

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف







# مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
  - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
  - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
  - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
  - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبیدی انسان صادق نیست؟
  - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
  - (۲) پس از قرارگرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
  - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فرآورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
  - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟  
«فقط یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند.....»
  - (۱) مارپیچ دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
  - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
  - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
  - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارزی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای در یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند.)
  - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
  - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
  - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
  - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
  - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
  - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
  - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
  - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون بی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار «عامل اصلی انتقال صفات وراثتی» حضور دارند، نادرست است؟
  - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است، نادرست است.
  - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است، نادرست است.



# Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

**فیزیک**

**۶۲** هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۸ / ۷۶ (۲)  
۸۷ / ۶ (۴)  
۵ / ۲۶ (۱)  
۵۲ / ۶ (۳)

**پاسخ: گزینه ۳**

**تبدیل یکای زنجیره‌ای:** برای تبدیل یکای یک کمیت به یگای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این‌که بینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} \Rightarrow \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = 1 \quad \text{یا} \quad \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

**پاسخ خیلی تشریحی ✓**

$$1 \text{ ساعت} = 60 \text{ دقیقه} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{10^6 \text{ قرن}}{1 \text{ سال}} \times \frac{1 \text{ میکروقرن}}{10^{-6} \text{ قرن}} = 10^{-6} \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.56 \text{ دقیقه} = 52/6$$

الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

**کتاب درسی**

(فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۱۶ کتاب درسی)



# Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره

**کنکور مشابه**

**فیزیک**

**۴۵** معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $v = t^2 - 4t + 5$  است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به  $(1 \text{ m/s})\hat{i}$  می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

(۱)  $4\hat{i}$   
 (۲)  $-4\hat{i}$   
 (۳)  $2\hat{i}$   
 (۴)  $-2\hat{i}$

**پاسخ: گزینه ۴**

**Hint** سرعت در مبدأ زمان ( $v_0$ ) و لحظه  $t_1$  که بردار سرعت در آن لحظه برابر  $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\hat{i}$  است را به دست آورید و سپس از رابطه  $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  خواسته سؤال را حساب کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:

( $\vec{v}$ ): بردار سرعت متحرک ( $\text{m/s}$ )  
 $t$ : زمان (s)

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک  $1 \text{ m/s}$  است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1 - 5)\hat{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\hat{i}$$

معادله سرعت-زمان متحرکی در SI به صورت  $v = 2t^2 - 8$  است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۳۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۳ - نوبت اول)

(۱) ۱۸  
 (۲) ۱۲  
 (۳) ۸  
 (۴) ۴

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

# Purple Page

- مرسومه كه هر سال سؤال هاي يكي دو تادرس توكنكور سراسري سخت تر (يا خاص تر) طراحي ميشن
- مثلاً كنگور سال ۱۴۰۴ تو رشته رياضي و تجربی درس های رياضي و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (كمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو كنگور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه كنگور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع  $f$  ثابت و تابع  $g$  همانی است. اگر  $6x = 2f(2x-1) + 3g(2x+1)$  باشد، حاصل  $(\frac{g}{f})(3)$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۲)  
 $-\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۱)  
 $2$  (۳)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: ضابطه تابع  $f$  را  $f(x) = c$  و ضابطه تابع  $g$  را  $g(x) = x$  در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است  $2c + 3$  برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی  $f(x) = -\frac{3}{2}$  است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کنکور

اگر  $f$  تابعی همانی و  $g$  تابع ثابت بوده و  $3 + 2x = g(3x) + 2f(3+x)$  باشد، مقدار  $\frac{f(-1)}{g(4)}$  کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ كنگور تهری ۱۳۰۳ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$  (۲)  
 $-\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۱)  
 $-\frac{1}{4}$  (۳)

سؤال اصلی كنگور كه این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده كه بتونی بلافاصله بعد از حل كردنش سؤال اصلی كنگورش رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

# پاسخنامه‌های برای تحمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

**صورت سؤال** رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

## زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند همانندسازی حفاظتی را برابر با یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

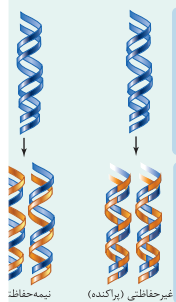
(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.  
 (۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.  
 (۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.  
 (۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای  $^{15}N$ ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

### پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

Hint



حفاظتی، هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

### طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

غیرحفاظتی (پراکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتیفریوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

**دروس Box** به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

**پاسخ خیلی تشریحی** به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌ها رو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

**نکته** نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)



سورس، رپ، و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!  
(ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

● گول نخوری

✓ پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای این‌که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید  $(-2, 3)$  مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:  
 $b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$

گام دوم: با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که  $x = 3$  و  $x = -2$  جواب  $x^2 - 3ax - 5b = 0$  هستند، در نتیجه:

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{بالایی را از پایینی}} \begin{cases} 5a = 0 \\ 5a - 15a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$4a - 5b = 0 \Rightarrow b = \frac{4}{5}$$

می‌تونستی برای مشخص کردن a و b از S و P استفاده کنی.

● به‌جور دیگه

گام اول: از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع f مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ  $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$  است

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$$

و براساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت  $\sqrt{x}-1$  را می‌نویسیم:

$\frac{1}{2}$	-
1	-
+	-
-	+
-	-
+	-

گام دوم: حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

$\frac{1}{2}$	1
+	-
-	+
-	-
+	-

با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ  $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$  که همان دامنهٔ تابع f است، بازهٔ  $(\frac{1}{4}, 1)$  خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

اگر  $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه  $[x] = x$  و ضابطهٔ تابع f به صورت  $f(x) = \sqrt{x}-1$  خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

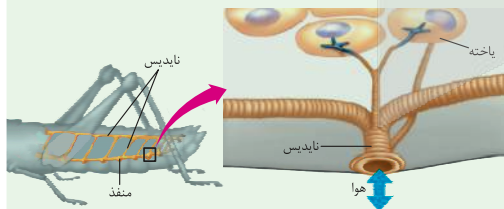
✓ پاسخ خیلی تشریحی

● تیزبازی

● شکل‌نامه

۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.

(الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.

(ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن‌ها در حین همانندسازی کم‌تر از دنا اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

● مشاوره

کنکور که تیب مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درست و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

**گول نخوری** سعی کردیم اشتباهات متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

**به‌جور دیگه** اگر سؤال رو درست حل کردی، به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

به‌جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

**تیزبازی** حتی اگر یکی دوتا سؤال رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی به آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

**شکل‌نامه** شکل‌های کتاب تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

**مشاوره** اهمیت تست‌ها توی کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی به طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

**این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.**

**مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه به‌جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.**

# آزمون آزمایشی خیلی سبز



پایه یازدهم

مرحله سیزدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۲۱/فروردین/۱۴۰۵

دانشگاه ریاضی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ تا ۴ (درس ۱ تا ۳) صفحه ۱ تا ۱۰۹
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ تا ۳ (درس ۱) صفحه ۹ تا ۶۳
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ تا ۳ (درس ۱ و ۲) صفحه ۱ تا ۸۶
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ تا ۳ (تا ابتدای ویژگی‌های مغناطیسی مواد) صفحه ۱ تا ۱۰۱
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۹۸
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	-

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: کوروش اسلامی - فرشاد حسن‌زاده - محمد خان‌گلدی - علی شهرابی محسن علی‌نجاری - محمد گودرزی کارشناسان علمی: فرشاد حسن‌زاده - محمد گودرزی	محسن علی‌نجاری
هندسه	طراح: حمید گلزاری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	سید عباس حسینی
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحسوب - مریم نظری	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: فرشید ابراهیمی - مهدی براتی - ارژنگ خانلری - یاسر راش امیر قاسمی‌پور - پارسا طاهری منزه - محمد عظیمیان‌زواره کارشناسان علمی: محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانیپور

این آزمون نمره‌منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور سراسری طراحی می شود.





حسابان یازدهم

۱- کدام دو تابع با هم مساوی اند؟

$g(x) = \frac{1}{x+1}$  و  $f(x) = \frac{x}{x^2+x}$  (۲)

$g(x) = |x|$  و  $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$  (۱)

$g(x) = x^2 - 1$  و  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$  (۴)

$g(x) = \frac{1}{x^2+1}$  و  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^4-1}$  (۳)

۲- اگر  $-2 = [x + [x]] + [x - [x]]$  باشد، مجموعه مقادیر عبارت  $[2x]$  شامل چند عدد صحیح است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳- اگر نقطه  $A(1, \sqrt{5})$  رأسی از یک مربع و یک ضلع آن روی خط به معادله  $x - \sqrt{5}y + 7 = 0$  قرار داشته باشد، محیط این مربع کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{6}$  (۲)  $2\sqrt{6}$  (۳)  $4\sqrt{6}$  (۴)  $\sqrt{6}$

۴- مجموع ۹ جمله اول دنباله با جمله عمومی  $a_n = \cos \frac{n\pi}{9}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) -۲

۵- جواب‌های معادله درجه دوم  $mx^2 - 2x - n = 0$  از جواب‌های معادله  $nx^2 + 4x - 2n = 0$  یک واحد کم‌تر است. حاصل  $mn$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۸

۶- احمد کار نقاشی یک ساختمان را به تنهایی ۱۶ روز زودتر از اکبر انجام می‌دهد. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۱۵ روز کار نقاشی انجام می‌شود. اکبر به تنهایی در چند روز این کار را انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۱۵ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

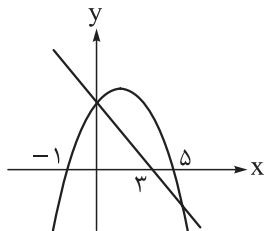
۷- نمودار وارون تابع  $f(x) = 2x + h$  از نقطه  $(-2, 3)$  می‌گذرد. اگر ضابطه تابع وارون آن  $f^{-1}(x) = ax + b$  باشد، حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۸ (۴) -۸

محل انجام محاسبات



۸- نمودارهای تابع درجه دوم  $f$  و تابع خطی  $g$  در شکل زیر رسم شده است. مجموع صفرهای تابع  $f + g$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{8}{5}$
- (۲)  $\frac{8}{3}$
- (۳)  $\frac{7}{5}$
- (۴)  $\frac{7}{3}$

۹- اگر  $f(x) = |x-1| - 1$  و  $g(x) = x + |x|$  باشد، برد تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی شمار

۱۰- اگر  $f(x) = \frac{x|x|}{x^2+1}$  و  $g(x) = 2x - |x|$  باشد،  $(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{7})$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳)  $-\frac{1}{2}$
- (۴) ۲

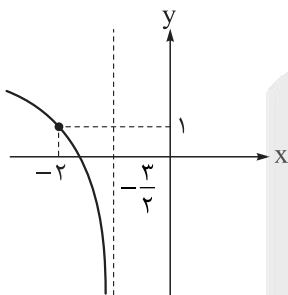
۱۱- نمودار تابع  $f(x) = ab^x + c$  از نقاط  $(0, -\frac{1}{4})$  و  $(1, 0)$  و  $(-\frac{3}{4}, -1)$  عبور می کند. مقدار  $f(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳)  $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

۱۲- نیمه عمر عنصری ۳ روز و جرم اولیه یک نمونه از آن ۴ گرم است. طی تقریباً چند روز، این جرم به یک میلی گرم کاهش می یابد؟

- (۱) ۳۶
- (۲) ۳۲
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۰

۱۳- شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \log_{\Delta}(ax+b)$  را نشان می دهد. مقدار  $f^{-1}(2)$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{5}{2}$
- (۲) -۳
- (۳)  $-\frac{7}{2}$
- (۴) -۴

۱۴- اگر  $\log_4 5 = a$  و  $\log_3 2 = b$  باشد، حاصل  $\log_{12} 10$  بر حسب  $a$  و  $b$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{ab-b}{2b-1}$
- (۲)  $\frac{ab-b}{2b+1}$
- (۳)  $\frac{2ab+b}{2b+1}$
- (۴)  $\frac{2ab+b}{2b-1}$

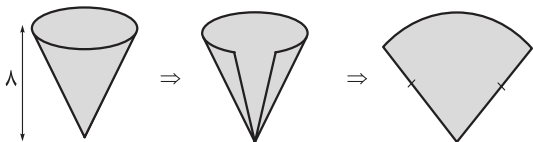
محل انجام محاسبات



۱۵- اگر  $x + \log(\delta^x - 2) = x \log 2 + \log 24$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\log_6 2$       (۲)  $\log_6 3$       (۳)  $\log_\delta 2$       (۴)  $\log_\delta 6$

۱۶- شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط در زیر داده شده است. اگر مساحت قاعده مخروط  $36\pi$  و ارتفاع آن ۸ واحد باشد، اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟



- (۱)  $\frac{6\pi}{5}$   
 (۲)  $\frac{3\pi}{5}$   
 (۳)  $\frac{3\pi}{10}$   
 (۴)  $\frac{\pi}{2}$

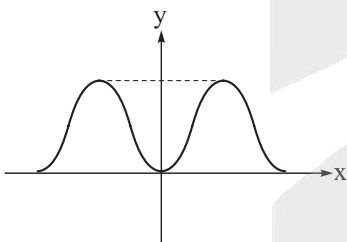
۱۷- اگر  $\cot\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right) = \frac{5}{6}$  و انتهای کمان  $\theta$  روی دایره مثلثاتی، در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (۴)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

۱۸- اگر  $\tan 325^\circ \sin 57^\circ$ ،  $a \cot 3^\circ$  و  $\cos 300^\circ \cot 35^\circ$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند،  $|a|$  کدام است؟

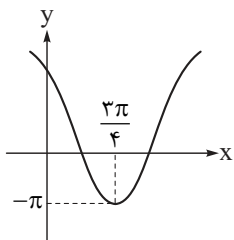
- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{6}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۹- با شرط  $a, b, c \neq 0$  نمودار رسم شده می تواند متعلق به چند تا از توابع  $f(x) = a \sin(bx) + c$ ،  $g(x) = a \cos(bx) + c$ ،  $h(x) = |a| \sin(bx) + c$  و  $k(x) = |a| \cos(bx) + c$  باشد؟



- (۱) صفر  
 (۲) ۱  
 (۳) ۲  
 (۴) ۴

۲۰- در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \lambda a \cos(x + a) + b$  رسم شده است. اگر  $0 < a < \pi$  باشد، مقدار



$b - a$  کدام است؟

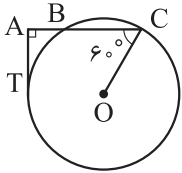
- (۱)  $\frac{7\pi}{4}$       (۲)  $\frac{3\pi}{4}$   
 (۳)  $\frac{5\pi}{4}$       (۴)  $\frac{3\pi}{2}$

محل انجام محاسبات



هندسه یازدهم

۲۱- در شکل زیر O مرکز دایره است و AT بر دایره مماس است. اگر شعاع دایره ۶ باشد، طول AB کدام است؟



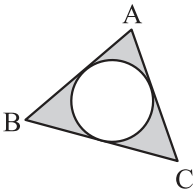
(۱) ۴

(۲) ۳

(۳)  $\sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{3}$

۲۲- در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی  $3\pi$  و محیط دایره محاطی  $6\pi$  می باشد. محیط مثلث ABC کدام است؟



(۱)  $2\pi$

(۲)  $4\pi$

(۳)  $8\pi$

(۴)  $12\pi$

۲۳- در مثلث ABC،  $\hat{B} = 2\hat{C}$ . اگر نیمساز  $\hat{A}$  و عمود منصف BC در M متقاطع باشند، زاویه  $\hat{MCA}$  کدام است؟

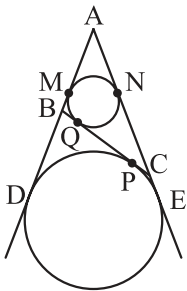
(۲)  $60^\circ - \frac{\hat{A}}{6}$

(۱)  $60^\circ + \frac{\hat{A}}{6}$

(۴)  $30^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$

(۳)  $30^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$

۲۴- در شکل زیر شعاع دایره محاطی خارجی سه برابر شعاع دایره محاطی داخلی است. اگر  $MD = 2PQ$  باشد، طول خطالمرکزین دو دایره چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی است؟



(۱)  $2\sqrt{5}$

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴)  $\sqrt{5}$

۲۵- در مثلث ABC، نقطه B مجانس نقطه A با ضریب نجانس ۳- به مرکز M و نقطه C دوران یافته نقطه A به مرکز M و با زاویه  $30^\circ$  می باشد. اگر  $AM = 2$ ، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

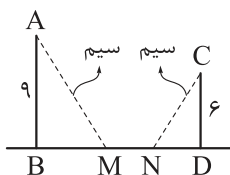
(۴) ۶

(۳) ۴

محل انجام محاسبات



۲۶- دکل های AB و CD با طول های ۹ و ۶ متر به فاصله ۱۵ متری از هم نصب شده اند. می خواهیم برای استحکام بیشتر، آن ها را با سیم به زمین وصل کنیم و فقط ۱۷ متر سیم داریم. حداقل فاصله MN کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۷ (۴)

۲۷- نقطه  $A(3, -1)$  دوران یافته نقطه  $B(-1, 3)$  می باشد. اگر مرکز دوران روی خط  $2x - y = 3$  باشد، حاصل جمع طول و عرض مرکز دوران کدام است؟

- ۴ (۲)
- ۶ (۱)
- ۶ (۴)
- ۴ (۳)

۲۸- مربع ABCD به ضلع  $\sqrt{2}$  را حول مرکز مربع (O) و با زاویه  $45^\circ$  دوران می دهیم. اگر چهار رأس مربع اول و چهار رأس مربع تصویر تشکیل یک هشت ضلعی منتظم را بدهند، مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

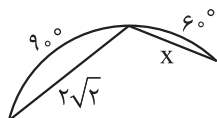
- $2\sqrt{2}$  (۲)
- $\sqrt{2}$  (۱)
- $2\sqrt{3}$  (۴)
- $\sqrt{3}$  (۳)

۲۹- طول اضلاع قائم در مثلث قائم الزاویه، ریشه های معادله  $x^2 - 6x + 4 = 0$  هستند. طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۱)
- $\frac{2\sqrt{7}}{7}$  (۴)
- $\frac{\sqrt{7}}{7}$  (۳)

۳۰- در کمان زیر به اندازه  $150^\circ$ ، دو وتر به طول های  $2\sqrt{2}$  و  $x$  وجود دارد.  $x$  کدام است؟

- ۳ (۲)
- ۴ (۱)
- ۱ (۴)
- ۲ (۳)



محل انجام محاسبات



## آمار و احتمال

۳۱- گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \wedge q))$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

(۱)  $p$       (۲)  $q$       (۳)  $r$       (۴)  $\sim r$

۳۲- کدام گزینه جاهای خالی عبارت زیر را به ترتیب از راست به چپ به درستی پر می‌کند؟

گزاره «برای هر زیرمجموعه مثل  $A$  از مجموعه اعداد طبیعی، وجود دارد زیرمجموعه‌ای از مجموعه اعداد صحیح مثل  $B$  که  $|A \cap B| = 1$  باشد.» با استفاده از نماد سورها ( $\exists$  یا  $\forall$ ) به صورت ..... نوشته می‌شود و ارزش آن ..... است. (و  $A$  و  $B$  غیر تهی هستند.)

(۱)  $\forall A \subseteq \mathbb{N}, \exists B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1$  - درست

(۲)  $\forall A \subseteq \mathbb{N}, \exists B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1$  - نادرست

(۳)  $\exists A \subseteq \mathbb{N}, \forall B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1$  - درست

(۴)  $\exists A \subseteq \mathbb{N}, \forall B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1$  - نادرست

۳۳-  $A, B, C$  سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع  $U$  هستند. اگر  $A \cup C \subseteq A' - B$  باشد، کدام مورد الزماً درست نیست؟

(۱)  $A = \emptyset$       (۲)  $B \cap C = \emptyset$       (۳)  $C \subseteq B$       (۴)  $C \subseteq B'$

۳۴- برای مجموعه‌های  $A = \{1, x, y\}$  و  $B = \{2, z\}$  فرض کنید  $A \times B \subseteq B \times A$  باشد. حداکثر مقدار  $x + y$  چند برابر حداقل مقدار آن است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳)  $2$       (۴)  $\frac{5}{3}$

۳۵- در یک آزمایش با فضای نمونه‌ای  $S = \{a_1, a_2, \dots, a_6, b\}$ ، احتمال وقوع پیشامدهای  $a_1, a_2, \dots, a_6$  تشکیل یک دنباله هندسی با جمله اول  $\frac{1}{3}$  و قدرنسبت  $\frac{1}{3}$  می‌دهند. در این صورت  $P(\{a_3, a_4, b\})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{400}{729}$       (۲)  $\frac{401}{729}$       (۳)  $\frac{134}{243}$       (۴)  $\frac{133}{243}$

۳۶- احتمال شرکت آرمان و بابک در همایشی به ترتیب  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{2}{5}$  است. اگر آرمان شرکت کند، احتمال شرکت کردن بابک  $\frac{1}{10}$  بیشتر می‌شود. اگر بابک در همایش شرکت نکند، با کدام احتمال آرمان در همایش شرکت می‌کند؟

(۱)  $\frac{4}{9}$       (۲)  $\frac{5}{9}$       (۳)  $\frac{2}{3}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

محل انجام محاسبات



۳۷- در پرتاب یک تاس هر عددی ظاهر شود، به تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن، سکه می‌اندازیم. با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر می‌شود؟

$$\frac{19}{48} \quad (4)$$

$$\frac{29}{48} \quad (3)$$

$$\frac{21}{48} \quad (2)$$

$$\frac{23}{48} \quad (1)$$

۳۸- در فضای نمونه‌ای S، دو پیشامد  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 4, 6\}$  مستقل هستند. حاصل  $P(A' - B')$  کدام است؟

$$\frac{5}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

۳۹- میانگین داده‌های  $a_1, a_2, \dots, a_n$  برابر ۶ و میانگین داده‌های  $b_1, b_2, \dots, b_m$  برابر ۴ است. با جابه‌جایی دو داده  $a_1$  و  $b_1$  میانگین هر دو دسته برابر  $\frac{4}{5}$  می‌شود. در این صورت:

$$n = 4m \quad (4)$$

$$n = 3m \quad (3)$$

$$m = 4n \quad (2)$$

$$m = 3n \quad (1)$$

۴۰- مد منحصر به فرد داده‌های زیر ۷ است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی متناظر با عدد ۷ کدام است؟

۵, ۴, ۶, ۷, ۷, ۸, ۳, ۳

$$108^\circ \quad (4)$$

$$150^\circ \quad (3)$$

$$135^\circ \quad (2)$$

$$120^\circ \quad (1)$$

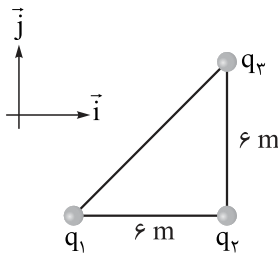


فیزیک یازدهم

۴۱- دو کره رسانای مشابه دارای بارهای الکتریکی  $q$  و  $5q$  در فاصله  $30\text{ cm}$  از هم، به یکدیگر نیروی الکتریکی  $32\text{ N}$  وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به وسیله یک سیم رسانا به هم متصل کنیم، تعداد الکترون‌هایی که از یک کره به کره دیگر منتقل می‌شوند، کدام است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$  و  $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

- (۱)  $10^{14}$  (۲)  $10^{15}$  (۳)  $1/5 \times 10^{14}$  (۴)  $1/5 \times 10^{15}$

۴۲- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = 2\text{ }\mu\text{C}$ ،  $q_2 = -4\text{ }\mu\text{C}$  و  $q_3 = 3\text{ }\mu\text{C}$  در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  بر حسب میلی‌نیوتون، کدام است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )



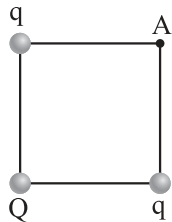
$$\vec{F}_T = -2\vec{i} - 3\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} - 3\vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad (4)$$

۴۳- سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس مربعی قرار دارند. با دو برابر شدن بار  $Q$ ، بزرگی میدان الکتریکی خالص در رأس  $A$  تغییر نمی‌کند.  $\frac{Q}{q}$  کدام است؟



$$\frac{-2\sqrt{2}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-4\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

۴۴- ذره بارداری با بار الکتریکی  $q$  در میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطه  $A$  به پتانسیل الکتریکی  $V_A = 5\text{ V}$  پرتاب شده و به نقطه  $B$  به پتانسیل الکتریکی  $V_B = -15\text{ V}$  می‌رسد. اگر در طی این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره  $80\text{ }\mu\text{J}$  کاهش یابد،  $q$  چند میکروکولن است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۴۵- اگر یک کره فلزی باردار به قطر  $20\text{ cm}$ ،  $3\text{ }\mu\text{C}$  بار دریافت کند، چگالی سطحی بار الکتریکی آن ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. چگالی سطحی بار اولیه این کره چند نانوکولن بر سانتی‌متر مربع است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱)  $\frac{1}{100}$  (۲)  $\frac{1}{400}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



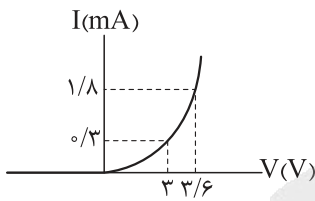
۴۶- خازنی را به یک باتری ۶ V متصل می‌کنیم. اگر بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن برابر با ۵ mAh باشد، ظرفیت این خازن چند فاراد است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۴۷- خازن تختی به ظرفیت  $4 \mu\text{F}$  را به یک باتری ۳ V متصل می‌کنیم. این خازن را پس از پرشدن، از باتری جدا کرده و سپس عایقی با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa = 3$  را بین صفحات خازن وارد می‌کنیم. اگر عایق به طور کامل فضای بین صفحه‌های خازن را پر کرده باشد، انرژی خازن چند میکروژول تغییر می‌کند؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۶

۴۸- نمودار جریان الکتریکی عبوری از یک دیود نورگسیل بر حسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن به شکل زیر است. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر این دیود از ۳ V به  $3/6 \text{ V}$  برسد، مقاومت الکتریکی آن چند کیلو اهم و چگونه تغییر می‌کند؟

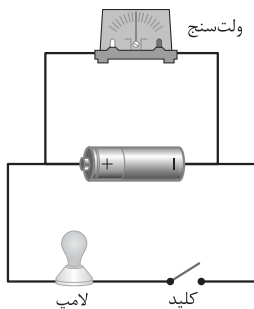


- (۱) ۴/۰، افزایش می‌یابد.  
 (۲) ۴/۰، کاهش می‌یابد.  
 (۳) ۸، افزایش می‌یابد.  
 (۴) ۸، کاهش می‌یابد.

۴۹- دو سر یک سیم مسی به جرم ۱۸۰ g و طول ۲ m را به اختلاف پتانسیل ۴۸ V ولتی وصل می‌کنیم. در هر دقیقه چند الکترون از مقطع این سیم عبور می‌کند؟ (چگالی مس  $9 \text{ g/cm}^3$ ، مقاومت ویژه مس  $1/5 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  و  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است.)

- (۱)  $6 \times 10^{21}$  (۲)  $6 \times 10^{22}$  (۳)  $10^{21}$  (۴)  $10^{22}$

۵۰- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی در حالت‌های کلید باز و کلید بسته، به ترتیب اعداد ۱۰ V و ۸ V را نشان می‌دهد. اگر مقاومت لامپ  $4 \Omega$  باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



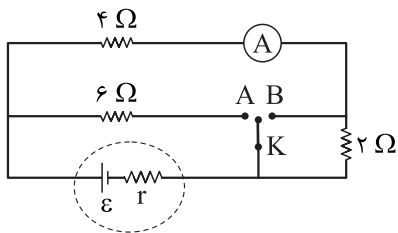
- (۱) ۵/۰ (۲) ۱ (۳) ۵/۱ (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۵۱- یک باتری با نیروی محرکه  $\varepsilon = 12\text{ V}$  به دو سر یک مقاومت  $4\ \Omega$  اهمی وصل است. اگر توان خروجی باتری  $16\text{ W}$  باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

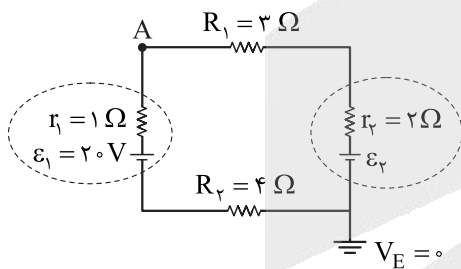
- ۱ (۱)  $1/5\ \Omega$   
 ۲ (۳)  $3\ \Omega$

۵۲- در مدار شکل زیر، اگر کلید  $K$  به نقطه  $A$  وصل شود، آمپرسنج آرمانی  $1/75\text{ A}$  و اگر به نقطه  $B$  وصل شود، آمپرسنج  $2/8\text{ A}$  را نشان می‌دهد. اگر کلید  $K$  به هیچ کدام از دو نقطه  $A$  و  $B$  متصل نباشد، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



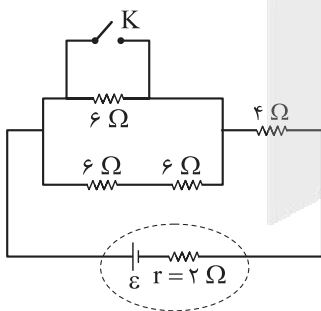
- ۱ (۱)  $1/5\ \text{A}$   
 ۲ (۲)  $2\ \text{A}$   
 ۳ (۳)  $2/25\ \text{A}$   
 ۴ (۴)  $2/5\ \text{A}$

۵۳- در مدار شکل زیر، اگر پتانسیل الکتریکی نقطه  $A$  برابر با  $15\text{ V}$  باشد، توان ورودی باتری (۲) چند وات است؟



- ۱ (۱)  $8\text{ W}$   
 ۲ (۲)  $9\text{ W}$   
 ۳ (۳)  $11\text{ W}$   
 ۴ (۴)  $12\text{ W}$

۵۴- در مدار شکل زیر، با بستن کلید  $K$ ، توان مصرفی مقاومت  $4\ \Omega$  اهمی،  $64\text{ W}$  تغییر می‌کند. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

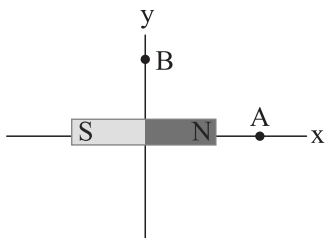


- ۱ (۱)  $20\text{ V}$   
 ۲ (۲)  $24\text{ V}$   
 ۳ (۳)  $30\text{ V}$   
 ۴ (۴)  $36\text{ V}$

محل انجام محاسبات

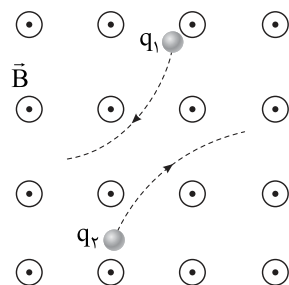


۵۵- در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه و در راستای محور  $x$  قرار دارد. میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی است؟



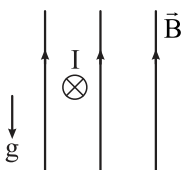
- (۱) در جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $x$
- (۲) در جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $y$
- (۳) در خلاف جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $x$
- (۴) در خلاف جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $y$

۵۶- شکل زیر مسیر حرکت دو ذره باردار با بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  در میدان الکتریکی یکنواخت و برون سوی  $\vec{B}$  را نشان می‌دهد. علامت بارهای  $q_1$  و  $q_2$  به ترتیب کدام است؟



- (۱) مثبت، مثبت
- (۲) منفی، منفی
- (۳) مثبت، منفی
- (۴) منفی، مثبت

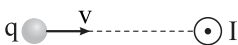
۵۷- در شکل زیر، قطعه سیمی به طول  $80 \text{ cm}$ ، حامل جریان الکتریکی درون سوی  $I = 5 \text{ A}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت رو به بالای  $B = 2 \text{ T}$  قرار دارد. اگر در این لحظه اندازه نیروی خالص وارد بر این سیم،  $10 \text{ N}$  باشد. جرم این قطعه سیم چند گرم و نیروی خالص وارد بر آن در کدام جهت است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



- (۱)  $0.600$
- (۲)  $0.200$
- (۳)  $0.600$
- (۴)  $0.200$

۵۸- در شکل زیر، ذره بارداری با بار الکتریکی  $q = -4 \mu\text{C}$  از نقطه‌ای در کنار سیم حامل جریان برون سوی  $I$ ، با تندی  $20 \text{ m/s}$ ، در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی سیم در محل پرتاب ذره برابر با  $500 \text{ G}$  باشد، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار در لحظه پرتاب، چند میکرونیوتون و در کدام جهت است؟

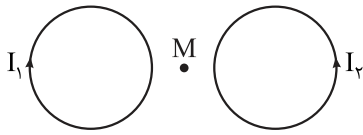
- (۱)  $0.40$
- (۲)  $0.4$
- (۳)  $0.40$
- (۴)  $0.4$



محل انجام محاسبات



۵۹- در شکل زیر، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌های حامل جریان  $I_1$  و  $I_2$  در نقطه  $M$ ، به ترتیب برابر با  $G_2$  و  $G_3$  است. میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $M$ ، چند گاوس و در کدام جهت است؟



$\odot 0.1$  (۲)

$\otimes 0.1$  (۱)

$\odot 0.5$  (۴)

$\otimes 0.5$  (۳)

۶۰- سیملوله‌ای آرمانی به طول  $30 \text{ cm}$  دارای  $400$  حلقه نزدیک به هم است. اگر جریان  $250 \text{ mA}$  از سیملوله بگذرد،

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های آن چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

$6$  (۴)

$4$  (۳)

$60$  (۲)

$40$  (۱)

محل انجام محاسبات



شیمی یازدهم

۶۱- کدام مورد درست است؟ (عنصرهای بور (B) و آرسنیک (As) شبه فلزند.)

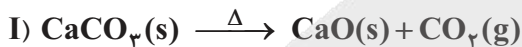
- ۱) شمار عنصرهای فلزی دوره چهارم جدول دوره‌ای،  $\frac{2}{6}$  برابر مجموع شمار عنصرهای فلزی در دوره‌های دوم و سوم است.
- ۲) در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، دو عنصر شبه فلزی وجود داشته که همانند فلزها سطح صیقلی دارند و جریان برق را به خوبی عبور می‌دهند.
- ۳) با افزایش شعاع اتمی در گروه هالوژن‌ها، واکنش پذیری افزایش می‌یابد و از دو هالوژن نخست، تنها یکی از آن‌ها در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- ۴) عنصر M با عدد اتمی ۲۶، هشتمین عنصر واسطه و پُرکاربردترین فلز در جهان محسوب می‌شود.

۶۲- آرایش الکترونی کاتیون  $M^{2+}$  به  $3d^1$  ختم می‌شود. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟

- ۱) واکنش:  $M(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow \dots$  انجام پذیر است.
- ۲) عنصر M در گروه ۱۲ جدول دوره‌ای قرار داشته و هر عنصر واسطه قبل از آن، کاتیون‌هایی با بار متفاوت تشکیل می‌دهد.
- ۳) افزون بر اتم عنصر M، اتم ۷ عنصر هم‌دوره آن در سومین لایه خود دارای ۱۸ الکترون می‌باشند.
- ۴) میان موقعیت عنصر M و دومین فلز قلیایی جدول، ۱۸ عنصر دیگر قرار دارند که تنها یکی از آن‌ها شبه فلز است.

۶۳- با انجام واکنش کامل تجزیه  $m$  گرم کلسیم کربنات در یک ظرف درباز، جرم مواد جامد موجود در ظرف به میزان  $\frac{35}{2}$  گرم کاهش یافته است. اگر  $2m$  گرم کلسیم کربنات با خلوص ۷۵ درصد با مقدار کافی هیدروکلریک اسید واکنش دهد، حجم گاز تولیدشده در شرایط STP کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نکرده‌اند.)

$$(C = 12, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1})$$



۳۵ / ۸۴ (۴)

۲۶ / ۸۸ (۳)

۱۱ / ۲ (۲)

۱۳ / ۴۴ (۱)

۶۴- کدام نام می‌تواند برای یک هیدروکربن درست باشد؟

(۲) ۴ - اتیل - ۳ - متیل پنتان

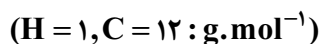
(۱) ۵، ۵ - تری‌متیل هگزان

(۴) ۳ - اتیل - ۳، ۴ - دی‌متیل هگزان

(۳) ۴ - هگزن

محل انجام محاسبات

۶۵- جرم مولی آلکان A، کم تر از ۱۰۰ گرم بر مول می باشد. کدام مورد درباره آن، نادرست است؟



- ۱) این آلکان فاقد همپاری است که دارای یک شاخه فرعی اتیل می باشد.
  - ۲) در دما و فشار اتاق، این آلکان می تواند به حالت مایع یا گاز باشد.
  - ۳) درصد جرمی کربن در این آلکان به یقین از ۸۴ درصد کم تر است.
  - ۴) اگر آلکان A سوخت فندک باشد، تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی نفتالن، برابر جرم مولی پنجمین آلکن خواهد بود.
- ۶۶- از سوختن کامل ۰/۲ مول از سبک ترین آلکان شاخه داری که مجموع اعداد در نام آن براساس قواعد آیوپاک برابر ۵ است، چند گرم کربن دی اکسید تولید می شود؟ ( $C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

۱) ۲۶/۴ (۱)      ۲) ۴۴/۰ (۲)      ۳) ۵۲/۸ (۳)      ۴) ۶۱/۶ (۴)

۶۷- کدام مورد درست است؟

- ۱) برخلاف سایر انواع نفت خام، درصد نفت کوره در نفت سنگین کشورهای عربی از درصد هر کدام از اجزای دیگر آن بیشتر است.
  - ۲) نفت سفید شامل آلکان هایی است که در ساختار مولکول خود حداکثر ۱۴ پیوند C—C دارند.
  - ۳) یکی از راه های بهبود کارایی زغال سنگ، جذب  $SO_2$  خروجی از نیروگاه ها به کمک کلسیم اکسید است.
  - ۴) نخستین شبه فلز گروه ۱۴، عنصر اصلی سازنده سلول های خورشیدی است و واکنش پذیری آن از عنصر نافلزی هم گروه خود بیشتر است.
- ۶۸- فرمول مولکولی یک ترکیب آلی غیر حلقوی مشابه فرمول ۱ - پنتن است. کدام موارد درباره ویژگی ساختاری این ترکیب به یقین درست است؟

- الف) شمار شاخه های فرعی در زنجیره کربنی مولکول آن برابر صفر است.
  - ب) شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن، نصف شمار اتم های هیدروژن در مولکول آن است.
  - پ) شمار پیوندهای دوگانه در زنجیره کربنی مولکول آن برابر یک است.
  - ت) شمار گروه های  $CH_3$  در ساختار آن، عددی فرد است.
- ۱) الف - ب      ۲) الف - ت      ۳) ب - پ      ۴) فقط پ

۶۹- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه ها متفاوت است؟

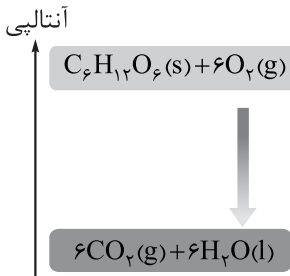
- ۱) اتین و هیدروژن سیانید، هیدروکربن هایی هستند که در ساختار خود پیوند سه گانه دارند.
- ۲) پروپین، دومین عضو خانواده آلکین ها است که اتم های کربن در آن دارای یک، دو یا سه اتم هیدروژن هستند.
- ۳) آلکینی که شمار اتم های هیدروژن آن با شمار اتم های کربن بوتان برابر است، سومین عضو این خانواده محسوب می شود.
- ۴) از واکنش سومین عضو خانواده آلکین ها با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهارمین عضو خانواده آلکان ها تشکیل می شود.

محل انجام محاسبات

۷۰- چگالی یک آلکن گازی در شرایط STP برابر با  $2/5 \text{ g.L}^{-1}$  است. اگر ۱۱۲ گرم از این آلکن در واکنش با مقدار کافی آب و اسید،  $1/5$  مول الکل تولید کند، بازده درصدی واکنش کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۸۵ (۴) ۹۰

۷۱- نمودار زیر، به اکسایش گلوکز در بدن مربوط است. با توجه به آن، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) آنتالپی فرآورده‌ها از آنتالپی واکنش دهنده‌ها کم‌تر است.  
 (۲) در انجام این فرایند، انرژی از محیط به سامانه انتقال می‌یابد.  
 (۳) نمودار فرایند هم‌دماشدن شیر با دمای  $60^\circ\text{C}$  در بدن، مانند نمودار روبه‌رو است.  
 (۴) دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش، با مواد فرآورده پس از واکنش، به تقریب برابر است.

۷۲- در فشار معین، کدام مورد همواره درست است؟

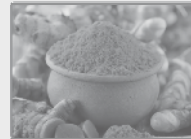
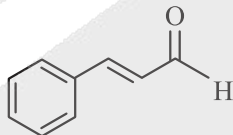
- (۱) آنتالپی فرایند انجماد یک ماده، برابر آنتالپی ذوب آن است.  
 (۲) اگر آنتالپی فرازش یک ماده برابر  $a$  و آنتالپی چگالش همان ماده برابر  $b$  باشد،  $|a| = |b|$  است.  
 (۳) تغییر محتوای انرژی یک نمونه، طی فرایند میعان کم‌تر از انجماد است.  
 (۴) طی فرایندهای فرازش، ذوب و تبخیر، انرژی گرمایی محیط افزایش می‌یابد.

۷۳- با توجه به فرمول ساختاری ترکیب‌های آلی موجود در زردچوبه و دارچین، کدام مطلب درست است؟

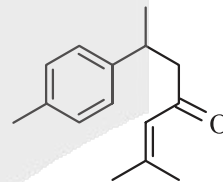
( $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )



دارچین



زردچوبه



(۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در ترکیب موجود در زردچوبه، با این نسبت در دومین عضو خانواده آلکین‌ها برابر است.

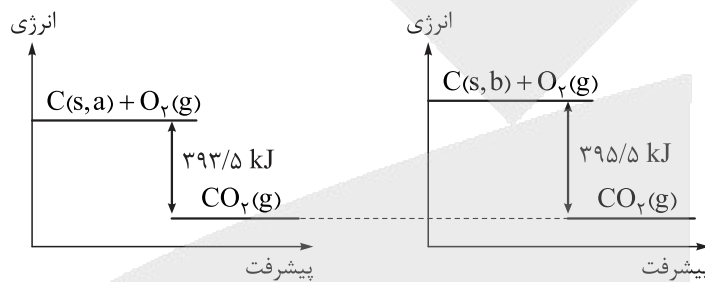
- (۲) ترکیب موجود در دارچین همانند ترکیب آلی موجود در میخک، یک کتون است.  
 (۳) شمار پیوندهای دوگانه هر دو ترکیب برابر است و محتوای انرژی آن‌ها یکسان است.  
 (۴) تفاوت جرم مولی این دو ترکیب، با جرم مولی ششمین عضو خانواده آلکن‌ها برابر است.

محل انجام محاسبات

۷۴- کدام مورد درست است؟

- (۱) در واکنش سوختن کامل اتان، سرعت متوسط مصرف اتان با سرعت واکنش برابر است.
- (۲) در نمودار مول - زمان برخی واکنش‌های شیمیایی، اندازه شیب نمودار برای تمام مواد شرکت‌کننده در واکنش با هم یکسان است.
- (۳) لیکوپن، هیدروکربنی سیرنشده و غیرحلقوی با فرمول  $C_{40}H_{56}$  و ۱۱ پیوند  $C=C$  است.
- (۴) شواهد نشان می‌دهد که  $\Delta H$  واکنش:  $2CO(g) \rightarrow 2C(s) + O_2(g)$  (گرافیت) را می‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

۷۵- با توجه به نمودارهای زیر که مربوط به سوختن آلوتروپ‌های طبیعی کربن است، کدام گزینه نادرست است؟  
( $C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$ )



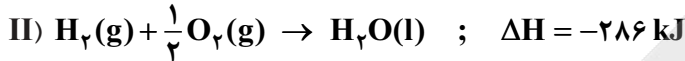
- (۱) احتمال یافت شدن کربن در طبیعت به صورت آلوتروپ «a» بیشتر از «b» است.
  - (۲) تبدیل  $C(s,a) \rightarrow C(s,b)$ ، فرایندی گرماگیر بوده و با مصرف ۲ kJ گرما همراه است.
  - (۳) گرمای حاصل از سوختن ۳ گرم آلوتروپ «a» نسبت به گرمای حاصل از سوختن ۳ گرم آلوتروپ «b»، ۵۰۰ ژول کم‌تر است.
  - (۴) در جرم یکسان، شمار اتم‌ها در آلوتروپ «b» بیشتر از آلوتروپ «a» است.
- ۷۶- اگر درصد جرمی کربوهیدرات، چربی و پروتئین در یک ماده غذایی به ترتیب برابر ۳۵، ۴۰ و ۱۷ باشد، ماده غذایی مورد نظر کدام است و اگر ۳۰ درصد گرمای حاصل از سوزاندن دو عدد مغز گردو باعث گرم شدن ۱ کیلوگرم آب با دمای  $25^\circ C$  شود؛ دمای نهایی آب بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ (هر عدد مغز گردو معادل ۷/۵ گرم و گرمای ویژه آب، ۴/۲ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس است. سایر مواد موجود در خوراکی‌ها انرژی تولید نمی‌کنند.)

خوراکی	بادام زمینی	گردو	فندق	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ( $\text{kJ.g}^{-1}$ )	۲۳	۲۸	۴۲	۱۷	۳۸	۱۷

- (۱) بادام زمینی - ۵۵      (۲) فندق - ۵۵      (۳) بادام زمینی - ۷۰      (۴) فندق - ۷۰

محل انجام محاسبات

۷۷- با توجه به واکنش‌های زیر، هرگاه طی مدت ۲۰ دقیقه از تجزیه مقدار آب اکسیژنه مطابق واکنش III، ۵/۶ لیتر گاز  $O_2$  در شرایط STP تولید شده باشد، گرمای آزاد شده بر حسب کیلوژول و سرعت واکنش بر حسب  $mol \cdot min^{-1}$  به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



$1/25 \times 10^{-3}, 98$  (۲)

$1/25 \times 10^{-3}, 49$  (۱)

$1/25 \times 10^{-2}, 49$  (۴)

$1/25 \times 10^{-2}, 98$  (۳)

۷۸- کدام موارد درست است؟

الف) افزودن مقداری آب به ظرف واکنش، سبب کاهش سرعت واکنش  $Fe(s) + 2HCl(aq) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2(g)$  می‌شود.

ب) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با استیک اسید در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد و افزایش دما تأثیر قابل توجهی در سرعت واکنش ندارد.

پ) بنزویک اسید، یک اسید آروماتیک است و سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شود را کاهش می‌دهد.

ت) با توجه به رابطه  $\frac{-\Delta nB}{3\Delta t} = + \frac{\Delta nA}{2\Delta t} = \frac{-\Delta nD}{\Delta t}$  (واکنش) R، سرعت متوسط مصرف B، ۳ برابر سرعت مصرف D و  $\frac{2}{3}$  برابر سرعت تولید A می‌باشد.

- (۱) ب - پ      (۲) الف - پ      (۳) ب - ت      (۴) الف - ت

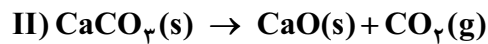
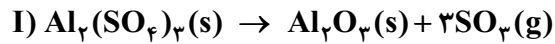
۷۹- معادله واکنش تخمیر بی‌هوازی نیم لیتر محلول ۰/۰۴ مولار گلوکز به صورت  $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$  است. اگر سرعت متوسط مصرف گلوکز  $0.002 mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$  باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا واکنش متوقف شود و حجم گاز  $CO_2$  تولید شده در شرایط استاندارد بر حسب لیتر کدام است؟

- (۱) ۱۶ - ۹۰      (۲) ۲۰ - ۹۰      (۳) ۱۶ - ۸۹۶      (۴) ۲۰ - ۸۹۶

محل انجام محاسبات



۸۰- با توجه به دو واکنش تجزیه زیر، اگر سرعت متوسط تولید  $\text{SO}_3$  برابر با سرعت متوسط تولید  $\text{CO}_2$  باشد، سرعت متوسط واکنش (I) چند برابر سرعت متوسط واکنش (II) است و در مدت زمان ۱۵ دقیقه، جرم  $\text{SO}_3$  تولید شده، به تقریب چند برابر جرم  $\text{CO}_2$  تولید شده است؟ (سرعت همه واکنش‌ها را بر حسب مول بر دقیقه در نظر بگیرید و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ( $\text{S} = 32, \text{O} = 16, \text{C} = 12 : \text{g.mol}^{-1}$ )



$$2/73 - 1 \quad (2)$$

$$2/73 - \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$1/82 - 1 \quad (1)$$

$$1/82 - \frac{1}{3} \quad (3)$$

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات



# آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

## شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



## پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

## تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

## کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



# باسح نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله سیزدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۲۱/ فروردین / ۱۴۰۵

رشته ریاضی

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	کوروش اسلامی - فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهرابی - محمد گودرزی - محسن علی نجاری
هندسه	سید عباس حسینی
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	فرشید ابراهیمی - مهدی براتی - ارزنگ خانلری - یاسر راش - امیر قاسمی پور - پارسا طاهری منزه - محمد عظیمیان زواره

نام درس	مستعمل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	علیرضا کاظمی بقا	فرشاد حسن زاده محمد گودرزی	فهیمة تورانی منصور زرکش حسین صمی
هندسه	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	سید عباس حسینی	مریم نظری	فاطمه برزویی زهرا جالینوسی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	امیرحسین ابومحبوب	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسن لو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسقلی زاده پوریا علاقه مند امیر محمودی انزایی سعید محبی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	نیلوفر درخشان	محمد مهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده	رامین رزمجو امیرمحمد شکوهی آرمین عظیمی وحید فارسیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیور





# آزمون آزمایشی خیلی سبز

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

الناز علی یاری زاده

سرپرست تولید

نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی  
زهرا صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری  
محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری  
ساعده نمازی

ویراستاران فنی

ندا فخاری  
سارا گنجی آزادپور

رسام

صدف امام - مریم حسین زاده  
سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد  
مانده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند  
مهدیه گل پور - دریا لطفی

صفحه آرایی





۱ کدام دو تابع با هم مساوی اند؟

$$g(x) = \frac{1}{x+1} \text{ و } f(x) = \frac{x}{x^2+x} \quad (۲)$$

$$g(x) = |x| \text{ و } f(x) = \frac{x^2}{|x|} \quad (۱)$$

$$g(x) = x^2 - 1 \text{ و } f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} \quad (۴)$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2+1} \text{ و } f(x) = \frac{x^2-1}{x^4-1} \quad (۳)$$

### پاسخ: گزینه ۴

تساوی دو تابع:

توابع  $f$  و  $g$  مساوی هستند، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشد:

(۱) دامنه آنها برابر باشد.

(۲) ضابطه آنها نیز یکی شود، به عبارت دیگر هر  $x$  که به  $f$  می‌دهیم همان مقدار را بدهد که  $g$  به ازای همان  $x$  به ما می‌دهد.

**توجه!** شرط برابری دامنه‌ها را قبل از ساده کردن باید بررسی کنیم.

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه (۱): } g(x) = |x|, f(x) = \frac{x^2}{|x|}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$D_f \neq D_g$  پس دو تابع با هم برابر نیستند. ✖

$$\text{گزینه (۲): } g(x) = \frac{1}{x+1}, f(x) = \frac{x}{x^2+x}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$x^2+x=0 \Rightarrow x=0, -1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, -1\}$$

$D_f \neq D_g$  پس دو تابع با هم برابر نیستند. ✖

$$\text{گزینه (۳): } g(x) = \frac{1}{x^2+1}, f(x) = \frac{x^2-1}{x^4-1}$$

$$x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$x^4-1=0 \Rightarrow x^4=1 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$D_f \neq D_g$  پس دو تابع با هم برابر نیستند. ✖

$$\text{گزینه (۴): } g(x) = x^2 - 1, f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{x^4-1}{x^2+1} = \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x^2+1} = x^2-1 = g(x)$$

دامنه دو تابع برابر شد، حال به سراغ ضابطه آنها می‌رویم:

ضابطه دو تابع نیز برابر شد، پس دو تابع  $f$  و  $g$  با هم برابرند. ✓

### درس Box

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲ اگر  $-2 = [x + [x]] + [x - [x]]$  باشد، مجموعه مقادیر عبارت  $[2x]$  شامل چند عدد صحیح است؟  $( )$ ، نماد جزء صحیح است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

**Hint** رو از براکت‌های بزرگ‌تر خارج کن.

**نکته** اگر  $k$  عددی صحیح باشد، آن گاه خواهیم داشت:

$$[x \pm k] = [x] \pm k$$

**پاسخ خیلی تشریحی** **گام اول:** می‌دانیم که  $[x]$  عددی صحیح است، طبق نکته آن را از براکت‌های بزرگ‌تر خارج می‌کنیم:

$$[x] + [x] + [x] - [x] = -2 \Rightarrow 2[x] = -2 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x < 0$$

**گام دوم:** حال محدوده  $2x$  را پیدا می‌کنیم:

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow -2 \leq 2x < 0$$

پس  $[2x]$  می‌تواند برابر  $-2$  و  $-1$  باشد، در نتیجه دارای ۲ مقدار صحیح است.



۳ اگر نقطه  $A(1, \sqrt{5})$  رأسی از یک مربع و یک ضلع آن روی خط به معادله  $x - \sqrt{5}y + 7 = 0$  قرار داشته باشد، محیط این مربع کدام است؟

$$\sqrt{6} \quad (4)$$

$$4\sqrt{6} \quad (3)$$

$$2\sqrt{6} \quad (2)$$

$$3\sqrt{6} \quad (1)$$

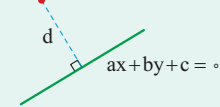
پاسخ: گزینه ۲

فاصله نقطه از خط:

درس Box

برای به دست آوردن فاصله نقطه  $A(x_0, y_0)$  از خط به معادله  $ax + by + c = 0$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$A(x_0, y_0)$



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام اول: فاصله رأس  $A(1, \sqrt{5})$  از خط  $x - \sqrt{5}y + 7 = 0$  برابر طول ضلع مربع است. طبق رابطه موجود در درس باکس، آن را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$A(1, \sqrt{5})$



$$x - \sqrt{5}y + 7 = 0$$

$$d = \frac{|(1) - \sqrt{5}(\sqrt{5}) + 7|}{\sqrt{1+5}} = \frac{3}{\sqrt{6}} \xrightarrow{\text{گویاکردن مخج}} d = \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

گام دوم: حالا محیط مربع را به دست می‌آوریم:

$$\text{محیط مربع} = 4 \times \frac{\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$



۴ مجموع ۹ جمله اول دنباله با جمله عمومی  $a_n = \cos \frac{n\pi}{9}$  کدام است؟

-۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲



اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو زاویه مکمل باشند، آن گاه سینوس آن‌ها برابر و کسینوس آن‌ها قرینه یکدیگر است:

$$\sin \alpha = \sin \beta$$

$$\cos \alpha = -\cos \beta$$

گام اول: با جای گذاری  $n$  از ۱ تا ۹، مجموع ۹ جمله اول به صورت زیر می‌شود:

$$S_9 = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{6\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{8\pi}{9} + \cos \frac{9\pi}{9}$$

گام دوم: حال زاویه‌های مکمل یکدیگر را پیدا می‌کنیم و از نکته استفاده می‌کنیم:

$$\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{4\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{6\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{8\pi}{9} + \cos \frac{9\pi}{9} = \cos \frac{9\pi}{9} = \cos \pi = -1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



جواب‌های معادله درجه دوم  $mx^2 - 2x - n = 0$  از جواب‌های معادله  $nx^2 + 4x - 2n = 0$  یک واحد کم‌تر است. حاصل  $mn$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۸ (۱)      ۳ (۲)      -۳ (۳)      -۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

جواب‌های معادله اول رو  $\alpha$  و  $\beta$  و جواب‌های معادله دوم رو  $\alpha + 1$  و  $\beta + 1$  در نظر بگیر.



اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، مجموع و حاصل ضرب آن برابر می‌شود با:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

گام اول: جواب‌های معادله  $mx^2 - 2x - n = 0$  را  $\alpha$  و  $\beta$  و جواب‌های معادله  $nx^2 + 4x - 2n = 0$  را  $\alpha + 1$  و  $\beta + 1$  در نظر می‌گیریم. حال رابطه مجموع جواب‌های هر دو معادله را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{2}{m} \\ (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -\frac{4}{n} \Rightarrow \underbrace{\alpha + \beta}_{\frac{2}{m}} = -\frac{4}{n} - 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{m} = -\frac{4}{n} - 2 \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{-4 - 2n}{n} \quad (1)$$

گام دوم: حال به سراغ حاصل ضرب جواب‌ها می‌رویم:

$$\begin{cases} \alpha\beta = -\frac{n}{m} \\ (\alpha + 1)(\beta + 1) = \frac{-2n}{n} = -2 \Rightarrow \underbrace{\alpha\beta}_{-\frac{n}{m}} + \underbrace{\alpha + \beta}_{\frac{2}{m}} + 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-n}{m} + \frac{2}{m} = -3 \Rightarrow \frac{-n + 2}{m} = -3 \Rightarrow m = \frac{-n + 2}{-3} \quad (2)$$

گام سوم: رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$$(1), (2): \frac{2}{\frac{-n + 2}{-3}} = \frac{-4 - 2n}{n} \Rightarrow \frac{-6}{-n + 2} = \frac{-4 - 2n}{n}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -6n = 2n^2 - 8 \Rightarrow 2n^2 + 6n - 8 = 0 \xrightarrow{\div 2} n^2 + 3n - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است}} n = 1, n = -4$$

گام چهارم: طبق رابطه (۲) مقادیر  $m$  را هم به ازای هر مقدار  $n$  به دست می‌آوریم:

$$n = 1 \Rightarrow m = \frac{-(-1) + 2}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$n = -4 \Rightarrow m = \frac{-(-4) + 2}{-3} = -2$$

پس مقادیر  $mn$  می‌تواند برابر  $-\frac{1}{3}(1) = -\frac{1}{3}$  و  $(-2)(-4) = 8$  باشد، در نتیجه گزینه (۱) صحیح است.



په چور دیکه

$$\begin{cases} mx^2 - 2x - n = 0 & (1) \\ n(x+1)^2 + 4(x+1) - 2n = 0 \Rightarrow nx^2 + (2n+4)x + (4-n) = 0 & (2) \end{cases}$$

جواب‌های دو معادله (۱) و (۲) یکسان‌اند، پس یکی از معادلات ضریب دیگری است و تناسب زیر برقرار می‌شود:

$$\frac{m}{n} = \frac{-2}{2n+4} = \frac{-n}{4-n} \Rightarrow \frac{-2}{2n+4} = \frac{-n}{4-n}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2n - 8 = -2n^2 - 4n \Rightarrow 2n^2 + 6n - 8 = 0 \rightarrow n = 1, n = -4$$



حال، مقادیر  $n$  را با توجه به تناسب به دست آمده جای گذاری می‌کنیم تا مقدار  $m$  به دست آید:

$$\frac{m}{n} = \frac{-2}{2n+4} \xrightarrow{n=1} m = \frac{-2}{2(1)+4} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{-2}{2n+4} \xrightarrow{n=-4} \frac{m}{-4} = \frac{-2}{\underbrace{2(-4)+4}_{-4}} \Rightarrow m = -2$$

پس  $mn = (-2)(-4) = 8$  یا  $mn = (-\frac{1}{3})(1) = -\frac{1}{3}$

ریشه‌های معادله  $2x^2 - ax + b = 0$  نیم‌واحد از ریشه‌های معادله  $2ax^2 + ax - 6 = 0$  بیشتر است. مقدار  $\left[\frac{ab}{4}\right]$

(سوال ۱۴ کنکور تهرانی ۱۴۰۲ - نوبت دوم)

کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

کنکور

۶ احمد کار نقاشی یک ساختمان را به تنهایی ۱۶ روز زودتر از اکبر انجام می‌دهد. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۱۵ روز کار نقاشی انجام می‌شود. اکبر به تنهایی در چند روز این کار را انجام می‌دهد؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۱۵ (۲)

۳۰ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

درتس Box

فرض کنید فرد (ماشین یا ...) اول، کاری را در مدت زمان  $t_1$ ، فرد دوم در مدت زمان  $t_2$ ، ... و فرد  $n$ ام در مدت زمان  $t_n$  به اتمام برسانند. حالا اگر همه این افراد با هم کار کنند، همان کار در مدت زمان  $T$  به اتمام می‌رسد. در این صورت معادله زیر را داریم:

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_n} = \frac{1}{T}$$

گام اول: فرض می‌کنیم که اکبر کار را به تنهایی در  $x$  روز انجام بدهد، پس احمد کار را به تنهایی در  $x - 16$  روز انجام می‌دهد؛ بنابراین طبق درس باکس معادله زیر را داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-16} = \frac{1}{15}$$

گام دوم: با ساده کردن سمت چپ تساوی، معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{x-16+x}{x(x-16)} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2x-16}{x^2-16x} = \frac{1}{15}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 30x - 240 = x^2 - 16x \Rightarrow x^2 - 46x - 240 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-40) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \checkmark \\ x = 6 \times \end{cases}$$

$x = 6$  قابل قبول نیست، چراکه احمد کار را ۱۶ روز زودتر از اکبر انجام می‌دهد، پس اکبر به تنهایی در ۴۰ روز کار را تمام می‌کند.

 کتاب  
 درسی

علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کنند. پس از حروف چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی مجله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟  
 (ریاضی (۲) - تمرین ۲ صفحه ۲۳ کتاب درسی)



۷ نمودار وارون تابع  $f(x) = 2x + h$  از نقطه  $(-2, 3)$  می‌گذرد. اگر ضابطه تابع وارون آن  $f^{-1}(x) = ax + b$  باشد،

حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- ۲ (۱)      -۲ (۲)      ۸ (۳)      -۸ (۴)

نمودار تابع  $f$  از نقطه  $(3, -2)$  می‌گذرد.

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

ضابطه تابع وارون تابع خطی  $f(x) = ax + b$ ، به صورت  $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$  است.

اگر  $(a, b) \in f$ ، آن‌گاه  $(b, a) \in f^{-1}$ .



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نمودار وارون تابع  $f$  از نقطه  $(-2, 3)$  می‌گذرد، پس نمودار تابع  $f$  از نقطه  $(3, -2)$  عبور می‌کند:

$$-2 = 2(3) + h \Rightarrow -2 = 6 + h \Rightarrow h = -8$$

پس ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2x - 8$  است.

گام دوم: حال ضابطه وارون تابع  $f$  را به دست می‌آوریم:

درس بکس  $\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 4$

از آن جایی که  $f^{-1}(x) = ax + b$ ، پس  $a = \frac{1}{2}$  و  $b = 4$ . در نتیجه:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$$

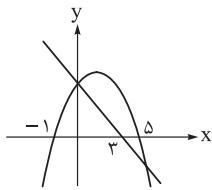
اگر وارون تابع  $f(x) = ax + 4$  از نقطه  $(5, \frac{5}{3})$  بگذرد، آن‌گاه ضابطه وارون  $f$  را به دست آورید.

(سوال ۸ قسمت الف) - امتحان نهایی فروردین ماه ۱۴۰۳





نمودارهای تابع درجه دوم  $f$  و تابع خطی  $g$  در شکل زیر رسم شده است. مجموع صفرهای تابع  $f + g$  کدام است؟



$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{7}{5} \quad (3)$$

$$\frac{7}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

عرض از مبدأهای دو تابع داده نشده، پس جواب سؤال به اون ربطی نداره.

Hint

● اگر صفرهای تابع درجه دوم  $f$ ،  $x_1$  و  $x_2$  باشند، آن گاه ضابطه آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

● اگر خطی محور  $x$ ها را در  $x = a$  و محور  $y$ ها را در  $y = b$  قطع کند، آن گاه معادله آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

نکته

گام اول: صفرهای تابع  $f$ ،  $-1$  و  $5$  هستند، ضابطه آن را می نویسیم:

$$f(x) = a(x + 1)(x - 5)$$

عرض از مبدأ تابع را به دست می آوریم:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = a(0 + 1)(0 - 5) \Rightarrow f(0) = -5a$$

گام دوم: مطابق شکل، تابع خطی  $g$  از نقاط  $(0, -5a)$  و  $(3, 0)$  عبور می کند، در نتیجه طبق نکته، ضابطه  $g$  برابر می شود با:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-5a} = 1 \Rightarrow \frac{y}{-5a} = 1 - \frac{x}{3} \xrightarrow{\times(-5a)} y = (-5a)\left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

$$\text{پس } g(x) = -5a\left(1 - \frac{x}{3}\right)$$

گام سوم: ضابطه تابع  $f + g$  را تشکیل می دهیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = a \underbrace{(x + 1)(x - 5)}_{x^2 - 4x - 5} - 5a\left(1 - \frac{x}{3}\right) = a(x^2 - 4x - 5 - 5 + \frac{5}{3}x) = a(x^2 - \frac{7}{3}x - 10)$$

گام چهارم: حال برای به دست آوردن خواسته سؤال خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(f+g)(x)=0} x^2 - \frac{7}{3}x - 10 = 0$$

مجموع جوابهای معادله بالا برابر  $\frac{7}{3}$  است؛ بنابراین مجموع صفرهای تابع  $f + g$  برابر  $\frac{7}{3}$  است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



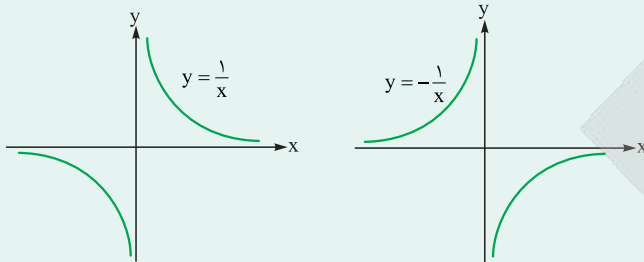
۹ اگر  $f(x) = |x-1| - 1$  و  $g(x) = x + |x|$  باشد، برد تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

نمودار توابع گویای  $\frac{1}{x}$  و  $-\frac{1}{x}$ :



گام اول: ضابطه  $\frac{f}{g}$  را تشکیل می‌دهیم:

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow h(x) = \frac{|x-1| - 1}{x + |x|}$$

حال با بازبندی  $x$ ، قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

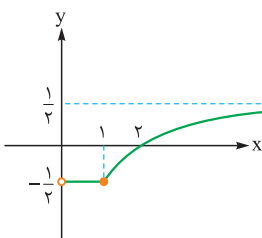
$$x \geq 1: h(x) = \frac{x-1-1}{x+x} = \frac{x-2}{2x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{x}$$

$$0 < x < 1: h(x) = \frac{-(x-1)-1}{x+x} = -\frac{x}{2x} = -\frac{1}{2}$$

مخرج صفر می‌شود و تابع  $h$  تعریف نمی‌شود.  $x < 0$ :

$$\Rightarrow h(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & ; 0 < x < 1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$$

گام دوم: نمودار تابع  $h$  را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید برد این تابع بازه  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  است و هیچ عدد طبیعی را شامل نمی‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اگر  $f(x) = \frac{x|x|}{x^2+1}$  و  $g(x) = 2x - |x|$  باشد،  $(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{4})$  کدام است؟

۲ (۴)

$-\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{4})$  رو به صورت  $f^{-1}(g^{-1}(\frac{1}{4}))$  بنویس و سؤال رو حل کن.

Hint

وارون ترکیب توابع:

درسی Box

وارون تابع  $f \circ g$  به صورت زیر است:

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}(f^{-1}(x))$$

گام اول: ابتدا طبق درس باکس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{4}) = f^{-1}(g^{-1}(\frac{1}{4}))$$

حال فرض می کنیم که  $g^{-1}(\frac{1}{4}) = \alpha$ ، پس  $g(\alpha) = \frac{1}{4}$ :

$$g(x) = 2x - |x| \xrightarrow{g(\alpha) = \frac{1}{4}} 2\alpha - |\alpha| = \frac{1}{4} \begin{cases} \alpha > 0 \rightarrow \alpha = \frac{1}{4} \checkmark \\ \alpha < 0 \rightarrow 3\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{12} \times \end{cases}$$

پس تا این جای کار  $(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{4}) = f^{-1}(g^{-1}(\frac{1}{4})) = f^{-1}(\frac{1}{4})$ .

گام دوم: حال کافی است که  $f^{-1}(\frac{1}{4}) = \beta$  را پیدا کنیم تا خواسته سؤال پیدا شود:

$$f(x) = \frac{x|x|}{x^2+1} \xrightarrow{f(\beta) = \frac{1}{4}} \frac{|\beta|\beta}{\beta^2+1} = \frac{1}{4} \begin{cases} \beta > 0 \rightarrow \beta^2 + 1 = 2\beta^2 \Rightarrow \beta^2 = 1 \xrightarrow{\beta > 0} \beta = 1 \checkmark \\ \beta < 0 \rightarrow \beta^2 + 1 = -2\beta^2 \Rightarrow 3\beta^2 = -1 \times \end{cases}$$

پس خواسته سؤال برابر می شود با:

$$(g \circ f)^{-1}(\frac{1}{4}) = f^{-1}(g^{-1}(\frac{1}{4})) = f^{-1}(\frac{1}{4}) = 1$$

اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  و  $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$  باشند، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ ، کدام است؟ (سؤال ۱۰۷ کنکور ریاضی ۱۳۹۹)

$\frac{2}{4}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{2}{5}$  (۱)

کنکور



۱۱ نمودار تابع  $f(x) = ab^x + c$  از نقاط  $(0, -\frac{1}{4})$  و  $(1, 0)$  و  $(-1, -\frac{3}{4})$  عبور می‌کند. مقدار  $f(2)$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  (۱)      ۱ (۲)       $\frac{3}{2}$  (۳)      ۲ (۴)

### پاسخ: گزینه ۲

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: نقاط داده شده را در ضابطه تابع  $f$  جای گذاری می‌کنیم:

$$(0, -\frac{1}{4}) \in f \Rightarrow -\frac{1}{4} = ab^0 + c \xrightarrow{b^0=1} -\frac{1}{4} = a + c \quad (1)$$

$$(1, 0) \in f \Rightarrow 0 = ab^1 + c \Rightarrow 0 = ab + c \Rightarrow c = -ab \quad (2)$$

$$(-1, -\frac{3}{4}) \in f \Rightarrow -\frac{3}{4} = ab^{-1} + c \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{a}{b} + c \quad (3)$$

گام دوم: با جای گذاری رابطه‌ها داریم:

$$(1) \text{ در } (2): -\frac{1}{4} = a - ab \Rightarrow -\frac{1}{4} = a(1-b) \Rightarrow a = -\frac{1}{2(1-b)}$$

$$(3) \text{ در } (2): -\frac{3}{4} = \frac{a}{b} - ab \xrightarrow{a = -\frac{1}{2(1-b)}} -\frac{3}{4} = \frac{-\frac{1}{2(1-b)}}{b} - \frac{-1}{2(1-b)}(b) \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{-1}{2b(1-b)} + \frac{b}{2(1-b)}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{-1 + b^2}{2b(1-b)} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -6b + 6b^2 = -4 + 4b^2$$

$$\Rightarrow 2b^2 - 6b + 4 = 0 \xrightarrow{\div 2} b^2 - 3b + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \quad \times \\ b = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

اگر  $b = 1$  باشد، از تساوی (۳)،  $a + c = -\frac{3}{4}$  به دست می‌آید که با تساوی (۱) در تناقض است. پس  $b = 2$ ،  $a = \frac{1}{4}$  و

$c = -(\frac{1}{4})(2) = -\frac{1}{2}$ . در نتیجه، ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \frac{1}{4}(2)^x - \frac{1}{2}$  یا  $f(x) = 2^{x-1} - \frac{1}{2}$  است.

گام سوم: خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$f(2) = 2^{2-1} - \frac{1}{2} = 1$$



نیمه عمر عنصری ۳ روز و جرم اولیه یک نمونه از آن ۴ گرم است. طی تقریباً چند روز، این جرم به یک میلی گرم کاهش می‌یابد؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۳۲ (۲)

۳۶ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

نیمه عمر:

گزینه‌های Box

در حل مسائل مربوط به نیمه عمر یک ماده از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

در این جا  $m(t)$  مقدار باقی مانده،  $m_0$  مقدار اولیه،  $t$  زمان کل و  $T$  نیمه عمر ماده است.

گام اول: می‌دانیم که یک گرم برابر است با ۱۰۰۰ میلی گرم، حال اطلاعات سؤال را در رابطه موجود در درس باکس جای گذاری می‌کنیم:

$$1 = 4000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$$

گام دوم: در رابطه به دست آمده خواهیم داشت:

$$1 = 4000 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \xrightarrow{\div 4000} \frac{1}{4000} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} \Rightarrow 4000 = 2^{\frac{t}{3}}$$

می‌دانیم که  $2^{12} = 4096$ ؛ پس  $\frac{t}{3} \approx 12$ :

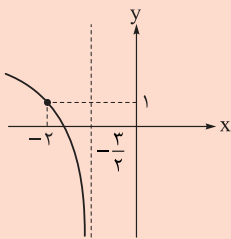
$$\frac{t}{3} \approx 12 \Rightarrow t \approx 36$$

پس طی ۳۶ روز جرم نمونه به یک میلی گرم می‌رسد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \log_5(ax+b)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $f^{-1}(2)$  کدام است؟ **۱۳**



$-\frac{5}{2}$  (۱)

$-3$  (۲)

$-\frac{7}{2}$  (۳)

$-4$  (۴)

**پاسخ: گزینه ۴**

**درس Box**

دامنه تابع لگاریتمی:

دامنه تابع  $f(x) = \log_a x$  به صورت زیر است:

$x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$

به عبارت دیگر باید جلوی لگاریتم همواره مثبت باشد.

گام اول: نمودار داده شده از نقطه  $(-2, 1)$  عبور می‌کند، پس:

$f(x) = \log_5(ax+b) \xrightarrow{(-2,1) \in f} 1 = \log_5(-2a+b) \Rightarrow -2a+b=5$  (۱)

گام دوم: با توجه به نمودار، دامنه تابع  $f$  به صورت  $D_f = (-\infty, -\frac{3}{2})$  است، پس:

$ax+b > 0 \Rightarrow ax > -b \xrightarrow{a < 0} x < -\frac{b}{a} \xrightarrow{D_f = (-\infty, -\frac{3}{2})} -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 3a=2b \Rightarrow a = \frac{2b}{3}$  (۲)

**توجه!** دامنه تابع  $x$  های کوچک تر از  $-\frac{3}{2}$  است، پس جهت نامساوی باید عوض شود، در نتیجه  $a$  منفی است.

گام سوم: رابطه (۲) را در (۱) جای گذاری می‌کنیم:

$-2(\frac{2b}{3}) + b = 5 \Rightarrow -\frac{4b}{3} + b = 5 \Rightarrow \frac{-b}{3} = 5 \Rightarrow b = -15 \Rightarrow a = -10$

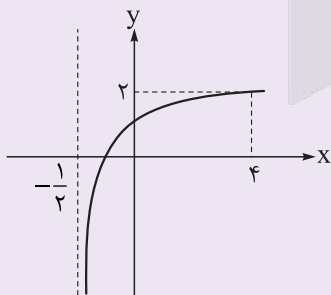
پس  $f(x) = \log_5(-10x - 15)$

گام چهارم: خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$f^{-1}(2) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 2 \Rightarrow \log_5(-10\alpha - 15) = 2 \Rightarrow -10\alpha - 15 = 25 \Rightarrow -10\alpha = 40 \Rightarrow \alpha = -4$

شکل زیر، نمودار تابع  $f(x) = \log_3(ax+b)$  را نشان می‌دهد. مقدار  $f^{-1}(-2)$  کدام است؟

(سوال الکتور ریاضی ۱۴۰۴- نوبت دوم)



$-\frac{4}{9}$  (۱)

$-\frac{2}{9}$  (۲)

$-\frac{5}{18}$  (۳)

$-\frac{7}{18}$  (۴)





۱۴ اگر  $\log_4 5 = a$  و  $\log_2 2 = b$  باشد، حاصل  $\log_{12} 10$  بر حسب  $a$  و  $b$  برابر کدام است؟

$$\frac{ab-b}{2b+1} \quad (2) \qquad \frac{ab-b}{2b-1} \quad (1)$$

$$\frac{2ab+b}{2b-1} \quad (4) \qquad \frac{2ab+b}{2b+1} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

ویژگی‌های لگاریتم:

درس Box

ردیف	ویژگی	مثال
۱	$\log_x a + \log_x b = \log_x ab$ $\log_x a - \log_x b = \log_x \frac{a}{b}$	$\log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$ $\log_2 24 - \log_2 3 = \log_2 8 = 3$
۲	$\log_{x^n} a^m = \frac{m}{n} \log_x a$	$\log_{27} 81 = \log_{3^3} 3^4 = \frac{4}{3} \log_3 3 = \frac{4}{3}$
۳	$\log_x a = \frac{\log_c a}{\log_c x}$	$\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\log_5 3}{\log_5 2}$
۴	$\log_b a \times \log_c b \times \log_d c = \log_d a$ نتیجه: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	$\log_8 27 \times \log_5 8 \times \log_3 5 = \log_3 27 = 3$
۵	$b^{\log_x a} = a^{\log_x b}$	$16^{\log_2 \sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{\log_2 16} = 9$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا خواسته سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\log_{12} 10 = \frac{\log 10}{\log 12} = \frac{\log 2 + \log 5}{\log 3 + \log 4} \quad (*)$$

گام دوم: حال از داده‌های سؤال استفاده می‌کنیم و  $\log 5$  و  $\log 3$  را بر حسب  $\log 2$  می‌نویسیم:

$$\log_4 5 = a \Rightarrow \frac{\log 5}{\log 4} = a \Rightarrow \log 5 = 2a \times \log 2$$

$$\log_2 2 = b \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 3} = b \Rightarrow \log 3 = \frac{\log 2}{b}$$

گام سوم: حال، عبارت‌های به‌دست‌آمده را در رابطه (\*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\log_{12} 10 = \frac{\log 2 + \log 5}{\log 3 + \log 4} = \frac{\log 2 + 2a \log 2}{\frac{\log 2}{b} + 2 \log 2} = \frac{(1+2a) \log 2}{(\frac{1}{b} + 2) \log 2} = \frac{1+2a}{\frac{1}{b} + 2} \quad \text{صورت و مخرج ضربدر } b \quad \frac{b+2ab}{1+2b}$$

په چور دیگه

$$\log_{12} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 12} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{2 \log_2 2 + \log_2 3} = \frac{\log_2 2 + \frac{\log_4 5}{\log_4 3}}{2 \log_2 2 + \log_2 3} = \frac{1 + \frac{1}{2b}}{2 + 1} = \frac{b+2ab}{2b+1}$$

اگر مقادیر تقریبی  $\log_2 7 = 2/8$  و  $\log_5 2 = 0/5$  باشد، حاصل  $\log_{14} 10$  کدام است؟

(سوال ۱۲۵ کنکور تهری ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

$$\frac{9}{14} \quad (4) \qquad \frac{11}{14} \quad (3) \qquad \frac{10}{19} \quad (2) \qquad \frac{15}{19} \quad (1)$$





۱۵

اگر  $x + \log(\delta^x - 2) = x \log 2 + \log 24$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

$\log_{\delta} 6 \quad (4)$

$\log_{\delta} 2 \quad (3)$

$\log_{\epsilon} 3 \quad (2)$

$\log_{\epsilon} 2 \quad (1)$

پاسخ: گزینه ۴

در سمت چپ معادله، به جای  $x$ ،  $x \log 10$  رو قرار بده.

Hint

گام اول: می‌دانیم که  $\log 10 = 1$ ، پس در سمت چپ معادله داده شده، به جای  $x$ ،  $x \log 10$  را قرار می‌دهیم و داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$x + \log(\delta^x - 2) = x \log 2 + \log 24 \xrightarrow{x = x \log 10} x \log 10 + \log(\delta^x - 2) = x \log 2 + \log 24$$

$$\Rightarrow \log 10^x + \log(\delta^x - 2) = \log 2^x + \log 24 \Rightarrow \log 10^x (\delta^x - 2) = \log 24 (2^x) \Rightarrow 10^x (\delta^x - 2) = 24 (2^x)$$

گام دوم: معادله به دست آمده را ساده می‌کنیم:

$$10^x (\delta^x - 2) = 24 (2^x) \xrightarrow{\text{دو طرف تقسیم بر } 2^x} \delta^x (\delta^x - 2) = 24 \xrightarrow{\delta^x = t} t(t-2) = 24 \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t-6)(t+4) = 0$$

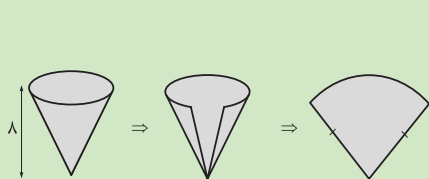
$$\Rightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta^x = 6 \quad \checkmark \\ \delta^x = -4 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

گام سوم: برای به دست آوردن خواسته سؤال، از دو طرف تساوی  $\delta^x = 6$  در مبنای  $\delta$  لگاریتم می‌گیریم:

$$\delta^x = 6 \Rightarrow \log_{\delta} \delta^x = \log_{\delta} 6 \Rightarrow x = \log_{\delta} 6$$

۱۶

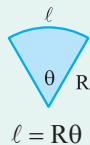
شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط در زیر داده شده است. اگر مساحت قاعده مخروط  $۳۶\pi$  و ارتفاع آن  $۸$  واحد باشد، اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟



- (۱)  $\frac{۶\pi}{۵}$
- (۲)  $\frac{۳\pi}{۵}$
- (۳)  $\frac{۳\pi}{۱۰}$
- (۴)  $\frac{\pi}{۲}$

پاسخ: گزینه ۱

درس Box



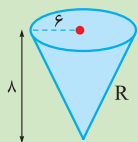
طول قطاع دایره:

برای به دست آوردن طول قطاع دایره، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

توجه کنید که در این جا  $\theta$  بر حسب رادیان است.

گام اول: مساحت قاعده مخروط  $۳۶\pi$  است، شعاع قاعده را به دست می آوریم:

$$\pi r^2 = ۳۶\pi \Rightarrow r^2 = ۳۶ \Rightarrow r = ۶$$



گام دوم: حال شعاع قطاع را به دست می آوریم:

$$R = \sqrt{۸^2 + ۶^2} = \sqrt{۶۴ + ۳۶} = ۱۰$$

گام سوم: طول قطاع برابر محیط قاعده است، پس برابر می شود با:

$$l = ۲\pi(۶) = ۱۲\pi$$

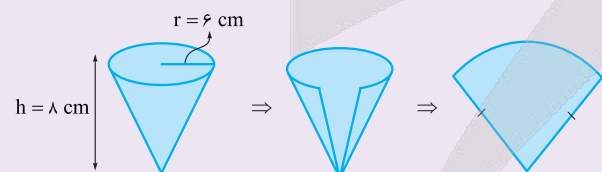
گام چهارم: خواسته سؤال برابر می شود با:

$$l = R\theta \Rightarrow ۱۲\pi = ۱۰\theta \Rightarrow \theta = \frac{۱۲\pi}{۱۰} = \frac{۶\pi}{۵}$$

کتاب  
درسی

شکل فضایی و نیز شکل گسترده یک مخروط در زیر داده شده است. شعاع قاعده مخروط  $r = ۶ \text{ cm}$  و ارتفاع آن  $h = ۸ \text{ cm}$  می باشد. اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟

(مسایان (۱) - تمرین ۳ صفحه ۹۶ کتاب درسی)





۱۷ اگر  $\cot\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right) = \frac{5}{6}$  و انتهای کمان  $\theta$  روی دایره مثلثاتی، در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$       (۲)  $\sqrt{5}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (۴)  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

درسی Box

نسبت‌های مثلثاتی زوایا به فرم  $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$  که  $k \in \mathbb{Z}$  عددی فرد است:

برای این نسبت‌ها ابتدا مشخص می‌کنیم که  $\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right)$  در کدام ربع قرار می‌گیرد و سپس طبق جدول زیر عمل می‌کنیم:

$\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ در ربع اول	$\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ در ربع دوم	$\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ در ربع سوم	$\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ در ربع چهارم
$\sin\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha$	$\sin\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cos \alpha$
$\cos\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \sin \alpha$	$\cos\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\sin \alpha$	$\cos\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\sin \alpha$	$\cos\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \sin \alpha$
$\tan\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cot \alpha$	$\tan\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cot \alpha$	$\tan\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cot \alpha$	$\tan\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\cot \alpha$
$\cot\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \tan \alpha$	$\cot\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\tan \alpha$	$\cot\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = \tan \alpha$	$\cot\left(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha\right) = -\tan \alpha$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اجزای موجود در صورت سؤال را ساده می‌کنیم:

$$\cot\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$$

گام دوم: حال عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$\cot\left(\frac{7\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right) = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan \theta (-\sin \theta) = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} (-\sin \theta) = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = -\frac{5}{6}$$

گام سوم: حال در رابطه به دست آمده، به جای  $\sin^2 \theta$  و  $1 - \cos^2 \theta$  را قرار می‌دهیم:

$$\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} = -\frac{5}{6} \Rightarrow 6 - 6\cos^2 \theta = -5\cos \theta \Rightarrow 6\cos^2 \theta - 5\cos \theta - 6 = 0 \xrightarrow{\cos \theta = t} 6t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(6)(-6) = 169 \rightarrow t_1, t_2 = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{5 \pm 13}{12} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{3}{2} \\ t_2 = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{3}{2} \times \\ \cos \theta = -\frac{2}{3} \checkmark \end{cases}$$

$\cos \theta = -\frac{2}{3}$  نمی‌تواند بزرگ‌تر از یک باشد، پس  $\cos \theta = -\frac{2}{3}$

گام چهارم: ابتدا  $\sin \theta$  و سپس  $\tan \theta$  را به دست می‌آوریم:

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \xrightarrow{\theta \text{ در ناحیه سوم}} \sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

و نیز  $\tan \theta$  برابر می‌شود با:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1}{\frac{4}{9}} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \xrightarrow{\theta \text{ در ربع سوم}} \tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

بهبود دیگر



۱۸ اگر  $\sin 57^\circ \tan 325^\circ$ ،  $a \cot 3^\circ$  و  $\cos 30^\circ \cot 35^\circ$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند،  $|a|$  کدام است؟

$$\frac{1}{6} (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} (3)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

Hint از نکته استفاده کن و برو جلو.

نکته اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه:

$$b^2 = ac$$

گام اول: سه جمله داده شده، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند، پس طبق نکته داریم:

$$a^2 \cot^2 3^\circ = \sin 57^\circ \tan 325^\circ \cos 30^\circ \cot 35^\circ (*)$$

گام دوم: حال به سراغ ساده سازی اجزا می رویم:

$$\sin 57^\circ = \sin (\overbrace{54^\circ + 3^\circ}^{\text{ربع سوم}}) = -\sin 3^\circ = -\frac{1}{3}$$

$$\tan 325^\circ = \tan (\overbrace{36^\circ - 35^\circ}^{\text{ربع چهارم}}) = -\tan 35^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \cos (\overbrace{36^\circ - 6^\circ}^{\text{ربع چهارم}}) = \cos 6^\circ = \frac{1}{3}$$

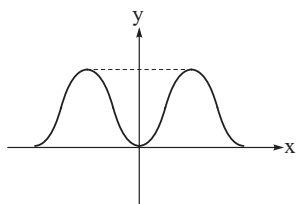
گام سوم: با جای گذاری در رابطه (\*) داریم:

$$\frac{\cot 3^\circ = \sqrt{3}}{\rightarrow} \Rightarrow 3a^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \left(-\tan 35^\circ\right) \left(\frac{1}{3}\right) (\cot 35^\circ) \Rightarrow 3a^2 = \frac{1}{9} \tan 35^\circ \cot 35^\circ$$

$$\Rightarrow 3a^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{12} \Rightarrow |a| = \frac{1}{\sqrt{12}} \xrightarrow{\text{گویاکردن مخرج}} |a| = \frac{1}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}}{12} = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$



با شرط  $a, b, c \neq 0$  نمودار رسم شده می تواند متعلق به چند تا از توابع  $g(x) = a \cos(bx) + c$ ،  $f(x) = a \sin(bx) + c$ ،  $h(x) = |a \sin(bx) + c$  و  $k(x) = |a \cos(bx) + c$  باشد؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

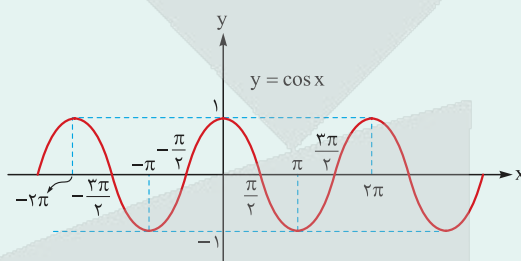
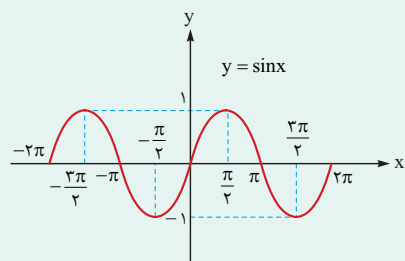
(۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

توابع مثلثاتی:

کرتس Box

به توابع  $y = \sin x$  و  $y = \cos x$  توابع مثلثاتی می گویند. دامنه این توابع مجموعه اعداد حقیقی و برد آنها بازه  $[-1, 1]$  است.



توابع به فرم  $y = a \cos(bx) + c$  در  $x = 0$  دارای ماکزیمم یا مینیمم هستند. اگر  $a < 0$  باشد، مینیمم و اگر  $a > 0$  باشد، ماکزیمم است.

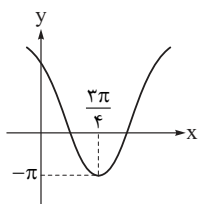
نکته

**گام اول:** نمودار تابع داده شده در  $x = 0$  دارای مینیمم است، پس طبق نکته، این نمودار مربوط به یک تابع کسینوسی است.  
**گام دوم:** هم چنین نمودار در  $x = 0$  مینیمم دارد، پس ضریب  $\cos x$  باید منفی باشد. در نتیجه نمودار داده شده فقط می تواند مربوط به تابع  $g$  باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۰ در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \lambda a \cos(x + a) + b$  رسم شده است. اگر  $\pi < a < \pi + \pi$  باشد،



مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{7\pi}{4}$

(۲)  $\frac{3\pi}{4}$

(۳)  $\frac{5\pi}{4}$

(۴)  $\frac{3\pi}{2}$

پاسخ: گزینه ۲



ماکزیمم و مینیمم توابع به فرم  $y = a \cos bx + c$  و  $y = a \sin bx + c$  به صورت زیر است:

$$\max = |a| + c$$

$$\min = -|a| + c$$

گام اول: نمودار تابع  $f(x) = \lambda a \cos(x + a) + b$  به اندازه  $a$  واحد از نظر افقی عقب‌تر (به سمت چپ) از نمودار تابع  $y = \cos x$

است. در تابع  $y = \cos x$  نقطه مینیمم در  $x = \pi$  قرار دارد و در تابع  $f$  نقطه مینیمم در  $x = \frac{3\pi}{4}$  قرار دارد، پس  $a$  برابر می‌شود با:

$$a = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$f(x) = \lambda \left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + b = 2\pi \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + b$$

پس: گام دوم: حداقل مقدار تابع برابر  $-\pi$  است، پس:

$$-|2\pi| + b = -\pi \Rightarrow -2\pi + b = -\pi \Rightarrow b = \pi$$

در نتیجه خواسته سؤال برابر می‌شود با:

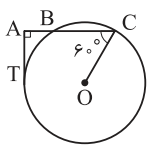
$$b - a = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۱

در شکل زیر  $O$  مرکز دایره است و  $AT$  بر دایره مماس است. اگر شعاع دایره  $۶$  باشد، طول  $AB$  کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- $\sqrt{۲}$  (۳)
- $\sqrt{۳}$  (۴)

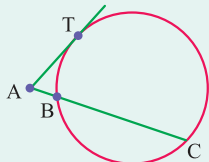
پاسخ: گزینه ۲

از مرکز دایره به وتر  $BC$  عمود رسم شود.

Hint

اگر از نقطه  $A$  مماس و قاطعی بر دایره رسم شود:

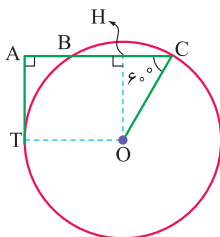
درس Box



$$AT^2 = AB \cdot AC$$

گام اول: اگر از مرکز دایره بر وتر  $BC$  عمود کنیم، آن را نصف می‌کند. در مثلث قائم‌الزاویه  $OHC$  نسبت‌های کسینوس و سینوس زاویه  $۶۰^\circ$  را می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\sin 60^\circ = \frac{OH}{OC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{OH}{6} \Rightarrow OH = 3\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{HC}{OC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{HC}{6} \Rightarrow HC = 3 \Rightarrow BC = 6$$

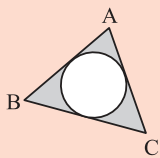
گام دوم: چهارضلعی  $AHOT$  مستطیل است، پس  $AT = OH = 3\sqrt{3}$ . رابطه طولی را برای مماس  $AT$  و قاطع  $AC$ ، در دایره می‌نویسیم:

$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow 27 = AB(AB + 6)$$

$$\Rightarrow AB^2 + 6AB - 27 = 0 \Rightarrow (AB + 9)(AB - 3) = 0$$

$$\begin{cases} AB = -9 & \text{غلق} \\ AB = 3 \end{cases}$$

۲۲ در شکل زیر، مساحت قسمت رنگی و محیط دایره محاطی  $6\pi$  می باشد. محیط مثلث ABC کدام است؟



$2\pi$  (۱)

$4\pi$  (۲)

$8\pi$  (۳)

$12\pi$  (۴)

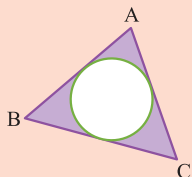
پاسخ: گزینه ۳

به رابطه  $S = r.P$  دقت شود.

Hint

گام اول: ابتدا شعاع دایره محاطی را به دست می آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\text{محیط دایره محاطی} = 2\pi r \Rightarrow 6\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 3$$

گام دوم: با استفاده از مساحت قسمت رنگی و مساحت دایره محاطی، مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

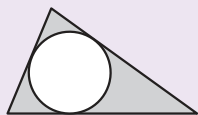
$$S_{\text{رنگی}} = S_{ABC} - S_{\text{دایره}} \Rightarrow 3\pi = S_{ABC} - 9\pi \Rightarrow S_{ABC} = 12\pi$$

گام سوم: محیط مثلث ABC را طبق رابطه زیر به دست می آوریم:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 3 = \frac{12\pi}{P} \Rightarrow P = 4\pi \Rightarrow 2P = 8\pi$$

در شکل زیر، محیط مثلث محیطی  $\sqrt{48\pi}$  است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده برابر ۳ باشد، مساحت مثلث محیطی کدام است؟

(سؤال ۲۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



۶ (۱)

$6/5$  (۲)

$\pi + 3$  (۳)

$1/5\pi + 3$  (۴)

کنکور



۲۳ در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{B} = 2\hat{C}$ . اگر نیمساز  $\hat{A}$  و عمودمنصف  $BC$  در  $M$  متقاطع باشند، زاویه  $M\hat{C}A$  کدام است؟

$$(1) \quad 60^\circ + \frac{\hat{A}}{6}$$

$$(2) \quad 60^\circ - \frac{\hat{A}}{6}$$

$$(3) \quad 30^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

$$(4) \quad 30^\circ - \frac{\hat{A}}{2}$$

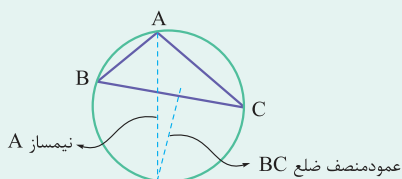
پاسخ: گزینه ۱

محل برخورد عمودمنصف یک ضلع و نیمساز رأس مقابل، روی دایره محیطی است.

Hint

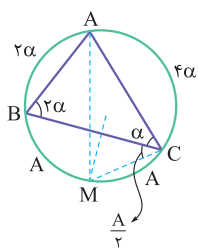
نقطه برخورد عمودمنصف یک ضلع و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع در یک مثلث روی دایره محیطی مثلث است.

درس Box



گام اول: اگر زاویه  $C$  را  $\alpha$  فرض کنیم، پس  $\hat{B} = 2\alpha$  و کمان‌های روی شکل را می‌توان برحسب  $\alpha$  به دست آورد. مجموع کمان‌های کل دایره عبارت‌اند از:

پاسخ خیلی تشریحی



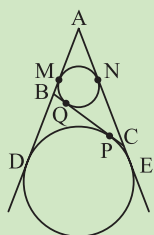
$$\begin{cases} \hat{C} = \alpha \Rightarrow \widehat{AB} = 2\alpha \\ \hat{B} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{AC} = 4\alpha \end{cases}, \widehat{BM} = \widehat{MC} = \hat{A}$$

$$6\alpha + 2\hat{A} = 360^\circ \Rightarrow 3\alpha + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ - \hat{A}}{3}$$

گام دوم: زاویه  $M\hat{C}A$  عبارت است از:

$$M\hat{C}A = \alpha + \frac{\hat{A}}{2} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{3} + \frac{\hat{A}}{2} = \frac{360^\circ - 2\hat{A} + 3\hat{A}}{6} = \frac{360^\circ + \hat{A}}{6} = 60^\circ + \frac{\hat{A}}{6}$$

۲۴ در شکل زیر شعاع دایره محاطی خارجی سه برابر شعاع دایره محاطی داخلی است. اگر  $MD = ۲PQ$  باشد، طول خط‌المركزین دو دایره چند برابر شعاع دایره محاطی داخلی است؟



$۲\sqrt{۵}$  (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

$\sqrt{۵}$  (۴)

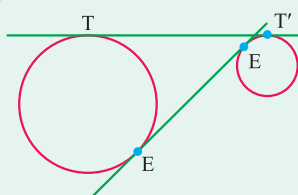
پاسخ: گزینه ۱

MD و PQ مماس‌های مشترک خارجی و داخلی دو دایره هستند.

Hint

درس‌Box

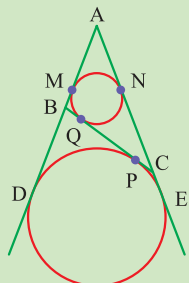
طول مماس‌های داخلی و خارجی دو دایره عبارت است از:



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad \text{و} \quad EE' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

گام اول: MD مماس مشترک خارجی دو دایره و PQ مماس مشترک داخلی این دو دایره است، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$MD = ۲PQ \Rightarrow \sqrt{d^2 - (r_a - r)^2} = ۲\sqrt{d^2 - (r_a + r)^2}$$

گام دوم: می‌دانیم  $r_a = ۳r$ ، پس:

$$d^2 - ۴r^2 = ۴(d^2 - ۱۶r^2) \Rightarrow ۳d^2 = ۶۰r^2 \Rightarrow d^2 = ۲۰r^2 \Rightarrow \frac{d}{r} = ۲\sqrt{۵}$$

دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی و خارجی آن‌ها به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۴ سانتی‌متر و طول خط‌المركزین آن‌ها مساوی ۲۶ سانتی‌متر است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.

(سؤال ۶ - امتحان نوبتی فروردین ۱۴۰۴)

امتحان  
نهایی



۲۵

در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $B$  مجانس نقطه  $A$  با ضریب تجانس  $-3$  به مرکز  $M$  و نقطه  $C$  دوران یافته نقطه  $A$  به مرکز  $M$  و با زاویه  $30^\circ$  می باشد. اگر  $AM = 2$ ، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۶ (۶)

پاسخ: گزینه ۳

شکل را به دقت رسم کنید.

Hint

درس Box

در تجانس به مرکز  $O$  و ضریب تجانس  $k$ :

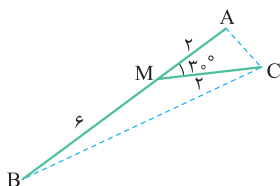
(الف) اگر  $k > 0$ : تجانس مستقیم است و  $\frac{|OA'|}{|OA|} = k$

(ب) اگر  $k < 0$ : تجانس معکوس است و  $\frac{|OA'|}{|OA|} = |k|$



گام اول: نقطه دلخواه  $M$  را در نظر می گیریم و نقطه  $A$  را با فاصله  $2$  واحد از آن قرار می دهیم. چون  $k$  یعنی ضریب تجانس  $-3$  می باشد، پس تجانس معکوس است و  $BM = 6$ .

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: نقطه  $C$  از دوران  $30^\circ$  نسبت به مرکز  $M$  به دست می آید (تفاوتی ندارد زاویه را در جهت یا خلاف جهت مثلثاتی در نظر بگیریم). چون شعاع دوران ثابت است، پس:

$$AM = MC = 2$$

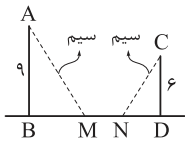
گام سوم: مساحت مثلث  $ABC$  عبارت است از:

$$S_{ABC} = S_{AMC} + S_{MBC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 150^\circ = 1 + 3 = 4$$



دکل‌های AB و CD با طول‌های ۹ و ۶ متر به فاصله ۱۵ متری از هم نصب شده‌اند. می‌خواهیم برای استحکام بیشتر، آن‌ها را با سیم به زمین وصل کنیم و فقط ۱۷ متر سیم داریم. حداقل فاصله MN کدام است؟



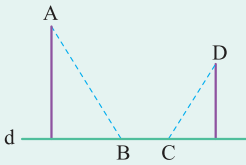
- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۵
- (۴) ۷

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از بازتاب باید کم‌ترین فاصله را طبق مسئله هرون تعیین کرد.

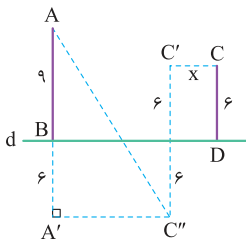


طبق مسئله هرون برای یافتن کوتاه‌ترین طول مسیر ABCD، ابتدا به مقدار BC از D به سمت عقب حرکت کرده و سپس بازتاب نقطه حاصل را نسبت به خط d تعیین می‌کنیم.



گام اول: فاصله MN را x فرض می‌کنیم و ابتدا از C به اندازه x مطابق شکل حرکت می‌کنیم تا به C' برسیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: بازتاب C' نسبت به d را به دست آورده و C'' می‌نامیم، سپس از A به C'' وصل می‌کنیم. طول AC'' همان طول سیم یعنی ۱۷ متر است، پس:

$$AA'^2 + A'C''^2 = AC''^2 \Rightarrow 9^2 + A'C''^2 = 17^2$$

$$A'C''^2 = 289 - 81 = 208 \Rightarrow A'C'' = 8$$

گام سوم: طول MN یا x عبارت است از:

$$x = BD - A'C'' = 15 - 8 = 7$$



نقطه  $A(3, -1)$  دوران یافته نقطه  $B(-1, 3)$  می باشد. اگر مرکز دوران روی خط  $2x - y = 3$  باشد، حاصل جمع

۲۷

طول و عرض مرکز دوران کدام است؟

- ۶ (۱)      ۴ (۲)      -۴ (۳)      -۶ (۴)

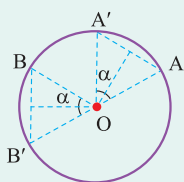
پاسخ: گزینه ۱

عمودمنصف پاره خط AB را به دست آورید.

Hint

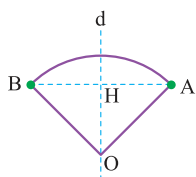
مرکز دوران همواره روی عمودمنصف نقطه اولیه و نقطه دوران یافته قرار دارد. در شکل زیر  $A'$  و  $B'$  دوران یافته نقطه  $A$  و  $B$  تحت زاویه  $\alpha$  و به مرکز  $O$  هستند که محل برخورد عمودمنصف های  $AA'$  و  $BB'$  است.

درس Box



گام اول: مرکز دوران روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد، پس معادله عمودمنصف AB را به دست می آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی



$$H\left(\frac{3-1}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = (1, 1)$$

$$m_{AB} = \frac{-1-3}{3+1} = -1 \Rightarrow m_d = 1$$

$$\text{معادله } d: y-1 = 1(x-1) \Rightarrow y = x$$

گام دوم: نقطه  $O$  محل برخورد خط  $2x - y = 3$  و عمودمنصف  $y = x$  است، پس:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2x - x = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$O(3, 3) \Rightarrow S = 3 + 3 = 6$$

پس:

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





مربع ABCD به ضلع  $\sqrt{2}$  را حول مركز مربع (O) و با زاویه  $45^\circ$  دوران مي دهيم. اگر چهار رأس مربع اول و چهار رأس مربع تصوير تشكيل يك هشت ضلعي منتظم را بدهند، مساحت اين هشت ضلعي کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$
- (۲)  $2\sqrt{2}$
- (۳)  $\sqrt{3}$
- (۴)  $2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲

هشت ضلعي منتظم از هشت مثلث متساوی الساقين تشكيل شده است.



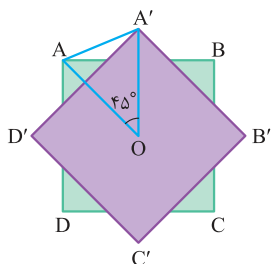
درسی Box

(۱) اگر ضلع مربع a باشد، قطر آن  $a\sqrt{2}$  است.

(۲) مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

گام اول: مربع ABCD به ضلع  $\sqrt{2}$  را حول مركزش O، با زاویه  $45^\circ$  دوران مي دهيم تا مربع  $A'B'C'D'$  حاصل شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: ضلع مربع برابر  $\sqrt{2}$  است، پس:

$$\text{قطر مربع} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \Rightarrow \text{نصف قطر} = 1 \Rightarrow OA = OA' = 1$$

گام سوم: مساحت مثلث  $OAA'$  برابر است، با:

$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گام چهارم: هشت ضلعي از هشت مثلث متساوی الساقين معادل با  $OAA'$  تشكيل شده است، پس:

$$S_{\text{هشت ضلعي}} = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = 2\sqrt{2}$$



طول اضلاع قائم در مثلث قائم الزاویه، ریشه‌های معادله  $x^2 - 6x + 4 = 0$  هستند. طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۱)$$

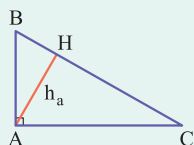
$$\frac{2\sqrt{7}}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{7}}{7} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

از مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم استفاده شود.

Hint



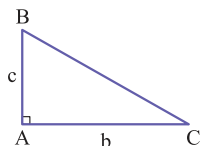
$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

در مثلث قائم الزاویه ABC رابطه زیر برقرار است:

درسی Box

گام اول: در مثلث قائم الزاویه ABC، اضلاع قائم b و c هستند، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$S = b + c = 6 \quad \text{و} \quad P = bc = 4$$

گام دوم: طبق رابطه زیر:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{b^2 + c^2}{b^2 c^2}$$

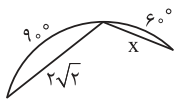
$$h_a^2 = \frac{P^2}{S^2 - 2P} = \frac{16}{36 - 8} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

$$h_a = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

پس:



۳۰ در کمان زیر به اندازه  $15^\circ$ ، دو وتر به طول های  $2\sqrt{2}$  و  $x$  وجود دارد.  $x$  کدام است؟



۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

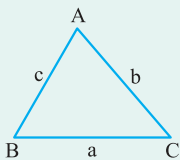
پاسخ: گزینه ۳

دایره را کامل رسم کنید.

Hint

قضیه سینوس ها در مثلث عبارت است از:

درس: Box

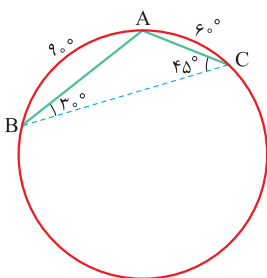


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

که  $R$  شعاع دایره محیطی مثلث است.

گام اول: دایره را به شکل کامل رسم کرده و وتر  $BC$  را رسم می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\hat{B} = \text{زاویه محاطی} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 30^\circ$$

$$\hat{C} = \text{زاویه محاطی} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 45^\circ$$

گام دوم: در مثلث  $ABC$  رابطه سینوس ها را می نویسیم:

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{x}{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = 2$$



۳۱ گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \wedge q))$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

T (۴)

r (۳)

q (۲)

p (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

$p \Rightarrow q$  رو S در نظر بگیرید و گزاره رو در صورتی که S درست و S نادرست هست، بررسی کنید.

**Hint**

گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  تنها در صورتی نادرست است که مقدم یعنی p درست و تالی یعنی q نادرست باشد.

**نکته**

گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  را می‌توانیم به صورت  $p \vee \sim q$  بنویسیم.

گزاره‌های  $(p \wedge q)$  و  $\sim(p \vee q)$  را به ترتیب به صورت‌های  $\sim p \vee \sim q$  و  $\sim p \wedge \sim q$  می‌توانیم بنویسیم که به آن قانون دمورگان می‌گویند.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فرض می‌کنیم  $p \Rightarrow q \equiv S$ ، در نتیجه خواهیم داشت:

تبدیل شرطی به فصلی

$$s \equiv p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\sim s \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

پس  $\sim s \equiv p \wedge \sim q$ .

گام دوم: حال در گزاره صورت سؤال، به جای  $p \Rightarrow q$  و  $p \wedge \sim q$  به ترتیب S و  $\sim S$  را جاگذاری می‌کنیم:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge \sim q) \Rightarrow (r \wedge q)) \equiv s \Rightarrow (\sim s \Rightarrow (r \wedge q))$$

گام سوم: حال در گزاره به دست آمده، برای S دو حالت را در نظر می‌گیریم:

• در این گزاره شرطی، مقدم نادرست است، پس گزاره همواره درست است.  $F \Rightarrow (T \Rightarrow (r \wedge q))$ : اگر s نادرست باشد

• پس، در این صورت هم گزاره درست است.  $T \Rightarrow (F \Rightarrow (r \wedge q)) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$ : اگر s درست باشد

در نتیجه، گزاره داده شده همواره درست است و با T هم‌ارزش است.

۳۲

کدام گزینه جاهای خالی عبارت زیر را به ترتیب از راست به چپ به درستی پر می‌کند؟

گزاره «برای هر زیرمجموعه مثل  $A$  از مجموعه اعداد طبیعی، وجود دارد زیرمجموعه‌ای از مجموعه اعداد صحیح مثل  $B$  که  $|A \cap B| = 1$  باشد.» با استفاده از نماد سورها ( $\forall$  یا  $\exists$ ) به صورت ..... نوشته می‌شود و ارزش آن ..... است. ( $A$  و  $B$  غیر تهی هستند).

$$1) \forall A \subseteq \mathbb{N}, \exists B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1 \text{ - درست}$$

$$2) \forall A \subseteq \mathbb{N}, \exists B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1 \text{ - نادرست}$$

$$3) \exists A \subseteq \mathbb{N}, \forall B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1 \text{ - درست}$$

$$4) \exists A \subseteq \mathbb{N}, \forall B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1 \text{ - نادرست}$$

## پاسخ: گزینه ۱

گزاره‌های سوری:

دینی Box

**سور عمومی:** هرگاه بخواهیم یک خاصیت را به همه اعضای مجموعه نسبت بدهیم، از سور عمومی استفاده می‌کنیم، در این‌جا کلماتی مانند «هر»، «به ازای هر» و «به ازای جمیع مقادیر» به کار می‌بریم و به زبان ریاضی آن را به صورت « $\forall$ » نشان می‌دهیم. **سور وجودی:** گاهی اوقات یک خاصیت برای همه اعضای دامنه متغیر درست نیست و به ازای بعضی از آن‌ها یا فقط یکی از آن‌ها برقرار است، در این‌جا از کلماتی مانند «وجود دارد»، «بعضی» و «به ازای بعضی از مقادیر» استفاده می‌کنیم و به زبان ریاضی آن را به صورت « $\exists$ » نمایش می‌دهیم.

**نتیجه:** اگر  $D$  دامنه متغیر باشد، گزاره  $\forall x \in D; P(x)$  در صورتی درست است که همه عضوهای  $D$  خاصیت  $P(x)$  را داشته باشند و گزاره  $\exists x \in D; P(x)$  زمانی درست است که حداقل یکی از اعضای  $D$  خاصیت  $P(x)$  را داشته باشد.

**گام اول:** برای  $A$  از کلمه «هر» و برای  $B$  از کلمه «وجود دارد» استفاده شده است، پس در کنار  $A$  سور عمومی یعنی  $\forall$  و در کنار  $B$  سور وجودی یعنی  $\exists$  می‌آید:  
 $\forall A \subseteq \mathbb{N}, \exists B \subseteq \mathbb{Z}; |A \cap B| = 1$   
**گام دوم:** هر زیرمجموعه از اعداد طبیعی را اگر به عنوان  $A$  در نظر بگیریم، یک زیرمجموعه از اعداد صحیح برای  $B$  وجود خواهد داشت که  $|A \cap B| = 1$ ، به عنوان مثال اگر  $A = \{1, 2\}$ ، آن‌گاه  $B = \{1\}$  وجود دارد که  $|A \cap B| = 1$ ، پس ارزش این گزاره درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

 گزاره زیر را با استفاده از نماد سورها ( $\forall$  یا  $\exists$ ) بنویسید و سپس ارزش آن را با ذکر دلیل مشخص کنید.

(سوال ۴ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

«هر عدد طبیعی از مربع خودش کوچک‌تر است.»

 امتحان  
نهایی



۳۳ A, B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند. اگر  $A \cup C \subseteq A' - B$  باشد، کدام مورد الزاماً درست نیست؟

$B \cap C = \emptyset$  (۲)

$A = \emptyset$  (۱)

$C \subseteq B'$  (۴)

$C \subseteq B$  (۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: اگر  $A \cup C \subseteq A' - B$ ، حتماً باید A تهی باشد، پس  $A = \emptyset$  و گزینه (۱) درست است.

گام دوم: حال خواهیم داشت:

$$A \cup C \subseteq A' - B \xrightarrow{A=\emptyset} \underbrace{\emptyset \cup C}_C \subseteq \underbrace{U - B}_{B'} \Rightarrow C \subseteq B'$$

پس گزینه (۴) نیز درست است. اگر  $C \subseteq B'$ ، آن‌گاه  $B \cap C = \emptyset$  و گزینه (۲) نیز درست می‌شود. با این اوصاف، واضح است

که گزینه (۳) لزوماً درست نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند، اگر  $A \cup B' \subseteq A \cap B$  باشد، کدام مورد همواره برقرار است؟

(سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

$A = U$  (۲)

$B = U$  (۱)

$A = \emptyset$  (۴)

$B = A$  (۳)





برای مجموعه‌های  $A = \{1, x, y\}$  و  $B = \{2, z\}$  فرض کنید  $A \times B \subseteq B \times A$  باشد. حداکثر مقدار  $x + y$  چند برابر حداقل مقدار آن است؟

$\frac{5}{3}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲



اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ناتهی باشند و  $A \times B \subseteq B \times A$ ، آن‌گاه  $A = B$ .

گام اول: با توجه به نکته، از  $A \times B \subseteq B \times A$  نتیجه می‌گیریم که  $A = B$ .

گام دوم: دیدیم که دو مجموعه  $A$  و  $B$  برابر شدند، پس  $z = 1$ . برای  $x$  و  $y$  سه حالت خواهیم داشت:

$A = \{1, x, y\}$       حالت اول:  $x = 2, y = 2$

$B = \{2, z\}$       حالت دوم:  $x = 1, y = 2$

حالت سوم:  $x = 2, y = 1$

گام سوم: با توجه به نتیجه‌های به دست آمده، بیشترین مقدار  $x + y$  برابر ۴ و کم‌ترین مقدار آن برابر ۳ است؛ بنابراین خواسته سؤال برابر می‌شود با  $\frac{4}{3}$ .

پاسخ خیلی تشریحی ✓



برای مجموعه‌های  $A = \{\frac{x}{3}, \frac{y}{3}, 5\}$  و  $B = \{z, t, 1, 4\}$  فرض کنید  $A \times B = B \times A$  باشد. در چند حالت  $x + y + z + t > 20$  است؟

(سؤال ۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت دوم ۴۰ (قاج از کشور))

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۳۵ در یک آزمایش با فضای نمونه‌ای  $S = \{a_1, a_2, \dots, a_6, b\}$ ، احتمال وقوع پیشامدهای  $a_1, a_2, \dots, a_6$  تشکیل یک

دنباله هندسی با جمله اول  $\frac{1}{3}$  و قدرنسبت  $\frac{1}{3}$  می‌دهند. در این صورت  $P(\{a_3, a_4, b\})$  کدام است؟

$$\frac{133}{243} \quad (4)$$

$$\frac{134}{243} \quad (3)$$

$$\frac{401}{729} \quad (2)$$

$$\frac{400}{729} \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این که  $P(a_1) + P(a_2) + P(a_3) + P(a_4) + P(a_5) + P(a_6) + P(b) = 1$ ، مقدار  $b$  رو به دست بیارید.

**Hint**

**درس‌Box**

فضای نمونه‌ای با احتمال غیرهم‌شانس:

هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه‌ای  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  احتمال نابرابر داشته باشند،  $S$  را فضای نمونه‌ای با احتمال غیرهم‌شانس می‌گوییم.

در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  فضای نمونه‌ای و  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  یک زیرمجموعه  $k$  عضوی  $S$  باشد، همواره داریم:

$$1) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2) P(S) = P(s_1) + P(s_2) + \dots + P(s_n) = 1$$

$$3) P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

گام اول: احتمال وقوع پیشامدهای  $a_1, a_2, \dots, a_6$  تشکیل دنباله هندسی با جمله اول  $\frac{1}{3}$  و قدرنسبت  $\frac{1}{3}$  می‌دهند، پس:

$$P(a_1) = \frac{1}{3}, P(a_2) = \frac{1}{9}, P(a_3) = \frac{1}{27}, P(a_4) = \frac{1}{81}, P(a_5) = \frac{1}{243}, P(a_6) = \frac{1}{729}$$

گام دوم: پس برای فضای نمونه‌ای  $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, b\}$  خواهیم داشت:

$$P(a_1) + P(a_2) + P(a_3) + P(a_4) + P(a_5) + P(a_6) + P(b) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} + b = 1 \Rightarrow b = \frac{729 - 243 - 81 - 27 - 9 - 3 - 1}{729} = \frac{365}{729}$$

گام سوم: در نتیجه،  $P(\{a_3, a_4, b\})$  برابر می‌شود با:

$$P(\{a_3, a_4, b\}) = P(a_3) + P(a_4) + P(b) = \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{365}{729} = \frac{27 + 9 + 365}{729}$$

$$\Rightarrow P(\{a_3, a_4, b\}) = \frac{401}{729}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۳۶ احتمال شرکت آرمان و بابک در همایشی به ترتیب  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{2}{3}$  است. اگر آرمان شرکت کند، احتمال شرکت کردن بابک

$\frac{1}{10}$  بیشتر می‌شود. اگر بابک در همایش شرکت نکند، با کدام احتمال آرمان در همایش شرکت می‌کند؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

اگر احتمال شرکت آرمان  $P(A)$  و احتمال شرکت بابک  $P(B)$  باشد،  $P(B|A)$  برابر  $\frac{1}{3}$  می‌شود، حالا  $P(A \cap B)$  رو از فرمول احتمال شرطی پیدا کنین.

درسی Box

احتمال شرطی:

احتمال رخ دادن پیشامد  $A$  به شرطی که پیشامد  $B$  رخ داده باشد را با  $P(A|B)$  نشان می‌دهیم و آن را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

گام اول: احتمال شرکت آرمان را  $P(A)$  و احتمال شرکت بابک را  $P(B)$  در نظر می‌گیریم، طبق صورت سؤال داریم:

$$P(B|A) = \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{فرمول شرطی}} \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B \cap A)}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} P(B \cap A) = \frac{1}{3}$$

گام دوم: حالا  $P(A|B')$  را می‌خواهیم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{9}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



در پرتاب یک تاس هر عددی ظاهر شود، به تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن، سکه می‌اندازیم. با کدام احتمال فقط یک «رو» ظاهر می‌شود؟

$$\frac{19}{48} \text{ (۴)}$$

$$\frac{29}{48} \text{ (۳)}$$

$$\frac{21}{48} \text{ (۲)}$$

$$\frac{23}{48} \text{ (۱)}$$

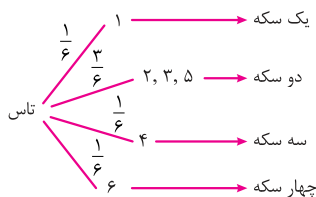
پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** در سؤالات احتمال بر روی رسم و استفاده از نمودار درختی مسلط باشید، چون خیلی کمکتون می‌کنه.

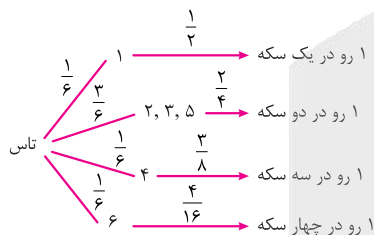
نکته

احتمال داشتن  $a$  بار «رو» یا  $a$  بار «پشت» در  $n$  بار پرتاب یک سکه برابر است با  $\frac{\binom{n}{a}}{2^n}$ .

**گام اول:** ۱ دارای یک مقسوم‌علیه طبیعی است. ۲، ۳ و ۵ هر کدام ۲ مقسوم‌علیه طبیعی دارند. ۴ دارای ۳ مقسوم‌علیه طبیعی و عدد ۶ دارای ۴ مقسوم‌علیه طبیعی است، پس:



**گام دوم:** احتمال داشتن ۱ «رو» در پرتاب  $n$  سکه برابر  $\frac{\binom{n}{1}}{2^n}$  است، پس:



**گام سوم:** طبق فرمول احتمال کل داریم:

$$P(\text{«رو»}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{24} = \frac{4+12+3+2}{48} = \frac{21}{48}$$



در فضای نمونه‌ای S، دو پیشامد  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 4, 6\}$  مستقل هستند. حاصل  $P(A' - B')$  کدام است؟

$$\frac{5}{12} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{12} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

$A \cap B$  رو به دست بیارید و از رابطه  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ،  $n(S)$  رو پیدا کنید.

Hint

پیشامدهای مستقل:

دربس Box

هرگاه وقوع یک پیشامد بر پیشامد دیگر تأثیری نداشته باشد و بالعکس، آن‌گاه آن دو پیشامد را «مستقل» می‌گوییم. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آن‌گاه:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

اگر A و B مستقل باشند، آن‌گاه  $A'$  و  $B'$  و همچنین  $A'$  و  $B'$  نیز مستقل‌اند.

نکته

گام اول: شرط مستقل بودن A و B این است که:

پاسخ خیلی تشریحی

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

با فرض  $n(S) = n$  داریم:

$$\frac{A \cap B = \{2, 4\}}{n} \rightarrow \frac{2}{n} = \frac{4}{n} \times \frac{3}{n} \Rightarrow n = 6$$

گام دوم: با تبدیل  $\cap$  به  $-$  داریم:

$$P(A' - B') = P(A' \cap B)$$

$$= P(A') \times P(B)$$

$$= (1 - P(A))P(B) = \left(1 - \frac{4}{6}\right)\left(\frac{3}{6}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



۳۹ میانگین داده‌های  $a_1, a_2, \dots, a_n$  برابر ۶ و میانگین داده‌های  $b_1, b_2, \dots, b_m$  برابر ۴ است. با جابه‌جایی دو داده  $a_1$  و  $b_1$  میانگین هر دو دسته برابر  $4/5$  می‌شود. در این صورت:

$$m = 4n \quad (2)$$

$$n = 4m \quad (4)$$

$$m = 3n \quad (1)$$

$$n = 3m \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۱

مجموع داده‌ها از  $a_1$  تا  $a_n$  برابر  $6n$  و از  $b_1$  تا  $b_m$  برابر  $4m$  هست، میانگین کل داده‌ها هم همون  $4/5$  هست.

اگر  $m$  داده با میانگین  $a$  و  $n$  داده دیگر با میانگین  $a$  داشته باشیم، میانگین تمامی این داده‌ها برابر  $a$  خواهد بود.

گام اول: میانگین  $a_1, a_2, \dots, a_n$  و  $b_1, b_2, \dots, b_m$  به ترتیب برابر ۶ و ۴ است. طبق فرمول میانگین خواهیم داشت:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = 6 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_n = 6n$$

$$\frac{b_1 + b_2 + \dots + b_m}{m} = 4 \Rightarrow b_1 + b_2 + \dots + b_m = 4m$$

گام دوم: با جابه‌جایی دو داده  $a_1$  و  $b_1$  میانگین هر دو دسته برابر  $4/5$  می‌شود، پس میانگین کل داده‌ها برابر  $4/5$  یا  $9/5$  است:

$$\frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_m)}{n + m} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{6n + 4m}{n + m} = \frac{9}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 12n + 4m = 9n + 9m \Rightarrow m = 3n$$



Hint



نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۰ مد منحصربه‌فرد داده‌های زیر ۷ است. در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی متناظر با عدد ۷ کدام است؟

۵, ۴, ۶, ۷, ۷, x, ۳, ۳

۱۰۸° (۴)

۱۵° (۳)

۱۳۵° (۲)

۱۲° (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

#### نمودار دایره‌ای

درسی Box

در نمودار دایره‌ای، زاویه مرکزی مربوط به هر دسته از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{زاویه مرکزی مربوط به هر دسته} = \frac{\text{فراوانی آن دسته}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times ۳۶۰^\circ$$

مُد:

در بین داده‌ها، اگر داده‌ای بیشترین تکرار را داشته باشد، به آن «مُد» می‌گویند.

**توجه** ممکن است که مد منحصربه‌فرد نباشد، به عنوان مثال اگر در بین مقداری داده، فراوانی دو داده از بقیه بیشتر باشد، دو مُد خواهیم داشت.

**گام اول:** برای ایجاد مد منحصربه‌فرد با فراوانی ۳، باید  $x = ۷$  باشد.

**گام دوم:** زاویه در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$\theta = \frac{F}{N} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۳}{۸} \times ۳۶۰^\circ = ۳ \times ۴۵^\circ = ۱۳۵^\circ$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



دو کره رسانای مشابه دارای بارهای الکتریکی  $q$  و  $5q$  در فاصله  $30 \text{ cm}$  از هم، به یکدیگر نیروی الکتریکی  $32 \text{ N}$  وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به وسیله یک سیم رسانا به هم متصل کنیم، تعداد الکترون‌هایی که از یک کره به کره دیگر منتقل می‌شوند، کدام است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  و  $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{ و } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

$$10^{14} \quad (1)$$

$$10^{15} \quad (2)$$

$$1/5 \times 10^{14} \quad (3)$$

$$1/5 \times 10^{15} \quad (4)$$

### پاسخ: گزینه ۱



Hint

با نوشتن قانون کولن، اندازه بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را محاسبه کنید، سپس طبق رابطه  $q_1 + q_2 = q'_1 = q'_2$ ، اندازه بارها را بعد از تماس دو کره به دست آورده و از رابطه  $\Delta q = ne$ ، تعداد الکترون‌های منتقل شده بین دو کره را حساب کنید.



درسی Box

۱) اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی: بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) است و داریم:

جسم الکترون از دست بدهد.

$$q = \pm ne, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

جسم الکترون بگیرد.

۲) دو بار نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  که در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی  $F$  وارد می‌کنند که اندازه این نیرو از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \quad \text{و} \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

بارهای نقطه‌ای (C)  $|q_1|$  و  $|q_2|$    
 نیروی الکتریکی (N)  $F$    
 فاصله دو بار از هم  $r^2 \rightarrow (m)$    
 ثابت کولن  $(\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

۳) هرگاه دو کره بردار هم‌اندازه با بارهای  $q_A$  و  $q_B$  را به هم تماس دهیم، طبق قانون پایستگی بار الکتریکی، پس از تبادل بار الکتریکی بین دو کره، بار آن‌ها هم‌اندازه و برابر با میانگین بارهای اولیه است:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_B + q_A}{2}$$

گام اول: ابتدا به کمک قانون کولن، بار کره‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 32 = 9 \times 10^9 \frac{5q \times q}{(0.3)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{32 \times 9 \times 10^{-2}}{9 \times 10^9 \times 5} = 6/4 \times 10^{-11} = 64 \times 10^{-12} \text{ C}^2$$

$$\Rightarrow q = 8 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 8 \times 10^{-6} \text{ C} \\ q_2 = 40 \times 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به این که کره‌ها را به وسیله سیم رسانا به هم متصل کرده‌ایم، بار کره‌ها در حالت جدید برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{8 \times 10^{-6} + 40 \times 10^{-6}}{2} = 24 \times 10^{-6} \text{ C}$$

گام سوم: تعداد الکترون‌هایی که از یک کره به کره دیگر منتقل شده، برابر است با:

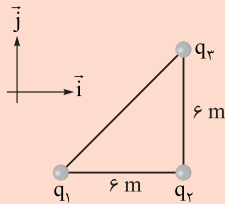
$$\Delta q = ne \Rightarrow q'_1 - q_1 = ne \Rightarrow 24 \times 10^{-6} - 8 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 10^{14}$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = 2 \mu\text{C}$ ،  $q_2 = -4 \mu\text{C}$  و  $q_3 = 3 \mu\text{C}$  در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای

ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  بر حسب میلی‌نیوتون، کدام است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



$$\vec{F}_T = -2\vec{i} - 3\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} - 3\vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{F}_T = -2\vec{i} + 3\vec{j} \quad (4)$$

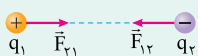
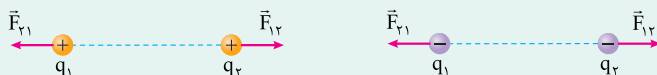
پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر بار  $q_2$  را رسم کرده و اندازه آن‌ها را محاسبه کنید، سپس با توجه به جهت نیروها، آن‌ها را بر حسب مؤلفه‌های  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  بنویسید.

Hint

کرتس Box

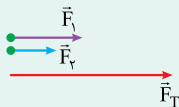
• بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند:



• بارهای الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند:

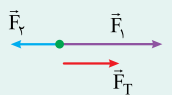
• اگر به جای دو ذره، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برابری نیروهای است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند.

• برای محاسبه نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی، سه حالت زیر رخ می‌دهد:



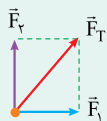
$$F_T = F_1 + F_2$$

(الف) نیروها هم‌راستا و هم‌جهت:



$$F_T = F_1 - F_2$$

(ب) نیروها هم‌راستا و خلاف جهت:

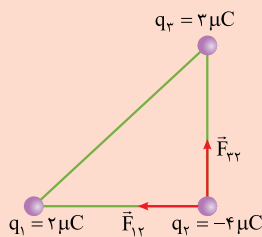


$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

(پ) نیروها عمود بر هم:

گام اول: نیروهای وارد بر بار  $q_2$  از طرف بارهای  $q_1$  و  $q_3$  را رسم کرده و اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: از روی شکل بالا مشخص است نیروی خالص وارد بر بار  $q_2$  در جهت منفی محور  $x$  ( $-\vec{i}$ ) و در جهت مثبت محور  $y$  ( $+\vec{j}$ ) است. (رد گزینه‌های (۱) و (۲))

$$F_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{6^2} = 2 \times 10^{-3} \text{ N} \times 10^2 = 2 \text{ mN}$$

$$F_{32} = k \frac{|q_3 q_2|}{r_{32}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{6^2} = 3 \times 10^{-3} \text{ N} \times 10^2 = 3 \text{ mN}$$

$$\vec{F}_T = (-2 \text{ mN})\vec{i} + (3 \text{ mN})\vec{j}$$

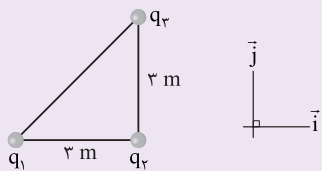


کنکور

سه ذره باردار مطابق شکل زیر، در سه رأس مثلث قائم الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$

در SI،  $\vec{F}_T = 8 \times 10^{-3} \vec{i} + 6 \times 10^{-3} \vec{j}$  باشد،  $\frac{q_2}{q_1}$  کدام است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(سوال ۱۴ کنکور تهرمی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)



$\frac{2}{4}$  (۴)

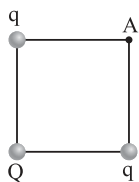
$\frac{2}{2}$  (۳)

$\frac{-3}{4}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)



سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی سه رأس مربعی قرار دارند. با دو برابر شدن بار  $Q$ ، بزرگی میدان الکتریکی خالص در رأس  $A$  تغییر نمی‌کند. کدام  $\frac{Q}{q}$  است؟



$$\frac{-2\sqrt{2}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{-4\sqrt{2}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌Box

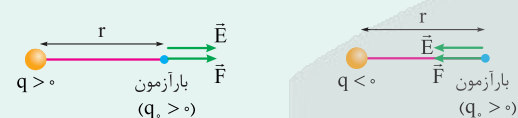
۱) هر بار الکتریکی نقطه‌ای  $q$  در اطراف خود خاصیتی به نام میدان الکتریکی ایجاد می‌کند، اندازه این میدان در نقطه‌ای به فاصله  $r$  از بار  $q$  رابطه زیر به دست می‌آید:

اندازه بار الکتریکی (C) ثابت کولن  $(\frac{N.m^2}{C^2})$

$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

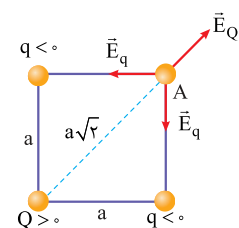
فاصله (m) میدان الکتریکی (N/C)

۲) برای تشخیص جهت میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار، بار آزمون ( $q_0 > 0$ ) را در نقطه مورد نظر قرار می‌دهیم، جهت نیروی وارد شده به بار  $q_0$  هم‌جهت با میدان الکتریکی حاصل از بار  $q$  در آن نقطه است.



طبق شکل‌های بالا، میدان الکتریکی بار مثبت در جهتی است که از بار دور شود و میدان الکتریکی بار منفی در جهتی است که به بار نزدیک شود.

گام اول: چون با دو برابر کردن بار  $Q$ ، بزرگی میدان الکتریکی خالص در رأس  $A$  تغییر نکرده، پس قطعاً جهت میدان عوض شده است. یعنی فرض می‌کنیم در حالت اول میدان الکتریکی بارهای  $q$  بزرگ‌تر بوده و با دو برابر کردن بار  $Q$ ، میدان بار  $Q$  بزرگ‌تر می‌شود؛ برای این‌که جهت میدان خالص در حالت دوم برعکس جهت میدان خالص در حالت اول باشد، باید میدان حاصل از بارهای  $q$  خلاف جهت میدان حاصل از بار  $Q$  باشد، پس با فرض  $Q > 0$  و  $q < 0$  داریم:



$$E_q = \frac{kq}{a^2}, \quad E_Q = \frac{kQ}{\sqrt{2}a^2}$$

$$E' = \sqrt{2}E_q = \sqrt{2} \frac{kq}{a^2}$$

برایند دو میدان  $E_q$  برابر است با:

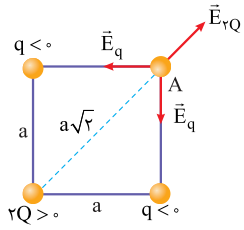
$$E = E' - E_Q = \frac{k}{a^2} (\sqrt{2}q - \frac{Q}{\sqrt{2}}) \quad (۱)$$

میدان الکتریکی خالص در نقطه  $A$  برابر است با:

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم: در حالت دوم، با دو برابر کردن بار  $Q$  داریم:



$$E'_{rQ} = rE_Q = \frac{kQ}{a^2}$$

$$E = E_{rQ} - E' = \frac{k}{a^2} (Q - \sqrt{2}q) \quad (2)$$

میدان الکتریکی خالص در نقطه  $A$  در این حالت برابر است با:

از برابر قراردادن روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\sqrt{2}q - \frac{Q}{\sqrt{2}} = Q - \sqrt{2}q \Rightarrow \sqrt{2}q = \frac{2}{\sqrt{2}}Q \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{2\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{q < 0} \frac{Q}{q} = \frac{-2\sqrt{2}}{2}$$



۴۴

ذره باردار با بار الکتریکی  $q$  در میدان الکتریکی یکنواخت، از نقطه  $A$  به پتانسیل الکتریکی  $V_A = 5 \text{ V}$  پرتاب شده و به نقطه  $B$  به پتانسیل الکتریکی  $V_B = -15 \text{ V}$  می‌رسد. اگر در طی این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره  $80 \mu\text{J}$  کاهش یابد،  $q$  چند میکروکولن است؟

-۸ (۴)

۸ (۳)

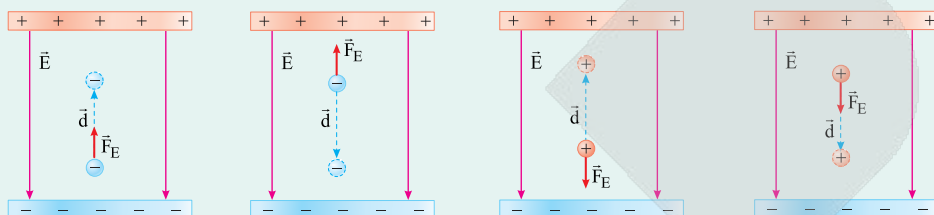
-۴ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

کرتس Box

مطابق شکل‌های زیر، کاهشی یا افزایشی بودن انرژی پتانسیل الکتریکی به صورت زیر مشخص می‌شود:



الف) بار مثبت را در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم: جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جایی کار مثبت  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  کاهش می‌یابد.

ب) بار مثبت را در خلاف جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم: جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جایی کار منفی  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  افزایش می‌یابد.

پ) بار منفی را در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم: جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جایی کار منفی  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  افزایش می‌یابد.

ت) بار منفی را در خلاف جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم: جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جایی کار مثبت  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  کاهش می‌یابد.

هرگاه بار  $q$  در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  جابه‌جا شود و انرژی پتانسیل آن از  $U_1$  به  $U_2$  تغییر کند، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

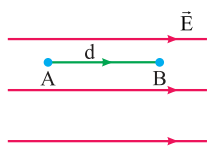
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{U_2 - U_1}{q}$$

توجه کنید که در رابطه بالا، بار الکتریکی  $q$  با علامت آن جای‌گذاری می‌شود.

گام اول: طبق پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\Delta U_E = -\Delta K \Rightarrow \Delta U_E = -(-80) = 80 \mu\text{J}$$

گام دوم: با توجه به این که انرژی جنبشی کاهش پیدا کرده، پس انرژی پتانسیل افزایش یافته است، از طرفی چون  $V_B < V_A$  است، پس ذره در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده، در نتیجه بار ذره منفی است.



گام سوم: ذره از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  رسیده است، پس:

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q} \Rightarrow -15 - 5 = \frac{80}{q} \Rightarrow q = \frac{80}{-20} = -4 \mu\text{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۵ اگر یک کره فلزی باردار به قطر  $20 \text{ cm}$ ،  $3 \mu\text{C}$  بار دریافت کند، چگالی سطحی بار الکتریکی آن  $25\%$  درصد افزایش می‌یابد. چگالی سطحی بار اولیه این کره چند نانوکولن بر سانتی‌متر مربع است؟ ( $\pi = 3$ )

۱۰ (۴)

۲ / ۵ (۳)

 $\frac{1}{400}$  (۲) $\frac{1}{100}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

Hint

از رابطه  $\sigma = \frac{q}{A}$  به صورت نسبی استفاده کنید تا بار اولیه‌ای که روی سطح کره رسانا توزیع شده را پیدا کنید، سپس با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه  $\sigma = \frac{q}{4\pi\left(\frac{d}{4}\right)^2}$ ، چگالی بار سطحی را برحسب یکای خواسته‌شده محاسبه کنید.

## درسی Box

اگر مساحت سطحی که بار روی آن توزیع شده است  $A$  و بار الکتریکی موجود در آن سطح برابر  $q$  باشد، چگالی سطحی بار را با نماد  $\sigma$  نشان می‌دهند که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \begin{matrix} \text{بار (C)} \\ \text{مساحت سطح (m}^2\text{)} \end{matrix}$$

بار کره در سطح رسانا توزیع می‌شود، پس در رابطه چگالی سطحی کره، مساحت سطح کره را باید طبق رابطه  $A = 4\pi r^2$  محاسبه کنیم.

گام اول: رابطه  $\sigma = \frac{q}{A}$  را به صورت نسبی می‌نویسیم تا  $q$  را به دست آوریم:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \frac{A}{A'} \quad \frac{\sigma' = \sigma + 0.25\sigma}{q' = (q+3)\mu\text{C}} \rightarrow \frac{1/25\sigma}{\sigma} = \frac{q+3}{q}$$

$$\Rightarrow 1/25q = q+3 \Rightarrow 0.25q = 3 \Rightarrow q = 12 \mu\text{C}$$

گام دوم: طبق رابطه  $\sigma = \frac{q}{A}$  داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \frac{q = 12 \mu\text{C} = 12 \times 10^{-6} \text{ nC}}{A = 4\pi\left(\frac{d}{4}\right)^2 = 4 \times 3 \times 10^2 = 1200 \text{ cm}^2} \rightarrow \sigma = \frac{12 \times 10^{-6}}{12 \times 10^2} = 10^{-6} \text{ nC/cm}^2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۶ خازنی را به یک باتری ۶ V متصل می‌کنیم. اگر بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن برابر با ۵ mAh باشد، ظرفیت این خازن چند فاراد است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

فقط کافی است بار الکتریکی را برحسب کولن بنویسید و داده‌ها را در رابطه  $C = \frac{Q}{V}$  جای‌گذاری کنید.

Hint

درسی Box

(۱) نسبت بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحه‌های یک خازن به اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌های آن همواره عدد ثابتی است، به این عدد ثابت، ظرفیت خازن می‌گویند:

بار ذخیره‌شده روی صفحه‌ها (C)  $\rightarrow C = \frac{Q}{V}$   $\leftarrow$  ظرفیت خازن (F)  
اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها (V)  $\rightarrow$

(۲) به آهنگ شارش بار الکتریکی در رسانا، جریان الکتریکی متوسط می‌گویند:

بار الکتریکی (C)  $\rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$   $\leftarrow$  جریان الکتریکی (A)  
مدت‌زمان (s)  $\rightarrow$

(۳) در رابطه  $\Delta Q = I(\Delta t)$ ، اگر I برحسب mA و  $\Delta t$  برحسب ساعت باشد، یکای  $\Delta Q$  برحسب میلی‌آمپر - ساعت (mAh) بیان می‌شود.

گام اول: بار الکتریکی برحسب یکای mAh داده شده که باید به کولن تبدیل شود:

$$5 \text{ mAh} \times \frac{10^{-3} \text{ A}}{1 \text{ mA}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 5 \times 3/6 \text{ C}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $C = \frac{Q}{V}$ ، ظرفیت خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{5 \times 3/6}{6} = 3 \text{ F}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



خازن تختی به ظرفیت  $4 \mu\text{F}$  را به یک باتری  $3 \text{ V}$  متصل می‌کنیم. این خازن را پس از پر شدن، از باتری جدا کرده و سپس عایقی با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa = 3$  را بین صفحات خازن وارد می‌کنیم. اگر عایق به طور کامل فضای بین صفحه‌های خازن را پر کرده باشد، انرژی خازن چند میکروژول تغییر می‌کند؟

- ۵۴ (۱)      ۳۶ (۲)      ۱۲ (۳)      ۶ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

ابتدا بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحات را محاسبه کنید، سپس با توجه به اضافه کردن دی‌الکتریک بین صفحات و ثابت بودن بار الکتریکی روی صفحات، ظرفیت جدید خازن را محاسبه و اختلاف انرژی را در دو حالت به دست آورید.



انرژی ذخیره‌شده در خازن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{اختلاف پتانسیل (V)} \rightarrow U = \frac{1}{2} C V^2 \leftarrow \text{انرژی (J)}$$

ظرفیت خازن (F)

$$\text{ظرفیت خازن (F)} \rightarrow C = \frac{Q}{V} \leftarrow \text{انرژی (J)}$$

طبق رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، با اضافه کردن دی‌الکتریک به یک خازن که بین صفحات آن هوا است، ظرفیت خازن  $\kappa$  برابر می‌شود، یعنی:

$$C_p = \kappa C_1$$

اگر خازن از مولد جدا شود، بار الکتریکی روی صفحات آن ثابت می‌ماند و اگر خازن به مولد متصل باشد، همواره اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است.

گام اول: طبق رابطه  $C = \frac{Q}{V}$ ، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$C_1 = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C_1 V = 4 \times 3 = 12 \mu\text{C}$$

گام دوم: چون خازن از باتری جدا شده است، پس بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحات آن ثابت می‌ماند، اکنون با توجه به این که عایق با ثابت دی‌الکتریک  $\kappa = 3$  را بین صفحات خازن وارد کرده‌ایم، ظرفیت جدید خازن را به دست می‌آوریم:

$$C_p = \kappa C = 3 \times 4 = 12 \mu\text{F}$$

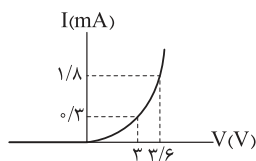
گام سوم: به کمک رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، تغییرات انرژی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{C_p} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{12^2}{2} \left( \frac{1}{12} - \frac{1}{4} \right) = \frac{12 \times 12}{2} \left( \frac{-2}{12} \right) = -12 \mu\text{J}$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



نمودار جریان الكتریکی عبوری از یک دیود نورگسیل بر حسب اختلاف پتانسیل الكتریکی دو سر آن به شکل زیر است. اگر اختلاف پتانسیل الكتریکی دو سر این دیود از  $3\text{ V}$  به  $3/6\text{ V}$  برسد، مقاومت الكتریکی آن چند کیلو اهم و چگونه تغییر می کند؟



(۱)  $4/0$ ، افزایش می یابد.

(۲)  $4/0$ ، کاهش می یابد.

(۳)  $8$ ، افزایش می یابد.

(۴)  $8$ ، کاهش می یابد.

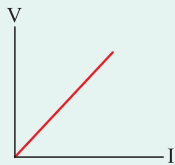
### پاسخ: گزینه ۴

### کرتس Box

در رساناهای اهمی، مقاومت الكتریکی در ولتاژهای متفاوت و در دمای ثابت، همواره مقدار ثابتی است. در واقع در وسیله هایی که از قانون اهم پیروی می کنند، نسبت اختلاف پتانسیل به جریان عبوری همواره مقداری ثابت است. این مقدار ثابت را مقاومت الكتریکی رسانا می نامند:

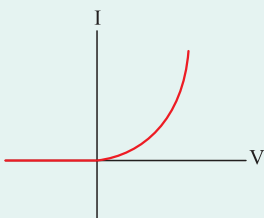
$$R = \frac{V}{I} \rightarrow \text{مقاومت الكتریکی } (\Omega)$$

نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان نشان می دهد که در رساناهای اهمی، جریان به طور مستقیم با اختلاف پتانسیل افزایش می یابد:



$$R = \frac{V}{I} = \text{شیب نمودار}$$

در رساناهای غیراهمی نسبت اختلاف پتانسیل به جریان عبوری از آن ها  $(\frac{V}{I})$  ثابت نیست. در واقع با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر رسانای غیراهمی، جریان و مقاومت تغییر می کنند و نمودار  $I-V$  آن به صورت زیر رسم می شود:



گام اول: وقتی اختلاف پتانسیل دو سر دیود  $3\text{ V}$  است، جریان  $0/3\text{ mA}$  از آن می گذرد. یعنی:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{3}{0/3 \times 10^{-3}} = 10^4 \Omega = 10\text{ k}\Omega$$

گام دوم: مطابق نمودار، وقتی اختلاف پتانسیل دو سر دیود  $3/6\text{ V}$  است، جریان  $1/8\text{ mA}$  از آن می گذرد، پس:

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{3/6}{1/8 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^3 \Omega = 2\text{ k}\Omega$$

گام سوم: خواسته سؤال، اندازه و چگونگی تغییرات مقاومت الكتریکی دیود است:

$$\Delta R = R_2 - R_1 = 2 - 10 = -8\text{ k}\Omega$$

در نتیجه  $8\text{ k}\Omega$  کاهش می یابد.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۹

دو سر یک سیم مسی به جرم  $180 \text{ g}$  و طول  $2 \text{ m}$  را به اختلاف پتانسیل  $48 \text{ V}$  ولتی وصل می‌کنیم. در هر دقیقه چند الکترون از مقطع این سیم عبور می‌کند؟ (چگالی مس  $9 \text{ g/cm}^3$ ، مقاومت ویژه مس  $1/5 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  و  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$  است.)

$$10^{22} \text{ (۴)}$$

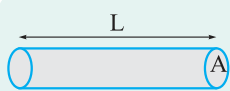
$$10^{21} \text{ (۳)}$$

$$6 \times 10^{22} \text{ (۲)}$$

$$6 \times 10^{21} \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۲

کرتس Box



اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

طول رسانا (m)  $\rightarrow L$   
مساحت مقطع جسم (m<sup>2</sup>)  $\rightarrow A$   
مقاومت ویژه (Ω.m)  $\rightarrow \rho$

چگالی، نسبت جرم به حجم جسم است؛ یکای آن در SI کیلوگرم بر متر مکعب ( $\text{kg/m}^3$ ) و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

جرم (kg)  $\rightarrow m$  و طول جسم (m)  $\rightarrow L$   
چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )  $\rightarrow \rho$  و سطح مقطع جسم (m<sup>2</sup>)  $\rightarrow A$   
حجم (m<sup>3</sup>)  $\rightarrow V$

تبدیل یکاهای مهم چگالی به یکای اصلی:

$$\frac{\text{g}}{\text{L}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 1000$$

$$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \div 1000$$

**گام اول:** به کمک رابطه چگالی مساحت سطح سیم را محاسبه می‌کنیم: (برای پرهیز از اشتباه، چگالی را با نماد  $\rho'$  و مقاومت ویژه را با نماد  $\rho$  نشان داده‌ایم.)

$$\rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho' L} = \frac{180 \times 10^{-3}}{9 \times 10^3 \times 2} = 10^{-5} \text{ m}^2$$

**گام دوم:** از برابری دو رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  و  $R = \frac{V}{I}$ ، جریان عبوری از سیم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow I = \frac{VA}{\rho L} = \frac{48 \times 10^{-5}}{1/5 \times 10^{-8} \times 2} = 160 \text{ A}$$

**گام سوم:** از ترکیب روابط  $q = ne$  و  $I = \frac{q}{\Delta t}$  داریم:

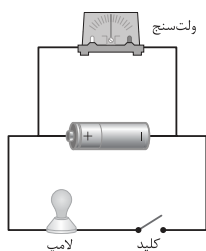
$$I = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{I \times \Delta t}{e} = \frac{160 \times 60}{1/6 \times 10^{-19}} = 6 \times 10^{22}$$

## پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۰

در مدار شکل زیر، ولتسنج آرمانی در حالت‌های کلید باز و کلید بسته، به ترتیب اعداد  $۱۰\text{ V}$  و  $۸\text{ V}$  را نشان می‌دهد. اگر مقاومت لامپ  $۴\ \Omega$  باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



$$۰/۵\ (۱)$$

$$۱\ (۲)$$

$$۱/۵\ (۳)$$

$$۲\ (۴)$$

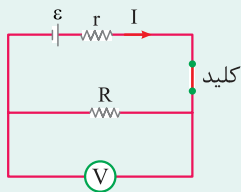
### پاسخ: گزینه ۲

### درسی Box

(۱) در رساناهای اهمی مقاومت الکتریکی در ولتاژهای متفاوت و در دمای ثابت همواره مقدار ثابتی است. در واقع در وسیله‌هایی که از قانون اهم پیروی می‌کنند، نسبت اختلاف پتانسیل به جریان عبوری همواره مقداری ثابت است. این مقدار ثابت را مقاومت الکتریکی رسانا می‌نامند:

اختلاف پتانسیل (V)  $\rightarrow R = \frac{V}{I}$   $\leftarrow$  مقاومت الکتریکی ( $\Omega$ )  
جریان عبوری (A)  $\rightarrow$

(۲) ولتسنج در مدار به صورت موازی با اجزای مدار بسته می‌شود و اختلاف پتانسیل اجزایی که با ولتسنج موازی هستند را نشان می‌دهد. مثلاً در مدار مقابل داریم:



ولتسنج هم با مقاومت R و هم با باتری موازی بسته شده است، پس اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را نشان می‌دهد.

$$V = IR$$

$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{\text{اگر کلید قطع شود و جریان عبوری از باتری صفر شود}} V = \varepsilon$$

گام اول: در حالتی که کلید باز است چون جریان در مدار برقرار نیست، طبق رابطه  $V = \varepsilon - Ir$ ، ولتسنج آرمانی دقیقاً نیروی محرکه باتری ( $\varepsilon$ ) را نشان می‌دهد:

$$\varepsilon = ۱۰\text{ V}$$

گام دوم: در حالتی که کلید بسته است، ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت را نشان می‌دهد، پس به کمک قانون اهم، جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{۸}{۴} = ۲\text{ A}$$

حالا طبق رابطه  $V = \varepsilon - Ir$ ، مقاومت درونی باتری به دست می‌آید:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow ۸ = ۱۰ - ۲r \Rightarrow r = ۱\ \Omega$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۱ یک باتری با نیروی محرکه  $\varepsilon = 12 \text{ V}$  به دو سر یک مقاومت  $4 \Omega$  اهمی وصل است. اگر توان خروجی باتری  $16 \text{ W}$  باشد، مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

کارت Box

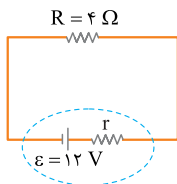
توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی کل منهای توان تلف‌شده:

$$P_{\text{خروجی}} = \underbrace{\varepsilon I}_{\text{توان اتلافی باتری کل}} - \underbrace{rI^2}_{\text{توان تلف‌شده}}$$

مطابق شکل توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت برابر است؛ بنابراین:

$$P = RI^2 \Rightarrow 16 = 4I^2 \Rightarrow I = 2 \text{ A}$$

$$P_{\text{باتری}} = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow 16 = 12 \times 2 - r \times 4 \Rightarrow r = 2 \Omega$$

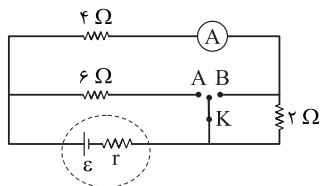


پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۲

در مدار شکل زیر، اگر کلید K به نقطه A وصل شود، آمپرسنج آرمانی A  $1/75$  و اگر به نقطه B وصل شود، آمپرسنج A  $2/8$  را نشان می‌دهد. اگر کلید K به هیچ کدام از دو نقطه A و B متصل نباشد، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



را نشان می‌دهد؟

۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۲/۲۵ (۳)

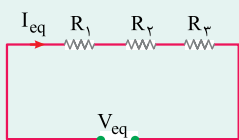
۲/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

(۱) به هم بستن مقاومت‌ها:

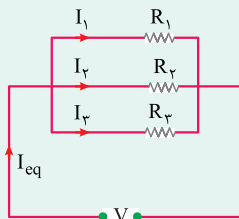
درس‌Box

(الف) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



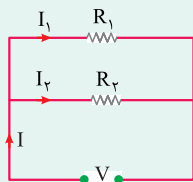
$$\left. \begin{aligned} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

(ب) اتصال موازی: مطابق شکل، در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



$$\left. \begin{aligned} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

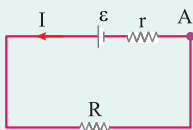
با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، داریم:



$$V_1 = V_2 = V \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

یعنی جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

(۲) در مدار مقابل، با یک دور کامل می‌توانیم فرمول جریان الکتریکی را پیدا کنیم:



$$V_A - Ir + \varepsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

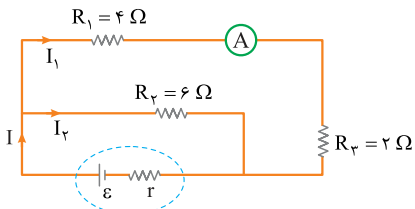


۳) اگر دو سر یک مقاومت توسط یک سیم به هم وصل شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مدار را در حالتی که کلید به نقطه A وصل است، بررسی می‌کنیم:



مقاومت معادل را محاسبه می‌کنیم:

$$R_1 \text{ و } R_3 \text{ متوالی: } R' = R_1 + R_3 = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$R_2 \text{ و } R' \text{ موازی: } R_{eq} = \frac{R' \times R_2}{R' + R_2} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3 \Omega$$

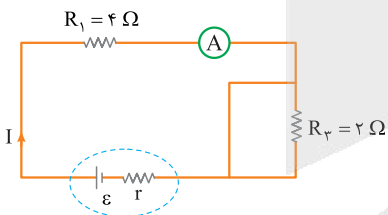
همان‌طور که از محاسبات بالا مشخص است، مقاومت دو شاخه موازی با هم برابر است، پس جریان الکتریکی کل به نسبت مساوی بین دو شاخه تقسیم شده، یعنی:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I_1 = I_2} I = 2I_1 = 2 \times 1/75 = 3/5 \text{ A}$$

حالا رابطه جریان کل را می‌نویسیم:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3/5 = \frac{\epsilon}{3 + r} \Rightarrow 10/5 + 3/5r = \epsilon \quad (1)$$

گام دوم: مدار را در حالتی که کلید به نقطه B وصل است بررسی می‌کنیم:



در این حالت مقاومت  $R_2$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، پس جریان عبوری از آمپرسنج همان جریان کل مدار است:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2/8 = \frac{\epsilon}{4 + r} \Rightarrow 11/2 + 2/8r = \epsilon \quad (2)$$

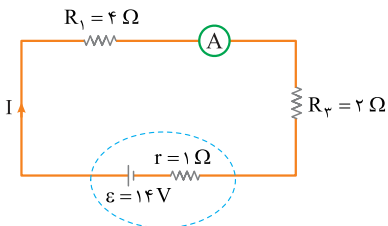
گام سوم: از برابر قراردادن معادلات (۱) و (۲)، نیروی محرکه باتری و مقاومت درونی باتری را به دست می‌آوریم:

$$11/2 + 2/8r = 10/5 + 3/5r \Rightarrow 0/7 = 0/7r \Rightarrow r = 1 \Omega$$

$$\xrightarrow{(1)} \epsilon = 10/5 + 3/5 \times 1 = 14 \text{ V}$$

گام چهارم: مدار را در حالتی که کلید به هیچ کدام از نقاط وصل نیست بررسی می‌کنیم، کافی است جریان عبوری از مدار را

محاسبه کنیم:

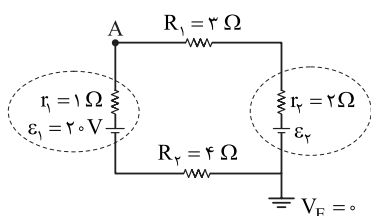


$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{14}{4 + 2 + 1} = 2 \text{ A}$$



در مدار شکل زیر، اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با ۱۵ V باشد، توان ورودی باتری (۲) چند وات است؟

۵۳



۸ (۱)

۹ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس: Box

توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی کل منهای توان تلف‌شده. در واقع هرگاه جریان از قطب منفی وارد باتری شود، باتری به مدار انرژی می‌دهد و داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \epsilon I - rI^2$$

$\downarrow$  توان کل باتری      $\downarrow$  توان اتلافی باتری

اگر باتری مصرف‌کننده انرژی باشد، توان ورودی آن برابر است با:

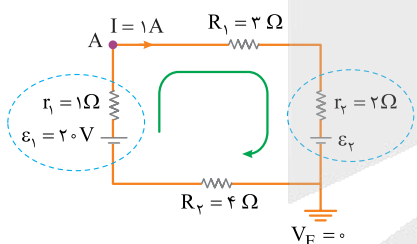
$$P_{\text{ورودی}} = \epsilon I + rI^2$$

**گام اول:** چون جهت جریان را نمی‌دانیم، از نقطه A در جهت پادساعتگرد به سمت نقطه زمین حرکت می‌کنیم تا اندازه جریان را به دست آوریم؛ اگر جریان مثبت به دست آمد، جهت جریان درست است و اگر منفی شد جهت را برعکس می‌کنیم:

$$V_A - IR_1 - \epsilon_1 - IR_2 = V_E \Rightarrow 15 - I - 20 - 4I = 0 \Rightarrow I = -1A$$

پس جهت جریان ساعتگرد است.

**گام دوم:** بار دیگر در جهت جریان از A به سمت زمین می‌رویم تا  $\epsilon_2$  را پیدا کنیم:



$$V_A - IR_1 - Ir_2 - \epsilon_2 = V_E$$

$$\Rightarrow 15 - 1 \times 3 - 1 \times 2 - \epsilon_2 = 0 \Rightarrow \epsilon_2 = 10V$$

**گام سوم:** توان ورودی باتری (۲) را محاسبه می‌کنیم:

$$P_2 = \epsilon_2 I + r_2 I^2 = 10 \times 1 + 2 \times 1 = 12W$$

اگره حواست نباشد که چون  $\epsilon_2 < \epsilon_1$  است، پس باتری (۲) مصرف‌کننده است و از رابطه  $P = \epsilon I - rI^2$  استفاده کنی، توی دام گزینه (۱) می‌افتی.

گول نخوری

۵۴ در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی، ۶۴ W تغییر می کند. نیروی محرکه باتری چند

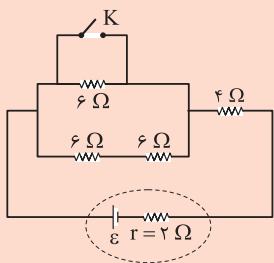
ولت است؟

۲۰ (۱)

۲۴ (۲)

۳۰ (۳)

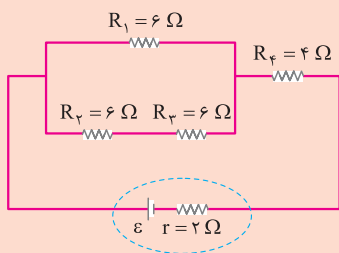
۳۶ (۴)



پاسخ: گزینه ۳

گام اول: مقاومت معادل را قبل از بستن کلید محاسبه می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



متوالی  $R_\psi$  و  $R_\psi$ :  $R' = 6 + 6 = 12 \Omega$

موازی  $R_1$  و  $R'$ :  $R'' = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega$

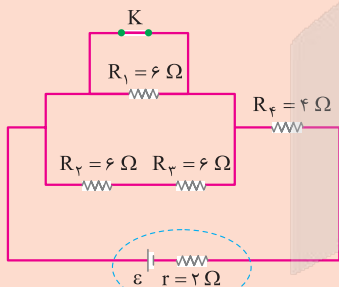
متوالی  $R''$  و  $R_\phi$ :  $R_{eq} = 4 + 4 = 8 \Omega$

گام دوم: جریان عبوری از مدار را بر حسب  $\epsilon$  نوشته و سپس به کمک رابطه  $P = RI^2$  توان مصرفی در مقاومت ۴ اهمی را بر حسب  $\epsilon$  می نویسیم:

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\epsilon}{8 + 2} = \frac{\epsilon}{10}$$

$$P = RI^2 = 4 \times \left(\frac{\epsilon}{10}\right)^2 = \frac{4\epsilon^2}{100} = \frac{\epsilon^2}{25}$$

گام سوم: بار دیگر مراحل بالا را برای حالتی که کلید بسته است تکرار می کنیم. با بستن کلید مقاومت های  $R_1$ ،  $R_\psi$  و  $R_\psi$  اتصال کوتاه می شوند، پس:



$$I' = \frac{\epsilon}{R_\phi + r} = \frac{\epsilon}{6}$$

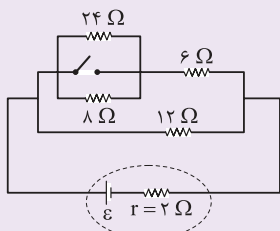
$$P' = RI'^2 = 4 \times \left(\frac{\epsilon}{6}\right)^2 = \frac{4\epsilon^2}{36} = \frac{\epsilon^2}{9}$$

گام چهارم: طبق اطلاعات سؤال، توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی، ۶۴ W تغییر می کند، پس:

$$P' - P = \frac{\epsilon^2}{9} - \frac{\epsilon^2}{25} = 64 \Rightarrow \frac{16\epsilon^2}{9 \times 25} = 64 \Rightarrow \epsilon = 30 \text{ V}$$

در مدار زیر با بستن کلید، توان مصرفی در مقاومت  $12\ \Omega$  اهمی،  $\frac{17}{3}\ \text{W}$  تغییر می کند. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

(سوال ۷۳۳ کنکور تیرری ۱۴۰۴ (فارج از کشور))



۳۶ (۱)

۲۴ (۲)

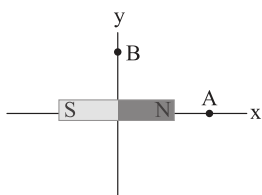
۱۲ (۳)

۸ (۴)



۵۵

در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای در صفحه و در راستای محور  $x$  قرار دارد. میدان مغناطیسی حاصل از این آهنربا در نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب از راست به چپ در چه جهتی است؟



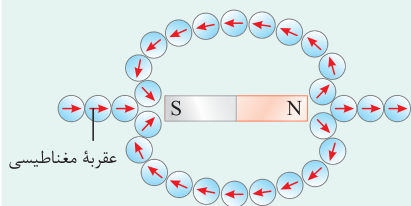
- (۱) در جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $x$
- (۲) در جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $y$
- (۳) در خلاف جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $x$
- (۴) در خلاف جهت محور  $x$ ، در جهت محور  $y$

پاسخ: گزینه ۲

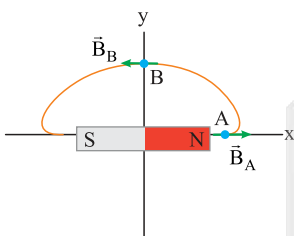
کرتی Box

خطوط میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه مغناطیسی اند.

در خارج آهنربا، خطوط میدان مغناطیسی از قطب  $N$  خارج و به قطب  $S$  وارد می‌شوند.



با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا، جهت‌گیری میدان مغناطیسی در نقاط  $A$  و  $B$  مشخص می‌شود:



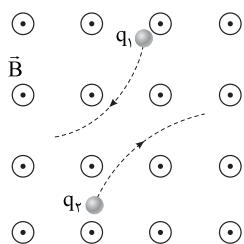
همان‌طور که مشخص است، در نقطه  $A$ ، میدان مغناطیسی در جهت محور  $x$  و در نقطه  $B$ ، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور  $x$  است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۶

شکل زیر مسیر حرکت دو ذره باردار با بارهای الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  در میدان الکتریکی یکنواخت و برون سوی  $\vec{B}$  را نشان می‌دهد. علامت بارهای  $q_1$  و  $q_2$  به ترتیب کدام است؟



- (۱) مثبت، مثبت
- (۲) منفی، منفی
- (۳) مثبت، منفی
- (۴) منفی، مثبت

پاسخ: گزینه ۱



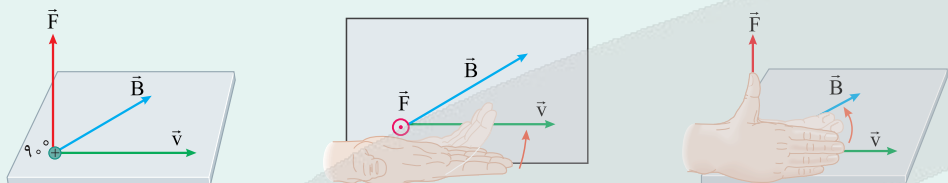
Hint

به کمک قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر ذره را پیدا کنید و با جهت انحراف ذره مقایسه کنید تا بار هر ذره مشخص شود.



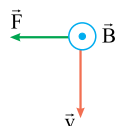
درس Box

تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت با استفاده از قاعده دست راست: اگر چهار انگشت دست راست را در جهت  $\vec{v}$  قرار دهیم، به گونه‌ای که جهت خم شدن چهار انگشت در جهت  $\vec{B}$  باشد، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی ( $\vec{F}$ ) را نشان می‌دهد.



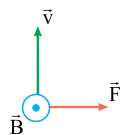
اگر بار ذره منفی باشد، جهت نیروی مغناطیسی را برعکس می‌کنیم. در واقع برای ذره با بار منفی می‌توانیم از دست چپ استفاده کنیم. جهت حرکت ذره در لحظه ورود به میدان مغناطیسی جهت  $v$  را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی ( $\vec{B}$ ) را هم که داریم، پس به کمک قاعده دست راست جهت نیروی مغناطیسی را پیدا می‌کنیم؛ اگر با جهت نیروی وارد بر ذره (جهت انحراف ذره) منطبق بود، بار ذره مثبت است و اگر برعکس بود، بار ذره منفی است.

پاسخ خیلی تشریحی



قاعده دست راست برای ذره  $q_1$ :

چون ذره  $q_1$  به سمت چپ منحرف شده و با جهت نیروی مغناطیسی هم‌جهت است.  $q_1$  مثبت است.

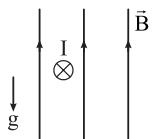


قاعده دست راست برای ذره  $q_2$ :

چون ذره  $q_2$  به سمت راست منحرف شده و با جهت نیروی مغناطیسی هم‌جهت است.  $q_2$  مثبت است.



در شکل زیر، قطعه سیمی به طول  $80 \text{ cm}$ ، حامل جریان الکتریکی درون سوی  $I = 5 \text{ A}$  در میدان مغناطیسی یکنواخت رو به بالای  $B = 2 \text{ T}$  قرار دارد. اگر در این لحظه اندازه نیروی خالص وارد بر این سیم،  $10 \text{ N}$  باشد. جرم این قطعه سیم چند گرم و نیروی خالص وارد بر آن در کدام جهت است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



(۲)  $0.200$

(۴)  $0.200$

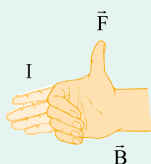
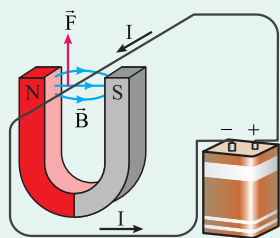
(۱)  $0.600$

(۳)  $0.600$

پاسخ: گزینه ۱

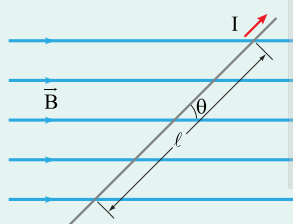
درس: Box

اورستد با انجام آزمایش‌هایی نشان داد که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان نیرو وارد می‌کند. این نیرو بر راستای سیم و بر راستای میدان مغناطیسی عمود است. جهت این نیروی مغناطیسی را می‌توان به کمک قاعده دست راست به صورت زیر تعیین کرد:



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت به عامل‌های زیر مربوط است:

$$F = ILB \sin \theta$$



I: جریان الکتریکی (A)

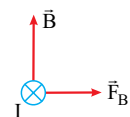
L: طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد. (m)

B: میدان مغناطیسی (T)

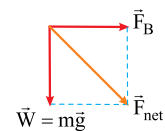
$\theta$ : زاویه‌ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد.

گام اول: جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان را با قاعده دست راست مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: نیروی وزن رو به پایین و نیروی مغناطیسی به سمت چپ است، پس به کمک رابطه فیثاغورس، جرم سیم را به دست می‌آوریم:



$$F_B = ILB \sin \theta = 5 \times 0.8 \times 2 \times \sin 90 = 8 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_B + \vec{W} \Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{F_B^2 + W^2} \Rightarrow 10^2 = \sqrt{8^2 + W^2} \Rightarrow W = 6 \text{ N}$$

$$W = mg \Rightarrow 6 = 10 m \Rightarrow m = 0.6 \text{ kg} = 600 \text{ g}$$



در شکل زیر، ذره باردار با بار الکتریکی  $q = -4\mu\text{C}$  از نقطه‌ای در کنار سیم حامل جریان برون سوی  $I$ ، با تندی  $20\text{ m/s}$ ، در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی سیم در محل پرتاب ذره برابر با  $500\text{ G}$  باشد، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار در لحظه پرتاب، چند میکرونیوتون و در کدام جهت است؟

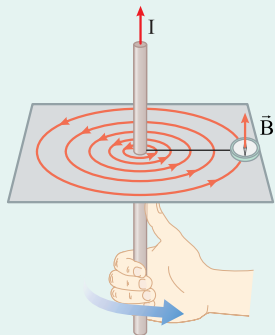
- ۰.۴ (۱)       ۰.۴ (۲)  
 ۰.۴ (۳)       ۰.۴ (۴)



پاسخ: گزینه ۴

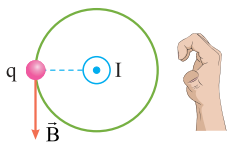
کارت Box

(۱) یک سیم حامل جریان الکتریکی در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که جهت این میدان به کمک قاعده دست راست مشخص می‌شود. به این صورت که اگر انگشت شست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت خم شدن انگشتان دست راست، جهت میدان مغناطیسی اطراف سیم را نشان می‌دهد.

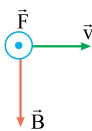


(۲) بزرگی میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست با فاصله از آن رابطه عکس و با اندازه جریان رابطه مستقیم دارد.

گام اول: جهت میدان مغناطیسی سیم حامل جریان را در محل ذره به کمک قاعده دست راست مشخص می‌کنیم:



گام دوم: به کمک قاعده دست راست (چون بار ذره منفی است از دست چپ استفاده می‌کنیم) جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار را تعیین می‌کنیم:



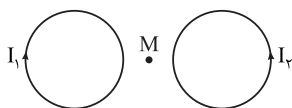
گام سوم: اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$F = qvB \sin \theta = 4 \times 10^{-6} \times 20 \times 500 \times 10^{-3} \times \sin 90 = 4 \times 10^{-6} \text{ N} = 4 \mu\text{N}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، اندازه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌های حامل جریان  $I_1$  و  $I_2$  در نقطه  $M$ ، به ترتیب برابر با  $2\text{ G}$  و  $3\text{ G}$  است. میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $M$ ، چند گاوس و در کدام جهت است؟



(۲)  $\odot 0.1$

(۱)  $\otimes 0.1$

(۴)  $\odot 0.5$

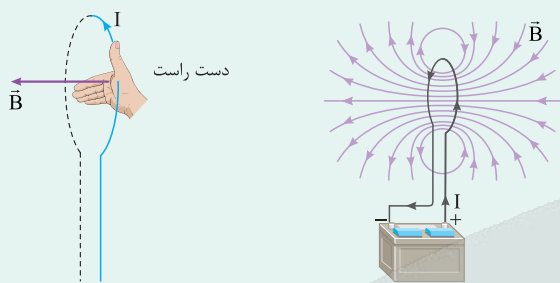
(۳)  $\otimes 0.5$

پاسخ: گزینه ۱

درس‌Box

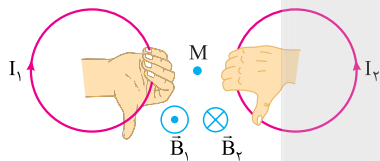
• میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه دایره‌ای حامل جریان:

مطابق شکل، در اطراف یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. همان‌طور که می‌بینید، خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه داخل حلقه به یکدیگر نزدیک‌ترند؛ یعنی میدان در این ناحیه قوی‌تر است. افزون بر این، در نقطه‌های روی محور حلقه، میدان موازی محور است. جهت خط‌های میدان مغناطیسی حلقه را می‌توان با قاعده دست راست مطابق شکل زیر نشان داد:



گام اول: جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر حلقه را در نقطه  $M$  مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: همان‌طور که در گام اول متوجه شدیم، میدان‌ها در نقطه  $M$ ، هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند، پس:

$$B_T = B_2 - B_1 = 3 - 2 = 1\text{ G}$$

میدان مغناطیسی خالص در نقطه  $M$  در جهت میدان بزرگ‌تر یعنی درون سواست.



۶۰. سیملوله‌ای آرمانی به طول ۳۰ cm دارای ۴۰۰ حلقه نزدیک به هم است. اگر جریان ۲۵۰ mA از سیملوله بگذرد،

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های آن چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

- ۴۰ (۱)      ۶۰ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

### پاسخ: گزینه ۲

داده‌ها را در رابطه  $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$  جای گذاری کنید تا B به دست آید.

Hint

اندازه میدان مغناطیسی در درون سیملوله و دور از لبه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

درسی Box

تعداد دورهای سیملوله      ضرب تراوایی مغناطیسی  $(\frac{T \cdot m}{A})$   
 جریان الکتریکی (A)  $\rightarrow$   $B = \frac{\mu_0 NI}{L}$       ← میدان مغناطیسی (T)  
 طول سیملوله (m)  $\rightarrow$

کافی است داده‌ها را در رابطه میدان مغناطیسی سیملوله جای گذاری کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 400 \times 250 \times 10^{-3}}{0.3} = 4 \times 10^{-4} T = 4 G$$

سیملوله‌ای آرمانی به طول ۱۰ cm دارای ۵۰۰ حلقه نزدیک به هم است. اگر جریان ۴۰۰ mA از سیملوله بگذرد،

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های آن چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

(سؤال ۷۴ کنکور تهرپی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

- ۱۲ (۱)      ۱/۲ (۲)      ۲۴ (۳)      ۲/۴ (۴)



کدام مورد درست است؟ (عنصرهای بور (B) و آرسنیک (As) شبه فلزند.)

- (۱) شمار عنصرهای فلزی دوره چهارم جدول دوره‌ای،  $2/6$  برابر مجموع شمار عنصرهای فلزی در دوره‌های دوم و سوم است.
- (۲) در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، دو عنصر شبه فلزی وجود داشته که همانند فلزها سطح صیقلی دارند و جریان برق را به خوبی عبور می‌دهند.
- (۳) با افزایش شعاع اتمی در گروه هالوژن‌ها، واکنش پذیری افزایش می‌یابد و از دو هالوژن نخست، تنها یکی از آن‌ها در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- (۴) عنصر M با عدد اتمی ۲۶، هشتمین عنصر واسطه و پُرکاربردترین فلز در جهان محسوب می‌شود.

### پاسخ: گزینه ۱

(۱) نکات جدول زیر را درباره عناصر گروه ۱۴، خوب به خاطر بسپارید.

### درسی Box

نام و نماد عنصر	شکل ظاهری	خواص
کربن (C)		<ul style="list-style-type: none"> <li>در دوره دوم جدول تناوبی قرار دارد و نافلز است.</li> <li>سطح این عنصر، تیره است و در اثر ضربه خرد می‌شود.</li> <li>رسانایی الکتریکی دارد، اما رسانایی گرمایی ندارد.</li> <li>در واکنش با دیگر اتم‌ها فقط می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد.</li> </ul>
سیلیسیم (Si)		<ul style="list-style-type: none"> <li>در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد و شبه فلز است.</li> <li>سطح صیقلی (براق) دارد، شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود.</li> <li>رسانایی الکتریکی کمی داشته، اما رسانایی گرمایی نسبتاً بالایی دارد.</li> <li>در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.</li> </ul>
ژرمانیم (Ge)		<ul style="list-style-type: none"> <li>در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد و شبه فلز است.</li> <li>سطح صیقلی (براق) دارد، شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود.</li> <li>رسانایی الکتریکی کمی داشته، اما رسانایی گرمایی نسبتاً بالایی دارد.</li> <li>در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارد.</li> </ul>
قلع (Sn)		<ul style="list-style-type: none"> <li>در دوره پنجم جدول تناوبی قرار دارد و فلز است.</li> <li>سطح صیقلی دارد و جامدی شکل پذیر یا چکش خوار است.</li> <li>رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد.</li> <li>در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.</li> </ul>
سرب (Pb)		<ul style="list-style-type: none"> <li>در دوره ششم جدول تناوبی قرار دارد و فلز است.</li> <li>سطح صیقلی دارد و جامدی شکل پذیر یا چکش خوار است.</li> <li>رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد.</li> <li>در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.</li> </ul>

(۲) هالوژن‌ها:

در گروه هالوژن‌ها از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری (خصلت نافلزی) کاهش می‌یابد:

$F_p > Cl_p > Br_p > I_p$ : واکنش پذیری (خصلت نافلزی)



● در جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن مقایسه شده است. با توجه به این جدول، دمای لازم برای انجام واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن، با افزایش عدد اتمی هالوژن، افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $200^{\circ}\text{C}$ - به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200^{\circ}\text{C}$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400^{\circ}\text{C}$ واکنش می‌دهد.

(۳) فلزهای واسطه دوره چهارم:

فلزهای واسطه در دوره‌های چهارم تا هفتم و در گروه‌های ۳ تا ۱۲ جدول دوره‌ای قرار دارند؛ بنابراین اولین سری از فلزهای واسطه، در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارند و دارای عددهای اتمی ۲۱ تا ۳۰ هستند. نماد شیمیایی همه این عناصر به‌جز وانادیم (V) از دو حرف تشکیل شده است.

Orbital	Element	Atomic Number
$3d^1$	Sc	21
$3d^2$	Ti	22
$3d^3$	V	23
$3d^5$	Cr	24
$3d^6$	Mn	25
$3d^6$	Fe	26
$3d^7$	Co	27
$3d^8$	Ni	28
$3d^9$	Cu	29
$3d^{10}$	Zn	30

دسته d

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): با توجه به شبه‌فلز بودن  $B$ ،  $Si$ ،  $Ge$ ،  $As$  و  $As$  در دوره‌های دوم تا چهارم، می‌توان دریافت که در دوره دوم، ۲ فلز ( $Li$  و  $Be$ )، در دوره سوم، ۳ فلز ( $Na$ ،  $Mg$  و  $Al$ ) و در دوره چهارم، ۱۳ فلز (عناصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۳) وجود دارد.

$$\frac{\text{شمار عنصرهای فلزی دوره چهارم}}{\text{مجموع شمار عنصرهای فلزی دوره‌های دوم و سوم}} = \frac{13}{2+3} = 2/6$$

گزینه (۲): در گروه ۱۴،  $Si$  و  $Ge$  دو شبه‌فلز هستند که مانند فلزها سطح صیقلی دارند، ولی رسانایی الکتریکی کمی دارند و جریان برق را به خوبی عبور نمی‌دهند.

گزینه (۳): با افزایش شعاع اتمی در هالوژن‌ها واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد. در ضمن در دمای اتاق، هر دو گاز فلوئور و کلر با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

گزینه (۴): پرمصرف‌ترین فلز در جهان، آهن ( $Fe$ ) است، اما این عنصر، ششمین فلز واسطه جدول محسوب می‌شود، زیرا در زیرلایه d خود، ۶ الکترون دارد.





۶۲

آرایش الکترونی کاتیون  $M^{2+}$  به  $3d^1$  ختم می‌شود. با توجه به آن کدام مورد نادرست است؟

- (۱) واکنش:  $M(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow \dots$  انجام پذیر است.  
 (۲) عنصر  $M$  در گروه ۱۲ جدول دوره‌ای قرار داشته و هر عنصر واسطه قبل از آن، کاتیون‌هایی با بار متفاوت تشکیل می‌دهد.  
 (۳) افزون بر اتم عنصر  $M$ ، اتم ۷ عنصر هم‌دوره آن در سومین لایه خود دارای ۱۸ الکترون می‌باشند.  
 (۴) میان موقعیت عنصر  $M$  و دومین فلز قلیایی جدول، ۱۸ عنصر دیگر قرار دارند که تنها یکی از آن‌ها شبه‌فلز است.

۱۱ Na

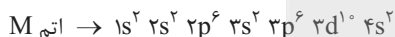
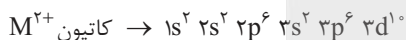
### پاسخ: گزینه ۲

در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است؛ پس اگر یک واکنش به ما بدهد که در دو طرفش به عنصر آزاد وجود داشته باشد و بگن این واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود، ما خیلی سریع می‌توانیم واکنش‌پذیری دو عنصر آزاد در دو طرف معادله را با هم مقایسه کنیم:



- به طور کلی واکنش‌پذیری فلزهای دسته S (گروه‌های ۱ و ۲) و فلز آلومینیم (از دسته p) از فلزهای واسطه بیشتر است.
- واکنش‌پذیری فلزهای واسطه‌ای مانند آهن و روی از فلزهای واسطه‌ای مانند مس، نقره و طلا بیشتر می‌باشد. در ضمن واکنش‌پذیری کربن (C) از واکنش‌پذیری فلزهای گروه‌های ۱ و ۲ و آلومینیم کم‌تر و از فلزهای واسطه بیشتر است. فاصله این‌که! باید مقایسه کلی زیر رو بلد باشین:

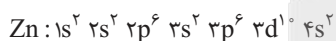
$Al > C > Zn > Fe > Cu > Ag > Au$  فلزهای گروه‌های ۱ و ۲: واکنش‌پذیری



عنصر  $M$  با عدد اتمی ۳۰ همان  $Zn$  است.

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): با توجه به این که واکنش‌پذیری  $Zn > Cu$  است، واکنش انجام پذیر است. ✓  
 گزینه (۲):



دوره ۴، گروه ۱۲ ←

- در دوره ۴ جدول تناوبی، قبل از  $Zn$ ، ۹ فلز واسطه قرار دارد که در بین آن‌ها،  $Sc$  (اسکاندیم) فقط کاتیون  $Sc^{3+}$  تشکیل می‌دهد. \*  
 گزینه (۳): تمامی عناصر دسته p بعد از  $Zn$  در دوره چهارم (۶ عنصر) و همچنین  $Cu$ ، ۲۹، در لایه سوم خود ۱۸ الکترون ✓ دارند. ( $3s^2 3p^6 3d^1$ )

- گزینه (۴): بین  $Zn$  و دومین فلز قلیایی ( $Na$ )، ۱۸ عنصر قرار دارد و در بین این عناصر تنها یک شبه‌فلز ( $Si$ ) وجود دارد. ✓

تعداد عنصرهای بین دو عنصر با عدد اتمی مشخص، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

۱- تفاوت عدد اتمی  $A$  و  $B$  = تعداد عنصرها بین  $A$  و  $B$

$18 = (30 - 11) - 1 =$  تعداد عنصرها بین  $Zn$  و  $Na$



پاسخ خیلی تشریحی ✓



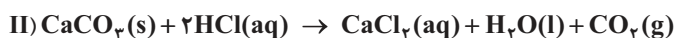
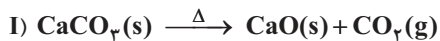


۶۳

با انجام واکنش کامل تجزیه  $m$  گرم کلسیم کربنات در یک ظرف در باز، جرم مواد جامد موجود در ظرف به میزان  $35/2$  گرم کاهش یافته است. اگر  $2m$  گرم کلسیم کربنات با خلوص  $75$  درصد با مقدار کافی هیدروکلریک اسید واکنش دهد، حجم گاز تولیدشده در شرایط STP کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نکرده‌اند).

$$(C = 12, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1})$$

یعنی  $35/2$  گرم گاز تولید می‌شود.



$$35/84 (4)$$

$$26/88 (3)$$

$$11/2 (2)$$

$$13/44 (1)$$

### پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مقدار  $m$  یا همان جرم کلسیم کربنات در واکنش (I) را به دست می‌آوریم. کاهش جرم مواد جامد موجود در ظرف، به دلیل تولید گاز  $CO_2$  است؛ بنابراین در این واکنش  $35/2$  گرم  $CO_2$  تولید شده است:

$$CaCO_3 \text{ مولی جرم} = 40 + 12 + (3 \times 16) = 100 g.mol^{-1}$$

$$CO_2 \text{ مولی جرم} = 12 + (2 \times 16) = 44 g.mol^{-1}$$

$$35/2 g CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 mol CaCO_3}{1 mol CO_2} \times \frac{100 g CaCO_3}{1 mol CaCO_3} = 80 g CaCO_3 \Rightarrow m = 80 g$$

$$(II) \text{ در واکنش } CaCO_3 \text{ جرم} = 2m = 2 \times 80 = 160 g$$

(II)  $\Rightarrow$  محاسبه حجم گاز  $CO_2$  در واکنش

$$160 g CaCO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{75 g CaCO_3 \text{ خالص}}{100 g CaCO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 mol CaCO_3}{100 g CaCO_3} \times \frac{1 mol CO_2}{1 mol CaCO_3} \times \frac{22.4 L CO_2}{1 mol CO_2} = 26/88 L CO_2$$

استفاده از کسر تناسب:

په‌چور دیگه

$$(I) \text{ واکنش: } \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{m}{1 \times 100} = \frac{35/2}{1 \times 44} \Rightarrow m = 80 g$$

$$(II) \text{ واکنش: } \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{160 \times 75}{1 \times 100} = \frac{\text{حجم}}{1 \times 22.4/4}$$

$$\Rightarrow CO_2 \text{ حجم} = 26/88 L CO_2$$



۶۴

کدام نام می‌تواند برای یک هیدروکربن درست باشد؟

- (۲) ۴ - اتیل - ۳ - متیل پنتان  
(۴) ۳ - اتیل - ۴، ۳ - دی‌متیل هگزان

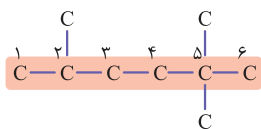
- (۱) ۵، ۲، ۵ - تری‌متیل هگزان  
(۳) ۴ - هگزن

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

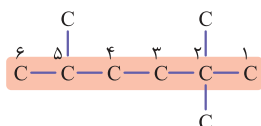
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): اول ساختار آلکان مورد نظر را رسم می‌کنیم:



نادرسته! شماره‌گذاری باید از سمت راست که زودتر به دومین شاخه فرعی می‌رسیم، انجام می‌شود! نه سمت چپ!

نام درست: ۲، ۲، ۵ - تری‌متیل هگزان



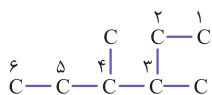
گزینه (۲):

اگر شمار اتم‌های کربن زنجیر اصلی در یک آلکان،  $n$  باشد، در نام آن نمی‌تواند ۱-متیل،  $n$ -متیل، ۱-اتیل، ۲-اتیل،  $n$ -اتیل و  $(n-1)$ -اتیل وجود داشته باشد؛ زیرا در هر یک از این حالت‌ها، متیل و اتیل حتماً جزء زنجیر اصلی هستند.



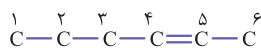
در ساختار پنتان ( $n = 5$ ) نمی‌توان ۴-اتیل داشت:

نام صحیح: ۳، ۴ - دی‌متیل هگزان

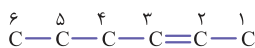


گزینه (۳): در آلکن‌ها شماره‌گذاری کربن‌ها از سمتی شروع می‌شود که زودتر به پیوند دوگانه می‌رسیم:

۴ - هگزن (نادرست است).



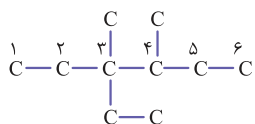
۲ - هگزن (درست است).



گزینه (۴):

۳ - اتیل، ۳، ۴ - دی‌متیل هگزان

(کاملاً درسته!)





جرم مولی آلکان A، کم‌تر از ۱۰۰ گرم بر مول می‌باشد. کدام مورد درباره آن، نادرست است؟

$$(H = 1, C = 12 : g.mol^{-1})$$

- (۱) این آلکان فاقد همپاری است که دارای یک شاخه فرعی اتیل می‌باشد.
- (۲) در دما و فشار اتاق، این آلکان می‌تواند به حالت مایع یا گاز باشد.
- (۳) درصد جرمی کربن در این آلکان به یقین از ۸۴ درصد کم‌تر است.
- (۴) اگر آلکان A سوخت فندک باشد، تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی نفتالن، برابر جرم مولی پنجمین آلکن خواهد بود.



### پاسخ: گزینه ۴

اول باید ببینیم این آلکان حداکثر چند اتم کربن می‌تواند داشته باشد:

$$C_nH_{2n+2} \text{ جرم مولی} = 12n + 2n + 2 < 100$$

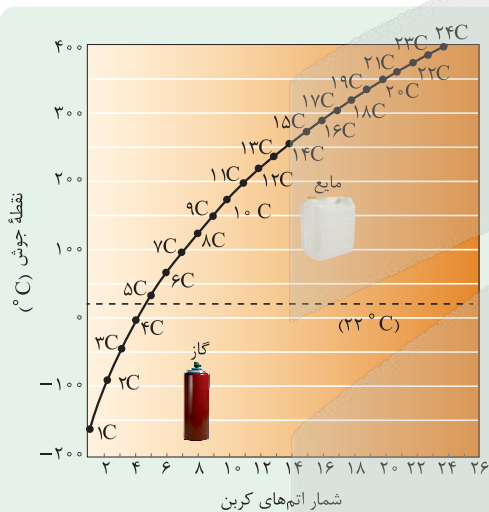
$$14n + 2 < 100 \Rightarrow n < 7 \Rightarrow n \leq 6$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): هیچ‌یک از آلکان‌های ۱ تا ۶ کربنه، نمی‌توانند دارای شاخه فرعی اتیل باشند. یک آلکان وقتی می‌تواند دارای شاخه فرعی اتیل باشد که زنجیر اصلی آن حداقل ۵ اتم کربن داشته باشد؛ بنابراین ساده‌ترین آلکان دارای شاخه فرعی اتیل، اتیل پنتان بوده که یک آلکان ۷ کربنه است.

گزینه (۲): در دمای اتاق، آلکان‌های ۱ تا ۴ کربنه به حالت گاز و آلکان‌های ۵ و ۶ کربنه نیز به حالت مایع هستند.

با توجه به نمودار مقابل، نقطه جوش چهار آلکان نخست، یعنی متان ( $CH_4$ )، اتان ( $C_2H_6$ )، پروپان ( $C_3H_8$ ) و بوتان ( $C_4H_{10}$ ) کم‌تر از صفر درجه سلسیوس است؛ پس این چهار آلکان در دمای  $22^\circ C$  گاز تشریف دارن!



گزینه (۳): در سنگین‌ترین آلکان ممکن در این سؤال، درصد جرمی کربن به صورت زیر است:

$$\text{درصد جرمی کربن در } C_6H_{14} = \frac{12 \times 6}{(12 \times 6) + (1 \times 14)} \times 100 = \frac{72}{86} \times 100 \approx 83.7\%$$

پس قطعاً از ۸۴٪ کم‌تر است. (با افزایش شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی کربن در آلکان‌ها افزایش می‌یابد.)

گزینه (۴): سوخت فندک همان بوتان ( $C_4H_{10}$ ) و فرمول مولکولی نفتالن به صورت  $C_{10}H_8$  می‌باشد:

$$\text{جرم مولی نفتالن} = (10 \times 12) + (8 \times 1) = 128 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی بوتان} = (4 \times 12) + (10 \times 1) = 58 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{اختلاف جرم مولی نفتالن و بوتان} = 128 - 58 = 70 \text{ g}$$

$$\text{جرم مولی پنجمین آلکن} \Rightarrow C_6H_{12} = (6 \times 12) + (12 \times 1) = 84 \text{ g.mol}^{-1}$$

هواستون باشه که اولین آلکن، دو کربنه است، پس پنجمین آلکن، ۶ اتم کربن دارد.

گول نخوری



۶۶ از سوختن کامل ۰/۲ مول از سبک‌ترین آلکان شاخه‌داری که مجموع اعداد در نام آن براساس قواعد آیوپاک برابر ۵ است، چند گرم کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ (C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol<sup>-1</sup>)

۶۱/۶ (۴)

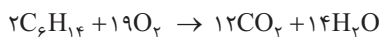
۵۲/۸ (۳)

۴۴/۰ (۲)

۲۶/۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

فرمول مولکولی: C<sub>۶</sub>H<sub>۱۴</sub> ⇒ ۲، ۳ - دی‌متیل بوتان C-C-C-C  
 سبک‌ترین آلکان با مجموع اعداد ۵ در نام آن  
 معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل این ترکیب این‌طور ریاست:



بریم برای محاسبه جرم CO<sub>۲</sub>:

استفاده از کسر تبدیل:

$$0.2 \text{ mol } C_6H_{14} \times \frac{12 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_6H_{14}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 52.8 \text{ g } CO_2$$

استفاده از کسر تناسب:

په‌چور دیگه

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{0.2}{C_6H_{14}} = \frac{x}{CO_2}$$

$$\frac{0.2}{2} = \frac{x}{44 \times 12} \Rightarrow x = 52.8 \text{ g } CO_2$$



۶۷ کدام مورد درست است؟

- (۱) برخلاف سایر انواع نفت خام، درصد نفت کوره در نفت سنگین کشورهای عربی از درصد هر کدام از اجزای دیگر آن بیشتر است.
- (۲) نفت سفید شامل آلکان‌هایی است که در ساختار مولکول خود حداکثر ۱۴ پیوند C—C دارند.
- (۳) یکی از راه‌های بهبود کارایی زغال سنگ، جذب  $SO_2$  خروجی از نیروگاه‌ها به کمک کلسیم اکسید است.
- (۴) نخستین شبه‌فلز گروه ۱۴، عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است و واکنش پذیری آن از عنصر نافلز هم گروه خود بیشتر است.

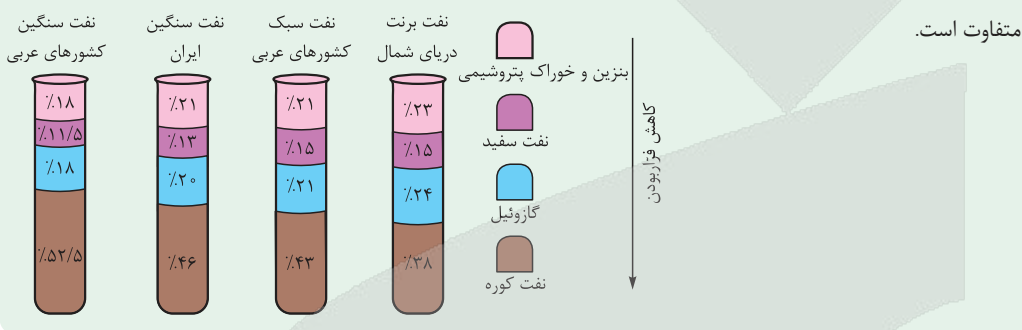
C

Si

پاسخ: گزینه ۲



(۱) سوخت هواپیما به طور عمده از نفت سفید تهیه می‌شود که شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن (۲۲ تا ۳۲ اتم هیدروژن) است. (۲) در «با هم بیندیشیم» صفحه ۴۴ کتاب درسی، با چهار نوع نفت خام آشنا می‌شویم که درصد هر یک از هیدروکربن‌ها در آن‌ها متفاوت است.



بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): درصد نفت کوره در تمام انواع نفت‌ها از بقیه اجزا بیشتر است. ✗
- گزینه (۲): در آلکان‌هایی با n اتم کربن، n-1 پیوند C—C وجود دارد. نفت سفید، آلکان‌هایی با حداکثر ۱۵ اتم کربن دارد؛ بنابراین حداکثر ۱۴ پیوند C—C در آن وجود دارد. ✓
- گزینه (۳): آلاینده خروجی از نیروگاه‌ها،  $SO_2$  است، نه  $SO_3$ ! ✗
- گزینه (۴): سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی و اولین شبه‌فلز گروه ۱۴ از واکنش زیر تهیه می‌شود:





فرمول مولکولی یک ترکیب آلی غیرحلقوی مشابه فرمول ۱ - پنتن است. کدام موارد درباره ویژگی ساختاری این

ترکیب به یقین درست است؟



(الف) شمار شاخه‌های فرعی در زنجیره کربنی مولکول آن برابر صفر است.

(ب) شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن، نصف شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول آن است.

(پ) شمار پیوندهای دوگانه در زنجیره کربنی مولکول آن برابر یک است.

(ت) شمار گروه‌های  $CH_3$  در ساختار آن، عددی فرد است.

(۴) فقط پ

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

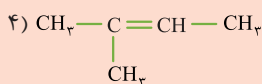
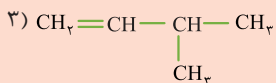
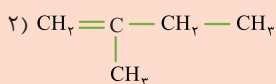
(۱) الف - ب

### پاسخ: گزینه ۴

تنها عبارت «پ» درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۱ - پنتن با فرمول مولکولی  $C_5H_{10}$  می‌تواند ایزومرهایی با ساختار زیر را داشته باشد:



بررسی عبارت‌ها:

(الف) با توجه به ساختارهای ۲، ۳ و ۴، این جمله نادرست است. \*

(ب) تعداد پیوند یگانه کربن - کربن در همه ساختارها برابر با ۳ و تعداد اتم‌های هیدروژن برابر با ۱۰ است. \*

(پ) کاملاً درست! ✓

(ت) در ساختارهای ۲، ۳ و ۴، دو گروه  $CH_3$  داریم. \*

فرمول مولکولی یک ترکیب آلی غیرحلقوی، مشابه فرمول مولکولی «هگزن» است. کدام مورد درباره ویژگی ساختاری

(سوال ۱۵۲ کنگور تهرنی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

این ترکیب، به یقین درست است؟

(۱) شمار پیوندهای دوگانه در زنجیره کربنی مولکول آن، برابر یک است.

(۲) شمار شاخه‌های فرعی در زنجیره کربنی مولکول آن، برابر صفر است.

(۳) شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن در زنجیره کربنی، نصف شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول آن است.

(۴) شمار پیوندهای کربن - هیدروژن در زنجیره کربنی، دو برابر شمار پیوندهای یگانه کربن - کربن در مولکول

آن است.



درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟ **۶۹**

- (۱) اتین و هیدروژن سیانید، هیدروکربن‌هایی هستند که در ساختار خود پیوند سه‌گانه دارند.  
 (۲) پروپین، دومین عضو خانواده آلکین‌ها است که اتم‌های کربن در آن دارای یک، دو یا سه اتم هیدروژن هستند.  
 (۳) آلکینی که شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های کربن بوتان برابر است، سومین عضو این خانواده محسوب می‌شود.  
 (۴) از واکنش سومین عضو خانواده آلکین‌ها با مقدار کافی گاز هیدروژن، چهارمین عضو خانواده آلکان‌ها تشکیل می‌شود.



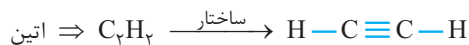
### پاسخ: گزینه ۴

گزینه (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها، درست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

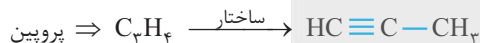
بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

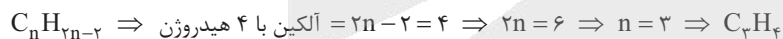
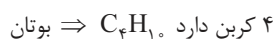


هر دو پیوند سه‌گانه دارند، اما HCN هیدروکربن نیست!

گزینه (۲): در مولکول پروپین، اتم کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

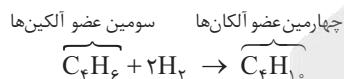


گزینه (۳):



پروپین، دومین عضو خانواده آلکین‌ها است.

گزینه (۴):





۷۰ چگالی یک آلکن گازی در شرایط STP برابر با  $2/5 \text{ g.L}^{-1}$  است. اگر ۱۱۲ گرم از این آلکن در واکنش با مقدار کافی

آب و اسید،  $1/5$  مول الکل تولید کند، بازده درصدی واکنش کدام است؟

۹۰ (۴)

۸۵ (۳)

۸۰ (۲)

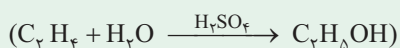
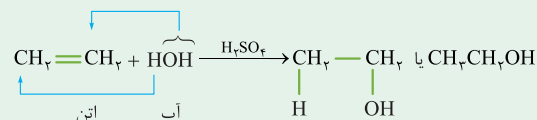
۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

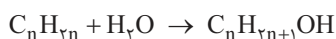


افزایش آب به آلکن‌ها: در این واکنش، آب در حضور کاتالیزگر اسیدی (سولفوریک اسید:  $\text{H}_2\text{SO}_4$ )، به آلکن‌ها اضافه شده و الکل سیرشده تولید می‌شود. برای نوشتن این نوع واکنش‌ها، کافی است اتم H را به یکی از اتم‌های کربن پیوند دوگانه و گروه OH را به کربن دیگر پیوند دوگانه متصل کنیم.

مثال با وارد کردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید، در شرایط مناسب، می‌توان اتانول تولید کرد:



ابتدا معادله واکنش آلکن با آب را می‌نویسیم:



با استفاده از استوکیومتری، مقدار نظری الکل را به دست می‌آوریم:

$$112 \text{ g آلکن} \times \frac{1 \text{ L آلکن}}{2/5 \text{ g آلکن}} \times \frac{1 \text{ mol آلکن}}{22/4 \text{ L آلکن}} \times \frac{1 \text{ mol الکل}}{1 \text{ mol آلکن}} = 2 \text{ mol الکل}$$

سپس با استفاده از مقدار عملی الکل که در صورت سؤال داده شده است، بازده درصدی را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 = \frac{1/5}{2} \times 100 = 75\%$$

پاسخ خیلی تشریحی



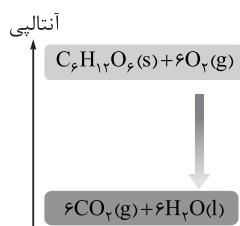
استفاده از کسر تناسب:

در حل مسائل بازده درصدی به روش کسر تناسب، همواره بازده درصدی را باید به صورت  $\frac{R}{100}$  در کسر مربوط به واکنش دهنده ضرب کنیم:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب الکل}} \rightarrow \text{حجم مولی} \times \text{چگالی} = \text{جرم مولی} \rightarrow \frac{112 \times \frac{x}{100}}{2/5 \times 22/4 \times 1} = \frac{1/5}{1} \Rightarrow \frac{112x}{100} = 84 \Rightarrow x = 75\%$$



نمودار زیر، به اکسایش گلوکز در بدن مربوط است. با توجه به آن، کدام مورد نا درست است؟



(۱) آنتالپی فراورده‌ها از آنتالپی واکنش دهنده‌ها کم‌تر است.

(۲) در انجام این فرایند، انرژی از محیط به سامانه انتقال می‌یابد.

(۳) نمودار فرایند هم‌دماشدن شیر با دمای  $60^\circ\text{C}$  در بدن، مانند نمودار روبه‌رو است.

(۴) دمای مواد واکنش دهنده پیش از آغاز واکنش، با مواد فراورده پس از واکنش،

به تقریب برابر است.

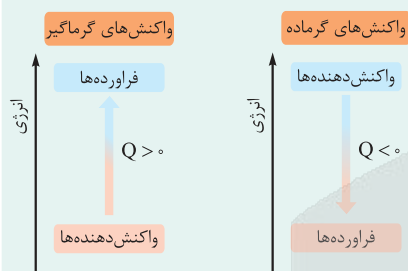
### پاسخ: گزینه ۲

واکنش‌های گرماده و گرماگیر:

کارت Box

هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد؛ اما یک ویژگی بنیادی و مشترک میان همه واکنش‌های شیمیایی، **دادوستد گرما با محیط پیرامون** است. به شاخه‌ای از علم شیمی که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تأثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد، **ترموشیمی** یا **همون گرماشیمی** می‌گویند.

واکنش‌ها نیز براساس این که در طی واکنش گرما آزاد شده یا گرما جذب شود، به دو دسته تقسیم می‌شوند:



در واکنش‌های گرماده، انرژی سامانه کاهش می‌یابد؛ از این‌رو انرژی فراورده‌ها از انرژی واکنش دهنده‌ها کم‌تر است؛ در حالی که این موضوع در واکنش‌های گرماگیر برعکس!

واکنش دهنده‌ها < فراورده‌ها: انرژی  $\Rightarrow Q + \text{فراورده(ها)} \rightarrow \text{واکنش دهنده(ها)}$  : واکنش‌های گرماده

واکنش دهنده‌ها > فراورده‌ها: انرژی  $\Rightarrow Q \rightarrow \text{فراورده(ها)} + \text{واکنش دهنده(ها)}$  : واکنش‌های گرماگیر

انرژی یک سامانه با پایداری آن رابطه عکس دارد؛ به عبارت دیگر، هر چه انرژی یک سامانه بیشتر باشد، آن سامانه ناپایدارتر است.

از آن‌جا که در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها کم‌تر است؛ بنابراین می‌توان گفت پایداری فراورده‌ها از پایداری واکنش دهنده‌ها بیشتر می‌باشد.

پایداری واکنش دهنده‌ها > پایداری فراورده‌ها  $\rightarrow$  سطح انرژی واکنش دهنده‌ها < سطح انرژی فراورده‌ها  $\rightarrow$  واکنش‌های گرماده

از طرفی در واکنش‌های گرماگیر، سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها بیشتر است؛ بنابراین می‌توان گفت، واکنش دهنده‌ها پایدارتر از فراورده‌ها هستند.

پایداری فراورده‌ها > پایداری واکنش دهنده‌ها  $\rightarrow$  سطح انرژی فراورده‌ها < سطح انرژی واکنش دهنده‌ها  $\rightarrow$  واکنش‌های گرماگیر

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): واکنش اکسایش گلوکز در بدن، گرماده و در آن آنتالپی فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها، کم‌تر است. ✓

گزینه (۲): اکسایش گلوکز، گرماده است و در آن انرژی از سامانه به محیط انتقال می‌یابد. ✗

گزینه (۳): فرایند هم‌دماشدن شیر با دمای  $60^\circ\text{C}$  در بدن، مانند اکسایش گلوکز، یک فرایند گرماده است. ✓

گزینه (۴): در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، دمای مواد واکنش دهنده با دمای مواد فراورده به تقریب برابر است. ✓

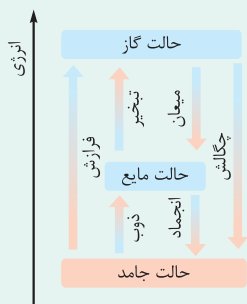
در فشار معین، کدام مورد همواره درست است؟

- (۱) آنتالپی فرایند انجماد یک ماده، برابر آنتالپی ذوب آن است.
- (۲) اگر آنتالپی فرازش یک ماده برابر  $a$  و آنتالپی چگالش همان ماده برابر  $b$  باشد،  $|a| = |b|$  است.
- (۳) تغییر محتوای انرژی یک نمونه، طی فرایند میعان کم‌تر از انجماد است.
- (۴) طی فرایندهای فرازش، ذوب و تبخیر، انرژی گرمایی محیط افزایش می‌یابد.

### پاسخ: گزینه ۲

تغییر انرژی در تغییر حالت فیزیکی مواد:

کارت Box



تغییر حالت فیزیکی مواد خالص با تغییر انرژی همراه است. برخی از این تغییرها گرماگیر و برخی دیگر گرماده‌اند.

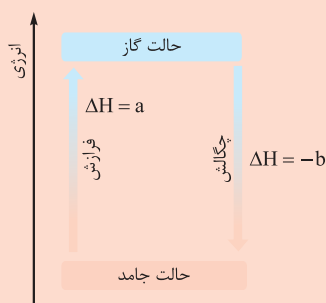
- تبدیل جامد به مایع:  $S \rightarrow L$ : ذوب
- تبدیل مایع به گاز:  $L \rightarrow G$ : تبخیر
- تبدیل جامد به گاز:  $S \rightarrow G$ : تصعید (فرازش)
- تبدیل مایع به جامد:  $L \rightarrow S$ : انجماد
- تبدیل گاز به مایع:  $G \rightarrow L$ : میعان
- تبدیل گاز به جامد:  $G \rightarrow S$ : چگالش

با توجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت که:

- انرژی یک ماده در حالت گاز بیشتر از حالت مایع و آن هم بیشتر از حالت جامد است.
- برای یک ماده خالص، میزان تغییر انرژی در دو فرایند تبخیر و میعان، دو فرایند انجماد و ذوب و هم‌چنین دو فرایند فرازش و چگالش با هم برابر است؛ به طور مثال در فشار ثابت مقدار انرژی مورد نیاز برای تبخیر مقدار معینی آب با مقدار انرژی آزاد شده از میعان همان مقدار بخار آب، یکسان است.
- تفاوت انرژی یک ماده در حالت‌های مایع و گاز، بیشتر از تفاوت انرژی آن ماده در حالت‌های جامد و مایع است.
- (مایع - جامد) > (گاز - مایع): تفاوت انرژی
- بنابراین می‌توان گفت انرژی مورد نیاز برای تبخیر مقدار معینی از یک ماده در حالت مایع، بیشتر از انرژی مورد نیاز برای ذوب همان مقدار ماده در حالت جامد است.
- انرژی موردنیاز برای ذوب > انرژی موردنیاز برای تبخیر: برای مقدار معینی از یک ماده خالص

تغییر محتوای انرژی، طی فرایندهای چگالش (تبدیل حالت گاز به جامد) و فرازش (تبدیل حالت جامد به گاز) مطابق شکل مقابل است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓





بنابراین فرایند چگالش، گرماده است ( $\Delta H < 0$ ) و طی آن  $Q$  کیلوژول انرژی از سامانه به محیط آزاد می‌شود ( $|\Delta H| = Q$ ). از طرفی فرایند فرازش، گرماگیر ( $\Delta H > 0$ ) و طی آن  $Q$  کیلوژول انرژی از محیط به سامانه منتقل می‌شود ( $\Delta H = Q$ ). بنابراین مقدار گرمای مبادله‌شده بین محیط و سامانه در این دو فرایند یکسان و برابر  $Q$  است؛ بنابراین:

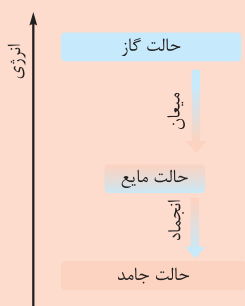
$$\left. \begin{aligned} \Delta H \text{ فرازش} = a &\Rightarrow |\Delta H \text{ فرازش}| = Q \Rightarrow |a| = Q \\ \Delta H \text{ چگالش} = -b &\Rightarrow |\Delta H \text{ چگالش}| = Q \Rightarrow |b| = Q \end{aligned} \right\} |a| = |b|$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): فرایند انجماد (تبدیل حالت مایع به جامد) گرماده است و  $\Delta H$  آن منفی است، در صورتی که فرایند ذوب (تبدیل حالت جامد به مایع) گرماگیر است و مقدار  $\Delta H$  آن مثبت است.

گزینه (۳): تغییر محتوای انرژی طی فرایندهای میعان و انجماد به صورت زیر است:

همان‌طور که مشاهده می‌فرمایید، تغییر محتوای انرژی طی فرایند میعان، بیشتر از انجماد است.



گزینه (۴): فرایندهای فرازش، ذوب و تبخیر فرایندهایی گرماگیر هستند. طی فرایندهای گرماگیر، انرژی گرمایی از محیط به سامانه منتقل می‌شود و در نهایت انرژی گرمایی سامانه، افزایش و انرژی گرمایی محیط کاهش می‌یابد.

(سوال ۹۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (فاز از کشور))

در فشار معین، کدام مورد همواره درست است؟

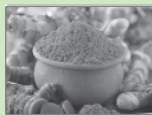
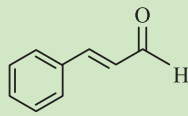
- ۱) آنتالپی تبخیر یک ماده، برابر با آنتالپی میعان آن است.
- ۲) آنتالپی میعان یک ماده، برابر با آنتالپی انجماد آن است.
- ۳) تغییر انرژی گرمایی در فرایند ذوب یک ماده، کم‌تر از تغییر انرژی گرمایی در فرایند فرازش آن است.
- ۴) تغییر انرژی گرمایی در فرایند چگالش یک ماده، کم‌تر از تغییر انرژی گرمایی در فرایند میعان آن است.

با توجه به فرمول ساختاری ترکیب‌های آلی موجود در زردچوبه و دارچین، کدام مطلب درست است؟

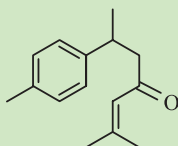
( $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )



دارچین



زردچوبه



(۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در ترکیب موجود در زردچوبه، با این نسبت در دومین عضو خانواده



آلکین‌ها برابر است.

(۲) ترکیب موجود در دارچین همانند ترکیب آلی موجود در میخک، یک کتون است.

(۳) شمار پیوندهای دوگانه هر دو ترکیب برابر است و محتوای انرژی آن‌ها یکسان است.



(۴) تفاوت جرم مولی این دو ترکیب، با جرم مولی ششمین عضو خانواده آلکن‌ها برابر است.

### پاسخ: گزینه ۱

آلدهیدها و کتون‌هایی که در کتاب درسی پوشش اشاره شده رو در جدول زیر براتون آوردیم.

نکته

ترکیب دارای گروه عاملی			نام ماده	چه گروه عاملی دارد؟
نام	فرمول مولکولی	فرمول ساختاری		
بنزآلدهید	$C_7H_6O$		بادام	آلدهیدی
دارچین	$C_9H_8O$		دارچین	آلدهیدی
۲- هپتانون	$C_7H_{14}O$		میخک	کتونی
زردچوبه	$C_{15}H_{20}O$		زردچوبه	کتونی

فرمول ترکیب موجود در زردچوبه،  $C_{15}H_{20}O$  است. از طرفی دومین عضو خانواده آلکین‌ها، سه اتم کربن دارد و فرمول آن،

$C_3H_4$  می‌باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{ترکیب موجود در زردچوبه: } \frac{\text{شمار C}}{\text{شمار H}} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, \quad \text{دومین عضو آلکین‌ها: } \frac{\text{شمار C}}{\text{شمار H}} = \frac{3}{4}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): زردچوبه و میخک، دارای گروه کتونی ( $-C(=O)-$ ) و دارچین و بادام، دارای گروه آلدهیدی ( $-C(=O)H$ ) هستند.

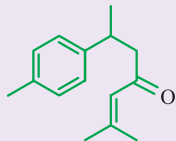
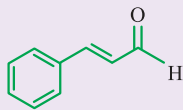
گزینه (۳): هر دو ترکیب دارای ۵ پیوند دوگانه هستند، ولی با توجه به متفاوت بودن ساختارشان، محتوای انرژی یکسانی ندارند.

گزینه (۴): فرمول ترکیب موجود در زردچوبه و دارچین به ترتیب به صورت  $C_{15}H_{20}O$  و  $C_9H_8O$  و فرمول ششمین عضو خانواده آلکن‌ها،  $C_7H_{14}$  است.

$$C_{15}H_{20}O - C_9H_8O = C_6H_{12} \neq C_7H_{14}$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

هر ساختار زیر یک ترکیب آلی موجود در آن ادویه را نشان می‌دهد. گروه‌های عاملی موجود در هر مولکول را مشخص کنید و نام آن‌ها را بنویسید.





کدام مورد درست است؟

۷۴

- (۱) در واکنش سوختن کامل اتان، سرعت متوسط مصرف اتان با سرعت واکنش برابر است.
- (۲) در نمودار مول - زمان برخی واکنش‌های شیمیایی، اندازه شیب نمودار برای تمام مواد شرکت‌کننده در واکنش با هم یکسان است.
- (۳) لیکوپن، هیدروکربنی سیرنشده و غیرحلقوی با فرمول  $C_{40}H_{56}$  و ۱۱ پیوند  $C=C$  است.
- (۴) شواهد نشان می‌دهد که  $\Delta H$  واکنش:  $2C(s) + O_2(g) \rightarrow 2CO(g)$  (گرافیت) را می‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

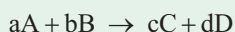
## پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱):

اگر ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده در یک واکنش، یکسان نباشند، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها متفاوت خواهد بود؛ به همین دلیل شیمی‌دان‌ها برای درک آسان پیشرفت واکنش در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام «سرعت واکنش» استفاده می‌کنند. سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادله موازنه‌شده، به دست می‌آید.



$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

معادله سوختن کامل اتان:  $2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 4CO_2 + 6H_2O$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(C_2H_6)}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} \neq \bar{R}(C_2H_6)$$

گزینه (۲): در یک واکنش، نمودار «مول یا غلظت - زمان» مربوط به فراورده‌ها صعودی و نمودار «مول یا غلظت - زمان» مربوط به واکنش‌دهنده‌ها نزولی است.



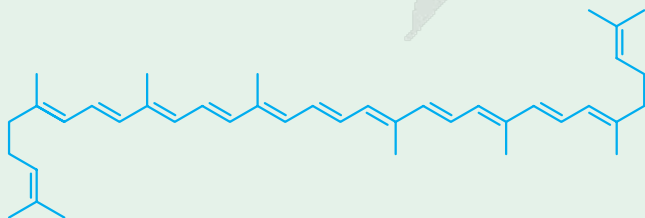
در مورد فراورده‌ها، شیب نمودار، سرعت متوسط تولید فراورده را نشان می‌دهد؛ اما در مورد واکنش‌دهنده‌ها از آن‌جا که شیب نمودار، عددی منفی است، قدرمطلق شیب، سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده‌ها را نشان می‌دهد.

سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ بنابراین اگر در واکنشی ضرایب استوکیومتری تمام مواد شرکت‌کننده یکسان باشد، اندازه شیب نمودار مول - زمان برای آن‌ها یکسان است.

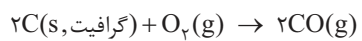
گزینه (۳): در ساختار لیکوپن، ۱۳ پیوند دوگانه وجود دارد.



- یکی از بازدارنده‌ها، لیکوپن بوده که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد.
- فرمول مولکولی لیکوپن  $C_{40}H_{56}$  بوده و ساختار آن به صورت زیر است، در ساختار این ماده، ۱۳ پیوند دوگانه وجود دارد.



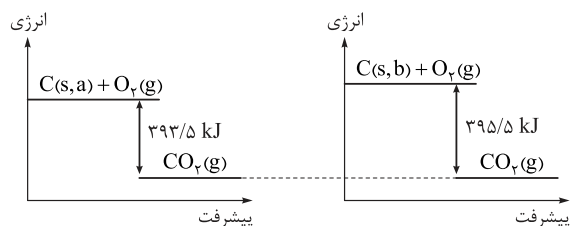
گزینه (۴): برخی واکنش‌ها را نمی‌توان به سادگی در آزمایشگاه انجام داد، به عبارت دیگر  $\Delta H$  آن‌ها را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. مانند واکنش سوختن ناقص گرافیت و تولید گاز کربن مونوکسید:





با توجه به نمودارهای زیر که مربوط به سوختن آلوتروپ‌های طبیعی کربن است، کدام گزینه نادرست است؟

$$(C = 12 \text{ g.mol}^{-1})$$



(۱) احتمال یافت شدن کربن در طبیعت به صورت آلوتروپ «a» بیشتر از «b» است.

(۲) تبدیل  $C(s,a) \rightarrow C(s,b)$ ، فرایندی گرماگیر بوده و با مصرف ۲ kJ گرما همراه است.

(۳) گرمای حاصل از سوختن ۳ گرم آلوتروپ «a» نسبت به گرمای حاصل از سوختن ۳ گرم آلوتروپ «b»،  $500^\circ$  ژول کمتر است.

(۴) در جرم یکسان، شمار اتم‌ها در آلوتروپ «b» بیشتر از آلوتروپ «a» است.

### پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): با توجه به نمودارها، سطح انرژی آلوتروپ «a» کمتر از «b» است؛ بنابراین پایداری آن بیشتر است و احتمال یافت شدن

«a» در طبیعت بیشتر است. در واقع آلوتروپ «a»، گرافیت و آلوتروپ «b»، الماس است. ✓

گزینه (۲): سطح انرژی  $C(s,b)$  به اندازه ۲ kJ بیشتر از سطح انرژی  $C(s,a)$  است؛ بنابراین برای تبدیل  $C(s,a) \rightarrow C(s,b)$

باید انرژی به اندازه ۲ kJ افزایش یابد و یک فرایند گرماگیر رخ دهد. ✓

گزینه (۳):

$$3 \text{ g a گرمای سوختن } 3 \text{ g a} \times \frac{1 \text{ mol a}}{12 \text{ g a}} \times \frac{393/5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol a}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 98375 \text{ J}$$

$$3 \text{ g b گرمای سوختن } 3 \text{ g b} \times \frac{1 \text{ mol b}}{12 \text{ g b}} \times \frac{395/5 \text{ kJ}}{1 \text{ mol b}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 98875 \text{ J}$$

بنابراین گرمای سوختن ۳ g آلوتروپ «a»، ۵۰۰ J کمتر از آلوتروپ «b» است.

می‌توانیم ابتدا تفاوت آنتالپی دو واکنش و سپس اختلاف انرژی مبادله‌شده به ازای ۳ گرم از آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$|\Delta H_b| = |\Delta H_a| = 395/5 - 393/5 = 2 \text{ kJ} = 2000 \text{ J}$$

$$3 \text{ g C} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{2000 \text{ J تفاوت انرژی}}{1 \text{ mol C}} = 500 \text{ J}$$

گزینه (۴): با توجه به برابری جرم مولی در هر دو آلوتروپ، در جرم یکسان از آن‌ها، مقدار مول و در نتیجه تعداد اتم‌ها برابر است.

په‌چور دیگه ✓



اگر درصد جرمی کربوهیدرات، چربی و پروتئین در یک ماده غذایی به ترتیب برابر  $40^\circ$ ،  $35^\circ$  و  $17^\circ$  باشد، ماده غذایی مورد نظر کدام است و اگر  $30^\circ$  درصد گرمای حاصل از سوزاندن دو عدد مغز گردو باعث گرم شدن  $1$  کیلوگرم آب با دمای  $25^\circ\text{C}$  شود؛ دمای نهایی آب بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ (هر عدد مغز گردو معادل  $7/5$  گرم و گرمای ویژه آب،  $4/2$  ژول بر گرم بر درجه سلسیوس است. سایر مواد موجود در خوراکی‌ها انرژی تولید نمی‌کنند.)

خوراکی	بادام زمینی	گردو	فندق	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ( $\text{kJ}\cdot\text{g}^{-1}$ )	۲۳	۲۸	۴۲	۱۷	۳۸	۱۷

(۱) بادام زمینی -  $55^\circ$

(۳) بادام زمینی -  $70^\circ$

(۲) فندق -  $55^\circ$

(۴) فندق -  $70^\circ$

### پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ببینیم از خوردن  $100$  گرم از این ماده، چه قدر انرژی به بدن می‌رسد:

$$\text{ارزش سوختی } 100 \text{ گرم ماده} = \underbrace{(40 \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}})}_{\text{کربوهیدرات}} + \underbrace{(35 \text{ g} \times \frac{38 \text{ kJ}}{1 \text{ g}})}_{\text{چربی}} + \underbrace{(17 \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}})}_{\text{پروتئین}} = 2299 \text{ kJ}$$

$$\text{ارزش سوختی } 1 \text{ گرم ماده} = 1 \text{ g} \times \frac{2299 \text{ kJ}}{100 \text{ g}} = 22/99 \text{ kJ} \approx 23 \text{ kJ}$$

ماده ← بادام زمینی است.

برای قسمت دوم سؤال، باید انرژی حاصل از سوختن دو عدد مغز گردو را محاسبه کنیم:

$$2 \text{ گردو} \times \frac{7/5 \text{ g گردو}}{1 \text{ گردو}} \times \frac{28 \text{ kJ}}{1 \text{ گردو}} \times \frac{30}{100} = 126 \text{ kJ} = 126000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 126000 \text{ J} = 1000 \text{ g} \times 4/2 \times (\theta_f - 25) \Rightarrow \theta_f = 55^\circ\text{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به واکنش‌های زیر، هرگاه طی مدت ۲۰ دقیقه از تجزیه مقدار آب اکسیژنه مطابق واکنش III، ۵/۶ لیتر گاز  $O_2$  در شرایط STP تولید شده باشد، گرمای آزاد شده بر حسب کیلوژول و سرعت واکنش بر حسب  $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$  به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



$$1/25 \times 10^{-3} \cdot 98 \quad (2)$$

$$1/25 \times 10^{-3} \cdot 49 \quad (1)$$

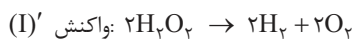
$$1/25 \times 10^{-2} \cdot 49 \quad (4)$$

$$1/25 \times 10^{-2} \cdot 98 \quad (3)$$

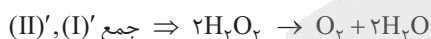
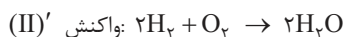
### پاسخ: گزینه ۴

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای قسمت اول سؤال، باید با کمک قانون هس،  $\Delta H$  واکنش سوم را به دست آوریم. در واکنش مورد نظر،  $H_2O_2$  با ضریب ۲ در سمت چپ معادله واکنش قرار دارد؛ بنابراین باید معادله واکنش (I) را معکوس و در ۲ ضرب کنیم.



واکنش (II) در ۲ ضرب می‌شود تا  $H_2O$  واکنش مد نظر ساخته شود:



$$\Delta H_r = (-\Delta H_1 \times 2) + (\Delta H_2 \times 2) = (-(-188) \times 2) + (-286 \times 2) = -196 \text{ kJ}$$

حالا مقدار گرما را به ازای ۵/۶ لیتر گاز اکسیژن محاسبه می‌کنیم:

$$5/6 \text{ L } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 \text{ L } O_2} \times \frac{196 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } O_2} = 49 \text{ kJ}$$

در قسمت دوم سؤال، برای محاسبه سرعت واکنش از سرعت  $O_2$  استفاده می‌کنیم. ابتدا باید مقدار مول  $O_2$  که تولید می‌شود را محاسبه کنیم:

$$5/6 \text{ L } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{22/4 \text{ L } O_2} = 0/25 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}(O_2) = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/25 \text{ mol}}{2 \text{ min}} = 0/0125 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R} \text{ واکنش} = \frac{\bar{R}(O_2)}{1} = 0/0125 = 1/25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$



کدام موارد درست است؟

الف) افزودن مقداری آب به ظرف واکنش، سبب کاهش سرعت واکنش  $\text{Fe(s)} + 2\text{HCl(aq)} \rightarrow \text{FeCl}_2(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$  می‌شود.

ب) محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با استیک اسید در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد و افزایش دما تأثیر قابل توجهی در سرعت واکنش ندارد.

پ) بنزوئیک اسید، یک اسید آروماتیک است و سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شود را کاهش می‌دهد.

ت) با توجه به رابطه  $\frac{-\Delta nD}{\Delta t} = +\frac{\Delta nA}{\Delta t} = \frac{-\Delta nD}{\Delta t}$  (واکنش)  $R$ ، سرعت متوسط مصرف  $B$ ، برابر سرعت مصرف  $D$  و  $\frac{2}{3}$  برابر سرعت تولید  $A$  می‌باشد.

(۴) الف - ت

(۳) ب - ت

(۲) الف - پ

(۱) ب - پ

### پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

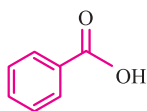
الف) در اغلب واکنش‌ها با افزایش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، تعداد برخوردها در واحد حجم افزایش یافته، در نتیجه سرعت افزایش می‌یابد و بالعکس با کاهش غلظت، سرعت کاهش می‌یابد. با افزودن آب، غلظت  $\text{HCl(aq)}$  کم شده و سرعت کاهش می‌یابد.

ب) افزایش دما، انرژی جنبشی ذره‌های شرکت‌کننده در واکنش را زیاد می‌کند؛ در نتیجه احتمال برخورد بین ذرات بیشتر شده و سرعت واکنش زیاد می‌شود.

محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم‌شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

پ) از بنزوئیک اسید که یک عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است، در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده استفاده می‌شود. نگهدارنده‌ها، سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهند.

فرمول مولکولی بنزوئیک اسید  $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$  و ساختار آن به صورت روبه‌رو است:



بنزوئیک اسید

در ساختار بنزوئیک اسید، یک حلقه بنزنی وجود دارد؛ بنابراین این ترکیب، آروماتیک محسوب می‌شود.

ت) با توجه به رابطه سرعت، معادله واکنش به صورت زیر است:



$$\frac{\bar{R}_B}{\bar{R}_D} = \frac{3}{1} \quad \text{و} \quad \frac{\bar{R}_B}{\bar{R}_A} = \frac{3}{2}$$



معادله واکنش تخمیر بی هوازی نیم لیتر محلول ۰/۰۴ مولار گلوکز به صورت  $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$  است. اگر سرعت متوسط مصرف گلوکز  $0.02 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  باشد، چند ثانیه طول می کشد تا واکنش متوقف شود و

حجم گاز  $CO_2$  تولیدشده در شرایط استاندارد بر حسب لیتر کدام است؟

(۱) ۰/۹۰ - ۱۶

(۲) ۰/۹۰ - ۲۰

(۳) ۰/۸۹۶ - ۱۶

(۴) ۰/۸۹۶ - ۲۰

### پاسخ: گزینه ۴

برای قسمت اول سؤال باید ببینیم چند ثانیه طول می کشد تا محلول گلوکز ۰/۰۴ مولار کامل تخمیر شود:

$$\bar{R}_{\text{گلوکز}} = \left( \frac{-\Delta[\text{گلوکز}]}{\Delta t} \right) \Rightarrow 0.02 = \frac{-([\text{گلوکز}]_2 - [\text{گلوکز}]_1)}{\Delta t} \Rightarrow 0.02 \times \Delta t = -(0 - 0.04) \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$$

با توجه به معادله واکنش از تخمیر ۱ مول گلوکز، ۲ مول گاز  $CO_2$  تولید می شود:

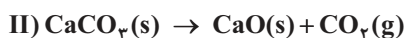
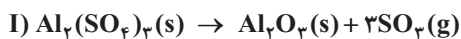
$$0.05 \text{ L محلول} \times \frac{0.04 \text{ mol گلوکز}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol گلوکز}} \times \frac{22.4 \text{ L } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 0.896 \text{ L } CO_2$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۸۰

با توجه به دو واکنش تجزیه زیر، اگر سرعت متوسط تولید  $\text{SO}_3$  برابر با سرعت متوسط تولید  $\text{CO}_2$  باشد، سرعت متوسط واکنش (I) چند برابر سرعت متوسط واکنش (II) است و در مدت زمان ۱۵ دقیقه، جرم  $\text{SO}_3$  تولیدشده، به تقریب چند برابر جرم  $\text{CO}_2$  تولیدشده است؟ (سرعت همه واکنش‌ها را برحسب مول بر دقیقه در نظر بگیرید و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ( $S = 32, O = 16, C = 12 : \text{g.mol}^{-1}$ )



$$2/73 - 1 \quad (2)$$

$$2/73 - \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$1/82 - 1 \quad (1)$$

$$1/82 - \frac{1}{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا نسبت سرعت‌های واکنش‌های (I) و (II) را برحسب ماده شرکت‌کننده  $\text{SO}_3$  و  $\text{CO}_2$  می‌نویسیم:

$$\frac{\bar{R}_{(I)}}{\bar{R}_{(II)}} = \frac{\bar{R}_{\text{SO}_3}}{\bar{R}_{\text{CO}_2}} \xrightarrow{\bar{R}_{\text{SO}_3} = \bar{R}_{\text{CO}_2}} \frac{\bar{R}_{(I)}}{\bar{R}_{(II)}} = \frac{1}{3}$$

برای قسمت دوم سؤال به صورت زیر عمل می‌کنیم و لازمه هواسمون به فرمول  $\left(\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \text{مول}\right)$  باشد.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{R}_{\text{SO}_3}}{\bar{R}_{\text{CO}_2}} &= \frac{\frac{\Delta n_{\text{SO}_3}}{\Delta t}}{\frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{\Delta t}} = 1 \Rightarrow \frac{\Delta n_{\text{SO}_3}}{(n_2 - n_1)} = \frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{(n'_2 - n'_1)} \xrightarrow[n_2 = n'_2]{n_1 = n'_1} \frac{\text{جرم SO}_3}{\text{جرم مولی SO}_3} = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{جرم مولی CO}_2} \\ &\Rightarrow \frac{\text{SO}_3 \text{ جرم}}{80} = \frac{\text{CO}_2 \text{ جرم}}{44} \Rightarrow \frac{\text{SO}_3 \text{ جرم}}{\text{CO}_2 \text{ جرم}} = \frac{80}{44} \approx 1/82 \end{aligned}$$

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

