

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



نیم سال دوم $\frac{3}{8}$



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی،
کل درس ۴: پیشامدهای مستقل
و وابسته)
صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(تبدیل‌های هندسی از ابتدای انتقال
تا انتهای درس ۱، کاربرد تبدیل‌ها
تا ابتدای مسائل پیدا کردن
کوتاه‌ترین مسیر)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم
تا انتهای فصل ۳)
مثلثات
(رادیان، نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی همان
محتوای انرژی است
تا انتهای آهنک واکنش)
صفحه‌های ۶۵ تا ۸۵

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

**جریان الکتریکی و مدارهای
جریان مستقیم
+ مغناطیس**
(تا ابتدای نیروی مغناطیسی
وارد بر سیم حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگه قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرنرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خرداد ماه





۱- هرگاه $\log_{ab}^2 = 3$ ، مقدار \log_{ab}^{ab} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

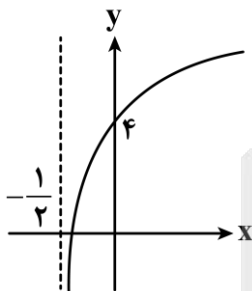
۲- اگر $\log_{12} = \frac{13}{18}$ باشد، حاصل \log_{64}^9 کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{16}{25}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۳- اگر یکی از جواب‌های معادله $\log_a^{\sqrt{x}} + \log_x^a = \frac{17}{4}$ برابر ۲۱۶ باشد، $\log_{\frac{a}{6}}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{3}$

۴- نمودار تابع $f(x) = 2 + \log_2(bx + a)$ شکل روبه‌رو است. مقدار $f^{-1}(5)$ چه عددی است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۵- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} < 0$

(۲) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 0/1 > 0$

(۳) اگر $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = -\log_3 x$ ، آن‌گاه $f \circ g(x)$ یک تابع همانی است.

(۴) نمودار توابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = \log_2 x$ در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

محل انجام محاسبات





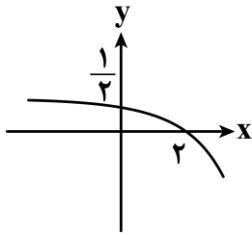
۶- لگاریتم عددی در مبنای ۳ از لگاریتم معکوس آن عدد در مبنای ۹ به اندازه ۱۲ واحد بیشتر است. لگاریتم این عدد در کدام مبنای برابر با $\frac{4}{3}$ است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸۱ (۳) ۲۴۳ (۴) ۷۲۹

۷- دامنه تابع $f(x) = \frac{\log_5(-x^2 + 2x + 99)}{2\sqrt{\log_2 x - \sqrt{8}}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) بی شمار

۸- نمودار تابع $f(x) = c + \log_4(ax + b)$ به صورت شکل مقابل است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۹- مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{2}{5}} \frac{2}{x} > \log_{\frac{2}{5}} \frac{25x}{x+1} + 2$ بازه (α, β) است. مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۰- مقدار ۶۶ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر هفته، $\frac{1}{100}$ جرم باقی مانده را از دست بدهد، پس از گذشت چند روز، ۶ گرم از آن عنصر، باقی می ماند؟ ($\log 3 \approx 0.47$ و $\log 11 \approx 1.04$)

- (۱) ۳۵۲ (۲) ۲۶۴ (۳) ۲۵۲ (۴) ۳۶۴

۱۱- کدام یک از نسبت های مثلثاتی زاویه $\alpha = 9 \text{ rad}$ از سایرین بزرگ تر است؟

- (۱) $\sin \alpha$ (۲) $\cos \alpha$ (۳) $\tan \alpha$ (۴) $\cot \alpha$

محل انجام محاسبات



۱۲- حاصل عبارت $A = \tan\left(\frac{39\pi}{4}\right) + \sin(51^\circ) \cdot \cos^2\left(\frac{29\pi}{3}\right)$ چند برابر حاصل عبارت $B = \sin^2 36^\circ + \sin^2 \frac{3\pi}{10}$ است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $-\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $-\frac{7}{8}$

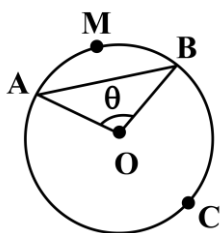
۱۳- مجموع دو زاویه از مثلثی برابر $\frac{7\pi}{15}$ رادیان و تفاضل آن‌ها برابر 6° است. بزرگ‌ترین زاویه این مثلث چند برابر کوچک‌ترین زاویه آن است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴- حاصل عبارت $A = \sin 81^\circ - \frac{2 \sin 19^\circ + \cos 28^\circ}{\sin 17^\circ + 2 \cos 8^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۵- در شکل مقابل، شعاع دایره برابر ۱۵ و مرکز آن نقطه O است. اگر طول کمان ACB برابر 25π باشد، فاصله مرکز دایره از ضلع AB کدام است؟



- (۱) $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۱۶- اگر $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 7\alpha\right) \tan\left(\frac{17\pi}{2} - 3\alpha\right)}{\cot(17\alpha) \cos(4\pi - 13\alpha)}$ کدام است؟

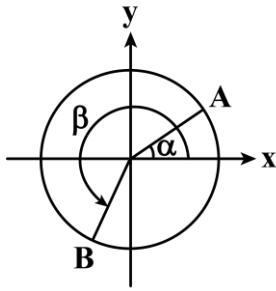
- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات





۱۷- در دایرهٔ مثلثاتی شکل مقابل، $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $\beta = \frac{4\pi}{3}$ است. طول پاره خط AB کدام است؟



(۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{3} + 1$

(۴) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

۱۸- فرض کنید $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ و k عدد صحیح باشد، اگر به ازای مقادیر مختلف k نقاط x روی دایرهٔ مثلثاتی را رئوس چندضلعی در نظر بگیریم، محیط این چندضلعی چه عددی است؟

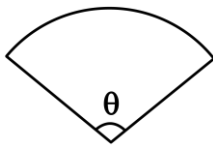
(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۲) $3\sqrt{3}$

(۱) $4\sqrt{3}$

۱۹- مخروطی با شعاع قاعدهٔ ۳ و ارتفاع $6\sqrt{2}$ را با یک برش از سطح جانبی به شکل گستردهٔ زیر تبدیل می‌کنیم. اندازهٔ زاویهٔ θ کدام است؟



(۲) $\frac{3\pi}{4}$

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۴) $\frac{5\pi}{6}$

(۳) $\frac{7\pi}{12}$

۲۰- اگر زوایای α و β متمم یکدیگر باشند، حاصل عبارت $A = \frac{\cos(2\alpha + \beta)\cos(2\alpha + 2\beta) - 1}{\tan\alpha \cot(\pi - \beta) - 1}$ کدام است؟

(۴) $-\cos^4 \alpha$

(۳) $-\sin^4 \alpha$

(۲) $\cos^4 \alpha$

(۱) $\sin^4 \alpha$

۲۱- دایره‌ای به شعاع واحد را با بردار انتقالی به اندازهٔ واحد منتقل می‌کنیم. مساحت ناحیهٔ محصور بین دایره و تصویرش کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{6}$

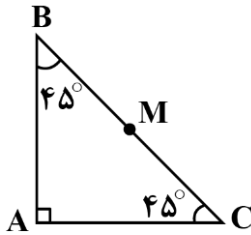
(۲) $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات



۲۲- نقطه M وسط وتر مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC واقع است. آن را به ترتیب نسبت به ضلع قائمه AB و سپس AC بازتاب می دهیم تا نقطه M' به دست آید. MM' با کدام گزینه هم اندازه است؟

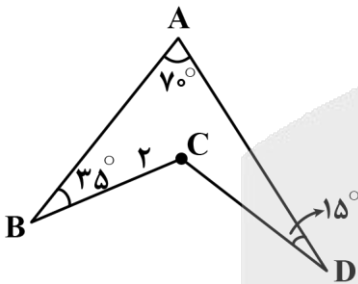


- (۱) $\frac{2BC}{3}$
 (۲) BC
 (۳) AC
 (۴) AB

۲۳- یک تجانس مستقیم و یک تجانس معکوس، قاعده کوچک یک دوزنقه را به قاعده بزرگ آن تصویر می کنند. اگر قاعده کوچک دوزنقه ۲، قاعده بزرگ ۵ و مساحت دوزنقه ۱۴۷ باشد، فاصله دو مرکز تجانس چقدر است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴) ۴۸

۲۴- قطعه زمینی به شکل زیر داریم. می خواهیم بدون تغییر دادن محیط و طول اضلاع مساحت زمین را تا حداکثر مقدار ممکن افزایش دهیم. برای این منظور از تبدیل بازتاب استفاده می کنیم. اگر میزان افزایش مساحت برابر با ۱ واحد مربع باشد، اندازه ضلع CD چقدر است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۲۵- نقطه G، محل هم‌رسی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است. رأس‌های A، B و C را در تجانس معکوس با نسبت k و با مرکز تجانس G تصویر می کنیم تا به ترتیب نقاط A', B' و C' تشکیل شوند. اگر مثلث A'B'C' از نقاط A، B و C بگذرد، مقدار k چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) $-\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات





۲۶- دسته‌ای کارت شامل ۳ کارت دو رو قرمز و ۷ کارت یک رو قرمز یک رو آبی است. کاردی را به تصادف از این دسته انتخاب می‌کنیم و یک روی آن را می‌بینیم. احتمال آن‌که این رو قرمز باشد، کدام است؟

$$(۱) \frac{۷}{۲۰} \quad (۲) \frac{۱}{۲} \quad (۳) \frac{۱۳}{۲۰} \quad (۴) \frac{۱۷}{۲۰}$$

۲۷- ظرفی شامل ۵ سیب قرمز و ۲ سیب سبز است. از این ظرف ۲ سیب به صورت پی‌درپی و با جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که هر دو سیب هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$(۱) \frac{۳۰}{۴۹} \quad (۲) \frac{۳۳}{۴۹} \quad (۳) \frac{۳۵}{۴۹} \quad (۴) \frac{۲۹}{۴۹}$$

۲۸- با تجربه‌های قبلی می‌دانیم احتمال گل زدن در هر پنالتی توسط رونالدو، ۷۵٪ است. احتمال این‌که در سه پنالتی حداکثر دو پنالتی گل شود، چقدر است؟

$$(۱) \frac{۳۷}{۶۴} \quad (۲) \frac{۳۵}{۳۶} \quad (۳) \frac{۳۱}{۶۴} \quad (۴) \frac{۲۹}{۶۴}$$

۲۹- عددی از مجموعه $\{۲۰۱, ۲۰۲, \dots, ۶۰۰\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر این عدد بر ۵ بخش‌پذیر باشد، چقدر احتمال دارد که بر ۳ بخش‌پذیر نباشد؟

$$(۱) \frac{۴۷}{۸۰} \quad (۲) \frac{۵۳}{۸۰} \quad (۳) \frac{۵۷}{۸۰} \quad (۴) \frac{۷۳}{۸۰}$$

۳۰- دو جعبه داریم. در جعبه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. به تصادف ۲ مهره از جعبه اول و ۳ مهره از جعبه دوم خارج کرده و در جعبه سوم که خالی است می‌اندازیم. سپس به تصادف از جعبه سوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. اگر ملاحظه کنیم سفید است احتمال آن‌که از جعبه اول آمده باشد، کدام است؟

$$(۱) \frac{۲}{۳} \quad (۲) \frac{۱}{۳} \quad (۳) \frac{۷}{۱۷} \quad (۴) \frac{۵}{۱۷}$$

محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon / @konkurbanks





آزمون های

آزمایشی

@konkurbanks



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



۳
نیم سال دوم
۸



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

آمار و احتمال

احتمال
(کل درس ۳: احتمال شرطی،
کل درس ۴: پیشامدهای مستقل
و وابسته)
صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۲

تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(تبدیل‌های هندسی از ابتدای انتقال
تا انتهای درس ۱، کاربرد تبدیل‌ها
تا ابتدای مسائل پیدا کردن
کوتاه‌ترین مسیر)
صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲

سهم در کنکور: —

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتم
(از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم
تا انتهای فصل ۳)
مثلثات
(رادیان، نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا)
صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۲

در پی غذای سالم
(از ابتدای آنتالپی همان
محتوای انرژی است
تا انتهای آهنک واکنش)
صفحه‌های ۶۵ تا ۸۵

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۲

**جریان الکتریکی و مدارهای
جریان مستقیم
+ مغناطیس**
(تا ابتدای نیروی مغناطیسی
وارد بر سیم حامل جریان)
صفحه‌های ۶۷ تا ۹۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگه قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرنرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خرداد ماه

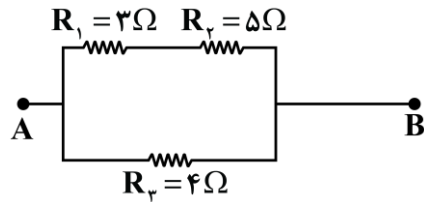




۳۱- یک گرمکن الکتریکی به مقاومت الکتریکی R را که جریان $5A$ در آن برقرار است، داخل گرماسنجی که حاوی $2kg$ آب $30^{\circ}C$ است، قرار می‌دهیم تا در مدت‌زمان یک دقیقه، دمای آب به $80^{\circ}C$ برسد. مقاومت الکتریکی R چند اهم است؟ (اتلاف انرژی ناچیز است، از تغییرات مقاومت در اثر تغییرات دما صرف‌نظر کنید و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}$)

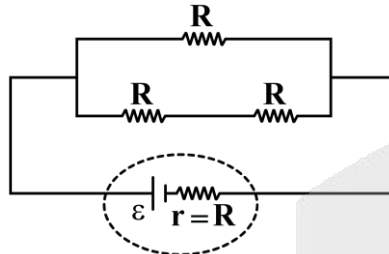
- (۱) ۲۸۰ (۲) ۱۴۰ (۳) ۴۲۰ (۴) ۷۰

۳۲- در مدار شکل زیر، حداکثر توان قابل تحمل مقاومت R_1 برابر با $75W$ و حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های R_2 و R_3 برابر با $100W$ است. حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی که می‌توان بین دو نقطه A و B برقرار کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، چند ولت است؟



- (۱) ۳۰ (۲) ۱۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۳۳- در شکل زیر، مقاومت‌ها یکسان و توان خروجی باتری برابر با $96W$ است. اگر این سه مقاومت را به صورت متوالی به دو سر همین باتری ببندیم، توان خروجی باتری چند وات می‌شود؟



- (۱) ۷۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۶۰

۳۴- دو لامپ با مقاومت‌های R_1 و R_2 را یک بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آن‌ها را هر بار به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه \mathcal{E} وصل می‌کنیم. نسبت جریان عبوری از باتری در حالت موازی به جریان عبوری از باتری در حالت متوالی، برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟

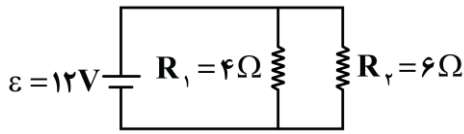
- (۱) ۱/۸ (۲) ۲/۸ (۳) ۳/۶ (۴) ۴/۶

محل انجام محاسبات



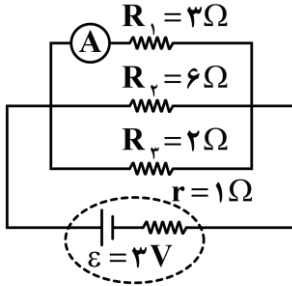


۳۵- در مدار شکل زیر، باتری، آرمانی است. جریان عبوری از مقاومت R_1 چند درصد جریانی است که از باتری می گذرد؟



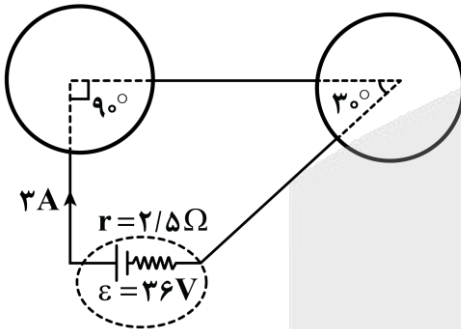
- (۱) ۳۳
- (۲) ۴۰
- (۳) ۶۰
- (۴) ۶۷

۳۶- در مدار شکل زیر، سه مقاومت به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده اند. جریانی که آمپرسنج نشان می دهد، چند آمپر است؟ (آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



- (۱) ۰/۲۵
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۰/۷۵
- (۴) ۱/۵

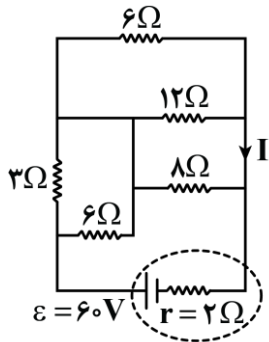
۳۷- با استفاده از یک سیم یکنواخت به طول L و مقاومت الکتریکی R دو حلقه مشابه ساخته و حلقه ها را مطابق شکل زیر به یک باتری وصل می کنیم. R چند اهم است؟



- (۱) ۱۸
- (۲) ۳۶
- (۳) ۷۲
- (۴) ۱۴۴

محل انجام محاسبات

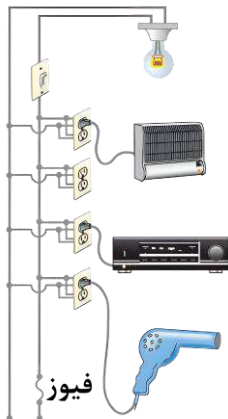




۳۸- در مدار شکل مقابل، جریان I چند آمپر است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۴/۵
- (۳) ۷
- (۴) ۵/۵

۳۹- یک لامپ رشته‌ای ۹۰W، یک بخاری برقی ۲۰۰۰W، یک دستگاه پخش صوت ۳۵۰W و یک سشوار ۱۳۰۰W مطابق شکل زیر به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰V وصل شده‌اند. فیوز این مدار باید حداکثر جریان چند



آمپر را تحمل کند؟

- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۷
- (۴) ۱۸

۴۰- وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۲۲۰V وصل می‌کنیم، جریان ۱۲A از آن می‌گذرد. اگر این بخاری به مدت ۵h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات‌ساعت برابر با ۵۰ تومان باشد، هزینه یک ماه مصرف این بخاری در فصل پاییز چند تومان می‌شود؟

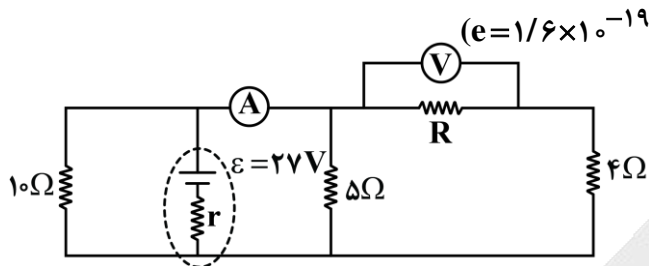
- (۱) ۱۳۲۰
- (۲) ۱۹۸۰
- (۳) ۱۳۲۰۰
- (۴) ۱۹۸۰۰

محل انجام محاسبات





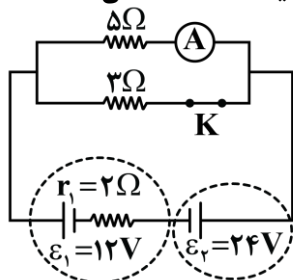
۴۱- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۹V را نشان می‌دهد. اگر تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت 10Ω در هر ۱۶s برابر با $1/5 \times 10^{20}$ باشد، عددی که آمپرسنج ایده‌آل بر حسب آمپر نشان می‌دهد و مقدار نسبت $\frac{R}{r}$ به ترتیب



از راست به چپ در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) ۳ و ۴/۵
- (۲) ۳ و ۶
- (۳) ۲ و ۴/۵
- (۴) ۲ و ۶

۴۲- در مدار شکل زیر، مقاومت داخلی آمپرسنج غیرآرمانی برابر با 1Ω است. با باز کردن کلید K، عدد نشان داده‌شده توسط آمپرسنج، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ۰/۵ و کاهش
- (۲) ۱/۵ و کاهش
- (۳) ۱/۵ و افزایش
- (۴) ۰/۵ و افزایش

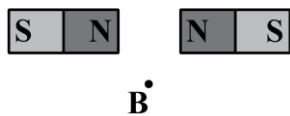
۴۳- کدام‌یک از گزینه‌های زیر به ترتیب از راست به چپ عبارت زیر را به‌درستی تکمیل می‌کند؟
 «قطب S یک عقربه مغناطیسی در میدان مغناطیسی در هر نقطه قرار می‌گیرد و هر جا تراکم خطوط میدان مغناطیسی کمتر باشد، میدان مغناطیسی، است.»

- (۱) جهت - قوی‌تر
- (۲) جهت - ضعیف‌تر
- (۳) خلاف جهت - قوی‌تر
- (۴) خلاف جهت - ضعیف‌تر

محل انجام محاسبات



۴۴- مطابق شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای، مشابه هستند. جهت میدان مغناطیسی در نقاط A و B به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



(۲) ↑، ↑

(۴) ↑، ↓

(۱) ↓، ↑

(۳) ↓، ↓

۴۵- کدام یک از موارد زیر در رابطه با میدان مغناطیسی زمین درست هستند؟

الف- قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین قرار دارد.

ب- قطب‌های مغناطیسی زمین پس از گذشت سالیان زیاد همچنان ثابت می‌مانند.

ج- قطب N یک عقربه مغناطیسی به سمت قطب جنوب مغناطیسی زمین است.

د- در داخل زمین، میدان مغناطیسی تقریباً به سمت قطب شمال جغرافیایی است.

(۴) «ج» و «د»

(۳) «الف» و «د»

(۲) «الف» و «ج»

(۱) «الف» و «ب»

۴۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5\mu\text{C}$ با تندی $2 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده شده درون میدان

مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی 2000G در حال حرکت است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره در

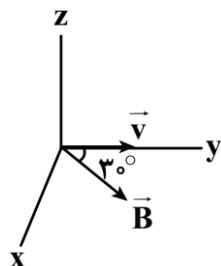
کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) 1mN و در خلاف جهت محور Z

(۲) 1mN و در جهت محور Z

(۳) 10mN و در خلاف جهت محور Z

(۴) 10mN و در جهت محور Z

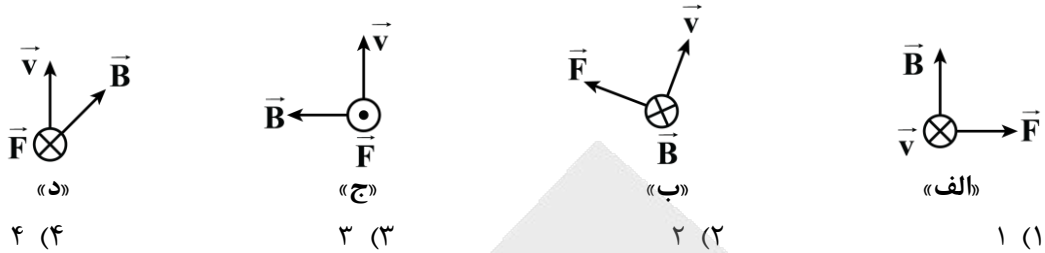


محل انجام محاسبات

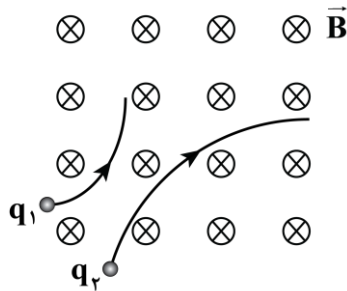




۴۷- در چه تعداد از شکل‌های زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت به درستی رسم شده است؟



۴۸- دو ذره با بارهای q_1 و q_2 که دارای جرم یکسانی هستند، با سرعت \vec{v} عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به درون میدان مغناطیسی پرتاب می‌شوند. اگر فقط تحت تاثیر نیروی مغناطیسی، مسیر حرکت هر دو ذره مطابق شکل زیر باشد، کدام گزینه در مورد بار دو ذره درست است؟



- (۱) $q_2 < 0, q_1 > 0$ و $|q_2| < |q_1|$
 (۲) $q_2 < 0, q_1 > 0$ و $|q_2| > |q_1|$
 (۳) $q_2 > 0, q_1 < 0$ و $|q_2| > |q_1|$
 (۴) $q_2 > 0, q_1 < 0$ و $|q_2| < |q_1|$

۴۹- پروتونی با سرعت \vec{v} عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی $5T$ در حال حرکت است. اگر از طرف

میدان مغناطیسی نیرویی به بزرگی $3/2 \times 10^{-17} N$ بر این پروتون وارد شود، اندازه سرعت \vec{v} چند کیلومتر بر ساعت

است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۷۲ (۴) ۱۴۴

۵۰- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} در حالت اول با سرعت \vec{v}_1 به بزرگی

$500 \frac{m}{s}$ و در حالت دوم با سرعت \vec{v}_2 به بزرگی $1000 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. اگر در حالت اول،

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره \vec{F} باشد، در حالت دوم نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بر حسب \vec{F} در کدام گزینه

به درستی آمده است؟



محل انجام محاسبات



۵۱- کدام گزینه درست است؟

- بسیاری از کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شوند که این پدیده نشان‌دهنده واکنش بسیار کند اکسایش سلولز کاغذ است.
- فلز پتاسیم برخلاف فلز سدیم با آب سرد به سرعت واکنش می‌دهد و در این واکنش نور بنفش رنگ و گرمای زیادی تولید می‌شود.
- قاووت، یکی از سوغات‌های کرمان، گردی مغزی بوده که نسبت به پسته و مغز آفتاب‌گردان با سرعت بیشتری فاسد می‌شود.
- مکان مناسب برای نگهداری مواد غذایی، جای سرد، روشن و خشک است تا از سرعت فاسدشدن آن‌ها بکاهد.

۵۲- کدام گزینه درست است؟

- سرعت تولید گاز کربن‌دی‌اکسید در واکنش قرص جوشان با آب با افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها و سطح تماس آن‌ها، افزایش می‌یابد.
- حذف فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها سبب افزایش زمان ماندگاری آن‌ها خواهد شد.
- در طی یک واکنش شیمیایی انفجار، جنبش نامنظم ذره‌های سازنده مواد موجود در واکنش کاهش می‌یابد.
- با گرم شدن، محلول بنفش رنگ پتاسیم منگنات در واکنش با یک اسید آلی به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

۵۳- یک واکنش گازی طی دو مرحله گرماده و گرماگیر انجام می‌شود. قدر مطلق آنتالپی مرحله بیشتر بوده و در واکنش کلی مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

- (۱) گرماده - گرماده (۲) گرماده - گرماگیر (۳) گرماگیر - گرماده (۴) گرماگیر - گرماگیر

۵۴- کدام گزینه عبارت «اگر واکنش $302(g) \rightleftharpoons 203(g)$ در جهت انجام شود،» را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

- تولید گاز اکسیژن - گرما از سامانه به محیط منتقل می‌شود.
- تولید گاز ناپایدارتر - ΔH واکنش هم‌علامت با آنتالپی فرایند فرازش یخ خشک است.
- تولید گاز اوزون - مجموع آنتالپی پیوندهای مواد موجود در ظرف واکنش، کاهش می‌یابد.
- کاهش شمار مول‌های گازی - همانند واکنش تبدیل گاز هیدرازین به آمونیاک، سطح انرژی مواد افزایش می‌یابد.

۵۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

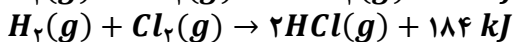
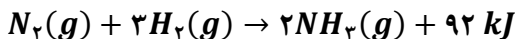
- در واکنش $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ با کاهش حجم ظرف، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- اضافه کردن آب به محلول واکنش پتاسیم پرمنگنات و اسید آلی، سرعت انجام واکنش را کاهش می‌دهد.
- با افزایش فشار در واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.
- با افزایش دما، سرعت واکنش هابر برخلاف واکنش سوختن متان افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات





۵۶- اگر در مجموع ۴ مول گاز هیدروژن طبق واکنش‌های زیر با مقدار کافی از گاز نیتروژن و گاز کلر واکنش دهد و در مجموع ۵۵۲ کیلوژول گرما آزاد شود، نسبت مقدار (مول) گاز کلر به گاز نیتروژن مصرف شده چقدر است؟



۵/۶ (۴)

۲/۸ (۳)

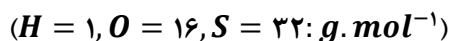
۸/۴ (۲)

۷ (۱)

۵۷- گرمای حاصل از انحلال یک کیلوگرم گاز گوگرد تری‌اکسید مطابق معادله



به تقریب چند کیلوگرم آب را تبخیر می‌کند؟



۰/۴۹ (۴)

۰/۹۸ (۳)

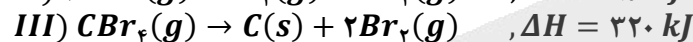
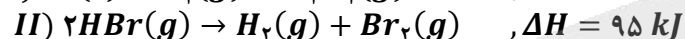
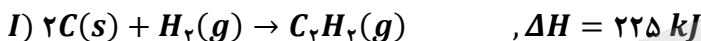
۰/۵۸ (۲)

۱/۱۷ (۱)

۵۸- کدام یک از گزینه‌های زیر میان دو ایزومر یکسان است؟

(۱) نقطه جوش (۲) چگالی در حالت گازی (۳) مجموع آنتالپی پیوندها (۴) واکنش پذیری

۵۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر:



آنتالپی واکنش شیمیایی $C_2H_2(g) + 5Br_2(g) \rightarrow 2CBr_4(g) + 2HBr(g)$ برابر چند کیلوژول است؟

-۹۶۰ (۴)

-۹۲۵ (۳)

-۱۱۵۰ (۲)

-۸۳۰ (۱)

۶۰- در واکنش سوختن یک آلکن، به ازای تولید یک مول گاز کربن دی‌اکسید، ۶۷۲ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. ارزش سوختی این ماده چقدر است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۴۲ (۴)

۴۵ (۳)

۴۸ (۲)

۵۱ (۱)

۶۱- کدام گزینه درباره بنزوئیک اسید نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۱) تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی دی‌اتیل اتر، برابر با ۴۸ گرم بر مول است.

(۲) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در توت‌فرنگی و تمشک وجود دارد.

(۳) با جایگزین کردن حلقه سیکلوهگزان به جای حلقه بنزنی در ساختار آن، شمار پیوندهای اشتراکی در آن دو واحد افزایش می‌یابد.

(۴) تفاوت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن و بنزالدهید برابر با شمار اتم‌های کربن بنزوئیک اسید بوده که به هیدروژن اتصال ندارند.

محل انجام محاسبات



۶۲- با توجه به جدول زیر ΔH واکنش موازنه نشده $CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g)$ بعد از موازنه، برابر چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

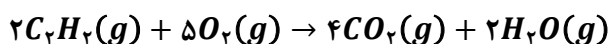
ماده	گاز هیدروژن	گاز متان	گاز اتان
ارزش سوختی ($kJ. g^{-1}$)	۱۴۳	۵۶	۵۲

(۱) -۴۶ (۲) -۸۹ (۳) +۵۴ (۴) +۳۱

۶۳- در واکنش تجزیه آب اکسیژنه که سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش دهنده است، گاز تولید می‌شود.

(۱) بیشتر - هیدروژن (۲) کمتر - اکسیژن (۳) بیشتر - اکسیژن (۴) کمتر - هیدروژن

۶۴- آنتالپی سوختن استیلن به دست آمده به کمک جدول زیر، چند کیلوژول با آنتالپی سوختن واقعی گاز استیلن تفاوت دارد؟ (آنتالپی سوختن استیلن در شرایط واکنش برابر -1256 کیلوژول بر مول است.)



پیوند	$C \equiv C$	$O = O$	$C = O$	$C - H$	$O - H$
آنتالپی پیوند ($kJ. mol^{-1}$)	۸۴۰	۴۹۵	۸۰۰	۴۱۵	۴۶۳

(۱) $37/5$ (۲) $43/5$ (۳) ۸۷ (۴) ۷۵

۶۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب‌های «الف» و «ب» نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)



(۱) ترکیب «الف» با ترکیب «ب» همپار بوده و نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن در هر یک از آن‌ها برابر ۶ است.

(۲) جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن هر گرم ماده «ب» برابر با جرم اکسیژن مصرف شده در سوختن یک گرم از ترکیب دیگر است.

(۳) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ترکیب «الف» در مقایسه با این شمار در بنزآلدهید موجود در بادام، یک واحد بیشتر است.

(۴) عامل بو و مزه ادویه دارچین همانند ترکیب «ب» دارای گروه عاملی آلدهیدی و ساختاری غیر آروماتیک است.

محل انجام محاسبات





۶۶- در کدام یک از گزینه‌ها تغییر انجام شده در سرعت واکنش، به علت عاملی متفاوت است؟

(۱) نفخ کردن بعد از مصرف حبوبات

(۲) سوختن الیاف آهن در اکسیژن خالص در مقایسه با هوا

(۳) استفاده از کپسول اکسیژن برای بیماران تنفسی

(۴) سرعت بیشتر واکنش در ابتدا نسبت به اواسط آن

۶۷- اگر ۲۵ گرم آمونیوم نیترات با خلوص ۸۰ درصد در یک گرماسنج لیوانی که محتوی ۵۰۰ گرم آب با دمای ۲۰°C مطابق

معادله $NH_4NO_3(s) + 28 kJ \rightarrow NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$ حل شود، دمای آب درون گرماسنج به تقریب به

چند درجه سلسیوس می‌رسد؟ (گرمای واکنش تنها صرف تغییر دمای آب می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه آب برابر با

$4/2$ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس است. $H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

(۴) ۱۷/۳۳

(۳) ۲۲/۶۷

(۲) ۱۶/۶۷

(۱) ۲۳/۳۳

۶۸- واکنش $Fe(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow Cu(s) + FeSO_4(aq)$ با قرار دادن یک قطعه فلزی از جنس آهن در یک

محلول مس (II) سولفات با غلظت ۰/۲ مولار و حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر رخ می‌دهد. چند مورد از تغییرات زیر می‌تواند

سرعت انجام واکنش مورد نظر را افزایش دهد؟

الف - افزایش دمای مواد شرکت‌کننده در واکنش

ب - استفاده از پودر فلز آهن به جای یک قطعه فلزی از آن

ج - استفاده از یک قطعه فلزی از جنس آلومینیم به جای فلز آهن

د - استفاده از محلول مس (II) سولفات با غلظت ۰/۴ مولار و حجم ۱۰۰ میلی‌لیتر

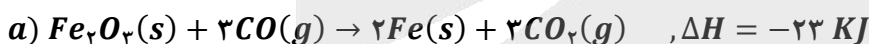
(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۶۹- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی زیر:



برای تولید ۷۰ گرم آهن از واکنش $FeO(s) + CO(g) \rightarrow Fe(s) + CO_2(g)$ کیلوژول گرما

می‌شود. ($Fe = 56 g. mol^{-1}$)

(۴) ۳۰ - تولید

(۳) ۱۳/۷۵ - تولید

(۲) ۳۰ - مصرف

(۱) ۱۳/۷۵ - مصرف

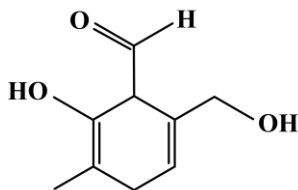
۷۰- در ترکیب مقابل، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر چقدر است؟

(۱) ۵

(۲) ۴/۵

(۳) ۵/۴

(۴) ۶



محل انجام محاسبات

@Tahlilazemoon / @konkurbanks





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۶ فروردین ماه

هندسه ۲

دایره (کل فصل ۱)
تبدیل های هندسی و کاربردها
(تبدیل های هندسی تا ابتدای انتقال)
صفحه های ۳۸ تا ۹

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱) / تابع (کل فصل ۲)
توابع نمایی و لگاریتم (تابع نمایی)
صفحه های ۷۹ تا ۱

فیزیک ۲

الکتريسيته ساکن + جريان الکتریکي ومدارهای
جریان مستقیم
(تا ابتدای توان در مدارهای الکتریکي)
صفحه های ۶۶ تا ۱

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات (کل فصل ۱)
احتمال (کل درس ۱: مبانی احتمال
و کل درس ۲: احتمال غیر هم شانس)
صفحه های ۴۷ تا ۱

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم (کل فصل)
در پی غذای سالم
(از ابتدای فصل تا انتهای گرما در واکنش های شیمیایی)
صفحه های ۶۵ تا ۱





تحليل

آزمون

@Tahlilazemmoon



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



نیم سال دوم $\frac{3}{8}$



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مهران جعفری - مائده بادان فیروز حمیدرضا ولی پور - یزدان نیک قدم وحید بهروزی - فؤاد خیرآبادی علی اسدی	محمد پورسعید - کیوان دارابی علیرضا شریف خطیبی	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
علیرضا ملک حسینی مروارید شاه حسینی	حسین عبدوی نژاد محمدجواد سورچی	محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد	فیزیک
محمد مهدی معظمی طاها حق بین - محمد دارابی جم معید ایری محمد داودآبادی فراهانی	علی ترابی - پرهام تیزپا فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی	علی ترابی	شیمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مائده بادان فیروز

زهره جعفری

مروارید شاه حسینی

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری



تخمین حدود و عددگذاری

در مقاله قبلی گفتیم؛ حذف گزینه یعنی وقتی جواب دقیق رو بلد نیستی، گزینه‌هایی که مطمئنی غلطاند رو با دلیل کنار بگذاری تا انتخاب برات راحت تر بشه. این کار باعث میشه سؤال از چهار گزینه به دو گزینه برسه و احتمال درست زدن بالابره. حتی اگه فقط بخشی از سؤال رو بلد باشی، می‌تونی از همون بخش برای حذف بعضی گزینه‌ها استفاده کنی و امتیاز بگیری. یه روش دیگه هم «فراوانی پاسخ» هستش که تو سؤال‌های چندقسمتی کمک می‌کنه از بین جواب‌های تکراری‌تر، گزینه درست رو پیدا کنی؛ البته این مهارت‌ها فقط با تمرین جواب میدن.

حالا توی این مقاله قراره دو روش دیگه رو هم با هم مرور کنیم: ۱- تخمین حدود ۲- عددگذاری

روش «تخمین حدود» چیه و چرا مهمه؟

توی سؤال‌های محاسباتی، خیلی وقت‌ها لازم نیست عددها رو تا آخرین رقم دقیق حساب کنی. طراح معمولاً گزینه‌ها رو طوری می‌چینه که با یه تخمین منطقی، دو تا گزینه سریع حذف بشن. به این کار می‌گیم «تخمین حدود»؛ یعنی قبل از اینکه وارد محاسبه ریز و طولانی بشی، حدود جواب رو حدس بزنی و ببینی تقریباً باید نزدیک چه عددی باشه. مثلاً وقتی می‌بینی توی سؤال ضرب و تقسیم عددهای بزرگ اومده، می‌تونی اون‌ها رو رُند کنی (گرد کنی). به جای ۱۹۸ بگی حدود ۲۰۰، به جای ۵۱ بگی حدود ۵۰. این کار باعث میشه ذهنت سریع بفهمه جواب حدوداً چند هزار یا چند صد میشه. حالا وقتی به گزینه‌ها نگاه می‌کنی، هر عددی که خیلی دور از این حدود باشه رو راحت حذف می‌کنی.

مثال: سؤال چهار گزینه‌ای

نیروی که از طرف زمین به جسمی با جرم ۵ کیلوگرم وارد می‌شود، چند برابر نیرویی است که از طرف ماه به جسمی با

جرم $5/3$ کیلوگرم وارد می‌شود؟

۵/۲ برابر

۱/۵ برابر

۷۵/۸ برابر

۶۵/۱۹ برابر

حل با روش تخمین حدود

فرمول نیرو $F = m \times g$

نیروی روی زمین $\approx 5 \times 10 = 50$

نیروی روی ماه $\approx 3/5 \times 1/6$

برای تخمین ساده‌تر:

۳/۵ رو حدود ۳ در نظر می‌گیریم

۱/۶ رو حدود ۲

پس: $3 \times 2 \approx 6$

یعنی نیروی ماه تقریباً ۶ می‌شه.

حالا نسبت:

$$8 \approx 6 \div 50$$

پس جواب درست: گزینه ۳ (حدود ۹ برابر)

نکته مهم اینه که تخمین حدود یعنی «هوشمندانه ساده کردن»، نه بی‌دقتی. باید بدونی داری بالا گرد می‌کنی یا پایین، و حواست باشه تخمینت خیلی از مقدار واقعی فاصله نگیره. این روش مخصوصاً توی کنکور و آزمون‌های زمان‌دار خیلی کمک می‌کنه، چون هم وقت ذخیره میشه هم ذهنت کمتر خسته می‌شه. بعضی وقتا تخمین‌ها به شکلی هست که دو تا گزینه رو از محدوده پاسخ خارج می‌کنه و تو شاید ترجیح بدی بین دو گزینه باقی‌مانده توی زمانی که داری یکی رو انتخاب کنی به جای اینکه پاسخ رو سفید رها کنی.

روش «عددگذاری» چیه؟

روش عددگذاری یعنی وقتی یه سؤال جبری یا حد و مشتق خیلی پیچیده به نظر میاد، به جای اینکه کل عبارت رو نمادین و طولانی ساده کنی، یه عدد مناسب به متغیر بدی و رفتار عبارت رو بررسی کنی. این روش مخصوصاً توی سؤال‌های حد، پیوستگی، علامت عبارت، مقایسه گزینه‌ها و حتی بعضی تست‌های مشتق خیلی نجات‌دهنده‌ست.

فلسفه‌ش ساده‌ست: **به جای جنگیدن با حروف، با عدد واقعی تست می‌کنی بین عبارت چه رفتاری داره.** البته شرط مهمش اینه که عددی انتخاب کنی که تو دام تعریف نشدن یا صفر شدن مخرج نیفتی.

مثال (حد راست و چپ - سطح سخت کنکور)

■ اگر $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) حد چپ و راست در ۲ برابرند و مشتق پذیر است
- (۲) حد چپ و راست در ۲ برابرند ولی مشتق پذیر نیست
- (۳) حد چپ و راست در ۲ نابرابرند
- (۴) مشتق راست و چپ برابرند

حل با روش عددگذاری

می‌خوایم رفتار تابع رو وقتی x به ۲ نزدیک میشه بررسی کنیم.

■ **گام اول:** از چپ عدد بذار

یه عدد کمتر از ۲ انتخاب می‌کنیم، مثلاً $1/9$ اون وقت:

$x=2-$ منفی می‌شه. قدر مطلقش مثبت می‌شه. پس صورت مثبت، مخرج منفی ← کل کسر $= -1$. یعنی حد چپ $= -1$

■ **گام دوم:** از راست عدد بذار



یه عدد بزرگ تر از ۲ انتخاب می کنیم، مثلاً ۲/۱

اینجا:

۲- X مثبت

قدر مطلقش هم مثبت

پس کل کسر = +۱

یعنی حد راست = +۱

نتیجه

حد چپ = -۱

حد راست = +۱

پس حد چپ و راست با هم برابر نیستند.

پس حد در ۲ وجود ندارد.

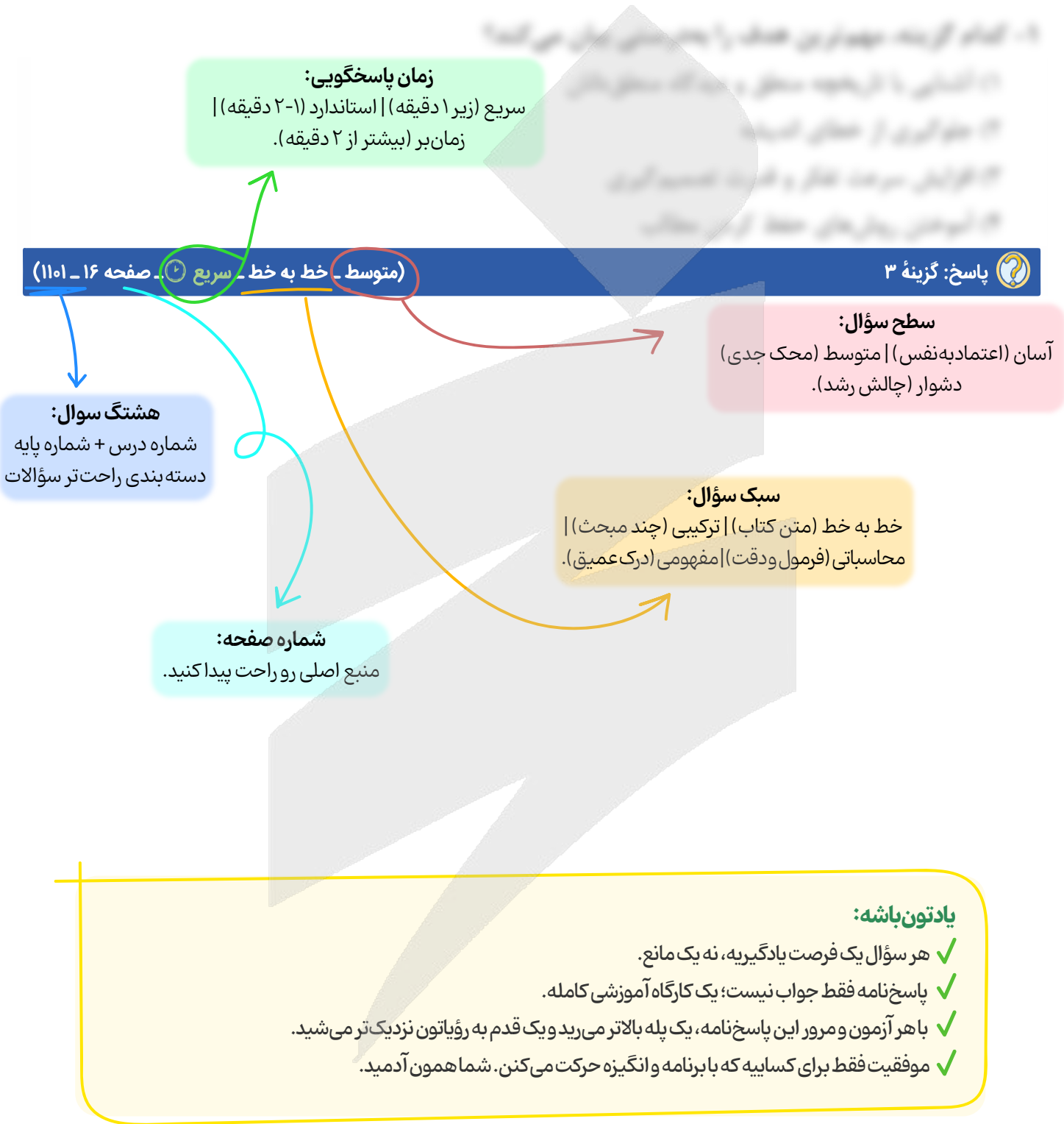
پس مشتق پذیری هم قطعاً ندارد.

جواب درست: گزینه ۳

توی این مقاله دو تاروش مهم تست زنی رو مرور کردیم:

- «تخمین حدود» یعنی قبل از انجام محاسبات طولانی، حدود جواب رو با گرد کردن عددها حدس بزنیم و گزینه های دور از محدوده رو حذف کنیم؛
- و «عددگذاری» یعنی توی سؤال های جبری یا حد و مشتق، به جای درگیری کامل با حروف، با انتخاب عدد مناسب رفتار عبارت رو بررسی کنیم.
- هر دو روش کمک می کنن سریع تر، منطقی تر و با مدیریت زمان بهتر به جواب برسیم.

راهنمای پاسخنامه آزمون ها



- یادتون باشه:**
- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
 - ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
 - ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می رید و یک قدم به رؤیایتون نزدیک تر می شید.
 - ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
QRcode بالا را اسکن کنید!

پاسخنامه ویدئویی آزمون

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتم (درس ۲ و ۳) + مثلثات (درس ۱ و ۲)، صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰۴
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای انتقال تا ابتدای کوتاه‌ترین مسیر)، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲
آمار و احتمال: احتمال (درس ۳ و ۴)، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۱: این مبحث در مجموع ۳ تست از ۱۰ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع ۱ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- هرگاه $\log_{ab} a^2 = 3$ ، مقدار $\log_{b^2} ab$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴)

(متوسط - ترکیبی - سریع) - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\log_{ab} a^2 = 3 \Rightarrow 2 \log_{ab} a = 3 \Rightarrow \log_{ab} a = \frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$\log_{ab} a + \log_{ab} b = \log_{ab} ab = 1$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{3}{2} + \log_{ab} b = 1 \Rightarrow \log_{ab} b = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \log_b ab = -2$$

$$\log_{b^2} ab = \frac{1}{2} \log_b ab = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

می‌دانیم:

بنابراین:

در نهایت خواهیم داشت:

قوانین لگاریتم

$$\log_p^m + \log_p^n = \log_p^{mn}$$

(الف) در جمع دو لگاریتم با مبنای یکسان، عددهای جلوی لگاریتم در هم ضرب می‌شوند:

$$\log_p^m - \log_p^n = \log_p^{\frac{m}{n}}$$

(ب) در تفریق دو لگاریتم با مبنای یکسان، عددهای جلوی لگاریتم بر هم تقسیم می‌شوند:

$$\log_p^{m^n} = n \log_p^m$$

(ج) اگر عدد جلوی لگاریتم توان‌دار باشد، آن توان به پشت لگاریتم منتقل می‌شود:

$$\log_{p^n}^m = \frac{1}{n} \log_p^m$$

(د) اگر مبنای لگاریتم توان‌دار باشد، معکوس توان به پشت لگاریتم منتقل می‌شود:

$$\frac{\log_p^m}{\log_p^n} = \log_n^m$$

(ه) تغییر مبنا:



و) لگاریتم در توان:

$${}_m \log_p n = n \log_p m$$

ز) اگر جای مبنا و عبارت جلوی لگاریتم عوض شود، لگاریتم معکوس می‌شود:

$$\log_p^m = \frac{1}{\log_m^p} \text{ یا } \log_p^m \times \log_m^p = 1 \quad (m, p \neq 1)$$

نکته!

۱) $\log_{ab}^a + \log_{ab}^b = \log_{ab}^{ab} = 1$

۲) $\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a$



۲- اگر $\log_{12}^6 = \frac{13}{18}$ باشد، حاصل \log_{64}^9 کدام است؟

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{16}{25}$ (۲)

$\frac{8}{15}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم ابتدا $\log_{12}^6 = \frac{13}{18}$ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\log_{12}^6 = \frac{13}{18} \Rightarrow \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{13}{18} \Rightarrow \frac{\log(2 \times 3)}{\log(2^2 \times 3)} = \frac{13}{18} \Rightarrow \frac{\log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3} = \frac{13}{18}$$

$$\Rightarrow 18 \log 2 + 18 \log 3 = 26 \log 2 + 13 \log 3 \Rightarrow 5 \log 3 = 8 \log 2 \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{8}{5} \Rightarrow \log_2^3 = \frac{8}{5}$$

$$\log_{64}^9 = \log_{2^6}^{3^2} = \frac{2}{6} \log_2^3 = \frac{1}{3} \log_2^3 = \frac{1}{3} \times \frac{8}{5} = \frac{8}{15}$$



۳- اگر یکی از جواب‌های معادله $3 \log_x^a + \log_a^{\sqrt{x}} = \frac{17}{4}$ برابر ۲۱۶ باشد، \log_6^a کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

۲۱۶ یکی از جواب‌های معادله است، پس باید در معادله صدق کند:

$$3 \log_x^a + \log_a^{\sqrt{x}} = \frac{17}{4} \Rightarrow \log_a^{\sqrt{x}} + \log_a^{\sqrt{x}} = \frac{17}{4} \xrightarrow{x=216}$$

$$\log_a^{\sqrt{216}} + \log_a^{\sqrt{216}} = \frac{17}{4} \Rightarrow \log_a^6 + \log_a^6 = \frac{17}{4}$$

با استفاده از تغییر متغیر، فرض می‌کنیم $\log_a^6 = t$ است، بنابراین $\log_a^6 = \frac{1}{t}$ است.

$$\Rightarrow t + \frac{1}{t} = \frac{17}{4} \Rightarrow t^2 - \frac{17}{4}t + 1 = 0 \Rightarrow (t-4)(t-\frac{1}{4}) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow \log_6^a = 4 \Rightarrow \log_6^{\frac{a}{6}} = \log_6^a - 1 = 4 - 1 = 3 \checkmark \\ t = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_6^a = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_6^{\frac{a}{6}} = \log_6^a - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} \quad (\text{در گزینه‌ها نیست}) \end{cases}$$

حل معادلات لگاریتمی

یکی از راه‌های حل معادله لگاریتمی، استفاده از تغییر متغیر است. در این حالت معمولاً باید از قاعده تغییر مبنا استفاده کنید و سپس با تغییر متغیر، معادله را حل کنید.

یه نمونه باحال ببین!

جواب معادله $\log_2^x + \log_x^2 = 2$ کدام است؟

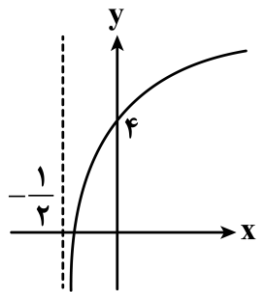
- ۳ (۱)
- ۲ (۲) صفر
- ۲ (۴)
- ۱ (۳)

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم $\log_x^2 = \frac{1}{\log_2^x}$ ، پس معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\log_2^x + \frac{1}{\log_2^x} = 2 \xrightarrow{\log_2^x = A} A + \frac{1}{A} = 2 \Rightarrow A^2 - 2A + 1 = 0 \Rightarrow (A - 1)^2 = 0 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$$

پاسخ: گزینه ۴



۴- نمودار تابع $f(x) = 2 + \log_2(bx + a)$ شکل روبه‌رو است. مقدار $f^{-1}(5)$ چه عددی است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{1}{4}$ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۴)
- ۱ (۳)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۳ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

دامنه تابع به صورت $x > -\frac{1}{2}$ است، یعنی در نقطه $x = -\frac{1}{2}$ مقدار تابع تعریف نشده است، پس در آن نقطه حاصل عبارت جلوی لگاریتم برابر

$$x = -\frac{1}{2} : bx + a = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2} + a = 0 \Rightarrow b = 2a$$

با صفر است:

از طرفی نقطه $(0, 4)$ روی نمودار f است:

$$f(0) = 4 \Rightarrow 2 + \log_2(b(0) + a) = 4 \Rightarrow 2 + \log_2 a = 4 \Rightarrow \log_2 a = 2 \Rightarrow a = 2^2 = 4$$

$$\Rightarrow b = 2a = 2 \times 4 = 8$$

$$f(x) = 2 + \log_2(8x + 4)$$

بنابراین:

برای یافتن $f^{-1}(5)$ داریم:

$$f^{-1}(5) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 5 \Rightarrow 2 + \log_2(8\alpha + 4) = 5 \Rightarrow \log_2(8\alpha + 4) = 3$$

$$\Rightarrow 8\alpha + 4 = 2^3 \Rightarrow 8\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow f^{-1}(5) = \alpha = \frac{1}{2}$$



چند نکته درباره لگاریتم

(الف) اگر پایه لگاریتم نوشته نشده باشد، برابر با ۱۰ است.

$$(\log a = \log_{10} a)$$

(ب) اعداد منفی یا صفر لگاریتمشان تعریف نشده است.

(ج) لگاریتم عدد یک در هر پایه‌ای برابر با صفر است. $(\log_a 1 = 0)$

(د) اگر مبنا و عدد جلوی لگاریتم یکسان باشند، حاصل لگاریتم برابر با ۱ است. $(\log_a a = 1)$

نمودار لگاریتم

تابع لگاریتمی: تابع نمایی یک به یک است، پس وارونش هم یک تابع است، تابع وارون یک تابع نمایی را تابع لگاریتمی می‌نامیم.

تعریف ریاضی لگاریتم:

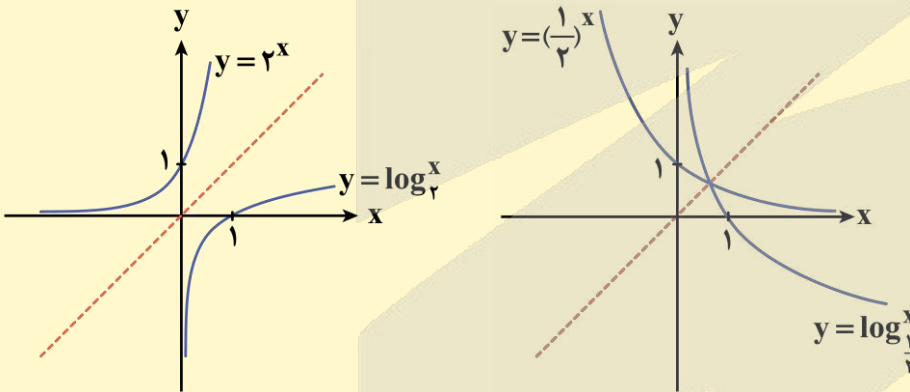
$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

یعنی وارون هر تابع نمایی، یک تابع لگاریتمی و وارون هر تابع لگاریتمی، یک تابع نمایی است.

توجه داشته باشید که مانند تابع نمایی، **a باید مثبت و مخالف یک** باشد، در تعریف بالا به **a مبنای لگاریتم** می‌گوییم.

نمودار تابع لگاریتمی

همان طور که در شکل زیر می‌بینید نمودار تابع $y = 2^x$ و $y = \log_2 x$ رسم شده است. دو تابع نمایی و لگاریتمی وارون یکدیگرند، پس نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم قرینه یکدیگرند.



نقطه روی تابع یا وارون تابع

در توابع لگاریتمی مانند $f(x)$ داریم:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

۵- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} < 0$

(۲) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} > 0$

(۳) اگر $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = -\log_3 x$ ، آن‌گاه $f \circ g(x)$ یک تابع همانی است.

(۴) نمودار توابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = \log_2 x$ در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴

سخت - خطبه خط - زمان بر - حسابان ۱ صفحه ۸۰ - ۱۱۰۳

بررسی گزینه ها:

۱

با توجه به این که $\sqrt{3} = 1/\sqrt{3} > 1$ و $0 < 1/\sqrt{3} < 1$ پس $\log_{1/\sqrt{3}} \sqrt{3}$ عددی منفی است و این گزینه درست است.

۲

با توجه به این که $0 < 1/2 < 1$ ، $\sqrt{2}/2 = 1/2$ و $0 < 1/2 < 1$ است، پس $\log_{\sqrt{2}/2} 1/2$ عددی مثبت است و این گزینه درست است.

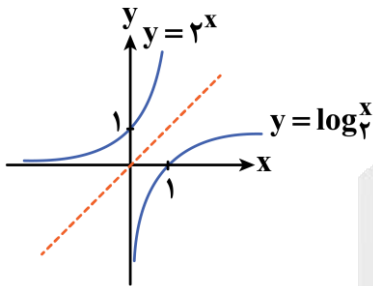
۳

درست است، زیرا $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ و $g(x) = -\log_3 x = \log_{\frac{1}{3}} x$ وارون یکدیگرند.

۴

ترکیب دو تابع وارون، تابعی منطبق بر نیمساز ربع اول و سوم می باشد و ضابطه آن $f \circ g(x) = x$ میباشد یعنی یک تابع همانی است.

نادرست است، زیرا دو تابع f و g یکدیگر را قطع نمی کنند.



با توجه به نمودار لگاریتم...

اگر مبنای لگاریتم بزرگتر از یک باشد، لگاریتم اعداد مثبت کوچکتر از یک، همواره عددی منفی است.

$$0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_b a < 0$$

اگر مبنای لگاریتم بین صفر و یک باشد، لگاریتم اعداد مثبت کوچکتر از یک، همواره عددی مثبت است.

$$0 < a < 1, 0 < b < 1 \Rightarrow \log_b a > 0$$

ib

۶- لگاریتم عددی در مبنای ۳ از لگاریتم معکوس آن عدد در مبنای ۹ به اندازه ۱۲ واحد بیشتر است. لگاریتم این عدد در کدام مبنای

برابر با $\frac{4}{3}$ است؟

۷۲۹ (۴)

۲۴۳ (۳)

۸۱ (۲)

۹ (۱)

متوسط - محاسباتی - استاندارد - حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

ترجمه صورت سؤال

«لگاریتم عددی در مبنای ۳ از لگاریتم معکوس آن عدد در مبنای ۹ به اندازه ۱۲ واحد بیشتر است.» به صورت زیر به زبان ریاضی برگردانده می شود:

یک عدد دلخواه $x =$

لگاریتم عدد در مبنای ۳: \log_3^x لگاریتم معکوس آن عدد در مبنای ۹: \log_9^x ۱۲ واحد بیشتر بودن اولی از دومی: $\log_3^x = \log_9^x + 12$

$$\log_3^x = \log_9^x + 12 \Rightarrow \log_3^x - \log_{3^2}^{x^{-1}} = 12 \Rightarrow \log_3^x + \frac{1}{2} \log_3^x = 12 \Rightarrow \frac{3}{2} \log_3^x = 12 \Rightarrow \log_3^x = 8 \Rightarrow x = 3^8$$

عدد اولیه که درباره آن صحبت شده بود 3^8 است. حال مبنای مجهول را b در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\log_b^{3^8} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3^8 = b^{\frac{4}{3}} \Rightarrow b = (3^8)^{\frac{3}{4}} = 3^6 = 729$$

۷- دامنه تابع $f(x) = \frac{\log_5(-x^2 + 2x + 99)}{2\sqrt{\log_2 x} - \sqrt{8}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - حسابان ۱ صفحه ۸۰ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

برای یافتن دامنه تابع داده شده، سه شرط لازم است، بررسی شود:

① شرط دامنه لگاریتم صورت:

$$-x^2 + 2x + 99 > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 99 < 0 \Rightarrow (x-11)(x+9) < 0 \Rightarrow -9 < x < 11 \quad (1)$$

② شرط لگاریتم داخل رادیکال:

$$x > 0, \log_2 x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (2)$$

③ مخرج نباید صفر شود:

$$2\sqrt{\log_2 x} - \sqrt{8} \neq 0 \Rightarrow 2\sqrt{\log_2 x} \neq 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\log_2 x} \neq \sqrt{2} \Rightarrow \log_2 x \neq 2 \Rightarrow x \neq 4 \quad (4)$$

دامنه نهایی: از شرایط به‌دست آمده، اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} -9 < x < 11 \\ x > 0 \\ x \geq 1 \\ x \neq 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in [1, 11) - \{4\} \Rightarrow 9 \text{ عدد صحیح}$$

دامنه توابع لگاریتمی

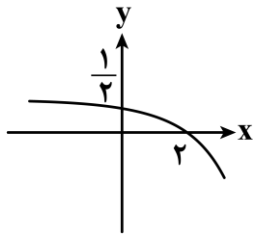
در محاسبه دامنه تابع لگاریتمی باید سه شرط را لحاظ کنیم:

$$\log_B A \Rightarrow \begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \\ B \neq 1 \end{cases}$$

بعد از در نظر گرفتن این سه شرط، از جواب‌های به‌دست آمده اشتراک می‌گیریم تا دامنه نهایی تابع به‌دست آید.



$$y = \log_x(-x + 4) \Rightarrow \begin{cases} -x + 4 > 0 \Rightarrow x < 4 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} (0, 4) - \{1\}$$



۸- نمودار تابع $f(x) = c + \log_{\varphi}(ax + b)$ به صورت شکل مقابل است، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۴
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{4}$

(متوسط - خط به خط - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۸۴ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نقاط مشخص شده روی نمودار را در معادله $f(x)$ صدق می‌دهیم.

$$f(2) = 0 \Rightarrow c + \log_{\varphi}(2a + b) = 0 \quad (I)$$

$$f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow c + \log_{\varphi} b = \frac{1}{2} \quad (II)$$

$$(I) - (II) : \log_{\varphi}(2a + b) - \log_{\varphi} b = -\frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\varphi} \frac{2a + b}{b} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2a + b}{b} = \varphi^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\varphi^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2a}{b} + 1 = \frac{1}{\varphi^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{2a}{b} = -\frac{1}{\varphi^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{\varphi^{\frac{1}{2}}}$$

۹- مجموعه جواب نامعادله $\log_{\frac{2}{5}} \frac{2}{x} > \log_{\frac{2}{5}} \frac{25x}{x+1} + 2$ ، بازه (α, β) است. مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{3}{2}$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) حسابان ۱ صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا قبل از هر چیز شرط دامنه لگاریتم‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \frac{25x}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \\ \frac{2}{x} > 0 \Rightarrow x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \quad (I)$$

سپس نامعادله را به نامعادله‌ای تبدیل می‌کنیم که در هر طرف نامساوی تنها یک لگاریتم داشته باشد، برای این منظور باید ابتدا عدد ۲ را به عبارتی لگاریتمی تبدیل کنیم که حاصل آن همان ۲ باشد. از آن جا که می‌دانیم $\log_a^a = 1$ و در لگاریتم‌های دیگر مبنا $\frac{2}{5} = 0.4$ است، این‌گونه ۲ را تبدیل می‌کنیم:

$$2 = \log_{\frac{2}{5}}(\frac{2}{5})^{-2} = \log_{\frac{2}{5}}(\frac{25}{2})$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{2}{5}}(\frac{25}{2}) + \log_{\frac{2}{5}}(\frac{25x}{x+1}) > \log_{\frac{2}{5}}(\frac{2}{x}) \Rightarrow \log_{\frac{2}{5}}(\frac{25x}{x+1}) > \log_{\frac{2}{5}}(\frac{2}{x})$$



با توجه به این که مبنای لگاریتم ۴/۰ بوده و کوچکتر از یک است، پس:

$$\frac{4x}{x+1} < \frac{2}{x} \xrightarrow[\text{حل نامعادله}]{\begin{matrix} \times(x+1)x \\ x > 0 \Rightarrow (x+1)x > 0 \end{matrix}} 4x^2 < 2(x+1) \Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 1 \text{ (II)}$$

از اشتراک دو بازه داریم:

$$0 < x < 1 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (0, 1) \Rightarrow \beta - \alpha = 1 - 0 = 1$$

حل نامعادله لگاریتمی

برای حل نامعادله لگاریتمی باید به ترتیب:

- (۱) دامنه لگاریتم را پیدا کنیم.
 - (۲) با توجه به مبنای لگاریتم، نامعادله لگاریتمی را به یک نامعادله ساده تبدیل و آن را حل کنیم.
 - (۳) در آخر بین دامنه و جواب به دست آمده اشتراک بگیریم.
- در مرحله دوم از قوانین زیر استفاده می‌کنیم:

$m > 1: \log_m a > b \Rightarrow a > m^b$ (جهت نامساوی تغییر نمی‌کند.)

$0 < m < 1: \log_m a > b \Rightarrow a < m^b$ (جهت نامساوی تغییر می‌کند.)

$m > 1: \log_m a > \log_m b \Rightarrow a > b$ (جهت نامساوی تغییر نمی‌کند.)

$0 < m < 1: \log_m a > \log_m b \Rightarrow a < b$ (جهت نامساوی تغییر می‌کند.)



۱۰- مقدار ۶۶ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر هفته، $\frac{1}{100}$ جرم باقی مانده را از دست بدهد، پس از گذشت چند

روز، ۶ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ($\log 3 \approx 0.47$ و $\log 11 \approx 1.04$)

۳۶۴ (۴)

۲۵۲ (۳)

۲۶۴ (۲)

۳۵۲ (۱)

(سخت - مفهومی - زمان‌بزرگ - حسابان ۱ صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

چون هر هفته ۰/۰۱ از جرم کم می‌شود، پس ۰/۹۹ جرم باقی می‌ماند، برای درک بهتر ببینید:

$$\text{جرم پس از دو هفته} = \left(\frac{99}{100}\right)^2 \times 66$$

$$\text{جرم پس از سه هفته} = \left(\frac{99}{100}\right)^3 \times 66$$

و معادله‌ی نمایی جرم باقی‌مانده عنصر پس از n هفته به صورت $66 \left(\frac{99}{100}\right)^n$ است.

جرم باقی‌مانده، ۶ گرم است، پس:

$$66 \left(\frac{99}{100}\right)^n = 6 \Rightarrow \left(\frac{99}{100}\right)^n = \frac{1}{11} \Rightarrow \log \left(\frac{99}{100}\right)^n = \log \frac{1}{11} \Rightarrow n \log \frac{99}{100} = \log \frac{1}{11}$$

هر کدام از لگاریتم‌ها را جداگانه محاسبه می‌کنیم و جای گذاری می‌کنیم:

$$1) \log \frac{99}{100} = \log 99 - \log 100 = \log(9 \times 11) - 2 = \log 9 + \log 11 - 2$$

$$= 2 \log 3 + \log 11 - 2 = 2(\log 3) + (\log 11) - 2 = -0.02$$

$$2) \log \frac{1}{11} = -\log 11 = -1.04$$

$$\text{جای گذاری: } n(-0.02) = -1.04 \Rightarrow n = \frac{-1.04}{-0.02} = 52 \text{ هفته}$$

$$364 \text{ روز} = 52 \times 7 = \text{تعداد روز}$$

تشکیل معادله نظیر مسائل کاهش یا افزایش دوره‌ای جرم

اگر از یک ماده، مقدار اولیه A_0 داشته باشیم و در هر دوره زمانی یعنی T به اندازه k درصد کم یا زیاد شود (کم شدن را با علامت منفی اعمال می‌کنیم) بعد از t واحد زمان مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f(t) = A_0 \left(1 + \frac{k}{100}\right)^{\frac{t}{T}}$$

راهنمایی: جرم ماده را تا ۳ مرحله محاسبه کنید و از آنجا به فرمول بالا برسید! 😊

تذکر!

همیشه به واحدهای زمانی در این دست سؤالات توجه کنید.

قلقشو یاد بگیر!

در حل برخی مسائل مثل این سوال با یک رابطه‌ی نمایی مواجه می‌شویم. در این سوالات برای به دست آوردن رابطه‌ی نمایی، ابتدا باید مشخص کنیم که هر جمله نسبت به جمله قبلی چند برابر شده است. بعد از آن باید از طرفین معادله، لگاریتم بگیریم تا به جواب برسیم. مهم‌ترین نکته در لگاریتم‌گیری از طرفین، توجه به مبنای لگاریتم است.



۱۱- کدام یک از نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\alpha = 9 \text{ rad}$ از سایرین بزرگ‌تر است؟

(۴) $\cot \alpha$

(۳) $\tan \alpha$

(۲) $\cos \alpha$

(۱) $\sin \alpha$

(آسان - خطبه‌خط - سریع - حسابان ۱ صفحه ۹۳ - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$9 \times 57/3^\circ = 515/7^\circ$$

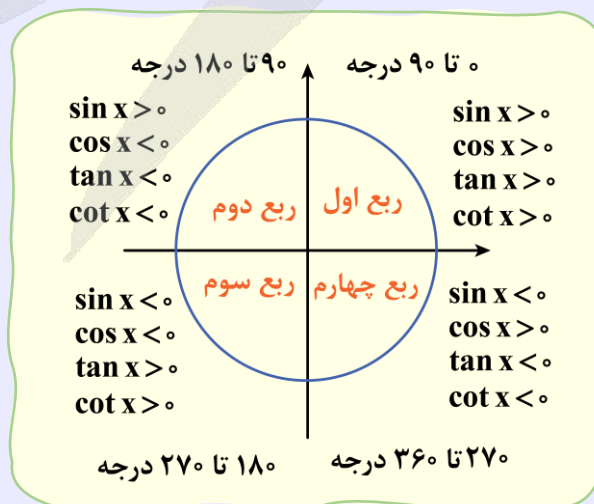
$$515/7^\circ - 360^\circ = 155/7^\circ$$

می‌دانیم که ۱ رادیان تقریباً برابر با $57/3^\circ$ است، پس رادیان را تبدیل به درجه می‌کنیم:

زاویه $515/7^\circ$ در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار داد. چون:

در ربع دوم فقط \sin مثبت است و بقیه نسبت‌های مثلثاتی منفی هستند، پس $\sin \alpha$ از سایرین بزرگ‌تر است.

علامت نسبت‌های مثلثاتی در نواحی مختلف



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





۱ رادیان چند درجه است؟ (به خاطر بسپارید!)

هر یک رادیان حدوداً $57/30$ درجه می‌باشد.۱۲- حاصل عبارت $A = \tan\left(\frac{39\pi}{4}\right) + \sin(51^\circ) \cdot \cos^2\left(\frac{29\pi}{3}\right)$ چند برابر حاصل عبارت $B = \sin^2 36^\circ + \sin^2 \frac{2\pi}{10}$ است؟

$$-\frac{7}{8} \quad (4)$$

$$\frac{7}{8} \quad (3)$$

$$-\frac{9}{8} \quad (2)$$

$$\frac{9}{8} \quad (1)$$

آسان - خطبه‌خط - سریع (حسابان ۱ صفحه ۱۰۰ - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \tan\left(\frac{39\pi}{4}\right) + \sin(51^\circ) \cos^2\left(\frac{29\pi}{3}\right)$$

$$1) \frac{39\pi}{4} = \frac{40\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 10\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$2) 51^\circ = 54^\circ - 3^\circ = 3\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$3) \frac{29\pi}{3} = \frac{30\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 10\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow A = \tan\left(10\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos^2\left(10\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{6} \cos^2 \frac{\pi}{3} = -1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = -1 + \frac{1}{8} = -\frac{7}{8}$$

$$B = \sin^2 36^\circ + \sin^2 \frac{2\pi}{10} \xrightarrow{\frac{2\pi}{10} = 36^\circ} B = \sin^2\left(\frac{2\pi}{10}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{10}\right) \xrightarrow{\frac{2\pi}{10} + \frac{3\pi}{10} = \frac{\pi}{2}} B = \sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right) = 1$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-\frac{7}{8}}{1} = -\frac{7}{8}$$

بنابراین:

نسبت‌های مثلثاتی زوایای مکمل

$(\pi - \alpha)$	$(\pi + \alpha)$
$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$
$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$
$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای $2\pi \pm \alpha$

$(2\pi - \alpha)$	$(2\pi + \alpha)$
$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$	$\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$
$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(2\pi + \alpha) = \tan \alpha$
$\cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(2\pi + \alpha) = \cot \alpha$



نسبت‌های مثلثاتی زوایای مهم

	sin	cos	tan	cot
۰	۰	۱	۰	ت.ن
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\sqrt{۳}$
$\frac{\pi}{۴}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	۱	۱
$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\sqrt{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
$\frac{\pi}{۲}$	۱	۰	ت.ن	۰
π	۰	-۱	۰	ت.ن
$\frac{۳\pi}{۲}$	-۱	۰	ت.ن	۰
۲π	۰	۱	۰	ت.ن



۱۳- مجموع دو زاویه از مثلثی برابر $\frac{۷\pi}{۱۵}$ رادیان و تفاضل آن‌ها برابر ۶۰° است. بزرگ‌ترین زاویه این مثلث چند برابر کوچک‌ترین زاویه آن است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(آسان - مفهومی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۴ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

$$\alpha + \beta = \frac{۷\pi}{۱۵}$$

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{۳}$$

$$2\alpha = \frac{۷\pi}{۱۵} + \frac{\pi}{۳} = \frac{۱۲\pi}{۱۵} \Rightarrow \alpha = \frac{۶\pi}{۱۵}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{۷\pi}{۱۵} \xrightarrow{\alpha = \frac{۶\pi}{۱۵}} \beta = \frac{\pi}{۱۵}$$

مجموع دو زاویه برابر با $\frac{۷\pi}{۱۵}$ است:

تفاضل دو زاویه برابر با ۶۰° یا $\frac{\pi}{۳}$ رادیان است:

از حاصل جمع دو رابطه قبل خواهیم داشت:

حالا اندازه زاویه سوم مثلث را به دست می‌آوریم:

$$\text{زاویه سوم} = \frac{۸\pi}{۱۵} \Rightarrow \pi - \alpha - \beta = \pi - \frac{۶\pi}{۱۵} - \frac{\pi}{۱۵} = \frac{۸\pi}{۱۵}$$

نسبت بزرگ‌ترین زاویه به کوچک‌ترین زاویه:

$$\frac{\frac{۸\pi}{۱۵}}{\frac{\pi}{۱۵}} = ۸$$





۱۴- حاصل عبارت $A = \sin 81^\circ - \frac{2 \sin 19^\circ + \cos 28^\circ}{\sin 17^\circ + 2 \cos 8^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۸ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا هر یک از زاویه‌ها را بر حسب رادیان و به صورت مجموع یا تفاضل زوایای مهم می‌نویسیم:

$$81^\circ = 72^\circ + 9^\circ = 4\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin(4\pi + \frac{\pi}{2}) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$19^\circ = 18^\circ + 1^\circ = \pi + \frac{\pi}{18} \Rightarrow 2 \sin(\pi + \frac{\pi}{18}) = -2 \sin \frac{\pi}{18}$$

$$28^\circ = 27^\circ + 1^\circ = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{18} \Rightarrow \cos(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{18}) = \sin \frac{\pi}{18}$$

$$17^\circ = 18^\circ - 1^\circ = \pi - \frac{\pi}{18} \Rightarrow \sin(\pi - \frac{\pi}{18}) = \sin \frac{\pi}{18}$$

$$8^\circ = 9^\circ - 1^\circ = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18} \Rightarrow 2 \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18}) = 2 \sin \frac{\pi}{18}$$

مقادیر به دست آمده را در A جای گذاری می‌کنیم:

$$A = 1 - \frac{-2 \sin \frac{\pi}{18} + \sin \frac{\pi}{18}}{\sin \frac{\pi}{18} + 2 \sin \frac{\pi}{18}} = 1 - \frac{-\sin \frac{\pi}{18}}{3 \sin \frac{\pi}{18}} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

نسبت‌های مثلثاتی قرینه یک زاویه

$(-\alpha)$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم

$(\frac{\pi}{2} - \alpha)$	$(\frac{\pi}{2} + \alpha)$
$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$
$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$
$\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\cot \alpha$
$\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\tan \alpha$



نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$

$(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$	$(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$
$\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$
$\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha$
$\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cot \alpha$
$\cot(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\tan \alpha$

راهنمای زنگ‌بازی!

هیچ وقت لازم نیست که جدول‌های مربوط به روابط این زاویه‌ها را حفظ کنید!

برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زوایای به صورت $\frac{k\pi}{2} \pm \theta$ ، ابتدا مشخص می‌کنیم انتهای کمان در کدام ناحیه است (فرض می‌کنیم θ زاویه‌ای حاده است) و علامت نسبت مثلثاتی داده شده را در آن ناحیه مشخص می‌کنیم و اگر k زوج باشد همان نسبت مثلثاتی را با زاویه θ می‌نویسیم؛ اما اگر k فرد باشد نسبت‌های مثلثاتی به صورت زیر تغییر می‌کنند:

sin \rightarrow cos

cos \rightarrow sin

tan \rightarrow cot

cot \rightarrow tan

و مجدداً پس از مشخص شدن علامت و نوع نسبت مثلثاتی، آن را با زاویه θ می‌نویسیم.

چندتا نمونه باحال ببین!

$3\pi + \theta$ در ناحیه سوم قرار دارد و سینوس در این ناحیه منفی است.

$$\sin(3\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$\frac{5\pi}{2} + \theta$ در ناحیه دوم قرار دارد و کسینوس در این ناحیه منفی است.

$$\cos(\frac{5\pi}{2} + \theta) = -\sin \theta$$

$\frac{\pi}{2} - \theta$ در ناحیه اول قرار دارد و تانژانت در این ناحیه مثبت است.

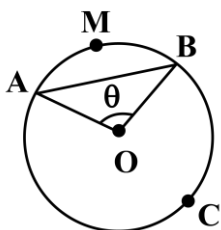
$$\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) = +\cot \theta$$

$7\pi - \theta$ در ناحیه دوم قرار دارد و کتانژانت در این ناحیه منفی است.

$$\cot(7\pi - \theta) = -\cot \theta$$



۱۵- در شکل مقابل، شعاع دایره برابر ۱۵ و مرکز آن نقطه O است. اگر طول کمان ACB برابر 25π باشد، فاصله مرکز دایره از ضلع AB کدام است؟



$$\frac{15\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$6\sqrt{3} \quad (4)$$



می‌دانیم که طول کمان ACB برابر 25π است، بنابراین طول کمان AB گذرنده از نقطه M برابر است با:

$$\widehat{AMB} = 2\pi \times 15 - 25\pi = 5\pi$$

$$5\pi = 15 \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

طبق رابطه $\ell = r\theta$ داریم:

با توجه به این که $AO = OB$ است، پس $\hat{A} = \hat{B}$ می‌باشد. زاویه $\theta = \frac{\pi}{3}$ است، پس مثلث AOB متساوی‌الاضلاع است و تمام زوایا $\frac{\pi}{3}$ هستند،

$$AB = R = 15$$

در نتیجه:

فاصله نقطه O از ضلع AB برابر است با ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع که برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ طول ضلع آن است:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} 15 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

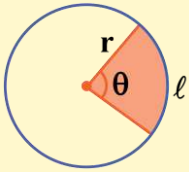
تبدیل رادیان به درجه و برعکس

اگر D اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

طول کمان

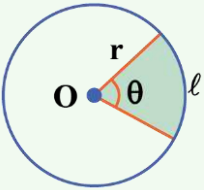
همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان روبه‌رو به آن در یک دایره به شعاع r یعنی ℓ رابطه زیر برقرار است:



$$\ell = r\theta$$

مساحت قطاع

در یک دایره به شعاع r، زاویه مرکزی θ (برحسب رادیان) قطاعی به مساحت S پدید می‌آورد:



$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} r^2 \theta & (\text{برحسب شعاع و زاویه مرکزی}) \\ S = \frac{1}{2} r \ell & (\text{برحسب شعاع و طول کمان}) \end{cases}$$

یادآوری!

ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{2} a$





۱۶- اگر $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + 7\alpha) \tan(\frac{17\pi}{2} - 3\alpha)}{\cot(17\alpha) \cos(4\pi - 13\alpha)}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

(متوسط - محاسباتی - زمان ۲۰) - حسابان ۱ صفحه ۱۰۰ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

حاصل هر یک از عبارات کسر A را جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 7\alpha\right) = -\cos 7\alpha$$

$$\tan\left(\frac{17\pi}{2} - 3\alpha\right) = \tan\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - 3\alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 3\alpha\right) = \cot 3\alpha$$

$$\cos(4\pi - 13\alpha) = \cos(-13\alpha) = \cos 13\alpha$$

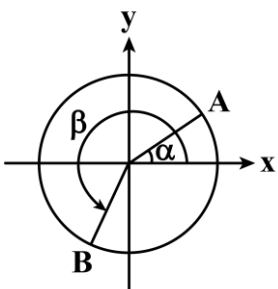
$$A = \frac{(-\cos 7\alpha)(\cot 3\alpha)}{(\cot 17\alpha)(\cos 13\alpha)} \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{2}} A = \frac{(-\cos \frac{7\pi}{2})(\cot \frac{3\pi}{2})}{(\cot \frac{17\pi}{2})(\cos \frac{13\pi}{2})}$$

با توجه به این که زوایای $\frac{7\pi}{2}$ و $\frac{13\pi}{2}$ و زوایای $\frac{17\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ دوبه‌دو مکمل یکدیگرند، داریم:

$$A = \frac{(-\cos \frac{7\pi}{2})(\cot \frac{3\pi}{2})}{(-\cot \frac{3\pi}{2})(-\cos \frac{7\pi}{2})} = -1$$



۱۷- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $\beta = \frac{4\pi}{3}$ است. طول پاره خط AB کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
 (۲) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$
 (۳) $\sqrt{3} + 1$
 (۴) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - حسابان ۱ صفحه ۹۵ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

$$A : (\cos \alpha, \sin \alpha) = \left(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$B : (\cos \beta, \sin \beta) = \left(\cos \frac{4\pi}{3}, \sin \frac{4\pi}{3}\right) = \left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right), \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right) = \left(-\cos \frac{\pi}{3}, -\sin \frac{\pi}{3}\right) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

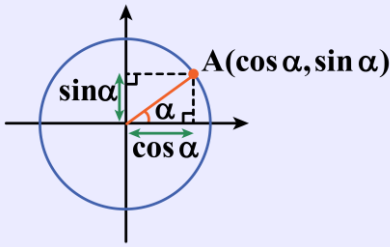
حالا فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر را به دست می‌آوریم:

$$AB = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$



نقاط روی دایره مثلثاتی

اگر نقطه A نقطه انتهای کمان متناظر با زاویه α روی دایره مثلثاتی باشد، آن گاه مختصات نقطه A به صورت $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$ خواهد بود.



۱۸- فرض کنید $x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ و k عدد صحیح باشد، اگر به ازای مقادیر مختلف k نقاط x روی دایره مثلثاتی را رئوس چندضلعی در نظر بگیریم، محیط این چندضلعی چه عددی است؟

$2\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$3\sqrt{3}$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۹۶ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

به ازای k، مقادیر صحیح را جای گذاری می کنیم:

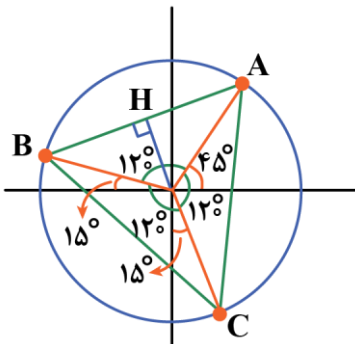
$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$k = 1 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

$k = 2 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$

$k = 3 \Rightarrow x = 2\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow$ همان نقطه اول

پس چندضلعی حاصل یک مثلث متساوی الاضلاع به شکل زیر است. (مرکز دایره نقطه O است).



در مثلث OAB داریم:

$OA = OB = 1$

$\hat{H}OA = 60^\circ$

$\hat{O}AH = 30^\circ$

$\sin \hat{H}OA = \frac{AH}{OA} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{AH}{1} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$

پس داریم:



$$AB = 2AH \Rightarrow AB = \sqrt{3}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 3 \times AB = 3\sqrt{3}$$

روش دوم

اندازه ضلع AB برابر است با:

$$AB = 2 \times 1 \times \sin\left(\frac{120^\circ}{2}\right) = 2 \sin 60^\circ = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

و محیط برابر است با: $3\sqrt{3}$

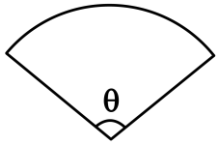
راهنمای زنگ بازی!

فاصله دو نقطه روی دایره با فرمول زیر به دست می آید:

$$\text{ضلع} = 2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$



۱۹- مخروطی با شعاع قاعده ۳ و ارتفاع $6\sqrt{2}$ را با یک برش از سطح جانبی به شکل گسترده زیر تبدیل می کنیم. اندازه زاویه θ کدام است؟

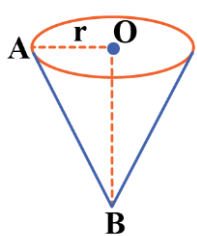


- (۲) $\frac{3\pi}{4}$
- (۴) $\frac{5\pi}{6}$

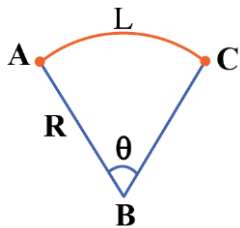
- (۱) $\frac{2\pi}{3}$
- (۳) $\frac{7\pi}{12}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) حسابان ۱ صفحه ۹۶ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱



OA = شعاع قاعده مخروط = ۳
OB = ارتفاع مخروط = $6\sqrt{2}$



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 3^2 + (6\sqrt{2})^2 = 9 + 72 = 81 \Rightarrow AB = 9 = R$$

از رابطه فیثاغورس در $\triangle AOB$ داریم:

از طرفی در شکل گسترده مخروط، داریم:

محیط دایره قاعده = طول کمان AC

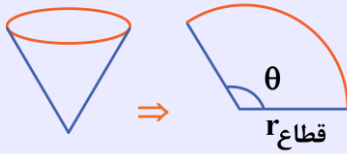
$$L = \widehat{AC} = 2\pi r = 2\pi \times 3 = 6\pi$$

$$\Rightarrow L = R \cdot \theta \Rightarrow 6\pi = 9 \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$



محیط قاعده مخروط

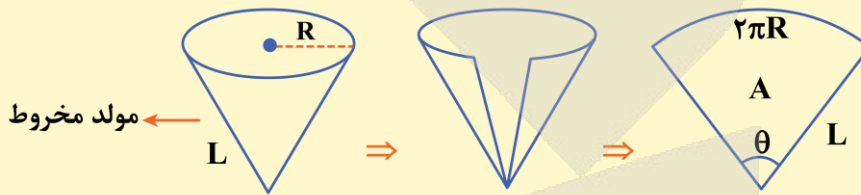
محیط قاعده مخروط با طول کمان قطاع برابر است.



$$\theta \text{ قطاع } r = \text{محیط مخروط} = 2\pi r \Rightarrow P = \ell \Rightarrow \text{طول کمان قطاع} = \text{محیط قاعده مخروط}$$

مساحت جانبی مخروط

اگر مخروط را باز کنیم، به قطاعی از دایره تبدیل می‌شود. محیط قاعده مخروط اولیه $2\pi R$ است، پس اگر آن را باز کنیم طول کمان مقابل به θ برابر $2\pi R$ می‌شود.



$$\theta \text{ کمان روبرو به } 2\pi R = L\theta \Rightarrow \theta = \frac{2\pi R}{L} \Rightarrow A = \frac{1}{2}L^2\theta = \frac{1}{2}L^2 \times \frac{2\pi R}{L} = \pi RL$$

$$\text{مساحت جانبی مخروط} = \pi RL$$

این دو نکته را همیشه بلد باشید!

۱) شعاع قطاع = مولد مخروط

۲) طول کمان قطاع = محیط دایره قاعده مخروط



۲۰- اگر زوایای α و β متمم یکدیگر باشند، حاصل عبارت $A = \frac{\cos(2\alpha + \beta)\cos(2\alpha + 2\beta) - 1}{\tan \alpha \cot(\pi - \beta) - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\sin^4 \alpha$ (۲) $\cos^4 \alpha$ (۳) $-\sin^4 \alpha$ (۴) $-\cos^4 \alpha$

متوسط - خطبه خط - استاندارد © - حسابان ۱ صفحه ۹۸ - ۱۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \frac{\cos(2\alpha + \beta)\cos(2\alpha + 2\beta) - 1}{\tan \alpha \cot(\pi - \beta) - 1} = \frac{\cos(\alpha + \beta + \alpha)\cos(2\alpha + 2\beta + \beta) - 1}{\tan \alpha(-\cot \beta) - 1}$$

$$= \frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)\cos(\pi + \beta) - 1}{\tan \alpha(-\cot \beta) - 1} = \frac{(-\sin \alpha)(-\cos \beta) - 1}{-\tan \alpha \cdot \cot \beta - 1} = \frac{(-\sin \alpha)(-\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)) - 1}{-\tan \alpha \cdot \cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) - 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-1 + \sin \alpha \sin \alpha}{-\tan \alpha \cdot \tan \alpha - 1} = \frac{-1 + \sin^2 \alpha}{-\tan^2 \alpha - 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \cos^4 \alpha$$



گفته شده که دو زاویه α و β متمم یکدیگرند، پس می‌توان به جای α و β زوایای 30° و 60° را جای‌گذاری کنیم و به مقدار موردنظر برسیم.



۲۱- دایره‌ای به شعاع واحد را با بردار انتقالی به اندازه واحد منتقل می‌کنیم. مساحت ناحیه محصور بین دایره و تصویرش کدام است؟

$$\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

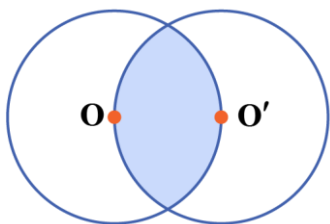
$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

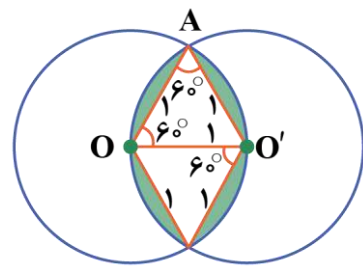
$$\frac{2}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۳۹ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱



ابتدا دایره اصلی و دایره حاصل از انتقال را رسم می‌کنیم: بخش رنگی، ناحیه محصور بین دو دایره است.



ناحیه رنگی متشکل از دو مثلث متساوی‌الاضلاع و چهار قطعه رنگی می‌باشد. هر کدام از اضلاع لوزی به اندازه شعاع دایره (واحد) و قطر کوچک لوزی به اندازه بردار انتقال (واحد) می‌باشد. پس لوزی متشکل از دو مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع واحد است. پس زاویه‌های ایجاد شده، 60° هستند.

$$S_{\triangle AOO'} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

مساحت مثلث AOO'

$$S_{\text{لوزی}} = 2 \times S_{\triangle} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مساحت دو مثلث:

$$S_{\text{قطعه}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\triangle}$$

مساحت هر قطعه:

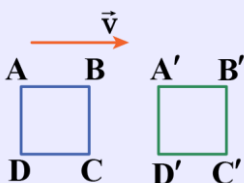
$$S_{\text{قطعه}} = \frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{\sqrt{3}}{4} \xrightarrow{\theta=60^\circ=\frac{\pi}{3}} S_{\text{قطعه}} = \frac{1}{2} (1)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

مساحت ناحیه محصور:

$$S = 4S_{\text{قطعه}} + S_{\text{لوزی}} = 4\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$



در تبدیل انتقال، تمام نقاط روی شکل به اندازه مختصات محور انتقال (\vec{v}) روی صفحه جابه‌جا می‌شوند، یعنی اگر نقطه A تحت بردار \vec{v} به نقطه A' انتقال یابد، اندازه بردار $\overline{AA'}$ برابر با \vec{v} خواهد بود.





ویژگی‌های انتقال



- ۱) در انتقال، جایگاه شکل تغییر می‌کند مگر این‌که \vec{v} بردار صفر باشد.
- ۲) انتقال، نقطه ثابت ندارد مگر اینکه \vec{v} بردار صفر باشد.
- ۳) انتقال، یک تبدیل طولیا است.
- ۴) در انتقال، اندازه زاویه‌ها ثابت می‌ماند.
- ۵) در انتقال، شیب خط‌ها ثابت می‌ماند.
- ۶) در انتقال، جهت شکل‌ها ثابت می‌ماند.

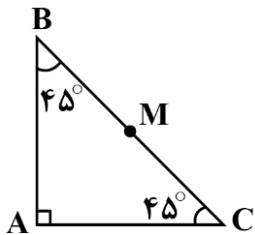
مساحت قطاع

در یک دایره به شعاع r ، زاویه مرکزی θ (برحسب رادیان) قطاعی به مساحت S پدید می‌آورد:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} r^2 \theta & (\text{برحسب شعاع و زاویه مرکزی}) \\ S = \frac{1}{2} r l & (\text{برحسب شعاع و طول کمان}) \end{cases}$$



۲۲- نقطه M وسط وتر مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC واقع است. آن را به ترتیب نسبت به ضلع قائمه AB و سپس AC بازتاب می‌دهیم تا نقطه M' به دست آید. MM' با کدام گزینه هم‌اندازه است؟



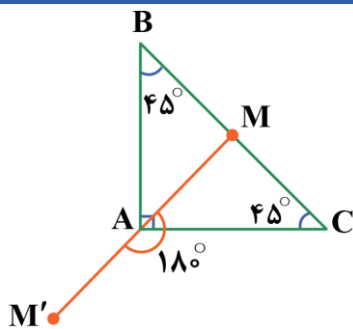
- (۱) $\frac{2}{3} BC$
- (۲) BC
- (۳) AC
- (۴) AB

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۲ صفحه ۴۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

حاصل دو بازتاب متوالی، برابر با یک دوران به مرکز رأس A و زاویه $180^\circ = 2 \times 90^\circ$ است.

$$MM' = 2AM$$

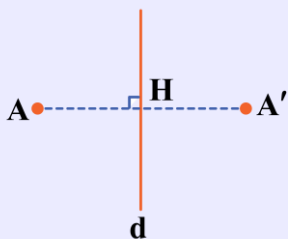


از طرفی می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر برابر با نصف وتر است، بنابراین:

$$AM = \frac{BC}{2} \Rightarrow 2AM = MM' = BC$$

بازتاب

در تبدیل بازتاب، شکل نسبت به یک خط بازتاب می‌شود، یعنی اگر بخواهیم بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا کنیم، ابتدا از آن نقطه بر خط، عمود AH را می‌کشیم و سپس خط عمود را به همان اندازه AH امتداد می‌دهیم تا A' را پیدا کنیم.

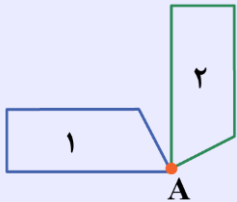




ویژگی‌های بازتاب نسبت به خط

- ۱) بازتاب یک تبدیل طولی است، یعنی طول‌ها و زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.
- ۲) در تبدیل بازتاب، شکل و تصویرش با هم هم‌نهشت‌اند.
- ۳) در تبدیل بازتاب، جهت شکل حفظ نمی‌شود.
- ۴) تبدیل بازتاب شیب را حفظ نمی‌کند، مگر دو حالت خاص که خط مورد نظر عمود بر محور بازتاب یا موازی با محور بازتاب باشد.

تبدیل دوران



دوران یعنی چرخاندن یک شکل حول یک نقطه (مرکز دوران) به اندازه یک زاویه مشخص (زاویه دوران).

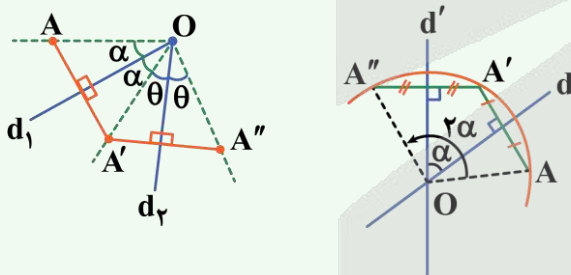
مثلاً در این شکل، شکل ۱ حول نقطه A به اندازه 90° درجه دوران یافته است.

ویژگی‌های دوران

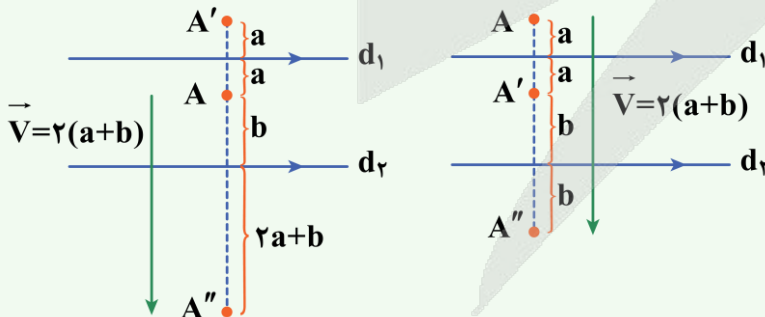
- ۱) دوران، موقعیت شکل را تغییر می‌دهد، به جز زمانی که زاویه دوران مضارب صحیح 360° باشد.
- ۲) در دوران فقط یک نقطه ثابت داریم که همان مرکز دوران می‌باشد، به جز دوران با زاویه مضارب صحیح 360° که تمام نقاط برای آن ثابت هستند.
- ۳) دوران در حالت کلی شیب خط‌ها را حفظ نمی‌کند.
- ۴) در دوران، اندازه زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.
- ۵) در دوران، جهت شکل‌ها تغییر نمی‌کند.

ترکیب تبدیل‌ها!

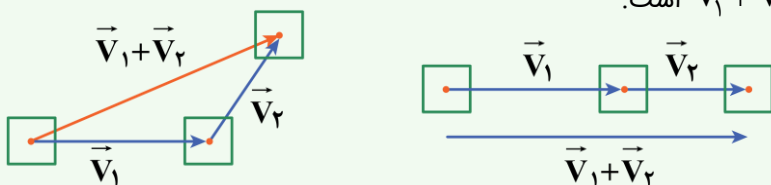
۱) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع یک دوران است که مرکز آن محل برخورد دو خط و زاویه آن دو برابر زاویه بین دو خط است.



۲) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک انتقال است با برداری عمود بر راستای دو خط که طول این بردار دو برابر فاصله بین دو محور بازتاب است.

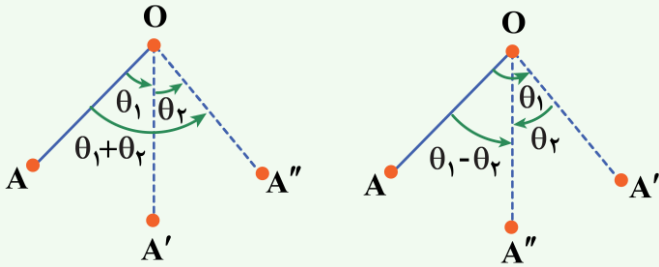


۳) ترکیب دو انتقال با بردارهای \vec{V}_1 و \vec{V}_2 یک انتقال با بردار $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$ است.





۴) ترکیب دو دوران با زاویه‌های θ و θ' یک دوران با زاویه $\theta + \theta'$ یا $\theta - \theta'$ است که جمع شدن یا کم شدن زاویه‌ها بستگی به هم‌جهت یا غیرهم‌جهت بودن دو دوران اولیه دارد.



۲۳- یک تجانس مستقیم و یک تجانس معکوس، قاعده کوچک یک دوزنقه را به قاعده بزرگ آن تصویر می‌کنند. اگر قاعده کوچک دوزنقه ۲، قاعده بزرگ ۵ و مساحت دوزنقه ۱۴۷ باشد، فاصله دو مرکز تجانس چقدر است؟

۴۸ (۴)

۴۲ (۳)

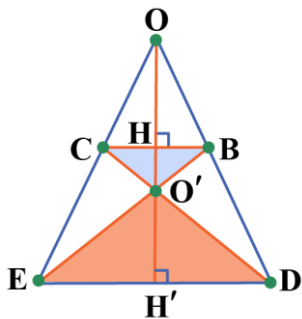
۴۰ (۲)

۳۶ (۱)

(سخت - مفهومی/ترکیبی - زمان ۲۰) - هندسه ۲ صفحه ۴۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

با اطلاعات داده شده، شکل موردنظر را ترسیم می‌کنیم.



مساحت دوزنقه و اندازه دو قاعده آن را داریم، بنابراین:

$$S_{BCED} = \frac{1}{2} HH' \times (BC + DE) \Rightarrow 147 = \frac{1}{2} HH' \times (2 + 5) \Rightarrow HH' = 42$$

می‌دانیم که $BC \parallel DE$ است، پس طبق قضیه تالس داریم:

$$BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{OH}{OH'} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{OH}{OH' - OH} = \frac{2}{5 - 2}$$

$$\Rightarrow \frac{OH}{HH'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OH}{42} = \frac{2}{3} \Rightarrow OH = 28$$

در گام بعدی دو مثلث $O'BC$ و $O'DE$ را بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{E} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow O'BC \sim O'DE \Rightarrow \frac{O'H}{O'H'} = \frac{BC}{DE}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{O'H}{O'H + O'H'} = \frac{2}{2 + 5} \Rightarrow \frac{O'H}{42} = \frac{2}{7} \Rightarrow O'H = 12$$

در پایان فاصله دو مرکز تجانس برابر است با:

$$OO' = OH + O'H = 28 + 12 = 40$$



می‌توانید رابطه را در حالت کلی بر حسب ارتفاع h و قاعده‌های a و b دوزنقه بیابید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{OH}{h} = \frac{a}{b-a} \Rightarrow OH = \frac{ah}{b-a} \\ \frac{O'H}{h} = \frac{a}{a+b} \Rightarrow O'H = \frac{ah}{a+b} \end{array} \right\} \Rightarrow OO' = ah \left(\frac{1}{b-a} + \frac{1}{b+a} \right) \Rightarrow OO' = \frac{2abh}{b^2 - a^2}$$

مثلاً در مثال ما:



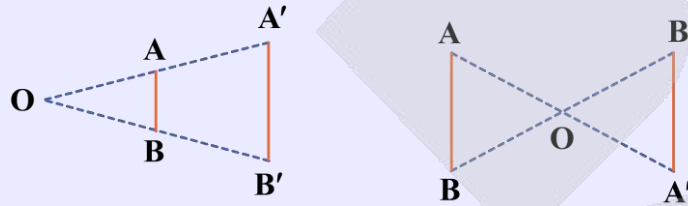
$$a = 2, b = 5, h = 42 \Rightarrow OO' = \frac{2 \times 2 \times 5 \times 42}{25 - 4} = \frac{20 \times 42}{21} = 40$$

تبدیل تجانس

تجانس به مرکز ثابت O و نسبت k، تبدیلی است که در آن هر نقطه M به نقطه N چنان تصویر می‌شود که: (۱) سه نقطه O، M و N روی یک خط راست قرار دارند.

$$ON = |k| OM \quad (2)$$

(۳) اگر $k > 0$ باشد، نقاط M و N در یک طرف O قرار دارند (تجانس مستقیم) و اگر $k < 0$ باشد، در دو طرف O واقع می‌شوند. (تجانس معکوس).



(۴) اگر N مجانس M به مرکز O و نسبت k باشد، آن‌گاه M نیز مجانس N به مرکز O و نسبت $\frac{1}{k}$ است.

ویژگی‌های تجانس

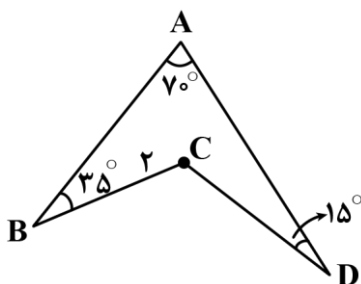
- (۱) اگر $|k| > 1$ باشد، تصویر مجانس بزرگ‌تر شده و تجانس را انبساط می‌نامیم و اگر $|k| < 1$ باشد، تصویر مجانس کوچک‌تر شده و تجانس را انقباض می‌نامیم.
- (۲) در تجانس موقعیت شکل تغییر می‌کند مگر این‌که $k = 1$ باشد.
- (۳) در تجانس، مرکز تجانس (O) نقطه ثابت محسوب می‌شود.
- (۴) تجانس در حالت کلی، طول یا نیست، مگر این‌که نسبت تجانس برابر با ۱ یا -۱ باشد.
- (۵) تجانس، زاویه‌ها را حفظ می‌کند.
- (۶) در تجانس، شیب‌ها و جهت‌ها حفظ می‌شوند.

نسبت در تجانس

تجانس با نسبت k		
نسبت ضلع تصویر به ضلع اولیه	نسبت محیط تصویر به محیط اولیه	نسبت مساحت تصویر به مساحت اولیه
k	k	k^2



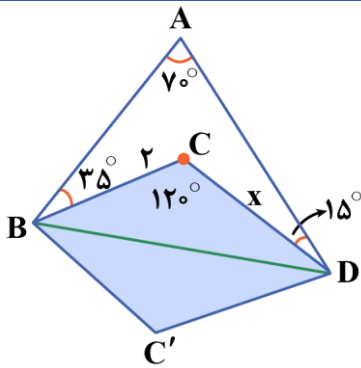
۲۴- قطعه زمینی به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون تغییر دادن محیط و طول اضلاع مساحت زمین را تا حداکثر مقدار ممکن افزایش دهیم. برای این منظور از تبدیل بازتاب استفاده می‌کنیم. اگر میزان افزایش مساحت برابر با ۱ واحد مربع باشد، اندازه ضلع CD چقدر است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



نقطه C را نسبت به محور BD بازتاب می‌دهیم تا مثلث BC'D ایجاد شود.



طبق درسنامه، اندازه زاویه بیرونی مقعر را به دست می‌آوریم:

$$\hat{C} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} \Rightarrow \hat{C} = 70^\circ + 35^\circ + 15^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}' = 120^\circ$$

مساحت قسمت اضافه شده، برابر است با دو برابر مساحت مثلث BCD و میزان کل افزایش مساحت، یک واحد مربع است.

$$S_{BCDC'} = 2S_{\triangle BCD} \Rightarrow 2 \times \left(\frac{1}{2} \times BC \times CD \times \sin 120^\circ\right) = 1 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow CD = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

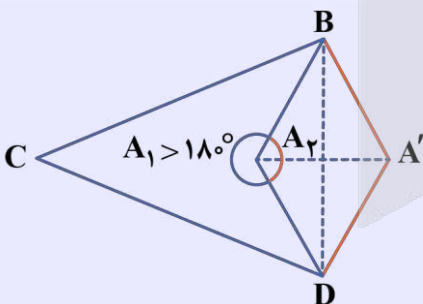
همپیرامونی یا هممحیطی

مسائل همپیرامونی به این صورت هستند که در شکل یک یا چند زاویه بزرگتر از 180° دیده می‌شود و می‌خواهیم با ثابت نگه داشتن محیط و تعداد اضلاع، مساحت را افزایش دهیم. در این مسائل خوب است بدانید که:

اندازه زاویه بیرونی مقعر، برابر است با مجموع دیگر زوایای چندضلعی داده شده

اثبات:

ابتدا یک شکل مناسب رسم می‌کنیم. حال برای افزایش مساحت بدون تغییر محیط، باید رأس A (زاویه منفرجه) را نسبت به پاره خط BD بازتاب دهیم، چون بازتاب یک تبدیل طولی است، پس $AD = A'D$ و $AB = A'B$ ، بنابراین محیط ثابت است.



میزان افزایش مساحت برابر است با دو برابر مساحت مثلث ABD، یعنی:

$$S_{A'BCD} = S_{ABCD} + 2S_{\triangle ABD}$$

$$(4-2) \times 180^\circ = 360^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 360^\circ$$

$$\hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C} + \hat{D}$$

در چهارضلعی بالا مجموع زوایای داخلی برابر است با:

بنابراین:

از طرفی می‌دانیم:

از دو تساوی بالا نتیجه می‌گیریم:

یعنی اندازه زاویه بیرونی مقعر، برابر است با مجموع دیگر زوایای چندضلعی داده شده.



مجموع زوایای n-ضلعی مقعر

در n ضلعی‌های مقعر مجموع زوایای داخلی برابر است با: $(n - 2) \times 180^\circ$

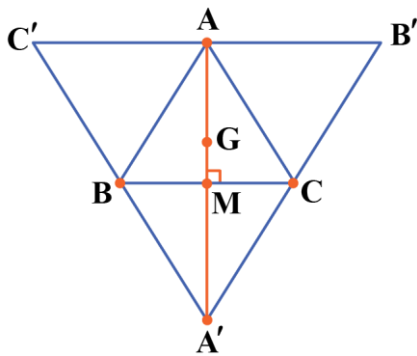


۲۵- نقطه G، محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC است. رأس‌های A، B و C را در تجانس معکوس با نسبت k و با مرکز تجانس G تصویر می‌کنیم تا به ترتیب نقاط A', B' و C' تشکیل شوند. اگر مثلث A'B'C' از نقاط A، B و C بگذرد، مقدار k چقدر است؟

- (۱) -۱
- (۲) -۲
- (۳) -۳
- (۴) $-\frac{3}{2}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۲ صفحه ۴۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲



با توجه به مسئله، شکل را رسم می‌کنیم.

نقطه G محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث ABC است، از طرفی مثلث A'B'C' مجانس ABC به مرکز تجانس G است، پس نقطه G محل

هم‌مرسی میانه‌های A'B'C' نیز می‌باشد (دقت کنید که در مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع و میانه یکی هستند)، پس:

$$A'G = 2AG$$

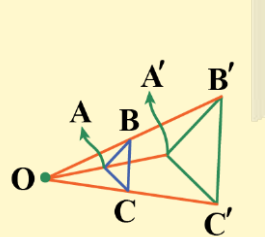
$$|k| = \frac{A'G}{AG} = 2$$

اندازه نسبت تجانس برابر است با:

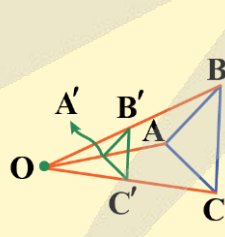
و چون تجانس معکوس است، $k = -2$ است.

انواع تجانس

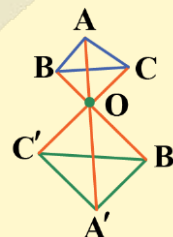
اگر $k > 0$ ، تجانس مستقیم و اگر $k < 0$ ، تجانس معکوس نامیده می‌شود.
اگر $|k| > 1$ ، تجانس انبساط و اگر $|k| < 1$ ، تجانس انقباض نامیده می‌شود.



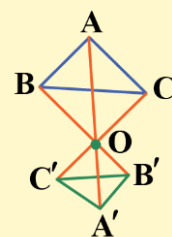
تجانس انبساطی مستقیم



تجانس انقباضی مستقیم



تجانس انبساطی معکوس



تجانس انقباضی معکوس

اگر $k = 1$ باشد، تجانس همه نقاط را روی خودش تصویر می‌کند.

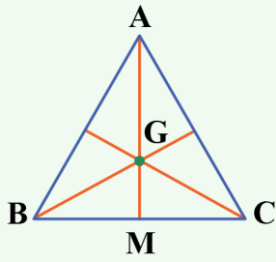


اگر $k = -1$ باشد، تجانس به دوران 180° حول مرکز تجانس تبدیل می‌شود که همان بازتاب به مرکز O نیز می‌باشد.



محل همرسی میانه‌ها در مثلث

در هر مثلث، محل همرسی میانه‌ها، خاصیت مقابل را ایجاد می‌کند.



$$\frac{GM}{AG} = \frac{1}{2} \Rightarrow AG = 2GM$$



۲۶- دسته‌ای کارت شامل ۳ کارت دو رو قرمز و ۷ کارت یک رو قرمز یک رو آبی است. کاردی را به تصادف از این دسته انتخاب می‌کنیم و یک روی آن را می‌بینیم. احتمال آن‌که این رو قرمز باشد، کدام است؟

$$\frac{17}{20} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{20} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

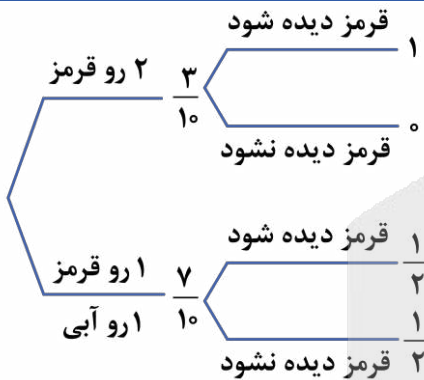
$$\frac{7}{20} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۵۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

استفاده از نمودار درختی:



$$P(\text{قرمز}) = \frac{3}{10} \times 1 + \frac{7}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

روش دوم

استفاده از فرمول احتمال کل:

- B_1 : پیشامد این‌که کارت دو رو قرمز بیاید.
- B_2 : پیشامد این‌که کارت یک رو قرمز یک رو آبی بیاید.
- A : پیشامد این‌که روی دیده شده قرمز باشد.

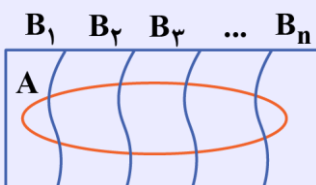
حال طبق فرمول احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

روی قرمز

$$P(A) = \frac{3}{10} \times 1 + \frac{7}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

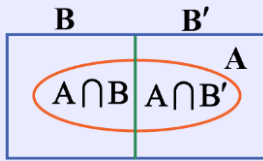
قانون احتمال کل

 برخی مواقع وقوع یک رویداد پس از رویداد دیگری اتفاق می‌افتد و احتمال آن در هر حالت به این بستگی دارد که ابتدا کدام پیشامد در رویداد اول رخ داده است. در این صورت محاسبه احتمال وقوع رویداد A به صورت زیر خواهد بود که به آن **قانون احتمال کل** می‌گویند.


$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n)$$



به خصوص اگر فضای نمونه با رویداد اول به یک پیشامد و متممش تقسیم شود، در این صورت:



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')$$



۲۷- ظرفی شامل ۵ سیب قرمز و ۲ سیب سبز است. از این ظرف ۲ سیب به صورت پی در پی و با جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که هر دو سیب هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$\frac{29}{49} \quad (۴)$$

$$\frac{35}{49} \quad (۳)$$

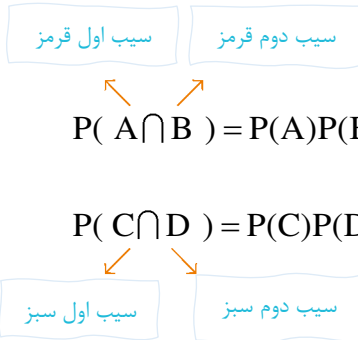
$$\frac{33}{49} \quad (۲)$$

$$\frac{30}{49} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - سریع) - آمار و احتمال صفحه ۶۶ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

برای این‌که سیب‌ها هم‌رنگ باشند باید یا هر دو قرمز یا هر دو سبز باشند. چون مسئله با جای‌گذاری است پس احتمال خارج شدن سیب سبز یا قرمز برای سیب دوم نیز همانند سیب اول است و گویی که ظرف هیچ تغییری نکرده زیرا سیب اول دوباره به جای خود برمی‌گردد. پس دو پیشامد مستقل هستند چون این‌که سیب اول چه رنگی آمده باشد تأثیری در این‌که سیب دوم چه رنگی بیاید ندارد. در نتیجه:



$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B|A) = P(A)P(B) = \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{49} \\ P(C \cap D) &= P(C)P(D|C) = P(C)P(D) = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{49} \end{aligned} \right\} + \rightarrow P(\text{هم‌رنگ}) = \frac{25}{49} + \frac{4}{49} = \frac{29}{49}$$

احتمال شرطی و قانون ضرب احتمال

اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، $P(A|B)$ یعنی احتمال وقوع A به شرط وقوع B که برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

و آن را **احتمال شرطی** می‌نامند.

در واقع این‌جا چون B رخ داده است، دیگر فضای نمونه‌ای همه S نیست و به B محدود شده و انگار B فضای نمونه‌ای جدیدی است و می‌خواهیم در این فضای جدید احتمال وقوع پیشامد A را بیابیم. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$ به **قانون ضرب احتمال** معروف است.

پیشامدهای مستقل و وابسته

اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که احتمال رخ دادن یکی روی دیگری تأثیری نداشته باشد این دو پیشامد را **مستقل** می‌گویند. مثلاً احتمال قبولی سارا و تارا در درس ریاضی مستقل از هم است و فقط به تلاش هر کدام از آن‌ها بستگی دارد.



در پیشامدهای مستقل A و B داریم:

$$P(A|B) = P(A) \text{ (چون B تأثیری روی A ندارد!)}$$

بنابراین:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(A) \times P(B)$$

یعنی:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow A, B \text{ مستقل اند}$$

دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته هستند.



۲۸- با تجربه‌های قبلی می‌دانیم احتمال گل زدن در هر پنالتی توسط رونالدو، ۷۵٪ است. احتمال این‌که در سه پنالتی حداکثر دو پنالتی گل شود، چقدر است؟

$$\frac{29}{64} \text{ (۴)}$$

$$\frac{31}{64} \text{ (۳)}$$

$$\frac{35}{36} \text{ (۲)}$$

$$\frac{37}{64} \text{ (۱)}$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - آمار و احتمال صفحه ۵۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

روش متمم:

اگر فرض کنیم A_i پیشامد گل شدن پنالتی i ام باشد، پیشامد این‌که حداکثر دو تا از سه پنالتی گل شود متمم این پیشامد است که هر سه پنالتی گل شود. چون A_1, A_2, A_3 مستقل هستند، داریم:

$$\begin{aligned} 1 - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) &= 1 - P(A_1)P(A_2)P(A_3) \\ &= 1 - \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right) = 1 - \frac{27}{64} = \frac{64 - 27}{64} = \frac{37}{64} \end{aligned}$$

روش دوم

روش مستقیم:

این‌که حداکثر دو پنالتی گل شود یعنی یا هیچ یک از پنالتی‌ها گل نشود یا فقط یک پنالتی گل شود یا دو پنالتی گل شود. پس احتمال هر کدام را محاسبه کرده و طبق اصل جمع با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} P(\text{هیچ پنالتی‌ای گل نشود}) &= \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} \\ P(\text{فقط یک پنالتی گل شود}) &= \binom{3}{1} \left(\frac{3}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{64} \\ P(\text{فقط دو پنالتی گل شود}) &= \binom{3}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{27}{64} \\ P(\text{حداکثر دو پنالتی گل شود}) &= \frac{27}{64} + \frac{9}{64} + \frac{1}{64} = \frac{37}{64} \end{aligned}$$

تعمیم قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B)$$



قلقلشو یاد بگیر!

بسیاری از اوقات استفاده از روش متمم سریع‌تر از استفاده از روش مستقیم است. همان‌طور که در این سؤال هم مشاهده شد روش مستقیم می‌تواند به مراتب خیلی طولانی‌تر و با خطای بیشتر باشد. پس با تعریف درست پیشامدها و استفاده از اطلاعات مسئله می‌توانیم با روش احتمال متمم سریع‌تر به جواب برسیم.



۲۹- عددی از مجموعه $\{۲۰۱, ۲۰۲, \dots, ۶۰۰\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد، چقدر احتمال دارد که بر ۳ بخش پذیر نباشد؟

$$\frac{۷۳}{۸۰} \quad (۴)$$

$$\frac{۵۷}{۸۰} \quad (۳)$$

$$\frac{۵۳}{۸۰} \quad (۲)$$

$$\frac{۴۷}{۸۰} \quad (۱)$$

متوسط - ترکیبی - استاندارد - آمار و احتمال صفحه ۵۰ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

اگر B پیشامد بخش پذیر بودن عدد بر ۵ و A پیشامد بخش پذیر بودن عدد بر ۳ باشد، داریم:

$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)}$$

اعدادی که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیرند در واقع همان اعدادی هستند که بر ۱۵ بخش پذیرند. پس:

$$P(A'|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{\left[\frac{۶۰۰}{۱۵} \right] - \left[\frac{۲۰۰}{۱۵} \right]}{\left[\frac{۶۰۰}{۵} \right] - \left[\frac{۲۰۰}{۵} \right]} = 1 - \frac{۴۰ - ۱۳}{۱۲۰ - ۴۰} = 1 - \frac{۲۷}{۸۰} = \frac{۵۳}{۸۰}$$

تعداد اعداد بخش پذیر بر n

تعداد اعداد بخش پذیر بر n در مجموعه $\{۱, ۲, \dots, m\}$ برابر است با:

$$\left[\frac{m}{n} \right]$$

[] نماد جزء صحیح است.

اعدادی که بر دو عدد m و n بخش پذیرند

اعدادی که بر هر دو عدد m و n بخش پذیرند بر ک.م.م m و n بخش پذیرند.



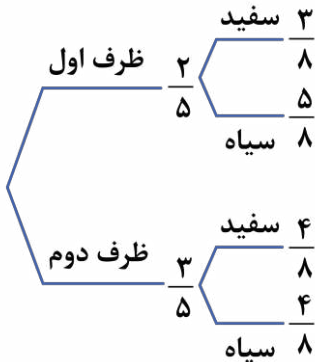
۳۰- دو جعبه داریم. در جعبه اول ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۴ مهره سیاه موجود است. به تصادف ۲ مهره از جعبه اول و ۳ مهره از جعبه دوم خارج کرده و در جعبه سوم که خالی است می‌اندازیم. سپس به تصادف از جعبه سوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. اگر ملاحظه کنیم سفید است احتمال آن که از جعبه اول آمده باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۱) \qquad \frac{1}{3} \quad (۲) \qquad \frac{7}{17} \quad (۳) \qquad \frac{5}{17} \quad (۴)$$

(سخت - ترکیبی - زمان‌بَر) - آمار و احتمال صفحه ۵۸ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

اگر A پیشامد خارج شدن مهره متعلق به جعبه اول از جعبه سوم باشد و B پیشامد سفید بودن مهره خارج شده از جعبه سوم باشد، داریم:



$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{8}}{\frac{2}{5} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{8}} = \frac{6}{6+12} = \frac{1}{3}$$

رفع ابهام!

برای محاسبه احتمال سیاه یا سفید بودن هر مهره داخل جعبه سوم، ابتدا باید ببینیم که به جعبه اول تعلق داشته یا جعبه دوم؟ سپس از احتمال سیاه یا سفید بودن در همان جعبه‌ای که مهره از آن آمده استفاده می‌کنیم.

قانون بیز

قانون بیز در واقع فرم شرطی احتمال کل است، یعنی چند تصادف پی‌درپی رخ داده و نتیجه مشاهده شده است. حال می‌خواهیم بررسی کنیم ریشه این اتفاق به کدام یک از اتفاق‌های اولیه برمی‌گردد و هر کدام چند درصد در اتفاقی که افتاده، تاثیرگذار بوده‌اند. فرمول این احتمال همان فرمول احتمال شرطی است ولی باید ابتدا مخرج کسر را به وسیله احتمال کل و نمودار درختی پیدا کنیم. یعنی:

اگر B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، که فضای نمونه را افزاز می‌کنند، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A و هر $1 \leq i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(B_1)P(A | B_1) + \dots + P(B_n)P(A | B_n)}$$

احتمال کل P(A)



جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم + مغناطیس
(تا ابتدای نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان) - صفحه‌های ۶۷ تا ۹۱

بودجه‌بندی
این آزمون

در مجموع ۴ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- یک گرمکن الکتریکی به مقاومت الکتریکی R را که جریان ۵A در آن برقرار است، داخل گرماسنجی که حاوی ۲kg آب ۳۰°C است، قرار می‌دهیم تا در مدت زمان یک دقیقه، دمای آب به ۸۰°C برسد. مقاومت الکتریکی R چند اهم است؟ (اتلاف انرژی ناچیز است، از تغییرات مقاومت در اثر تغییرات دما صرف نظر کنید و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)

- (۱) ۲۸۰
- (۲) ۱۴۰
- (۳) ۴۲۰
- (۴) ۷۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

گام اول

ابتدا گرمای مورد نیاز برای رساندن دمای آب از ۳۰°C به ۸۰°C را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{m=2\text{kg}, c=4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \Delta\theta=50^\circ\text{C}} Q = 2 \times 4200 \times 50 = 420000 \text{ J}$$

گام آخر

چون اتلاف انرژی ناچیز است، بنابراین تمام گرمای حاصل از عبور جریان الکتریکی از مقاومت R، صرف افزایش دمای آب شده است و داریم:

$$U = Q \Rightarrow RI^2t = Q \Rightarrow R = \frac{Q}{I^2t} = \frac{420000}{(5)^2 \times 60} = 280 \Omega$$

انرژی مصرفی در یک مقاومت

می‌دانیم توان مصرفی برابر با انرژی مصرفی در واحد زمان است، بنابراین برای محاسبه انرژی مصرفی توسط یک مقاومت (انرژی گرمایی تولیدشده توسط مقاومت) در مدت زمان t از رابطه توان به شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow U = Pt \Rightarrow \begin{cases} P=VI \rightarrow U = VI t \\ P=RI^2 \rightarrow U = RI^2 t \\ P=\frac{V^2}{R} \rightarrow U = \frac{V^2}{R} t \end{cases}$$

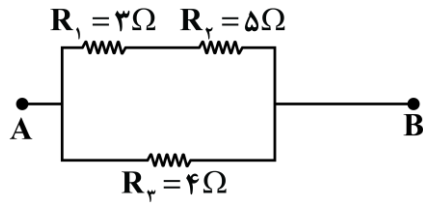
راهنمای مسیر

این سؤال، بر اساس فعالیت صفحه ۶۸ کتاب درسی طرح شده و هدفش بولد کردن اهمیت تمام مطالب کتاب درسی هست. اگر بخشی از سؤال رو که مربوط به فیزیک سال دهم هست رو فراموش کردی، حتماً به نیم‌نگاهی به مطالب گرما بنداز. چون می‌شه در سطوح بالاتر، این سؤال را برای مخلوط آب و یخ هم طراحی کرد. حالا از ما گفتن بود.





۳۲- در مدار شکل زیر، حداکثر توان قابل تحمل مقاومت R_1 برابر با $75W$ و حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های R_2 و R_3 برابر با $100W$ است. حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی که می‌توان بین دو نقطه A و B برقرار کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، چند ولت است؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۱۰
- (۳) ۴۰
- (۴) ۲۰

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲)

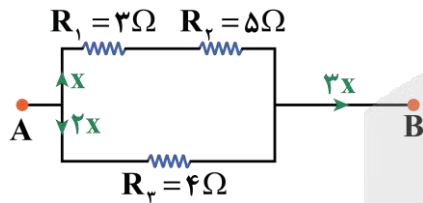
پاسخ: گزینه ۴

کام اول

با توجه به شکل زیر، شاخه بالایی به مقاومت $R_1 + R_2 = 8\Omega$ با شاخه پایینی به مقاومت $R_3 = 4\Omega$ موازی است و می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌ها برابر با عکس نسبت مقاومت‌ها است، پس اگر جریان عبوری از شاخه بالایی را x فرض کنیم، داریم:

$$\frac{I_{\text{شاخه پایین}}}{I_{\text{شاخه بالا}}} = \frac{R_{\text{شاخه بالا}}}{R_{\text{شاخه پایین}}} \Rightarrow \frac{I_{\text{شاخه پایین}}}{x} = \frac{8}{4} \Rightarrow I_{\text{شاخه پایین}} = 2x$$

از طرفی هم مجموع جریان‌های عبوری از شاخه‌های بالا و پایین از نقطه‌های A و B عبور می‌کند، پس جریان عبوری از نقاط A و B برابر با $x + 2x = 3x$ است.



کام آخر

حالا به کمک رابطه توان مصرفی مقاومت R ، $(P = RI^2)$ و با توجه به مقادیر حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 \leq P_{1\max} \Rightarrow 3x^2 \leq 75 \Rightarrow x^2 \leq 25 \Rightarrow x \leq 5A$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 \leq P_{2\max} \Rightarrow 5x^2 \leq 100 \Rightarrow x^2 \leq 20 \Rightarrow x \leq 2\sqrt{5}A \xrightarrow{2\sqrt{5} \approx 4.5} x \leq 4.5A$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 \leq P_{3\max} \Rightarrow 4 \times (2x)^2 \leq 100 \Rightarrow 16x^2 \leq 100 \Rightarrow x^2 \leq \frac{25}{4} \Rightarrow x \leq 2.5A$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، حداکثر مقدار x باید $2/5A$ باشد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، بنابراین داریم:

$$V_{AB} = V_{R_3} \Rightarrow (V_{AB})_{\max} = (V_{R_3})_{\max} = R_3 \times 2x = 4 \times 2 \times 2/5 = 20V$$

مقایسه توان مصرفی مقاومت‌ها

برای مقایسه توان مصرفی در مقاومت‌های یک مدار، ابتدا جریان عبوری از آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. در مقایسه جریان‌ها به نکات زیر توجه می‌کنیم:

۱- جریان مقاومت‌های متوالی با هم برابر هستند.

۲- جریان مقاومت‌های موازی با اندازه مقاومت، رابطه عکس دارد.

پس از مقایسه جریان‌ها، می‌توانیم به راحتی و با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، توان مقاومت‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم.

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$



تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی

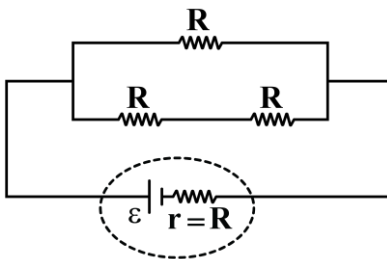
برای مقایسه جریان‌های عبوری از مقاومت‌های موازی، جریان یکی از شاخه‌های مدار را برابر x در نظر می‌گیریم (بهتر است شاخه‌ای را انتخاب کنیم که بیشترین مقاومت را دارد). و جریان عبوری از سایر مقاومت‌های موازی را با توجه به قاعده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی، $\left(\frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2}\right)$ بر حسب x به دست می‌آوریم.

راهنمای مسیر

این تیپ مدارها و تحلیل حداکثر توان مصرفی مدار، بارها و بارها از سؤال طرح شده. ما اومدیم با یک روش خلاقانه، حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌ها رو متفاوت کردیم تا با یک ایده جدید برای این تیپ سؤالات آشنا تون کنیم و خیال شما و خودمون رو از این بابت راحت کنیم.



۳۲- در شکل زیر، مقاومت‌ها یکسان و توان خروجی باتری برابر با $96W$ است. اگر این سه مقاومت را به صورت متوالی به دو سر همین باتری ببندیم، توان خروجی باتری چند وات می‌شود؟



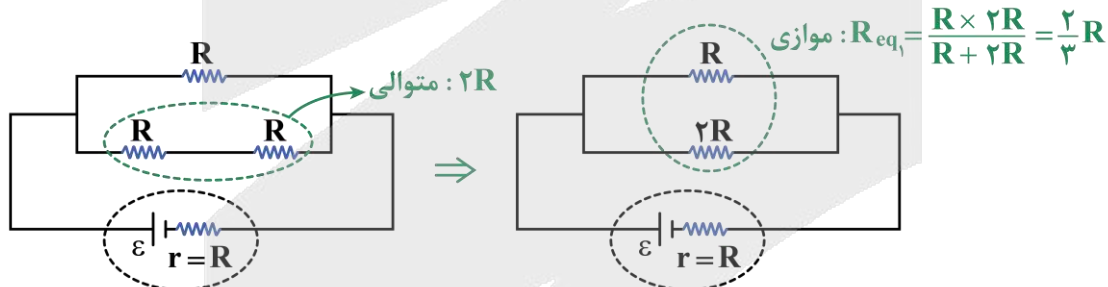
- (۱) ۷۵
- (۲) ۱۵۰
- (۳) ۸۰
- (۴) ۱۶۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

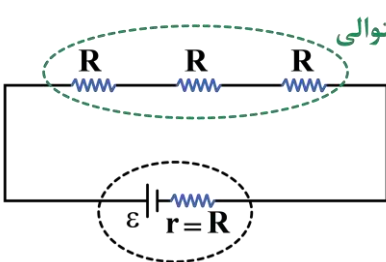
مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم و از رابطه توان خروجی بر حسب مقاومت معادل مدار استفاده می‌کنیم:



$$P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_{eq1}}{(R_{eq1} + r)^2} = \frac{\varepsilon^2 \times \frac{2}{3} R}{\left(\frac{2}{3} R + R\right)^2} = \frac{\frac{2}{3} \varepsilon^2 R}{\frac{25}{9} R^2} = \frac{6}{25} \frac{\varepsilon^2}{R} \xrightarrow{P_1 = 96W} \frac{6}{25} \times \frac{\varepsilon^2}{R} = 96 \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{R} = 400W$$

گام آخر

حالا هر سه مقاومت را به صورت متوالی بسته و به همان باتری اولیه متصل می‌کنیم و توان خروجی باتری را برای این حالت به دست می‌آوریم:



$$P_2 = \frac{\varepsilon^2 R_{eq2}}{(R_{eq2} + r)^2} = \frac{3\varepsilon^2 R}{16R^2} = \frac{3}{16} \times \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{3}{16} \times 400 = 75W$$



توان خروجی باتری بر حسب مقاومت معادل مدار

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}} P = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \right) - r \left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \right)^2 \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2 R_{eq}}{(R_{eq} + r)^2}$$

راهنمای مسیر

بچه‌ها در تحلیل مدار حتماً سؤالات متنوعی حل کنند تا در زمان کمی بتونین سؤالات این تپیی رو که اتفاقاً در کنکورهای اخیر دارن مطرح میشن رو جواب بدین. خیلی وقت‌ها توی سؤالات مدار، بچه‌ها با مشکل زمان مواجه می‌شن. پس تمرین و تمرین و تمرین!



۳۴- دو لامپ با مقاومت‌های R_1 و R_2 را یک بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آن‌ها را هر بار به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه ε وصل می‌کنیم. نسبت جریان عبوری از باتری در حالت موازی به جریان عبوری از باتری در حالت متوالی، برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۴/۶ (۴)

۳/۶ (۳)

۲/۸ (۲)

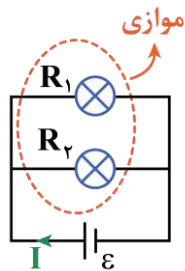
۱/۸ (۱)

(سخت - استدلالی - استاندارد) - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

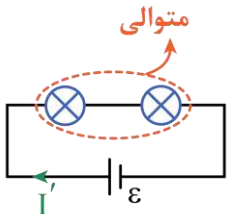
جریان عبوری از باتری در حالت موازی برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, r=0} I = \frac{\varepsilon}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{(R_1 + R_2)\varepsilon}{R_1 R_2}$$

گام دوم

جریان عبوری از باتری در حالت متوالی برابر است با:



$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow{R'_{eq} = R_1 + R_2, r=0} I' = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

گام آخر

نسبت جریان عبوری از باتری در حالت موازی به جریان عبوری از باتری در حالت متوالی برابر است با:

$$\frac{I}{I'} = \frac{\frac{(R_1 + R_2)\varepsilon}{R_1 R_2}}{\frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}} = \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1 R_2} = \frac{R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2}{R_1 R_2} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} + 2 \xrightarrow{\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} \geq 2} \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} + 2 \geq 4 \Rightarrow \frac{I}{I'} \geq 4$$

تلنگر ریاضی

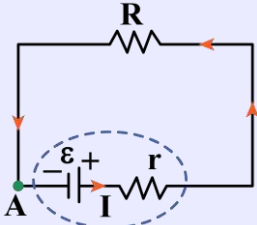
برای هر عدد حقیقی بزرگ‌تر از صفر، نامساوی $x + \frac{1}{x} \geq 2$ برقرار است.



مدار تک حلقه

مدار تک حلقه، یعنی مداری که از یک مسیر بسته تشکیل شده و در آن مسیر، تعدادی باتری و مقاومت به هم وصل شده‌اند. در هر مسیر بسته‌ای (در هر حلقه‌ای)، اگر یک دور کامل بزنیم، باید جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های الکتریکی اجزای آن حلقه، مساوی صفر باشد.

در مدار شکل زیر، از یک نقطه دلخواه مثل A شروع به حرکت کنید و دوباره به همان نقطه برسید:



$$V_A + \varepsilon - rI - RI = V_A \Rightarrow (r + R)I = \varepsilon \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

در یک مدار تک حلقه ساده مطابق شکل زیر، جریان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

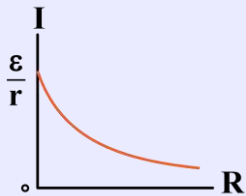
ε: نیروی محرکه باتری بر حسب ولت (V)

I: جریان گذرنده از مدار بر حسب آمپر (A)

r: مقاومت داخلی باتری بر حسب اهم (Ω)

R: مقاومت خارجی مدار بر حسب اهم (Ω)

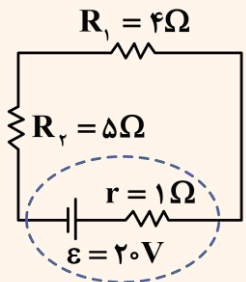
نمودار جریان بر حسب مقاومت خارجی مدار به صورت مقابل است:



یه نمونه باحال

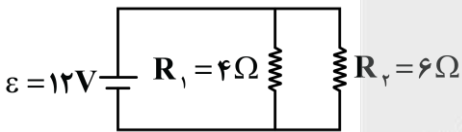
جریان الکتریکی مدار مقابل چند آمپر است؟

پاسخ تشریحی:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r} = \frac{20}{4 + 5 + 1} = 2A$$

۳۵- در مدار شکل زیر، باتری، آرمانی است. جریان عبوری از مقاومت R_۱ چند درصد جریانی است که از باتری می‌گذرد؟



(۱) ۳۳

(۲) ۴۰

(۳) ۶۰

(۴) ۶۷

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

مقاومت‌های R_۱ و R_۲ موازی هستند، از طرفی می‌دانیم اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های موازی، برابر است، بنابراین اگر جریان عبوری از مقاومت R_۱ برابر با I_۱ باشد، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 4I_1 = 6I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} I_1$$

از طرفی داریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = I_1 + \frac{2}{3} I_1 = \frac{5}{3} I_1$$



در نهایت می توانیم بنویسیم:

$$\frac{I_1}{I} \times 100 = \frac{I_1}{\frac{5}{3} I_1} \times 100 = 60\%$$

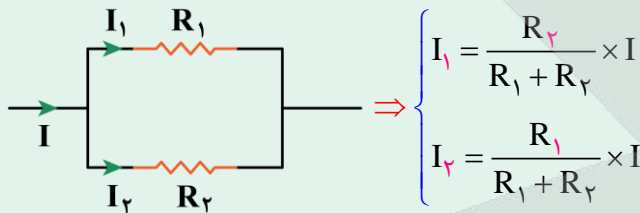
بنابراین ۶۰ درصد جریان عبوری از باتری از مقاومت R_1 می گذرد.

روش دوم

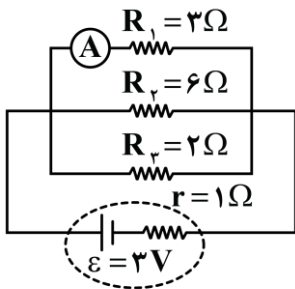
برای دو مقاومت موازی داریم:

$$I_1 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) I \Rightarrow I_1 = \left(\frac{6}{4 + 6} \right) I = 0.6 I \Rightarrow \frac{I_1}{I} \times 100 = 60\%$$

تکنیک تقسیم جریان در دو مقاومت موازی



۳۶- در مدار شکل زیر، سه مقاومت به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده اند. جریانی که آمپرسنج نشان می دهد، چند آمپر است؟ (آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



- ۱) ۰/۲۵
- ۲) ۰/۵
- ۳) ۰/۷۵
- ۴) ۱/۵

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 موازی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2 + 1 + 3}{6} = 1 \Omega$$

گام دوم

جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{3}{1 + 1} = 1.5 A$$

گام سوم

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر است با:

$$V_{باتری} = \varepsilon - rI \Rightarrow V_{باتری} = 3 - 1 \times 1.5 = 1.5 V$$



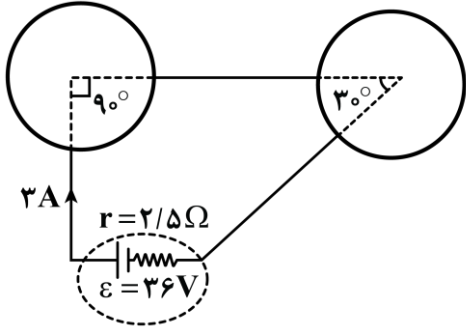
با توجه به اینکه هر سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 با باتری موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر هر یک از آن‌ها برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری است؛ در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} V_1 = V_2 = V_3 = V_{\text{باتری}} = 1/5V \\ V_1 = R_1 I_1 \end{cases} \Rightarrow 1/5 = 3I_1 \Rightarrow I_1 = 0/5A$$

بنابراین آمپرسنج آرمانی که جریان عبوری از مقاومت R_1 را نشان می‌دهد، مقدار $0/5A$ را نشان می‌دهد.



۳۷- با استفاده از یک سیم یکنواخت به طول L و مقاومت الکتریکی R دو حلقه مشابه ساخته و حلقه‌ها را مطابق شکل زیر به یک باتری وصل می‌کنیم. R چند اهم است؟



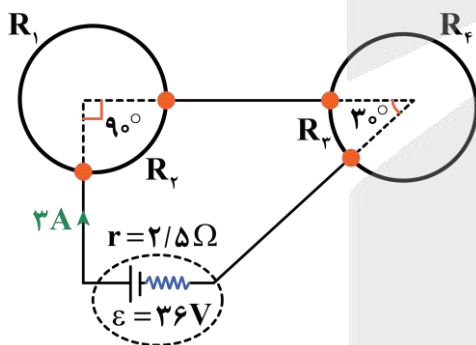
- (۱) ۱۸
- (۲) ۳۶
- (۳) ۷۲
- (۴) ۱۴۴

(سخت - استدلالی - زمان‌بر ۵ - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



مقاومت الکتریکی سیم برابر با R است. حالا که سیم را به صورت دو حلقه مشابه درآورده‌ایم، پس مقاومت الکتریکی هر حلقه برابر با $\frac{R}{2}$ می‌شود، بنابراین:



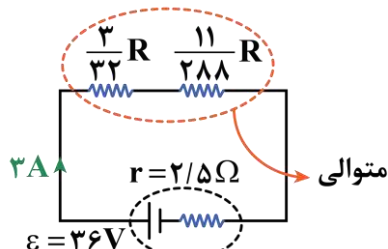
$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{3}{4} \times \frac{R}{2} = \frac{3R}{8} \\ R_2 = \frac{1}{4} \times \frac{R}{2} = \frac{R}{8} \\ R_3 = \left(\frac{30^\circ}{360^\circ}\right) \times \frac{R}{2} = \frac{R}{24} \\ R_4 = \frac{R}{2} - \frac{R}{24} = \frac{11R}{24} \end{cases}$$

$$R_1, 2 \Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{3R}{8} \times \frac{R}{8}}{\frac{3R}{8} + \frac{R}{8}} = \frac{R}{8} \times \left(\frac{3 \times 1}{3+1}\right) = \frac{3R}{32}$$

$$R_3, 4 \Rightarrow R_{3,4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{\frac{R}{24} \times \frac{11R}{24}}{\frac{R}{24} + \frac{11R}{24}} = \frac{R}{24} \times \left(\frac{1 \times 11}{1+11}\right) = \frac{11R}{288}$$

مقاومت‌های $R_{1,2}$ و $R_{3,4}$ متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_{3,4} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3R}{32} + \frac{11R}{288}$$





گام دوم

جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 3 = \frac{36}{R_{eq} + 2/5} \Rightarrow R_{eq} + 2/5 = 12 \Rightarrow R_{eq} = 9/5 \Omega$$

گام آخر

$$R_{eq} = \frac{3}{32}R + \frac{11}{288}R = 9/5 \Rightarrow \frac{27R + 11R}{288} = 9/5 \Rightarrow \frac{38R}{288} = 9/5 \Rightarrow R = \frac{288 \times 9/5}{38} = 72 \Omega$$

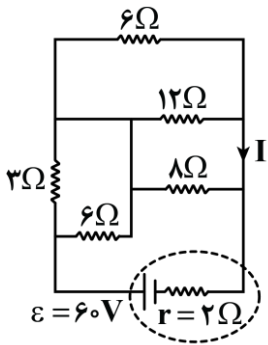
راهنمای مسیر

اگر نتوانستی این سؤال رو جواب بدی، فدای سرت. چون هم سخته و هم زمان بره! اما ایده استفاده شده از این سؤال خیلی جاش توی کنکور خالیه و شدیداً احتمال طرح شدنش بالا هست. پس یه نفس عمیق بکش و برو به سمت پاسخنامه تا حسابی بلد بشی.



۳۸- در مدار شکل مقابل، جریان I چند آمپر است؟

- ۱) ۶
- ۲) ۴/۵
- ۳) ۷
- ۴) ۵/۵

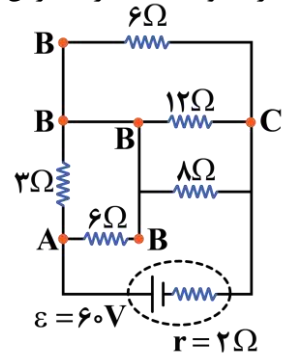


(سخت - استدلالی - زمان بر - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

مقاومت‌های ۶Ω و ۳Ω موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آنها برابر است. اگر جریان عبوری از مقاومت ۶Ω را x فرض کنیم، داریم:



$$V_{6\Omega} = V_{3\Omega} \xrightarrow{V=IR} 6x = 3 \times I_{3\Omega} \Rightarrow I_{3\Omega} = 2x$$

در نقطه A، جمع جریان‌های خروجی باید برابر با جمع جریان‌های ورودی باشد:

$$I_T = I_{3\Omega} + I_{6\Omega} = 3x$$

پس باید مجموع جریان‌های عبوری از مقاومت‌های موازی ۶Ω، ۱۲Ω و ۸Ω نیز برابر با ۳x باشد.

اگر جریان عبوری از مقاومت ۱۲Ω را y فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} V_{12\Omega} = V_{6\Omega} \Rightarrow 12y = 6I_{6\Omega} \Rightarrow I_{6\Omega} = 2y \\ V_{12\Omega} = V_{8\Omega} \Rightarrow 12y = 8I_{8\Omega} \Rightarrow I_{8\Omega} = \frac{3}{2}y \end{cases} \xrightarrow{I_{12\Omega} + I_{6\Omega} + I_{8\Omega} = I_T} y + 2y + \frac{3}{2}y = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}y = 3x \Rightarrow y = \frac{2x}{3} \Rightarrow \begin{cases} I_{12\Omega} = \frac{2}{3}x \\ I_{6\Omega} = \frac{4}{3}x \\ I_{8\Omega} = x \end{cases}$$

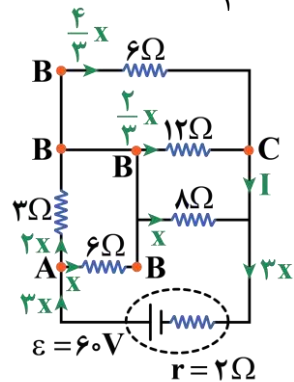


مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\begin{cases} R' = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\Omega \\ \frac{1}{R''} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{2+4+3}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} \Rightarrow R'' = \frac{8}{3}\Omega \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = R' + R'' = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}\Omega$$

جریان اصلی مدار برابر است با:

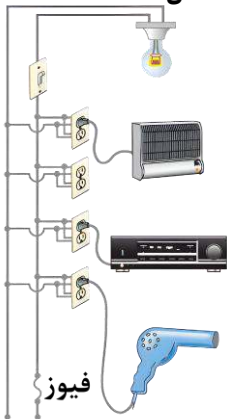
$$I_T = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{60}{\frac{14}{3} + 2} = \frac{60}{\frac{20}{3}} = 9A \xrightarrow{I_T = 3x} 3x = 9 \Rightarrow x = 3A$$



$$I + x = 3x \Rightarrow I = 2x \xrightarrow{x = 3A} I = 6A$$

با توجه به شکل مقابل در نقطه C داریم:

۲۹- یک لامپ رشته‌ای ۹۰W، یک بخاری برقی ۲۰۰۰W، یک دستگاه پخش صوت ۳۵۰W و یک سشوار ۱۳۰۰W مطابق شکل زیر به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰V وصل شده‌اند. فیوز این مدار باید حداکثر جریان چند آمپر را تحمل کند؟



- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۷
- (۴) ۱۸

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی وصل شده‌اند، بنابراین جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان عبوری از هر یک از مصرف‌کننده‌ها است. به کمک رابطه $I = \frac{P}{V}$ داریم:

$$I_{\text{فیوز}} = I_{\text{سشوار}} + I_{\text{پخش صوت}} + I_{\text{بخاری برقی}} + I_{\text{لامپ}} = \frac{1300}{220} + \frac{350}{220} + \frac{2000}{220} + \frac{90}{220} = \frac{3740}{220} = 17A$$

پس باید فیوز، حداکثر جریان ۱۷A را بتواند تحمل کند.



نکته

- ۱- در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند.
- ۲- جریان عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان عبوری از هر یک از مصرف‌کننده‌های مدار است.



۴۰- وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل الکتریکی $220V$ وصل می‌کنیم، جریان $12A$ از آن می‌گذرد. اگر این بخاری به مدت $5h$ در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به‌ازای هر کیلووات‌ساعت برابر با 50 تومان باشد، هزینه یک ماه مصرف این بخاری در فصل پاییز چند تومان می‌شود؟

۱۹۸۰۰ (۴)

۱۳۲۰۰ (۳)

۱۹۸۰ (۲)

۱۳۲۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

توان مصرفی بخاری برابر است با:

$$P = VI = 220 \times 12 = 2640 \text{ W} \Rightarrow P = 2/64 \text{ kW}$$

گام دوم

انرژی مصرفی توسط بخاری در مدت‌زمان یک ماه (۳۰ روز) برابر است با:

$$U = Pt = (2/64 \text{ kW}) \times (5 \times 30 \text{ h}) = 396 \text{ kWh}$$

گام آخر

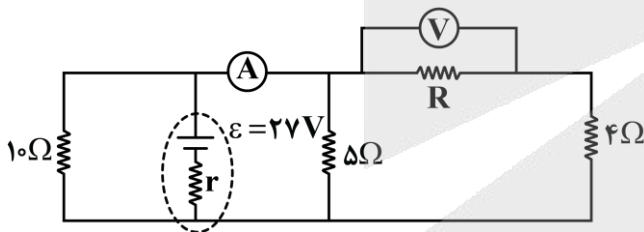
بهای برق مصرفی در مدت یک ماه برابر است با:

$$\text{تومان} = 396 \text{ kWh} \times \frac{\text{تومان } 50}{1 \text{ kWh}} = 19800$$



۴۱- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل عدد $9V$ را نشان می‌دهد. اگر تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت 10Ω در هر $16s$ برابر با $1/5 \times 10^{20}$ باشد، عددی که آمپرسنج ایده‌آل بر حسب آمپر نشان می‌دهد و مقدار نسبت $\frac{R}{r}$ به ترتیب از راست به چپ در کدام

گزینه به‌درستی آمده‌اند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



(۱) 3 و $4/5$

(۲) 3 و 6

(۳) 2 و $4/5$

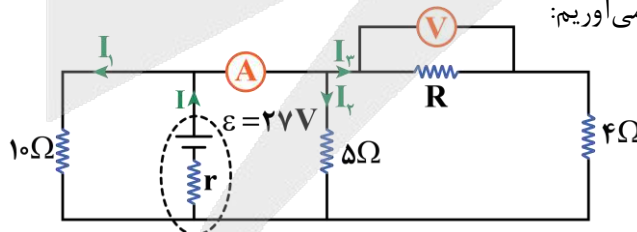
(۴) 2 و 6

(متوسط - استدلالی - زمان‌بر - صفحه ۷۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

ابتدا جریان عبوری از مقاومت 10Ω را به‌دست می‌آوریم:



$$I_1 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q = ne} I_1 = \frac{ne}{\Delta t} \xrightarrow{n = 1/5 \times 10^{20}, e = 1/6 \times 10^{-19} C, \Delta t = 16s} I_1 = \frac{1/5 \times 10^{20} \times 1/6 \times 10^{-19}}{16} = 1/5 A$$



گام دوم

مقاومت 10Ω ، مقاومت 5Ω و مقاومت معادل مقاومت‌های متوالی R و 4Ω با یکدیگر موازی هستند و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها برابر است، بنابراین داریم:

$$V_{10\Omega} = V_{5\Omega} \Rightarrow 10 \cdot I_1 = 5I_2 \xrightarrow{I_1 = 1/5 A} 10 \times 1/5 = 5I_2 \Rightarrow I_2 = 3A$$

$$V_{10\Omega} = V_{(R+4\Omega)} \Rightarrow 10 \cdot I_1 = (R + 4)I_3 \xrightarrow{I_1 = 1/5 A} 15 = RI_3 + 4I_3 \xrightarrow{\begin{matrix} R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = RI \\ V = 9V \\ I_3 = 1/5 A \end{matrix}} 15 = 9 + 4I_3 \Rightarrow I_3 = 1/5 A$$

$$V = RI_3 \xrightarrow{\begin{matrix} V = 9V \\ I_3 = 1/5 A \end{matrix}} R \times 1/5 = 9 \Rightarrow R = 6\Omega$$

گام سوم

مجموع جریان‌های I_2 و I_3 از آمپرسنج عبور کرده‌اند، بنابراین مقدار نشان داده‌شده توسط آمپرسنج ایده‌آل (I_A) برابر است با:

$$I_A = I_2 + I_3 = 3 + 1/5 = 4/5 A$$

گام چهارم

مجموع جریان عبوری از مقاومت 10Ω و جریان عبوری از آمپرسنج ایده‌آل، همان جریان عبوری از باتری است، بنابراین:

$$I = I_1 + I_A = 1/5 + 4/5 = 6A$$

گام پنجم

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت 10Ω و باتری، یکسان است، بنابراین:

$$V_{\text{باتری}} = V_{10\Omega} \xrightarrow{\begin{matrix} V_{10\Omega} = 10 \times 1/5 = 15V \\ V_{\text{باتری}} = \epsilon - Ir \end{matrix}} 27 - 6r = 15 \Rightarrow 6r = 12 \Rightarrow r = 2\Omega$$

گام آخر

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

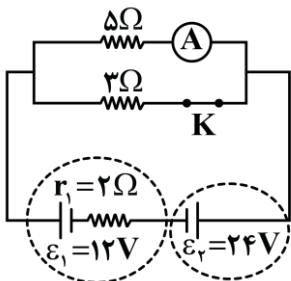
$$\frac{R}{r} = \frac{6}{2} = 3$$

راهنمای مسیر

ایده‌ی طرح این سؤال به این برمی‌گردد که دانش‌آموز تا چه حدی می‌تونه در مدارهای ترکیبی، تحلیل جامعی از وضعیت قسمت‌های مختلف مدار داشته باشه، پس اگر این تست رو نتونستی به‌درستی جواب بدی، حتماً گام‌های حل مسأله رو از پاسخنامه به دقت بخون.



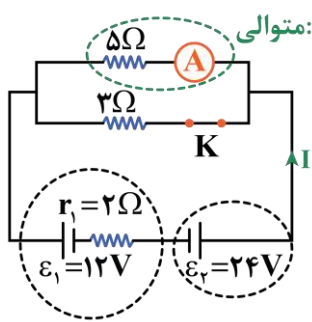
۴۲- در مدار شکل زیر، مقاومت داخلی آمپرسنج غیرآرمانی برابر با 1Ω است. با باز کردن کلید K ، عدد نشان داده‌شده توسط آمپرسنج، چند آمپر و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) $0/5$ و کاهش
- (۲) $1/5$ و کاهش
- (۳) $1/5$ و افزایش
- (۴) $0/5$ و افزایش

گام اول

در حالی که کلید K بسته است، داریم:



$$R' = 5 + 1 = 6 \Omega \text{ متوالی}$$

$$R_{eq} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega \text{ مقاومت‌های } 3 \Omega, R' \text{ موازی هستند.}$$

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1} = \frac{24 - 12}{4} = 3 \text{ A}$$

$$I_{R'} = \frac{3}{3 + R'} \times I \Rightarrow I_{R'} = \frac{3}{3 + 6} \times 3 = 1 \text{ A}$$

پس در حالت کلید بسته، آمپرسنج مقدار ۱A را نشان می‌دهد.

گام دوم

با باز کردن کلید K مقاومت ۳Ω از مدار حذف می‌شود:

$$I' = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R'_{eq} + r_1} = \frac{24 - 12}{6 + 2} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

پس در حالت کلید باز، آمپرسنج مقدار ۱/۵A را نشان می‌دهد.

گام آخر

با باز کردن کلید K، مقدار نشان داده شده توسط آمپرسنج از ۱A به ۱/۵A تغییر می‌کند. یعنی ۵۵٪ افزایش می‌یابد.



۴۲- کدام یک از گزینه‌های زیر به ترتیب از راست به چپ عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

- « قطب S یک عقربه مغناطیسی در میدان مغناطیسی در هر نقطه قرار می‌گیرد و هر جا تراکم خطوط میدان مغناطیسی کمتر باشد، میدان مغناطیسی، است. »
- (۱) جهت - قوی‌تر (۲) جهت - ضعیف‌تر (۳) خلاف جهت - قوی‌تر (۴) خلاف جهت - ضعیف‌تر

جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا هم‌جهت با قطب N عقربه مغناطیسی است؛ بنابراین قطب S عقربه مغناطیسی در خلاف جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه قرار می‌گیرد. از طرفی هر جا تراکم خطوط میدان مغناطیسی کمتر باشد، میدان، ضعیف‌تر است.

میدان مغناطیسی

خاصیتی اطراف آهن‌ربا که به واسطه آن می‌تواند به آهن یا آهنرباهای اطراف خود نیرو وارد کند. جهت میدان مغناطیسی را با استفاده از عقربه مغناطیسی تعیین می‌کنند. قطب N عقربه جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه را نشان می‌دهد.

راهنمای مسیر



حفظیات این فصل رو خیلی جدی بگیر. چه برای امتحان تشریحی چه برای کنکور!



۴۴- مطابق شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای، مشابه هستند. جهت میدان مغناطیسی در نقاط A و B به ترتیب از راست به چپ در کدام

گزینه به درستی آمده‌اند؟

A.

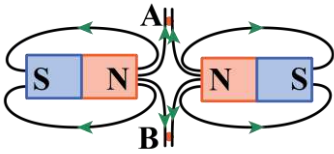
		(۲) ↑، ↑	(۱) ↓، ↑
		(۴) ↑، ↓	(۳) ↓، ↓

B.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۸۶ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند، با توجه به یکسان بودن آهنرباها، خطوط میدان اطراف آن‌ها به شکل مقابل است.



بنابراین جهت میدان مغناطیسی در نقطه A رو به بالا (↑) و در نقطه B رو به پایین (↓) است.

خطوط میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی را با خطوطی جهت‌دار نمایش می‌دهند که به آن‌ها خطوط میدان مغناطیسی می‌گویند.

در هر نقطه از فضا، بردار میدان مغناطیسی، برداری است مماس بر خطوط میدان در آن نقطه و هم‌جهت با خطوط میدان

این خطوط بسته هستند. جهت خطوط خارج از آهنربا از قطب N به قطب S و در داخل آهنربا از قطب S به قطب N است.

این خطوط یکدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین از هر نقطه از فضا حداکثر یک خط میدان مغناطیسی عبور می‌کند.

در نواحی که اندازه میدان، بزرگ‌تر است، خطوط میدان به هم نزدیک‌تر و متراکم‌تر هستند.

ویژگی‌های خطوط میدان مغناطیسی

به نمونه باحال

شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای معمولی را نشان می‌دهد که در اطراف آن چهار عقربه مغناطیسی قرار دارند. جهت قرار گرفتن عقربه‌های A، B و C به ترتیب کدام است؟

B



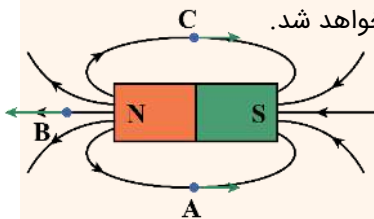
(۴) ←، ←، ← و ← (۳) →، →، → و → (۲) ←، →، ← و ← (۱) →، ←، → و ←

پاسخ تشریحی:

در این سؤال قطب‌های آهنربا به طور صریح مشخص نشده‌اند، بنابراین ابتدا قطب‌ها را تعیین می‌کنیم.

با توجه به اینکه جهت عقربه مغناطیسی (نوک N) به سمت قطب Y است؛ بنابراین قطب Y، قطب S است و در نتیجه قطب X، قطب N است.

برای تعیین جهت عقربه در نقاط A، B و C خط‌های میدان در اطراف آهنربا را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از میدان، مماس بر خط میدان و در جهت آن است، جهت میدان در نقاط A، B و C به صورت زیر خواهد شد.



پاسخ: گزینه ۱



۴۵- کدامیک از موارد زیر در رابطه با میدان مغناطیسی زمین درست هستند؟

- الف- قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین قرار دارد.
- ب- قطب‌های مغناطیسی زمین پس از گذشت سالیان زیاد همچنان ثابت می‌مانند.
- ج- قطب N یک عقربه مغناطیسی به سمت قطب جنوب مغناطیسی زمین است.
- د- در داخل زمین، میدان مغناطیسی تقریباً به سمت قطب شمال جغرافیایی است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - خطبه‌خط - استاندارد) (صفحه ۸۷ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

موارد «الف» و «ج» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:



شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به‌طور کامل وارون می‌شود.

در داخل زمین، میدان مغناطیسی تقریباً به سمت قطب جنوب جغرافیایی است.

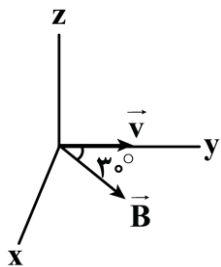
میدان مغناطیسی زمین

طرح خط‌های میدان مغناطیسی زمین مانند طرح خط‌های آهنربای میله‌ای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد.

- ۱- قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین و قطب جنوب مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی زمین است.
- ۲- قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند و در فاصله نسبتاً زیادی از هم قرار دارند.
- ۳- شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به‌طور کامل وارون می‌شوند.
- ۴- میدان مغناطیسی زمین در قطب‌ها بیشترین مقدار و در استوا کمترین مقدار را دارد.



۴۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5\mu C$ با تندی $\frac{m}{s} \times 10^4 \times 2$ در جهت نشان داده‌شده درون میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی $2000G$ در حال حرکت است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره در کدام گزینه به‌درستی آمده‌اند؟



- (۱) $1mN$ و در خلاف جهت محور Z
- (۲) $1mN$ و در جهت محور Z
- (۳) $10mN$ و در خلاف جهت محور Z
- (۴) $10mN$ و در جهت محور Z

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

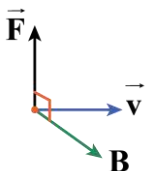
گام اول

طبق رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک، بزرگی نیروی مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم:

$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F = 5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times 2000 \times 10^{-4} \times \frac{1}{2} = 10^{-2} N = 10mN$$

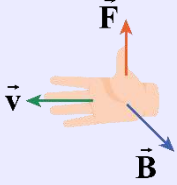
گام آخر

طبق قاعده دست راست برای بار منفی، جهت نیروی مغناطیسی را به‌دست می‌آوریم: بنابراین جهت نیروی وارد بر ذره با بار منفی، در جهت محور Z است.



جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک از طرف میدان مغناطیسی

اگر ذره باردار q با سرعت \vec{v} در میدان مغناطیسی \vec{B} حرکت کند، میدان مغناطیسی می‌تواند به ذره نیروی \vec{F} را وارد کند. جهت این نیرو مطابق قاعده دست راست تعیین می‌شود:



اگر دست راست را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت \vec{v} باشد، به گونه‌ای که وقتی چهار انگشت را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم، در جهت \vec{B} قرار گیرد، انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود.

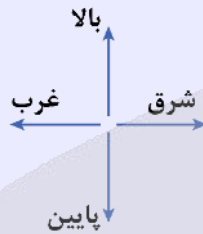
تذکره!

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار منفی، در خلاف جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار مثبت است. اگر علامت بار ذره، منفی بود:

- ۱- جهت کمیت مجهول را با دست راست تعیین کرده و با توجه به منفی بودن علامت بار، جهت به دست آمده را قرینه گزارش می‌دهیم.
- ۲- با دست چپ، جهت کمیت مجهول را تعیین می‌کنیم.

قرارداد تعیین جهت:

جنوب	شمال
	
برون سو	درون سو



با این قرارداد برو تا چپ و راستش اشتباه نکنی!

نکته

- ۱- بردارهای \vec{v} و \vec{B} هر زاویه‌ای می‌توانند با هم داشته باشند.
- ۲- بردار \vec{F} همواره بر دو بردار \vec{v} و \vec{B} عمود است.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در مکانی، میدان مغناطیسی یکنواخت و افقی و جهت آن به سمت شمال جغرافیایی است. اگر در این مکان یک ذره آلفا با سرعت \vec{v} در راستای افقی به سمت شمال شرقی در حرکت باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در آن لحظه به کدام جهت است؟
 (۱) راستای قائم به سمت بالا (۲) افقی به سمت شمال غربی (۳) راستای قائم به سمت پایین (۴) افقی به سمت جنوب شرقی

پاسخ تشریحی:

بار ذره آلفا مثبت بوده و برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم. [مراقب باش تو رام گزینه (۲) نیفتی]



پاسخ: گزینه ۱

بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک از طرف میدان مغناطیسی

$$F = |q| v B \sin \theta$$

F : اندازه نیرو بر حسب نیوتون (N) B : اندازه میدان مغناطیسی بر حسب تسلا (T)

$|q|$: اندازه بار الکتریکی بر حسب کولن (C) θ : زاویه بین بردار \vec{v} و بردار \vec{B} v : تندی بر حسب متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$)



نکات

۱- یکای میدان مغناطیسی در SI، **تسلا (T)** است که با توجه به رابطه $F = |q|vB \sin \theta$ ، یک تسلا برابر است با:

$$1T = 1 \frac{N}{A.m}$$

۲- **تسلا** یکای بسیار بزرگی است. برای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی، می‌توان از یکای دیگری به نام **گوس (G)** استفاده کرد. هر گوس (G) برابر با $10^{-4} T$ است.

۳- در صورتی که بردار \vec{v} عمود بر بردار \vec{B} باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی، **بیشینه** ($F_{max} = |q|vB$) و در صورتی که بردار \vec{v} و \vec{B} همراستا باشند، بزرگی نیروی مغناطیسی، **صفر** است.

۴- نیروی \vec{F} بر صفحه‌ای که توسط بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی ساخته می‌شود، **عمود** است، بنابراین نیروی \vec{F} بر مسیر حرکت ذره عمود است، در نتیجه **کار نیروی مغناطیسی بر روی ذره باردار متحرک، صفر است**، بنابراین **این نیرو تندی ذره را تغییر نمی‌دهد** و فقط **جهت سرعت را تغییر می‌دهد**.

۵- اگر مسیر حرکت ذره قسمتی از یک دایره باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به سمت مرکز دایره است و بردار سرعت بر مسیر حرکت، مماس است.

آزمون سراسری ریاضی ۱۴۰۰

در یک میدان مغناطیسی یکنواخت، یک ذره α با سرعت $5.0 \frac{m}{s}$ عمود بر میدان مغناطیسی در حرکت است و شتاب حاصل از نیروی

مغناطیسی، $4 \times 10^5 \frac{m}{s^2}$ است. بزرگی میدان مغناطیسی چند گوس است؟ (جرم ذره $\alpha = 6.68 \times 10^{-27} kg$ و $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- ۱/۶۷ (۱) ۲/۲۸ (۲) ۳/۳۴ (۳) ۴/۵۶ (۴)

پاسخ تشریحی:

$$F = ma \xrightarrow{F=|q|vB \sin \theta} |q|vB \sin \theta = ma \xrightarrow{|q|=2e=3.2 \times 10^{-19} C, m=6.68 \times 10^{-27} kg} |q|vB \sin \theta = ma$$

$$v=5.0 \frac{m}{s}, a=4 \times 10^5 \frac{m}{s^2}, \sin 90^\circ=1$$

$$3.2 \times 10^{-19} \times 5.0 \times B \times 1 = 6.68 \times 10^{-27} \times 4 \times 10^5 \Rightarrow B = 1.067 \times 10^{-4} T \xrightarrow{1G=10^{-4} T} B = 1.067G$$

پاسخ: گزینه ۱



۴۷- در چه تعداد از شکل‌های زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت به درستی رسم شده است؟

«الف»
۱ (۱)

«ب»
۲ (۲)

«ج»
۳ (۳)

«د»
۴ (۴)

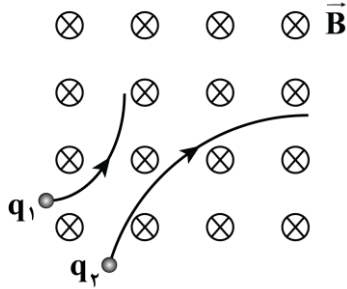
(متوسط - مفهومی - زمان ۲۰ - صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

طبق قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت در هر چهار شکل داده شده درست هستند.



۴۸- دو ذره با بارهای q_1 و q_2 که دارای جرم یکسانی هستند، با سرعت \vec{v} عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به درون میدان مغناطیسی پرتاب می‌شوند. اگر فقط تحت تاثیر نیروی مغناطیسی، مسیر حرکت هر دو ذره مطابق شکل زیر باشد، کدام گزینه در مورد بار دو ذره درست است؟



- (۱) $|q_2| < |q_1|$ و $q_2 < 0, q_1 > 0$
 (۲) $|q_2| > |q_1|$ و $q_2 < 0, q_1 > 0$
 (۳) $|q_2| > |q_1|$ و $q_2 > 0, q_1 < 0$
 (۴) $|q_2| < |q_1|$ و $q_2 > 0, q_1 < 0$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از قاعده دست راست می‌توان فهمید که نیروی مغناطیسی به بار مثبت به سمت چپ وارد می‌شود و ذره باردار مثبت را به سمت چپ منحرف می‌کند و نیروی مغناطیسی به بار منفی به سمت راست وارد می‌شود و ذره باردار منفی را به سمت راست منحرف می‌کند، بنابراین بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است.

با توجه به اینکه جرم دو ذره یکسان است و اینکه ذره باردار q_1 نسبت به ذره باردار q_2 بیشتر از مسیر مستقیم منحرف شده است، می‌توان نتیجه گرفت که اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار q_1 بیشتر از اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار q_2 است، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} F_1 = |q_1| v B \sin 90^\circ \\ F_2 = |q_2| v B \sin 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \xrightarrow{F_1 > F_2} |q_1| > |q_2|$$

۴۹- پروتونی با سرعت \vec{v} عمود بر خطوط یک میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی $5T$ در حال حرکت است. اگر از طرف میدان مغناطیسی نیرویی به بزرگی $3/2 \times 10^{-17} N$ بر این پروتون وارد شود، اندازه سرعت \vec{v} چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۷۲ (۴) ۱۴۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۸۹ - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

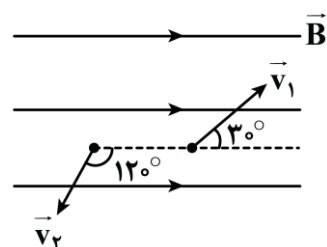
طبق رابطه بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$F = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{\substack{\theta = 90^\circ \\ \sin \theta = 1}} 3/2 \times 10^{-17} = 1/6 \times 10^{-19} \times v \times 5 \times 1 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s} \xrightarrow{1 \frac{m}{s} = 3/6 \frac{km}{h}} v = 40 \times 3/6 = 144 \frac{km}{h}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست به یکای تندی نباشه، توی دام گزینه (۲) میفتی.

۵۰- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی q در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} در حالت اول با سرعت \vec{v}_1 به بزرگی $500 \frac{m}{s}$ و در حالت دوم با سرعت \vec{v}_2 به بزرگی $1000 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود. اگر در حالت اول، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره \vec{F} باشد، در حالت دوم نیروی مغناطیسی وارد بر ذره بر حسب \vec{F} در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱) $\sqrt{3}\vec{F}$
 (۲) $-\sqrt{3}\vec{F}$
 (۳) $2\sqrt{3}\vec{F}$
 (۴) $-2\sqrt{3}\vec{F}$



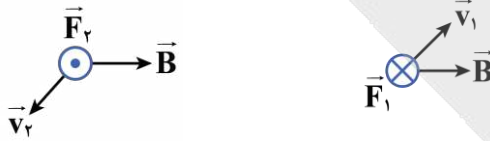
گام اول

نسبت اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در حالت دوم را به اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در حالت اول به دست می آوریم:

$$F = |q| vB \sin \theta \xrightarrow{\text{یکسان: } |q|, B} \frac{F_2}{F_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{1000}{500} \times \frac{\sin 120^\circ}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \times \frac{2}{1} = 2\sqrt{3}$$

گام آخر

با فرض مثبت بودن بار ذره جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را در دو حالت، طبق قاعده دست راست به دست می آوریم:



در نتیجه داریم:

$$\vec{F}_2 = -2\sqrt{3}\vec{F}_1$$

سوتی‌های پرتکرار

اگه حواست به جهت نیرو نباشه توی دام گزینه (۳) میفتی!





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

در پی غذای سالم (از ابتدای آنتالپی همان محتوای انرژی است تا انتهای آهنگ واکنش)
صفحه‌های ۶۵ تا ۸۵

بودجه‌بندی
این آزمون

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۵۱- کدام گزینه درست است؟

- ۱) بسیاری از کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شوند که این پدیده نشان‌دهنده واکنش بسیار کند اکسایش سلولز کاغذ است.
- ۲) فلز پتاسیم برخلاف فلز سدیم با آب سرد به سرعت واکنش می‌دهد و در این واکنش نور بنفش‌رنگ و گرمای زیادی تولید می‌شود.
- ۳) قاووت، یکی از سوغات‌های کرمان، گردی مغزی بوده که نسبت به پسته و مغز آفتاب‌گردان با سرعت بیشتری فاسد می‌شود.
- ۴) مکان مناسب برای نگهداری مواد غذایی، جای سرد، روشن و خشک است تا از سرعت فاسدشدن آن‌ها بکاهد.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۰ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

به دلیل اینکه قاووت گردی مغزی و تهیه شده از مغز آفتاب‌گردان، پسته و ... است در مقایسه با همین پسته و مغز آفتاب‌گردان، دارای ذرات ریزتری و در نتیجه سطح تماس بیشتری با محیط است و به همین علت زودتر فاسد می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) بسیاری از کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شوند. این پدیده نشان می‌دهد که واکنش تجزیه سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد.
- ۲) سدیم همانند پتاسیم با آب سرد به سرعت واکنش می‌دهد و در هر دو واکنش نور و گرمای زیادی تولید می‌شود. نور تولیدشده از سدیم و پتاسیم در این واکنش به ترتیب زرد و بنفش‌رنگ است. معادله واکنش فلزهای قلیایی با آب به صورت زیر است:
$$2M(s) + 2H_2O(l) \rightarrow 2MOH(aq) + H_2(g)$$

علت ایجاد نور، سوختن گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش فلز قلیایی با آب است.
- ۳) عوامل محیطی مانند رطوبت، اکسیژن، نور و دما در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثرند. محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است. در واقع نگهداری اغلب مواد غذایی در سردخانه‌ها به علت همین موضوع است.



۵۲- کدام گزینه درست است؟

- ۱) سرعت تولید گاز کربن‌دی‌اکسید در واکنش قرص جوشان با آب با افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها و سطح تماس آن‌ها، افزایش می‌یابد.
- ۲) حذف فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها سبب افزایش زمان ماندگاری آن‌ها خواهد شد.
- ۳) در طی یک واکنش شیمیایی انفجار، جنبش نامنظم ذره‌های سازنده مواد موجود در واکنش کاهش می‌یابد.
- ۴) با گرم شدن، محلول بنفش رنگ پتاسیم منگنات در واکنش با یک اسید آلی به سرعت بی‌رنگ می‌شود.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

با افزایش مقدار واکنش‌دهنده‌ها و افزایش سطح تماس می‌توان سرعت انجام واکنش‌ها را افزایش داد. در نتیجه در آزمایش انداختن قرص جوشان در آب، با افزایش دادن مقدار قرص جوشان مصرف شده یا استفاده از پودر آن (افزایش سطح تماس واکنش‌دهنده) می‌توان سرعت تولید گاز کربن‌دی‌اکسید را افزایش داد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) اکسیژن گازی واکنش پذیر است و تمایل زیادی برای انجام واکنش با سایر مواد دارد. بر اساس این ویژگی، مواد غذایی در هوای آزاد و در معرض اکسیژن، سریع تر فاسد می‌شوند و حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی و خوراکی‌ها سبب افزایش زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن‌ها خواهد شد. اما گاز اکسیژن دومین گاز فراوان هواکره است. (فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره گاز نیتروژن است.)
- ۳) انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم ذره‌های سازنده مواد در حالت گازی جنبش نامنظم بیشتری دارند؛ در نتیجه در طی یک انفجار، جنبش نامنظم ذره‌های سازنده مواد موجود در واکنش افزایش می‌یابد.
- ۴) محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات (نه منگنات) با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.



۵۲- یک واکنش گازی طی دو مرحله گرماده و گرماگیر انجام می‌شود. قدر مطلق آنتالپی مرحله بیشتر بوده و در واکنش کلی مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر از واکنش دهنده‌ها است.

(۱) گرماده - گرماده (۲) گرماده - گرماگیر (۳) گرماگیر - گرماده (۴) گرماگیر - گرماگیر

(آسان - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش مورد نظر یک واکنش دو مرحله‌ای است که از دو واکنش گرماده و گرماگیر تشکیل می‌شود. با توجه به قانون هس مجموع آنتالپی دو مرحله برابر آنتالپی واکنش کلی است:

$$\Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H_{\text{مرحله دوم}} + \Delta H_{\text{مرحله اول}}$$

کلی ΔH از مجموع یک عدد منفی و عدد مثبت ایجاد می‌شود. پس علامت کلی ΔH برابر علامت ΔH مرحله‌ای است که قدر مطلق آنتالپی آن بیشتر باشد. پس اگر واکنش اصلی گرماده / گرماگیر باشد، مقدار آنتالپی آن منفی / مثبت بوده؛ بنابراین مقدار قدر مطلق واکنش گرماده / گرماگیر بیشتر است. همچنین در یک واکنش گرماگیر مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده‌ها و در یک واکنش گرماده مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر است:

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] = \Delta H_{\text{واکنش}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta H_{\text{واکنش}} > 0 \\ \Delta H_{\text{واکنش}} < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] > [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \\ [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] < [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \end{array} \right.$$



۵۴- کدام گزینه عبارت «اگر واکنش $2O_2(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ در جهت انجام شود، را به درستی تکمیل نمی‌کند؟»

- تولید گاز اکسیژن - گرما از سامانه به محیط منتقل می‌شود.
- تولید گاز ناپایدارتر - ΔH واکنش هم‌علامت با آنتالپی فرایند فرازش یخ خشک است.
- تولید گاز اوزون - مجموع آنتالپی پیوندهای مواد موجود در ظرف واکنش، کاهش می‌یابد.
- کاهش شمار مول‌های گازی - همانند واکنش تبدیل گاز هیدرازین به آمونیاک، سطح انرژی مواد افزایش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی - استاندارد ۶ - صفحه ۶۹ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

اگر واکنش $2O_2(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ در جهت تولید گاز اوزون انجام شود، شمار مول‌های گازی کاهش می‌یابد. از آن جا که گاز اوزون ناپایدارتر است، واکنش $3O_2(g) \rightarrow 2O_2(g)$ گرماگیر است؛ اما واکنش تبدیل گاز هیدرازین به آمونیاک همراه با آزاد شدن گرما بوده و گرماده است. پس سطح انرژی مواد در این واکنش کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) واکنش تولید گاز اکسیژن از گاز اوزون همراه با آزاد شدن گرما است و در واکنش‌های گرماده، انرژی از سامانه به محیط منتقل می‌شود.
- ۲) از بین گازهای اکسیژن و اوزون، گاز اوزون ناپایدارتر است و واکنش تولید گاز اوزون از گاز اکسیژن همراه با دریافت گرما از محیط است و به عبارتی این واکنش یک واکنش گرماگیر است. فرایند فرازش یخ خشک (تبدیل حالت جامد به حالت گازی) نیز یک فرایند گرماگیر است؛ از این رو، علامت ΔH در هر دوی این واکنش‌ها مثبت است.
- ۳) واکنش تولید گاز اوزون از گاز اکسیژن، یک واکنش گرماگیر است. ΔH یک واکنش با استفاده از آنتالپی پیوند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

از آنجا که این واکنش گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است، باید مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده از مجموع این مقدار در مواد فراورده بیشتر باشد. پس در طی این واکنش مجموع آنتالپی پیوندهای موجود در مواد کاهش می‌یابد.


۵۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) در واکنش $\text{CaCO}_3(s) \rightarrow \text{CaO}(s) + \text{CO}_2(g)$ با کاهش حجم ظرف، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- ۲) اضافه کردن آب به محلول واکنش پتاسیم پرمنگنات و اسید آلی، سرعت انجام واکنش را کاهش می‌دهد.
- ۳) با افزایش فشار در واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.
- ۴) با افزایش دما، سرعت واکنش هابر برخلاف واکنش سوختن متان افزایش می‌یابد.

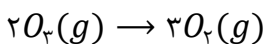
(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۸۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اضافه کردن آب به واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، موجب کاهش غلظت مواد محلول شده و با این اثر، باعث کاهش سرعت این واکنش‌ها می‌شود. محلول پتاسیم پرمنگنات در واکنش با اسیدهای آلی، رنگ بنفش خود را از دست می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تغییر حجم ظرف واکنش بر سرعت واکنش‌هایی اثر دارد که حداقل یک واکنش دهنده گازی داشته باشند. در این واکنش‌ها با کاهش حجم ظرف واکنش، فشار گاز افزایش یافته و سرعت انجام واکنش افزایش خواهد یافت. در واکنش تجزیه کلسیم کربنات مطرح شده، واکنش دهنده گازی وجود ندارد و کاهش حجم ظرف بر واکنش اثری ندارد.
- ۳) تغییر فشار بر واکنش‌هایی اثر دارد که حداقل یک واکنش دهنده گازی داشته باشند. در این واکنش‌ها، با افزایش فشار گاز واکنش دهنده، سرعت انجام واکنش افزایش می‌یابد.


یه اثبات باحال!

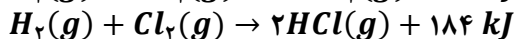
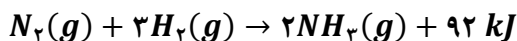
مطابق عبارت زیر برای یک گاز با افزایش فشار و در صورت ثابت بودن T ، غلظت افزایش می‌یابد و این امر موجب افزایش سرعت واکنش می‌شود.

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{n}{V} = \frac{P}{RT} \Rightarrow C = \frac{P}{RT} \xrightarrow{\text{ثابت } R, T} C \sim P$$

- ۴) (در سطح کتاب درسی) افزایش دما سرعت همه واکنش‌های شیمیایی را فارغ از گرماده یا گرماگیر بودن آن‌ها افزایش می‌دهد. پس چه واکنش گرماگیر و چه واکنش گرماده، با افزایش دما، سریع‌تر انجام می‌شود.



۵۶- اگر در مجموع ۴ مول گاز هیدروژن طبق واکنش‌های زیر با مقدار کافی از گاز نیتروژن و گاز کلر واکنش دهد و در مجموع ۵۵۲ کیلوژول گرما آزاد شود، نسبت مقدار (مول) گاز کلر به گاز نیتروژن مصرف شده چقدر است؟



۵/۶ (۴)

۲/۸ (۳)

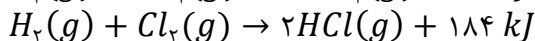
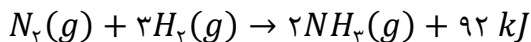
۸/۴ (۲)

۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



اگر در نظر بگیریم x مول گاز هیدروژن با گاز نیتروژن وارد واکنش شود، $4 - x$ مول گاز هیدروژن با گاز کلر نیز واکنش می‌دهد. پس گرمای تولیدشده در دو واکنش را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = x \text{ mol } H_2 \times \frac{92 \text{ kJ گرما}}{3 \text{ mol } H_2} = \frac{92}{3} x \text{ kJ} (*)$$

$$? \text{ kJ گرما} = (4 - x) \text{ mol } H_2 \times \frac{184 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ mol } H_2} = 736 - 184x (**)$$

مجموع مقادیر (*) و (**) باید برابر با ۵۵۲ کیلوژول باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{92}{3}x + 736 - 184x = 552 \Rightarrow \frac{460}{3}x = 184 \Rightarrow x = 1/2 \text{ mol}$$

در نتیجه ۱/۲ مول از گاز هیدروژن با گاز نیتروژن و ۲/۸ مول از گاز هیدروژن با گاز کلر واکنش داده است. پس مقدار دو گاز نیتروژن و کلر مصرف شده را مشخص می‌کنیم:

$$? \text{ mol } N_2 = 1/2 \text{ mol } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{3 \text{ mol } H_2} = 1/6 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } Cl_2 = 2/8 \text{ mol } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{1 \text{ mol } H_2} = 2/8 \text{ mol}$$

نسبت مقدار گاز کلر به گاز نیتروژن برابر است با:

$$A = \frac{2/8}{1/6} = 7$$

پس مقدار نسبت خواسته شده برابر با ۷ است.



۵۷- گرمای حاصل از انحلال یک کیلوگرم گاز گوگرد تری اکسید مطابق معادله $SO_2(g) + H_2O(l) \rightarrow H_2SO_3(aq) + 228 \text{ kJ}$ به تقریب چند کیلوگرم آب را تبخیر می‌کند؟ ($H = 1, O = 16, S = 32: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۰/۴۹ (۴)

۰/۹۸ (۳)

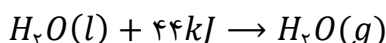
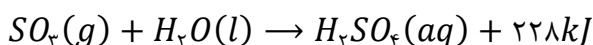
۰/۵۸ (۲)

۱/۱۷ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۷ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند:



راه حل مسئله

گرمای مبادله شده در دو واکنش با هم برابر است. پس با محاسبه گرمای واکنش اول، گرمای واکنش دوم را مشخص کرده و با استفاده از آن مقدار آب تبخیر شده را به دست می‌آوریم.



ابتدا گرمای حاصل از واکنش اول را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 1 \text{ kg SO}_3 \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} \times \frac{228 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ mol SO}_3} = 2850 \text{ kJ}$$

حال جرم آب بخار شده در واکنش دوم را به ازای مصرف ۲۸۵۰ کیلوژول گرما به دست می‌آوریم:

$$? \text{ kg H}_2\text{O} = 2850 \text{ kJ گرما} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{44 \text{ kJ گرما}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \approx 1/17 \text{ kg}$$

پس به تقریب ۱/۱۷ کیلوگرم آب در اثر انحلال یک کیلوگرم گوگرد تری‌اکسید در آب، بخار می‌شود. به این فرایند مه‌آسیدی می‌گویند.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر شناگری ۷۰ کیلوگرمی با انرژی حاصل از اکسایش ۷۱۵ گرم گلوکز در بدن خود بتواند ۲ ساعت و ۳۶ دقیقه شنا کند، بازده واکنش اکسایش گلوکز در بدن چند درصد است؟ (ارزش سوختی گلوکز برابر ۱۶/۷۲ کیلوژول بر گرم و انرژی مورد نیاز برای یک ساعت شنا برابر ۲۵۳ کیلوکالری است).

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش و مقدار آنتالپی اکسایش و سوختن گلوکز مشابه یکدیگر هستند. ابتدا انرژی حاصل از اکسایش این مقدار گلوکز را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kcal انرژی} = 715 \text{ g گلوکز} \times \frac{16/72 \text{ kJ انرژی}}{1 \text{ g گلوکز}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ cal}}{4/18 \text{ J}} \times \frac{1 \text{ kcal}}{1000 \text{ cal}} = 2860 \text{ kcal}$$

حال انرژی مصرف شده برای ۲ ساعت و ۳۶ دقیقه شنا کردن را که معادل انرژی حاصل از اکسایش گلوکز در بدن است، به دست می‌آوریم:

$$? \text{ kcal انرژی} = (2 \text{ h شنا} + 36 \text{ min شنا} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}) \times \frac{253 \text{ kcal انرژی}}{1 \text{ h شنا}} = 657/8 \text{ kcal}$$

در نهایت، بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{657/8 \text{ kcal}}{2860 \text{ kcal}} \times 100 = 23 \text{ درصد}$$

پس بازده این واکنش برابر ۲۳ درصد است.



۵۸- کدام یک از گزینه‌های زیر میان دو ایزومر یکسان است؟

- (۱) نقطه جوش (۲) چگالی در حالت گازی (۳) مجموع آنتالپی پیوندها (۴) واکنش پذیری

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۷۲ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

موادی که دارای فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوت هستند، ایزومر (همپار) نامیده می‌شوند. ایزومرها، فرمول مولکولی یکسانی دارند و در نتیجه جرم مولی برابری خواهند داشت. چگالی یک گاز در دما و فشار مشخص به جرم مولی آن بستگی دارد. پس دو ایزومر گازی چگالی یکسانی خواهند داشت.



چگالی دو گاز در شرایط یکسان، به جرم مولی آن دو گاز بستگی دارد.

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \frac{m}{V} = M \frac{P}{RT} \Rightarrow d = M \frac{P}{RT} \xrightarrow{R,P,T=\text{ثابت}} d \sim M$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

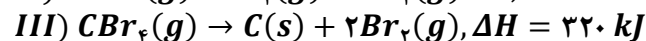
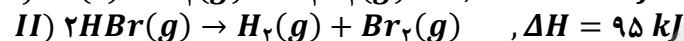
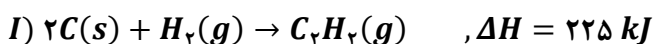
(۱) نقطه جوش مواد به شکل مولکول‌های آن‌ها بستگی دارد و به همین دلیل دو ایزومر نقطه جوش متفاوتی دارند. به‌عنوان مثال، اتانول برخلاف ایزومر اتری خود (دی‌متیل اتر)، پیوند هیدروژنی دارد و نقطه جوش بیشتری خواهد داشت.

(۳) به علت ساختار متفاوت ایزومرها ممکن است پیوندهای موجود در آن‌ها متفاوت باشند و به همین علت مجموع آنتالپی پیوندها در دو ایزومر متفاوت باشد. به‌عنوان مثال، در مقایسه قبلی که بین اتانول و دی‌متیل اتر است، در اتانول پیوند اشتراکی $O-H$ یافت می‌شود، در حالی که در دی‌متیل اتر این پیوند وجود ندارد.

۴ خواص شیمیایی ایزومرها با یکدیگر متفاوت است. به عنوان مثال به سیکلوهگزان و ۱-هگزن توجه کنید که ۱-هگزن سیر نشده بوده و واکنش پذیری بالایی دارد، در حالی که سیکلوهگزان سیر شده بوده و واکنش پذیری بسیار پایینی دارد. ایزومرها، فرمول مولکولی یکسانی دارند؛ در نتیجه جرم مولی، درصد جرمی یک عنصر در مولکول آنها، شمار پیوندهای اشتراکی (جفت الکترون‌های پیوندی) و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی یکسانی دارند. همچنین چون ساختار آنها متفاوت است، سطح آنتالپی، چگالی و ممکن است نیروی بین مولکولی متفاوتی داشته باشند و خواص فیزیکی یا شیمیایی آنها متفاوت باشد.



۵۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی مقابل:



آنتالپی واکنش شیمیایی $C_2H_2(g) + 5Br_2(g) \rightarrow 2CBr_4(g) + 2HBr(g)$ برابر چند کیلوژول است؟

۴) -۹۶۰

۳) -۹۲۵

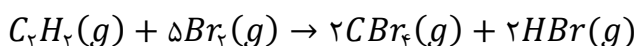
۲) -۱۱۵۰

۱) -۸۳۰

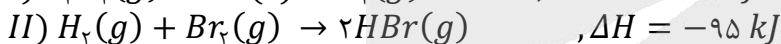
(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش زیر را محاسبه می‌کنیم:



در واکنش اول $C_2H_2(g)$ ، در واکنش دوم $HBr(g)$ و در واکنش سوم $CBr_4(g)$ غیر تکراری هستند، پس ضریب و جهت این مواد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که در واکنش اصلی و واکنش‌های اول تا سوم یکسان باشد. اگر واکنش اول را معکوس، واکنش دوم را نیز معکوس و واکنش سوم را معکوس و در ۲ ضرب کنیم؛ از جمع این واکنش‌ها، واکنش مورد نظر به دست می‌آید. در نتیجه معادله واکنش‌های تغییر یافته به صورت زیر خواهد بود:



بر اساس قانون هس، آنتالپی واکنش هدف برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است، پس آنتالپی واکنش هدف برابر است با:

$$\Delta H = (-225) + (-95) + (-640) = -960 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی این واکنش برابر -۹۶۰ کیلوژول بر مول است.



۶۰- در واکنش سوختن یک آلکن، به ازای تولید یک مول گاز کربن‌دی‌اکسید، ۶۷۲ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. ارزش سوختی این ماده چقدر است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۴) ۴۲

۳) ۴۵

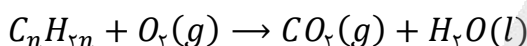
۲) ۴۸

۱) ۵۱

(آسان - محاسباتی - سریع) - صفحه ۷۲ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

واکنش موازنه نشده سوختن آلکن‌ها به صورت زیر است:



راحل مسئله

ابتدا آنتالپی واکنش سوختن یک مول از این ماده را حساب کرده و سپس با کمک جرم مولی، ارزش سوختن این ماده را حساب می‌کنیم.

نیاز به موازنه کردن واکنش نیست. می‌دانیم در واکنش سوختن یک مول از مواد آلی، مقدار کربن‌دی‌اکسید تولید شده برابر شمار اتم‌های کربن آن ماده (n) است. پس آنتالپی واکنش برابر است با:

$$? \text{ kJ گرما} = n \text{ mol } CO_2 \times \frac{672 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ mol } CO_2} = 672n \text{ kJ}$$



همچنین می‌دانیم جرم مولی یک آلکن (C_nH_{2n}) برابر $14n$ است. بر این اساس ارزش سوختی این ماده را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش سوختی } (kJ \cdot g^{-1}) = \frac{\text{آنتالپی سوختن } (kJ \cdot mol^{-1})}{\text{جرم مولی } (g \cdot mol^{-1})} \Rightarrow x = \frac{672n}{14n} = 48 \text{ kJ} \cdot g^{-1}$$

پس ارزش سوختی این ماده برابر ۴۸ کیلوژول بر گرم است.



۶۱- کدام گزینه درباره بنزوئیک اسید نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

(۱) تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی دی‌اتیل اتر، برابر با ۴۸ گرم بر مول است.

(۲) یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در توت‌فرنگی و تمشک وجود دارد.

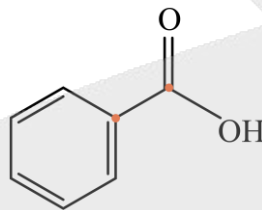
(۳) با جایگزین کردن حلقه سیکلوهگزان به جای حلقه بنزنی در ساختار آن، شمار پیوندهای اشتراکی در آن دو واحد افزایش می‌یابد.

(۴) تفاوت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن و بنزآلدئید برابر با شمار اتم‌های کربن بنزوئیک اسید بوده که به هیدروژن اتصال ندارند.

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۸۴ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

فرمول ساختاری بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



با جایگزین کردن حلقه سیکلوهگزان به جای حلقه بنزنی در ساختار مورد نظر، ۶ اتم هیدروژن به ترکیب اضافه خواهد شد و مطابق رابطه زیر برای به دست آوردن شمار پیوندهای اشتراکی یک ترکیب آلی:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{شمار اتم‌های } (O) \times 2 + \text{شمار اتم‌های } (H) \times 1 + \text{شمار اتم‌های } (C) \times 4}{2}$$

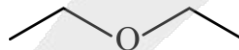
با اضافه شدن ۶ اتم هیدروژن به ترکیب، شمار پیوندهای اشتراکی در آن به اندازه نصف این مقدار ($\frac{6}{2}$) یعنی ۳ واحد افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول مولکولی بنزوئیک اسید به صورت $C_7H_6O_2$ و جرم مولی آن برابر است با:

$$m_{\text{بنزوئیک اسید}} = 7 \times 12 + 6 \times 1 + 2 \times 16 = 84 + 6 + 32 = 122 \text{ g}$$

فرمول ساختاری دی‌اتیل اتر به صورت زیر است:



فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_4H_{10}O$ است و جرم مولی آن برابر است با:

$$m_{\text{دی‌اتیل اتر}} = 4 \times 12 + 10 \times 1 + 1 \times 16 = 48 + 10 + 16 = 74 \text{ g}$$

اختلاف جرم مولی این دو ترکیب برابر است با:

$$122 - 74 = 48 \text{ g}$$

۲) یکی از مواد نگهدارنده، بنزوئیک اسید است که یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک بوده و در توت‌فرنگی و تمشک وجود دارد.

۳) در ترکیبات آلی به ازای هر اتم اکسیژن دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بنزوئیک اسید دارای دو اتم اکسیژن و بنزآلدئید دارای

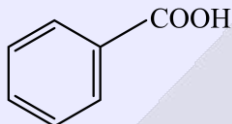
یک اتم اکسیژن است؛ در نتیجه تفاوت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن‌ها برابر با ۲ است. در ساختار بالا دو اتم کربنی که به

هیدروژن اتصال ندارند، مشخص شده‌اند.



نگهدارنده

افزودنی‌ها، مواد شیمیایی مانند نگهدارنده، رنگ‌دهنده، طعم‌دهنده و ... هستند که به صورت هدفمند به مواد خوراکی یا غذاها افزوده می‌شوند. نگهدارنده‌ها گروهی از افزودنی‌ها هستند که برخلاف کاتالیزورها عمل کرده و سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند و سبب افزایش زمان ماندگاری و افزایش کیفیت مواد غذایی می‌شوند. بنزوئیک اسید، عضوی از خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود داشته و از آن به عنوان نگهدارنده در صنایع غذایی استفاده می‌شود. ساختار مولکول بنزوئیک اسید به صورت زیر است:



فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_7H_6O_2$ بوده و در هر مولکول آن ۱۹ پیوند اشتراکی وجود دارد. با توجه به وجود حلقه بنزنی، این ماده جزو ترکیب‌های آروماتیک محسوب می‌شود.



۶۲- با توجه به جدول زیر ΔH واکنش موازنه‌نشده $CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g)$ بعد از موازنه، برابر چند کیلوژول بر مول است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

ماده	گاز هیدروژن	گاز متان	گاز اتان
ارزش سوختی ($kJ. g^{-1}$)	۱۴۳	۵۶	۵۲

+۳۱ (۴)

+۵۴ (۳)

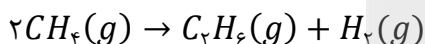
-۸۹ (۲)

-۴۶ (۱)

متوسط - محاسباتی - زمان بر (۳) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

یکی از راه‌های محاسبه آنتالپی واکنش، تفاضل آنتالپی سوختن مواد است. به این منظور با استفاده از ارزش سوختی، آنتالپی سوختن مواد را محاسبه و بعد از آن آنتالپی واکنش را به دست می‌آوریم.

در ابتدا باید آنتالپی سوختن گازهای اتان، متان و هیدروژن را محاسبه کنیم. رابطه زیر را برای محاسبه آنتالپی سوختن یک ماده با داشتن ارزش سوختی آن ماده داریم:

$$\text{جرم مولی } (g. mol^{-1}) \times \text{ارزش سوختی } (kJ. g^{-1}) = |\text{آنتالپی سوختن } (kJ. mol^{-1})|$$

با توجه به رابطه بالا، آنتالپی سوختن گازهای اتان، متان و هیدروژن برابر است با: (توجه شود که مقدار آنتالپی سوختن مواد دارای علامت منفی است.)

$$\Delta H_{\text{سوختن اتان}} = -(52 \times 30) = -1560 \text{ kJ. mol}^{-1}$$

$$\Delta H_{\text{سوختن متان}} = -(56 \times 16) = -896 \text{ kJ. mol}^{-1}$$

$$\Delta H_{\text{سوختن هیدروژن}} = -(143 \times 2) = -286 \text{ kJ. mol}^{-1}$$

حال آنتالپی واکنش را حساب می‌کنیم:

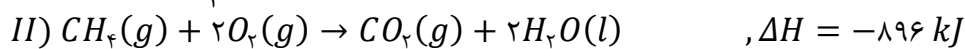
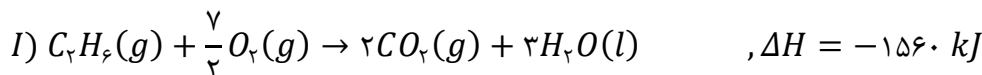
$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2\Delta H_{\text{سوختن متان}}] - [\Delta H_{\text{سوختن اتان}} + \Delta H_{\text{سوختن هیدروژن}}] = -1792 + 1560 + 286 = +54 \text{ kJ. mol}^{-1}$$

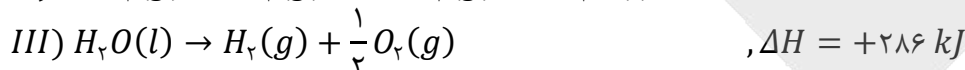
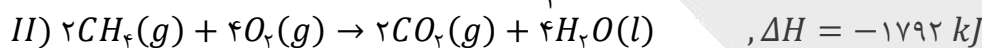
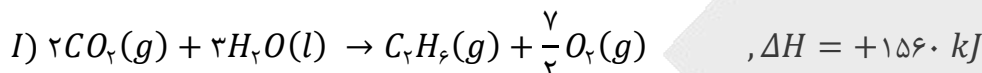
پس آنتالپی این واکنش برابر $+54$ کیلوژول بر مول است.



بد نیست رابطه به دست آمده از بالا را به وسیله قانون هس به دست آوریم تا متوجه شویم رابطه بالا چگونه به دست آمده است: معادله واکنش‌های سوختن این سه گاز به صورت زیر خواهد بود:



اگر واکنش اول را معکوس کنیم، واکنش دوم را در ۲ ضرب کنیم و واکنش سوم را معکوس کنیم، واکنش اصلی $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g)$ از جمع این سه واکنش به دست می‌آید. در نتیجه معادله واکنش‌های تغییر یافته به صورت زیر خواهد بود:



بر اساس قانون هس آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است، پس آنتالپی واکنش اصلی برابر است با: $\Delta H = 1560 + (-1792) + (+286) = +54 \text{ kJ}$

آنتالپی سوختن، راهی برای تعیین آنتالپی واکنش

یکی از استفاده‌هایی که می‌توان از قانون هس کرد، استفاده از آنتالپی سوختن‌های فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها برای محاسبه آنتالپی واکنش است:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن مواد واکنش‌دهنده}]$$

⚠ **توجه:** اکسیژن، آب و کربن‌دی‌اکسید از آن‌جا که نمی‌سوزند، در این فرمول قرار نمی‌گیرند. در واقع در این حالت، در نظر می‌گیریم که تمام واکنش‌دهنده‌ها می‌سوزند و به کربن‌دی‌اکسید و آب تبدیل می‌شوند. پس از آن تمام فراورده‌ها از این کربن‌دی‌اکسید و آب مطابق واکنش معکوس سوختن، تشکیل می‌شوند.



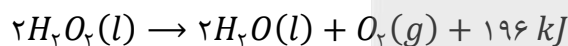
۶۲- در واکنش تجزیه آب اکسیژنه که سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده است، گاز تولید می‌شود.

- (۱) بیشتر - هیدروژن (۲) کمتر - اکسیژن (۳) بیشتر - اکسیژن (۴) کمتر - هیدروژن

(آسان - خط به خط و مفهومی - سریع - صفحه ۷۶ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به صورت زیر است:



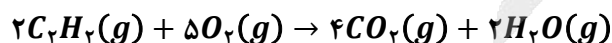
این واکنش گرماده بوده و در طی انجام آن گاز اکسیژن آزاد می‌شود.

در واکنش‌های گرماده که علامت آنتالپی منفی بوده، آنتالپی یا همان سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر از فراورده‌ها است.

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = H_{\text{فراورده‌ها}} - H_{\text{واکنش‌دهنده‌ها}} < 0 \Rightarrow H_{\text{فراورده‌ها}} < H_{\text{واکنش‌دهنده‌ها}}$$



۶۴- آنتالپی سوختن استیلن به دست آمده به کمک جدول زیر، چند کیلوژول با آنتالپی سوختن واقعی گاز استیلن تفاوت دارد؟ (آنتالپی سوختن استیلن در شرایط واکنش برابر ۱۲۵۶- کیلوژول بر مول است.)



O - H	C - H	C = O	O = O	C ≡ C	پیوند
۴۶۳	۴۱۵	۸۰۰	۴۹۵	۸۴۰	آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷۵ (۴)

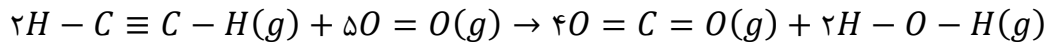
۸۷ (۳)

۴۳/۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)



ابتدا آنتالپی واکنش را به کمک آنتالپی پیوندها محاسبه می‌کنیم:



$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$

$$= [2\Delta H(C \equiv C) + (2 \times 2\Delta H(C - H)) + 5\Delta H(O = O)] - [(4 \times 2\Delta H(C = O)) + (2 \times 2\Delta H(O - H))]$$

$$= [2 \times 840 + (2 \times 2 \times 415) + 5 \times 495] - [(4 \times 2 \times 800) + (2 \times 2 \times 463)]$$

$$= [1680 + 1660 + 2475] - [6400 + 1852] = 5815 - 8252 = -2437 \text{ kJ}$$

مقدار آنتالپی واکنش مورد نظر با استفاده از آنتالپی پیوند برابر با -2437 کیلوژول است. نصف این مقدار برابر آنتالپی سوختن استیلن خواهد بود، زیرا آنتالپی سوختن معادل با گرمای مبادله شده در واکنش سوختن یک مول از این ماده است. پس آنتالپی سوختن این ماده با توجه به آنتالپی پیوندها، برابر $1218/5$ کیلوژول بر مول است.

پس تفاوت آنتالپی سوختن به دست آمده از طریق تجربی (روش مستقیم) و روش غیر مستقیم برابر است با:

$$A = |-1256 - (-1218/5)| = 37/5 \text{ kJ}$$

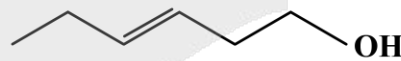
بنابراین خطای روش غیرمستقیم برابر $37/5$ کیلوژول در 1256 کیلوژول است که مقدار قابل قبولی به نظر می‌رسد.



۶۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب‌های «الف» و «ب» نادرست است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)



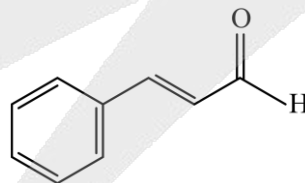
«ب»



«الف»

- ترکیب «الف» با ترکیب «ب» همپار بوده و نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن در هر یک از آن‌ها برابر ۶ است.
- جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن هر گرم ماده «ب» برابر با جرم اکسیژن مصرف شده در سوختن یک گرم از ترکیب دیگر است.
- شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ترکیب «الف» در مقایسه با این شمار در بنزالدهید موجود در بادام، یک واحد بیشتر است.
- عامل بو و مزه ادویه دارچین همانند ترکیب «ب» دارای گروه عاملی آلدهیدی و ساختاری غیر آروماتیک است.

فرمول ساختاری ترکیب آلی عامل بو و مزه ادویه دارچین به صورت زیر است:



این ترکیب همانند ترکیب «ب» دارای گروه عاملی آلدهیدی است، اما این ترکیب برخلاف ترکیب «ب» ساختاری آروماتیک دارد. (حفظ بودن ساختار و فرمول شیمیایی ترکیبات آلی مطرح شده در کتاب درسی الزامی نیست، اما گروه‌های موجود در آن‌ها، آروماتیک بودن یا نبودن و سیرشده یا سیرنشده بودن آن‌ها مهم است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما فرمول ساختاری متفاوتی دارند، ایزومر (همپار) می‌گویند. فرمول مولکولی هر دو ترکیب

«الف» و «ب» به صورت $C_6H_{12}O$ است، در نتیجه این دو ترکیب ایزومر (همپار) یکدیگر هستند.

نسبت درصد جرمی اتم‌های کربن به اتم‌های هیدروژن در این ترکیب‌ها برابر است با:

$$\frac{\text{درصد جرمی اتم‌های کربن}}{\text{درصد جرمی اتم‌های هیدروژن}} = \frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}} = \frac{6 \times 12}{12 \times 1} = 6$$

۲ فرمول شیمیایی این دو ماده یکسان است و بر همین اساس واکنش سوختن این دو ماده از نظر نوشتاری مشابه خواهد بود. پس از سوختن یک مقدار از این دو ماده، جرم یکسانی اکسیژن مصرف می‌شود.

۳ شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ترکیب «الف» با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O$ برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{شمار اتم‌های } (O) \times 2 + \text{شمار اتم‌های } (H) \times 1 + \text{شمار اتم‌های } (C) \times 4}{2}$$

$$= \frac{4 \times 6 + 1 \times 12 + 2 \times 1}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

و این مقدار در بنزالدهید (یکی از ترکیب‌های آلی موجود در بادام) با فرمول مولکولی C_7H_6O برابر است با:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{4 \times 7 + 1 \times 6 + 2 \times 1}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

در نتیجه، شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ترکیب «الف» در مقایسه با این شمار در ترکیب آلی موجود در بادام، یک واحد بیشتر است.



۶۶- در کدام یک از گزینه‌ها تغییر انجام شده در سرعت واکنش، به علت عاملی متفاوت است؟

- (۱) نفخ کردن بعد از مصرف حبوبات
 (۲) سوختن الیاف آهن در اکسیژن خالص در مقایسه با هوا
 (۳) استفاده از کپسول اکسیژن برای بیماران تنفسی
 (۴) سرعت بیشتر واکنش در ابتدا نسبت به اواسط آن

(آسان - خط به خط - سریع ۶ - صفحه ۸۳ - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

یکی از عوامل مؤثر بر سرعت واکنش، کاتالیزورها هستند. این مواد در واکنش تولید یا مصرف نمی‌شوند، اما سرعت واکنش را افزایش می‌دهند. به‌عنوان مثال: آهن در فرایند هابر، نیکل در فرایند سیرشدن آلکن‌ها و سولفوریک اسید در واکنش تولید اتانول از اتن. یک دسته مهم از کاتالیزورها، کاتالیزورهای زیستی هستند که به نام آنزیم شناخته می‌شوند. آنزیم‌ها سرعت واکنش‌های انجام گرفته در محیط‌های زیستی را افزایش می‌دهند و عدم وجود آن‌ها در بدن موجب بیماری‌هایی خواهد شد. به‌عنوان مثال، بعضی افراد به علت نداشتن مقدار کافی یک آنزیم مشخص، توانایی گوارش کامل حبوبات را ندارند و به دنبال مصرف این مواد نفخ می‌کنند. (در این حالت حبوبات هضم نشده به باکتری‌های موجود در روده بزرگ رسیده که این باکتری‌ها با مصرف این مواد، گازهایی تولید می‌کنند و موجب نفخ و درد شکم می‌شوند.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ الیاف آهن داغ شده در هوا نمی‌سوزند اما در حضور گاز اکسیژن خالص، خواهند سوخت. این موضوع به علت آن است که غلظت اکسیژن در هوا کمتر از اکسیژن خالص بوده و به دنبال آن، سرعت انجام واکنش سوختن افزایش می‌یابد.

۳ استفاده از کپسول اکسیژن موجب افزایش غلظت گاز اکسیژن رسیده به ریه‌ها می‌شود و به همین علت موجب افزایش سرعت فرایند انتقال آن به درون سلول‌های ریه و سپس خون می‌شود.

۴ در اغلب واکنش‌ها با گذشت زمان و پیشرفت واکنش، سرعت انجام واکنش کاهش خواهد یافت. علت این موضوع، مصرف شدن واکنش‌دهنده‌ها در واکنش و کاهش غلظت آن‌ها است.

بدون خستگی تا بی‌نهایت

در اکثر واکنش‌ها با پیشرفت واکنش، سرعت انجام واکنش کاهش خواهد یافت. البته برخی واکنش‌ها استثنا هستند مانند واکنش تجزیه کلسیم کربنات. در واقع غلظت مواد جامد و مایع خالص موجود در واکنش‌ها ثابت بوده و با مصرف شدن آن‌ها تغییر نمی‌کند به همین علت است که در واکنش‌هایی که همه مواد واکنش‌دهنده آن، مواد خالص جامد یا مایع هستند، سرعت واکنش ثابت باقی می‌ماند و اضافه یا کم کردن واکنش‌دهنده تغییری در سرعت واکنش نخواهد داشت.



۶۷- اگر ۲۵ گرم آمونیوم نیترات با خلوص ۸۰ درصد در یک گرماسنج لیوانی که محتوی ۵۰۰ گرم آب با دمای ۲۰°C مطابق معادله می‌رسد؟ (گرمای واکنش تنها صرف تغییر دمای آب می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه آب برابر با ۴/۲ ژول بر گرم بر درجه سلسیوس است. $H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

۱۷/۳۳ (۴)

۲۲/۶۷ (۳)

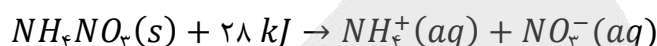
۱۶/۶۷ (۲)

۲۳/۳۳ (۱)

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۴ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

گرمای مبادله شده در واکنش موجب تغییر دمای آب می‌شود. پس گرمای مبادله شده آب برابر گرمای واکنش است و با برابر قرار دادن این دو، مقدار تغییر دمای آب را محاسبه می‌کنیم.

ابتدا جرم آمونیوم نیترات خالص را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{درصد خلوص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{25} \times 100 \Rightarrow x = 20 g$$

حال مقدار گرمای جذب شده برای انحلال ۲۰ گرم آمونیوم نیترات را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = 20 g NH_4NO_3 \times \frac{1 mol NH_4NO_3}{80 g NH_4NO_3} \times \frac{28 kJ}{1 mol NH_4NO_3} = 7 kJ = 7000 J$$

مصرف گرما در این فرایند موجب کاهش دمای آب می‌شود. پس دمای آب برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -7000 = 500 \times 4/2 \times (\theta - 20) \Rightarrow \theta - 20 = -3/33$$

$$\theta = 16/67^\circ C$$

پس دمای گرماسنج به ۱۶/۶۷ درجه سلسیوس می‌رسد.



۶۸- واکنش $Fe(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow Cu(s) + FeSO_4(aq)$ با قرار دادن یک قطعه فلزی از جنس آهن در یک محلول مس (II) سولفات با غلظت ۰/۲ مولار و حجم ۵۰۰ میلی لیتر رخ می‌دهد. چند مورد از تغییرات زیر می‌تواند سرعت انجام واکنش مورد نظر را افزایش دهد؟

الف - افزایش دمای مواد شرکت کننده در واکنش

ب - استفاده از پودر فلز آهن به جای یک قطعه فلزی از آن

ج - استفاده از یک قطعه فلزی از جنس آلومینیم به جای فلز آهن

د - استفاده از محلول مس (II) سولفات با غلظت ۰/۴ مولار و حجم ۱۰۰ میلی لیتر

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۸۳ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

همه تغییرات ایجاد شده سبب افزایش سرعت واکنش مورد نظر می‌شوند.

بررسی موارد:

الف) به طور کلی در واکنش‌های شیمیایی، با افزایش دما سرعت انجام واکنش افزایش می‌یابد.

ب) حالت پودری یک فلز در مقایسه با یک قطعه از آن، سطح تماس بیشتری با محیط دارد و به همین علت سرعت انجام واکنش نیز

افزایش می‌یابد.

ج) فلز آلومینیم واکنش پذیری بیشتری نسبت به آهن دارد و می‌تواند شدیدتر و سریع‌تر با محلول مورد نظر واکنش دهد.



با افزایش غلظت واکنش دهنده‌ها می‌توان سرعت انجام واکنش را افزایش داد. از آنجا که غلظت محلول مس (II) سولفات از ۰/۲ مولار به ۰/۴ مولار رسیده است، سرعت انجام واکنش نیز افزایش خواهد یافت.



لیتیم سدیم پتاسیم

عوامل مؤثر بر سرعت واکنش

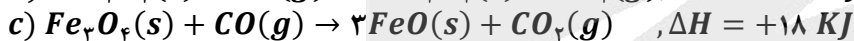
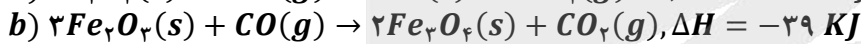
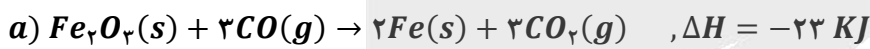
- ۱) واکنش‌پذیری: میزان واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها به نوع و خواص شیمیایی آن ماده بستگی دارد. هر چه واکنش‌پذیری یک ماده بیشتر باشد، سرعت آن واکنش نیز افزایش می‌یابد. به‌عنوان مثال، می‌دانیم واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی در جدول تناوبی از بالا به پایین افزایش می‌یابد؛ پس واکنش‌پذیری پتاسیم بیشتر از سدیم و همچنین لیتیم است. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینیم سرعت و شدت واکنش این سه عنصر با گاز کلر متفاوت بوده و میزان نور تولیدشده از واکنش پتاسیم با کلر بیشتر از سدیم و لیتیم می‌باشد.
- ۲) دما: افزایش دما نیز با افزایش سرعت و انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ مواد واکنش‌دهنده، احتمال برخورد ذرات به یکدیگر و انجام واکنش را افزایش داده و منجر به افزایش سرعت واکنش می‌شود.
- توجه: از آنجا که علت افزایش سرعت واکنش در نتیجهٔ افزایش دما، مربوط به تغییر آنتالپی واکنش نیست، افزایش دما، هم سرعت واکنش گرماگیر و هم سرعت واکنش گرماده را زیاد می‌کند.
- ۳) غلظت: با افزایش غلظت مواد واکنش‌دهنده، احتمال حضور ذرات در کنار یکدیگر و برخورد آن‌ها و انجام گرفتن واکنش افزایش می‌یابد. این اتفاق موجب زیاد شدن سرعت واکنش می‌شود. توجه داریم که در گازها، با افزایش فشار یا کاهش حجم، غلظت گاز افزایش یافته و سرعت واکنش زیاد می‌شود.

نکته

از آنجا که ما نمی‌توانیم غلظت مواد جامد را تغییر دهیم، افزایش غلظت تنها در واکنش‌هایی که واکنش‌دهندهٔ گازی یا محلول دارند، موجب افزایش سرعت می‌شود. همچنین افزایش فشار نیز، تنها در واکنش‌هایی که واکنش‌دهنده‌ای با حالت گازی دارند، منجر به افزایش غلظت و در نتیجه سرعت واکنش می‌شود.



۶۹- با توجه به واکنش‌های ترموشیمیایی مقابل:



برای تولید ۷۰ گرم آهن از واکنش $FeO(s) + CO(g) \rightarrow Fe(s) + CO_2(g)$ کیلوژول گرما می‌شود.

($Fe = 56 g \cdot mol^{-1}$)

(۴) ۳۰ - تولید

(۳) ۱۳/۷۵ - تولید

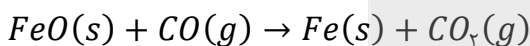
(۲) ۳۰ - مصرف

(۱) ۱۳/۷۵ - مصرف

سخت - مفهومی و محاسباتی - زمان بر (+) - صفحه ۷۵ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۳

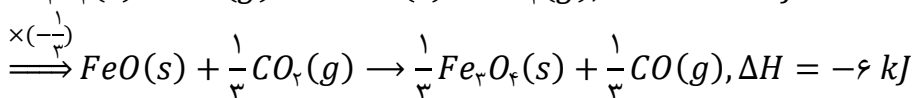
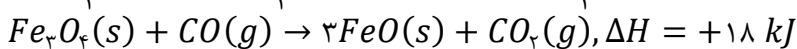
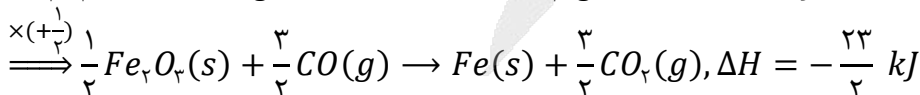
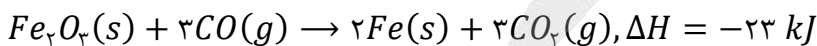
واکنش اصلی به صورت زیر انجام می‌گیرد:



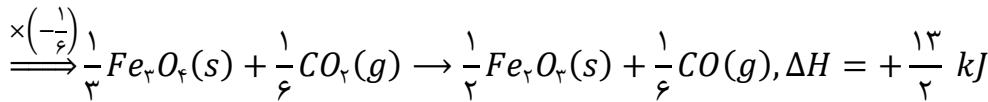
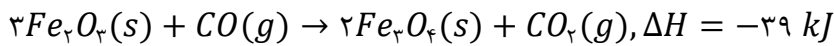
راه حل مسئله

ابتدا آنتالپی واکنش را به کمک قانون هس محاسبه می‌کنیم و سپس گرمای مبادله‌شده از انجام این واکنش را حساب می‌کنیم.

با استفاده از قانون هس آنتالپی این واکنش را محاسبه می‌کنیم. در میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، $Fe(s)$ در واکنش اول و $FeO(s)$ در واکنش سوم غیرتکراری هستند، پس ضریب و جهت این دو ماده را در واکنش‌ها مطابق واکنش اصلی قرار می‌دهیم:



در واکنش دوم $Fe_2O_3(s)$ وجود دارد که تنها در واکنش اول حضور دارد و در واکنش اصلی دیده نمی‌شود؛ پس ضریب این ماده را در واکنش دوم به گونه‌ای قرار می‌دهیم که برابر واکنش اول باشد، اما در سمت مقابل آن قرار گیرد.



آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است؛ پس، آنتالپی واکنش اصلی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = \left(-\frac{39}{3}\right) + \left(\frac{13}{2}\right) + (-6) = -\frac{10}{2} - 6 = -11 \text{ kJ}$$

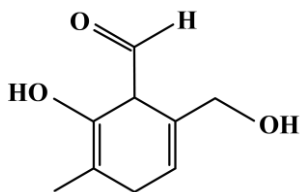
پس آنتالپی واکنش اصلی برابر با ۱۱- کیلوژول است و در آن گرما آزاد می‌شود. حال مقدار گرمای مبادله شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 70 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{11 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ mol Fe}} = 13/75 \text{ kJ}$$

بنابراین در این واکنش ۱۳/۷۵ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.



۷۰- در ترکیب مقابل، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر چقدر است؟



۵ (۱)

۴/۵ (۲)

۵/۴ (۳)

۶ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۱ - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فرمول شیمیایی ترکیب آلی مورد نظر را مشخص می‌کنیم:

در ساختار این ترکیب، ۹ اتم کربن، یک حلقه و ۳ پیوند دوگانه وجود دارند. پس شمار اتم‌های هیدروژن را حساب می‌کنیم:

شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب‌های آلی $(C_nH_mO_xN_yX_z)$ با استفاده از ساختار آن: (x هالوژن است).

$$m = 2n + 2 + y - [2 \times (\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه}) + 4 \times \text{تعداد سه‌گانه}] - z$$

$$\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times 4 + (\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه}) \times 2 - 2 = \text{تعداد اتم‌های کربن} \times 2 + \text{تعداد اتم‌های هیدروژن}$$

$$m = 2 \times 9 + 2 - 2(1 + 3) = 12$$

بنابراین فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_9H_{12}O_3$ است.

شمار جفت الکترون‌های پیوندی در این ترکیب برابر است با:

شمار جفت الکترون‌های پیوندی یا شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار ترکیب آلی $(C_nH_mO_xN_yX_z)$: (x هالوژن است).

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{4n + m + 2x + 3y + z}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 9 + 12 + 2 \times 3}{2} = 27$$

در این ترکیب ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار ترکیب آلی $(C_nH_mO_xN_yX_z)$: (x هالوژن است).

$$\text{شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی} = 2x + y + 3z$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر ۴/۵ است.





شب امتحان حوصله ننداری دیگه درس بخونی؟! خب درساتو گوش کن!

✓ پادکست های شب امتحان، ویژه مرور و یادگیری
دروس و نکات مهم در لحظات آخر قبل امتحان



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org



دیجی ماز

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

