

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



۳/۸ نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

چندضلعی‌ها / درس ۱:
چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها
درس ۲: مساحت و کاربردهای آن
(تا ابتدای نقاط شبکه‌ای و مساحت)
صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹

سهم در کنکور: —

ریاضی ۱

معادله‌ها و نامعادله‌ها / درس ۲:
سهمی / درس ۳: تعیین علامت
تابع / درس ۱: مفهوم تابع و
بازنمایی‌های آن
درس ۲: دامنه و برد توابع
صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۸

سهم در کنکور: —

شیمی ۱

ردپای گازها در زندگی
فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی
و قانون پایستگی جرم
تا پایان فصل
صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

کار، انرژی و توان + دما و گرما
(تا قبل از تغییر حالت‌های ماده)
صفحه‌های ۷۱ تا ۱۰۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدردت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



۱- نمودار کدام یک از خطوط زیر بیانگر یک تابع نیست؟

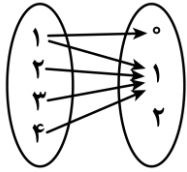
(۴) $x + y = 0$

(۳) $y = -\sqrt{2}x$

(۲) $y = 0$

(۱) $x = 2$

۲- حداقل چند پیکان از نمودار مقابل حذف کنیم تا تبدیل به یک تابع شود؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳- کدام تابع وجود ندارد؟

(۱) تابعی که دامنه آن ۳ عضو و برد آن ۲ عضو داشته باشد.

(۲) تابعی که دامنه آن ۲ عضو و برد آن ۳ عضو داشته باشد.

(۳) تابعی که دامنه آن بی شمار عضو و برد آن ۱ عضو داشته باشد.

(۴) تابعی که دامنه آن بی شمار عضو و برد آن بی شمار عضو داشته باشد.

۴- محور تقارن سهمی $y = x^2 + ax + 1$ به صورت $x = 2$ است. عرض سهمی در $x = 1$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) صفر

۵- مجموعه جواب نامعادله $2x - 1 < 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶- در شکل مقابل، جدول تعیین علامت عبارت $P = ax - 1$ داده شده است. a کدام است؟

x	a
P	+ 0 -

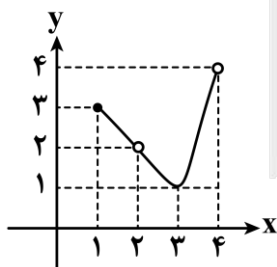
(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) -۲

(۳) ۲

۷- کدام گزینه در مورد تابع مقابل درست است؟



(۱) دامنه و برد تابع برابرند.

(۲) دامنه شامل ۳ عدد صحیح است.

(۳) برد شامل ۳ عدد صحیح است.

(۴) دامنه شامل ۴ عدد صحیح است.

محل انجام محاسبات





۸- اگر $f(n) = n^2 - 4n$ و دامنه f برابر $\{1, 2, 3\}$ باشد، مجموع اعضای برد کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۸ (۳) -۹ (۴) -۱۰

۹- اگر رابطه $f = \{(a, 2), (1, a), (1, a^2), (0, b)\}$ تابع باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

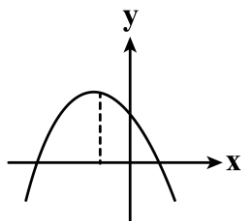
۱۰- طول یک مستطیل ۲ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر x محیط مستطیل باشد، ضابطه تابع مساحت مستطیل بر حسب x کدام است؟

- (۱) $\frac{x^2}{4} + 1$ (۲) $\frac{x^2}{4} - 1$ (۳) $\frac{x^2}{16} + 1$ (۴) $\frac{x^2}{16} - 1$

۱۱- مجموعه جواب نامعادله های $|2x + 4| < a$ و $x^2 + bx - b - 1 < 0$ یکسان است. حاصل $a + b$ چه عددی است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۶

۱۲- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. علامت عدد کدام گزینه با علامت عدد گزینه های دیگر متفاوت است؟



- (۱) $b + ac$
(۲) $a + bc$
(۳) $c + ab$
(۴) $-abc$

۱۳- به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = (m-1)x^2 - mx - m$ همواره پایین محور x ها می باشد؟

- (۱) $m < 0$ (۲) $\frac{4}{5} < m < 1$ (۳) $0 < m < \frac{4}{5}$ (۴) $m < 1$

۱۴- اگر جواب نامعادله $|2x - a| < b$ به صورت $(-1, 2)$ باشد، $2a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

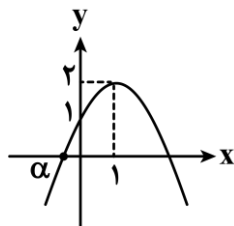
۱۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2}{2x+4} \geq -4$ شامل چند عدد صحیح منفی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات



۱۶- در شکل مقابل، نمودار یک سهمی رسم شده است. α کدام است؟



(۱) $1 - \sqrt{2}$

(۲) $1 - \sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{2} - 2$

(۴) $\sqrt{3} - 2$

۱۷- محور تقارن دو سهمی $y_1 = ax^2 + x + b$ و $y_2 = x^2 + ax - 1$ یکسان است. اگر بیشترین مقدار سهمی اول برابر ۱ باشد، b کدام است؟

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۱۸- خط d از رئوس دو سهمی $y_1 = x^2 - 4x + 1$ و $y_2 = a(x-1)^2 + 2$ عبور می‌کند. اگر خط d سهمی اولی را در نقطه دیگری به جز رأس نیز قطع کند، طول این نقطه کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

۱۹- جدول تعیین علامت عبارت $P = \frac{ax^2 + x + a}{ax + b}$ به صورت زیر می‌باشد. b کدام است؟

x	-۱	۱
P	+	-

تعریف نشده

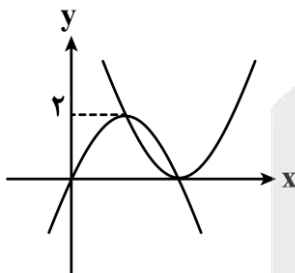
(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

۲۰- در شکل مقابل، نمودار دو سهمی رسم شده است به طوری که از رأس یکدیگر عبور می‌کنند. اگر $y = 2x^2 + mx + n$ معادله یکی از دو سهمی و $A(3, b)$ نقطه‌ای روی آن باشد، مقدار b کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

محل انجام محاسبات





۲۱- وسط اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم تا چهارضلعی Q تشکیل شود. حال وسط اضلاع چهارضلعی Q را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم تا چهارضلعی Q' ساخته شود. در کدام گزینه، نوع چهارضلعی Q' به طور دقیق معرفی شده است؟

- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

۲۲- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک n ضلعی برابر ۱۷۱ است. این n ضلعی چند قطر دارد؟

- (۱) ۱۵۱ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۵۳ (۴) ۱۵۴

۲۳- در یک چهارضلعی محدب، قطرهای نیمسازند. این چهارضلعی کدام شرط را داشته باشد تا بتوان نتیجه گرفت که لوزی است؟

(۱) این چهارضلعی لوزی است و نیازی به شرط اضافه نیست.

(۲) قطرهای بر هم عمود باشند.

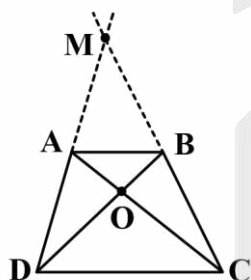
(۳) قطرهای منصف می‌باشند.

(۴) حداقل دو زاویه از زوایای روبه‌رو مساوی باشند.

۲۴- اندازه قاعده‌های یک دوزنقه ۳ و ۷ و اندازه یکی از ساق‌ها ۵ است. آن‌گاه حداکثر محیط دوزنقه با فرض آن‌که عددی طبیعی باشد، چقدر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۲۵- در دوزنقه $ABCD$ دو قطر AC و BD را رسم می‌کنیم تا در نقطه O ، یکدیگر را قطع کنند. اگر مساحت مثلث‌های ABO و OBC به ترتیب ۴ و ۱۰ باشد، مساحت مثلث MAB تقریباً چقدر است؟ (نقطه M محل تلاقی امتدادهای دو ساق DA و CB است.)



(۱) $7/84$

(۲) $7/85$

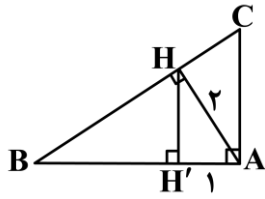
(۳) $8/75$

(۴) $9/33$

محل انجام محاسبات



۲۶- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ابتدا ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. سپس از H عمود HH' را بر ضلع AB وارد می‌کنیم. اگر $AH = 2$ و $AH' = 1$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC چقدر است؟



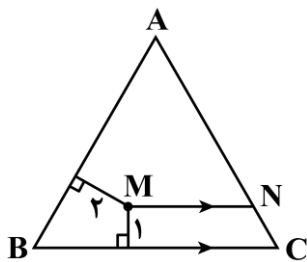
(۲) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{3}$

(۴) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

۲۷- M نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $4\sqrt{3}$ است. به طوری که فاصله آن از ضلع AB برابر با ۲ و فاصله آن از ضلع BC برابر با ۱ است. حال اگر از M خطی موازی ضلع BC رسم کنیم تا ضلع AC را در نقطه N قطع کند، اندازه MN چقدر است؟



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۲۸- در مثلثی با زاویه‌های $2\alpha, 3\alpha, 7\alpha$ ضلع بزرگ‌تر چند برابر ضلع متوسط است؟

(۴) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

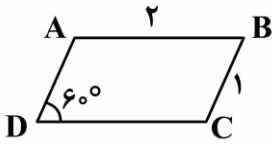
(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات





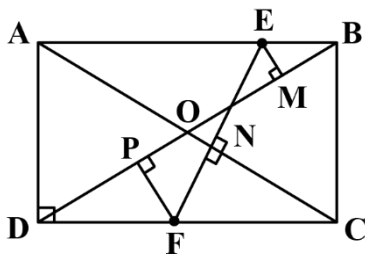
۲۹- متوازی‌الاضلاع ABCD با اضلاع ۱ و ۲ و یک زاویه حاده 60° مفروض است. نیمسازهای داخلی همه رأس‌ها را رسم می‌کنیم تا از تلاقی آن‌ها چهارضلعی جدیدی ساخته شود. مساحت این چهارضلعی چقدر است؟



(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۳۰- در مستطیل زیر، E نقطه‌ای روی ضلع AB است که از آن نقطه عمودهای EM و EN را به ترتیب بر دو قطر BD و AC وارد می‌کنیم. پاره‌خط EN را از طرف N امتداد می‌دهیم تا ضلع CD را در نقطه F قطع کند. از F بر BD عمود FP را رسم می‌کنیم، اگر $EM=1$ ، $EN=3$ و $NF=2/5$ باشد، آنگاه اندازه PF چقدر است؟



(۱) $\frac{5}{2}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات





آزمون های

آزمایشی

@konkurbanks



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



۳
نیم سال دوم
۸



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

چندضلعی‌ها / درس ۱:
چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها
درس ۲: مساحت و کاربردهای آن
(تا ابتدای نقاط شبکه‌ای و مساحت)
صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹

سهم در کنکور: —

ریاضی ۱

معادله‌ها و نامعادله‌ها / درس ۲:
سهمی / درس ۳: تعیین علامت
تابع / درس ۱: مفهوم تابع و
بازنمایی‌های آن
درس ۲: دامنه و برد توابع
صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۸

سهم در کنکور: —

شیمی ۱

ردپای گازها در زندگی
فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی
و قانون پایستگی جرم
تا پایان فصل
صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

کار، انرژی و توان + دما و گرما
(تا قبل از تغییر حالت‌های ماده)
صفحه‌های ۷۱ تا ۱۰۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

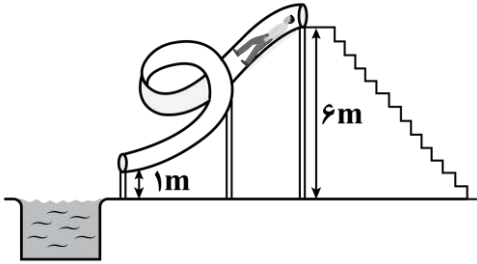
از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پر قدرت به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



۳۱- مطابق شکل زیر، شخصی از بالای یک سرسره آبی با تندی $6 \frac{m}{s}$ وارد سرسره شده و با تندی $10 \frac{m}{s}$ از سرسره خارج می‌شود. چند درصد از انرژی پتانسیل گرانشی اولیه شخص توسط نیروی اصطکاک تلف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



و سطح آب را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.

۱۵ (۱)

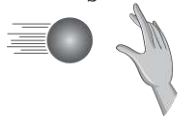
۳۰ (۲)

۱۸ (۳)

۳۶ (۴)

۳۲- مطابق شکل زیر، توپی به جرم $200g$ با تندی $10 \frac{m}{s}$ به دست شخص برخورد کرده و متوقف می‌شود. در این برخورد، انرژی درونی دست، توپ و هوای اطراف آن‌ها چند ژول تغییر می‌کند؟

$$v_1 = 10 \frac{m}{s}$$



$$v_2 = 0$$



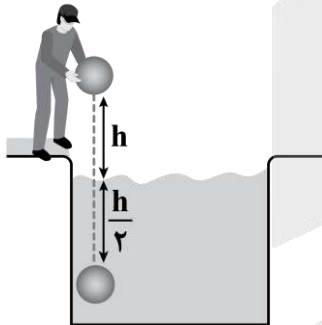
۱۰ (۲)

۵ (۱)

۱۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۳۳- مطابق شکل زیر، شخصی توپی را از ارتفاع h بالای سطح آب رها می‌کند و توپ تا عمق $\frac{h}{4}$ درون آب فرو می‌رود و متوقف می‌شود. اگر انرژی تلف شده توسط نیروی مقاومت هوا برابر با $\frac{1}{4} mgh$ باشد، انرژی تلف شده توسط آب در



کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$\frac{3}{4} mgh \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} mgh \quad (۱)$$

$$\frac{7}{4} mgh \quad (۴)$$

$$\frac{5}{4} mgh \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



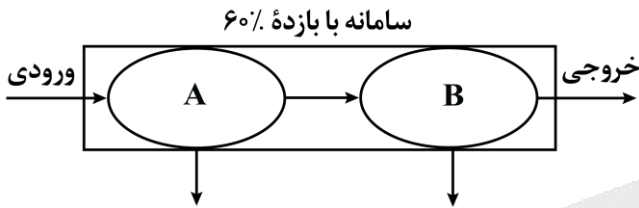
۳۴- پمپی در مدت یک دقیقه $۱/۲\text{m}^3$ آب را از حال سکون از چاهی به عمق ۵m به سطح زمین می آورد و با تندی $۵\frac{\text{m}}{\text{s}}$ آب را تخلیه می کند. توان متوسط مفید این پمپ چند کیلووات است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{\text{kg}}{\text{L}}$ ، $g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

- ۱ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴)

۳۵- بازده دستگاهی ۸۰ درصد است. اگر انرژی ورودی به این دستگاه ۵۰۰J باشد، انرژی خروجی آن چند ژول است؟

- ۱۰۰ (۱) ۳۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۶۲۵ (۴)

۳۶- بازده سامانه شکل زیر ۶۰ درصد است. اگر توان متوسط غیرمفید ماشین های A و B برابر باشد، بازده ماشین A چند درصد است؟



- ۲۰ (۱)
۲۵ (۲)
۷۵ (۳)
۸۰ (۴)

۳۷- توان متوسط مصرفی یک خودرو با جرم کل ۱۶۲۰kg برابر ۵۰۰kW و بازده آن ۲۵ درصد است. صفر تا ۱۰۰ این خودرو چند ثانیه است؟ (صفر تا صد یک خودرو، یعنی مدت زمانی که طول می کشد خودرو روی یک سطح افقی تندی خود را از صفر به $۱۰۰\frac{\text{km}}{\text{h}}$ برساند و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

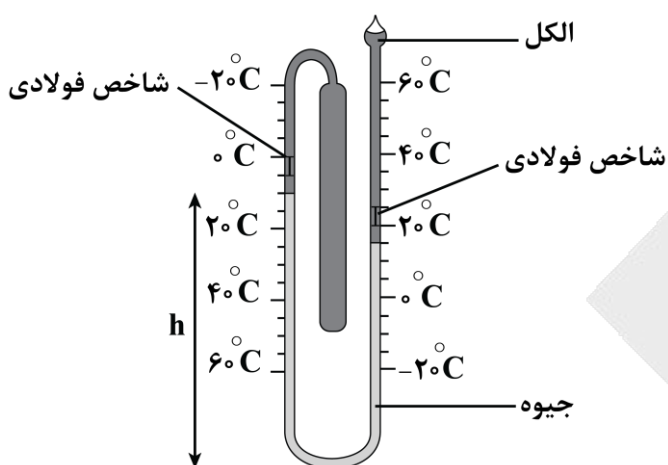
۳۸- در یک روز زمستانی، دمای شهر سراب واقع در آذربایجان شرقی به -۲۵°C رسیده است. دمای این شهر بر حسب کلوین و درجه فارنهایت به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- ۱) ۲۴۸ و -۱۳ ۲) ۲۹۸ و -۱۳ ۳) ۲۴۸ و ۷۷ ۴) ۲۹۸ و ۷۷

محل انجام محاسبات



۳۹- شخصی یک دماسنج را به مدت ۲۴ ساعت در محیطی قرار داده است، پس از این مدت، شکل دماسنج به صورت زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این دماسنج و دمای محیط نادرست است؟



الف - از این نوع دماسنجهای معمولاً در آزمایشگاهها، صنعت و وسایل گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود.

ب - با کاهش دما ارتفاع ستون جیوه در شاخه سمت چپ (h)، کاهش می‌یابد.

ج - حداقل دمای محیط ۲۷۸K است.

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۴۰- قطعه فلزی با ضریب انبساط طولی $5 \times 10^{-5} K^{-1}$ در اختیار داریم. اگر دمای این قطعه را $200^\circ C$ افزایش دهیم، چگالی آن تقریباً چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۰/۰۳ (۲) ۰/۹ (۳) ۰/۹۷ (۴) ۱/۰۳

۴۱- در یک پمپ بنزین، بنزین در مخزنی زیر زمین با دمای $13^\circ C$ نگهداری می‌شود. اگر در یک روز که دمای هوا $38^\circ C$ است، شخصی باک ۴۰ لیتری اتومبیل خود را از بنزین کاملاً پر کند و اتومبیل خود را در یک مکان پارک کند، پس از گذشت ساعتی، چند لیتر بنزین از باک بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین در SI برابر با 10^{-3} است و از انبساط باک صرف نظر کنید.)

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۳

محل انجام محاسبات





۴۲- یک ورق فلزی مربعی شکل با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ و یک ورق فلزی دایره‌ای شکل با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ را گرم می‌کنیم تا دمای هر دو به یک اندازه افزایش یابد. اگر تغییر مساحت دو ورق، یکسان باشد، قطر ورق دایره‌ای شکل چند برابر طول ضلع ورق مربعی شکل است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۴۳- مطابق شکل زیر، یک گوی سربی توپر به قطر ۱cm و ۲۰٪ بر روی دهانه یک ظرف شیشه‌ای به قطر داخلی ۲cm قرار دارد. دمای مجموعه را تقریباً چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر دهیم تا گوی درون ظرف بیفتد؟



گوی سربی

ظرف شیشه‌ای

$$\left(\alpha_{\text{شیشه}} = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{C}, \alpha_{\text{سرب}} = 29 \times 10^{-6} \frac{1}{C} \right)$$

(۲) ۵۰ و افزایش

(۱) ۲۵ و کاهش

(۴) ۲۵ و افزایش

(۳) ۵۰ و کاهش

۴۴- یک قطعه آلومینیم به جرم ۵kg و دمای $20^{\circ}C$ در اختیار داریم. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این قطعه را به نقطه ذوب آن (دمای $660^{\circ}C$) برسانیم؟ $\left(c_{\text{آلومینیم}} = 900 \frac{J}{kg \cdot K} \right)$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.

- (۱) ۲۸۸ (۲) ۲۹۷ (۳) ۲۸۸۰ (۴) ۲۹۷۰

۴۵- حجم جسم A، ۴ برابر حجم جسم B و چگالی جسم B، $\frac{1}{3}$ برابر چگالی جسم A است. اگر گرمای ویژه جسم B، ۳ برابر گرمای ویژه جسم A باشد و به هر دو جسم، گرمای یکسانی بدهیم، تغییر دمای جسم A چند برابر تغییر دمای جسم B خواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۴۶- در اندازه‌گیری ارزش غذایی مواد با استفاده از گرماسنج بمبی، اگر ظرف گرماسنج به خوبی عایق‌بندی گرمایی نشده باشد، ارزش غذایی ماده موردنظر:

- (۱) قطعاً بیش‌تر از مقدار واقعی به‌دست می‌آید.
 (۲) ممکن است برابر با مقدار واقعی به‌دست آید.
 (۳) ممکن است بیش‌تر از مقدار واقعی به‌دست آید.
 (۴) قطعاً کم‌تر از مقدار واقعی به‌دست می‌آید.

۴۷- برای گرم کردن ۲۵۰g آب جهت تهیه چای، از یک گرمکن الکتریکی با توان متوسط ۲۸۰W استفاده می‌کنیم. با نادیده گرفتن اتلاف گرما، چند ثانیه طول می‌کشد تا دمای آب از ۲۰°C به ۱۰۰°C برسد؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۲۸۰ (۴) ۳۰۰

۴۸- با سوختن هر لیتر گازوئیل حدود ۳۵MJ انرژی گرمایی تولید می‌شود. چند لیتر گازوئیل باید مصرف شود تا دمای آب یک استخر با مساحت $16 \times 25 \text{m}^2$ و عمق متوسط ۲m، یک درجه سلسیوس افزایش یابد؟ (فرض کنید تنها ۳۲ درصد انرژی حاصل از سوختن گازوئیل به‌صورت مفید برای گرم کردن آب مصرف می‌شود و $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}})$$

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۰۰

۴۹- ۶۰g آب با دمای ۳۵°C را به‌همراه ۳۰g آب با دمای ۶۰°C درون ظرف فلزی ۶۳۰ گرمی با دمای ۱۰°C می‌ریزیم. دمای تعادل سیستم چند درجه سلسیوس است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, c_{\text{ظرف}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$ و فرض کنید هیچ گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود.

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۵۰- دو گوی فلزی مشابه با دماهای یکسان در اختیار داریم. ابتدا گویی را به درون یک پارچ که حاوی مقداری آب با دمای ۱۷/۵°C است، می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به ۲۰°C می‌رسد. سپس، گوی دوم را به درون پارچ می‌اندازیم. این بار، دمای آب به ۲۲/۴°C می‌رسد. دمای اولیه گوی‌ها چند درجه سلسیوس بوده است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{C}} \text{ و تبادل گرما فقط بین آب و گوی‌ها انجام می‌شود.})$$

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۶۰

محل انجام محاسبات





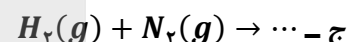
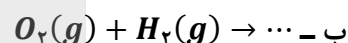
۵۱- کدامیک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5N نوعی سوخت سبز محسوب می‌شود.
- (۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن‌دار است که مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.
- (۳) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع، موجب کاهش شدید حجم آن‌ها می‌شود.
- (۴) هر یک از فرایندهای تهیه سولفوریک اسید و نیتریک اسید شامل چندین واکنش گازی متوالی است.

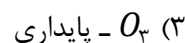
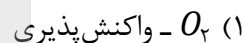
۵۲- کدامیک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) هواکره برای زمین، همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و در صورت نبود آن، میانگین دمای سطح زمین به $18^\circ C$ می‌رسد.
- (۲) محدوده مشخصی از لایه استراتوسفر، مانع از ورود بخش عمده‌ای از پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.
- (۳) در واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در لایه استراتوسفر، پرتوهای فروسرخ جذب می‌شوند.
- (۴) ذکر شمار مول‌های هر گازی برای توصیف یک نمونه از آن گاز، کافی است.

۵۳- با توجه به واکنش‌های داده شده کدامیک از مطالب زیر، درست است؟



- (۱) واکنش (ب) در حضور کاتالیزگر پلاتین به آرامی انجام می‌شود.
 - (۲) واکنش (ج) در حضور کاتالیزگر یا جرقه در دمای اتاق انجام می‌شود.
 - (۳) واکنش (الف) در حضور گرمای بالای ناشی از رعد و برق انجام شده و نیتروژن مونواکسید تولید می‌کند.
 - (۴) در شرایط مناسب، فراورده واکنش (ب) به‌ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن، یک مول مولکول آب است.
- ۵۴- اگر دمای نمونه‌ای گاز شامل O_2 و O_3 را به‌تدریج کاهش دهیم، ابتدا گاز به حالت مایع تبدیل می‌شود و این گاز نسبت به گاز دیگر، کمتر است.



۵۵- حجم گازی در شرایط استاندارد، برابر با ۵ لیتر است. اگر دما را $136/5^\circ C$ افزایش دهیم و فشار را $2/5$ برابر کنیم، حجم گاز چند درصد تغییر می‌کند؟

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

محل انجام محاسبات



۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد فسفر تری کلرید نادرست است؟

(۱) در تهیه حشره کش ها کاربرد فراوانی دارد.

(۲) به صورت جامد از واکنش $P_2(s) + Cl_2(g) \rightarrow PCl_3(s)$ به دست می آید.

(۳) همانند آمونیاک دارای یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود است.

(۴) اگر به جای اتم مرکزی، اتم نیتروژن قرار گیرد، ساختار فضایی مولکول تغییر چندانی نخواهد کرد.

۵۷- در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن برابر با $1/6$ گرم بر لیتر باشد، جرم چند لیتر گاز گوگرد دی اکسید برابر با 48 گرم است؟ ($S = 32, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۵۸- در واکنش موازنه نشده زیر در صورت تولید 10 مول فراورده، چند مول واکنش دهنده مصرف می شود؟



(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۸

۵۹- اگر فشار نمونه ای گازی را 25% افزایش و حجم آن را 25% کاهش دهیم، دما چگونه تغییر می یابد؟

(۱) $12/5$ درصد کاهش می یابد. (۲) $6/25$ درصد کاهش می یابد.

(۳) $12/5$ درصد افزایش می یابد. (۴) $6/25$ درصد افزایش می یابد.

۶۰- $10.22 \times 11/204$ اتم آهن در واکنش با مقدار کافی سولفوریک اسید مطابق واکنش $Fe + H_2SO_4 \rightarrow FeSO_4 + H_2$ چند لیتر گاز هیدروژن آزاد می کند؟ (چگالی گاز هیدروژن در شرایط واکنش 0.08 گرم بر لیتر است.)

($H = 1: g.mol^{-1}$)

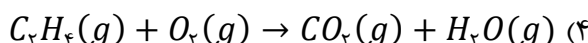
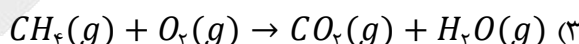
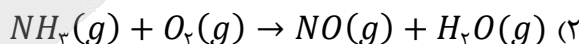
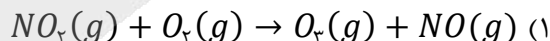
(۱) $1/25$ (۲) ۱ (۳) 0.75 (۴) 0.15

۶۱- نمودار حجم بر حسب چند مورد از موارد زیر، در صورت ثابت بودن سایر پارامترها، غیرخطی و نزولی است؟

«فشار، معکوس فشار، دما، مول گاز»

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- اگر در حین انجام واکنشی در سیلندری با پیستون متحرک، در دمای ثابت، حجم ظرف تغییر نیابد (واکنش دهنده ها به طور کامل مصرف می شوند)، کدام یک از واکنش های زیر، نمی تواند در این ظرف انجام شده باشد؟ (واکنش ها موازنه نشده اند.)

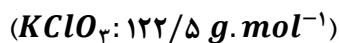


محل انجام محاسبات





۶۳- شمار مول‌های گاز اکسیژن تولید شده به‌ازای تجزیه ۱۰ گرم از کدام ترکیب(های) داده شده، بیشتر از ترکیب(های) دیگر است؟



(۱) «الف» (۲) «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

۶۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - دمای اتاق و فشار یک اتمسفر را شرایط استاندارد (STP) می‌گویند.

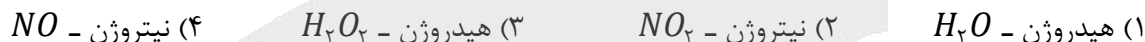
ب - شتر، با اکسایش چربی‌های ذخیره شده در کوهان خود، شرایط بی‌آبی را در بیابان‌های گرم سپری می‌کند.

ج - با توجه به قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون برابر با 22.4 لیتر است.

د - گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب و CO تولید می‌کند.

(۱) «ب» و «د» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ج» و «د»

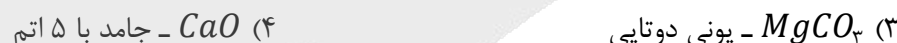
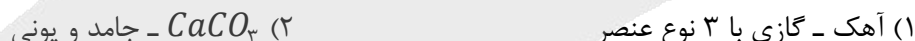
۶۵- در محیط‌هایی که گاز اکسیژن عامل تغییر شیمیایی است، از کدام گاز به‌عنوان جایگزین استفاده می‌شود و گاز حاصل از سوختن آن کدام است؟



۶۶- ظرفی با حجم ثابت موجود است. اگر گاز اکسیژن تولید شده در واکنش $H_2O_2 \rightarrow O_2 + H_2O$ را، درون این ظرف ریخته و سپس گاز اکسیژن تولید شده در واکنش $NaNO_3 \rightarrow NaNO_2 + O_2$ را به آن بیافزاییم، فشار درون ظرف، در دمای ثابت، ۲ برابر می‌شود. شمار مول H_2O_2 چند برابر مول $NaNO_3$ مصرف شده است؟

(۱) ۲ (۲) 0.5 (۳) ۱ (۴) 0.8

۶۷- در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی جهت تبدیل گاز کربن‌دی‌اکسید به مواد معدنی، آن را با واکنش داده و ترکیبی تولید می‌کنند.



۶۸- کدام یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟



محل انجام محاسبات



۶۹- در ظرف‌های A و B با حجم و دمای ثابت، به ترتیب ۱ مول گاز متان و ۱ مول گاز پروپان (C_3H_8) با مقدار کافی گاز اکسیژن می‌سوزند. فرآورده هر دو واکنش بخار آب و گاز کربن دی‌اکسید می‌باشد. کدام یک از مطالب زیر صحیح است؟

- (۱) در ظرف A ، برخلاف ظرف B ، در پایان واکنش فشار کاهش می‌یابد.
- (۲) شمار مول بخار آب تولید شده در ظرف B ، ۲ برابر ظرف A است.
- (۳) جرم گاز اکسیژن مصرف شده در ظرف B ، ۲ برابر ظرف A است.
- (۴) شمار مول گاز CO_2 تولید شده در ظرف B ، ۲ برابر ظرف A است.

10 atm
 pt

۷۰- کدام یک از مطالب زیر، در مورد واکنش $A \xrightarrow{\Delta} B$ درست است؟

- (۱) در اثر انجام واکنش، گرما مصرف می‌شود.
- (۲) واکنش دهنده‌ها در اثر گرم شدن، واکنش می‌دهند.
- (۳) در اثر انجام واکنش، فشار تا 10 atm بالا می‌رود.
- (۴) برای انجام واکنش، فلز پالادیم به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

محل انجام محاسبات





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۶ فروردین ماه

هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال (کل فصل ۱)
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (کل فصل ۲)
صفحه‌های ۵۲ تا ۹

ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله (کل فصل ۱)
مثلثات (کل فصل ۲)
توان‌های گویا و عبارات‌های جبری (کل فصل ۳)
معادله‌ها و نامعادله‌ها
درس ۱: معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن
صفحه‌های ۱ تا ۷۷

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها / ردیای گازها در زندگی
فصل ۱ و فصل ۲ تا پایان رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی
صفحه‌های ۱ تا ۶۱

فیزیک ۱

فصل‌های ۱ تا ۳
(تاقبل از کار و انرژی درونی)
صفحه‌های ۱ تا ۷۰





تحليل

آزمون

@Tahlilazemmoon



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



۳/۸ نیم سال دوم



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۱ اسفندماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری - حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز یزدان نیک قدم - نوید ذکی فؤاد خیرآبادی - علی اسدی	محمد پورسعید - کیوان دارابی	حسین شفیق زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری مروارید شاه حسینی	مهدی پارسا - مجید رجبی وندچالی محمدجواد سورچی - سجاد صادقی زاده حسین عبدوی نژاد - حسین زین العابدین زاده شایان عابدی	مهدی پارسا	فیزیک
محمد دارابی جم محمد رضا جمشیدی - معید ایری محمد داودآبادی فراهانی	مهسا بایمانی نژاد - فرهنگ امیری طاها حق بین	مهسا بایمانی نژاد	شیمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدمیان

نازنین امیری

مائده بادان فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری



تخمین حدود و عددگذاری

در مقاله قبلی گفتیم؛ حذف گزینه یعنی وقتی جواب دقیق رو بلد نیستی، گزینه‌هایی که مطمئنی غلطاند رو با دلیل کنار بگذاری تا انتخاب برات راحت تر بشه. این کار باعث میشه سؤال از چهار گزینه به دو گزینه برسه و احتمال درست زدنت بالا بره. حتی اگه فقط بخشی از سؤال رو بلد باشی، می‌تونی از همون بخش برای حذف بعضی گزینه‌ها استفاده کنی و امتیاز بگیری. یه روش دیگه هم «فراوانی پاسخ» هستش که تو سؤال‌های چندقسمتی کمک می‌کنه از بین جواب‌های تکراری‌تر، گزینه درست رو پیدا کنی؛ البته این مهارت‌ها فقط با تمرین جواب میدن.

حالا توی این مقاله قراره دو روش دیگه رو هم با هم مرور کنیم: ۱- تخمین حدود ۲- عددگذاری

روش «تخمین حدود» چیه و چرا مهمه؟

توی سؤال‌های محاسباتی، خیلی وقت‌ها لازم نیست عددها رو تا آخرین رقم دقیق حساب کنی. طراح معمولاً گزینه‌ها رو طوری می‌چینه که با یه تخمین منطقی، دو تا گزینه سریع حذف بشن. به این کار می‌گیم «تخمین حدود»؛ یعنی قبل از اینکه وارد محاسبه ریز و طولانی بشی، حدود جواب رو حدس بزنی و ببینی تقریباً باید نزدیک چه عددی باشه. مثلاً وقتی می‌بینی توی سؤال ضرب و تقسیم عددهای بزرگ اومده، می‌تونی اون‌ها رو رُند کنی (گرد کنی). به جای ۱۹۸ بگی حدود ۲۰۰، به جای ۵۱ بگی حدود ۵۰. این کار باعث میشه ذهنت سریع بفهمه جواب حدوداً چند هزار یا چند صد میشه. حالا وقتی به گزینه‌ها نگاه می‌کنی، هر عددی که خیلی دور از این حدود باشه رو راحت حذف می‌کنی.

مثال: سؤال چهار گزینه‌ای

نیروی که از طرف زمین به جسمی با جرم ۵ کیلوگرم وارد می‌شود، چند برابر نیرویی است که از طرف ماه به جسمی با

جرم $5/3$ کیلوگرم وارد می‌شود؟

۵/۲ برابر

۱/۵ برابر

۷۵/۸ برابر

۶۵/۱۹ برابر

حل با روش تخمین حدود

فرمول نیرو $F = m \times g$

نیروی روی زمین $\approx 5 \times 10 = 50$

نیروی روی ماه $\approx 3/5 \times 1/6$

برای تخمین ساده‌تر:

۳/۵ رو حدود ۳ در نظر می‌گیریم

۱/۶ رو حدود ۲

پس: $3 \times 2 \approx 6$



یعنی نیروی ماه تقریباً ۶ می‌شه. @Tahlilazemoon / @konkurbanks

حالا نسبت:

$$8 \approx 6 \div 50$$

پس جواب درست: گزینه ۳ (حدود ۹ برابر)

نکته مهم اینه که تخمین حدود یعنی «هوشمندانه ساده کردن»، نه بی‌دقتی. باید بدونی داری بالا گرد می‌کنی یا پایین، و حواست باشه تخمینت خیلی از مقدار واقعی فاصله نگیره. این روش مخصوصاً توی کنکور و آزمون‌های زمان‌دار خیلی کمک می‌کنه، چون هم وقت ذخیره میشه هم ذهنت کمتر خسته می‌شه. بعضی وقتا تخمین‌ها به شکلی هست که دو تا گزینه رو از محدوده پاسخ خارج می‌کنه و تو شاید ترجیح بدی بین دو گزینه باقی‌مانده توی زمانی که داری یکی رو انتخاب کنی به جای اینکه پاسخ رو سفید رها کنی.

روش «عددگذاری» چیه؟

روش عددگذاری یعنی وقتی یه سؤال جبری یا حد و مشتق خیلی پیچیده به نظر میاد، به جای اینکه کل عبارت رو نمادین و طولانی ساده کنی، یه عدد مناسب به متغیر بدی و رفتار عبارت رو بررسی کنی. این روش مخصوصاً توی سؤال‌های حد، پیوستگی، علامت عبارت، مقایسه گزینه‌ها و حتی بعضی تست‌های مشتق خیلی نجات‌دهنده‌ست.

فلسفه‌ش ساده‌ست: **به جای جنگیدن با حروف، با عدد واقعی تست می‌کنی بین عبارت چه رفتاری داره.** البته شرط مهمش اینه که عددی انتخاب کنی که تو دام تعریف‌نشدن یا صفرشدن مخرج نیفتی.

مثال (حد راست و چپ - سطح سخت کنکور)

اگر $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) حد چپ و راست در ۲ برابرند و مشتق‌پذیر است
- (۲) حد چپ و راست در ۲ برابرند ولی مشتق‌پذیر نیست
- (۳) حد چپ و راست در ۲ نابرابرند
- (۴) مشتق راست و چپ برابرند

حل با روش عددگذاری

می‌خوایم رفتار تابع رو وقتی x به ۲ نزدیک میشه بررسی کنیم.

■ **گام اول:** از چپ عدد بذار

یه عدد کمتر از ۲ انتخاب می‌کنیم، مثلاً $1/9$ اون وقت:

$x=2$ منفی می‌شه. قدر مطلقش مثبت می‌شه. پس صورت مثبت، مخرج منفی ← کل کسر $= -1$. یعنی حد چپ $= -1$

■ **گام دوم:** از راست عدد بذار



یه عدد بزرگ تر از ۲ انتخاب می کنیم، مثلاً ۲/۱

اینجا:

$x-2$ مثبت

قدر مطلقش هم مثبت

پس کل کسر $= +1$

یعنی حد راست $= +1$

نتیجه

حد چپ $= -1$

حد راست $= +1$

پس حد چپ و راست با هم برابر نیستند.

پس حد در ۲ وجود ندارد.

پس مشتق پذیری هم قطعاً ندارد.

جواب درست: گزینه ۳

توی این مقاله دو تاروش مهم تست زنی رو مرور کردیم:

- «تخمین حدود» یعنی قبل از انجام محاسبات طولانی، حدود جواب رو با گرد کردن عددها حدس بزنیم و گزینه های دور از محدوده رو حذف کنیم؛
- و «عددگذاری» یعنی توی سؤال های جبری یا حد و مشتق، به جای درگیری کامل با حروف، با انتخاب عدد مناسب رفتار عبارت رو بررسی کنیم.
- هر دو روش کمک می کنن سریع تر، منطقی تر و با مدیریت زمان بهتر به جواب برسیم.



راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها



زمان پاسخگویی:
سریع (زیر ۱ دقیقه) | استاندارد (۱-۲ دقیقه) |
زمان بر (بیشتر از ۲ دقیقه).

پاسخ: گزینه ۳  (متوسط - خط به خط - سریع  - صفحه ۱۶ - ۱۱۰۱)

سطح سؤال:
آسان (اعتماد به نفس) | متوسط (محک جدی)
دشوار (چالش رشد).

هشتگ سؤال:
شماره درس + شماره پایه
دسته بندی راحت تر سؤالات

سبک سؤال:
خط به خط (متن کتاب) | ترکیبی (چند مبحث) |
محاسباتی (فرمول ودقت) | مفهومی (درک عمیق).

شماره صفحه:
منبع اصلی رو راحت پیدا کنید.

@Tahlilazemoon / @konkurbanks

- یادتون باشه:**
- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیری، نه یک مانع.
 - ✓ پاسخنامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
 - ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخنامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیایتون نزدیک‌تر می‌شید.
 - ✓ موفقیت فقط برای کسانی که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها (درس ۲ و ۳) + تابع (درس ۱ و ۲)، صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۸
هندسه ۱: چندضلعی‌ها (درس ۱ و ۲ تا ابتدای نقاط شبکه‌ای و مساحت)، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۱: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

سهم در
کنکور

۱- نمودار کدام یک از خطوط زیر بیانگر یک تابع نیست؟

$$x + y = 0 \quad (۴)$$

$$y = -\sqrt{2}x \quad (۳)$$

$$y = 0 \quad (۲)$$

$$x = 2 \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - سریع ۶) - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۴ - ۱۰۵

پاسخ: گزینه ۱

اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد، هنگامی این نمودار تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. با توجه به آن چه گفته شد، خط $x = 2$ دارای این شرط نبوده و تابع نیست.

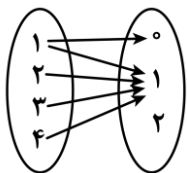
تعریف تابع

یک تابع از مجموعه A به مجموعه B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A، دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

چنتا نمونه ببین

توضیح	رابطه
این رابطه یک تابع است چرا که هر فرد دقیقاً یک گروه خونی دارد.	رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
این رابطه بیانگر یک تابع نیست چرا که هر فرد می‌تواند بیش از یک دوست داشته باشد.	رابطه‌ای که به هر فرد دوستان او را نسبت می‌دهد.
این رابطه یک تابع است چرا که هر عدد حقیقی دقیقاً یک ریشه سوم دارد.	رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

iBo



۲- حداقل چند پیکان از نمودار مقابل حذف کنیم تا تبدیل به یک تابع شود؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

(آسان - مفهومی - سریع ۶) - ریاضی ۱ صفحه ۹۹ - ۱۰۵

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که از ۱، دو پیکان خارج شده است، اگر یکی از این دو پیکان را حذف کنیم نمودار داده شده یک تابع است.

تشخیص تابع بودن نمایش پیکانی

یک نمایش پیکانی از مجموعه A به مجموعه B، زمانی نشان‌دهنده یک تابع است که از هر عضو مجموعه A، دقیقاً یک پیکان خارج شود.

نکته

- از هر عضو مجموعه A نباید بیش از یک پیکان خارج شود و تنها در صورتی این اتفاق می‌تواند رخ بدهد که عضوهایی از مجموعه B که به آن‌ها، این پیکان‌ها وارد می‌شوند، با هم برابر باشند.
- از تمامی عضوهایی از مجموعه A، حتماً باید پیکانی خارج شود. (هیچ عضوی از مجموعه A نباید alone بمونه)
- ممکن است به تعدادی از عضوهایی از مجموعه B، پیکانی وارد نشود یا بیش از یک پیکان وارد شود که در این صورت مشکلی در تابع بودن رابطه ایجاد نمی‌کند.



یه مثالمون نشه؟!

تابع نیست	تابع هست	تابع نیست
چون از عضو b در مجموعه A، پیکانی خارج نشده است.	چون از هر عضو مجموعه A، دقیقاً یک پیکان خارج شده است.	چون از عضو a در مجموعه A، دو پیکان خارج شده است و تنها در صورتی می‌تواند تابع باشد که $d = e$ باشد.



۳- کدام تابع وجود ندارد؟

- (۱) تابعی که دامنه آن ۳ عضو و برد آن ۲ عضو داشته باشد.
- (۲) تابعی که دامنه آن ۲ عضو و برد آن ۳ عضو داشته باشد.
- (۳) تابعی که دامنه آن بی‌شمار عضو و برد آن ۱ عضو داشته باشد.
- (۴) تابعی که دامنه آن بی‌شمار عضو و برد آن بی‌شمار عضو داشته باشد.

آسان - مفهومی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۸ - ۱۰۵ (۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد اعضای برد نمی‌تواند بیشتر از تعداد اعضای دامنه باشد، بنابراین گزینه «۲» بیانگر یک تابع نیست.



۴- محور تقارن سهمی $y = x^2 + ax + 1$ به صورت $x = 2$ است. عرض سهمی در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۶

آسان - محاسباتی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۴ (۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$-\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 1 \xrightarrow{x=1} y = 1 - 4 + 1 = -2$$

می‌دانیم محور تقارن در سهمی همان طول رأس سهمی می‌باشد. پس با توجه به رأس سهمی داریم:

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{-a}{2(1)} = -\frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 1$$

حال مقدار y را در $x = 1$ به دست می‌آوریم:

$$y = 1^2 - 4(1) + 1 = -2$$

یادآوری از سهمی ...

معادله محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ می‌باشد. ($a \neq 0$)





۵- مجموعه جواب نامعادله $x \leq 2x - 1 < 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) (ریاضی ۱ صفحه ۹۳ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{cases} x \leq 2x - 1 \Rightarrow 1 \leq x \\ 2x - 1 < 5 \Rightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3 \end{cases}$$

اشتراک جوابها $\rightarrow 1 \leq x < 3$

با توجه به این که مجموعه جواب به صورت $1 \leq x < 3$ می باشد، پس شامل دو عدد صحیح ۱ و ۲ می باشد.



x	a	
	+	-
P	+	-

۶- در شکل مقابل، جدول تعیین علامت عبارت $P = ax - 1$ داده شده است. **a** کدام است؟

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

(آسان - مفهومی - سریع) (ریاضی ۱ صفحه ۸۴ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ غ ق ق ا} \\ a = -1 \text{ ص} \end{cases}$$

ریشه عبارت P است

با توجه به جدول داده شده $x = a$ ریشه عبارت داده شده است، بنابراین:

$$a(a) - 1 = 0 \Rightarrow a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر $a = 1$ باشد، جدول تعیین علامت به صورت $\frac{x}{x-1} \mid - \quad +$ می باشد که قابل قبول نیست، پس $a = -1$ قابل قبول است.

ایستگاه تعیین علامت

تعیین علامت عبارت درجه اول به صورت $y = ax + b ; (a \neq 0)$

ابتدا ریشه عبارت $y = 0$ را به دست می آوریم و سپس با توجه به علامت **a** جدول تعیین علامت آن را به صورت زیر تشکیل می دهیم:

$y = ax + b ; (a \neq 0)$											
$a < 0$	$a > 0$										
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{a}$	y	+	-	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>-</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{a}$	y	-	+
x	$-\frac{b}{a}$										
y	+	-									
x	$-\frac{b}{a}$										
y	-	+									
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>مخالف علامت a</td><td>موافق علامت a</td></tr> </table>		x	$-\frac{b}{a}$	y	مخالف علامت a	موافق علامت a					
x	$-\frac{b}{a}$										
y	مخالف علامت a	موافق علامت a									



تعیین علامت عبارت درجه دوم به صورت $y = ax^2 + bx + c$; ($a \neq 0$)

ابتدا ریشه‌های معادله را در صورت وجود به دست می‌آوریم. حال با توجه به علامت Δ سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

حالت اول: اگر $\Delta > 0$ باشد: معادله $y = 0$ دو ریشه متمایز به صورت α و β خواهد داشت ($\alpha < \beta$) و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta > 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$ α β	$\frac{x}{y}$ α β
- + -	+ - +
$\frac{x}{y}$ α β	
موافق علامت a مخالف علامت a موافق علامت a	

حالت دوم: اگر $\Delta = 0$ باشد: معادله $y = 0$ یک ریشه مضاعف به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ خواهد داشت و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta = 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$ $-\frac{b}{2a}$	$\frac{x}{y}$ $-\frac{b}{2a}$
- -	+ +
$\frac{x}{y}$ $-\frac{b}{2a}$	
موافق علامت a موافق علامت a	

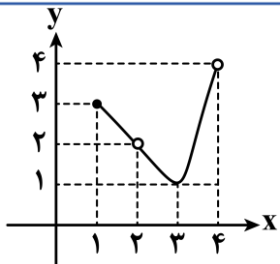
حالت سوم: اگر $\Delta < 0$ باشد: معادله $y = 0$ ریشه حقیقی ندارد و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta < 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$ -	$\frac{x}{y}$ +
$\frac{x}{y}$ موافق علامت a	

همان‌طور که از حالت سوم مشخص است:

اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد، عبارت درجه دوم، همواره مثبت است.

اگر $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد، عبارت درجه دوم، همواره منفی است.



۷- کدام گزینه در مورد تابع مقابل درست است؟

- (۱) دامنه و برد تابع برابرند.
- (۲) دامنه شامل ۳ عدد صحیح است.
- (۳) برد شامل ۳ عدد صحیح است.
- (۴) دامنه شامل ۴ عدد صحیح است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۵ - ۱۰۰۵

دامنه تابع برابر است با: $D = [1, 4] - \{2\}$ که شامل ۲ عدد صحیح ۱ و ۳ است.

برد تابع برابر است با: $R = [1, 4]$ که شامل ۳ عدد صحیح ۱، ۲ و ۳ است، بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

دامنه تابع

به مجموعه مقادیری که متغیر x در تابع $y = f(x)$ می‌تواند بپذیرد، **دامنه تابع** می‌گوییم و معمولاً آن را با نماد D_f نمایش می‌دهیم. در جدول زیر دامنه چند نمونه تابع را با نمایش‌های مختلف ببینید:

نمایش به صورت	تابع	دامنه تابع
زوج مرتبی	$f = \left\{ (5, 3), (4, 1), \left(6, \frac{3}{2}\right), (3, 0) \right\}$	مجموعه همه مولفه‌های اول
پیکانی		همه عضوهای مجموعه اول
نموداری		تصویر نمودار روی محور x ها

برد تابع

به مجموعه مقادیری که به ازای ورودی‌های x از تابع $f(x)$ خارج می‌شوند، **برد تابع** f می‌گوییم و معمولاً آن را با نماد R_f نشان می‌دهیم. در جدول زیر برد چند نمونه تابع را با نمایش‌های مختلف ببینید:

نمایش به صورت	تابع	برد تابع
زوج مرتبی	$f = \left\{ (2, -1), (3, 0), (-1, 1), \left(4, \frac{1}{2}\right) \right\}$	مجموعه همه مولفه‌های دوم
پیکانی		عضوهایی از مجموعه دوم که به آن‌ها پیکانی وارد می‌شود.
نموداری		تصویر نمودار روی محور y ها



تعداد اعضای دامنه، همواره بزرگتر یا مساوی تعداد اعضای برد است. به عبارت دیگر: $n(D) \geq n(R)$



۸- اگر $f(n) = n^2 - 4n$ و دامنه f برابر $\{1, 2, 3\}$ باشد، مجموع اعضای برد کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۸ (۳) -۹ (۴) -۱۰

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۲ - ۱۰۰۵

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} f(1) &= -3 \\ f(2) &= -4 \Rightarrow \text{برد} = \{-3, -4\} \\ f(3) &= -3 \\ \text{مجموع اعضای برد} &= -3 - 4 = -7 \end{aligned}$$

برای به دست آوردن برد تابع f باید تک تک اعضای دامنه را در تابع قرار دهیم:

$$f(1) = 1^2 - 4(1) = 1 - 4 = -3$$

$$f(2) = 2^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$$

$$f(3) = 3^2 - 4(3) = 9 - 12 = -3$$

بنابراین $f = \{(1, -3), (2, -4), (3, -3)\}$ است و برد تابع مجموعه $\{-3, -4\}$ است که مجموع اعضای آن -۷ است.



۹- اگر رابطه $f = \{(a, 2), (1, a), (1, a^2), (0, b)\}$ تابع باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۹ - ۱۰۰۵

پاسخ: گزینه ۴

می دانیم که اگر یک رابطه به صورت زوج های مرتب داده شده باشد، هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن دارای مولفه اول برابر نباشند.

$$\left. \begin{aligned} (1, a) \in f \\ (1, a^2) \in f \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ غ ق ق } \\ a = 0 \checkmark \end{cases}$$

اگر $a = 1$ باشد، دو زوج مرتب $(1, 1)$ و $(1, 2)$ عضو f خواهند بود که در این حالت رابطه f تابع نمی باشد، بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} (0, 2) \in f \\ (0, b) \in f \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = 2$$

$$a - b = 0 - 2 = -2$$

در نتیجه:

تشخیص تابع بودن نمایش زوج مرتبی

یک نمایش زوج مرتبی زمانی نشان دهنده یک تابع خواهد بود که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن، مولفه اول برابر نداشته باشند.

توجه

در نمایش زوج مرتبی یک تابع، اگر مولفه های اول دو زوج مرتب با هم برابر باشند، باید مولفه های دوم آن ها نیز با هم برابر باشند.

به عنوان مثال

$$f = \left\{ (0, 2), \left(\frac{3}{5}, 4\right), (-5, 1), (7, 1) \right\} \text{ (تابع هست)}$$

$$f = \left\{ (3, 4), (5, 0), (3, 1) \right\} \text{ (تابع نیست)}$$

۱۰- طول یک مستطیل ۲ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر x محیط مستطیل باشد، ضابطه تابع مساحت مستطیل بر حسب x کدام است؟

$$\frac{x^2}{16} - 1 \quad (۴)$$

$$\frac{x^2}{16} + 1 \quad (۳)$$

$$\frac{x^2}{4} - 1 \quad (۲)$$

$$\frac{x^2}{4} + 1 \quad (۱)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۸ - ۱۰۵ (۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} \text{عرض} = a \\ \text{طول} = a + 2 \end{aligned} \Rightarrow x = 2(2a + 2) = 4a + 4 \Rightarrow a = \frac{x}{4} - 1$$

$$S = a(a + 2) = \left(\frac{x}{4} - 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right) = \frac{x^2}{16} - 1$$

اگر عرض مستطیل a باشد، طول آن برابر $a + 2$ و در نتیجه محیط مستطیل برابر با $x = 2(a + a + 2) = 4a + 4$ است، در نتیجه:

$$a = \frac{x - 4}{4} = \frac{x}{4} - 1$$

$$S = a(a + 2) = \left(\frac{x}{4} - 1\right)\left(\frac{x}{4} - 1 + 2\right) = \left(\frac{x}{4} - 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right) = \frac{x^2}{16} - 1$$

از طرفی مساحت مستطیل برابر است با:



۱۱- مجموعه جواب نامعادله‌های $|2x + 4| < a$ و $x^2 + bx - b - 1 < 0$ یکسان است. حاصل $a + b$ چه عددی است؟

$$۶ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۱۰ \quad (۲)$$

$$۱۲ \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۴ (۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

مجموعه جواب نامعادله قدرمطلق به صورت زیر است:

$$|2x + 4| < a \Rightarrow -a < 2x + 4 < a \Rightarrow \frac{-a - 4}{2} < x < \frac{a - 4}{2}$$

حال اگر عبارت درجه دوم داده شده را تجزیه کنیم با توجه به این که مجموع ضرایب آن صفر است، پس یکی از ریشه‌های آن $x = 1$ است و داریم:

$$x^2 + bx - b - 1 = (x - 1)(x + b + 1) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -b - 1 \end{cases}$$

پس جدول تعیین علامت آن به یکی از دو صورت زیر نوشته می‌شود:

x	1	$-b-1$	
عبارت	$+$	$-$	$+$

جواب $\rightarrow 1 < x < -b - 1$ (I)

x	$-b-1$	1	
عبارت	$+$	$-$	$+$

جواب $\rightarrow -b - 1 < x < 1$ (II)

حال با توجه به این که جواب نامعادله قدرمطلق و نامعادله درجه دوم داده شده با هم یکی است، پس داریم:

$$\frac{-a - 4}{2} = 1 \Rightarrow a = -6$$

اگر حالت (I) برقرار باشد، باید:

اگر $a = -6$ را در $\frac{a - 4}{2}$ جایگذاری کنیم، -5 به دست می‌آید و جواب به صورت $-5 < x < 1$ می‌شود که نادرست است.

در نتیجه حالت (II) برقرار است و داریم:

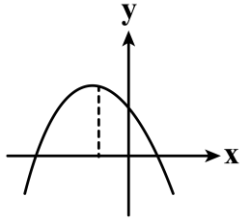
$$\frac{a - 4}{2} = 1 \Rightarrow a = 6 \rightarrow \frac{-a - 4}{2} < x < \frac{a - 4}{2} \rightarrow -5 < x < 1$$

حال خواهیم داشت:

و در نهایت:

$$-b - 1 = -5 \Rightarrow b = 4$$

$$a + b = 6 + 4 = 10$$


 ۱۲- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. علامت عدد کدام گزینه با علامت عدد گزینه‌های دیگر متفاوت است؟


$$b + ac \quad (1)$$

$$a + bc \quad (2)$$

$$c + ab \quad (3)$$

$$-abc \quad (4)$$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۷۹ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

 سهمی از نقطه $(0, c)$ عبور می‌کند، پس: $c > 0$

 دهانه سهمی رو به پایین است، پس: $a < 0$

$$X_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

همچنین داریم:

 با توجه به علامت‌های a , b و c داریم:

$$1) \quad b + ac < 0$$

$$2) \quad a + bc < 0$$

$$3) \quad c + ab > 0$$

$$4) \quad -abc < 0$$


 ۱۳- به ازای چه مقادیری از m سهمی $y = (m-1)x^2 - mx - m$ همواره پایین محور x ها می‌باشد؟

$$m < 1 \quad (4)$$

$$0 < m < \frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{5} < m < 1 \quad (2)$$

$$m < 0 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\left. \begin{aligned} \Delta < 0: & (-m)^2 - 4(m-1)(-m) < 0 \Rightarrow \Delta m^2 - 4m < 0 \Rightarrow 0 < m < \frac{4}{5} \\ m-1 < 0 & \Rightarrow m < 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 < m < \frac{4}{5} \cap m < 1: 0 < m < \frac{4}{5}$$

 برای این که عبارت $y = (m-1)x^2 - mx - m$ همواره منفی باشد (پایین محور x ها باشد) باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$1) \quad \Delta < 0: (-m)^2 - 4(m-1)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m^2 - 4m < 0$$

$$\Rightarrow \Delta m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m(\Delta m - 4) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 < m < \frac{4}{5} \quad (I)$$

$$2) \quad m-1 < 0 \Rightarrow m < 1 \quad (II)$$

$$(I) \cap (II): 0 < m < \frac{4}{5}$$

منفی یا مثبت... مسأله این است!

 شرط اینکه عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد این است که $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد.

 شرط اینکه عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره منفی باشد این است که $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد.


۱۴- اگر جواب نامعادله $|2x - a| < b$ به صورت $(-1, 2)$ باشد، $a - b$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۳ (۳) ۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نامعادله را حل می‌کنیم:

$$|2x - a| < b \Rightarrow -b < 2x - a < b \Rightarrow a - b < 2x < a + b \Rightarrow \frac{a - b}{2} < x < \frac{a + b}{2}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{a - b}{2} = -1 \Rightarrow a - b = -2 \\ \frac{a + b}{2} = 2 \Rightarrow a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$2a - b = 2(1) - 3 = -1$$

در نتیجه:

نامعادلات قدرمطلق

 با فرض نامنفی بودن a داریم:

$$|f(x)| > a \Rightarrow \begin{cases} f(x) < -a \\ f(x) > a \end{cases}$$

$$|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$$

در هر کدام از حالت‌های فوق، اگر حالت تساوی داشتیم، در جواب‌ها هم حالت تساوی را می‌گذاریم.


 ۱۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2}{2x+4} \geq -4$ شامل چند عدد صحیح منفی است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۳ (۳) ۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - ریاضی ۱ صفحه ۹۳ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\frac{x^2}{2x+4} + 4 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 8x + 16}{2x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x+4)^2}{2x+4} \geq 0$$

x	-4	-2	
P	-	-	+

$$\Rightarrow x \in (-2, +\infty) \cup \{-4\}$$

 که شامل -1 و -4 است.

ابتدا نامعادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^2}{2x+4} + 4 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 8x + 16}{2x+4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x+4)^2}{2x+4} \geq 0$$

حال جدول تعیین علامت را رسم کرده و مجموعه جواب را به دست می‌آوریم:

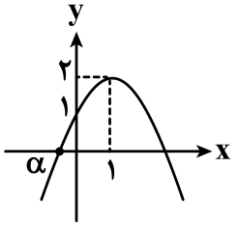
$$(x+4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$2x+4 = 0 \Rightarrow x = -2$$

x	-4	-2	
$(x+4)^2$	+	+	+
$2x+4$	-	-	+
P	-	-	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب: } (-2, +\infty) \cup \{-4\}$$

 مجموعه جواب شامل دو عدد صحیح منفی -1 و -4 است.

۱۶- در شکل مقابل، نمودار یک سهمی رسم شده است. α کدام است؟


- (۱) $1 - \sqrt{2}$
- (۲) $1 - \sqrt{3}$
- (۳) $\sqrt{2} - 2$
- (۴) $\sqrt{3} - 2$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} \text{رأس سهمی } (1, 2) \rightarrow y = a(x-1)^2 + 2 &\rightarrow \text{روی سهمی } (0, 1) \rightarrow 1 = a(0-1)^2 + 2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow y = -(x-1)^2 + 2 \\ \alpha = x \text{ محل برخورد با محور } x &\rightarrow 0 = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \xrightarrow{\alpha \text{ منفی است}} \alpha = 1 - \sqrt{2} \end{aligned}$$

 با توجه به نمودار داده شده، نقطه $(1, 2)$ رأس سهمی است، بنابراین:

$$y = a(x-1)^2 + 2$$

 همچنین سهمی از نقطه $(0, 1)$ عبور می‌کند، در نتیجه:

$$1 = a(0-1)^2 + 2 \Rightarrow a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

 پس معادله سهمی به صورت $y = -(x-1)^2 + 2$ خواهد بود.

 حال برای به دست آوردن مقدار α باید محل برخورد سهمی با محور x ها یعنی ریشه‌های معادله $y = 0$ را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} -(x-1)^2 + 2 = 0 &\Rightarrow (x-1)^2 = 2 \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \\ \alpha = 1 - \sqrt{2} & \end{aligned}$$

 با توجه به نمودار، α ریشه منفی است، پس:

 ۱۷- محور تقارن دو سهمی $y_1 = ax^2 + x + b$ و $y_2 = x^2 + ax - 1$ یکسان است. اگر بیشترین مقدار سهمی اول برابر ۱ باشد، b کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{5}{4}$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} \text{محور تقارن سهمی اول: } X = \frac{-1}{2a} &\Rightarrow \frac{-1}{2a} = \frac{-a}{2} \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \checkmark \\ a = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases} \\ \text{محور تقارن سهمی دوم: } X = \frac{-a}{2} & \end{aligned}$$

 سهمی اول به صورت $y = -x^2 + x + b$ می‌باشد و بیشترین مقدار آن برابر ۱ است، پس:

$$\frac{-\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-\Delta}{-4} = 1 \Rightarrow \Delta = 4$$

$$1 + 4b = 4 \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

 محور تقارن سهمی اول $X = \frac{-1}{2a}$ و محور تقارن سهمی دوم $X = \frac{-a}{2}$ است، بنابراین:

$$\frac{-1}{2a} = \frac{-a}{2} \Rightarrow 2a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \checkmark \\ a = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

 توجه کنید که چون گفته شده سهمی اول دارای بیشترین مقدار (یا ماکزیمم) است، پس باید سهمی رو به پایین بوده و $a < 0$ باشد، یعنی $a = -1$ قابل قبول است.

بیشترین مقدار سهمی اول برابر ۱ است، پس:

$$\frac{-\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-\Delta}{-4} = 1 \Rightarrow \Delta = 4 \Rightarrow (-1)^2 - 4(-1)(b) = 4$$

$$\Rightarrow 1 + 4b = 4 \Rightarrow 4b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$



۱۸- خط d از رئوس دو سهمی $y_1 = x^2 - 4x + 1$ و $y_2 = a(x-1)^2 + 2$ عبور می‌کند. اگر خط d سهمی اولی را در نقطه دیگری به جز رأس نیز قطع کند، طول این نقطه کدام است؟

۳ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۱ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

رأس سهمی اول $S_1(2, -3)$ و رأس سهمی دوم $S_2(1, 2)$ است.
اگر معادله خط d به صورت $y = mx + h$ باشد:

$$\begin{cases} 2m + h = -3 \\ m + h = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -5 \\ h = 7 \end{cases} \Rightarrow y = -5x + 7$$

محل تلاقی خط d و سهمی اول: $-5x + 7 = x^2 - 4x + 1 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

طول نقطه تلاقی دوم $\rightarrow x = -3, x = 2 \rightarrow (x+3)(x-2) = 0$

ابتدا رأس سهمی‌های داده شده را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - 4x + 1 \Rightarrow x_S = \frac{4}{2(1)} = 2 \Rightarrow y_S = 2^2 - 4(2) + 1 = -3 \Rightarrow S_1(2, -3)$$

$$y = a(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S_2(1, 2)$$

حال با توجه به این که خط d از رئوس این دو سهمی عبور می‌کند، اگر معادله خط d را به صورت $y = mx + h$ در نظر بگیریم، داریم:

$$y = mx + h \Rightarrow \begin{cases} 2m + h = -3 \\ m + h = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -5 \\ h = 7 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله خط } d} y = -5x + 7$$

اکنون محل تلاقی خط d و سهمی $y = x^2 - 4x + 1$ را به دست می‌آوریم:

$$-5x + 7 = x^2 - 4x + 1 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

طول نقطه تلاقی دوم خط d و سهمی اول برابر با $x = -3$ است.



۱۹- جدول تعیین علامت عبارت $P = \frac{ax^2 + x + a}{ax + b}$ به صورت زیر می‌باشد. b کدام است؟

۱ (۲)

۱ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

x	-1	1
P	$+$	$-$

تعریف نشده



(سخت - ترکیبی - زمان ۲۰ - ریاضی ۱ صفحه ۹۱ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

$$x = 1 \text{ ریشه مضاعف صورت کسر} \Rightarrow \frac{-1}{2a} = 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

$$x = -1 \text{ ریشهٔ مخرج} \Rightarrow a(-1) + b = 0 \Rightarrow b = a = -\frac{1}{2}$$

با توجه به جدول داده شده $x = 1$ ریشهٔ P بوده که در آن نقطه تغییر علامت نمی‌دهد، پس $x = 1$ ریشهٔ مضاعف صورت کسر است و داریم:

$$ax^2 + x + a = a(x-1)^2 \Rightarrow ax^2 + x + a = ax^2 - 2ax + a \Rightarrow 1 = -2a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

توجه کنید که

می‌توان با توجه به این که ریشهٔ مضاعف معادله درجه دوم از رابطهٔ $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می‌آید، نوشت:

$$\frac{-1}{2a} = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

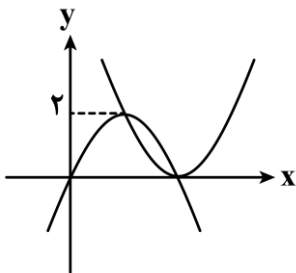
از طرفی عبارت P در $x = -1$ تعریف نشده است، یعنی $x = -1$ ریشهٔ مخرج کسر است:

$$ax + b = 0 \xrightarrow{x=-1} a(-1) + b = 0 \Rightarrow b = a \xrightarrow{a=-\frac{1}{2}} b = -\frac{1}{2}$$



۲۰- در شکل مقابل، نمودار دو سهمی رسم شده است به طوری که از رأس یکدیگر عبور می‌کنند. اگر $y = 2x^2 + mx + n$ معادلهٔ یکی از

دو سهمی و $A(3, b)$ نقطه‌ای روی آن باشد، مقدار b کدام است؟



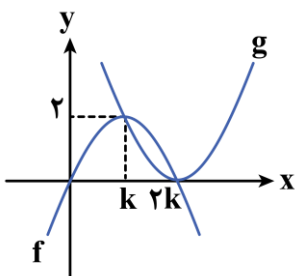
- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

(سخت - ترکیبی - زمان ۲۰ - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

سهمی‌ها را نام‌گذاری می‌کنیم. سهمی f رو به پایین بوده و رأس آن $(k, 2)$ است.

از آن‌جا که طول رأس f میانگین طول ریشه‌های آن است و یکی از ریشه‌ها $x = 0$ است، بنابراین ریشهٔ دوم f که همان طول رأس سهمی g است برابر $2k$ می‌باشد یعنی مختصات رأس سهمی g به صورت $(2k, 0)$ است.



$$\text{معادله سهمی } g: y = 2x^2 + mx + n \Rightarrow y = 2(x - 2k)^2$$

$$2 = 2(k - 2k)^2 \Rightarrow k^2 = 1 \xrightarrow{k > 0} k = 1$$

از طرفی g از نقطه $(k, 2)$ عبور می‌کند:

در نتیجه:

$$\text{معادله سهمی } g: y = 2(x - 2)^2$$

$$b = 2(3 - 2)^2 \Rightarrow b = 2$$

و چون نقطه $A(3, b)$ روی آن قرار دارد، پس:



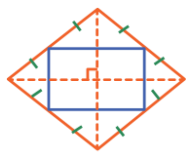
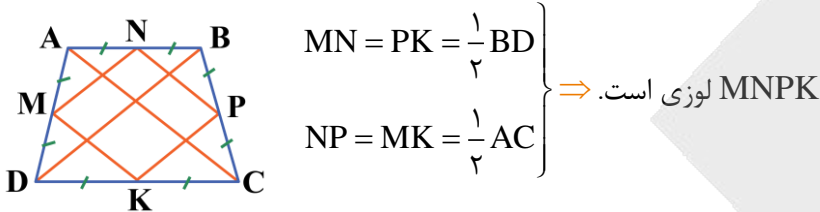
۲۱- وسط اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم تا چهارضلعی Q تشکیل شود. حال وسط اضلاع چهارضلعی Q را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم تا چهارضلعی Q' ساخته شود. در کدام گزینه، نوع چهارضلعی Q' به طور دقیق معرفی شده است؟

- (۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

قطرهای دوزنقه متساوی الساقین با هم برابرند. بنابراین چهارضلعی Q که اضلاع آن موازی با قطرهای و اندازه آن‌ها نصف قطرهای است، لوزی است.



حال چون قطرهای لوزی بر هم عمودند، پس اگر وسط اضلاع لوزی را به هم وصل کنیم، متوازی‌الاضلعی با زاویه قائمه ساخته می‌شود که می‌دانیم مستطیل است. زیرا اضلاع، موازی قطرهای هستند.

شکل حاصل از وصل کردن متوالی وسط اضلاع هر چهارضلعی

شکل حاصل از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های هر چهارضلعی دلخواه یک متوازی‌الاضلاع است که اضلاع آن دوه‌دو موازی قطرهای چهارضلعی اولیه‌اند.



۲۲- مجموع تعداد اضلاع و قطرهای یک n ضلعی برابر ۱۷۱ است. این n ضلعی چند قطر دارد؟

- (۱) ۱۵۱ (۲) ۱۵۲ (۳) ۱۵۳ (۴) ۱۵۴

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۵۵ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

می‌دانیم تعداد قطرهای یک n-ضلعی برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2} + n = \frac{n^2 - 3n + 2n}{2} = \frac{n^2 - n}{2} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2} = 171 \Rightarrow n^2 - n - 2 \times 171 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 + 4 \times 2 \times 171 = 1369 = (37)^2$$

$$\xrightarrow{n > 0} n = \frac{1 + 37}{2} = 19$$

$$\Rightarrow \text{تعداد قطرها} = 171 - 19 = 152$$

روش دوم

(نوشابه اضافی برای علاقه‌مندان!)

با این استدلال در مبحث گراف ریاضیات گسسته بعداً آشنا خواهید شد. چون هم قطرهای و هم اضلاع را می‌شماریم، پس بین هر دو رأس، یک بار پاره‌خط رسم می‌کنیم. این کار به $\binom{n}{2}$ طریق امکان‌پذیر است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



$$\binom{n}{2} = 171 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 171 \Rightarrow n(n-1) = 2 \times 171 = 2 \times 9 \times 19$$

$$n \in \mathbb{N} \rightarrow n(n-1) = 19 \times 18 \Rightarrow n = 19$$

$$\Rightarrow \text{تعداد قطرهای} = 171 - 19 = 152$$

تعداد قطرهای یک n-ضلعی

تعداد قطرهای یک n ضلعی برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

اعداد مثلثی

به اعداد به صورت $\binom{n}{2}$ اعداد مثلثی می‌گوییم. عددی مثلثی است که بتوان دو برابر آن را به صورت حاصل ضرب دو عدد متوالی نوشت.

یه نمونه باحال بین!

$$2 \times 15 = 2 \times 3 \times 5 = 6 \times 5 \Rightarrow \binom{6}{2} = 15 \checkmark$$

۱۵ مثلثی است، زیرا:

$$2 \times 20 = 2 \times 5 \times 4 = 8 \times 5 = 10 \times 4 \Rightarrow \text{در هیچ حالتی حاصل ضرب دو عدد متوالی نیست.}$$

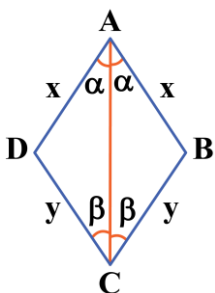
اما ۲۰ مثلثی نیست، زیرا:



- ۲۲- در یک چهارضلعی محدب، قطرهای نیمسازند. این چهارضلعی کدام شرط را داشته باشد تا بتوان نتیجه گرفت که لوزی است؟
- (۱) این چهارضلعی لوزی است و نیازی به شرط اضافه نیست.
 - (۲) قطرهای بر هم عمود باشند.
 - (۳) قطرهای منصف می‌باشند.
 - (۴) حداقل دو زاویه از زوایای روبه‌رو مساوی باشند.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۵۵ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱



$$\begin{cases} AB = AD = x \\ CB = CD = y \end{cases}$$

مثلث‌های ABC و DAC بنا به حالت دو زاویه و ضلع بین هم‌نهشت هستند، بنابراین:

به همین ترتیب اگر قطر BD را رسم کنیم، چون نیمساز است مثلث‌های متساوی‌الساقین ABD و BCD هم‌نهشت هستند و در نتیجه:

$$\begin{cases} AB = BC \\ CD = AD \end{cases} \Rightarrow x = y \Rightarrow AB = BC = CD = DA \Rightarrow \text{چهارضلعی لوزی است و نیازی به شرط اضافه نیست.}$$

تشخیص لوزی

چهارضلعی‌ای که یکی از ۳ شرط زیر را داشته باشد، لوزی است:

- (۱) هر چهارضلع آن با هم برابر باشند.
- (۲) قطرهای آن نیمساز زوایا باشند.
- (۳) قطرهای آن عمود منصف یکدیگر باشند.



دقت!

متوازی الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، یک لوزی است.



۲۴- اندازه قاعده‌های یک دوزنقه ۳ و ۷ و اندازه یکی از ساق‌ها ۵ است. آنگاه حداکثر محیط دوزنقه با فرض آن‌که عددی طبیعی باشد، چقدر است؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

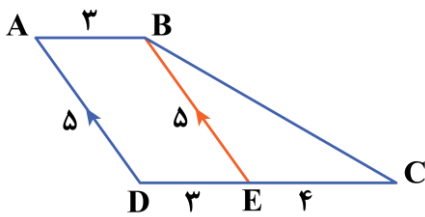
(متوسط - مفهومی - سریع) - هندسه | صفحه ۶۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

پاره خط BE را موازی AD = ۵ رسم می‌کنیم تا متوازی الاضلاع ABED تشکیل شود، بنابراین:

$$BE = AD = 5$$

$$DE = AB = 3 \Rightarrow EC = 7 - 3 = 4$$



حال طبق نامساوی مثلثی در مثلث BEC داریم:

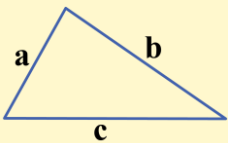
$$5 - 4 < BC < 5 + 4 \Rightarrow 1 < BC < 9$$

چون BC عددی طبیعی است، بنابراین:

$$\max(BC) = 8 \Rightarrow \text{محیط} = 3 + 5 + 7 + 8 = 23$$

نامساوی مثلثی

در هر مثلث، اندازه هر ضلع از مجموع اندازه دو ضلع دیگر کوچکتر است.



$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

می‌توان نتیجه گرفت:

در هر مثلث طول هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر و از تفاضل آن‌ها بزرگتر است:

$$|b - c| < a < b + c, \quad |a - c| < b < a + c, \quad |a - b| < c < a + b$$

قلقشو یاد بگیر!

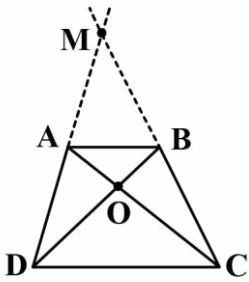
برای آن‌که سه ضلع به طول a, b, c تشکیل مثلث دهند، با شرط $a < b < c$ ، کافی است تنها شرط زیر را چک کنیم:

$$\begin{array}{c} \text{بزرگترین ضلع} \\ \uparrow \\ a + b > c \\ \text{مجموع دو ضلع کوچکتر} \end{array}$$





۲۵- در دوزنقه ABCD دو قطر AC و BD را رسم می‌کنیم تا در نقطه O، یکدیگر را قطع کنند. اگر مساحت مثلث‌های ABO و OBC به ترتیب ۴ و ۱۰ باشد، مساحت مثلث MAB تقریباً چقدر است؟ (نقطه M محل تلاقی امتدادهای دو ساق DA و CB است.)

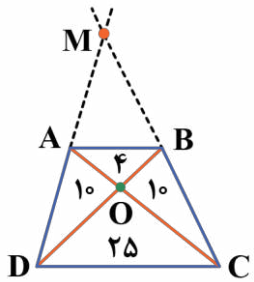


- (۱) ۷/۸۴
- (۲) ۷/۸۵
- (۳) ۸/۷۵
- (۴) ۹/۳۳

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۶۶ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۴

طبق نکته انتهایی سؤال می‌دانیم:



$$S_{\triangle AOD} = S_{\triangle OBC} \Rightarrow S_{\triangle OBC} = 10 \Rightarrow S_{\triangle AOD} = 10$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{a}{b} \times 10 = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{10}$$

$$S_{\triangle OCD} = \frac{b}{a} \times 10 = \frac{10}{4} \times 10 = \frac{100}{4} = 25$$

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{CD} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

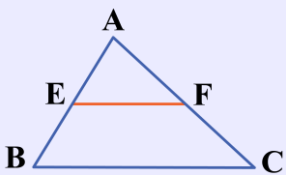
$$\triangle MAB \sim \triangle MCD \Rightarrow \frac{S_{\triangle MAB}}{S_{\triangle MCD}} = \left(\frac{MA}{MD}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S_{\triangle MAB} = \frac{4}{25} \times (S_{\triangle MAB} + 4 + 10 + 10 + 25)$$

$$\Rightarrow \frac{25}{4} S_{\triangle MAB} = S_{\triangle MAB} + 49 \Rightarrow \frac{21}{4} S_{\triangle MAB} = 49 \Rightarrow S_{\triangle MAB} = \frac{28}{3} \approx 9.33$$

بنابراین:

تالس

اگر در مثلث ABC پاره‌خطی موازی یک ضلع دو ضلع دیگر را قطع کند، روی آن دو ضلع پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌کند:



$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC}$$

این قضیه را به صورت زیر نیز می‌توان تعمیم داد:

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = k$$

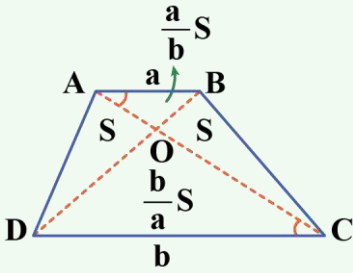
در چنین حالتی AEF با مثلث اصلی یعنی ABC متشابه است و داریم:

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AF}{AC}\right)^2 = k^2$$



به نکته طلایی!

در دوزنقه‌ای به قاعده‌های a و b ، قطرهای چهار مثلث به مساحت‌های زیر ایجاد می‌کنند:



$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD} = \frac{a}{b}$$

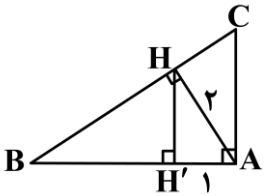
اگر $S_{\triangle OBC}$ را برابر S فرض کنیم، داریم:

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{OA}{OC} = \frac{a}{b} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{a}{b}S$$

$$\frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{OD}{OB} = \frac{b}{a} \Rightarrow S_{\triangle OCD} = \frac{b}{a}S$$

۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ابتدا ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. سپس از H عمود HH' را بر ضلع AB وارد می‌کنیم. اگر

$AH = 2$ و $AH' = 1$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث ABC چقدر است؟



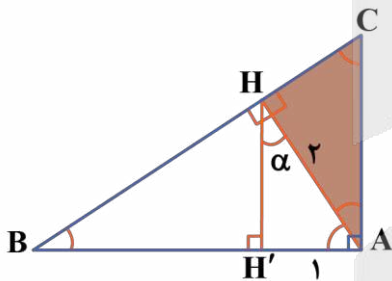
- (۲) $\frac{8}{3}\sqrt{3}$
- (۴) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۳) $3\sqrt{3}$

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳

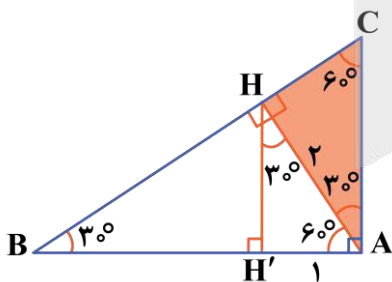
پاسخ: گزینه ۲

روش اول



در مثلث قائم‌الزاویه AHH' ، ضلع روبه‌روی زاویه α ، نصف وتر است. پس با مثلث معروف $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ مواجه هستیم.

در این حالت خاص باقی زوایا را هم پیدا می‌کنیم مانند شکل زیر: در مثلث قائم‌الزاویه CHA داریم:

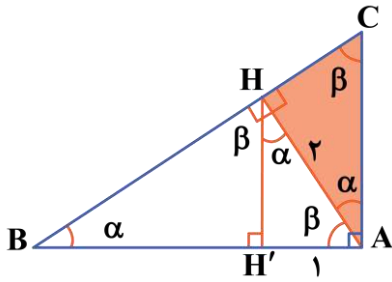


$$\triangle AHC : \cos 30^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

از طرفی در مثلث ABC داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}}}{AB} \Rightarrow AB = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{AC \times AB}{2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} \times 4}{2} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$



$$\triangle AHH' : HH'^2 = 2^2 - 1^2 = 3 \Rightarrow HH' = \sqrt{3}$$

دو مثلث AHH' و ABC به حالت تساوی زوایا با هم متشابه‌اند:

$$\triangle AHH' \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BC}{AH} = \frac{AC}{AH'} \Rightarrow \frac{BC}{2} = \frac{AC}{1} \Rightarrow BC = 2AC \quad (1)$$

به‌طور مشابه دو مثلث AHH' و AHC متشابه‌اند، پس داریم:

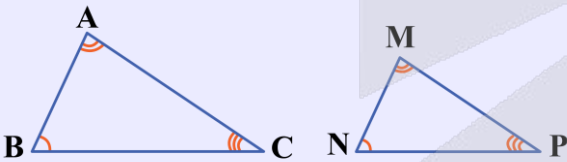
$$\triangle AHH' \sim \triangle AHC \Rightarrow \frac{AC}{AH} = \frac{AH}{HH'} \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow AC = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow BC = 2 \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

تشابه مثلث‌ها

مثلث‌های ABC و MNP را متشابه می‌گوییم هرگاه نسبت اضلاع آن‌ها با هم برابر و زاویه‌های آن‌ها نیز دوبره‌دو برابر باشند.

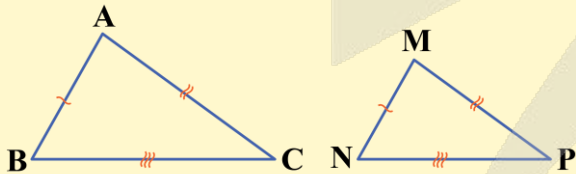


$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = k \\ \hat{A} = \hat{M}, \hat{B} = \hat{N}, \hat{C} = \hat{P} \end{cases}$$

نسبت اضلاع دو مثلث را **نسبت تشابه** می‌گوییم و آن را با k نشان می‌دهیم.

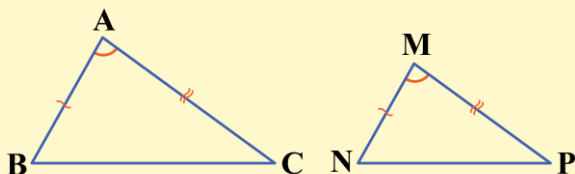
چطور ثابت کنیم دو مثلث متشابه هستند؟

۱) اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب سه ضلع متشابه‌اند.



$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

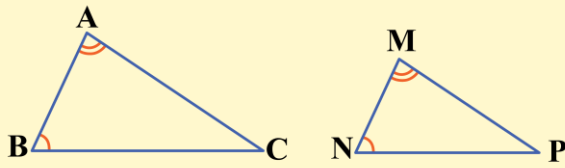
۲) اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین دو ضلع مذکور در دو مثلث برابر باشند، آن‌گاه دو مثلث به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین متشابه‌اند.



$$\left. \begin{matrix} \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} \\ \hat{A} = \hat{M} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

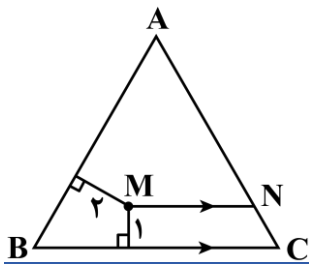


۳) اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند (زاویه‌های سوم دو مثلث نیز برابر خواهند شد)، آن‌گاه دو مثلث به حالت برابری ۲ زاویه متشابه خواهند بود.



$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{N} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(ZZ)} \triangle ABC \sim \triangle MNP$$

۲۷- M نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $4\sqrt{3}$ است، به طوری که فاصله آن از ضلع AB برابر با ۲ و فاصله آن از ضلع BC برابر با ۱ است. حال اگر از M خطی موازی ضلع BC رسم کنیم تا ضلع AC را در نقطه N قطع کند، اندازه MN چقدر است؟

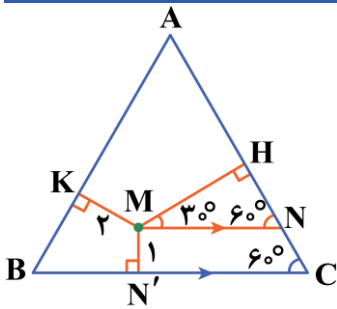


$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1) \\ & \frac{3}{\sqrt{3}} \quad (2) \\ & 2\sqrt{3} \quad (4) \\ & \frac{4}{\sqrt{3}} \quad (3) \end{aligned}$$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ (صفحه ۶۸ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

همان‌طور که در کتاب درسی دیده‌ایم مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی‌الاضلاع از ۳ ضلع آن با ارتفاع مثلث برابر است، بنابراین:



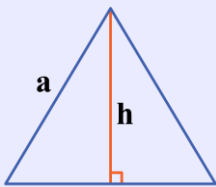
$$\begin{aligned} h &= \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6 \\ MK + MN' + MH &= h \Rightarrow 2 + 1 + MH = 6 \Rightarrow MH = 3 \end{aligned}$$

حال در مثلث MHN، که زوایای آن $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ است، داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{MH}{MN} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{MN} \Rightarrow MN = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

مثلث متساوی‌الاضلاع

در هر مثلث متساوی‌الاضلاع همه زوایا 60° اند و همه ارتفاع‌ها (که همان نیمساز، میانه و عمودمنصف نیز هستند) برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ضلع هستند.



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

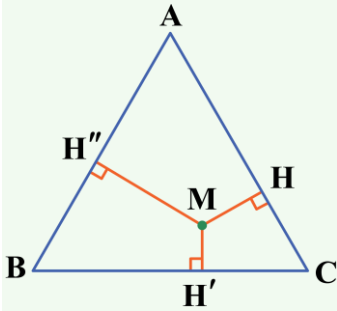
بنابراین مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$



مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع

مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع مثلث برابر با ارتفاع مثلث است.



$$MH + MH' + MH'' = h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$



۲۸- در مثلثی با زاویه‌های $7\alpha, 3\alpha, 2\alpha$ ضلع بزرگ‌تر چند برابر ضلع متوسط است؟

(۴) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

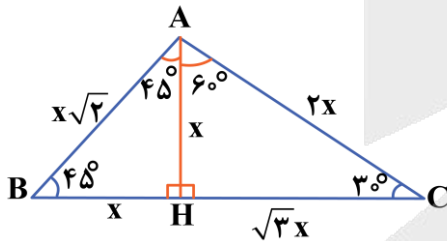
پاسخ: گزینه ۴ (سخت - محاسباتی/مفهومی - زمان‌بر - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳)

مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است، پس:

$$7\alpha + 3\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow 12\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 7\alpha = 7 \times 15^\circ = 105^\circ \\ B = 3\alpha = 3 \times 15^\circ = 45^\circ \\ C = 2\alpha = 2 \times 15^\circ = 30^\circ \end{cases}$$

حال مثلث را رسم کرده و ارتفاع AH را رسم می‌کنیم، دو مثلث با زاویه‌های $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ و $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ تشکیل می‌شود. حال اگر $AH = x$ را فرض کنیم، آن‌گاه:



$$\triangle AHC: \begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{x}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{AC} \Rightarrow AC = 2x \\ \tan 30^\circ = \frac{x}{CH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{CH} \Rightarrow CH = \sqrt{3}x \end{cases}$$

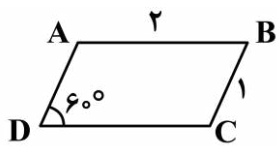
$$\triangle AHB: \begin{cases} BH = AH = x \\ AB = \sqrt{2}x \end{cases}$$

$$\frac{\text{ضلع بزرگ}}{\text{ضلع متوسط}} = \frac{BC}{AC} = \frac{x(1+\sqrt{3})}{x \times 2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$





۲۹- متوازی‌الاضلاع ABCD با اضلاع ۱ و ۲ و یک زاویه حاده ۶۰° مفروض است. نیمسازهای داخلی همه رأس‌ها را رسم می‌کنیم تا از تلاقی آن‌ها چهارضلعی جدیدی ساخته شود. مساحت این چهارضلعی چقدر است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۴)$$

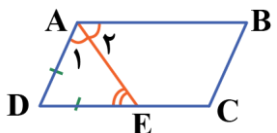
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۳)$$

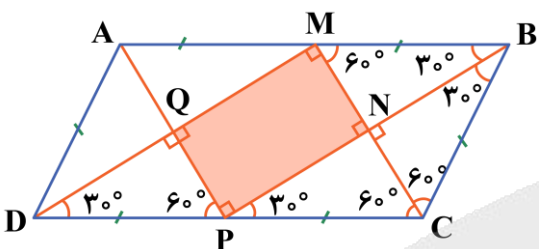
(سخت - محاسباتی/مفهومی/ترکیبی - زمان‌بر - هندسه | صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

توجه داشته باشید هرگاه نیمساز داخلی یک رأس متوازی‌الاضلاع (یا دوزنقه) را رسم کنیم مثلثی متساوی‌الساقین تشکیل می‌شود، زیرا:



$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{E} = \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{E} = \hat{A}_1 \Rightarrow DA = DE$$



بنابراین در متوازی‌الاضلاع که یک ضلع دو برابر دیگری است نیمسازها اضلاع مقابل را نصف می‌کنند.

$$BM = AM = AD = PD = PC = BC = ۱$$

از طرفی می‌دانیم از تلاقی نیمساز زوایای یک متوازی‌الاضلاع مستطیل حاصل می‌شود، پس در مثلث‌های ۳۰°، ۶۰°، ۹۰° ساخته شده، به سادگی می‌توان اضلاع مستطیل را پیدا کرد.

$$MN = \frac{1}{2} MB = \frac{1}{2}$$

$$PN = \frac{\sqrt{3}}{2} PC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در مثلث BMN:

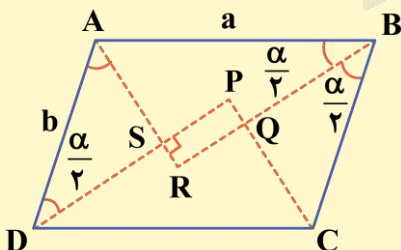
در مثلث PNC:

$$S_{MNPQ} = MN \times PN = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

در نتیجه:

شکل حاصل از برخورد نیمسازها

چهارضلعی حاصل از تلاقی نیمسازهای داخلی یک متوازی‌الاضلاع به اضلاع a و b و زاویه α ، یک مستطیل است که طول اضلاع آن برابر است با:



$$\triangle ABR : \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AR}{a} \Rightarrow AR = a \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\triangle ASD : \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AS}{b} \Rightarrow AS = b \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$RS = (a - b) \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\triangle ABR : \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{BR}{a} \Rightarrow BR = a \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\triangle BQC : \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{BQ}{b} \Rightarrow BQ = b \cos \frac{\alpha}{2}$$

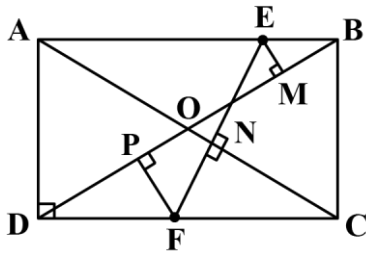
$$RQ = (a - b) \cos \frac{\alpha}{2}$$

نتیجه: اگر متوازی‌الاضلاع اولیه لوزی یا مربع باشد، شکل حاصل یک نقطه می‌شود.

و اگر متوازی‌الاضلاع اولیه مستطیل باشد، شکل حاصل یک مربع به ضلع $\frac{\sqrt{2}}{2}(a - b)$ است.



۳۰- در مستطیل زیر، E نقطه‌ای روی ضلع AB است که از آن نقطه عمودهای EM و EN را به ترتیب بر دو قطر BD و AC وارد می‌کنیم. پاره‌خط EN را از طرف N امتداد می‌دهیم تا ضلع CD را در نقطه F قطع کند. از F بر BD عمود FP را رسم می‌کنیم، اگر $EM = 1$ ، $EN = 3$ و $NF = 2/5$ باشد، آنگاه اندازه PF چقدر است؟



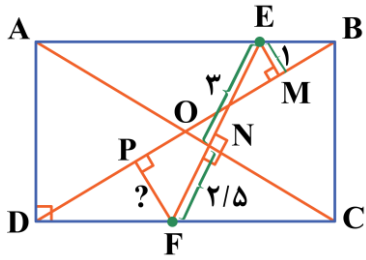
(۲) ۲

(۴) ۵/۴

(۱) ۵/۲

(۳) ۳/۲

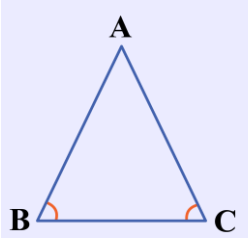
پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۶۸ - ۱۰۰۳



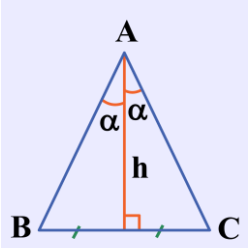
مثلث‌های OAB و ODC متساوی‌الساقین هستند. از کتاب درسی می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق (یا امتداد آن‌ها) با ارتفاع وارد بر ساق برابر است. از طرفی دو مثلث OAB و ODC هم‌نهشت هستند، بنابراین ارتفاع‌های آن‌ها و در نتیجه مجموع پاره‌خط‌های عمود با هم برابر است، یعنی:

$$EM + EN = FN + FP \Rightarrow 1 + 3 = 2/5 + FP \Rightarrow FP = 1/5 = \frac{2}{10}$$

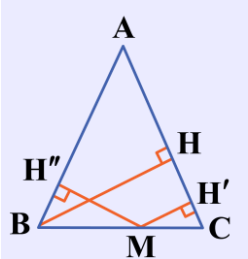
مثلث متساوی‌الساقین



در مثلث متساوی‌الساقین ABC با رأس A ، $AB = AC$ ساق‌های مثلث‌اند. در این صورت دو زاویه مجاور ساق‌ها با هم برابرند: $\hat{B} = \hat{C}$



در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده BC ، همان میانه، نیمساز \hat{A} و عمودمنصف BC است.



در هر مثلث متساوی‌الساقین مجموع فواصل نقطه M روی قاعده BC از دو ساق برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.

$$MH' + MH'' = BH$$



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

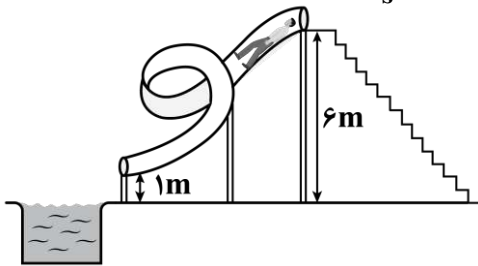
کار، انرژی و توان + دما و گرما (تا قبل از تغییر حالت‌های ماده) - صفحه‌های ۷۱ تا ۱۰۳

بودجه‌بندی
این آزمون

در مجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- مطابق شکل زیر، شخصی از بالای یک سرسره آبی با تندی $6 \frac{m}{s}$ وارد سرسره شده و با تندی $10 \frac{m}{s}$ از سرسره خارج می‌شود. چند درصد از انرژی پتانسیل گرانشی اولیه شخص توسط نیروی اصطکاک تلف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و سطح آب را به‌عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



۱۵ (۱)

۳۰ (۲)

۱۸ (۳)

۳۶ (۴)

(سخت - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۱ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

کلم اول

کار نیروی اصطکاک را محاسبه می‌کنیم:

$$W_f = E_f - E_1 = (U_f + K_f) - (U_1 + K_1) = (mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (m \times 10 \times 1 + \frac{1}{2} \times m \times 10^2) - (m \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times m \times 6^2) = -18m$$

کلم آخر

انرژی پتانسیل گرانشی اولیه شخص را به دست می‌آوریم:

$$U_1 = mgh_1 = m \times 10 \times 6 = 60m$$

بنابراین درصد تلفات انرژی پتانسیل گرانشی اولیه شخص توسط نیروی اصطکاک برابر است با:

$$\frac{|W_f|}{U_1} \times 100 = \frac{18m}{60m} \times 100 = 30\%$$

انرژی مکانیکی در حضور نیروهای اتلافی

همان‌طور که می‌دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشته‌اند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درس‌نامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_f - E_1 = W_f$$

در رابطه $W_f = E_f - E_1$ همواره $E_f < E_1$ است؛ بنابراین کار نیروهای اتلافی (مقاوم) همواره منفی است.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد، صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر $E_1 - E_f$ خواهد بود.

یه نمونه باحال 

جسمی به جرم 20 kg از ارتفاع 1200 متری از سطح زمین بدون سرعت اولیه رها می‌شود تا سقوط کند. اگر تا لحظه رسیدن جسم به زمین، انرژی درونی محیط و جسم در مجموع 236 kJ افزایش یابد، تندی جسم هنگام برخورد به زمین چند کیلومتر بر ساعت است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

پاسخ تشریحی:

مطابق نکات فوق، اختلاف انرژی مکانیکی اولیه و نهایی جسم برابر افزایش انرژی درونی محیط و جسم است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_f = E_1 - E_2 = U_1 + K_1 - (U_2 + K_2)$$

$$\frac{v_1=0}{h_1=0} \rightarrow 236 \times 10^3 = mgh_1 - \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 236 \times 10^3 = (20 \times 10 \times 1200) - \frac{1}{2} \times 20 \times v_2^2$$

$$\Rightarrow 236 \times 10^3 = 240 \times 10^3 - 10v_2^2$$

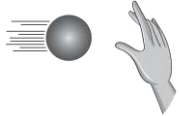
$$\Rightarrow v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



۳۲- مطابق شکل زیر، توپی به جرم 200 g با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دست شخص برخورد کرده و متوقف می‌شود. در این برخورد، انرژی درونی

دست، توپ و هوای اطراف آن‌ها چند ژول تغییر می‌کند؟

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$v_2 = 0$$



۱۰ (۲)

۵ (۱)

۱۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۷۱ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲ 

توپ با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دست برخورد کرده و متوقف شده است، پس تمام انرژی جنبشی توپ صرف افزایش انرژی درونی دست، توپ و هوای اطراف شده است:

$$W_f = \Delta E = \Delta K \Rightarrow W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (0^2 - 10^2) \Rightarrow W_f = -10 \text{ J}$$

تذکر! 

چون ارتفاع توپ تغییر نکرده، $\Delta U = 0$ است.

انرژی درونی 

انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی ذره‌های تشکیل‌دهنده آن جسم است.

عوامل مؤثر بر انرژی درونی یک جسم:

۱- تعداد ذرات جسم: هرچه تعداد ذرات یک جسم بیشتر باشد، انرژی درونی جسم بیشتر است.

۲- انرژی هر ذره: هرچه ذرات جسم انرژی بیشتری داشته باشند، انرژی درونی جسم بیشتر است.

تذکر! 

معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن افزایش می‌یابد.

قضیه کار و انرژی درونی 

اگر در طول مسیر، نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا به جسم وارد شوند و روی جسم، کار منفی انجام دهند، بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می‌کنند.

تذکر

طبق قانون پایستگی انرژی، در یک سامانه منزوی، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می‌ماند. انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد؛ تنها می‌توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد.

نکته

کاهش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) درمی‌آید.

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow \text{تغییر انرژی مکانیکی جسم} = \text{کار انجام شده توسط نیروهای اتلافی}$$

W_f : تلفات انرژی (تغییر انرژی درونی سامانه) می‌باشد که در تست‌ها با حالت‌های زیر مواجه خواهید شد:

۱- اگر در سؤال، بحث نیروی اصطکاک و مقاومت هوا شد، به جای تلفات انرژی باید کار نیروی اصطکاک و مقاومت هوا را قرار دهید.

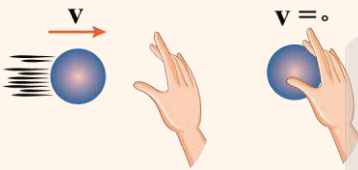
$$W_f = -f \times L, \quad W_{f_{air}} = -f_{air} \times L$$

۲- علامت تلفات انرژی باید حتماً منفی باشد. مثلاً اگر در سؤال گفته شد تلفات انرژی ۷J است باید در رابطه $-7J$ را قرار دهید.

۳- ممکن است تلفات انرژی را برحسب درصد بدهند. مثلاً اگر گفته شود تلفات انرژی ۳۰ درصد انرژی جنبشی اولیه است، شما در رابطه به جای تلفات $\frac{30}{100} K_1$ را قرار دهید.

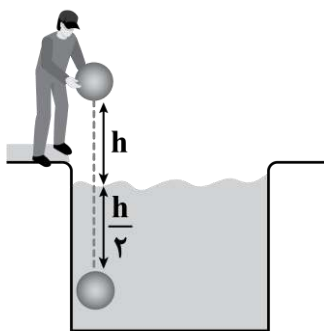
یه نمونه باحال

در شکل زیر، توپ در حال حرکتی که انرژی جنبشی دارد را با دست متوقف می‌کنیم. انرژی جنبشی توپ در اثر برخورد با مولکول‌های هوا و دست باعث گرم شدن مولکول‌های هوا و دست می‌شود. در واقع گفته می‌شود انرژی درونی مولکول‌های هوا و دست افزایش می‌یابد، پس انرژی جنبشی توپ از بین نرفته و تبدیل به انرژی درونی شده است.



۳- مطابق شکل زیر، شخصی توپی را از ارتفاع h بالای سطح آب رها می‌کند و توپ تا عمق $\frac{h}{4}$ درون آب فرو می‌رود و متوقف می‌شود.

اگر انرژی تلف شده توسط نیروی مقاومت هوا برابر با $\frac{1}{4} mgh$ باشد، انرژی تلف شده توسط آب در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$\frac{3}{4} mgh \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} mgh \quad (1)$$

$$\frac{7}{4} mgh \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} mgh \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۱ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

مبدأ پتانسیل گرانشی را در عمق $\frac{h}{4}$ در نظر می‌گیریم. با توجه به این که تغییر انرژی مکانیکی جسم با کار نیروهای اتلافی برابر است، داریم:

$$W_{\text{نیروهای اتلافی}} = E_2 - E_1 \Rightarrow W_{\text{هوا}} + W_{\text{آب}} = (\cancel{U_2} + \cancel{K_2}) - (U_1 + \cancel{K_1})$$

$$\Rightarrow (-\frac{1}{4} mgh) + W_{\text{آب}} = -mg(h + \frac{h}{4}) \Rightarrow W_{\text{آب}} = -\frac{5}{4} mgh$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواست به منفی بودن کار نیروی مقاومت هوا نبود در دام گزینه (۴) می‌افتادی!

۳۴- پمپی در مدت یک دقیقه $۱/۲\text{m}^3$ آب را از حال سکون از چاهی به عمق ۵m به سطح زمین می آورد و با تندی $۵\frac{\text{m}}{\text{s}}$ آب را تخلیه

می کند. توان متوسط مفید این پمپ چند کیلووات است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{\text{kg}}{\text{L}}$ ، $g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول

جرم آب را حساب می کنیم:

$$m = \rho V = \frac{\rho \cdot 1}{V = 1/2 \text{m}^3 = 1200 \cdot L} \rightarrow m = 1 \times 1200 = 1200 \cdot \text{kg}$$

گام دوم

با به دست آوردن کار کل با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی و کار نیروی وزن، کار انجام شده توسط پمپ را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} W_{mg} = -mg\Delta h = -1200 \times 10 \times 5 = -60 \times 10^3 \text{ J} \\ W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1200 \times (5^2 - 0) = 15000 \text{ J} \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_t = W_{mg} + W_{\text{پمپ}} \Rightarrow 15000 = -60000 + W_{\text{پمپ}} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 75000 \text{ J}$$

گام آخر

توان متوسط مفید پمپ را حساب می کنیم:

$$P_{av} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{75000}{60} = 1250 \text{ W} = 1/25 \text{ kW}$$

توان

توان خروجی هر دستگاه از تقسیم کار انجام شده توسط آن بر واحد زمان به دست می آید؛ بنابراین می توان نوشت:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{دستگاه}}}{\Delta t}$$

برای یافتن کار دستگاه طبق حالات زیر می توان عمل کرد:

۱- اگر دستگاه فقط ارتفاع جسمی را تغییر می دهد (تندی ثابت) $W_{\text{دستگاه}} = mgh$

۲- اگر دستگاه فقط تندی جسمی را تغییر می دهد (ارتفاع ثابت) $W_{\text{دستگاه}} = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$

۳- اگر دستگاه هم ارتفاع و هم تندی جسمی را تغییر می دهد $W_{\text{دستگاه}} = mgh + \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۰

۷۰- یک ماشین بالابر، برای بالا بردن وزنه ای به جرم ۵۰kg تا ارتفاع معینی از سطح زمین ۲۰۰۰J انرژی مصرف می کند. اگر این وزنه از

ارتفاع فوق بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شود، با تندی $۸\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می رسد. بازده این ماشین چند درصد است؟ ($g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۵۵ (۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول: انرژی جنبشی جسم هنگام برخورد به زمین برابر است با:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 8^2 = 1600 \text{ J}$$



گام آخر: با توجه به پایستگی انرژی، می‌توان گفت که این انرژی، همان انرژی‌ای است که بالا بر به جسم داده است؛ بنابراین بازده آن برابر است با:

$$\text{بازده} = \frac{\text{کار مفید}}{\text{کار کل}} \times 100 = \frac{1600}{2000} \times 100 = 80\%$$

پاسخ: گزینه ۴



۳۵- بازده دستگاهی ۸۰ درصد است. اگر انرژی ورودی به این دستگاه ۵۰۰J باشد، انرژی خروجی آن چند ژول است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۲۵

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۷۵ - ۱۰۰۳)

با توجه به رابطه بازده، انرژی خروجی دستگاه را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{E_{\text{خروجی}}}{500} \times 100 \Rightarrow E_{\text{خروجی}} = 400 \text{ J}$$

بازده (راندمان)

۱- نسبت انرژی خروجی به انرژی ورودی یک سیستم را بازده می‌گویند و آن را با Ra نشان می‌دهند. به عبارتی داریم:

$$\text{بازده (Ra)} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \quad \text{یا} \quad \text{بازده (Ra)} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

اگر بخواهیم بازده (Ra) را برحسب درصد بنویسیم، کافی است هر یک از نسبت‌های بالا را در ۱۰۰ ضرب کنیم.

۲- بازده یک کمیت بدون یکا است.

۳- مقدار بازده همیشه عددی بین صفر و یک است.

اگر بخواهیم بازده (Ra) را برحسب درصد بنویسیم، کافی است هر یک از نسبت‌های بالا را در ۱۰۰ ضرب کنیم.

آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان ورودی پمپ چند کیلووات است؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- (۱) ۷/۵ (۲) ۸ (۳) ۸/۴ (۴) ۱۰/۵

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطه بازده داریم:

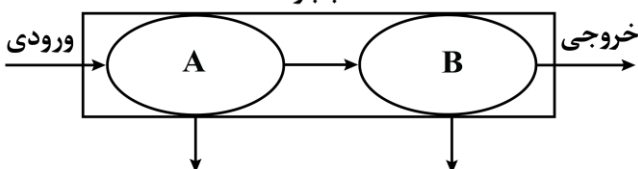
$$\begin{cases} Ra = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \Rightarrow P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{out}}}{Ra} \\ P_{\text{out}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{252 \times 10^3 \times 10 \times 12}{3600} \Rightarrow P_{\text{in}} = \frac{252 \times 10^3 \times 10 \times 12}{3600 \times 0.8} = 10/5 \times 10^3 \text{ W} = 10/5 \text{ kW} \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۴

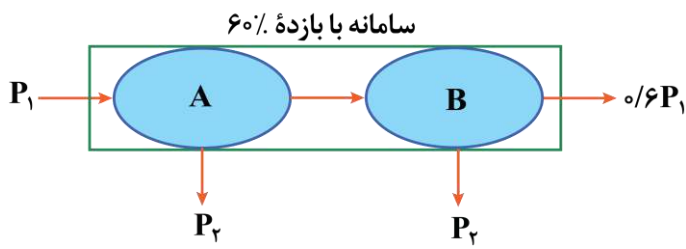


۳۶- بازده سامانه شکل زیر ۶۰ درصد است. اگر توان متوسط غیرمفید ماشین‌های A و B برابر باشد، بازده ماشین A چند درصد است؟

سامانه با بازده ۶۰٪



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۷۵
(۴) ۸۰



بازده کل سامانه ۶۰ درصد است؛ پس اگر توان ورودی به سامانه را P_1 فرض کنیم، با توجه به رابطه بازده، توان خروجی (مفید) سامانه $0.6P_1$ خواهد شد:

$$0.6P_1 = P_{\text{خروجی}} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 0.6P_1$$

$$0.6 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_1} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 0.6P_1$$

توان متوسط غیرمفید ماشین‌های A و B باهم برابر است؛ پس:

$$P_{A \text{ غیرمفید}} = P_{B \text{ غیرمفید}} = P_p$$

با توجه به این که توان خروجی ماشین A برابر توان ورودی ماشین B است می‌توان نوشت:

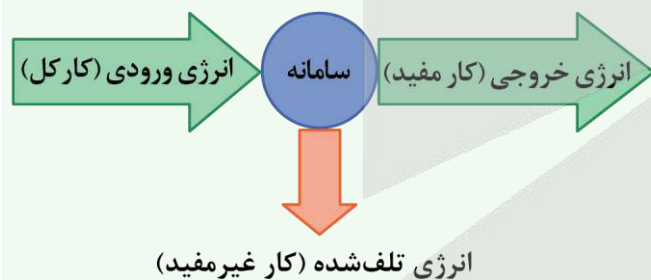
$$P_{A \text{ خروجی}} = P_{B \text{ ورودی}} \Rightarrow P_{B \text{ ورودی}} = P_1 - P_p$$

از طرفی برای ماشین B داریم:

$$P_{B \text{ ورودی}} - P_p = 0.6P_1 \Rightarrow P_1 - P_p - P_p = 0.6P_1 \Rightarrow 0.4P_1 = 2P_p \Rightarrow P_1 = 5P_p$$

در نتیجه بازده ماشین A برابر است با:

$$P_{A \text{ بازده}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{P_1 - P_p}{P_1} \times 100 = \frac{5P_p - P_p}{5P_p} \times 100 = 80\%$$



بازده، یکا ندارد و درصد آن همواره کوچک‌تر مساوی ۱۰۰ است.

$$R_a = 100\% \text{ : ماشین آرمانی}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$

۳۷- توان متوسط مصرفی یک خودرو با جرم کل 1620 kg برابر 500 kW و بازده آن ۲۵ درصد است. صفر تا ۱۰۰ این خودرو چند ثانیه است؟ (صفر تا صد یک خودرو، یعنی مدت زمانی که طول می‌کشد خودرو روی یک سطح افقی تندی خود را از صفر به $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ برساند و از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

ابتدا با توجه به رابطه بازده، توان خروجی (مفید) خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 25 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{500 \times 10^3} \times 100 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 125 \times 10^3 \text{ W}$$

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی، مقدار کاری که موتور ماشین در این مدت انجام داده برابر است با:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_{\text{مقاومت هوا}} = 0} W_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{v_1 = 0} \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v_2 = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) = \frac{250 \text{ m}}{9 \text{ s}}$$



به کمک رابطه توان متوسط، مدت زمان صفر تا ۱۰۰ خودرو را به دست می آوریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{P_{\text{خروجی}}}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{1}{2} \times 1620 \times \left(\left(\frac{25}{9} \right)^2 - 0 \right)}{125 \times 10^3} = 5s$$



۳۸- در یک روز زمستانی، دمای شهر سراب واقع در آذربایجان شرقی به -25°C رسیده است. دمای این شهر برحسب کلونین و درجه فارنهایت به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۲۴۸ و -۱۳ (۲) ۲۹۸ و -۱۳ (۳) ۲۴۸ و ۷۷ (۴) ۲۹۸ و ۷۷

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۸۵ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

برحسب کلونین داریم:

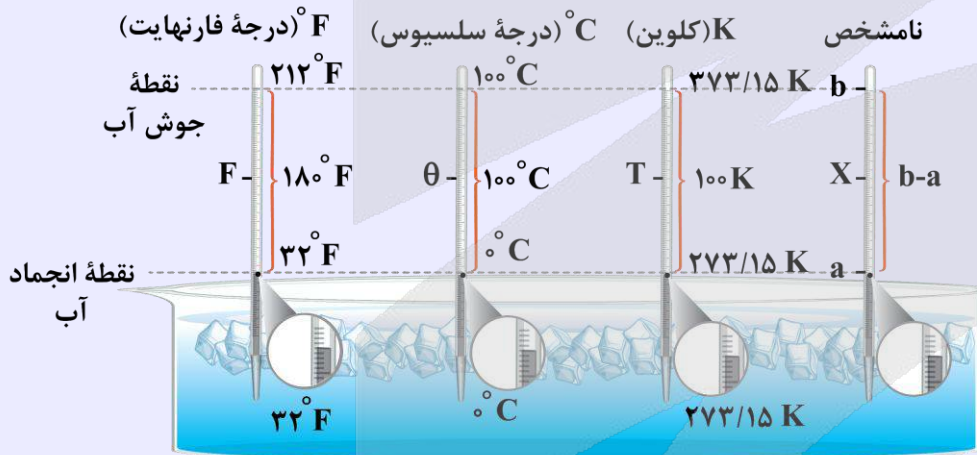
$$T = \theta + 273 = -25 + 273 = 248\text{K}$$

و برحسب فارنهایت داریم:

$$F = \frac{1}{1.8}\theta + 32 = \frac{1}{1.8} \times (-25) + 32 = -13^{\circ}\text{F}$$

رابطه خطی بین دماسنجها

درجه بندی دماسنجهای مختلف به صورت خطی انجام می گردد؛ پس بین تغییرات دما در مقیاسهای مختلف می توان از نسبت و تناسب خطی استفاده کرد.



$$\frac{\theta - 0}{100 - 0} = \frac{T - 273}{373 - 273} = \frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{X - a}{b - a}$$

جدول مربوط به نتایج نهایی از رابطه خطی بین دماسنجها:

تغییر دما	تبدیل	یکا	نماد	دما
		$^{\circ}\text{C}$	θ	دما برحسب درجه سلسیوس
$\Delta T = \Delta \theta$	$T = \theta + 273$	K	T	دما برحسب کلونین
$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta \theta$	$F = \frac{9}{5}\theta + 32$	$^{\circ}\text{F}$	F	دما برحسب درجه فارنهایت

نکات مربوط به مقیاسهای دما

- کمترین دمای ممکن، صفر کلونین است که برابر $273/15$ درجه سلسیوس است، اما برای دما حد بالایی وجود ندارد.
- همواره عدد دمای یک جسم برحسب کلونین بیش تر از عدد دمای آن جسم برحسب درجه سلسیوس است.



۳- دما در مقیاس کلوین همواره نامنفی است.

۴- برای کلوین برخلاف درجه سلسیوس از واژه «درجه» استفاده نمی‌کنیم و در یکا هم تنها K بدون درجه (°) نوشته می‌شود.

۵- تغییر دما در مقیاس‌های درجه سلسیوس و کلوین باهم برابرند. ($\Delta T = \Delta \theta$)

۶- در هیچ دمایی، دماسنج‌های درجه سلسیوس و کلوین عددهای یکسان نشان نمی‌دهند.

تذکر!

در دمای ۴۰- درجه سلسیوس مقیاس درجه فارنهایت نیز ۴۰- را نشان می‌دهد.

تذکر!

برای تبدیل مقیاس درجه فارنهایت به کلوین، ابتدا درجه فارنهایت را به درجه سلسیوس تبدیل کرده و سپس به کلوین تبدیل می‌کنیم.

یه نمونه باحال

دماسنجی دمای یک جسم را ۳۵°C نشان می‌دهد. دمای این جسم چند کلوین و چند درجه فارنهایت است؟

پاسخ تشریحی:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 35 + 273 = 308K$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 = \frac{9}{5} \times 35 + 32 = 95^\circ F$$



۳۹- شخصی یک دماسنج را به مدت ۲۴ ساعت در محیطی قرار داده است. پس از این مدت، شکل دماسنج به صورت زیر است. چه

تعداد از عبارتهای زیر در مورد این دماسنج و دمای محیط نادرست است؟

الف - از این نوع دماسنج‌ها، معمولاً در آزمایشگاه‌ها، صنعت و

وسایل گرمایشی و سرمایشی استفاده می‌شود.

ب - با کاهش دما ارتفاع ستون جیوه در شاخه سمت چپ (h)،

کاهش می‌یابد.

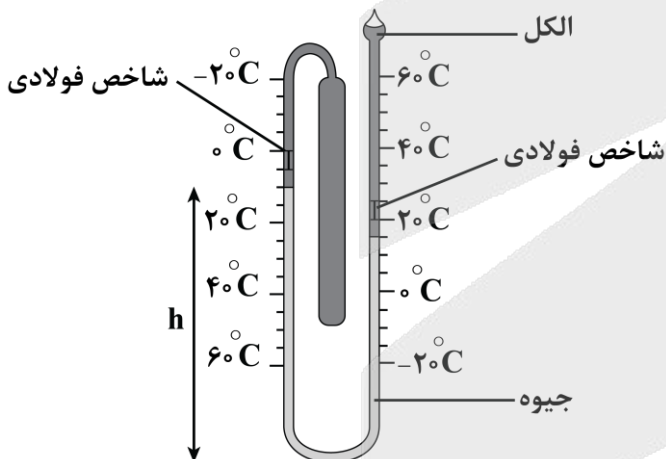
ج - حداقل دمای محیط ۲۷۸K است.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳



(متوسط - محاسباتی - سریع - صفحه ۸۷ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف) نام این دماسنج، دماسنج بیشینه - کمینه است. از این نوع دماسنج‌ها، معمولاً در مراکز پرورش گل و گیاه، باغداری، هواشناسی و ... استفاده می‌شود. (*)

ب) با کاهش دما ارتفاع ستون جیوه در شاخه سمت راست، کاهش و در شاخه سمت چپ، افزایش می‌یابد. (*)

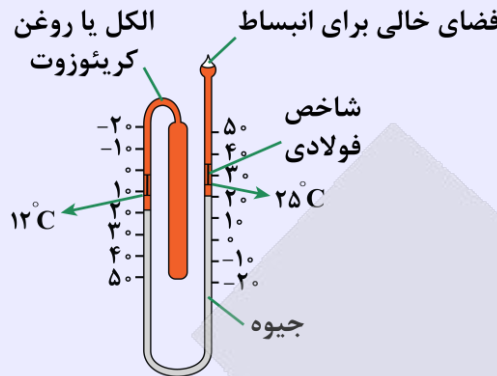
ج) با توجه به شاخص سمت چپ، حداقل دمای محیط، ۵ درجه سلسیوس است که وقتی به کلوین تبدیل شود، داریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 5 + 273 = 278K \quad (\checkmark)$$



دماسنج بیشینه - کمینه

نوع ویژه‌ای از دماسنج‌های مایعی که بیشینه و کمینه دما را در مدت‌زمان معین نشان می‌دهد، دماسنج بیشینه - کمینه نام دارد.

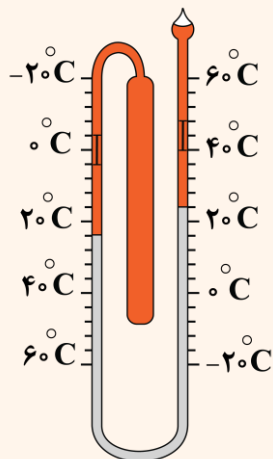


نکات

- ۱- باریکه جیوه به علت انبساط مخزن پر از الکل، در لوله U شکل با فشار عبور داده می‌شود.
- ۲- در هر طرف لوله روی سطح جیوه یک شاخص فولادی قرار دارد.
- ۳- هنگامی که دما بالا می‌رود، به سبب انبساط الکل، جیوه در سمت راست لوله بالا می‌رود و شاخص فولادی سمت راست را بالا می‌برد.
- ۴- پایین شاخص فولادی لوله سمت راست که با جیوه تماس داشته است، بالاترین دما (دمای بیشینه) را نشان می‌دهد.
- ۵- هنگامی که الکل به علت کاهش دما، منقبض می‌شود، جیوه از طرف چپ لوله U شکل بالا می‌رود و شاخص فولادی دیگری را در این طرف لوله بالا می‌راند. پایین این شاخص که با جیوه در تماس است، پایین‌ترین دما (دمای کمینه) را نشان می‌دهد.
- ۶- با استفاده از آهنربا، این دو شاخص به سطح جیوه برگردانده می‌شوند.
- ۷- از این دماسنج‌ها معمولاً در مراکز پرورش گل و گیاه، باغداری، هواشناسی و ... استفاده می‌شود.

یه نمونه باحال

شخصی یک دماسنج را به مدت ۲۴ ساعت در محیطی قرار داده است. پس از این مدت، شکل دماسنج به صورت زیر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این دماسنج و دمای محیط نادرست است؟



الف: حداکثر دمای محیط ۱۰۴ درجه فارنهایت است.

ب: حداقل دمای محیط ۲۷۷ کلوین است.

پ: دقت این دماسنج ۴ درجه سلسیوس است.

ت: دمای محیط در این لحظه ۲۴ درجه سلسیوس است.

۱ (۲) صفر

۳ (۴) ۲

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

الف: برای این‌که مشخص شود در طول روز حداکثر و حداقل دمای محیط چقدر است باید به شاخص فولادی توجه کنید و حتماً دقت شود که پایین‌ترین قسمت شاخص را باید در نظر گرفت؛ پس با توجه به شاخص سمت راست، حداکثر دما ۴۰°C است. برای تبدیل به درجه فارنهایت داریم:

$$F = \frac{1}{180} \theta + 32 = \frac{1}{180} \times 40 + 32 = 104^\circ F \quad (\checkmark)$$

ب: با توجه به شاخص سمت چپ، حداقل دما ۴۰°C است که وقتی به کلوین تبدیل شود:

$$T = \theta + 273 = 4 + 273 = 277K \quad (\checkmark)$$

پ: اگر به شکل دقت کنید فاصله بین ۰ تا ۲۰ درجه سلسیوس به پنج قسمت تقسیم شده است پس هر قسمت ۴°C می‌باشد.

$$\text{دقت دماسنج} = 4^\circ C \quad (\checkmark)$$



ت: برای بررسی دما در همین لحظه باید به مرز بین جیوه و الکل دقت کنید. چه در شاخه سمت راست و چه در شاخه سمت چپ، سطح جیوه روی 24°C است. (✓)
 پس همه عبارتها صحیح می‌باشند.
پاسخ: گزینه ۱



۴۰- قطعه فلزی با ضریب انبساط طولی $5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ در اختیار داریم. اگر دمای این قطعه را 20°C افزایش دهیم، چگالی آن تقریباً چند برابر می‌شود؟
 (۱) $0/03$ (۲) $0/9$ (۳) $0/97$ (۴) $1/03$

(آسان - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۹۴ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

با تقریب مناسبی رابطه چگالی با تغییر دما به صورت $\rho_2 \approx \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ است؛ پس داریم:

$$\rho_2 \approx \rho_1(1 - \beta\Delta\theta) \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 1 - 3\alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 1 - 3 \times 5 \times 10^{-5} \times 200 \approx 1 - 0/03 \approx 0/97$$

اثر تغییر دما بر روی چگالی

با افزایش دما به طور معمول، حجم افزایش یافته و چگالی کاهش می‌یابد. رابطه چگالی با تغییر دما به صورت $\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta T}$ است که می‌توان با تقریب مناسبی از رابطه $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta T)$ نیز استفاده کرد.

اثبات:

می‌توان با استفاده از فرمول تغییر حجم، فرمول چگالی را بر حسب تغییر دما به دست آورد:

$$\begin{cases} \rho_2 = \frac{m}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \rho_1 = \frac{m}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\rho_1} \end{cases} \Rightarrow V_2 = V_1(1 + \beta\Delta\theta) \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \beta\Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta\theta}$$

اگر صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کنیم، خواهیم داشت:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta\theta} \times \frac{1 - \beta\Delta\theta}{1 - \beta\Delta\theta} = \rho_1 \times \frac{1 - \beta\Delta\theta}{1 - (\beta\Delta\theta)^2}$$

با توجه به این که ضریب انبساط حجمی یک جسم، عدد بسیار کوچکی است وقتی به توان ۲ برسد، بسیار کوچکتر می‌شود و هم‌چنین $(\beta\Delta\theta)^2$ در مقایسه با عددهایی که با آن جمع و تفریق می‌شوند بسیار ناچیز بوده و می‌توان از آن صرف نظر کرد.

$$\rho_2 = \rho_1 \times \frac{1 - \beta\Delta\theta}{\underbrace{1 - (\beta\Delta\theta)^2}_{\approx 0}} \approx \rho_1(1 - \beta\Delta\theta) \Rightarrow \rho_2 \approx \rho_1(1 - \beta\Delta\theta)$$

نکته

درصد تغییر چگالی در اثر تغییر دما، از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \times 100 \approx -\beta\Delta T \times 100$$



۴۱- در یک پمپ بنزین، بنزین در مخزنی زیر زمین با دمای 13°C نگهداری می‌شود. اگر در یک روز که دمای هوا 38°C است، شخصی باک ۴۰ لیتری اتومبیل خود را از بنزین کاملاً پر کند و اتومبیل خود را در یک مکان پارک کند، پس از گذشت ساعتی، چند لیتر بنزین از باک بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین در SI برابر با 10^{-3} است و از انبساط باک صرف نظر کنید).

(۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۹۳ - ۱۰۰۴)

دمای بنزین از 13°C به 38°C رسیده است؛ پس داریم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 38 - 13 = 25^{\circ}\text{C}$$

انبساط حجمی بنزین برابر است با:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta = 40 \times 10^{-3} \times 25 = 1\text{L}$$

انبساط مایعات

چون مایعات شکل معینی ندارند، انبساط آن‌ها را فقط به صورت حجمی بررسی می‌کنیم.

روابط انبساط مایعات:

درصد تغییرات حجم مایع	تغییر حجم مایع	حجم ثانویه مایع
$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \beta \Delta T \times 100$	$\Delta V = V_1 \beta \Delta T$	$V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$

نکته

۱- مقایسه ضریب انبساط حجمی جامدها با ضریب انبساط حجمی مایعات نشان می‌دهد که عموماً ضریب انبساط حجمی جامدها بسیار کمتر از ضریب انبساط حجمی مایعات است.

۲- ضریب انبساط حجمی جامدها با تقریب مناسبی ۳ برابر ضریب انبساط طولی آن‌ها است:

$$\beta_{\text{جامد}} = 3\alpha$$

تذکر!

هرگاه یک ظرف محتوی مایع را گرم کنیم، با افزایش دما ظرف و مایع هر دو منبسط می‌شوند اما انبساط مایع همواره از انبساط ظرف بیشتر است.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۷۴- یک ظرف آلومینیمی با حجم 500cm^3 در دمای 20°C به طور کامل از گلیسیرین پر شده است. اگر دمای ظرف و گلیسیرین به 40°C برسد، چند سانتی‌متر مکعب گلیسیرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیم $23 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$ و ضریب انبساط حجمی گلیسیرین $5 \times 10^{-4}\text{K}^{-1}$ است.)

(۱) ۴/۷۷ (۲) ۴/۳ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که در ابتدا ظرف از مایع پر شده است؛ بنابراین حجم اولیه مایع و ظرف، یکسان است. دما از 20°C به 40°C رسیده است؛ بنابراین $\Delta\theta = 20^{\circ}\text{C}$ است.

$$\begin{cases} \Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta\theta = 500 \times 5 \times 10^{-4} \times 20 = 5\text{cm}^3 \\ \Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 (3\alpha) \Delta\theta = 500 \times 3 \times 23 \times 10^{-6} \times 20 = 0/69\text{cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم مایع سرریز شده} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 5 - 0/69 = 4/31\text{cm}^3 \approx 4/3\text{cm}^3$$

پاسخ: گزینه ۲

۴۲- یک ورق فلزی مربعی شکل با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ و یک ورق فلزی دایره‌ای شکل با ضریب انبساط طولی $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$ را گرم می‌کنیم تا دمای هر دو به یک اندازه افزایش یابد. اگر تغییر مساحت دو ورق، یکسان باشد، قطر ورق دایره‌ای شکل چند برابر طول ضلع ورق مربعی شکل است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴)

متوسط - محاسباتی - استاندارد (صفحه ۹۲ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

طول ضلع ورق مربعی شکل را a و قطر ورق دایره‌ای شکل را d در نظر می‌گیریم. با استفاده از رابطه انبساط سطحی، داریم:

$$\Delta A_{\text{دایره}} = \Delta A_{\text{مربع}} \rightarrow \Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta$$

$$\frac{\pi d^2}{4} \times \cancel{\pi} \times \cancel{10} \times \cancel{10^{-6}} \times \Delta\theta = a^2 \times \cancel{\pi} \times 15/7 \times \cancel{10^{-6}} \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow d^2 = a^2 \times \frac{15/7 \times 4}{\pi \times 10} = a^2 \times \frac{15/7 \times 4}{3/14 \times 10} = 2a^2 \Rightarrow d = a\sqrt{2} \Rightarrow \frac{d}{a} = \sqrt{2}$$

انبساط سطحی

هنگامی که یک ورقه فلزی را گرم می‌کنیم، حجم آن افزایش می‌یابد. ضخامت و مساحت سطح ورقه، هر دو افزایش می‌یابند. چنانچه ضخامت ورقه در مقایسه با سطح آن ناچیز باشد، انبساط سطح آن بیشتر مشاهده می‌شود. در این صورت انبساط را، انبساط سطحی می‌نامیم.

هرگاه دمای ورقه‌ای به مساحت اولیه A_1 را به اندازه ΔT تغییر دهیم، مساحت آن به اندازه ΔA تغییر می‌کند و به مقدار A_2 می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta A = 2A_1\alpha\Delta\theta \Rightarrow A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta)$$

ضریب انبساط سطحی:

افزایش مساحت سطح یک ورق با مساحت $1m^2$ از یک ماده به‌ازای یک کلوین (یک درجه سلسیوس) افزایش دما را ضریب انبساط سطحی می‌نامند.

نکات

- ۱- ضریب انبساط سطحی اجسام به جنس آن‌ها بستگی دارد.
- ۲- یکای ضریب انبساط سطحی، یک بر روی کلوین ($\frac{1}{K}$) یا یک بر روی درجه سلسیوس ($\frac{1}{C}$) است.
- ۳- ضریب انبساط سطحی جامدها با تقریب خوبی، دو برابر ضریب انبساط طولی آن‌ها است.

برای محاسبه درصد تغییرات مساحت صفحه‌ای با مساحت اولیه A_1 ، ضریب انبساط سطحی 2α که دمای آن به اندازه ΔT تغییر کرده است از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha\Delta T \times 100$$

نکته

هرگاه در میان یک ورقه فلزی یک سوراخ وجود داشته باشد، با گرم نمودن این قطعه، مساحت ورقه و سوراخ هر دو افزایش می‌یابند و رابطه تغییر مساحت سوراخ مشابه رابطه تغییر مساحت ورقه می‌باشد. رابطه تغییر شعاع (یا قطر) سوراخ، مانند تغییر طول یک میله است.

$$\Delta R = R_1\alpha\Delta\theta$$

به نمونه باحال

طول و عرض یک ورقه فلزی در دمای 23°C به ترتیب 40cm و 25cm است. در چه دمایی مساحت این ورقه $1003/75\text{cm}^2$ می‌شود؟
(ضریب انبساط طولی این فلز را برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ در نظر بگیرید.)

پاسخ تشریحی: مساحت اولیه ورقه برابر است با:

$$A_1 = 40 \times 25 = 1000\text{cm}^2$$

تغییر مساحت ورقه در اثر تغییر دما برابر است با:

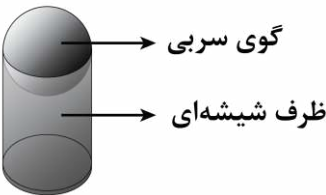
$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta\theta$$

$$1003/75 - 1000 = 2 \times 1/5 \times 10^{-5} \times 1000 \times (\theta_2 - 23) \Rightarrow \theta_2 - 23 = 125$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 148^{\circ}\text{C}$$



۴۳- مطابق شکل زیر، یک گوی سربی توپر به قطر 1cm و 20% بر روی دهانه یک ظرف شیشه‌ای به قطر داخلی 2cm قرار دارد. دمای مجموعه را تقریباً چند درجه سلسیوس و چگونه تغییر دهیم تا گوی درون ظرف بیفتد؟



$$\left(\alpha_{\text{سرب}} = 29 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}, \alpha_{\text{شیشه}} = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}\right)$$

(۲) و افزایش

(۱) و کاهش

(۴) و افزایش

(۳) و کاهش

(سخت - استدلالی - استاندارد) (صفحه ۸۸ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به این که ضریب انبساط طولی گوی بیش تر از ظرف است؛ بنابراین باید دمای مجموعه را کاهش دهیم تا قطر گوی نسبت به قطر دهانه ظرف، بیش تر کاهش یابد و باعث جبران اختلاف قطر 1cm شود (رد گزینه‌های (۲) و (۴)).

تذکر!

با افزایش دما، افزایش قطر گوی بیش تر از افزایش قطر ظرف خواهد شد و هیچ گاه داخل ظرف نمی‌افتد.

اندازه تغییر (کاهش) قطر گوی باید 1cm و بیش تر از اندازه تغییر (کاهش) قطر ظرف باشد؛ بنابراین:

$$|\Delta d_{\text{گوی}}| - |\Delta d_{\text{ظرف}}| = 0/01 \Rightarrow d_{\text{گوی}} \alpha_{\text{سرب}} |\Delta\theta| - d_{\text{ظرف}} \alpha_{\text{شیشه}} |\Delta\theta| = 0/01$$

$$\Rightarrow |\Delta\theta| = \frac{0/01}{d_{\text{گوی}} \alpha_{\text{سرب}} - d_{\text{ظرف}} \alpha_{\text{شیشه}}} = \frac{0/01}{2 \times 10^{-6} \times 29 - 20 \times 9 \times 10^{-6}} \approx 20$$

$$\Rightarrow |\Delta\theta| = \frac{0/01}{20 \times 10^{-6} \times (29 - 9)} = 25^{\circ}\text{C}$$

در نتیجه، دمای مجموعه باید تقریباً 25°C کاهش یابد.



۴۴- یک قطعه آلومینیم به جرم 5kg و دمای 20°C در اختیار داریم. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این قطعه را به نقطه ذوب

آن (دمای 660°C) برسانیم؟ $(c_{\text{آلومینیم}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.

(۴) ۲۹۷۰

(۳) ۲۸۸۰

(۲) ۲۹۷

(۱) ۲۸۸

(آسان - محاسباتی - سریع) (صفحه ۹۸ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

به کمک رابطه $Q = mc\Delta\theta$ گرمای مورد نیاز برای رسیدن به دمای ذوب آلومینیم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = 5 \times 900 \times (660 - 20) = 2880 \times 10^3 \text{J} = 2880 \text{kJ}$$



گرما (Q)

انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود. یکانی SI گرما، ژول (J) است. یکی از یکاهای غیر SI اما متداول گرما کالری (cal) است.

$$1\text{J} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2} = 1\text{N}\cdot\text{m}, \quad 1\text{cal} = 4/186\text{J}$$

گرما یک کمیت نرده‌ای و فرعی است.

تذکره!

اشاره کردن به گرمای موجود در یک جسم اشتباه است، چون گرما مربوط به انرژی درحال گذار است.

عبارت نادرست	عبارت درست
جسم دارای ۲۰ ژول گرما است.	جسم ۲۰ ژول گرما از دست داده یا گرفته است.
گرمای جسم زیاد شده است.	۲۰ ژول گرما به جسم منتقل شده است.
گرمای جسم A از جسم B بیش‌تر است.	گرما از جسم A به جسم B منتقل شده است.

اگر به جسمی گرما بدهیم دو حالت امکان‌پذیر است:

حالت اول: دمای جسم تغییر کند ولی حالت (فاز) آن ثابت بماند.

حالت دوم: دمای جسم ثابت بماند ولی حالت (فاز) آن تغییر کند.

تذکره!

امکان ندارد تغییر دما و تغییر حالت، هم‌زمان باهم اتفاق بیفتند.

در حالت اول اگر گرما باعث تغییر دمای جسم شود، فاز یا حالت ثابت می‌ماند:

$$Q = mc\Delta T \xrightarrow{C=mc} Q = C\Delta T$$

c : ظرفیت گرمایی ویژه

m : جرم

Q : انرژی گرمایی

C : ظرفیت گرمایی

ΔT : تغییر دما

ظرفیت گرمایی ویژه (c): مقدار گرمایی است که به ۱kg از یک ماده داده می‌شود تا دمای آن 1°C یا ۱K افزایش یابد.

نکته

۱- گرمای ویژه تنها به جنس ماده بستگی دارد و به جرم جسم بستگی ندارد.

۲- یکانی SI گرمای ویژه برابر با $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ یا $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ است.

سازگاری یکاها: یکانی گرمای ویژه را مبنای انتخاب سایر یکاها قرار دهید:

الف) یکاها در SI

$$Q = m \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \Delta T$$

$$Q = m \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}} \Delta T$$

ب) یکاهای متداول

علامت گرما:

۱- اگر به جسم گرما بدهیم ($Q > 0$) و حالت آن تغییر نکند ← انرژی جنبشی ذرات سازنده آن زیاد می‌شود ← انرژی درونی جسم افزایش می‌یابد ← دمای جسم افزایش می‌یابد.

$$Q > 0 \Rightarrow T_2 > T_1$$

۲- اگر از جسم گرما بگیریم ($Q < 0$) و حالت آن تغییر نکند ← انرژی جنبشی ذرات سازنده آن کم می‌شود ← انرژی درونی جسم کاهش می‌یابد ← دمای جسم کاهش می‌یابد.

$$Q < 0 \Rightarrow T_2 < T_1$$

یه نمونه باحال

چند ژول گرما به جسمی که جرمش 0.5 kg و ظرفیت گرمایی ویژه آن $850 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ است باید بدهیم تا دمای آن از 20°C به 45°C برسد؟

پاسخ تشریحی:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{\substack{m=0.5\text{kg}, c=850\frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \\ \theta_1=20^\circ\text{C}, \theta_2=45^\circ\text{C}}} Q = 0.5 \times 850 \times (45 - 20) = 10625 \text{ J}$$



۴۵- حجم جسم A، ۴ برابر حجم جسم B و چگالی جسم B، $\frac{1}{3}$ برابر چگالی جسم A است. اگر گرمای ویژه جسم B، ۳ برابر گرمای ویژه جسم A باشد و به هر دو جسم، گرمای یکسانی بدهیم، تغییر دمای جسم A چند برابر تغییر دمای جسم B خواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{3}$
 (۳) ۳
 (۴) ۴

(آسان - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۹۸ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱
گام اول

در ابتدا با داشتن نسبت حجم‌ها و چگالی‌ها می‌توانیم نسبت جرم‌های دو جسم را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow 3 = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 12$$

گام آخر

حال می‌توانیم با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، نسبت تغییرات دمای دو جسم را تعیین کنیم:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \xrightarrow{m_A=12m_B, c_B=3c_A} 1 = 12 \times \frac{1}{3} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

مقایسه گرمای دریافتی دو جسم باهم

۱- هنگامی که دمای دو جسم با گرفتن گرما تغییر می‌کند، برای مقایسه آن‌ها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2}{c_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

۲- در صورتی که به جای جرم جسم‌ها، چگالی و حجم آن‌ها داده شده باشد، برای مقایسه آن‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ m = \rho V \end{cases} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1} \times \frac{c_2}{c_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$



آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

به دو جسم هم حجم A و B گرمای مساوی داده‌ایم. اگر گرمای ویژه A، دو برابر گرمای ویژه B و همچنین چگالی A، دو برابر چگالی B باشد، تغییر دمای جسم A چند برابر تغییر دمای جسم B است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۴

پاسخ تشریحی:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow \rho_A V_A c_A \Delta\theta_A = \rho_B V_B c_B \Delta\theta_B \Rightarrow 4 \Delta\theta_A = \Delta\theta_B \Rightarrow \Delta\theta_A = \frac{1}{4} \Delta\theta_B$$

پاسخ: گزینه ۱



۴۶- در اندازه‌گیری ارزش غذایی مواد با استفاده از گرماسنج بمبی، اگر ظرف گرماسنج به خوبی عایق بندی گرمایی نشده باشد، ارزش غذایی ماده مورد نظر:

- (۱) قطعاً بیش‌تر از مقدار واقعی به دست می‌آید. (۲) ممکن است برابر با مقدار واقعی به دست آید.
 (۳) ممکن است بیش‌تر از مقدار واقعی به دست آید. (۴) قطعاً کم‌تر از مقدار واقعی به دست می‌آید.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۱۰۲ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

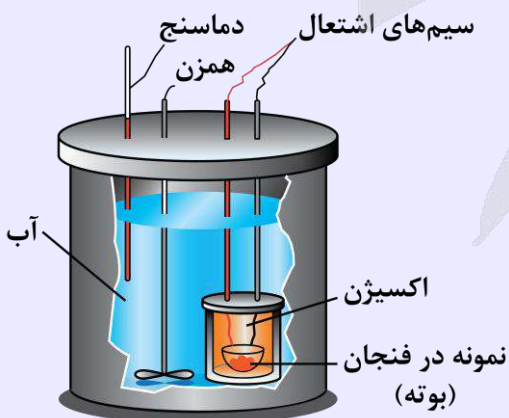
در گرماسنج بمبی، ظرف گرماسنج به خوبی عایق می‌شود تا تمام گرمای حاصل از سوختن ماده به آب برسد. آن‌گاه با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ مقدار گرمایی که به آب رسیده و باعث تغییر دمای آن شده را محاسبه می‌کنند که معادل با همان انرژی آزاد شده از ماده مورد نظر است. حال اگر ظرف گرماسنج به خوبی عایق بندی نشده باشد، بخشی از گرمای حاصل از سوختن ماده، از طریق بدنه ظرف، تلف می‌شود که در محاسبه Q در نظر گرفته نمی‌شود؛ بنابراین ارزش غذایی اندازه‌گیری شده از ارزش غذایی ماده مورد نظر قطعاً کم‌تر است.

گرماسنج (کالری‌متر)

شامل ظرفی است درپوش‌دار که به خوبی عایق بندی شده است. این ظرف در آزمایش‌های گرماسنجی مانند تعیین گرمای ویژه اجسام به کار می‌رود. معمولاً در مورد گرماسنج به جای آن که جرم و گرمای ویژه ظرف گرماسنج را جداگانه مشخص کنند، ظرفیت گرمایی گرماسنج را مشخص می‌کنند.

گرماسنج بمبی

نوعی گرماسنج است که از آن برای تعیین ارزش غذایی مواد با اندازه‌گیری انرژی آزاد شده آن‌ها در حین سوختن استفاده می‌شود. مثلاً در گرماسنج بمبی زیر نمونه‌ای که جرم آن m است داخل ظرف سربسته محتوی اکسیژن قرار داده می‌شود. سپس ماده توسط جریان عبوری از سیم نازک سوزانده می‌شود و باعث افزایش دمای m' گرم آب می‌شود:



$$\Delta\theta_{\text{گرماسنج}} C + m'c\Delta\theta = \text{انرژی حاصل از سوختن } m \text{ گرم ماده}$$



- ۴۷- برای گرم کردن ۲۵۰g آب جهت تهیه چای، از یک گرمکن الکتریکی با توان متوسط ۲۸۰W استفاده می‌کنیم. با نادیده گرفتن اتلاف گرما، چند ثانیه طول می‌کشد تا دمای آب از ۲۰°C به ۱۰۰°C برسد؟ (c_{آب} = ۴۲۰۰ $\frac{J}{kg \cdot K}$)
- ۲۰۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۸۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد (۱۰۰۴ - ۹۸ - صفحه ۱۰۰۴))

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه توان متوسط، می‌توان نوشت:

$$P_{av} = \frac{Q}{\Delta t} \quad Q = mc\Delta\theta \rightarrow P_{av} = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{mc\Delta\theta}{P_{av}}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{250 \times 10^{-3} \times 4200 \times (100 - 20)}{280} = 300s$$

محاسبه توان و بازده (راندمان) کتری برقی

انرژی گرمایی که کتری به محتویات داخلش می‌دهد، همان انرژی (کار) مفید است.



توان مفید کتری برقی: $P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{\Delta t}$

$$(Ra) = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100$$

کتری آرمانی: $Ra = 100\%$

- ۴۸- با سوختن هر لیتر گازوئیل حدود ۳۵MJ انرژی گرمایی تولید می‌شود. چند لیتر گازوئیل باید مصرف شود تا دمای آب یک استخر با مساحت ۱۶×۲۵m^۲ و عمق متوسط ۲m، یک درجه سلسیوس افزایش یابد؟ (فرض کنید تنها ۳۲ درصد انرژی حاصل از سوختن گازوئیل به صورت مفید برای گرم کردن آب مصرف می‌شود و $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$)
- ۱۵ (۱) ۱۵۰ (۲) ۳۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد (۱۰۰۴ - ۹۸ - صفحه ۱۰۰۴))

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

گرمای موردنیاز برای گرم کردن آب (Q) را محاسبه می‌کنیم. حجم استخر برابر با $V = 16 \times 25 \times 2 = 800 m^3$ است. با توجه به چگالی آب، جرم آب استخر برابر است با:

$$m = \rho V = 1000 \times 800 = 8 \times 10^5 kg$$

بنابراین گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب به اندازه ۱°C برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 8 \times 10^5 \times 4200 \times 1 = 8 \times 420 \times 10^6 J = 8 \times 420 MJ$$

گام دوم

انرژی حاصل از سوختن گازوئیل را E در نظر می‌گیریم، در نتیجه داریم:

$$Q = 0.32E \Rightarrow E = \frac{Q}{0.32} = \frac{8 \times 420 MJ}{0.32} = 10500 MJ$$



انرژی گرمایی حاصل از سوختن هر لیتر گازوئیل برابر با ۳۵MJ است؛ بنابراین حجم گازوئیل مورد نیاز برابر است با:

$$V = \frac{10500}{35} = 300 \text{ L}$$



۴۹- ۶۰g آب با دمای ۳۵°C را به همراه ۳۰g آب با دمای ۶۰°C درون ظرف فلزی ۶۳۰ گرمی با دمای ۱۰°C می‌ریزیم. دمای تعادل سیستم چند درجه سلسیوس است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$, $c_{\text{ظرف}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و فرض کنید هیچ گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود.)

۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۰۰ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

برای پیدا کردن دمای تعادل با استفاده از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + m_3 c_3 (\theta - \theta_3) = 0 \\ \Rightarrow 0.06 \times 4200 \times (\theta - 35) + 0.03 \times 4200 \times (\theta - 60) + 0.63 \times 400 \times (\theta - 10) &= 0 \\ \Rightarrow 252\theta - 8820 + 126\theta - 7560 + 252\theta - 2520 &= 0 \\ \Rightarrow 630\theta = 18900 \Rightarrow \theta = 30^\circ\text{C} \end{aligned}$$

دمای تعادل

- هنگامی که دو جسم با دمای متفاوت در مجاورت هم قرار می‌گیرند، گرما از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود تا دو جسم، هم‌دم شوند. به این دمای یکسان بین دو جسم، دمای تعادل گفته می‌شود و به این حالت که در آن گرمای خالصی بین دو جسم مبادله نمی‌شود، تعادل گرمایی گفته می‌شود.
- وقتی دو جسم در تعادل گرمایی هستند هرقدر گرما از جسم اول به دوم منتقل شود، همان مقدار گرما از جسم دوم به جسم اول انتقال می‌یابد و اصطلاحاً گفته می‌شود که گرمای خالصی بین دو جسم مبادله نمی‌شود.
- هرچه اختلاف دمای بین دو جسم بیشتر شود، گرما با آهنگ بیشتری بین آن‌ها منتقل می‌شود.
- از دیدگاه میکروسکوپی در هنگام انتقال گرما، قدر مطلق انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی مربوط به حرکت کاتوره‌ای ذرات تشکیل‌دهنده جسم گرم‌تر کاهش و این انرژی‌ها در ذرات تشکیل‌دهنده جسم سردتر افزایش می‌یابند.
- همان‌طور که گفته شد، برای ایجاد تعادل گرمایی، بین دو یا چند جسم با دماهای مختلف، گرما مبادله می‌شود. برای اجسامی که گرما از دست می‌دهند، $Q < 0$ و برای اجسامی که گرما می‌گیرند، $Q > 0$ است. با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان گفت جمع جبری گرماهای مبادله‌شده صفر است و می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

تعادل گرمایی بدون تغییر حالت:

در این مسئله‌ها دو یا چند ماده در مجاورت هم قرار داده شده و باهم به تعادل گرمایی می‌رسند. چون تغییر حالت وجود ندارد، می‌توان نوشت:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0 \Rightarrow \underbrace{m_1 c_1 (\theta - \theta_1)}_{\text{گرمای مبادله‌شده توسط ماده (۱)}} + \underbrace{m_2 c_2 (\theta - \theta_2)}_{\text{گرمای مبادله‌شده توسط ماده (۲)}} + \dots = 0$$

در رابطه بالا θ دمای تعادل مجموعه است.

در رابطه بالا رعایت SI لازم نیست و تنها کافی است که تمام گرماهای مبادله‌شده، جرم‌ها، گرماهای ویژه و دماها، واحدهای یکسان داشته باشند.

شکل دیگر رابطه بالا، به صورت زیر است که برای محاسبه دمای تعادل می‌توان از آن استفاده نمود:

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + \dots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots}$$

در صورتی که دمای تعادل مشخص باشد، استفاده از رابطه $Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$ مناسب تر است.

آزمون سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۷۵- در ظرفی ۸۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس وجود دارد. یک قطعه فلز به جرم ۴۲۰ گرم و دمای ۸۴ درجه سلسیوس را درون آب می اندازیم. پس از برقراری تعادل، دمای مجموعه چند درجه سلسیوس می شود؟ (اتلاف گرما ناچیز و $c_{\text{فلز}} = ۴۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ است.)

- ۱) ۱۰ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

پاسخ تشریحی:

آب و قطعه فلز باهم تبادل گرمایی می کنند. برای به دست آوردن دمای تعادل داریم: (نماد آب و gh: نماد قطعه)

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_w c_w \theta_w + m_{gh} c_{gh} \theta_{gh}}{m_w c_w + m_{gh} c_{gh}}$$

$$\Rightarrow \frac{0/8 \times 4200 \times 0 + 0/42 \times 400 \times 84}{0/8 \times 4200 + 0/42 \times 400} = 4^\circ\text{C}$$

پاسخ: گزینه ۴



۵۰- دو گوی فلزی مشابه با دماهای یکسان در اختیار داریم. ابتدا گویی را به درون یک پارچ که حاوی مقداری آب با دمای $17/5^\circ\text{C}$ است، می اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به 20°C می رسد. سپس، گوی دوم را به درون پارچ می اندازیم. این بار، دمای آب به $22/4^\circ\text{C}$ می رسد. دمای اولیه گوی ها چند درجه سلسیوس بوده است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ و تبادل گرما فقط بین آب و گوی ها انجام می شود.)

- ۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۶۰

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - استدلالی - زمان بر - صفحه ۱۰۰ - ۱۰۴)

کلم اول

دمای اولیه گوی ها را با θ نشان می دهیم. در ابتدا حالت تعادل آب و یک گوی فلزی را در نظر می گیریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گوی}} = 0 \xrightarrow{Q=C\Delta\theta} C_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + C_{\text{گوی}} \Delta\theta_{\text{گوی}} = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{آب}}(20 - 17/5) + C_{\text{گوی}}(20 - \theta) = 0 \Rightarrow 2/5 C_{\text{آب}} = -(20 - \theta) C_{\text{گوی}} \quad (1)$$

کلم دوم

سپس تعادل آب و دو گوی فلزی را در نظر می گیریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گوی اول}} + Q_{\text{گوی دوم}} = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{آب}}(22/4 - 20) + C_{\text{گوی}}(22/4 - 20) + C_{\text{گوی}}(22/4 - \theta) = 0$$

$$\Rightarrow 2/4 C_{\text{آب}} + C_{\text{گوی}}(24/8 - \theta) = 0 \Rightarrow 2/4 C_{\text{آب}} = -(24/8 - \theta) C_{\text{گوی}} \quad (2)$$

کلم آخر

از تقسیم رابطه (۱) بر رابطه (۲) دمای θ را محاسبه می کنیم:

$$\frac{2/5 C_{\text{آب}}}{2/4 C_{\text{آب}}} = \frac{-(20 - \theta) C_{\text{گوی}}}{-(24/8 - \theta) C_{\text{گوی}}} \Rightarrow \frac{25}{24} = \frac{20 - \theta}{24/8 - \theta}$$

$$\Rightarrow 24 \times 20 - 24\theta = 25 \times 24/8 - 25\theta \Rightarrow \theta = 14^\circ\text{C}$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
QRcode بالا را اسکن کنید!

پاسخنامه ویدئویی آزمون

ردپای گازها در زندگی

فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم تا پایان فصل
(صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴)

بودجه‌بندی
این آزمون

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5N نوعی سوخت سبز محسوب می‌شود.
- (۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن‌دار است که مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
- (۳) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع، موجب کاهش شدید حجم آن‌ها می‌شود.
- (۴) هر یک از فرایندهای تهیه سولفوریک اسید و نیتریک اسید شامل چندین واکنش گازی متوالی است.

(آسان - خط به خط - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

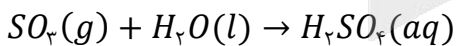
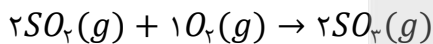
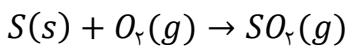
سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به‌دست می‌آید. این مواد زیست‌تخریب‌پذیرند، از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5OH و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.

مشاوره‌نامه

فرمول شیمیایی اتانول در تمرین‌های دوره‌ای آمده است اما در صورت حفظ نبودن آن نیز، می‌توان به سؤال پاسخ داد. عناصر اصلی سوخت‌های سبز، کربن، هیدروژن و اکسیژن هستند؛ در صورتی که در فرمول شیمیایی داده شده، اکسیژن وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن‌دار است که مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
- (۳) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع، موجب کاهش شدید حجم آن‌ها می‌شود؛ زیرا نقطه جوش نیتروژن $-196^\circ C$ است و در دماهای پایین‌تر از $-196^\circ C$ به حالت مایع است. با کاهش دمای گاز نیز، در فشار ثابت، حجم آن کاهش می‌یابد.
- (۴) هر یک از فرایندهای تهیه سولفوریک اسید و نیتریک اسید شامل چندین واکنش گازی متوالی است. به‌عنوان مثال برای تهیه سولفوریک اسید، مراحل زیر انجام می‌شوند:



۵۲- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) هواکره برای زمین، همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و در صورت نبود آن، میانگین دمای سطح زمین به $18^\circ C$ می‌رسد.
- (۲) محدوده مشخصی از لایه استراتوسفر، مانع از ورود بخش عمده‌ای از پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.
- (۳) در واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در لایه استراتوسفر، پرتوهای فرورسرخ جذب می‌شوند.
- (۴) ذکر شمار مول‌های هر گازی برای توصیف یک نمونه از آن گاز، کافی است.



بررسی سریع:

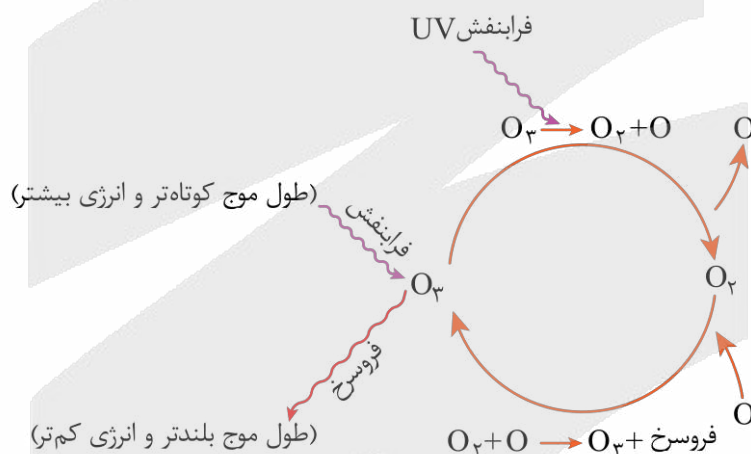
۱	در صورت نبود هواکره، میانگین دمای سطح زمین کاهش می‌یابد و به -18°C می‌رسد.
۲	لایه اوزون، محدوده مشخصی از لایه استراتوسفر است که مانع از ورود بخش عمده‌ای از پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود.
۳	در هیچ‌یک از واکنش‌های تبدیل اوزون به اکسیژن و بالعکس، پرتو فرورسرخ جذب نمی‌شود.
۴	برای توصیف یک نمونه گاز اوزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد.

لایه اوزون، محدوده مشخصی از لایه استراتوسفر است که مانع از ورود بخش عمده‌ای از پرتوهای فرابنفش خورشید به سطح زمین می‌شود و بدین ترتیب از آثار زیان‌بار این تابش بر موجودات ساکن زمین، جلوگیری می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هواکره برای زمین، همانند لایه پلاستیکی برای گلخانه است و در صورت نبود آن، میانگین دمای سطح زمین کاهش می‌یابد و به -18°C می‌رسد. مکانیسم آن بدین صورت است که گازهای گلخانه‌ای همانند مولکول‌های آب و CO_2 ، مانع خروج گرمای گسیل شده از زمین می‌شوند و بخشی از این گرما را درون فضای هواکره حفظ می‌کنند. هرچه مقدار این گازها در هواکره بیشتر باشد، دمای زمین بالاتر خواهد رفت.

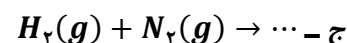
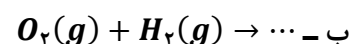
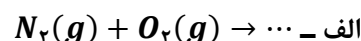
۳) در واکنش تولید اوزون در لایه استراتوسفر، پرتوهای فرورسرخ آزاد می‌شوند؛ اما هنگامی که واکنش در جهت تولید اکسیژن پیش رود، پرتوهای فرابنفش (و نه فرورسرخ) جذب می‌شوند.



۴) برای توصیف یک نمونه گاز اوزون بر مقدار، باید دما و فشار آن نیز مشخص باشد؛ برای مثال یک مول گاز اکسیژن در دما و فشار اتاق مثالی از یک نمونه گاز است.



۵۳- با توجه به واکنش‌های داده شده کدام یک از مطالب زیر، درست است؟



۱) واکنش (ب) در حضور کاتالیزگر پلاتین به آرامی انجام می‌شود.

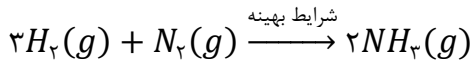
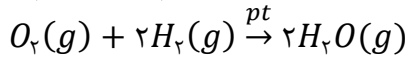
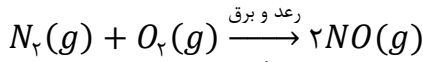
۲) واکنش (ج) در حضور کاتالیزگر یا جرقه در دمای اتاق انجام می‌شود.

۳) واکنش (الف) در حضور گرمای بالای ناشی از زرد و برق انجام شده و نیتروژن مونواکسید تولید می‌کند.

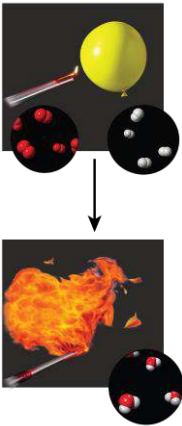
۴) در شرایط مناسب، فرآورده واکنش (ب) به‌ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن، یک مول مولکول آب است.



واکنش‌های داده شده به صورت زیر هستند:



بررسی گزینه‌ها:



- ۱) واکنش گازهای اکسیژن و هیدروژن با یکدیگر، در حضور کاتالیزگر پلاتین، به سرعت و به صورت انفجاری انجام می‌شود و نور و گرما آزاد می‌کند. فراورده این واکنش H_2O است.
- ۲) واکنش هیدروژن با نیتروژن در شرایط خاصی انجام می‌شود و کاتالیزگر و یا جرقه به تنهایی، باعث شروع واکنش نمی‌شوند.
- ۳) گاز نیتروژن به‌عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به‌طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد؛ در طبیعت تنها هنگام رعد و برق این دو گاز در هوا ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شوند. اکسید حاصل در این واکنش، نیتروژن مونواکسید است.
- ۴) با توجه به واکنش موازنه شده، به ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن، ۲ مول مولکول آب تولید می‌شود.



۵۴- اگر دمای نمونه‌ای گاز شامل O_2 و O_3 را به تدریج کاهش دهیم، ابتدا گاز به حالت مایع تبدیل می‌شود و این گاز نسبت به گاز دیگر، کمتر است.

- | | |
|------------------------|--|
| ۱) O_2 - واکنش‌پذیری | ۲) O_2 - جرم مولی |
| ۳) O_3 - پایداری | ۴) O_3 - شمار جفت الکترون‌های پیوندی |

نقطه جوش گاز اوزون بیشتر از گاز اکسیژن است. پس به هنگام کاهش دمای مخلوط این دو گاز، ابتدا ماده‌ای که نقطه جوش بالاتری دارد، یعنی اوزون، به مایع تبدیل می‌شود. گاز اوزون نسبت به اکسیژن، پایداری کمتر و واکنش‌پذیری بیشتری دارد. این گاز یک اتم اکسیژن بیشتر از گاز اکسیژن دارد؛ پس جرم مولی بیشتری نیز دارد. ساختار لوویس این دو گاز به صورت زیر است:



بنابراین شمار جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول اوزون بیشتر از گاز اکسیژن است.



- گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن
- جرم مولی
 - نقطه جوش
 - واکنش‌پذیری
 - جفت الکترون پیوندی
 - جفت الکترون ناپیوندی
- بیشتری دارد.



۵۵- حجم گازی در شرایط استاندارد، برابر با ۵ لیتر است. اگر دما را $136/5^{\circ}\text{C}$ افزایش دهیم و فشار را $2/5$ برابر کنیم، حجم گاز چند درصد تغییر می‌کند؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - خلاقانه - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

پشت پرده رفتار گازها

در بررسی رفتار گازها با چهار مقدار دما (T)، فشار (p)، حجم (V) و شمار مول (n) روبرو هستیم. حاصل عبارت $\frac{PV}{nT}$ همواره مقدار ثابتی است. پس اگر شمار مول گاز تغییر کند یا با دو نوع گاز سر و کار داشته باشیم، می‌توان نوشت:

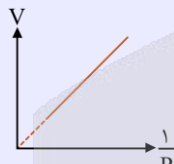
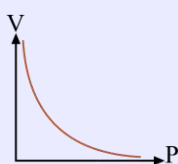
$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

دقت کنید که در این رابطه، دما برحسب کلوین، نوشته می‌شود. برای تبدیل دما برحسب درجه سلسیوس (θ) به کلوین (T) از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$T = \theta + 273$$

رابطه فشار و حجم

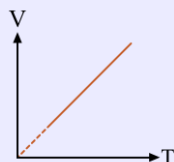
برای مقدار معینی گاز، در دمای ثابت (T و n ثابت)، می‌توان گفت که حجم و فشار نسبت عکس داشته و با افزایش فشار، حجم کاهش می‌یابد:



$$V \propto \frac{1}{P}$$

رابطه حجم و دما

برای مقدار معینی گاز، در فشار ثابت (P و n ثابت)، می‌توان گفت که حجم و دما رابطه مستقیم داشته و با افزایش دما، حجم نیز افزایش می‌یابد:



$$V \propto T$$

هنگامی که دمای گازی $n^{\circ}\text{C}$ تغییر کند، دمای آن برحسب کلوین نیز به همین مقدار تغییر می‌کند. گاز مورد نظر در شرایط استاندارد بوده؛ یعنی در دمای 0°C معادل 273 کلوین بوده است. با افزایش دما، دمای نهایی به $409/5$ کلوین می‌رسد. با استفاده از رابطه زیر، حجم گاز را در شرایط داده شده، به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 5}{273} = \frac{2/5 \times V_2}{409/5} \rightarrow V_2 = 3 \text{ Lit}$$

پس حجم گاز مورد نظر در شرایط داده شده برابر با ۳ لیتر است؛ یعنی ۲ لیتر کاهش یافته است. اگر بخواهیم این تغییر را به درصد بیان کنیم می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$$

پس حجم گاز ۴۰٪ کاهش یافته است.



نکته

هنگامی که بخواهیم درصد تغییرات حجم گاز را محاسبه کنیم، کافی است میزان تغییرات را بر میزان حجم اولیه تقسیم و حاصل کسر را در ۱۰۰ ضرب کنیم:

$$\text{میزان تغییرات حجم گاز} \times 100 = \frac{\text{درصد تغییرات حجم گاز}}{\text{حجم اولیه گاز}}$$



برای تمرین بیشتر مثال زیر را حل کنید:

در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، اگر ۲ مول گاز اکسیژن مصرف شود، چند لیتر گاز اوزون در دمای ۳۶۴ کلوین و فشار $\frac{1}{3}$ atm تولید می‌شود؟

۲۲/۴ (۴)

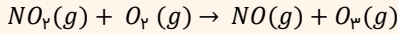
۴۴/۸ (۳)

۸۹/۶ (۲)

۱۷۹/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش تولید اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:



ابتدا حجم مولی گازها را در شرایطی که دما برابر با ۳۶۴ کلوین و فشار $\frac{1}{3}$ atm است، به دست می‌آوریم. برای این کار، شرایط داده شده را با شرایط استاندارد که دما برابر با ۲۷۳ کلوین و فشار ۱ atm است، مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{\frac{1}{3} \times V_2}{364} \rightarrow V_2 = 89.6$$

پس در شرایطی که دما برابر با ۳۶۴ کلوین و فشار $\frac{1}{3}$ atm است، حجم هر مول گاز برابر با ۸۹/۶ لیتر می‌باشد. اکنون حجم گاز O_3 تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$? L O_3 = 2 \text{ mol } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_3}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{89.6 L O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 179.2$$

بنابراین در شرایط مورد نظر، ۱۷۹/۲ لیتر گاز اوزون تولید می‌شود.



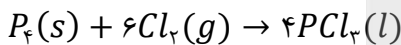
۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد فسفر تری کلرید نادرست است؟

- (۱) در تهیه حشره کش‌ها کاربرد فراوانی دارد.
- (۲) به صورت جامد از واکنش $P_4(s) + Cl_2(g) \rightarrow PCl_3(l)$ به دست می‌آید.
- (۳) همانند آمونیاک دارای یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود است.
- (۴) اگر به جای اتم مرکزی، اتم نیتروژن قرار گیرد، ساختار فضایی مولکول تغییر چندانی نخواهد کرد.

(متوسط - مفهومی - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فسفر تری کلرید از واکنش زیر به دست می‌آید:



عنصر فسفر در حالت آزاد به صورت P_4 است. در واکنش تولید فسفر تری کلرید از عناصر سازنده‌اش، فسفر به صورت جامد، گاز کلر به حالت گازی و فسفر تری کلرید به صورت مایع است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) فسفر تری کلرید یک ماده تجاری مهم است که در تهیه حشره کش‌ها کاربرد فراوانی دارد.
- (۳) ساختار لوویس آمونیاک و فسفر تری کلرید در شکل زیر رسم شده است:



هر دو مولکول دارای یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود هستند.

- (۴) اگر به جای اتم مرکزی که فسفر است، اتم نیتروژن قرار گیرد، ساختار فضایی مولکول تغییر چندانی نخواهد کرد؛ زیرا نیتروژن و فسفر هر دو در گروه ۱۵ قرار دارند و هر دو دارای یک جفت الکترون ناپیوندی هستند.

فسفر تری کلرید

- یک ماده تجاری مهم است.
- در تهیه حشره کش‌ها کاربرد دارد.
- در دمای اتاق مایع است.
- از واکنش P_4 با گاز کلر تولید می‌شود.

۵۷- در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن برابر با $1/6$ گرم بر لیتر باشد، جرم چند لیتر گاز گوگرد دی‌اکسید برابر با 48 گرم است؟
 $(S = 32, O = 16; g.mol^{-1})$

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - خلاقانه - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

چگالی گازها

چگالی هر گاز از تقسیم جرم آن گاز بر حجم آن به دست می‌آید.

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$$

طبق قانون آووگادرو در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای مختلف با هم برابر است. با توجه به این قانون، اگر جرم مولی گاز A برابر با a باشد و جرم مولی گاز B برابر b گرم بر مول باشد و حجم مولی گازها در شرایط مورد نظر برابر با V باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{چگالی گاز } A}{\text{چگالی گاز } B} = \frac{\frac{a}{V}}{\frac{b}{V}} = \frac{a}{b}$$

پس می‌توان گفت که نسبت میان چگالی گاز A به چگالی گاز B برابر با نسبت جرم مولی این دو گاز است. توجه داریم که استفاده از این رابطه فقط در شرایطی کاربرد دارد که دما و فشار نمونه‌های مختلف گازی با هم برابر باشد.

جرم مولی گازهای اکسیژن و گوگرد دی‌اکسید به ترتیب برابر با 32 و 64 گرم بر مول است. پس چگالی SO_2 برابر است با:

$$\frac{\text{چگالی گاز } SO_2}{\text{چگالی گاز } O_2} = \frac{\text{جرم مولی } SO_2}{\text{جرم مولی } O_2} \rightarrow \frac{\text{چگالی گاز } SO_2}{1/6} = \frac{64}{32} \rightarrow \text{چگالی گاز } SO_2 = 3/2$$

چگالی از تقسیم جرم بر حجم به دست می‌آید:

$$\frac{m}{V} = 3/2 \rightarrow \frac{48}{V} = 3/2 \rightarrow V = 15$$

پس جرم 15 لیتر از گاز SO_2 برابر با 48 گرم است.



۵۸- در واکنش موازنه نشده زیر در صورت تولید 10 مول فراورده، چند مول واکنش‌دهنده مصرف می‌شود؟



۸ (۴)

۵ (۳)

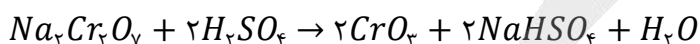
۶ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - سریع) - خلاقانه - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

برای شروع موازنه، ابتدا به $Na_2Cr_2O_7$ ضریب 1 می‌دهیم. با توجه به موازنه سدیم و کروم، به $NaHSO_4$ ضریب 2 و به CrO_3 نیز ضریب 2 تعلق می‌گیرد. سپس گوگرد را موازنه می‌کنیم و به H_2SO_4 نیز، ضریب 2 می‌دهیم. اکنون می‌توان هیدروژن یا اکسیژن را نیز موازنه کرد:



مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر با 3 و 5 است. پس در صورت مصرف 3 مول واکنش‌دهنده، 5 مول فراورده تولید می‌شود. حال مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده را به‌ازای تولید 10 مول فراورده به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{واکنش‌دهنده } 3 \text{ mol}}{\text{فراورده } 5 \text{ mol}} \times \text{فراورده } 10 \text{ mol} = \text{واکنش‌دهنده } 6 \text{ mol} ?$$

بنابراین 6 مول واکنش‌دهنده مصرف می‌شود.

تکنیک

برای حل چنین سؤالاتی می‌توانیم از تناسب استفاده کنیم. بدین‌صورت که در صورت مصرف ۳ مول واکنش‌دهنده، ۵ مول فرآورده تولید می‌شود؛ پس اگر ۱۰ مول فرآورده تولید شود، چند مول واکنش‌دهنده مصرف می‌شود؟

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{10} \rightarrow x = 6$$

با یک تناسب ساده درمی‌یابیم که ۶ مول واکنش‌دهنده مصرف می‌شود!



۵۹- اگر فشار نمونه‌ای گازی را ۲۵٪ افزایش و حجم آن را ۲۵٪ کاهش دهیم، دما چگونه تغییر می‌یابد؟

(۱) ۱۲/۵ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) ۶/۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

(۳) ۱۲/۵ درصد افزایش می‌یابد.

(۴) ۶/۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

متوسط - محاسباتی - استاندارد (ب) - خلاقانه - ۱۰۰۲

هنگامی که فشار ۲۵٪ افزایش یابد، یعنی به مقدار ۱۰۰ درصد اولیه، ۲۵ درصد افزوده شده و به ۱۲۵٪ معادل $\frac{125}{100} = \frac{5}{4}$ مقدار اولیه رسیده است. پس ۱/۲۵ یا $\frac{5}{4}$ برابر شده است. هم‌چنین هنگامی که حجم ۲۵٪ کاهش یابد، یعنی از ۱۰۰ درصد مقدار اولیه، ۲۵ درصد کاهش یافته و به ۷۵٪ معادل $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ حجم اولیه رسیده است. پس داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{\frac{5}{4} P_1 \times \frac{3}{4} V_1}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{15}{16} T_1$$

هنگامی که دما $\frac{15}{16}$ برابر شود، یعنی $\frac{1}{16}$ آن کاهش یافته است. اکنون این مقدار را به درصد تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{1}{16} \times 100 = 6/25\%$$

پس دما ۶/۲۵٪ کاهش یافته است.

جرقه ذهنی

برای محاسبات سریع‌تر، معادل کسرهای زیر را حفظ باشید:

$$\frac{1}{2} = 0/5$$

$$\frac{1}{4} = 0/25$$

$$\frac{3}{4} = 0/75$$

$$\frac{5}{4} = 1/25$$

$$\frac{1}{8} = 0/125$$

$$\frac{3}{8} = 0/375$$

$$\frac{1}{16} = 0/0625$$



۶۰- $10^{22} \times 1/204$ اتم آهن در واکنش با مقدار کافی سولفوریک اسید مطابق واکنش $Fe + H_2SO_4 \rightarrow FeSO_4 + H_2$ ، چند لیتر

گاز هیدروژن آزاد می‌کند؟ (چگالی گاز هیدروژن در شرایط واکنش ۰/۰۸ گرم بر لیتر است.) ($H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۰/۵ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۱ (۲)

۱/۲۵ (۱)

متوسط - محاسباتی - استاندارد (ب) - شبیه کنکور - ۱۰۰۲

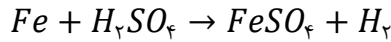
پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

با توجه به چگالی داده شده، می‌توان گفت جرم هر لیتر گاز هیدروژن در شرایط مورد نظر، برابر با ۰/۰۸ گرم است. حجم این گاز برابر است با:

$$? L H_2 = 1/204 \times 10^{22} Fe \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{6 \times 10^{23} Fe} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{1 L H_2}{0/08 \text{ g } H_2} = 0/5$$

در واکنش موازنه شده ضریب همه مواد برابر با ۱ است:



ابتدا به کمک استوکیومتری جرم گاز هیدروژن را به دست می آوریم:

$$g H_2 = 1/2.04 \times 10^{22} Fe \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{6.02 \times 10^{23} Fe} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 0.04$$

حال جرم گاز هیدروژن را در فرمول چگالی قرار داده و حجم آن را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} = \text{چگالی} \rightarrow 0.04 = \frac{0.04}{V} \rightarrow V = 0.01 \text{ L}$$



۶۱- نمودار حجم بر حسب چند مورد از موارد زیر، در صورت ثابت بودن سایر پارامترها، غیرخطی و نزولی است؟

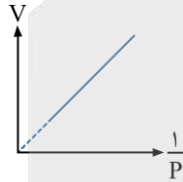
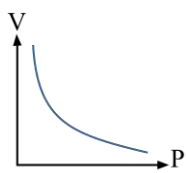
«فشار، معکوس فشار، دما، مول گاز»

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

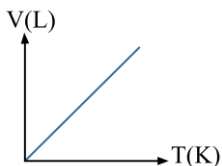
(متوسط - مفهومی - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

فقط نمودار حجم بر حسب فشار به صورت نزولی و غیرخطی است. برای مقدار معینی گاز، در دمای ثابت (T و n ثابت)، می توان گفت که حجم و فشار نسبت عکس داشته و با افزایش فشار، حجم کاهش می یابد:



$$V \propto \frac{1}{P}$$

رابطه حجم و دما مستقیم و نمودار آن به صورت روبه رو است:

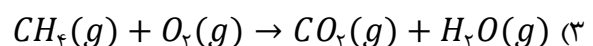
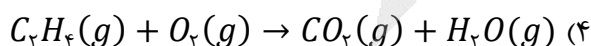
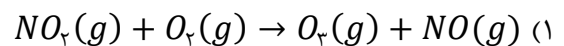
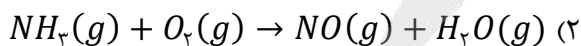


هم چنین با افزایش مول گاز، در صورت ثابت بودن سایر پارامترها، حجم گاز نیز افزایش می یابد. پس حجم و مول گاز نسبت مستقیم دارند و اگر نمودار آن را رسم کنیم، به صورت صعودی است.



۶۲- اگر در حین انجام واکنشی در سیلندری با پیستون متحرک، در دمای ثابت، حجم ظرف تغییر نیابد (واکنش دهنده ها به طور کامل

مصرف می شوند)، کدام یک از واکنش های زیر، نمی تواند در این ظرف انجام شده باشد؟ (واکنش ها موازنه نشده اند.)



(سخت - مفهومی - استاندارد - خلاقانه - ۱۰۰۲)

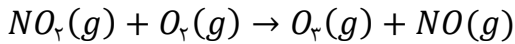
پاسخ: گزینه ۲

در ظرفی که پیستون متحرک دارد، فشار ثابت مانده است. طبق صورت سؤال، دما نیز ثابت است. پس واکنش انجام شده در پیستون، حجم ظرف را تغییر نداده است؛ یعنی واکنشی که در آن انجام شده است، حجم واکنش دهنده و فراورده و به عبارتی مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فراورده ها با هم برابر بوده است.

پس ابتدا واکنش ها را موازنه می کنیم. واکنشی که مجموع ضرایب فراورده های آن برابر با واکنش دهنده های آن نباشد، واکنش مورد نظر ما است:

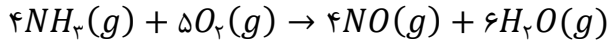


۱ واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



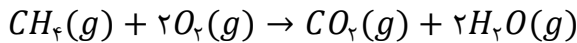
در این واکنش مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها (۲)، برابر با فرآورده‌ها (۲) است.

۲ واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



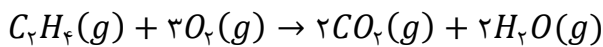
در این واکنش مجموع ضرایب فرآورده‌ها (۱۰)، بیشتر از واکنش دهنده‌ها (۹) است. پس واکنش مورد نظر، همین واکنش است.

۳ واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



در این واکنش مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها (۳)، برابر با فرآورده‌ها (۳) است.

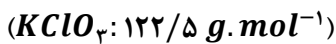
۴ واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



در این واکنش نیز مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها با هم برابر است.



۶۲- شمار مول‌های گاز اکسیژن تولید شده به ازای تجزیه ۱۰ گرم از کدام ترکیب(های) داده شده، بیشتر از ترکیب(های) دیگر است؟



(۴) «ب» و «ج»

(۳) «الف» و «ج»

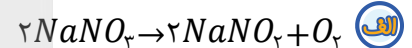
(۲) «ب»

(۱) «الف»

(سخت - محاسباتی - زمان بر) - شبیه کنکور - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:



حال شمار مول گاز اکسیژن تولید شده به ازای تجزیه ۱۰ گرم از هر ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } O_2 = 10 \text{ g } NaNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{85 \text{ g } NaNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } NaNO_3} = \frac{10}{170}$$

$$? \text{ mol } O_2 = 10 \text{ g } KClO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122.5 \text{ g } KClO_3} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = \frac{30}{245}$$

$$? \text{ mol } O_2 = 10 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } N_2O_5} = \frac{10}{216}$$



برای کاهش حجم محاسبات می‌توان مقدار دقیق کسر را محاسبه نکرد و از مقایسه آن‌ها استفاده کرد. بدین منظور صورت کسر را یکسان می‌کنیم و در نهایت کسری که مخرج کوچک‌تری داشته باشد، جواب بزرگ‌تری داشته و گزینه مورد نظر ما است.

صورت دو تا از کسرهای برابر با ۱۰ است. پس صورت و مخرج کسر $\frac{30}{245}$ را نیز بر سه تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{30}{245} \approx \frac{10}{81.6}$$

میان این کسرها، کسر $\frac{10}{81.6}$ بزرگ‌تر است؛ زیرا مخرج کوچک‌تری دارد. پس واکنش مورد نظر واکنش (ب) است.



۶۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - دمای اتاق و فشار یک اتمسفر را شرایط استاندارد (STP) می‌گویند.

ب - شتر، با اکسایش چربی‌های ذخیره شده در کوهان خود، شرایط بی‌آبی را در بیابان‌های گرم سپری می‌کند.

ج - با توجه به قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون برابر با ۲۲/۴ لیتر است.

د - گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب و CO تولید می‌کند.

(۱) «ب» و «د» (۲) «الف» و «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۱	
الف	در شرایط استاندارد (STP)، دما صفر درجه سلسیوس است.
ب	در کوهان شتر، چربی اکسایش یافته و افزون بر تولید انرژی، آب مورد نیاز جانور را نیز تأمین می‌کند.
ج	در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است اما الزاماً برابر با ۲۲/۴ لیتر نیست.
د	گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص سوخته و بخار آب و CO تولید می‌کند.

موارد (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) براساس قرارداد، شیمی‌دان‌ها دمای صفر درجه سلسیوس (نه دمای اتاق) و فشار یک اتمسفر را به‌عنوان شرایط استاندارد (STP) در نظر گرفته‌اند.

ب) شتر جانوری است که می‌تواند چندین روز را بدون نوشیدن آب در هوای گرم بیابان سپری کند. در این شرایط، چربی ذخیره شده در کوهان این جانور اکسایش یافته و افزون بر تولید انرژی، آب مورد نیاز جانور را نیز تأمین می‌کند.

ج) با توجه به قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. به‌عنوان مثال در شرایط یکسان، حجم یک مول گاز نیتروژن (N_2) با حجم یک مول گاز هلیوم (He) برابر است. اگر این شرایط، شرایط استاندارد یعنی دمای $0^\circ C$ و فشار 1 atm باشد، حجم هر مول از هر گازی بدون توجه به جرم مولی آن، برابر با ۲۲/۴ لیتر است. در غیر این صورت حجم مولی در شرایط گوناگون متفاوت است.

د) گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب، CO و گرما تولید می‌کند.

مشاوره‌نامه

دو مورد (ب) و (د) مربوط به تمرینات دوره‌ای هستند. اگر به این سؤال به‌درستی پاسخ دادید یعنی کتاب درسی را با دقت بالایی مطالعه کرده‌اید! توصیه می‌کنیم که همه بخش‌های کتاب، ام از حاشیه‌ها، با هم ببیندیشیم، تمرینات دوره‌ای و ... را با دقت مطالعه کنید!



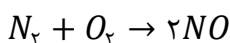
۶۵- در محیط‌هایی که گاز اکسیژن عامل تغییر شیمیایی است، از کدام گاز به‌عنوان جایگزین استفاده می‌شود و گاز حاصل از سوختن آن کدام است؟

- (۱) هیدروژن - H_2O (۲) نیتروژن - NO_2 (۳) هیدروژن - H_2O_2 (۴) نیتروژن - NO

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خط به خط - سریع - خلاقانه - ۱۰۰٪)

گاز نیتروژن فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره بوده که در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیرفعال و واکنش‌ناپذیر است؛ از این رو گاز نیتروژن به جو بی‌اثر شهرت یافته و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است به‌جای آن از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند. واکنش سوختن این گاز به‌صورت زیر است:



یادآوری

این واکنش در طبیعت فقط در حضور گرمای بالای ناشی از رعد و برق انجام می‌شود. در سال‌های آینده خواهیم خواند که این واکنش در دمای بالای ناشی از موتور خودروها نیز انجام می‌شود.



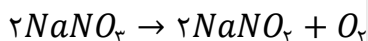
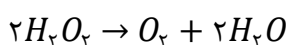
۶۶- ظرفی با حجم ثابت موجود است. اگر گاز اکسیژن تولید شده در واکنش $H_2O_2 \rightarrow O_2 + H_2O$ را، درون این ظرف ریخته و سپس گاز اکسیژن تولید شده در واکنش $NaNO_3 \rightarrow NaNO_2 + O_2$ را به آن بیافزاییم، فشار درون ظرف، در دمای ثابت، ۲ برابر می‌شود. شمار مول H_2O_2 چند برابر مول $NaNO_3$ مصرف شده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۰/۵ (۳) ۱ (۴) ۰/۸

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - محاسباتی - استاندارد - خلاقانه - ۱۰۰٪)

ابتدا واکنش‌های داده شده را موازنه می‌کنیم:



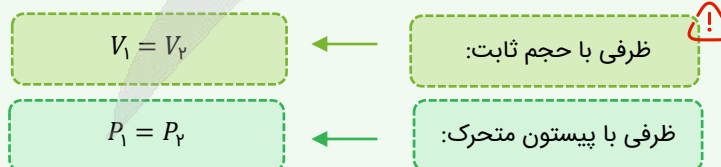
اگر x مول H_2O_2 مصرف شود، $\frac{x}{2}$ مول O_2 در واکنش اول تولید می‌شود. هم‌چنین اگر y مول $NaNO_3$ مصرف شود، $\frac{y}{2}$ مول O_2 در واکنش دوم تولید می‌شود. هنگامی که گاز اکسیژن تولید شده در واکنش دوم به ظرف اضافه شده، فشار آن ۲ برابر شده است؛ مطابق صورت سؤال، دما و حجم ثابت هستند؛ پس با توجه به رابطه (عدد ثابت $= \frac{PV}{nT}$)، فشار با مول گاز نسبت مستقیم دارد. پس می‌توان گفت، مول گاز اکسیژن ۲ برابر شده است. یعنی به گاز اکسیژن اولیه، به همان اندازه اضافه شده است. پس درمی‌یابیم که حجم گاز اکسیژن تولید شده در واکنش دوم، برابر با واکنش اول است:

$$\frac{y}{2} = \frac{x}{2} \rightarrow x = y$$

پس مول H_2O_2 برابر با مول $NaNO_3$ است.

نکته

برای حل مسائل مربوط به گازها به نوع ظرف دقت کنید:



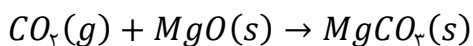
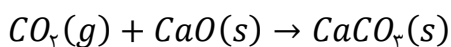
۶۷- در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی جهت تبدیل گاز کربن‌دی‌اکسید به مواد معدنی، آن را با واکنش داده و ترکیبی تولید می‌کنند.

- (۱) آهک - گازی با ۳ نوع عنصر (۲) $CaCO_3$ - جامد و یونی
(۳) $MgCO_3$ - یونی دوتایی (۴) CaO - جامد با ۵ اتم

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - خط به خط - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

برای جلوگیری از ورود کربن دی اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی به هوا، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید (آهک) واکنش می‌دهند:



پس گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند؛ زیرا $CaCO_3$ و $MgCO_3$ فراورده‌های واکنش‌ها هستند. فراورده هر دو واکنش نوعی ماده معدنی جامد است. پس گزینه ۱ نیز نادرست می‌باشد. در فرمول شیمیایی $CaCO_3$ ، ۳ نوع عنصر کلسیم، کربن و اکسیژن وجود دارند که مجموع شمار اتم‌های آن‌ها برابر با ۵ است.



۶۸- کدام یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

 (۱) تمایل به انجام واکنش: $H_2 < O_2$ و $N_2 < H_2$

 (۲) چگالی در شرایط یکسان: $F_2 < Cl_2$

 (۳) نقطه جوش: $O_2 < O_3$

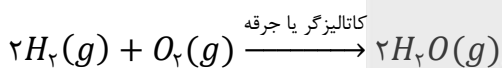
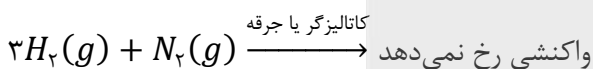
 (۴) حجم مولی در شرایط استاندارد: $N_2 < O_2$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

در شرایط یکسان، حجم هر مول از گازهای مختلف، یکسان است؛ پس حجم یک مول گاز نیتروژن با حجم یک مول گاز اکسیژن برابر است. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش‌پذیری گاز نیتروژن بسیار کم است به‌صورتی که در دمای اتاق و در حضور کاتالیزگر و جرقه نیز با هیدروژن واکنش نمی‌دهد اما گاز اکسیژن با گاز هیدروژن، در حضور کاتالیزگری مانند پلاتین و یا جرقه، واکنش می‌دهد.



۲) در شرایط یکسان، حجم هر مول از گازهای مختلف، یکسان است؛ پس گازی که جرم مولی بیشتری دارد، چگالی (ρ) بالاتری نیز دارد.

$$M_{Cl_2} > M_{F_2} \rightarrow \frac{M_{Cl_2}}{V} > \frac{M_{F_2}}{V} \rightarrow \rho_{Cl_2} > \rho_{F_2}$$

۳) گاز اکسیژن نقطه جوش پایین‌تری نسبت به گاز اوزون دارد. به عبارتی نقطه جوش O_3 و O_2 به‌ترتیب برابر با $112^\circ C$ و $183^\circ C$ است.



۶۹- در ظرف‌های A و B با حجم و دمای ثابت، به‌ترتیب ۱ مول گاز متان و ۱ مول گاز پروپان (C_3H_8) با مقدار کافی گاز اکسیژن می‌سوزند. فراورده هر دو واکنش بخار آب و گاز کربن دی‌اکسید می‌باشد. کدام یک از مطالب زیر صحیح است؟

(۱) در ظرف A، برخلاف ظرف B، در پایان واکنش فشار کاهش می‌یابد.

(۲) شمار مول بخار آب تولید شده در ظرف B، ۲ برابر ظرف A است.

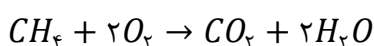
(۳) جرم گاز اکسیژن مصرف شده در ظرف B، ۲ برابر ظرف A است.

 (۴) شمار مول گاز CO_2 تولید شده در ظرف B، ۲ برابر ظرف A است.

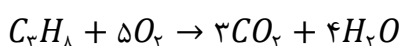
پاسخ: گزینه ۲

(سخت - ترکیبی - استاندارد - خلاقانه - ۱۰۰۲)

واکنش انجام شده در ظرف A به‌صورت زیر است:



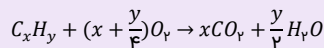
واکنش انجام شده در ظرف B به‌صورت زیر است:





یادآوری

هیدروکربن‌ها ترکیباتی هستند که فقط از هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند؛ به‌عنوان مثال متان (CH_4) نوعی هیدروکربن است. واکنش کلی سوختن هیدروکربن‌ها به‌صورت زیر است:



به عبارتی ضریب CO_2 را، برابر با زیروند کربن در C_xH_y و ضریب H_2O را، برابر با نصف زیروند هیدروژن در C_xH_y قرار می‌دهیم. سپس اکسیژن را موازنه می‌کنیم و در صورت نیاز و کسری شدن ضریب آن، کل ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ در ظرف A پس از پایان واکنش، فشار ثابت می‌ماند. زیرا دما و حجم ثابت بوده و مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها با مجموع شمار مول فراورده‌ها برابر است. در ظرف B، فشار افزایش می‌یابد؛ زیرا مجموع شمار مول فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.
- ۲ شمار مول بخار آب تولید شده در ظرف B، ۲ برابر ظرف A است.
- ۳ شمار مول گاز اکسیژن مصرف شده در ظرف B، ۲/۵ برابر ظرف A است. پس جرم آن نیز، ۲/۵ برابر است.

نکته

برای مقایسه جرم یک ماده در دو واکنش، از مقایسه شمار مول آن کمک می‌گیریم؛ بدین ترتیب نیازی به محاسبه جرم آن ماده نیست و با سرعت بالاتری به جواب می‌رسیم. به‌عنوان مثال در این دو واکنش برای مقایسه جرم گاز اکسیژن، کافی است شمار مول آن را مقایسه کنیم. زیرا اگر شمار مول آن در یک واکنش n برابر باشد، جرم آن نیز n برابر واکنش دیگر است.

- ۴ شمار مول گاز CO_2 تولید شده در ظرف B، ۳ برابر ظرف A است.

۱۰ atm
pt

۷۰- کدام یک از مطالب زیر، در مورد واکنش $A \xrightarrow{\Delta} B$ درست است؟

- ۱ در اثر انجام واکنش، گرما مصرف می‌شود.
- ۲ واکنش‌دهنده‌ها در اثر گرم شدن، واکنش می‌دهند.
- ۳ در اثر انجام واکنش، فشار تا ۱۰ atm بالا می‌رود.
- ۴ برای انجام واکنش، فلز پالادیم به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.

(آسان - خط به خط - سریع - خلاقانه - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

راهنمای نمادهای واکنش‌های شیمیایی

معنا	نماد
تولید می‌کند یا می‌دهد.	\longrightarrow
واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.	$\xrightarrow{\Delta}$
واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.	$\xrightarrow{20\text{atm}}$
واکنش در دمای ۱۲۰۰ درجه سلسیوس انجام می‌شود.	$\xrightarrow{1200^\circ\text{C}}$
برای انجام واکنش، از فلز پالادیم (Pd) به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود.	$\xrightarrow{Pd(s)}$

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ و ۲ علامت Δ ، نشان‌دهنده این است که واکنش‌دهنده‌ها برای شروع واکنش، به گرما لازم دارند اما طی این فرایند، ممکن است گرما آزاد یا مصرف شود.
- ۳ واکنش در فشار ۱۰ atm انجام می‌شود.
- ۴ نماد عنصر پلاتین است؛ بنابراین برای انجام واکنش، فلز پلاتین به‌عنوان کاتالیزگر استفاده می‌شود. کاتالیزگرها فقط سرعت واکنش را افزایش می‌دهند ولی با مواد واکنش‌دهنده واکنش نمی‌دهند؛ به عبارتی مصرف نمی‌شوند.



وقتی که حالِ درس خواندن نداری درساتو گوش بده!!

«پادکست‌های درسی دیجی ماز»



اسکن کن!

برای دریافت
روی لینک بزن!
digimaze.org



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

