text{مخلوط نهایی}}{20\ g\ \text{آب تبخیر شده}} = 1000\ g$$

درصد جرمی Fe_2O_3 در مخلوط نهایی برابر با ۴۰٪ است. بر این اساس، جرم Fe_2O_3 موجود در مخلوط را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ Fe_2O_3 = 1000\ g\ \text{مخلوط} \times \frac{40\ g\ Fe_2O_3}{100\ g\ \text{مخلوط}} = 400\ g$$

در ساختار هر مول Fe_2O_3، دو مول کاتیون آهن وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$?\ ion\ Fe^{3+} = 400\ g\ Fe_2O_3 \times \frac{1\ mol\ Fe_2O_3}{160\ g\ Fe_2O_3} \times \frac{2\ mol\ Fe^{3+}}{1\ mol\ Fe_2O_3} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ ion\ Fe^{3+}}{1\ mol\ Fe^{3+}} = 3/01 \times 10^{24}\ ion$$

با توجه به محاسبات بالا، در ساختار مقدار مورد نظر از اکسید آهن، $3/01 \times 10^{24}$ یون آهن وجود دارد.

استخراج آهن

آهن در مقایسه با سایر فلزها بیشترین مصرف سالانه را دارد. این عنصر در طبیعت اغلب به‌صورت Fe_2O_3 یافت می‌شود. از آنجا که واکنش‌پذیری عناصر کربن و سدیم در مقایسه با آهن بیشتر است، برای استخراج این فلز از Fe_2O_3 از واکنش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

$$2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \xrightarrow{\Delta} 4Fe(s) + 3CO_2(g) \qquad Fe_2O_3(s) + 6Na(s) \longrightarrow 3Na_2O(s) + 2Fe(s)$$

چون دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم آسان‌تر بوده و استفاده از این عنصر صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه همانند همه شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود. البته، برای استخراج آهن از ساختار بلوری Fe_2O_3 از واکنش این ماده با گاز کربن مونوکسید بر اساس معادله $Fe_2O_3(s) + 3CO(g) \longrightarrow 2Fe(s) + 3CO_2(g)$ نیز می‌توان استفاده کرد. آهن (III) اکسید، به‌عنوان رنگ قرمز در نقاشی نیز به کار می‌رود.

۱۱۵- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، در رابطه با مولکول کربن دی‌سولفید نادرست است؟

۱) این مولکول، ناقطبی بوده و ساختار آن، برخلاف ساختار اکسیژن دی‌فلوئورید، به‌صورت خطی است.
۲) اتم مرکزی این مولکول، بار جزئی مثبت داشته و دمای جوش آن بالاتر از کربن دی‌اکسید است.
۳) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در این مولکول، برابر با مولکول استیک اسید است.
۴) تفاوت دمای ذوب و جوش یک نمونه از آن، نسبت به یک نمونه سدیم کلرید بیشتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۷۸ ـ ۱۲۰۳)

فرمول شیمیایی کربن دی‌سولفید، به‌صورت CS_2 بوده و ساختار لوویس ذرات سازنده این ماده به شکل زیر است:

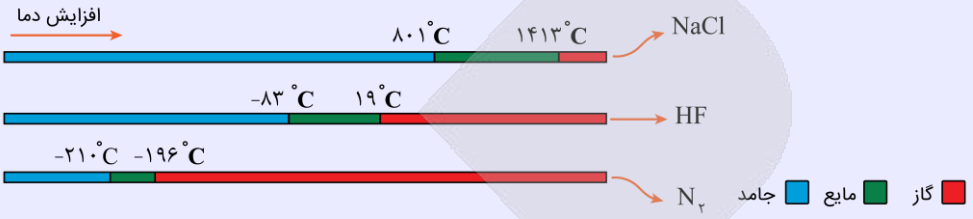
این ماده، از جمله ترکیب‌های مولکولی است. چون نیروی بین ذره‌ای در مواد مولکولی به‌طور کلی در مقایسه با مواد یونی مثل سدیم کلرید ضعیف‌تر است، به همین خاطر تفاوت دمای ذوب و جوش یک نمونه از این ماده، نسبت به یک نمونه سدیم کلرید کمتر است.

WWW.ArefOnline.ir

مقایسه نیروهای بین‌ذره‌ای

هر ماده خالص، در دماهای بالاتر از نقطه جوش خود به حالت گاز، در بازه دمایی بین نقطه ذوب و جوش خود به حالت مایع و در دماهای پایین‌تر از نقطه ذوب خود به حالت جامد وجود دارد. بر این اساس، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، آن ماده در گستره بزرگ‌تری حالت مایع دارد.

برای مثال، تصویر زیر حالت‌های فیزیکی سه ماده N_2، HF و $NaCl$ را در دماهای مختلف نشان می‌دهد:



به‌طور کلی، هر چه تفاوت نقطه ذوب و جوش یک ماده بیشتر باشد، نیروی جاذبه میان ذرات سازنده آن قوی‌تر است. برای مثال، با توجه به بیشتر بودن تفاوت نقطه ذوب و جوش سدیم کلرید نسبت به دو ترکیب دیگر، می‌توان گفت نیروی جاذبه میان آنیون‌ها و کاتیون‌ها در ترکیب‌های یونی، قوی‌تر از نیروی جاذبه وان‌دروالسی و یا پیوند هیدروژنی میان ذرات سازنده ترکیب‌های مولکولی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کربن دی‌سولفید، روی اتم مرکزی خود فاقد جفت الکترون ناپیوندی بوده و اتم‌های کناری آن نیز یکسان هستند. بر این اساس، ذرات این ماده ناقطبی هستند. اکسیژن دی‌فلوئورید با فرمول شیمیایی OF_2، از مولکول‌های قطبی ساخته شده و چون روی اتم مرکزی آن جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد، ذرات این ماده ساختار خمیده پیدا می‌کنند. ساختار مولکولی این ماده به‌صورت زیر است:

۲) چون خاصیت نافلزی گوگرد کمی بیشتر از کربن است، اتم مرکزی مولکول CS_2، بار جزئی مثبت دارد. چون جرم مولی CS_2 بیشتر از جرم مولی کربن دی‌اکسید است، دمای جوش آن بالاتر از کربن دی‌اکسید خواهد بود.

۳) در مولکول CS_2، چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. در ساختار اسیدهای آلی تک‌عاملی نیز فقط ۲ اتم اکسیژن وجود داشته و این مواد نیز در ساختار خود چهار جفت الکترون ناپیوندی دارند.

ماز

۱۱۶- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ در نیروگاه خورشیدی، از یک ماده رسانا با دمای ذوب بالا، برای جذب حرارت خورشید استفاده می‌شود.

ب ـ یون سیلیکات، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی داشته و عنصر سازنده اتم مرکزی آن، از عناصر اکسیژن‌دوست است.

ج ـ طی برقکافت سدیم کلرید مذاب، یون با چگالی بار بیشتر، به سمت قطب مثبت سلول الکترولیتی حرکت می‌کند.

د ـ تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ سدیم فلوئورید و سدیم کلرید، کمتر از تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ پتاسیم کلرید و پتاسیم فلوئورید است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

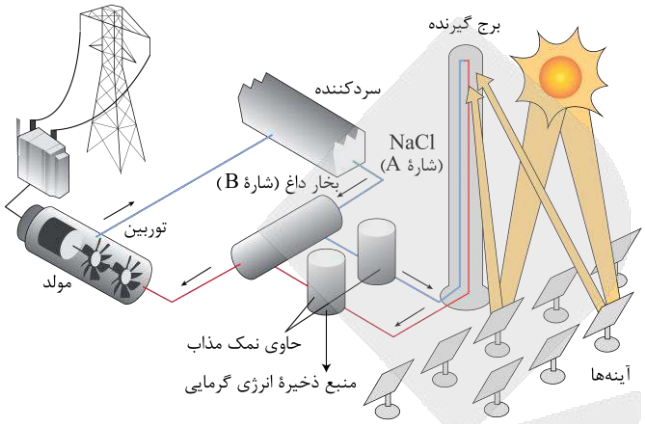
پاسخ: گزینهٔ ۱ **(متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۲۰۳)**

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

WWW.ArefOnline.ir

بررسی موارد:

الف) خورشید بزرگ‌ترین منبع انرژی برای زمین است. این ستاره، انرژی خود را در قالب پرتوهای الکترومغناطیسی به سمت زمین گسیل می‌کند که از آن می‌توان به‌عنوان یک منبع انرژی تجدیدپذیر استفاده کرد. تصویر زیر، شمایی از فناوری پیشرفته مورد نیاز برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد:

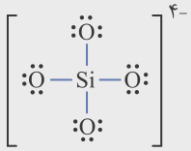


در این فرایند پرتوهای خورشیدی پس از بازتاب از سطح آینه‌ها، در بالاترین نقطه برج متمرکز شده و انرژی خود را به شاره یونی یا همان سدیم کلرید مذاب که در حال عبور کردن از این قسمت است، منتقل می‌کنند و موجب افزایش دمای این ماده می‌شوند. این ماده پس از افزایش دما به سمت منبع ذخیره انرژی گرمایی جریان پیدا کرده و در این مخزن باقی می‌ماند. مواد یونی، از جمله ترکیب‌هایی هستند که دمای ذوب بالایی دارند و در حالت مذاب، رسانا هستند.

تولید انرژی الکتریکی به کمک خورشید

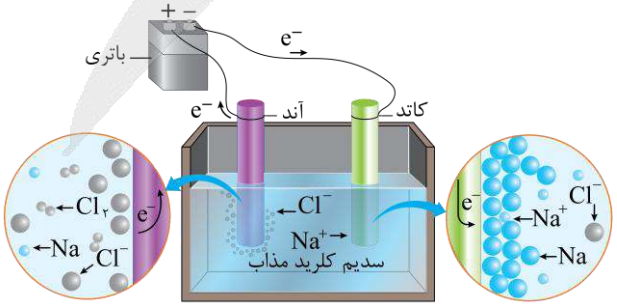
تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی، نیازمند تجهیزات و فناوری پیشرفته بوده و فقط در برخی کشورها انجام‌پذیر است. برای این کار نیاز به دو شاره (سیال) یونی و مولکولی است. شاره (سیال)، ماده‌ای است که مقاومت چندانی در برابر جاری شدن نداشته باشد؛ درنتیجه مواد گازی یا مایع می‌توانند به‌عنوان شاره استفاده شوند. در فرایند تولید انرژی الکتریکی از نور خورشید، باید از شاره‌هایی استفاده کنیم که بتوانند انرژی زیادی را جذب کرده و در خود نگه دارند. هرچه اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ماده‌ای بیشتر باشد، آن ماده در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع خواهد بود.

ب) ساختار یون سیلیکات به‌صورت زیر است:



در ساختار این یون، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم‌های اکسیژن قرار گرفته است. توجه داریم که سیلیسیم، همانند فسفر و گوگرد، از جمله عناصر اکسیژن دوست به شمار رفته به‌طوری‌که انواعی از ترکیبات و یون‌های چنداتمی با اکسیژن تشکیل می‌دهد.

ج) به‌طور کلی هرچه مقدار بار یون بیشتر و شعاع آن یون کمتر باشد، چگالی بار یون مورد نظر بیشتر است. میان دو یون Na^+ و Cl^-، شعاع یون Na^+ کمتر بوده و چگالی بار آن بیشتر است. در فرآیند برقکافت سدیم کلرید مذاب، یون Na^+ به سمت کاتد سلول حرکت می‌کند تا در آنجا کاهش یابد. سلول الکترولیتی برقکافت سدیم کلرید مذاب را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



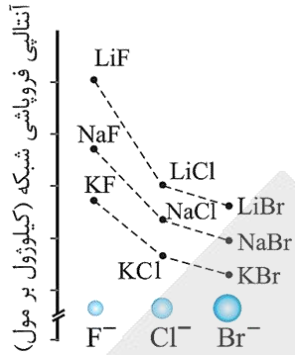
$2Cl^-(l) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$
نیم‌واکنش اکسایش

$Na^+ + e^- \rightarrow Na(l)$
نیم‌واکنش کاهش

همان‌طور که مشخص است، در این سلول الکترولیتی، کاتیون‌های سدیم به سمت قطب منفی سلول یا همان کاتد حرکت می‌کنند.

WWW.ArefOnline.ir

د) نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:



با توجه به این نمودار، تفاوت آنتالپی فروپاشی فلوئورید و کلرید هر فلز، بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی کلرید و برمید آن فلز است. از طرفی، هرچقدر که عدد اتمی کاتیون افزایش پیدا می‌کند، تفاوت آنتالپی فروپاشی فلوئورید و کلرید آن فلز کمتر می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ سدیم فلوئورید و سدیم کلرید، بیشتر از تفاوت $\Delta H_{\text{فروپاشی}}$ پتاسیم کلرید و پتاسیم فلوئورید است.

۱۱۷- با استفاده از ۲۳ گرم دی‌متیل‌اتر خالص، چند لیتر محلول ۰/۰۱ مولار از این ماده را می‌توان تهیه کرد و گشتاور دوقطبی چند گرم از فراورده‌های حاصل از سوختن کامل این ماده، بزرگ‌تر از صفر است؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

۱) ۲۵ ـ ۲۷ ۲) ۵۰ ـ ۲۷ ۳) ۲۵ ـ ۱۳/۵ ۴) ۵۰ ـ ۱۳/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۰ ـ ۱۲۰۳)

تصویر زیر، ساختار مولکول‌های دی‌متیل اتر را نشان می‌دهد:

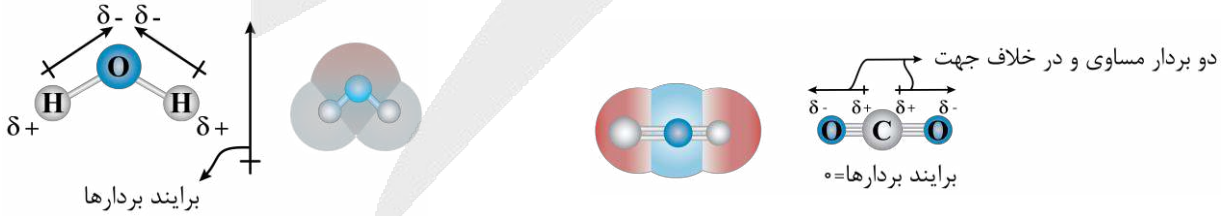
در قدم اول، مقدار محلول ۰/۰۱ مولار دی‌متیل‌اتر را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L \text{ محلول} = ۲۳\ g\ C_۲H_۶O \times \frac{۱\ mol\ C_۲H_۶O}{۴۶\ g\ C_۲H_۶O} \times \frac{۱\ L \text{ محلول}}{۰/۰۱\ mol\ C_۲H_۶O} = ۵۰\ L$$

این ترکیب اتری بر اساس معادله زیر، در حضور گاز اکسیژن به‌طور کامل می‌سوزد:

$$C_۲H_۶O + ۳O_۲ \rightarrow ۲CO_۲ + ۳H_۲O$$

فراورده‌های این واکنش شیمیایی، بخار آب و کربن دی‌اکسید هستند. نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی این دو فراورده به‌صورت زیر است:



با توجه به نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی این مولکول‌ها، پی می‌بریم که کربن دی‌اکسید از مولکول‌های ناقطبی و بخار آب از مولکول‌های قطبی تشکیل شده است. بر این اساس، جرم بخار آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\ H_۲O = ۲۳\ g\ C_۲H_۶O \times \frac{۱\ mol\ C_۲H_۶O}{۴۶\ g\ C_۲H_۶O} \times \frac{۳\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ C_۲H_۶O} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۲۷\ g$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۱۸- اگر در طول انجام شدن واکنش زیر، مجموع جرم مواد جامد موجود در ظرف ۱۶/۸ گرم کاهش پیدا کرده باشد، جرم NaN_3 مصرف شده برابر چند گرم بوده و فلز سدیم تولید شده، در دریای الکترونی خود چند مول الکترون دارد؟ (درصد خلوص واکنش‌دهنده مصرف شده در این فرایند برابر با ۴۰٪ است. $H = 1 : g.mol^{-1}$ و $N = 14$ و $Na = 23$)

$$2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$$

۱) ۰/۸ ـ ۵۲ ۲) ۰/۴ ـ ۵۲ ۳) ۰/۸ ـ ۶۵ ۴) ۰/۴ ـ ۶۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۲۰۳)

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2NaN_3(s) \rightarrow 2Na(s) + 3N_2(g)$$

کاهش جرم مواد جامد در این واکنش شیمیایی، به‌خاطر تولید گاز نیتروژن در این واکنش است. گاز نیتروژن تولید شده از ظرف واکنش خارج شده و جرم مواد جامد موجود در ظرف را کاهش می‌دهد. بر این اساس، جرم NaN_3 خالص مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,NaN_3 = 16/8\,g\,N_2 \times \frac{1\,mol\,N_2}{28\,g\,N_2} \times \frac{2\,mol\,NaN_3}{3\,mol\,N_2} \times \frac{65\,g\,NaN_3}{1\,mol\,NaN_3} = 26\,g$$

جرم NaN_3 ناخالص مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

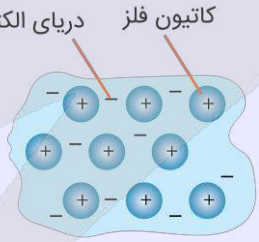
$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Longrightarrow 40 = \frac{26}{x} \times 100 \Longrightarrow x = 65\,g$$

پس جرم NaN_3 ناخالص مصرف شده برابر با ۶۵ گرم است. هر اتم سدیم، یک الکترون ظرفیتی داشته و بر این اساس، هر مول از این فلز در دریای الکترونی خود دارای ۱ مول الکترون ظرفیتی است. با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$?\,mol\,e^- = 16/8\,g\,N_2 \times \frac{1\,mol\,N_2}{28\,g\,N_2} \times \frac{2\,mol\,Na}{3\,mol\,N_2} \times \frac{1\,mol\,e^-}{1\,mol\,Na} = 0/4\,mol$$

دریای الکترونی

مواد از جمله فلزها همواره برای زندگی انسان و ادامه آن ضروری و ارزشمند بوده‌اند تا آن‌جا که تمدن‌های آغازی نیز براساس گستره کاربری این مواد به‌صورت دوره سنگی، دوره برنز (آلیاژی از قلع و مس) و دوره آهن نام‌گذاری شده‌اند. فلزها همواره نقش مهمی در رشد، گسترش و ارتقای کیفیت زندگی داشته و بسیاری باور دارند که پایداری جامعه پیشرفته با فناوری کارآمد به گستردگی استفاده از فلزات بستگی دارد. تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:



براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در هر اتم (الکترون‌های ظرفیتی) دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

۱۱۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) رسانایی گرمایی، استحکام بالا و شکل‌پذیری، از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها هستند.

۲) دریای الکترونی، عاملی است که چیدمان کاتیون‌های فلزی را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند.

۳) عناصر فلزی بخش عمده‌ای از عناصر جدول تناوبی را تشکیل داده و در دسته‌های s، p، f و d یافت می‌شوند.

۴) عنصر با $Z = 29$، همانند دومین عنصر از تناوب پنجم، با اعداد اکسایش متنوع در ترکیب‌های خود یافت می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۸۴ ـ ۱۲۰۳)

عنصر $_{29}X$ معادل با مس بوده و دومین عنصر از تناوب پنجم، دارای عدد اتمی ۳۸ است. عنصر $_{38}Y$ نیز معادل با استرانسیم است. مس با اعداد اکسایش متنوعی در ترکیب‌های خود یافت می‌شود؛ در حالی که استرانسیم یک فلز قلیایی خاکی بوده و همواره با عدد اکسایش ۲+ در ترکیب‌های خود حاضر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نمودار زیر، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی عناصر مختلف را نشان می‌دهد:

- عناصر
  - خواص فیزیکی
    - جلا: سطح عناصر مختلف در حالت جامد یا درخشان(صیقلی) یا کدر است.
    - چکش‌خواری: عناصر مختلف درحالت جامد یا چکش‌خوار(شکل‌پذیر) هستند یا بر اثر ضربهٔ چکش خرد می‌شوند.
    - رسانایی: عناصر مختلف یا رسانای جریان برق و گرما هستند یا جریان برق و گرما را از خود عبور نمی‌دهند.
    - سختی: میزان سختی عناصر مختلف در حالت جامد متفاوت از یکدیگر است.
  - خواص شیمیایی
    - مبادله الکترون: عناصر یا الکترون از دست می‌دهند یا الکترون به‌دست می‌آورند یا الکترون به اشتراک می‌گذارند.
    - واکنش‌پذیری: واکنش‌پذیری عناصر مختلف، متفاوت از یکدیگر است.

با توجه به نمودار فوق، رسانایی گرمایی، رسانایی الکتریکی، استحکام، ویژگی سطحی و شکل‌پذیری (چکش‌خواری یا قابلیت مفتول شدن)، از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها هستند.

۲) دریای الکترونی، در مقایسه با کاتیون‌های موجود در بلور جامدهای فلزی، بار ناهمنام داشته و عاملی است که چیدمان این کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند. به‌خاطر وجود همین دریای الکترونی است که فلزها چکش‌خوار بوده و جریان برق را از خود عبور می‌دهند.

۳) عناصر فلزی بخش عمده‌ای از عناصر جدول تناوبی را تشکیل می‌دهند. این عناصر در دسته‌های s (مثل سدیم و پتاسیم)، p (مثل آلومینیم و قلع)، d (مثل آهن، مس و نقره) و f (مثل اورانیوم) جدول دوره‌ای یافت می‌شوند. توجه داریم که کل عناصر موجود در دسته‌های d و f جدول دوره‌ای، در دسته فلزها قرار می‌گیرند.

ماز

۱۲۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ رنگ‌هایی که برای پوشش سطوح استفاده می‌شوند، نوعی سوسپانسیون بوده و مانع از خوردگی سطوح می‌شوند.

ب ـ چگالی تیتانیم، کمتر از فولاد زنگ‌نزن بوده و از آلیاژ این فلز با نیکل، برای ساخت قاب عینک استفاده می‌شود.

ج ـ اجسام آبی‌رنگ، تمام پرتوهای قرمز رنگی که به سمت آن‌ها تابیده می‌شوند را به‌طور کامل جذب می‌کنند.

د ـ ترکیب یونی $VOCl_2$، در حالت جامد نارسانا بوده و با انحلال آن در آب، محلول آبی رنگ ایجاد می‌شود.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸۸ ـ ۱۲۰۳)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) امروزه با پیشرفت و گسترش تولید فراورده‌های صنعتی، این فراورده‌ها افزون بر رقابت در جنبه‌های کمی و کیفی، باید از دیدگاه زیباشناختی نیز رنگ و رنگ‌آمیزی جذاب و مناسبی داشته باشند. بر این اساس، امروزه رنگ‌های ساختگی گوناگونی تولید می‌شوند که از آن‌ها در صنایع غذایی، نساجی و ساختمانی استفاده می‌شود. رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند (مثل رنگ‌های روغنی)، نوعی کلوئید هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، از نفوذ رطوبت و اکسیژن به لایه‌های زیرین جلوگیری کرده و مانع خوردگی اجسام در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی شوند.

WWW.ArefOnline.ir

ب) چگالی تیتانیم، کمتر از فولاد است ولی نقطه ذوب تیتانیم بیشتر از فولاد است. از مخلوط دو فلز تیتانیم و نیکل، آلیاژی هوشمند به نام نیتینول تولید می‌شود که در ساخت قاب عینک، استنت برای رگ‌ها و سازه فلزی در ارتودنسی کاربرد دارد. در جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیم و فولاد زنگ‌نزن مقایسه شده است:

ویژگی / ماده	تیتانیم	مقایسه	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	$<$	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	$>$	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	$>$	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	$<$	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	$\simeq$	عالی

تیتانیم

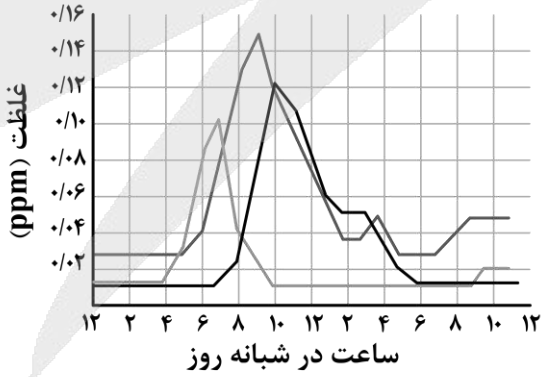
فلزها افزون بر رفتارهای مشابه، تفاوت‌های آشکاری در برخی رفتارها نشان می‌دهند. در واقع، هر فلز افزون بر رفتارهای مشترک با سایر عناصر فلزی، رفتارهای ویژهٔ خود را نیز دارد. مثلاً فلزهای دستهٔ d (فلزهای واسطه)، همانند سایر فلزها رسانایی الکتریکی بالا، رسانایی گرمایی بالا و شکل‌پذیری دارند، اما در ویژگی‌هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع اعداد اکسایش با آن‌ها تفاوت دارند. تیتانیم، دومین فلز واسطهٔ موجود در تناوب چهارم است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود.

ج) اجسام آبی‌رنگ، تمام پرتوهای قرمزرنگی که به سمت آن‌ها تابیده می‌شوند را به‌طور کامل جذب می‌کنند؛ در حالی که تمام پرتوهای آبی‌رنگی که به سمت آن‌ها تابیده می‌شوند را به سمت چشم ما بازتاب می‌کنند. به همین خاطر، این اجسام به رنگ آبی دیده می‌شوند.

د) اغلب فلزهای واسطه با اعداد اکسایش مختلفی در ترکیب‌های گوناگون ظاهر می‌شوند و یون‌های حاصل از این عناصر نیز اغلب رنگی هستند. وانادیم یکی از عناصر موجود در دسته d از تناوب چهارم است که با نماد V نشان داده می‌شود. این عنصر در ترکیب‌های مختلف خود با اعداد اکسایش $+2$ تا $+5$ ظاهر می‌شود. عدد اکسایش وانادیم در $VOCl_3$ برابر با $+5$ است؛ پس محلولی که حاوی این نمک باشد، به رنگ زرد دیده می‌شود. این ماده، یک ترکیب یونی بوده و در حالت جامد نارسانا است.

ماز

۱۲۱- نمودار زیر، روند تغییر غلظت گازهای اوزون، NO و NO_2 در هوای آلوده یک شهر را نشان می‌دهد. کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟ ($O = 16 , N = 14 : g.mol^{-1}$)



الف ـ در ساعت ۷ صبح، شمار ذرات نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از دو گاز دیگر است.

ب ـ در بازه ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 نسبت به اوزون بیشتر است.

ج ـ در طول شب، مجموع غلظت ppm اکسیدهای نیتروژن در هوای شهر،کمتر از غلظت گاز اوزون است.

د ـ در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «ب» و «ج»　　۳) «ج» و «د»　　۴) «الف» و «د»

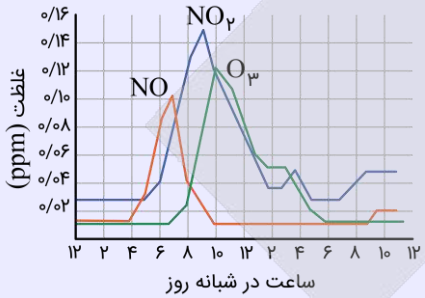
WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۲۰۴)

نمودار اول، مربوط به گاز نیتروژن مونوکسید بوده و نمودار دوم، مربوط به گاز نیتروژن دی‌اکسید است. نمودار سوم نیز مربوط به گاز اوزون است. بر این اساس، عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

تغییر غلظت گازهای آلاینده در هواکره

برهم‌کنش‌های شیمیایی انجام‌گرفته میان اکسیدهای نیتروژن و تولید اوزون موجب ایجاد الگویی در غلظت آلاینده‌های موجود در هوا شده که در نمودار زیر مشخص‌شده است:



مطابق این نمودار، در طول شب و فعالیت اندک خودروها، مقایسه غلظت این سه آلاینده به‌صورت $O_۳ < NO < NO_۲$ است. در ابتدای صبح با تولید گاز NO در خودروها، غلظت این گاز به‌شدت افزایش می‌یابد. سپس غلظت این گاز در واکنش با گاز اکسیژن هوا، کاهش یافته و موجب تولید و افزایش غلظت گاز $NO_۲$ می‌شود. در نهایت گاز $NO_۲$ در واکنش با گاز اکسیژن هوا، اوزون تروپوسفری را ایجاد می‌کند. پس به‌ترتیب ابتدا گاز NO در اول صبح، سپس گاز $NO_۲$ پیش از ظهر و در نهایت گاز اوزون هنگام ظهر به بیشترین غلظت خود در هوا می‌رسند. مقایسه بیشترین غلظت این سه گاز به‌صورت زیر است:

$NO < O_۳ < NO_۲$

بررسی موارد:

الف) در حد کتاب درسی دبیرستان، غلظت ppm هر ماده، مقدار میلی‌گرم آن ماده در هر کیلوگرم مخلوط را نشان می‌دهد. در ساعت ۷ صبح، غلظت ppm گاز NO در مقایسه با گاز $NO_۲$ کمی بیشتر بوده و از طرفی، جرم مولی این گاز نیز در مقایسه با جرم مولی گاز $NO_۲$ کمتر است. به عبارتی، می‌توان گفت در این حالت جرم گاز NO موجود در هواکره بیشتر از گاز $NO_۲$ بوده و با توجه به جرم مولی کمتر این گاز در مقایسه با گاز $NO_۲$، قطعاً شمار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از نیتروژن دی‌اکسید خواهد بود. به همین طریق شمار ذرات گاز نیتروژن مونوکسید از شمار ذرات گاز اوزون نیز بیشتر خواهد بود.

ب) برای محاسبه سرعت متوسط تغییر غلظت هر گاز، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

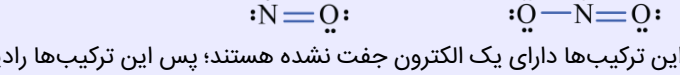
$$\text{سرعت تغییر غلظت گاز} = \frac{\text{مقدار تغییر غلظت گاز}}{\Delta t}$$

در بازه زمانی ساعت ۶ تا ۸ صبح، غلظت گاز $NO_۲$ از ۰/۰۴ به ۰/۱۳ رسیده در حالی که در طول همین بازه زمانی، غلظت گاز اوزون از ۰/۰۱ به حدود ۰/۰۲۵ رسیده است. با توجه به اینکه میزان تغییر غلظت گاز $NO_۲$ در مقایسه با اوزون بیشتر است اما بازه زمانی سپری شده برای هر دو گاز یکسان است، پس می‌توان گفت سرعت متوسط تغییر غلظت گاز $NO_۲$ در مقایسه با گاز اوزون بیشتر خواهد بود.

ج) با توجه به نمودار، در طول شب، مجموع غلظت اکسیدهای نیتروژن که هر دو از جمله گونه‌های رادیکال و بسیار پرانرژی هستند، در هوای شهر بیشتر از غلظت گاز اوزون در آن است.

رادیکال‌ها

رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های موجود در ساختار آن الکترون جفت نشده دارند. در واقع، رادیکال‌ها محتوای اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. به‌عنوان مثال، به ساختار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید ($NO_۲$) دقت کنید:



همان‌طور که مشخص است، اتم‌های نیتروژن موجود در این ترکیب‌ها دارای یک الکترون جفت نشده هستند؛ پس این ترکیب‌ها رادیکال محسوب می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم، گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، در دسته گازها و مواد خارج‌شده از اگزوز خودروها هستند که آلایندگی زیادی دارند. این گازها را بر اساس معادله کلی زیر، با هم واکنش می‌دهند تا از آلایندگی آن‌ها کاسته شود:

$$۲NO(g) + ۲CO(g) \longrightarrow ۲CO_۲(g) + N_۲(g)$$

WWW.ArefOnline.ir

طی این فرایند، گازهای واکنش‌دهنده به فراورده‌هایی با آلایندگی کمتر و پایدارتر تبدیل می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت فراورده‌های این واکنش آلایندگی کمتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند؛ اما این مواد نیز همچنان جزء آلاینده‌ها هستند. یکی از این فراورده‌ها گاز کربن دی‌اکسید است که از گازهای گلخانه‌ای بوده و بر گرمایش زمین اثر دارد.

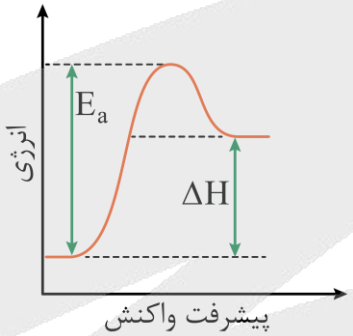
د) رنگ قهوه‌ای هوای آلوده به‌خاطر گاز NO_2 ایجاد می‌شود. با توجه به نمودار، غلظت گاز NO_2 در طول بازه زمانی داده شده همواره روند کاهشی نداشته و گاهی افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره گاهی در حال کاهش یافتن و گاهی در حال افزایش یافتن است.

۱۲۲- در نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش، تفاوت سطح انرژی قله تا فراورده‌ها، ۴ برابر مقدار $|\Delta H|$ واکنش است. اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش برابر با ۹۰ کیلوژول بوده و واکنش گرماگیر باشد، تغییر آنتالپی واکنش برابر با چند کیلوژول است؟

۱) $+۲۲/۵$ ۲) $+۳۰$ ۳) $+۱۸$ ۴) $+۱۵$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۲۰۴)

در واکنش‌های گرماگیر، مواد از محیط اطراف خود انرژی جذب کرده و سطح انرژی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. در این واکنش‌ها، مقدار ΔH بزرگ‌تر از صفر است. به نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش گرماگیر دقت کنید:



با توجه به نمودار، تفاوت سطح انرژی قله با فراورده‌ها، برابر با تفاوت مقدار انرژی فعال‌سازی و آنتالپی واکنش است. در این رابطه، داریم:

$$\text{تفاوت سطح انرژی قله با فراورده‌ها} = E_a - \Delta H$$

با توجه به نمودار رسم شده و اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$E_a - \Delta H = ۴\Delta H \Longrightarrow E_a = ۵\Delta H \Longrightarrow ۹۰ = ۵\Delta H \Rightarrow \Delta H = +۱۸\ kJ$$

۱۲۳- نمودار انرژی-پیشرفت مقابل را به کدام واکنش می‌توان نسبت داد و این واکنش، در چه دمایی با سرعت بالاتر انجام می‌شود؟

۱) اکسایش گلوکز در بدن ـ دمای بالا
۲) اکسایش گلوکز در بدن ـ دمای پایین
۳) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای بالا
۴) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای پایین

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۲۰۴)

گاز اوزون در مقایسه با اکسیژن سطح انرژی بالاتری دارد. نمودار انرژی-پیشرفت رسم‌شده مربوط به واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون است. این واکنش یک واکنش گرماگیر است و طبق معادله زیر انجام می‌شود:

$$Q + ۳O_۲(g) \rightleftharpoons ۲O_۳(g)$$

در دمای بالاتر، انرژی فعال‌سازی واکنش سریع‌تر تأمین می‌شود و واکنش بهتر انجام می‌شود. توجه داریم که واکنش اکسایش گلوکز طبق معادله زیر انجام می‌شود و یک واکنش گرماده است:

$$C_۶H_{۱۲}O_۶(s) + ۶O_۲(g) \rightarrow ۶CO_۲(g) + ۶H_۲O(l) + Q$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۲۴- جدول زیر، مقدار آلاینده‌های تولید شده توسط یک خودرو را نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی آلاینده	CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر (گرم)	۶/۱۶	۱/۶۷	۱/۸

اگر تفاوت شمار مول گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید تولید شده در این خودرو برابر $۴/۸mol$ باشد و در ساختار هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو مجموعاً ۴۰/۰۸ گرم کربن وجود داشته باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن‌ها چقدر می‌شود؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۸۵ ۲) ۷۵ ۳) ۹۰ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۲۰۴)

کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، موادی هستند که از مولکول‌های دواتمی تشکیل شده‌اند، در حالی که هیدروکربن‌های نسوخته دارای مولکول‌های چنداتمی هستند. خودرو مورد نظر با طی کردن ۱ کیلومتر مسافت، ۶/۱۶ گرم گاز کربن مونوکسید (معادل با ۰/۲۲ مول گاز کربن مونوکسید) و ۱/۸ گرم گاز نیتروژن مونوکسید (معادل با ۰/۰۶ مول گاز نیتروژن مونوکسید) تولید می‌کند؛ پس می‌توان گفت تفاوت شمار مول گازهای تولید شده در طول هر کیلومتر مسافت، برابر با ۰/۱۶ مول است. بر این اساس، مسافت طی شده توسط این خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مسافت} = ۳۰\ km \quad \text{مسافت}\ ?\ km = ۴/۸\ mol \times \frac{۱\ km\ \text{مسافت}}{۰/۱۶\ mol\ \text{تفاوت شمار مول آلاینده‌ها}}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، این خودرو ۳۰ کیلومتر مسافت را طی می‌کند. بر این اساس، جرم کل هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ C_xH_y = ۳۰\ km\ \text{مسافت} \times \frac{۱/۶۷\ g\ C_xH_y}{۱\ km\ \text{مسافت}} = ۵۰/۱\ g$$

در قدم آخر، درصد جرمی کربن در ساختار این هیدروکربن‌های نسوخته را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن موجود در}\ C_xH_y}{\text{جرم کل}\ C_xH_y} \times ۱۰۰ = \frac{۴۰/۰۸\ g\ C}{۵۰/۱\ g\ C_xH_y} \times ۱۰۰ = ۸۰\ \text{درصد}$$

کارایی مبدل‌های کاتالیستی

مبدل‌های کاتالیستی، در حدود ۸۹/۸% از گاز CO، حدود ۹۵/۸% از هیدروکربن‌های نسوخته و ۹۶/۲% از گاز NO تولیدشده در موتور را به فراورده‌های کم‌خطر تبدیل می‌کنند؛ پس این مبدل‌ها مقدار بیشتری (۵/۳۸ گرم به ازای طی یک کیلومتر) از گاز CO را نسبت به دو آلاینده دیگر حذف می‌کنند اما بیشترین تأثیر را در حذف گاز نیتروژن مونوکسید (حدود ۹۶/۲ درصد) دارند.

۱۲۵- مخلوطی از گازهای هیدروژن و اکسیژن، در حضور یک ورقه فلز روی در یک محفظه قرار گرفته‌اند. با انجام چه تعداد از تغییرات زیر، سرعت انجام واکنش در ظرف افزایش پیدا می‌کند؟

ـ استفاده از پودر روی به‌جای ورقه روی
ـ زدن یک جرقه در مخلوط گازی مورد نظر
ـ برداشتن ورقه روی از داخل مخزن محتوی گاز
ـ استفاده از ورقه پلاتینی به‌جای ورقه روی

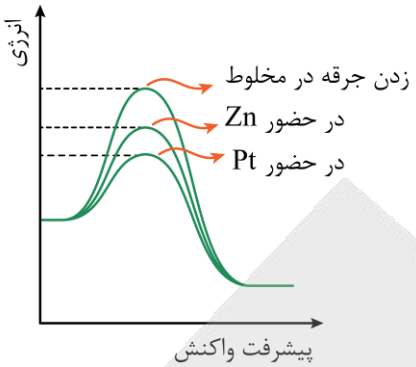
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۹ ـ ۱۲۰۴)

مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن را در غیاب کاتالیزگر، می‌توان برای مدت طولانی نگه داشت. در این شرایط، هیچ واکنشی انجام نشده و مخلوط موردنظر به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌ماند؛ چرا که انرژی فعال‌سازی این واکنش خیلی بزرگ است. با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش، انرژی فعال‌سازی آن تأمین شده و گازهای مورد نظر با سرعت خیلی بالایی با یکدیگر واکنش می‌دهند. از طرف دیگر، در صورت اضافه‌کردن کاتالیزگر مناسب (نمونه‌هایی از فلزهای Pt و Zn) به مخلوط واکنش نیز با کاهش انرژی فعال‌سازی آن، سرعت انجام‌شدن واکنش افزایش پیدا می‌کند.

WWW.ArefOnline.ir

نمودار زیر، روند تغییر مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش مورد نظر را در حضور هر کاتالیزگر نشان می‌دهد:

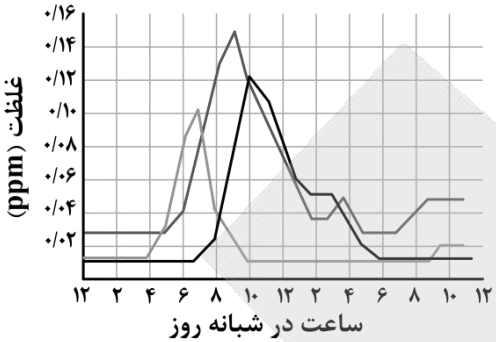


در ابتدای کار که ورقه روی در محفظه واکنش وجود دارد، واکنش با سرعت زیاد انجام می‌شود اما به‌صورت انفجاری نیست. اگر به‌جای ورقه روی از پودر روی استفاده کنیم، سطح تماس کاتالیزگر با مواد افزایش پیدا می‌کند و واکنش با سرعت بیشتری انجام می‌شود. در صورت زدن جرقه در مخلوط و یا استفاده از پلاتین به‌جای روی، سرعت واکنش باز هم افزایش یافته و بخار آب با سرعت بیشتری تولید می‌شود. توجه داریم که برخلاف سایر عوامل گفته شده، اگر ورقه روی را از مخزن مورد نظر خارج کنیم، سرعت واکنش کم می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

تکمیل: پیشروی ۱۰۰ درصدی نیم‌سال دوم دوازدهم (بخش انتخابی)

۱۲۶- نمودار زیر، روند تغییر غلظت گازهای اوزون، NO و NO_2 در هوای آلوده یک شهر را نشان می‌دهد. کدام موارد از عبارت‌های داده‌شده درست هستند؟ ($O = 16 , N = 14 : g.mol^{-1}$)



الف ـ در ساعت ۷ صبح، شمار ذرات نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از دو گاز دیگر است.

ب ـ در بازه ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 نسبت به اوزون بیشتر است.

ج ـ در طول شب، مجموع غلظت ppm اکسیدهای نیتروژن در هوای شهر،کمتر از غلظت گاز اوزون است.

د ـ در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

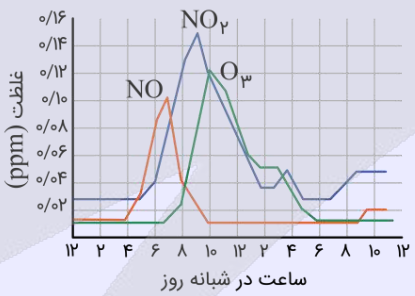
۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۲۰۴)

نمودار اول، مربوط به گاز نیتروژن مونوکسید بوده و نمودار دوم، مربوط به گاز نیتروژن دی‌اکسید است. نمودار سوم نیز مربوط به گاز اوزون است. بر این اساس، عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

تغییر غلظت گازهای آلاینده در هواکره

برهم‌کنش‌های شیمیایی انجام‌گرفته میان اکسیدهای نیتروژن و تولید اوزون موجب ایجاد الگویی در غلظت آلاینده‌های موجود در هوا شده که در نمودار زیر مشخص‌شده است:



مطابق این نمودار، در طول شب و فعالیت اندک خودروها، مقایسه غلظت این سه آلاینده به‌صورت $O_3 < NO < NO_2$ است. در ابتدای صبح با تولید گاز NO در خودروها، غلظت این گاز به‌شدت افزایش می‌یابد. سپس غلظت این گاز در واکنش با گاز اکسیژن هوا، کاهش یافته و موجب تولید و افزایش غلظت گاز NO_2 می‌شود. در نهایت گاز NO_2 در واکنش با گاز اکسیژن هوا، اوزون تروپوسفری را ایجاد می‌کند. پس به‌ترتیب ابتدا گاز NO در اول صبح، سپس گاز NO_2 پیش از ظهر و در نهایت گاز اوزون هنگام ظهر به بیشترین غلظت خود در هوا می‌رسند. مقایسه بیشترین غلظت این سه گاز به‌صورت زیر است:

$NO < O_3 < NO_2$

بررسی موارد:

الف) در حد کتاب درسی دبیرستان، غلظت ppm هر ماده، مقدار میلی‌گرم آن ماده در هر کیلوگرم مخلوط را نشان می‌دهد. در ساعت ۷ صبح، غلظت ppm گاز NO در مقایسه با گاز NO_2 کمی بیشتر بوده و از طرفی، جرم مولی این گاز نیز در مقایسه با جرم مولی گاز NO_2 کمتر است. به عبارتی، می‌توان گفت در این حالت جرم گاز NO موجود در هواکره بیشتر از گاز NO_2 بوده و با توجه به جرم مولی کمتر این گاز در مقایسه با گاز NO_2، قطعاً شمار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از نیتروژن دی‌اکسید خواهد بود. به همین طریق شمار ذرات گاز نیتروژن مونوکسید از شمار ذرات گاز اوزون نیز بیشتر خواهد بود.

WWW.ArefOnline.ir

ب) برای محاسبه سرعت متوسط تغییر غلظت هر گاز، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

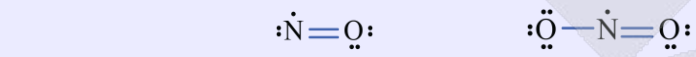
$$\text{سرعت تغییر غلظت گاز} = \frac{\text{مقدار تغییر غلظت گاز}}{\Delta t}$$

در بازه زمانی ساعت ۶ تا ۸ صبح، غلظت گاز NO_2 از ۰/۰۴ به ۰/۱۳ رسیده در حالی که در طول همین بازه زمانی، غلظت گاز اوزون از ۰/۰۱ به حدود ۰/۰۲۵ رسیده است. با توجه به اینکه میزان تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با اوزون بیشتر است اما بازه زمانی سپری شده برای هر دو گاز یکسان است، پس می‌توان گفت سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با گاز اوزون بیشتر خواهد بود.

ج) با توجه به نمودار، در طول شب، مجموع غلظت اکسیدهای نیتروژن که هر دو از جمله گونه‌های رادیکال و بسیار پرانرژی هستند، در هوای شهر بیشتر از غلظت گاز اوزون در آن است.

رادیکال‌ها

رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های موجود در ساختار آن، الکترون جفت نشده دارند. در واقع، رادیکال‌ها محتوای اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. به‌عنوان مثال، به ساختار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) دقت کنید:



همان‌طور که مشخص است، اتم‌های نیتروژن موجود در این ترکیب‌ها دارای یک الکترون جفت نشده هستند؛ پس این ترکیب‌ها رادیکال محسوب می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم، گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، در دسته گازها و مواد خارج‌شده از اگزوز خودروها هستند که آلایندگی زیادی دارند. این گازها را بر اساس معادله کلی زیر، با هم واکنش می‌دهند تا از آلایندگی آن‌ها کاسته شود:

$$2NO(g) + 2CO(g) \longrightarrow 2CO_2(g) + N_2(g)$$

طی این فرایند، گازهای واکنش‌دهنده به فراورده‌هایی با آلایندگی کمتر و پایدارتر تبدیل می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت فراورده‌های این واکنش آلایندگی کمتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند؛ اما این مواد نیز همچنان جزء آلاینده‌ها هستند. یکی از این فراورده‌ها گاز کربن دی‌اکسید است که از گازهای گلخانه‌ای بوده و بر گرمایش زمین اثر دارد.

د) رنگ قهوه‌ای هوای آلوده به‌خاطر گاز NO_2 ایجاد می‌شود. با توجه به نمودار، غلظت گاز NO_2 در طول بازه زمانی داده شده همواره روند کاهشی نداشته و گاهی افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره گاهی در حال کاهش یافتن و گاهی در حال افزایش یافتن است.

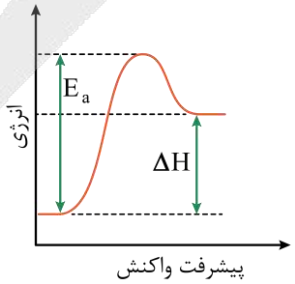
ماز

۱۲۷- در نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش، تفاوت سطح انرژی قله تا فراورده‌ها، ۴ برابر مقدار $|\Delta H|$ واکنش است. اگر انرژی فعال‌سازی این واکنش برابر با ۹۰ کیلوژول بوده و واکنش گرماگیر باشد، تغییر آنتالپی واکنش برابر با چند کیلوژول است؟

۱) $+22/5$ ۲) $+30$ ۳) $+18$ ۴) $+15$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۷ ـ ۱۲۰۴)

در واکنش‌های گرماگیر، مواد از محیط اطراف خود انرژی جذب کرده و سطح انرژی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. در این واکنش‌ها، مقدار ΔH بزرگ‌تر از صفر است. به نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش گرماگیر دقت کنید:



با توجه به نمودار، تفاوت سطح انرژی قله با فراورده‌ها، برابر با تفاوت مقدار انرژی فعال‌سازی و آنتالپی واکنش است. در این رابطه، داریم:

$$\text{تفاوت سطح انرژی قله با فراورده‌ها} = E_a - \Delta H$$

با توجه به نمودار رسم شده و اطلاعات داده شده در صورت سؤال، داریم:

$$E_a - \Delta H = 4\Delta H \Rightarrow E_a = 5\Delta H \Rightarrow 90 = 5\Delta H \Rightarrow \Delta H = +18\ kJ$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۲۸- نمودار انرژی-پیشرفت مقابل را به کدام واکنش می‌توان نسبت داد و این واکنش، در چه دمایی با سرعت بالاتر انجام می‌شود؟

۱) حذف گاز آلاینده نیتروژن مونوکسید در خودروهای بنزینی ـ دمای بالا
۲) حذف گاز آلاینده نیتروژن مونوکسید در خودروهای بنزینی ـ دمای پایین
۳) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای بالا
۴) واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون ـ دمای پایین

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۸ ـ ۱۲۰۴)

گاز اوزون در مقایسه با اکسیژن سطح انرژی بالاتری دارد. نمودار انرژی-پیشرفت رسم‌شده مربوط به واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون است. این واکنش یک واکنش گرماگیر است و طبق معادله زیر انجام می‌شود:

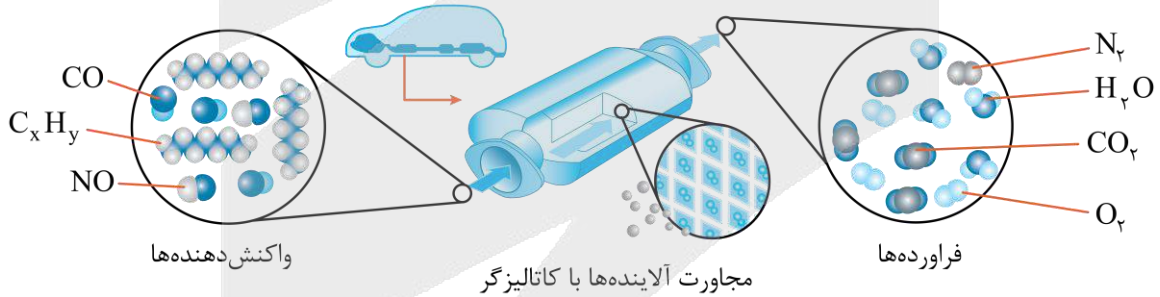
$$Q + ۳O_۲(g) \rightleftharpoons ۲O_۳(g)$$

در دمای بالاتر، انرژی فعال‌سازی واکنش سریع‌تر تأمین می‌شود و واکنش بهتر انجام می‌شود. توجه داریم که واکنش حذف گاز نیتروژن مونوکسید توسط مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی طبق معادله زیر انجام می‌شود و یک واکنش گرماده است:

$$۲NO(g) \rightarrow N_۲(g) + O_۲(g) + Q$$

نمودار انرژی-پیشرفت این واکنش و واکنش مربوط به حذف کربن مونوکسید در مبدل کاتالیستی، به این صورت رسم می‌شود:

شکل زیر ساختار مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی را نشان می‌دهد:



به این قطعه سه آلاینده NO، CO و هیدروکربن نسوخته وارد شده و از آن گازهای نیتروژن، کربن دی‌اکسید، اکسیژن و بخارآب با آلایندگی کمتر خارج می‌شوند.

ماز

۱۲۹- جدول زیر، مقدار آلاینده‌های تولید شده توسط یک خودرو را نشان می‌دهد:

فرمول شیمیایی آلاینده	CO	C_xH_y	NO
مقدار آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر (گرم)	۶/۱۶	۱/۶۷	۱/۸

اگر تفاوت شمار مول گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید تولید شده در این خودرو برابر $۴/۸mol$ باشد و در ساختار هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو مجموعاً ۴۰/۰۸ گرم کربن وجود داشته باشد، درصد جرمی کربن در این هیدروکربن‌ها چقدر می‌شود؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) ۸۵ ۲) ۷۵ ۳) ۹۰ ۴) ۸۰

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۹۴ ـ ۱۲۰۴)

کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، موادی هستند که از مولکول‌های دواتمی تشکیل شده‌اند، در حالی که هیدروکربن‌های نسوخته دارای مولکول‌های چنداتمی هستند. خودرو مورد نظر با طی کردن ۱ کیلومتر مسافت، ۶/۱۶ گرم گاز کربن مونوکسید (معادل با ۰/۲۲ مول گاز کربن مونوکسید) و ۱/۸ گرم گاز نیتروژن مونوکسید (معادل با ۰/۰۶ مول گاز نیتروژن مونوکسید) تولید می‌کند؛ پس می‌توان گفت تفاوت شمار مول گازهای تولید شده در طول هر کیلومتر مسافت، برابر با ۰/۱۶ مول است. بر این اساس، مسافت طی شده توسط این خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{مسافت} = ۴/۸\ mol \text{ تفاوت شمار مول آلاینده‌ها} \times \frac{۱\ km \text{ مسافت}}{۰/۱۶\ mol \text{ تفاوت شمار مول آلاینده‌ها}} = ۳۰\ km \text{ مسافت}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، این خودرو ۳۰ کیلومتر مسافت را طی می‌کند. بر این اساس، جرم کل هیدروکربن‌های نسوخته خارج شده از اگزوز این خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$۳۰\ km \text{ مسافت} \times \frac{۱/۶۷\ g\ C_xH_y}{۱\ km \text{ مسافت}} = ۵۰/۱\ g$$

در قدم آخر، درصد جرمی کربن در ساختار این هیدروکربن‌های نسوخته را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن موجود در } C_xH_y}{\text{جرم کل } C_xH_y} \times ۱۰۰ = \frac{۴۰/۰۸\ g\ C}{۵۰/۱\ g\ C_xH_y} \times ۱۰۰ = ۸۰ \text{ درصد}$$

کارایی مبدل‌های کاتالیستی

مبدل‌های کاتالیستی، در حدود ۸۹/۸% از گاز CO، حدود ۹۵/۸% از هیدروکربن‌های نسوخته و ۹۶/۲% از گاز NO تولیدشده در موتور را به فراورده‌های کم‌خطر تبدیل می‌کنند؛ پس این مبدل‌ها مقدار بیشتری (۵/۳۸ گرم به ازای طی یک کیلومتر) از گاز CO را نسبت به دو آلاینده دیگر حذف می‌کنند اما بیشترین تأثیر را در حذف گاز نیتروژن مونوکسید (حدود ۹۶/۲ درصد) دارند.

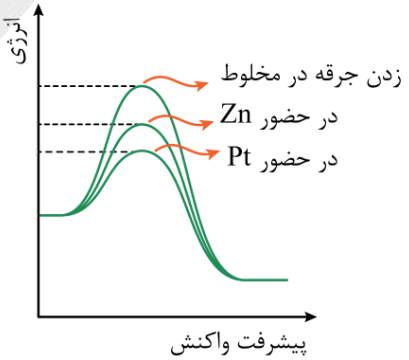
۱۳۰- مخلوطی از گازهای هیدروژن و اکسیژن، در حضور یک ورقه فلز روی در یک محفظه قرار گرفته‌اند. با انجام چه تعداد از تغییرات زیر، سرعت انجام واکنش در ظرف افزایش پیدا می‌کند؟

ـ استفاده از پودر روی به‌جای ورقه روی
ـ زدن یک جرقه در مخلوط گازی مورد نظر
ـ برداشتن ورقه روی از داخل مخزن محتوی گاز
ـ استفاده از ورقه پلاتینی به‌جای ورقه روی

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی و حفظی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹۹ ـ ۱۲۰۴)

مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن را در غیاب کاتالیزگر، می‌توان برای مدت طولانی نگه داشت. در این شرایط، هیچ واکنشی انجام نشده و مخلوط موردنظر به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌ماند؛ چرا که انرژی فعال‌سازی این واکنش خیلی بزرگ است. با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش، انرژی فعال‌سازی آن تأمین شده و گازهای مورد نظر با سرعت خیلی بالایی با یکدیگر واکنش می‌دهند. از طرف دیگر، در صورت اضافه کردن کاتالیزگر مناسب (نمونه‌هایی از فلزهای Pt و Zn) به مخلوط واکنش نیز با کاهش انرژی فعال‌سازی آن، سرعت انجام شدن واکنش افزایش پیدا می‌کند. نمودار زیر، روند تغییر مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش مورد نظر را در حضور هر کاتالیزگر نشان می‌دهد:



WWW.ArefOnline.ir

در ابتدای کار که ورقه روی در محفظه واکنش وجود دارد، واکنش با سرعت زیاد انجام می‌شود اما به‌صورت انفجاری نیست. اگر به‌جای ورقه روی از پودر روی استفاده کنیم، سطح تماس کاتالیزگر با مواد افزایش پیدا می‌کند و واکنش با سرعت بیشتری انجام می‌شود. در صورت زدن جرقه در مخلوط و یا استفاده از پلاتین به‌جای روی، سرعت واکنش باز هم افزایش یافته و بخار آب با سرعت بیشتری تولید می‌شود. توجه داریم که برخلاف سایر عوامل گفته شده، اگر ورقه روی را از مخزن مورد نظر خارج کنیم، سرعت واکنش کم می‌شود.

ماز

۱۳۱- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ انواع اکسیدهای نافلزی، در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شوند.

ب ـ به کمک طیف‌سنجی فروسرخ، می‌توان گفت مبدل کاتالیستی کل گاز NO وارد شده به خود را مصرف می‌کند.

ج ـ برخی از انواع گازهای خارج شده از مبدل کاتالیستی، در حضور یک میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند.

د ـ مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی، دو نوع از اکسیدهای نیتروژن را با استفاده از گاز آمونیاک، حذف می‌کند.

۱) «الف» و «ب»　　۲) «ب» و «ج»　　۳) «ج» و «د»　　۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۳　　**(متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۲ ـ ۱۲۰۴)**

عبارت‌های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) نیتروژن مونوکسید و کربن مونوکسید، از جمله اکسیدهای وارد شده به مبدل کاتالیستی هستند. نیتروژن مونوکسید در مبدل‌های کاتالیستی به عناصر سازنده خود (نیتروژن و اکسیژن) تجزیه می‌شود؛ اما گاز کربن مونوکسید در این دستگاه‌ها سوخته و به گاز CO_2 تبدیل می‌شود.

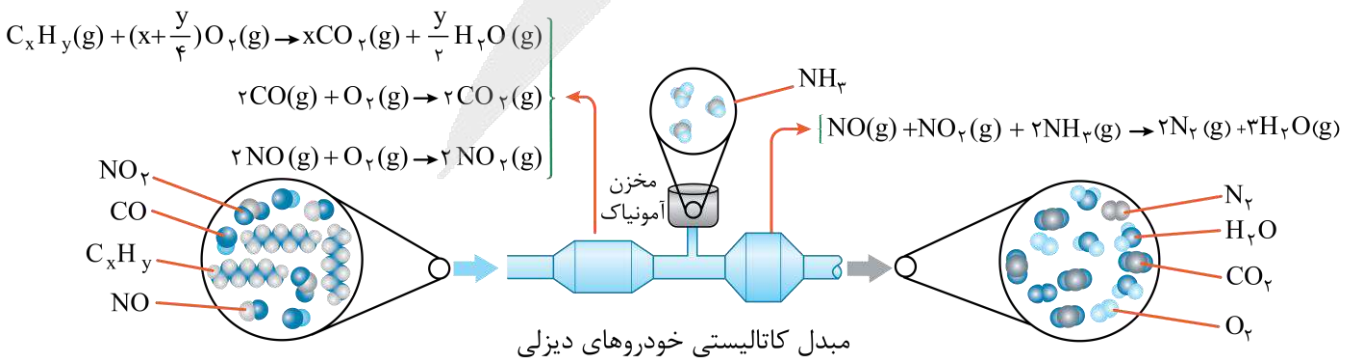
ب) به کمک طیف‌سنجی فروسرخ و یا با استفاده از هر روش دیگری، نمی‌توان گفت مبدل کاتالیستی کل گاز NO وارد شده به خود را مصرف می‌کند؛ چراکه بخشی از این گاز در مبدل مصرف نشده و به‌صورت دست‌نخورده از مبدل خارج می‌شود.

طیف‌سنجی فروسرخ

یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود، طیف‌سنجی فروسرخ است. از آنجا که هر یک از گروه‌های عاملی، گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می‌کنند، به کمک این طیف‌سنجی می‌توان گروه‌های عاملی را از یکدیگر تشخیص داد. علاوه بر این، از طیف‌سنجی فروسرخ برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید (CO) و اکسیدهای نیتروژن (NO و NO_2) در هواکره نیز استفاده می‌شود. توجه داریم که در طیف‌سنجی فروسرخ، از پرتوهای الکترومغناطیسی فروسرخ با طول موج بلندتر از ۷۰۰ نانومتر استفاده می‌شود.

ج) برخی از مولکول‌های گازی خارج شده از مبدل‌های کاتالیستی ازجمله مولکول‌های آب و یا حتی گازهای نیتروژن مونوکسید و کربن مونوکسید باقیمانده، قطبی بوده و این مولکول‌ها در حضور یک میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند؛ درحالی که گازهای نیتروژن، اکسیژن و کربن دی‌اکسید تولید شده در این مبدل‌ها ناقطبی بوده و در حضور یک میدان الکتریکی، جهت‌گیری پیدا نمی‌کنند.

د) تصویر زیر، نمایی از مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی را نشان می‌دهد:



مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی

در این مبدل‌های کاتالیستی، اکسیدهای نیتروژن (گازهایی مانند نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید) با آمونیاک واکنش داده و به مواد کم‌خطرتر مثل نیتروژن و بخار آب تبدیل می‌شوند. توجه داریم که آمونیاک، از یک منبع خارجی وارد ساختار این مبدل شده و چون در

WWW.ArefOnline.ir

ساختار آمونیاک اتم نیتروژن وجود دارد، پس می‌توان گفت طی این فرایند شمار اتم‌های نیتروژن موجود در مخلوط گازی افزایش پیدا کرده است. با توجه به توضیحات داده شده، درصد جرمی اتم‌های نیتروژن در مخلوط گازی وارد شده به مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی (مخلوط گازی اکسیدهای نیتروژن)، کمتر از گازهای خروجی (مخلوط گازی حاوی مولکول دو اتمی نیتروژن) از آن است.

ماز

۱۳۲- در تعادل شیمیایی $2HBr(g) \rightleftharpoons H_2(g) + Br_2(g)$، مقدار مول هریک از فراورده‌های تولید شده ۲ برابر واکنش‌دهنده باقیمانده در ظرف است. مقدار ثابت تعادل این واکنش چقدر بوده و در این واکنش، از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل چند درصد از واکنش‌دهنده اولیه مصرف شده است؟

۱) ۴ ـ ۸۰ ۲) ۴ ـ ۴۰ ۳) ۲ ـ ۸۰ ۴) ۲ ـ ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۴ ـ ۱۲۰۴)

با توجه به اینکه در این واکنش، مجموع ضرایب فراورده‌های گازی با مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های گازی برابر است، ثابت تعادل این واکنش مستقل از حجم ظرف بوده و در محاسبات می‌توانیم آن را نادیده بگیریم. در واقع، می‌توانیم در محاسبات خود مقدار مول تعادلی مواد را به‌جای غلظت تعادلی آن‌ها قرار بدهیم. بنابراین ثابت تعادل واکنش را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم:

$$K = \frac{(n_{H_2}) \times (n_{Br_2})}{(n_{HBr})^2}$$

طبق فرض سؤال، مقدار مول هریک از فراورده‌های تولید شده ۲ برابر واکنش‌دهنده باقیمانده در ظرف است. بر این اساس، مقدار مول فراورده‌ها را برابر با $2x$ و مقدار واکنش‌دهنده باقی‌مانده را برابر با x مول در نظر می‌گیریم. بر این اساس، داریم:

$$K = \frac{(n_{H_2}) \times (n_{Br_2})}{(n_{HBr})^2} = \frac{(2x) \times (2x)}{(x)^2} = 4$$

برای اینکه ببینیم چند درصد از مقدار اولیه واکنش‌دهنده مصرف شده است، باید جدول تغییرات مربوط به فرایند برقراری تعادل را رسم کنیم. بر این اساس، مقدار اولیه گاز هیدروژن برمید را برابر با m مول در نظر می‌گیریم. از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل، $2y$ مول از این گاز مصرف شده و y مول از هر فراورده تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

	$2HBr(g)$	$\rightleftharpoons$	$H_2(g)$	$+$	$Br_2(g)$
مقدار اولیه	m		۰		۰
تغییرات	$-2y$		$+y$		$+y$
مقدار نهایی	x		$2x$		$2x$

با توجه به جدول بالا، می‌توان گفت $y = 2x$ است. بر این اساس، مقدار مؤلفه m را محاسبه می‌کنیم:

$$m - 2y = x \xrightarrow{y=2x} m - 4x = x \Longrightarrow m = 5x$$

پس می‌توان گفت در ابتدای کار $5x$ مول گاز هیدروژن برمید در ظرف وجود داشته که پس از مصرف $4x$ مول از آن، تعادل در ظرف واکنش برقرار شده است. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد مصرف شده } HBr = \frac{\text{مقدار مصرف شده } HBr}{\text{درصد اولیه } HBr} \times 100 = \frac{4x}{5x} \times 100 = \text{درصد } 80$$

ماز

WWW.ArefOnline.ir

۱۳۳- یک مول گاز اکسیژن و ۸۹/۶ گرم گاز SO_2 را وارد یک ظرف ۲/۵ لیتری می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل، غلظت گاز گوگرد تری‌اکسید در مخلوط برابر با ۰/۴۸ مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل این واکنش چند $L.mol^{-1}$ است؟

$(S = ۳۲ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

$SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons SO_3(g)$ (معادله واکنش موازنه شود.)

۱) ۵۶/۲۵ ۲) ۱۱۲/۵ ۳) ۲۲۵ ۴) ۴۵۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۳ ـ ۱۲۰۴)

معادله واکنش موازنه شده به‌صورت زیر است:

$$۲SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons ۲SO_3(g)$$

در رابطه با این واکنش شیمیایی، داریم:

	$۲SO_2(g)$	$O_2(g)$	$۲SO_2(g)$
مقدار اولیه	۰	۱	$\frac{۸۹/۶}{۶۴} = ۱/۴$
تغییرات	$+۲x$	$-x$	$-۲x$
مقدار نهایی	$۲x$	$۱ - x$	$۱/۴ - ۲x$

غلظت تعادلی گاز گوگرد تری‌اکسید برابر با ۰/۴۸ مول بر لیتر و حجم ظرف واکنش برابر با ۲/۵ لیتر است، پس می‌توان گفت در حالت تعادل، مقدار ۱/۲ مول گوگرد تری‌اکسید در مخلوط گازها وجود دارد؛ پس مقدار x برابر خواهد بود با:

$$۲x = ۱/۲ \Longrightarrow x = ۰/۶\ mol$$

در ادامه غلظت تعادلی گونه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$[SO_2] = \frac{۱/۴ - (۲ \times ۰/۶)}{۲/۵} = ۰/۰۸\ mol.L^{-1} \qquad [O_2] = \frac{۱ - ۰/۶}{۲/۵} = ۰/۱۶\ mol.L^{-1}$$

$$[SO_3] = \frac{۱/۲}{۲/۵} = ۰/۴۸\ mol.L^{-1}$$

و در نهایت ثابت تعادل این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2 \times [O_2]} = \frac{(۰/۴۸)^2}{(۰/۰۸)^2 \times ۰/۱۶} = \frac{۶^2 \times ۸^2 \times ۱۰^{-۴}}{۸^2 \times ۱۰^{-۴} \times ۰/۱۶} = ۲۲۵\ L.mol^{-1}$$

توجه داریم که برای محاسبهٔ ثابت تعادل واکنش $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$، می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$K = \frac{n_C^c \times n_D^d}{n_A^a \times n_B^b} \times (\frac{۱}{V})^{\Delta n} \qquad \text{و} \qquad \Delta n = (c + d) - (a + b)$$

دقت کنید که در محاسبه Δn صرفاً ضرایب مواد گازی و مواد در حالت محلول را در نظر بگیرید. در این حالت، اگر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول با مجموع ضرایب فراورده‌های گازی یا محلول برابر باشد، Δn برابر با صفر شده و مقدار ثابت تعادل مستقل از حجم ظرف می‌شود.

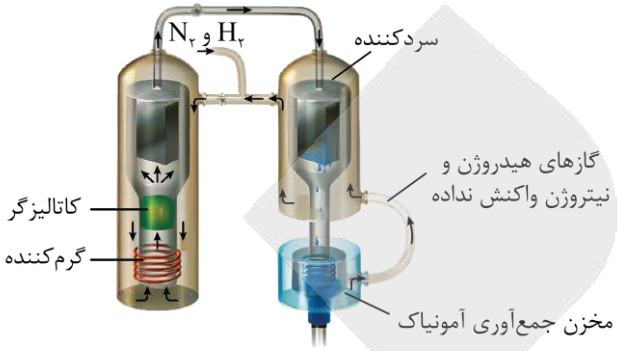
۱۳۴- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) برای افزایش بازده فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را می‌توان به‌عنوان کود، مستقیماً به خاک تزریق کرد.
۲) با عبور مخلوط تولید شده طی فرایند هابر از دستگاه سردکننده، دو ماده میعان شده و از مخلوط خارج می‌شوند.
۳) ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در دمای $۴۸۰K$ و فشار $۱۵atm$، نسبت به شرایط بهینه فرایند هابر بیشتر است.
۴) یکای ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در فرایند هابر، مشابه واکنش $۲SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons ۲SO_3(g)$ نیست.

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۰ ـ ۱۲۰۴)

نقطهٔ جوش گازهای H_2 و N_2 از نقطهٔ جوش آمونیاک بسیار پایین‌تر است، بنابراین با تنظیم دمای سردکننده در دمایی کمی پایین‌تر از دمای جوش آمونیاک، می‌توان این گاز را به حالت مایع تبدیل کرده و از مخلوط گازی جدا نمود. به‌جز آمونیاک، هیچ گاز دیگری در این فرایند میعان نمی‌شود. تصویر زیر، نمایی از دستگاه استفاده شده برای تولید آمونیاک بر اساس فرایند هابر را نشان می‌دهد:



در این دستگاه، گازهای هیدروژن و نیتروژن از ورودی بالای ظرف به درون دستگاه تزریق شده و پس از افزایش دما، در مجاورت کاتالیزگر با یکدیگر واکنش می‌دهند و مخلوطی از گازهای آمونیاک، هیدروژن و نیتروژن را ایجاد می‌کنند. مخلوط گازی حاصل، به سمت سردکننده حرکت می‌کند و پس از کاهش دمای آن تا پایین‌تر از نقطه جوش آمونیاک، مولکول‌های NH_3 به حالت مایع درآمده و از مخلوط خارج می‌شوند. در این شرایط، گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش نداده، مجدداً به سمت گرم‌کننده حرکت می‌کنند تا از آن‌ها برای تولید آمونیاک بیشتر استفاده شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای افزایش بازده تولید فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را می‌توان به‌عنوان نوعی کود شیمیایی مستقیماً به خاک تزریق کرد. به‌جز آمونیاک، از اوره، آمونیوم نیترات و آمونیوم سولفات نیز به‌عنوان کود شیمیایی استفاده می‌شود.

۳) معادله واکنش انجام شده طی فرایند هابر به‌صورت زیر است:

$$3H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g) + Q$$

این واکنش، گرماده بوده و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت ثابت تعادل این واکنش در دمای ۴۸۰ کلوین (معادل با دمای ۲۰۷ درجه سانتی‌گراد)، بیشتر از ثابت تعادل آن در دمای ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد (شرایط بهینه برای انجام فرایند هابر) است. در واقع، آقای فریتس هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به‌صورت زیر است:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \xrightarrow{200\,atm,\ 450\,^\circ C,\ Fe(s)} Q + 2NH_3(g)$$

همان‌طور که مشخص است، شرایط بهینه برای انجام شدن این فرایند، شامل دمای $450\,^\circ C$ (معادل با ۷۲۳ کلوین)، فشار $200\,atm$ و فلز آهن به‌عنوان کاتالیزگر مناسب می‌شود. در چنین شرایطی، ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

۴) با دقت در رابطه ثابت تعادل واکنش‌های مختلف، پی می‌بریم که یکای ثابت تعادل برای واکنش‌های مختلف یکسان نیست و ثابت تعادل هر واکنش، یکای مخصوص به خود را دارد. برای به‌دست آوردن یکای ثابت تعادل، می‌توانیم رابطه ثابت تعادل مربوط به یک واکنش را بنویسیم و به‌جای غلظت مواد، یکای آن‌ها $(mol.L^{-1})$ را در این رابطه قرار بدهیم. به‌عنوان مثال، یکای ثابت تعادل واکنش شیمیایی $3H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری یکای غلظت به جای غلظت هر ماده}} \frac{(mol.L^{-1})^2}{(mol.L^{-1})(mol.L^{-1})^3} = (mol.L^{-1})^{-2} = L^2.mol^{-2}$$

به طریق مشابه، یکای ثابت تعادل واکنش $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ به‌صورت $L.mol^{-1}$ می‌شود.

WWW.ArefOnline.ir

یکای ثابت تعادل

برای به‌دست آوردن سریع‌تر یکای ثابت تعادل هر واکنش، ابتدا تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی یا محلول در واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها (Δn) را براساس رابطه زیر به دست آورده و پس از آن، یکای غلظت ($mol.L^{-1}$) را به توان آن می‌رسانیم.

$\Delta n =$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت راست ـ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت چپ

یکای $K = (mol.L^{-1})^{\Delta n}$

به‌عنوان مثال، مقدار Δn برای واکنش $4H_2(g) + CS_2(g) \rightleftharpoons 2H_2S(g) + CH_4(g)$ ، برابر با -2 است؛ پس یکای ثابت تعادل برای این واکنش معادل با $(mol.L^{-1})^{-2} = L^2.mol^{-2}$ می‌شود.

۱۳۵- تعادل گازی $3A(g) \rightleftharpoons X_2(g) + D_2(g)$، با حضور ۱۶۰ گرم گاز A و ۱۲۸ گرم گاز X_2 در یک ظرف ۲ لیتری آغاز می‌شود. اگر در حالت تعادل، ۲۰ درصد از حجم گازهای موجود در ظرف واکنش از ذرات D_2 تشکیل شده باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش کدام است؟ $(A = 20, X = 16 : g.mol^{-1})$

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{2}{9}$ ۴) $\frac{5}{18}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۴ ـ ۱۲۰۴)

در ابتدا گاز D_2 در مخلوط واکنش حضور ندارد، ولی در حالت تعادل ۲۰ درصد حجمی گازها را گاز D_2 تشکیل می‌دهد؛ پس می‌توان گفت واکنش به سمت برگشت پیشروی کرده است. براساس واکنش موازنه‌شده، به ازای مصرف $3x$ مول از گاز A، مقدار x مول از گاز D_2 و مقدار x مول از گاز X_2 تولید می‌شود. مول ابتدایی گازهای A، D_2 و X_2 به‌ترتیب برابر ۸، صفر و ۴ بوده است. در نتیجه مول تعادلیِ گازهای A، D_2 و X_2 به‌ترتیب برابر $8-3x$، x و $4+x$ خواهد بود. جدول زیر، مقدار مول هرکدام از گازها را در حالت تعادل نمایش می‌دهد:

گاز	A	D_2	X_2
مول اولیه	۸	۰	۴
تغییر مقدار مول	$-3x$	$+x$	$+x$
مول تعادلی	$8-3x$	x	$4+x$

در شرایط یکسان، نسبت مولی گازها برابر نسبت حجمی آن‌ها است و درصد حجمی گازها نیز برابر درصد مولی آن‌ها است؛ پس می‌توان گفت در حالت تعادل ۲۰ درصد مولی گازها مربوط به گاز D_2 است. در مرحله بعد با استفاده از درصد مولی گاز D_2، مقدار x را پیدا می‌کنیم:

$$\text{درصد مولی گاز } D_2 = \frac{\text{مول گاز } D_2}{\text{مول کل گازها}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{x}{x + (8-3x) + (4+x)} \times 100 = \frac{x}{12-x} \times 100 \Rightarrow x = 2$$

حال با توجه به مول تعادلی گازها و حجم ظرف، غلظت تعادلی هر ماده را به‌دست می‌آوریم:

$$A = 2\ mol \xrightarrow{V=2\ L} [A] = 1\ mol.L^{-1}$$
$$D_2 = 2\ mol \xrightarrow{V=2\ L} [D_2] = 1\ mol.L^{-1}$$
$$X_2 = 6\ mol \xrightarrow{V=2\ L} [X_2] = 3\ mol.L^{-1}$$

در نهایت، با جایگذاری غلظت تعادلی گازها در فرمول، ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[A]^3}{[X_2]^1 \times [D_2]^1} = \frac{(1)^3}{(3)^1 \times (1)^1} = \frac{1}{3}\ mol.L^{-1}$$

۱۳۶- تعادل $MgCO_3(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_2(g)$، با حضور یک مول از هر یک از مواد شرکت‌کننده در یک ظرف ۳ لیتری برقرار است. پس از وارد کردن ۰/۲۵ مول گاز CO_2 به ظرف واکنش، به‌طور تقریبی چند درصد جرمی مواد جامد موجود در ظرف را اکسید منیزیم تشکیل می‌دهد؟ $(Mg = 24, O = 16, C = 12 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۲/۲ ۲) ۲۶/۶ ۳) ۳۸/۸ ۴) ۲۲/۲

WWW.ArefOnline.ir

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۵ ـ ۱۲۰۴)

با افزودن یک فراورده گازی به سامانه تعادلی، واکنش مورد نظر در جهت برگشت جابه‌جا شده و تا حد امکان سعی می‌کند اثر تغییر ایجاد شده را خنثی کند. عبارت ثابت تعادل این واکنش به‌صورت $K = [CO_2]$ است. از آنجا که ثابت تعادل واکنش در دمای ثابت، بدون تغییر باقی می‌ماند، پس غلظت نهایی گاز کربن دی‌اکسید باید با غلظت اولیه آن برابر شود. بر این اساس، تمام گاز کربن دی‌اکسید اضافه شده به ظرف، در واکنش برگشت شرکت کرده و در نهایت به $MgCO_3$ تبدیل می‌شود.

مقدار ۰/۲۵ مول کربن دی‌اکسید در واکنش برگشت شرکت کرده است. ابتدا جرم MgO مصرف شده را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,MgO = ۰/۲۵\,mol\,CO_2 \times \frac{۱\,mol\,MgO}{۱\,mol\,CO_2} \times \frac{۴۰\,g\,MgO}{۱\,mol\,MgO} = ۱۰\,g$$

در تعادل اولیه یک مول MgO (معادل با ۴۰ گرم منیزیم اکسید) در ظرف وجود دارد، بنابراین جرم نهایی MgO برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم نهایی } MgO = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰\,g$$

در قدم بعد، جرم $MgCO_3$ در تعادل جدید را حساب می‌کنیم. جرم $MgCO_3$ تولید شده برابر است با:

$$?\,g\,MgCO_3 = ۰/۲۵\,mol\,CO_2 \times \frac{۱\,mol\,MgCO_3}{۱\,mol\,CO_2} \times \frac{۸۴\,g\,MgCO_3}{۱\,mol\,MgCO_3} = ۲۱\,g$$

در تعادل اولیه یک مول $MgCO_3$ (معادل با ۸۴ گرم منیزیم کربنات) در ظرف وجود دارد، بنابراین داریم:

$$\text{جرم نهایی } MgCO_3 = ۸۴ + ۲۱ = ۱۰۵\,g$$

در نهایت درصد جرمی نهایی MgO را در میان مواد جامد موجود در ظرف واکنش حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی نهایی } MgO = \frac{\text{جرم نهایی } MgO}{\text{مجموع جرم مواد جامد}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۰}{۳۰ + ۱۰۵} \times ۱۰۰ \simeq \text{درصد } ۲۲/۲$$

با توجه به قانون پایستگی جرم و اینکه جرم CO_2 پس از اضافه کردن CO_2 و رسیدن به تعادل جدید ثابت باقی می‌ماند، می‌توان به راحتی نتیجه گرفت که مجموع جرم جامدهای موجود در ظرف به اندازه $۱۱g$ که معادل با جرم ۰/۲۵ مول گاز CO_2 است، افزایش می‌یابد. در این رابطه، داریم:

$$\text{مقدار افزایش جرم جامدهای موجود در ظرف} = (۳۰ + ۱۰۵) - (۴۰ + ۸۴) = ۱۱\,g$$

تعادل‌های خاص

در برخی از سامانه‌های تعادلی خاص، تغییر غلظت ایجادشده در سامانه، با جابه‌جایی تعادل به‌صورت کامل جبران می‌شود. به‌عنوان مثال، در تعادل شیمیایی $MgCO_3(s) \rightleftharpoons MgO(s) + CO_2(g)$ ، $K = [CO_2]$ با خارج کردن مقداری CO_2 از سامانه تعادل، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود تا غلظت این گاز را به مقدار اولیه آن برساند. در واقع چون مقدار K این واکنش برابر با غلظت گاز CO_2 است، با اعمال هر تغییری در غلظت گاز CO_2، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که غلظت این گاز را به مقدار اولیه آن برساند.

۱۳۷- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف ـ با افزودن کلسیم اکسید به تعادل $CaSO_4(s) \rightleftharpoons CaO(s) + SO_2(g)$، واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

ب ـ با افزایش حجم ظرف در تعادل $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$، واکنش جابه‌جا نشده و غلظت HI کاهش می‌یابد.

ج ـ خارج کردن گاز اوزون از ظرف، برخلاف کاهش دما، ثابت تعادل واکنش $3O_2(g) \rightleftharpoons 2O_3(g)$ را تغییر نمی‌دهد.

د ـ افزایش دما در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، برخلاف افزودن N_2O_4 به ظرف، رنگ مخلوط را تیره‌تر می‌کند.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «ج» ۳) «ج» و «د» ۴) «الف» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۰۹ ـ ۱۲۰۴)

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

WWW.ArefOnline.ir

بررسی موارد:

الف) براساس اصل لوشاتلیه، در صورت افزایش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را مصرف کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. در نقطه مقابل، در صورت کاهش غلظت یکی از گونه‌های شرکت‌کننده در یک تعادل شیمیایی، تعادل در جهتی پیش می‌رود که تا حد امکان مقداری از آن ماده را تولید کند و سامانه مجدداً به حالت تعادل برسد. توجه داریم که در این جابه‌جایی، مقدار K ثابت باقی می‌ماند. با توجه به توضیحات داده شده، عبارت ثابت تعادل واکنش مورد نظر به‌صورت $K=[SO_3]$ است. چون کلسیم اکسید یک ماده جامد بوده و تغییر مقدار، تأثیری در غلظت آن ندارد، افزودن یا خارج کردن کلسیم اکسید به سامانه واکنش، تعادل را جابه‌جا نمی‌کند.

ب) چون مجموع شمار مول‌های گازی در دو طرف معادله واکنش یکسان است، افزایش حجم بر جابه‌جایی تعادل $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g)+I_2(g)$ تأثیری ندارد؛ اما این کار با توجه به افزایش حجم ظرف واکنش، باعث کاهش غلظت هر سه گاز موجود در ظرف می‌شود.

ج) معادله واکنش تعادلی انجام شده به‌صورت $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)+Q$ است. توجه داریم که گاز اوزون در مقایسه با گاز اکسیژن سطح انرژی بالاتری داشته و به همین خاطر، می‌توان گفت این واکنش شیمیایی گرماده است. با افزایش دما، تعادل مورد نظر در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل واکنش نیز کاهش پیدا می‌کند. این در حالی است که افزودن و یا خارج کردن مواد مختلف به ظرف واکنش، تغییری در ثابت تعادل واکنش ایجاد نکرده و مقدار ثابت تعادل فقط تابع دما است.

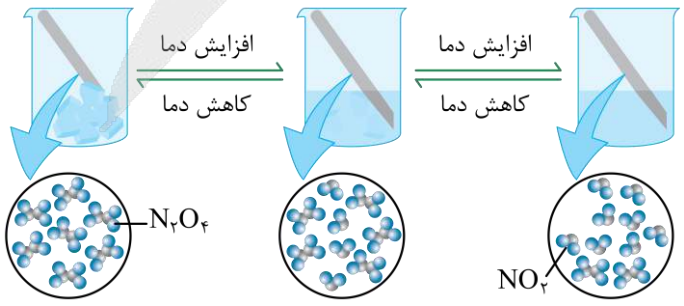
تغییر دمای سامانه تعادلی

تغییر دمای سامانه تعادلی یکی از روش‌ها برای جابه‌جا کردن تعادل‌های شیمیایی است. تغییر دما افزون بر جابه‌جا کردن تعادل، مقدار ثابت تعادل واکنش را نیز تغییر می‌دهد. اثر تغییر دما بر تعادل‌های گوناگون یکسان نیست و به گرماده یا گرماگیر بودن آن واکنش‌ها بستگی دارد. با افزایش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت مصرف گرما (Q) پیش می‌رود تا دمای سامانه را مجدداً کاهش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با افزایش دما در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. با کاهش دمای یک سامانه در حال تعادل، واکنش در جهت تولید گرما پیش می‌رود تا دمای سامانه را دوباره افزایش دهد. اگر این واکنش گرماگیر باشد، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. در نقطه مقابل، اگر این واکنش گرماده باشد، با کاهش دما در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

توجه داریم که به‌طور کلی، اگر تغییر دمای یک سامانه در حال تعادل منجر به جابه‌جا شدن آن واکنش در جهت رفت شود، آن تغییر باعث افزایش مقدار ثابت تعادل (K) می‌شود. در نقطه مقابل، اگر تغییر دمای یک سامانه در حال تعادل منجر به جابه‌جا شدن واکنش در جهت برگشت شود، آن تغییر باعث کاهش مقدار ثابت تعادل واکنش می‌شود.

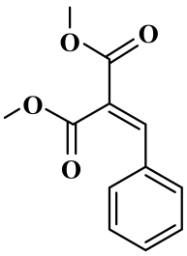
د) با افزودن گاز N_2O_4 به سامانه تعادلی $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)+Q$، واکنش در جهت برگشت (در جهتی که منجر به مصرف گاز N_2O_4 می‌شود) به پیش رانده می‌شود. با انجام شدن واکنش برگشت، غلظت گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 به‌تدریج افزایش یافته و رنگ مخلوط مورد نظر تیره‌تر می‌شود. با افزایش دمای مخلوط واکنش نیز تعادل در جهت مصرف گرما (در جهت برگشت) جابه‌جا شده و غلظت گاز NO_2 به‌تدریج افزایش یافته و رنگ مخلوط مورد نظر تیره‌تر می‌شود.

تصویر زیر، نمایی از فرایند انجام شدن این واکنش را نشان می‌دهد:



WWW.ArefOnline.ir

۱۳۸- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، در رابطه با ترکیب مقابل نادرست است؟



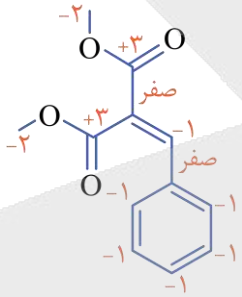
۱) گروه عاملی موجود در ساختار این ماده، در ساختار پلی‌اتیلن ترفتالات نیز یافت می‌شود.
۲) شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار این ماده، ۱/۲ برابر مولکول پارازایلن است.
۳) عدد اکسایش ۵ اتم کربن در آن، برابر با عدد اکسایش کربن در اتیلن‌گلیکول است.
۴) بر اثر واکنش هر مول از آن با مقدار کافی آب، می‌توان ۲ مول متانول تولید کرد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۱۸ ـ ۱۲۰۴)

اتیلن‌گلیکول، نوعی دی‌الکل بوده و در ساختار آن ۲ اتم کربن قرار گرفته است. ساختار این ترکیب به‌صورت زیر است:

$$HO-CH_2-CH_2-OH$$

عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در ساختار این ماده، برابر با ۱− است. در ساختار ترکیب داده شده نیز ۶ اتم کربن با عدد اکسایش ۱− وجود دارد. عدد اکسایش اتم‌های کربن در این ماده به‌صورت زیر است:



تولید اتیلن گلیکول

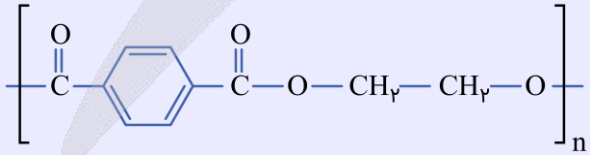
اتن، از جمله مواد موجود در نفت خام است که با استفاده از آن، می‌توان سایر مواد آلی را تولید کرد. مولکول‌های گاز اتن می‌توانند در واکنش با یک گونهٔ اکسنده مثل محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات به اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ تبدیل شوند. واکنش انجام شده به همراه روند تغییر عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول‌های اتن به‌صورت زیر است:

بررسی سایر گزینه‌ها:

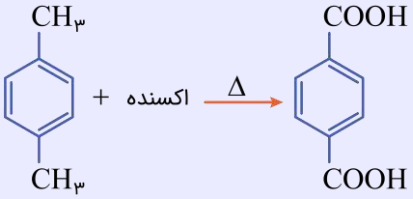
۱) در ساختار ترکیب داده شده، گروه‌های عاملی استری وجود دارند. پلی‌اتیلن ترفتالات نیز نوعی پلی‌استر بوده و در ساختار آن، گروه عاملی استری به‌صورت پشت سر هم تکرار شده است.

پلی‌اتیلن ترفتالات

پلیمر به کار رفته در ساخت بطری آب، پلی‌اتیلن ترفتالات با ساختار زیر است:



مونومرهای سازنده این پلی‌استر، دی‌الکل اتیلن گلیکول و دی‌اسید ترفتالیک اسید هستند. این دو ماده به‌ترتیب از اکسایش دو هیدروکربن اتن و پارازایلن تولید می‌شوند. واکنش اکسایش پارازایلن به‌صورت زیر است:



WWW.ArefOnline.ir

در این واکنش، عدد اکسایش دو اتم کربن متصل به حلقه بنزنی از ۳− در پارازایلن به ۳+ در ترفتالیک اسید تبدیل می‌شود. اکسنده واکنش بالا، می‌تواند محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات یا اکسیژن هوا باشد. اگر اکسنده محلول پتاسیم پرمنگنات باشد، برای انجام واکنش باید دما بالا باشد که در این حالت باز هم بازده واکنش بالا نیست. در این شرایط، گاز اکسیژن در حضور کاتالیزگرهای مناسب با بازده بالا، این هیدروکربن را به ترفتالیک اسید تبدیل می‌کند.
واکنش تبدیل اتن به اتیلن گلیکول نیز به‌صورت زیر است:

$$H_2C=CH_2 + \text{اکسنده} \longrightarrow \overset{OH}{\underset{|}{CH_2}}-\overset{OH}{\underset{|}{CH_2}}$$

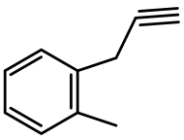
در واکنش بالا نیز اکسنده مناسب محلول رقیق پتاسیم پرمنگنات است. در این واکنش عدد اکسایش هر اتم کربن از ۲− در اتن به ۱− در اتیلن گلیکول تبدیل می‌شود.
در این دو واکنش اگر یون پرمنگنات اکسنده باشد، عدد اکسایش منگنز در یون پرمنگنات (MnO_4^-) از ۷+ به ۴+ در منگنز (IV) اکسید (MnO_2) می‌رسد.

۲ در ساختار ترکیب داده شده، ۱۲ اتم کربن، ۱۲ اتم هیدروژن و ۴ اتم اکسیژن وجود دارد. در ساختار پارازایلن نیز ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد. شمار اتم‌های هیدروژن در این ماده، ۱/۲ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در پارازایلن است.

۴ ترکیب مورد نظر دارای ۲ گروه عاملی استری است. از واکنش یک مول از این گروه‌های عاملی با آب، فرایند آبکافت انجام شده و دو مول متانول به همراه یک مول دی‌اسید تولید می‌شود.

ماز

۱۳۹- در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان، ۸ لیتر متانول تولید شده است. اگر هیدروژن اضافی تولید شده در این واکنش، با ۴۵ مول از ترکیب مقابل به‌طور کامل واکنش بدهد، چگالی متانول تولید شده برحسب گرم بر لیتر کدام است؟
$(O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$



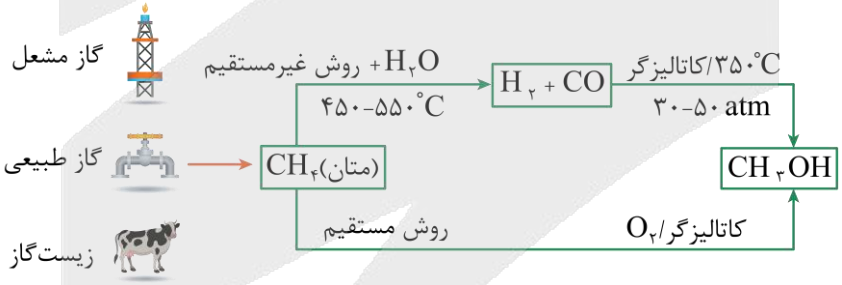
۱) ۶۰۰ ۲) ۷۵۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۹۰۰

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲۱ ـ ۱۲۰۴)

واکنش‌های انجام شده در روش تولید غیرمستقیم متانول از گاز متان به‌صورت زیر هستند:

$$CH_4(g) + H_2O(g) \longrightarrow CO(g) + 3H_2(g) \qquad CO(g) + 2H_2(g) \longrightarrow CH_3OH(g)$$

به‌طور کلی، فرایند تولید متانول با استفاده از متان را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد:



بنابراین به ازای تولید هر مول متانول در این روش، یک مول هیدروژن اضافی تولید می‌شود. از طرف دیگر، ترکیب داده شده در صورت سؤال دارای ۳ پیوند دوگانه $C=C$ و یک پیوند سه‌گانه $C\equiv C$ در ساختار خود است. هر پیوند دوگانه با یک مولکول هیدروژن و هر پیوند سه‌گانه نیز با ۲ مولکول هیدروژن به‌طور کامل واکنش می‌دهد. بر این اساس، داریم:

$$(C_{10}H_{10}) \text{ ترکیب داده شده} + 5H_2(g) \rightarrow C_{10}H_{20}$$

طبق فرض سؤال، ۴۵ مول از ترکیب آلی مورد نظر مصرف شده است، پس داریم:

$$?\,mol\,H_2 = 45\,mol\,C_{10}H_{10} \times \frac{5\,mol\,H_2}{1\,mol\,C_{10}H_{10}} = 225\,mol$$

حال با فرض اینکه یک لیتر متانول x گرم جرم داشته باشد، تعداد مول هیدروژن اضافی را به‌دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,H_2 \text{ اضافی} = 8\,L\,CH_3OH \times \frac{x\,g\,CH_3OH}{1\,L\,CH_3OH} \times \frac{1\,mol\,CH_3OH}{32\,g\,CH_3OH} \times \frac{1\,mol\,H_2 \text{ اضافی}}{1\,mol\,CH_3OH} = 225\,mol$$

$$\Rightarrow x = \frac{32 \times 225}{8} = 900\,g$$

WWW.ArefOnline.ir

برای محاسبه چگالی متانول، می‌توانستیم جرم متانول را نیز به‌صورت مستقل محاسبه کنیم. چون ۲۲۵ مول گاز هیدروژن اضافه آمده است، پس می‌توان گفت ۲۲۵ مول متانول (معادل با ۷۲۰۰ گرم متانول) نیز تولید شده و حجم این مقدار متانول، برابر با ۸ لیتر شده است. بر این اساس، چگالی متانول تولید شده برابر با ۹۰۰ گرم بر لیتر می‌شود. توجه داریم که در روش تولید غیرمستقیم متانول، ردپای کربن دی‌اکسید افزایش می‌یابد؛ زیرا برای تأمین دمای بالا، اغلب از سوزاندن سوخت‌های فسیلی استفاده می‌شود که کربن دی‌اکسید تولید می‌کنند. به همین دلیل، پژوهش‌های زیادی در حال انجام است تا بتوان گاز متان را به‌طور مستقیم به متانول تبدیل کرد. به‌عنوان مثال، می‌توان متان را در حضور کاتالیزگر و اکسنده‌ای مانند O_2 به‌طور مستقیم به متانول تبدیل کرد.

ماز

۱۴۰- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟

۱) پارازایلن، یک هیدروکربن بوده و محلول غلیظ پتاسیم‌پرمنگنات، این ماده را به ترفتالیک اسید تبدیل می‌کند.
۲) ترکیب‌های آمینی از جمله اتیل‌آمین را می‌توان با استفاده الکل‌ها و به کمک فناوری‌های شیمیایی تولید کرد.
۳) تعداد اتم‌های H در افشانه بی‌حس‌کننده موضعی، با تعداد اتم H در ساختار یون چنداتمی بنزوات برابر است.
۴) پلی‌اتیلن ترفتالات در واکنش با نوعی الکل که سمی و بی‌رنگ است، به مونومرهای سازنده خود تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۲۰ ـ ۱۲۰۴)

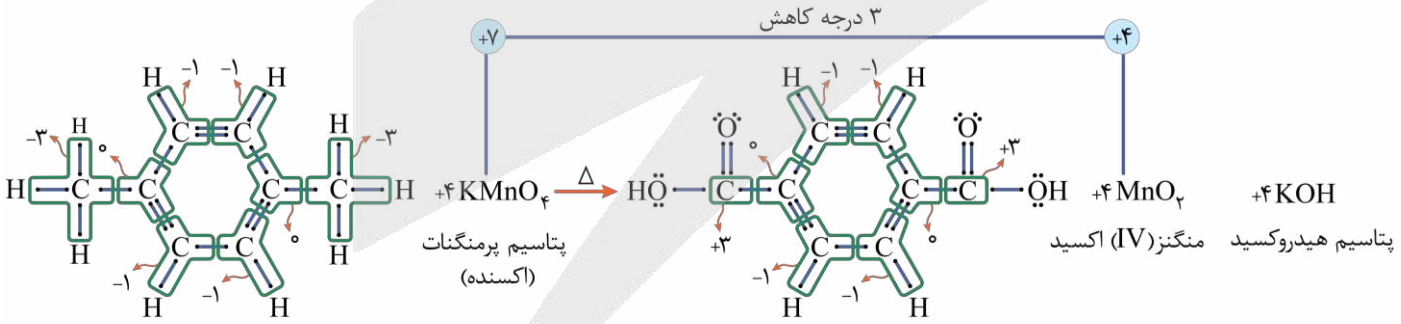
واکنش تبدیل پلی‌اتیلن ترفتالات به مونومرهای سازنده دشوار است. این پلیمر در واکنش با متانول در شرایط مناسب، به مواد مفیدی تبدیل می‌شود که می‌توان آن‌ها را برای تولید پلیمرهای جدید به کار برد.

بازیافت پلی‌اتیلن ترفتالات

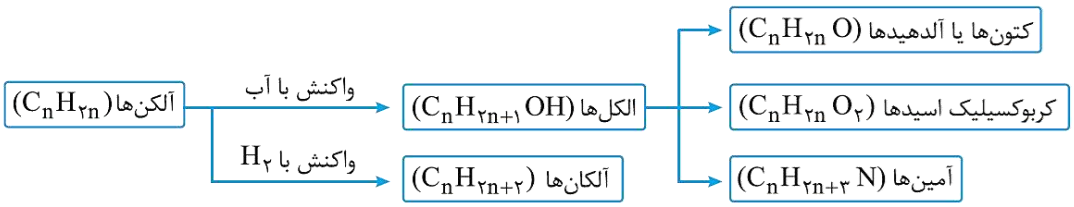
پلی‌اتیلن ترفتالات، یک پلی‌استر بوده و زیست‌تخریب‌پذیر نیست اما قابل بازیافت فیزیکی است. برای بازیافت آن ابتدا مواد پلاستیکی را شسته و سپس ذوب کرده و دوباره از آن‌ها استفاده می‌کنند. همچنین می‌توان مواد پلاستیکی را پس از شست‌وشو، به تکه‌های کوچک پرک تبدیل کرده و در ساخت مواد پلاستیکی دیگر استفاده کرد. یک روش دیگر بازیافت این پلیمر، بازیافت شیمیایی است. در این نوع بازیافت واکنش آن با متانول و تولید موادی با قابلیت تولید پلیمر است. البته این نکته را باید در نظر گرفت تبدیل پسماندهای پلاستیکی پلی‌اتیلن ترفتالات به مونومرهای سازنده، بسیار دشوار بوده و واکنش این ماده با متانول موجب تولید مونومرهای سازنده آن نخواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پارازایلن از جمله هیدروکربن‌های موجود در نفت خام است. محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$)، پارازایلن را اکسید کرده و به یک دی‌اسید به اسم ترفتالیک اسید تبدیل می‌کند. معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

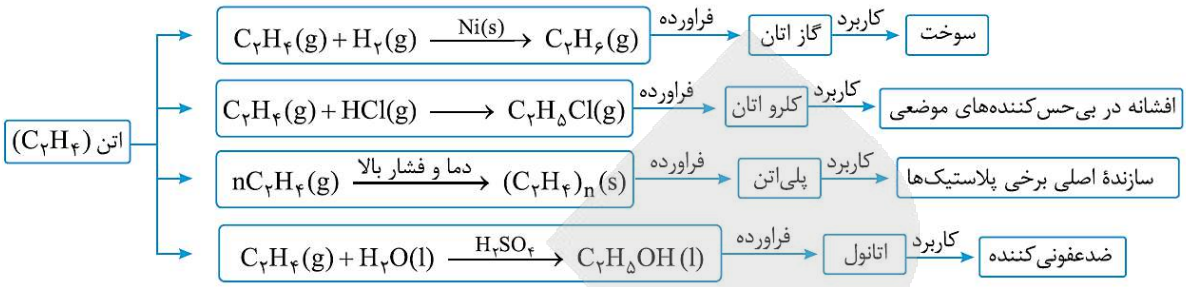


۲) آمین‌ها، کتون‌ها، آلدهیدها و کربوکسیلیک اسیدها را می‌توان با استفاده از الکل‌ها و به کمک فناوری‌های شیمیایی تولید کرد. تصویر زیر نمایی از فناوری تولید این مواد را نشان می‌دهد:



WWW.ArefOnline.ir

۳ از واکنش گاز اتن با HCl، ترکیب گازی با فرمول C_2H_5Cl و با نام کلرواتان به‌دست می‌آید که به‌عنوان افشانه در بی‌حس کننده‌های موضعی کاربرد دارد. از طرفی فرمول شیمیایی بنزوئیک اسید یونیده شده به‌صورت $C_7H_5O_2^-$ است. بنابراین تعداد اتم هیدروژن در این دو گونه با هم برابر است. نمودار زیر، روند تبدیل گاز اتن به برخی از فراورده‌های سودمند را نشان می‌دهد:



WWW.ArefOnline.ir

هدیه: با توجه به اینکه تعداد سؤالات پایه نسبت به بودجه‌بندی کم بود، برای پوشش جامع‌تر مباحث، تعداد بیشتری از سؤالات برای تمرین بیشتر برای شما در نظر گرفته شده است.

۱- **کدام‌یک از عبارت‌های داده شده، نادرست است؟**

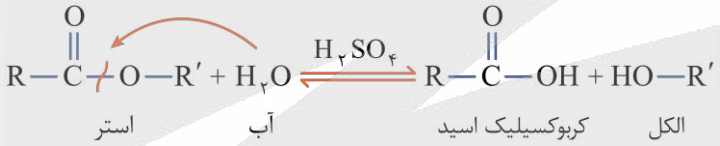
۱) در واکنش آبکافت استر ایجادکننده بوی آناناس، الکلی تولید می‌شود که به‌عنوان ماده ضدعفونی‌کننده کاربرد دارد.
۲) نشاسته، برخلاف کولار، یک نوع پلیمر زیست‌تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت به ذرات ساده و کوچک تجزیه می‌شود.
۳) یکی از پیوندهایی که به مرور زمان در لباس‌های تولید شده از پلی‌آمیدها شکسته می‌شود، پیوند $C-O$ است.
۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ساختار کاتالیزگر واکنش تولید ۲،۱-دی‌کلرواتان از گاز اتن، برابر با ۳ است.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

هر نوعی پوشاک تاریخ مصرفی دارد و پس از مدتی تار و پود آن‌ها سست و پوسیده می‌شوند؛ زیرا مولکول‌های پلیمر سازنده آن‌ها با مولکول‌های موجود در محیط پیرامون مانند بخار آب و ... واکنش می‌دهند و برخی از پیوندهای موجود در ساختار آن‌ها مانند پیوندهای استری و آمیدی شکسته می‌شود. پیوند آمیدی در پلی‌آمیدها، پیوند $C-N$ و پیوند استری در پلی‌استرها، پیوند $C-O$ است. با شکستن این پیوندها، استحکام الیاف پارچه کم شده و تار و پود آن به سادگی گسسته می‌شود. به همین خاطر است که هر نوع پوشاک تاریخ مصرفی دارد و پس از مدتی تار و پود آن‌ها سست و پوسیده می‌شوند. بدیهی است که هرچه آهنگ شکستن پیوندهای موجود در پلیمرها سریع‌تر باشد، فرایند پوسیده شدن پارچه سریع‌تر رخ می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) استرها در شرایط مناسب با آب واکنش داده و به اسیدها و الکل‌ها تبدیل می‌شوند. این واکنش به واکنش آبکافت مشهور بوده و معادله کلی آن به‌صورت زیر خواهد بود:



اتیل بوتانوات، استر موجود در آناناس است که در واکنش آبکافت شرکت کرده و به اتانول و بوتانوئیک اسید تبدیل می‌شود. اتانول تولید شده در این فرایند، الکلی است که به‌عنوان ماده ضدعفونی‌کننده کاربرد دارد.

۲) پلیمرهای طبیعی مانند نشاسته، زیست‌تخریب‌پذیر هستند. پلیمرهای زیست‌تخریب‌پذیر در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن دی‌اکسید، متان، آب و ... تبدیل می‌شوند. در نقطه مقابل، اغلب پلیمرهای ساختگی زیست‌تخریب‌ناپذیر هستند. کولار یک پلیمر ساختگی است که در طبیعت تجزیه نمی‌شود.

۴) از واکنش گاز اتن با گاز کلر، ۲،۱-دی کلرواتان حاصل می‌شود. این واکنش در حضور کاتالیزگر آهن (III) کلرید با فرمول شیمیایی $FeCl_3$ انجام می‌شود. معادله واکنش شیمیایی انجام شده به‌صورت زیر است:

$$C_2H_4(g) + Cl_2(g) \xrightarrow{FeCl_3(s)} C_2H_4Cl_2(g)$$

در ساختار $FeCl_3$، نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر با ۳ است.

۲- **اگر نسبت جرم مولی یک نمونه پلی‌سیانواتن به یک نمونه پلی‌استیرن برابر با ۰/۷۵ و تعداد واحد تکرارشونده در پلی‌سیانواتن برابر ۱۵۶۰ باشد، تعداد پیوندهای دوگانه در هر مولکول پلی‌استیرن کدام است؟** $(N=14, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

۱) ۱۰۶۰ ۲) ۲۱۲۰ ۳) ۳۱۸۰ ۴) ۴۲۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)

ابتدا جرم مولی واحد تکرارشونده پلی‌استیرن و پلی‌سیانواتن را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{جرم مولی استیرن}(C_8H_8) = 8(12) + 8(1) = 104\ g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم مولی سیانو اتن}(C_3H_3N) = 3(12) + 3(1) + 14 = 53\ g.mol^{-1}$$

WWW.ArefOnline.ir

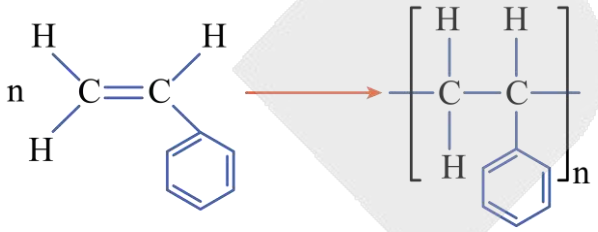
اگر یک مولکول پلیمر افزایشی دارای n واحد تکرارشونده باشد، جرم مولی پلیمر n برابر جرم مولی مونومر خواهد بود. در این رابطه، داریم:

جرم مولی پلیمر افزایشی = n × جرم مولی مونومر

با توجه به توضیحات داده شده، شمار واحد تکرارشونده در ساختار پلی‌استیرن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی پلی سیانو اتن}}{\text{جرم مولی پلی استیرن}} = \frac{۱۵۶۰ \times ۵۳}{n \times ۱۰۴} = ۰/۷۵ \Rightarrow n = ۱۰۶۰$$

از طرفی می‌دانیم که در هر واحد تکرارشوندهٔ پلی استیرن، ۳ پیوند دوگانه وجود دارد. در واقع با شرکت مولکول‌های استیرن ($C_۸H_۸$) در واکنش پلیمری‌شدن، پلی‌استیرن تولید می‌شود. واکنش تولید این پلیمر به‌صورت زیر است:



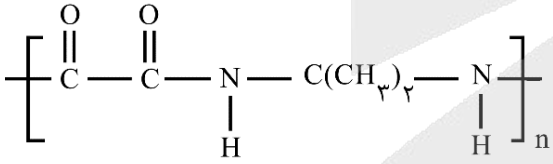
پلی‌استیرن یک پلیمر ساختگی است و از آن در تهیه و تولید انواع ظروف یک‌بار مصرف استفاده می‌شود. استیرن یک ترکیب هیدروکربنی و آروماتیک (دارای یک حلقه بنزنی) بوده و در هر مولکول آن ۴ پیوند دوگانه $C = C$ وجود دارد، در حالی که در ساختار واحد تکرارشونده پلی‌استیرن، ۳ پیوند دوگانه $C = C$ در قالب یک حلقه بنزنی دیده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، در ساختار واحد تکرارشونده پلی‌استیرن، ۳ پیوند اشتراکی دوگانه کربن-کربن وجود دارد. در نتیجه تعداد کل پیوندهای دوگانه برابر خواهد بود با:

تعداد کل پیوندهای دوگانه = ۱۰۶۰ × ۳ = ۳۱۸۰

ماز

۳- اگر در دمای معین، در طول هر ده دقیقه، ۲۰٪ مقدار اولیهٔ پلیمر زیر در مجاورت با آب به مونومرهای سازنده تجزیه شود، بعد از گذشت نیم ساعت چند گرم دی‌آمین تولید خواهد شد؟ (مقدار اولیهٔ پلیمر را برابر با ۶۴ گرم در نظر بگیرید.)

($O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)



۱) ۱۷/۳
۲) ۲۲/۲
۳) ۲۷
۴) ۳۷

پاسخ: گزینهٔ ۲ **(متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)**

معادله واکنش تجزیه پلیمر مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$\text{پلی‌آمید} + ۲n\,H_۲O \longrightarrow n\,H_۲NC(CH_۳)_۲NH_۲ + n\ \text{دی‌اسید}$$

فرمول مولکولی دی‌آمین تولید شده به‌صورت $H_۲NC(CH_۳)_۲NH_۲$ است. جرم مولی پلیمر و دی‌آمین حاصل از تجزیه برابر است با:

$$\text{جرم مولی پلیمر} = [۵(۱۲) + ۲(۱۶) + ۲(۱۴) + ۸(۱)] \times n = ۱۲۸n\ g.mol^{-۱}$$

$$\text{جرم مولی دی آمین} = [۳(۱۲) + ۲(۱۴) + ۱۰(۱)] = ۷۴\ g.mol^{-۱}$$

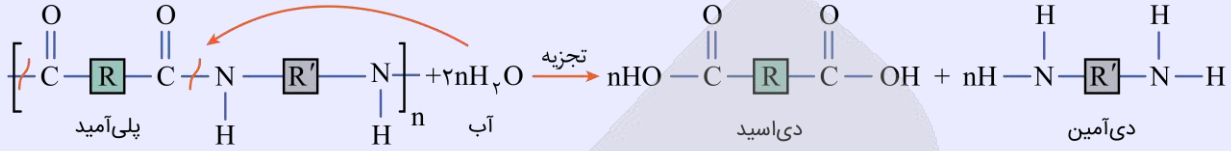
مطابق صورت سؤال هر ده دقیقه ۲۰ درصد مقدار اولیهٔ پلیمر تجزیه می‌شود، بنابراین بعد از گذشت نیم ساعت (معادل با ۳ دوره ۱۰ دقیقه‌ای)، ۶۰ درصد از آن تجزیه خواهد شد. بر این اساس، داریم:

$$?\,g\ \text{دی آمین} = ۶۴\ g\ \text{پلیمر} \times \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۱\ mol\ \text{پلیمر}}{۱۲۸n\ g\ \text{پلیمر}} \times \frac{n\ mol\ \text{دی آمین}}{۱\ mol\ \text{پلیمر}} \times \frac{۷۴\ g\ \text{دی آمین}}{۱\ mol\ \text{دی آمین}} = ۲۲/۲\ g\ \text{دی آمین}$$

WWW.ArefOnline.ir

پلی‌آمیدها

در یک تقسیم‌بندی کلی، پلیمرها را می‌توان در دو گروه زیست تخریب‌پذیر و زیست تخریب‌ناپذیر قرار داد. پلیمرهای زیست‌تخریب‌پذیر، موادی هستند که در طبیعت توسط جانداران ذره‌بینی به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن‌دی‌اکسید، متان، آب و ... تجزیه می‌شوند؛ در حالی که پلیمرهای زیست تخریب‌ناپذیر (ماندگار) برای مدت طولانی در طبیعت باقی‌مانده و به مواد ساده‌تر تجزیه نمی‌شوند. به‌عنوان مثال، پلیمرهای طبیعی زیست‌تخریب‌پذیر محسوب می‌شوند. پلیمرهای ساختگی نیز بسته به نوع مونومرهای سازندهٔ آن‌ها می‌توانند زیست‌تخریب‌پذیر یا زیست تخریب‌ناپذیر باشند. پلی‌آمیدها می‌توانند با مولکول‌های آب واکنش داده و به مونومرهای سازندهٔ خود (دی‌اسیدها و دی‌آمین‌ها) تجزیه شوند. معادلهٔ این واکنش به‌صورت زیر است:



در فرایند تجزیه یک مولکول پلی‌آمید با n واحد تکرارشونده، $2n$ مولکول آب مصرف شده و n مولکول دی‌اسید به همراه n مولکول دی‌آمین تولید می‌شود.

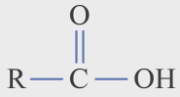
ماز

۴- آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها در هر مولکول خود چند پیوند اشتراکی داشته و یک نمونه از این ماده با کدام‌یک از ویتامین‌های زیر واکنش می‌دهد؟

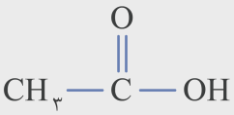
۱) ۸ - ویتامین کا ۲) ۸ - ویتامین آ ۳) ۵ - ویتامین کا ۴) ۵ - ویتامین آ

پاسخ: گزینهٔ ۲ **(متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)**

ساختار گروه عاملی موجود در اعضای خانواده کربوکسیلیک اسیدها به‌صورت زیر است:



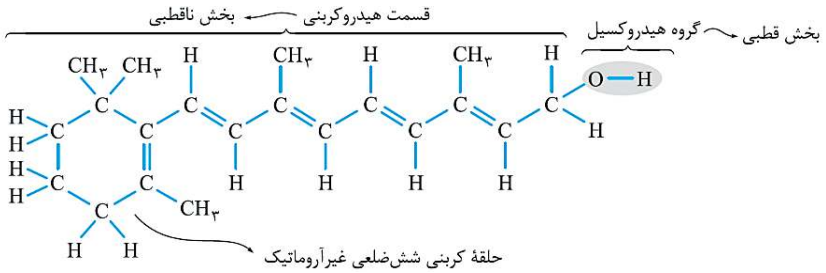
در این مواد، گروه R که معادل با یک زنجیره هیدروکربنی یا یک اتم هیدروژن است، به گروه کربوکسیل ($-COOH$) متصل شده است. فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای سیرشده و تک عاملی به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است که در آن n معادل با تعداد اتم‌های کربن خواهد بود. آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها اتانوئیک اسید (استیک اسید) با فرمول CH_3COOH است. این ترکیب دومین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها بوده و ساختار آن به‌صورت زیر است:



در ساختار هر مولکول اتانوئیک اسید، ۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. گروه‌های عاملی موجود در ساختار انواع ویتامین‌ها به شرح زیر است:

ویتامین	ث	آ	دی	کا
گروه عاملی	استری × ۱ + هیدروکسیل × ۴	هیدروکسیل × ۱	هیدروکسیل × ۱	کتونی × ۲
فرمول مولکولی	$C_6H_8O_6$	$C_{20}H_{30}O$	$C_{28}H_{44}O$	$C_{31}H_{46}O_2$
نوع مولکول	قطبی	ناقطبی	ناقطبی	ناقطبی

موادی که دارای گروه عاملی هیدروکسیل در ساختار خود هستند، می‌توانند با کربوکسیلیک اسیدها واکنش بدهند. ویتامین‌های (آ)، (دی) و (ث) نیز دارای گروه عاملی الکلی (هیدروکسیل) بوده و می‌توانند با استیک اسید واکنش بدهند. ساختار مولکولی ویتامین (آ) به‌صورت زیر است:



WWW.ArefOnline.ir

ویتامین (آ)، یکی از ویتامین‌های موجود در هویج است. در ساختار مولکولی ویتامین (آ)، فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد. چون قسمت عمده مولکول‌های این ماده از بخش هیدروکربنی و ناقطبی تشکیل شده است، این بخش‌ها بر بخش‌های قطبی غلبه کرده و مولکول‌های ویتامین (آ) در مجموع ناقطبی به شمار می‌روند و در حلال‌های ناقطبی مثل چربی حل می‌شوند.

ماز

۵- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) مونومرهای سازنده سلولز را بر اثر تجزیه مولکول‌های مالتوز می‌توان به‌دست آورد.
۲) ویژگی چربی‌دوستی یک نمونه از مولکول‌های پنتانول در مقایسه با یک نمونه از هگزانول بیشتر است.
۳) پلیمری که از آن برای تولید نخ دندان استفاده می‌شود، از مونومرهای ناقطبی ساخته شده است.
۴) ۱-بوتانول دارای ۱۴ پیوند اشتراکی بوده و نیروی بین مولکولی غالب در آن از نوع پیوند هیدروژنی است.

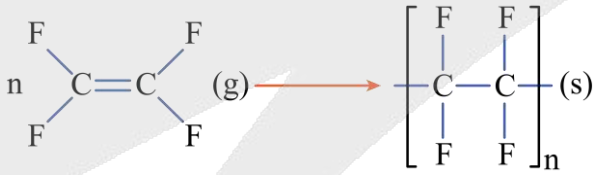
پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

مولکول‌های سازندهٔ برخی از ترکیب‌ها، از جمله الکل‌ها، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده است. با افزایش طول زنجیره کربنی در الکل‌ها، میزان قطبیت مولکول‌های این مواد کاهش می‌یابد؛ پس با افزایش طول زنجیره کربنی در الکل‌ها میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب (حلال قطبی) کاهش پیدا کرده و میزان انحلال‌پذیری آن‌ها در چربی (حلال ناقطبی) افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، با افزایش طول زنجیره کربنی در الکل‌ها، خاصیت آب‌گریزی (معادل با خاصیت چربی‌دوستی) الکل‌ها بیشتر می‌شود. چون هگزانول (یک الکل ۶ کربنه) در مقایسه با پنتانول (یک الکل ۵ کربنه) دارای زنجیره کربنی بزرگ‌تری است، می‌توان گفت این ترکیب خاصیت چربی‌دوستی بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پنبه و پشم انواعی از الیاف طبیعی هستند که در طبیعت یافت می‌شوند. آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود. از پنبه افزون بر تولید پوشاک، در تولید رویهٔ مبل، پرده، تور ماهیگیری و گاز استریل نیز استفاده می‌شود. پنبه از الیاف سلولز تشکیل شده است و هر رشتهٔ سلولز نیز زنجیر بسیار بلندی است که از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته می‌شود؛ پس می‌توان گفت گلوکز، مونومر سازنده سلولز است. مولکول‌های گلوکز را بر اثر تجزیه مالتوز نیز می‌توان به‌دست آورد.

۳) پلیمر حاصل از بسپارش مولکول‌های تترافلوئورواتن (C_2F_4)، پلی‌تترافلوئورواتن یا تفلون نام دارد. واکنش تولید این پلیمر به‌صورت زیر است:



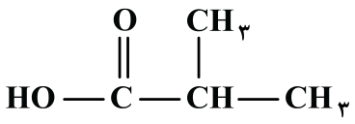
تفلون، نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و در حلال‌های آلی نیز حل نمی‌شود و نچسب است. این ویژگی‌ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر در صنایع مختلف است. تفلون یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیه نخ دندان، ظروف نچسب، کفی اتو و به‌عنوان نوار آب‌بندی لوله‌ها استفاده می‌شود. مولکول‌های تترافلوئورواتن متقارن و ناقطبی هستند.

۴) فرمول شیمیایی ۱-بوتانول به‌صورت C_4H_9OH است. در هر مولکول از این ماده، ۱۴ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. در این ترکیب الکلی، بخش قطبی (گروه هیدروکسیل) بر بخش ناقطبی (زنجیره هیدروکربنی) غلبه داشته و به همین خاطر، می‌توان گفت نیروی بین مولکولی غالب در ۱-بوتانول از نوع پیوند هیدروژنی است.

ماز

WWW.ArefOnline.ir

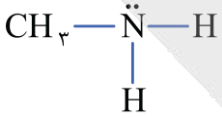
۶- یک نمونه ۴/۴ گرمی از ترکیب مقابل، با چند گرم متیل آمین به‌طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ $(O = ۱۶ , N = ۱۴ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$



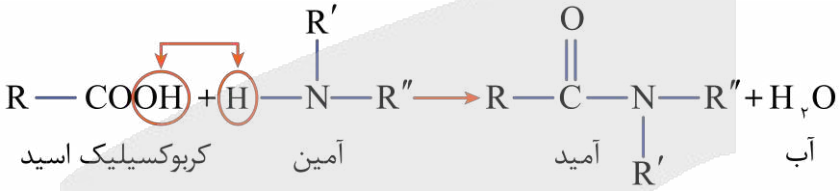
۱) ۰/۹ ـ ۱/۵۵
۲) ۰/۹ ـ ۳/۱
۳) ۱/۸ ـ ۱/۵۵
۴) ۱/۸ ـ ۳/۱

پاسخ: گزینهٔ ۱ **(متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۱۰۳)**

آمین‌ها گروهی از ترکیب‌های آلی نیتروژن‌دار هستند که از جایگزین شدن یک، دو و یا سه مورد از اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک ($NH_۳$) با زنجیره‌های هیدروکربنی حاصل می‌شوند. در ساختار آمین‌ها اتم‌های H، C و N وجود دارد. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به آن‌ها داده است. متیل‌آمین با فرمول شیمیایی $CH_۳NH_۲$، ساده‌ترین عضو خانواده آمین‌ها است که از جایگزین شدن یکی از اتم‌های H آمونیاک با گروه $CH_۳$ـ به‌دست می‌آید. این ترکیب به همراه برخی از آمین‌های دیگر، بوی ماهی را ایجاد می‌کند. ساختار مولکول‌های متیل آمین به‌صورت زیر است:



آمیدها را می‌توان از واکنش بین کربوکسیلیک اسیدها و آمین‌ها به‌دست آورد. فرایند انجام شده به‌صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، طی این واکنش یک کربوکسیلیک اسید با یک آمین واکنش داده و یک ترکیب آمیدی به همراه آب تولید می‌شود. اگر فرمول شیمیایی اسید و آمین سازنده یک آمید به ترتیب به‌صورت $C_xH_yO_۲$ و C_wH_zN باشد، معادله تولید آمید مورد نظر به‌صورت زیر می‌شود:

$$C_xH_yO_۲ + C_wH_zN \rightarrow C_{x+w}H_{y+z-۲}NO + H_۲O$$

ترکیب نشان داده شده در صورت سؤال نیز یک کربوکسیلیک اسید است. این ماده بر اساس معادله زیر با متیل آمین واکنش می‌دهد:

$$C_۴H_۸O_۲ + CH_۵N \rightarrow C_۵H_{۱۱}NO + H_۲O$$

با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، داریم:

$$? \ g\ CH_۵N = ۴/۴\ g\ C_۴H_۸O_۲ \times \frac{۱\ mol\ C_۴H_۸O_۲}{۸۸\ g\ C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۱\ mol\ CH_۵N}{۱\ mol\ C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۳۱\ g\ CH_۵N}{۱\ mol\ CH_۵N} = ۱/۵۵\ g$$

$$? \ g\ H_۲O = ۴/۴\ g\ C_۴H_۸O_۲ \times \frac{۱\ mol\ C_۴H_۸O_۲}{۸۸\ g\ C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۱\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ C_۴H_۸O_۲} \times \frac{۱۸\ g\ H_۲O}{۱\ mol\ H_۲O} = ۰/۹\ g$$

۷- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟ $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

الف ـ n مورد از اتم‌های C موجود در مولکولی از پلی‌پروپن با n واحد تکرارشونده، فقط به یک اتم H متصل‌اند.

ب ـ در واکنش میان اتانول و پروپانوئیک اسید، جرم استر تولید شده ۰/۸۵ برابر جرم مواد مصرف شده است.

ج ـ شمار اتم‌های H موجود در استر ایجاد کننده بوی سیب، ۷ برابر شمار اتم‌های O موجود در آن است.

د ـ کولار از معروف‌ترین پلی‌استرها بوده و پوشاک دوخته شده از آن، سبک و بسیار محکم هستند.

۱) «الف» و «ب»
۲) «الف» و «ج»
۳) «ب» و «د»
۴) «ج» و «د»

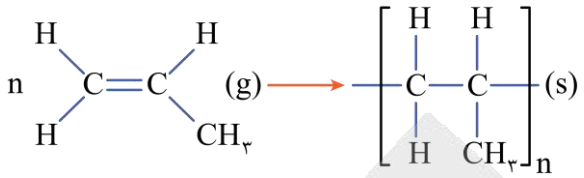
پاسخ: گزینهٔ ۱ **(سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)**

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

WWW.ArefOnline.ir

بررسی موارد:

الف) پلیمر حاصل از شرکت مولکول‌های پروپن (C_3H_6) در واکنش پلیمری شدن، پلی‌پروپن نام دارد. واکنش تولید این پلیمر به‌صورت زیر است:



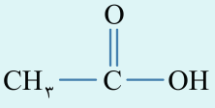
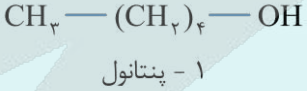
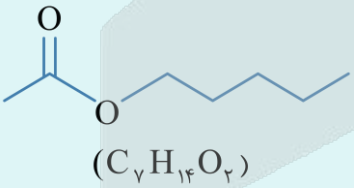
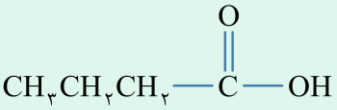
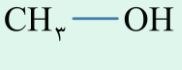
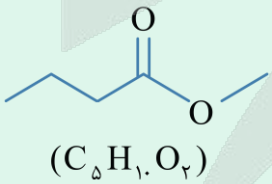
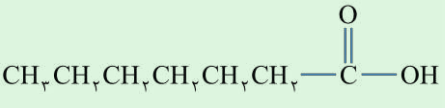
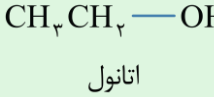
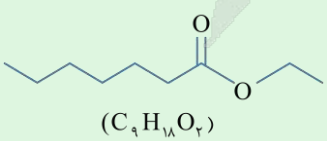
پلی‌پروپن یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیه پلاستیک مورد استفاده در ساختن وسایل پزشکی مثل سرنگ‌ها استفاده می‌شود. چون در ساختار واحد تکرار شوندهٔ این پلیمر، فقط یکی از اتم‌های کربن به یک اتم H متصل شده است، پس می‌توان گفت n مورد از اتم‌های C موجود در مولکولی از پلی‌پروپن با n واحد تکرارشونده، فقط به یک اتم H متصل‌اند.

ب) استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه عاملی استری ($-COO-$) وجود دارد. فرمول کلی استرها به‌صورت $R-COO-R'$ می‌باشد که در آن R معادل با اتم هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی بوده و R' معادل با یک زنجیره هیدروکربنی است. استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ($R'-OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R-COOH$) به‌دست آورد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. واکنش تولید اتیل پروپانوات بر اثر مخلوط شدن اتانول و پروپانوئیک اسید، به‌صورت زیر است:

$$C_3H_6O_2 + C_2H_6O \rightarrow C_5H_{10}O_2 + H_2O$$

اگر ۱ مول اتانول (معادل با ۴۶ گرم اتانول) و ۱ مول پروپانوئیک اسید (معادل با ۷۴ گرم پروپانوئیک اسید) در این واکنش مصرف شود، مجموع جرم مواد مصرف شده برابر با ۱۲۰ گرم شده و ۱ مول ترکیب استری (معادل با ۱۰۲ گرم ترکیب استری) تولید می‌شود. همان‌طور که مشخص است، جرم استر تولید شده در این فرایند، ۰/۸۵ برابر جرم مواد مصرف شده است.

ج) استرها منشأ بوی خوش شکوفه‌ها، گل‌ها، عطرها و نیز عامل ایجادکنندهٔ بو و طعم میوه‌ها هستند. جدول زیر، ویژگی‌های برخی از انواع استرهای موجود در گیاهان را نشان می‌دهد:

ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار استر سازنده	نام استر	نام گل یا میوه
 اتانوئیک اسید	 ۱ - پنتانول	 $(C_7H_{14}O_2)$	پنتیل اتانوات	موز
 بوتانوئیک اسید	 متانول	 $(C_5H_{10}O_2)$	متیل بوتانوات	سیب
 هپتانوئیک اسید	 اتانول	 $(C_9H_{18}O_2)$	اتیل هپتانوات	انگور

شمار اتم‌های H موجود در استر سازنده سیب، ۵ برابر شمار اتم‌های O موجود در آن است. در ساختار این ترکیب استری، ۱۷ پیوند اشتراکی بین اتم‌های مختلف برقرار شده و ۴ جفت الکترون ناپیوندی نیز بر روی اتم‌ها وجود دارد.

WWW.ArefOnline.ir

د) کِولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای مصنوعی (ساختگی) است. کولار از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیه تایر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.

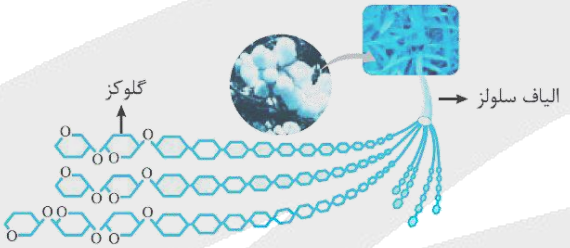
ماز

۸- **کدام‌یک از موارد زیر، درست است؟**

۱) پلیمرهای طبیعی، برخلاف همه پلیمرهای ساختگی، زیست‌تخریب‌پذیر هستند.
۲) شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول استیرن، با شمار اتم‌های کربن در نفتالن برابر است.
۳) از دیدگاه جرم مولی، استرهای سنگین سه عاملی بین پلی‌اتن سنگین و سبک قرار می‌گیرند.
۴) عنصری که اتم آن، حلقه‌های آلی سلولز را به یکدیگر متصل می‌کند، نسبت به نیتروژن نافلزتر است.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

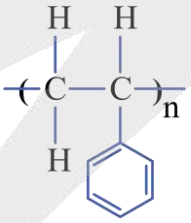
هریک از الیاف سلولزی، از کنار هم قرار گرفتن چندین مولکول غول‌آسای سلولز ساخته شده است که به اصطلاح، به آن‌ها لیف سلولزی نیز گفته می‌شود. هر مولکول سلولز نیز خود از اتصال تعداد زیادی مولکول گلوکز به هم ایجاد شده است. همان‌طور که در تصویر مشخص است، بخش‌های باقی‌مانده از مولکول‌های گلوکز موجود در ساختار سلولز، توسط اتم‌های اکسیژن (گروه عاملی اتری) به یکدیگر متصل می‌شوند و همان‌طور که می‌دانیم، اتم اکسیژن نسبت به نیتروژن شعاع کمتر و خاصیت نافلزی بیشتری دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پلیمرهای سبز مثل پلی‌لاکتیک‌اسید، از جمله پلیمرهای ساختگی و زیست‌تخریب‌پذیر هستند.

۲) استیرن با فرمول C_8H_8 دارای ۸ اتم هیدروژن و نفتالن با فرمول $C_{10}H_8$، دارای ۱۰ اتم کربن در ساختار خود است. توجه داریم که هردو این مواد از دسته مواد آروماتیک هستند و در ساختار خود حلقه بنزنی دارند، البته از استیرن برخلاف نفتالن در تولید پلیمر استفاده می‌شود. ساختار ذره‌ای پلیمر حاصل از بسپارش استیرن به‌صورت زیر است:

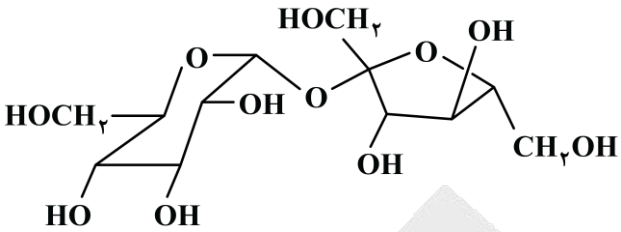


۳) درشت مولکول‌ها به انواع پلیمری و غیرپلیمری تقسیم‌بندی می‌شوند. پلیمرها از اتصال هزاران زیر واحد با نام مونومر تشکیل شده و نسبت به درشت مولکول‌های غیرپلیمری، اغلب جرم مولی بالاتری دارند. استرهای سه عاملی از انواع درشت مولکول‌های غیرپلیمری و پلی‌اتن سنگین و سبک از انواع درشت مولکول‌های پلیمری هستند.

ماز

WWW.ArefOnline.ir

۹- درباره ترکیب زیر، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟



الف ـ تعداد اتم هیدروژن این ماده با دهمین عضو آلکن‌ها برابر است.

ب ـ شمار پیوندهای $C-O$ در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH است.

ج ـ شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن، برابر با شمار کربن در نفتالن است.

د ـ اگر اتم H از گروه‌های هیدروکسیل آن با گروه‌های متیل جایگزین شوند، انحلال‌پذیری آن در آب افزایش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «ب» و «د» ۳) «ج» و «د» ۴) فقط «الف»

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

تنها عبارت (الف) درست است.

بررسی موارد:

الف) شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های موجود در ساختار ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد اتم هیدروژن} = \left(\text{تعداد } C \times ۲\right) + ۲ - \left(\text{تعداد حلقه} \times ۲\right) - \left(\text{تعداد پیوند دوگانه} \times ۲\right) - \left(\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times ۴\right) + (\text{تعداد } N) - (\text{تعداد هالوژن})$$

$$= (۱۲ \times ۲) + ۲ - (۲ \times ۲) = ۲۲$$

دهمین عضو خانواده آلکن‌ها، ترکیبی با فرمول مولکولی $C_{۱۱}H_{۲۲}$ است که این ماده نیز در ساختار خود ۲۲ اتم هیدروژن دارد.

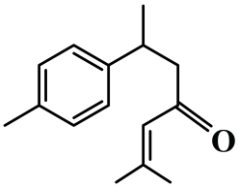
ب) با توجه به فرمول ساختاریِ ماده آلی مطرح شده، ۱۴ پیوند یگانه کربن-اکسیژن در آن قرار دارد. برای شمارش گروه‌های CH موجود در یک ماده آلی، باید کربن‌هایی را پیدا کنیم که با اتم‌های کربن و اکسیژن اطراف خود مجموعاً ۳ پیوند برقرار کرده‌اند، چراکه هر اتم کربن در ساختار مواد آلی در تشکیل ۴ پیوند شرکت می‌کند. حال اگر یک اتم کربن، ۳ پیوند خود را با اتم‌های کربن و اکسیژن دیگر استفاده کرده باشد، ۱ پیوند باقی مانده خود را با ۱ اتم هیدروژن برقرار کرده و به‌صورت گروه CH مشاهده می‌شود. با توجه به نکته گفته شده، در ساختار ماده آلی مطرح شده، ۸ اتم کربن به‌صورت گروه CH حضور دارند.

ج) در ساختار مواد آلی، به ازای هر اتم هالوژن، سه جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن یا گوگرد دو جفت الکترون و به ازای هر اتم نیتروژن نیز یک جفت الکترون ناپیوندی داریم. اتم‌های کربن و هیدروژن، تمام الکترون‌های ظرفیتی خود را برای تشکیل پیوندهای اشتراکی مصرف کرده و بر روی آن‌ها الکترون ناپیوندی قرار نمی‌گیرد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار ماده آلی مطرح شده ۲۲ جفت الکترون ناپیوندی داریم، درحالی‌که مولکول نفتالن در ساختار خود دارای تنها ۱۰ اتم کربن است.

د) با تبدیل هیدروژن گروه‌های هیدروکسیل ماده مورد نظر به گروه متیل، قطبیت ماده کاهش پیدا کرده و توانایی آن در ایجاد پیوندهای هیدروژنی کاهش پیدا می‌کند. درنتیجه این فرایند، انحلال‌پذیری ترکیب مورد نظر در آب کاهش پیدا می‌کند.

WWW.ArefOnline.ir

۱۰- درباره مولکولی با ساختار مقابل، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟



الف ـ میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن نسبت به اولین آلکن منفی‌تر است.

ب ـ شکستن پیوند $C = C$ در آن، نسبت به باقی پیوندها به انرژی بیشتری نیاز دارد.

ج ـ قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با ذرات آب را داشته و به‌خوبی در آن حل می‌شود.

د ـ نسبت کربن‌هایی که به دو اتم هیدروژن متصل شده‌اند به تعداد جفت الکترون ناپیوندی برابر ۰/۵ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۱۰۳)

فقط عبارت (د) درست است.

بررسی موارد:

الف) در ترکیبات آلی دارای اتم‌های اکسیژن، کربن و هیدروژن عدد اکسایش هیدروژن همیشه ۱+ و عدد اکسایش اکسیژن همیشه برابر با ۲- است. از این نکته می‌توان برای به دست آوردن میانگین عدد اکسایش کربن در این گونه‌ها استفاده کرد. فرمول شیمیایی این ترکیب به‌صورت $C_{۱۵}H_{۲۰}O$ است. حال میانگین عدد اکسایش کربن را در گونه مطرح شده و اتن (اولین عضو خانواده آلکن‌ها) محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$C_{۱۵}H_{۲۰}O : ۱۵C + ۲۰ \times (+۱) + ۱ \times (-۲) = ۰ \Longrightarrow ۱۵C = -۱۸ \Longrightarrow C = -۱/۲$$

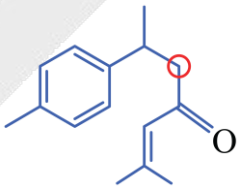
$$C_۲H_۴ : ۲C + ۴ \times (+۱) = ۰ \Longrightarrow ۲C = -۴ \Longrightarrow C = -۲$$

همان‌طور که مشخص است، عدد اکسایش کربن در گونه مطرح شده بالاتر است.

ب) انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تولید اتم‌های گازی مجزا، آنتالپی پیوند نامیده می‌شود. آنتالپی پیوند با مرتبه پیوند رابطه مستقیم و با شعاع اتم‌های دخیل در تشکیل پیوند رابطه عکس دارد. مرتبه پیوند $C=O$ و $C=C$ از باقی پیوندهای موجود در ساختار این ماده بیشتر است. توجه داریم شعاع اتم اکسیژن کمتر از کربن بوده و در نتیجه میانگین آنتالپی پیوند $C=O$ بالاتر است.

ج) این مولکول دارای گروه عامل کتونی بوده و همانند استون، می‌تواند با آب پیوند هیدروژنی برقرار کند، اما با توجه به بزرگ بودن بخش ناقطبی (بخش هیدروکربنی) موجود در این مولکول، می‌توان گفت بخش آب‌گریز این مولکول بر بخش آب‌دوست آن غلبه داشته و این ماده در مجموع ناقطبی است. با توجه به توضیحات داده شده، ماده مورد نظر انحلال‌پذیری بالایی در آب ندارد.

د) در ساختار پیوند-خط مولکول‌های آلی، اتم‌های کربنی که دو خط به آن‌ها متصل شده است، به‌صورت $CH_۲$ مشاهده می‌شوند. تنها گروه $CH_۲$ این مولکول در شکل زیر با رنگ قرمز مشخص شده است:



در مولکول‌های آلی به ازای هر اتم از گروه ۱۵، یک جفت و به ازای هر اتم از گروه ۱۶، دو جفت و به ازای هر اتم از گروه ۱۷ نیز سه جفت الکترون ناپیوندی داریم. پس مولکول فوق فقط دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم اکسیژن است.

WWW.ArefOnline.ir

مرکز مشاوره عارف

بسته شبیه‌ساز کنکور
مارکوپولو منتشر شد!

- **۱۷ دوره کنکور سراسری** از ۹۸ تا ۱۴۰۴؛ آپدیت شده و منطبق با تغییرات کنکور ۱۴۰۵
- **پاسخنامه به سبک ماز:** شامل بررسی دقیق گزینه‌ها، نکته‌ها، جداول و کادرهای جمع‌بندی
- **قابلیت تخمین رتبه و تراز کنکور سراسری:** براساس نمرات نهایی و درصدهای کنکور
- **آزمون پیش‌بینی** کنکور سراسری ۱۴۰۵ از نگاه طراحان ماز
- **تحلیل پاسخنامهٔ ویدیویی سؤالات کنکور** توسط اساتید ماز
- **بستهٔ جامع آمادگی امتحانات نهایی** خرداد ۱۴۰۵
- بانک کنکور به تفکیک درس به درس و مبحث به مبحث مناسب دوران جمع‌بندی
- بانک کامل سؤالات شیمی و فیزیک کنکور تجربی مشترک با رشتهٔ ریاضی

ثبت سفارش
از سایت مازمارکت
mazemarket.ir

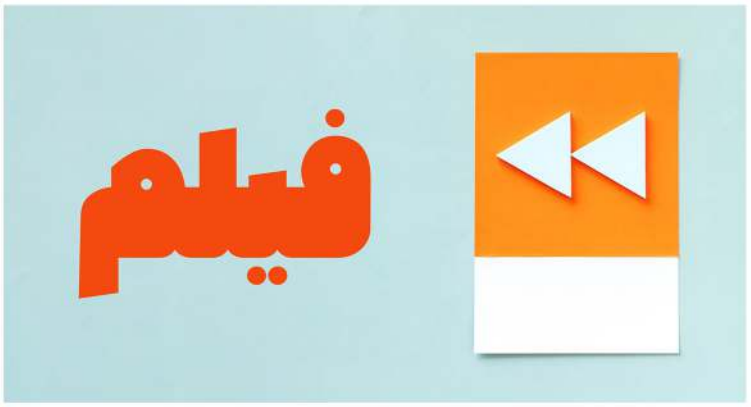
اسکن کن!

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف