

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه دهم



نیم سال دوم  $\frac{2}{8}$



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

### هندسه ۱

**چندضلعی‌ها**  
درس ۱: چندضلعی‌ها  
و ویژگی‌هایی از آن‌ها  
صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴

سهم در کنکور: —

### ریاضی ۱

**معادله‌ها و نامعادله‌ها/**  
درس ۲: سهمی /  
درس ۳: تعیین علامت  
**تابع/** درس ۱: مفهوم تابع  
و بازنمایی‌های آن  
صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۰

سهم در کنکور: —

### شیمی ۱

**ردپای گازها در زندگی**  
فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی  
و قانون پایستگی جرم  
تا پایان اوزون دگرشکلی  
از اکسیژن در هواکره  
صفحه‌های ۶۲ تا ۷۵

سهم در کنکور: ۲ سؤال

### فیزیک ۱

**کار، انرژی و توان + دما و گرما**  
(تا انتهای انبساط غیرعادی آب)  
صفحه‌های ۷۱ تا ۹۵

سهم در کنکور: ۱ سؤال

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

### گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

### گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

### گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

### گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

### گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدردن به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه



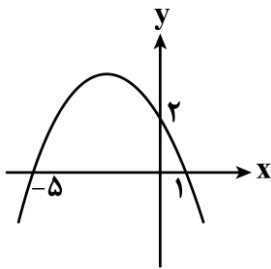
۱- سهمی به معادله  $y = 3x^2 + mx - 9$  محور Xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. طول نقطه برخورد دیگر سهمی با محور Xها کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۲- کدام یک از سهمی‌های زیر هیچ نقطه مشترکی با محور Xها ندارد؟

- (۱)  $y = -x^2 + 6x + 2$  (۲)  $y = x^2 + x + \frac{1}{4}$   
 (۳)  $y = 2x^2 + 4x$  (۴)  $y = -x^2 + 3x - 4$

۳- معادله سهمی شکل مقابل به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  است. مقدار  $a$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{5}{3}$  (۲)  $-\frac{5}{2}$   
 (۳)  $-\frac{3}{5}$  (۴)  $-\frac{2}{5}$

۴- نقاط  $A(-2, y_1)$  و  $B(8, y_1)$  روی سهمی  $y = 2x^2 + (2m-3)x + m + 4$  قرار دارند. این سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{7}{2}$

محل انجام محاسبات





۵- اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + 2x + 5$  که پایین ترین نقطه آن است روی سهمی  $y = 4x^2$  قرار داشته باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{5}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{4}{5}$       (۴) -۱

۶- جدول تعیین علامت عبارت  $P = (2n-3)x + 3n-1$  به صورت مقابل است. اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد، مقدار  $m+n$  کدام است؟

x	m
P	+   0   -

- (۱) ۵  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۷- تعداد اعداد صحیحی که در نامعادله  $\frac{-x+25}{4} \leq 3x-4 < 2-7x$  صدق می کنند، کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۵

۸- عبارت  $P(x) = 3x^2 - bx + c$  در  $\mathbb{R} - \{2\}$  مثبت است. عبارت  $q(x) = cx + b$  در کدام بازه منفی است؟

- (۱)  $(2, 4)$       (۲)  $(-2, 0)$       (۳)  $(-1, 1)$       (۴)  $(-4, -2)$

۹- کوچک ترین مقدار صحیح  $m$  که به ازای آن، نمودار سهمی به معادله  $y = (2m-29)x^2 - 2(m+3)x - 1$  همواره پایین محور  $x$ ها است، کدام است؟

- (۱) -۹      (۲) ۱      (۳) -۱۰      (۴) ۲

محل انجام محاسبات





۱۰- جدول تعیین علامت عبارت  $P(x) = (m+4)x^2 + 2mx + n$  به صورت مقابل است. حاصل عبارت  $P(x)$  به ازای  $x = -1$  کدام است؟

$x$	$\Delta$		
$P(x)$	+	○	-
		۳۲ (۲)	۴۸ (۱)
		۴۴ (۴)	۳۶ (۳)

۱۱- مجموعه جواب نامعادله  $|9-2x| > 5$  را با  $A$  و مجموعه جواب نامعادله  $|x-7| < 3$  را با  $B$  نمایش می دهیم. چند عدد صحیح در مجموعه  $(A \cup B)$  وجود ندارد؟

هیچ (۱)	۱ (۲)	۳ (۳)	۴ بی شمار (۴)
---------	-------	-------	---------------

۱۲- اگر  $x = n$  بزرگ ترین عدد صحیحی باشد که در نامعادله  $\frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} < 2$  صدق می کند، مقدار  $n^2 + n$  کدام است؟

۶ (۱)	۵ (۲)	-۲ (۳)	-۳ (۴)
-------	-------	--------	--------

۱۳- اگر بازه  $(a, b)$  بزرگ ترین بازه ای باشد که نمودار سهمی  $y = -x^2 + 5x$  بالای خطی به معادله  $y = x - 12$  قرار داشته باشد، حاصل  $2a + b$  کدام است؟

۲ (۱)	۴ (۲)	-۲ (۳)	-۴ (۴)
-------	-------	--------	--------

۱۴- اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین عدد صحیح موجود در مجموعه جواب نامعادله  $x^4 - 10x^2 < 24$  کدام است؟

۱۰ (۱)	۴ (۲)	۶ (۳)	۸ (۴)
--------	-------	-------	-------

۱۵- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{5x-4}{3x+12} < 1$  را به صورت  $|x-\alpha| < \beta$  نمایش دهیم، حاصل  $\alpha - \beta$  کدام است؟

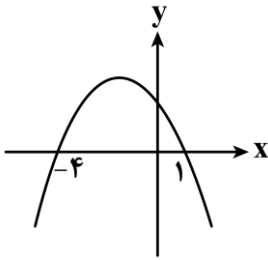
-۸ (۱)	-۴ (۲)	۸ (۳)	۴ (۴)
--------	--------	-------	-------

محل انجام محاسبات



۱۶- نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل مقابل است. چه تعداد عدد طبیعی در مجموعه جواب نامعادله

$$\frac{5x - x^2}{ax^2 + bx + c} < 0 \text{ وجود دارد؟}$$



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) بی شمار

۱۷- بازه‌های  $(a, b)$  و  $(c, d)$  بزرگ‌ترین بازه‌هایی هستند که علامت عبارت  $P(x) = \frac{(x^2 + x)(x^2 + 2x - 8)}{(x - 3)^2}$  در آن منفی

است. مجموع طول این بازه‌ها کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۱۸- کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی‌کند؟

(۱) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.

(۲) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

(۴) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولدش را نسبت می‌دهد.

۱۹- اگر رابطه  $f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (a^2 - 3a, 4), (5, 6), (-2, a), (-1, a^2 - 2)\}$  مفروض باشد، به ازای کدام مقدار  $a$ ،

رابطه  $f$  یک تابع است؟

(۲) فقط  $a = 2$

(۱)  $a = \pm 2$

(۴) به ازای هیچ مقدار  $a$

(۳) فقط  $a = -2$

محل انجام محاسبات





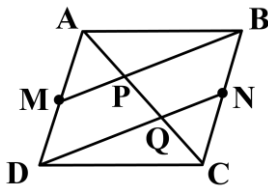
۲۰- حداقل چند عضو از مجموعه  $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{4}{|y|} \right\}$  حذف کنیم تا  $f$  یک تابع باشد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۲۱- اگر تعداد قطرهای  $(n+3)$  ضلعی منتظم، ۴ برابر تعداد قطرهای  $n$  ضلعی منتظم باشد، اختلاف تعداد قطرهای این دو چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۱۵      (۲) ۱۲      (۳) ۲۱      (۴) ۱۸

۲۲- مطابق شکل زیر، چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع است و نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط اضلاع  $AD$  و  $BC$  می باشند. اگر  $AQ = 9$  باشد، آن گاه اندازه  $AC$  برابر کدام است؟



- (۱) ۱۸  
(۲) ۲۷  
(۳)  $12/5$   
(۴)  $13/5$

۲۳- مساحت مثلث  $\triangle ABC$  با فرض  $\hat{A} = 90^\circ$ ،  $BC = 24$  و  $\hat{C} = 15^\circ$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳۶      (۲) ۴۸      (۳) ۷۲      (۴) ۹۶

۲۴- از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ یک مربع ایجاد می شود. مساحت این مربع چقدر است؟

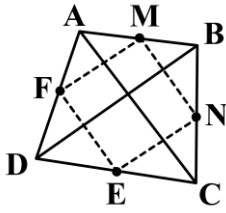
- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳) ۲      (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات



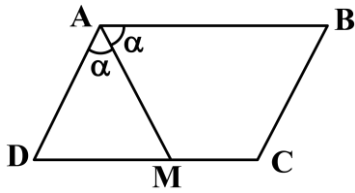


۲۵- نقاط  $M, N, E$  و  $F$  وسط اضلاع چهارضلعی  $ABCD$  هستند. اگر  $2AC = 3BD = 24$ ، آن گاه محیط چهارضلعی  $MNEF$  چقدر است؟



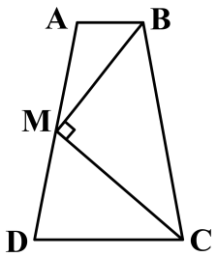
- (۱) ۱۰
- (۲) ۳۰
- (۳) ۲۰
- (۴) ۴۰

۲۶- در شکل مقابل،  $ABCD$  متوازی الاضلاع و  $ABCM$  دوزنقه متساوی الساقین است. اندازه زاویه  $\hat{A}BC$  چند درجه است؟



- (۱)  $60^\circ$
- (۲)  $45^\circ$
- (۳)  $75^\circ$
- (۴)  $72^\circ$

۲۷- مطابق شکل، نقطه  $M$  وسط ساق دوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$  قرار دارد. اگر  $MD = 5$  و  $\hat{B}MC = 90^\circ$  باشد، آن گاه محیط این دوزنقه برابر کدام است؟

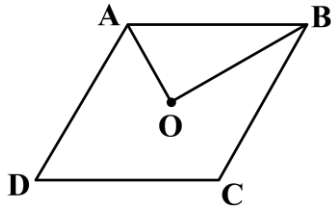


- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

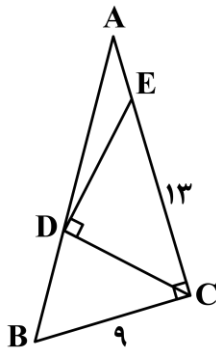


۲۸- مطابق شکل مقابل، در متوازی‌الاضلاع ABCD نقطه O از اضلاع AB و BC به یک فاصله است. اگر  $\hat{D} = 60^\circ$  و  $S_{\triangle AOB} = 2\sqrt{3}$  باشد، آن‌گاه فاصله O تا وسط ضلع AB چقدر است؟



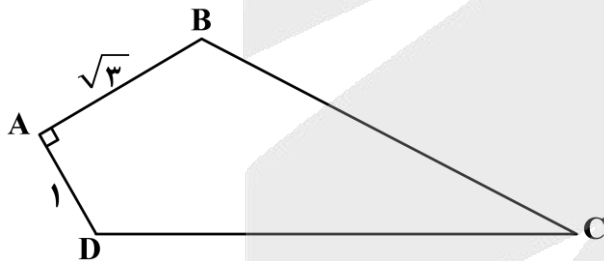
- (۱)  $\sqrt{3}$
- (۲)  $\frac{3}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۲۹- مطابق شکل مقابل، در مثلث ABC، اگر  $AC \perp BC$ ،  $CD \perp DE$  و CD نیمساز زاویه C بوده و در مثلث CDE ارتفاع وارد بر EC موازی BC باشد، آن‌گاه طول AE برابر کدام است؟



- (۱)  $5/2$
- (۲)  $6/6$
- (۳)  $10/4$
- (۴)  $13/2$

۳۰- در شکل زیر، از نقاط B و D به ترتیب دو پاره‌خط موازی اضلاع AD و AB چنان رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه E درون چهارضلعی قطع کنند. اگر  $\hat{CDE} = 30^\circ$  و فاصله E تا وسط BC برابر  $1/5$  باشد، طول ضلع DC برابر کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

محل انجام محاسبات



# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه دهم



نیم سال دوم  $\frac{2}{8}$



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرایبی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

### هندسه ۱

**چندضلعی‌ها**  
درس ۱: چندضلعی‌ها  
و ویژگی‌هایی از آن‌ها  
صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴

سهم در کنکور: —

### ریاضی ۱

**معادله‌ها و نامعادله‌ها/**  
درس ۲: سهمی /  
درس ۳: تعیین علامت  
**تابع/** درس ۱: مفهوم تابع  
و بازنمایی‌های آن  
صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۰

سهم در کنکور: —

### شیمی ۱

**ردپای گازها در زندگی**  
فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی  
و قانون پایستگی جرم  
تا پایان اوزون دگرشکلی  
از اکسیژن در هواکره  
صفحه‌های ۶۲ تا ۷۵

سهم در کنکور: ۲ سؤال

### فیزیک ۱

**کار، انرژی و توان + دما و گرما**  
(تا انتهای انبساط غیرعادی آب)  
صفحه‌های ۷۱ تا ۹۵

سهم در کنکور: ۱ سؤال

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

اگر قصد داری از نیمه دوم سال شروع کنی و با موفقیت همه رو شگفت زده کنی، این برنامه برای توئه!

### گام اول (گرم کردن با آزمون ۹ بهمن):

با استفاده از مطالعه‌ای که برای امتحانات نیمسال اول داشته‌اید، در آزمون ۹ بهمن شرکت کنید و فقط به دید تمرین برای شروع (گرم کردن اولیه) به این آزمون نگاه کنید.

### گام دوم (شروع پرانرژی در بهمن و اسفند):

در آزمون‌های ۲۳ بهمن، ۷ اسفند و ۲۱ اسفند، به مطالب سه هشتم ابتدایی نیمسال دوم مسلط می‌شوید.

### گام سوم (جبران نیمسال اول در فرصت طلایی نوروز):

از ۲۲ اسفند تا ۶ فروردین، به جبران، مرور و جمع‌بندی نیمسال اول می‌پردازید و با آزمون ۶ فروردین به مطالب نیمسال اول مسلط می‌شوید.

### گام چهارم (تکمیل یادگیری نیمسال دوم بعد از ایام نوروز):

از ۷ فروردین تا ۲۴ اردیبهشت، به مطالب پنج‌هشتم پایانی نیمسال دوم مسلط می‌شوید و با آمادگی کامل به استقبال امتحانات خرداد ماه می‌روید.

### گام پنجم (بهترین پایان برای سال تحصیلی):

تکمیل یادگیری و جمع‌بندی کامل برای ورود پرقدردن به سال تحصیلی بعد؛ آزمون جامع کل پایه در ۲۸ خردادماه

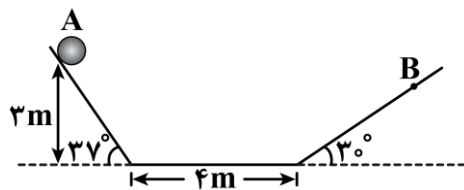




۳۱- جسمی از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی این جسم در ارتفاع ۵ متری سطح زمین برابر با  $8 \frac{m}{s}$  باشد، چند درصد از انرژی اولیه آن در طی مسیر به انرژی درونی جسم و مولکول‌های هوا تبدیل می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ ) و سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.

- ۱۸ (۱)      ۳۶ (۲)      ۶۴ (۳)      ۸۲ (۴)

۳۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2kg$  از نقطه A با تندی  $5 \frac{m}{s}$  مماس بر سطح رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر جسم در سمت مقابل، حداکثر تا نقطه B بالا رفته و در این جابه‌جایی، ۴۰ درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم توسط نیروهای مقاوم تلف شوند، جسم تا رسیدن به نقطه B، چه مسافتی را بر حسب متر طی کرده است؟



( $\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۱۰ (۲)      ۷/۵ (۱)  
۱۹ (۴)      ۱۶/۵ (۳)

۳۳- دو ماشین A و B مطابق جدول زیر کار مفید یکسانی را انجام می‌دهند. کدام گزینه در مورد مقایسه توان مفید و بازده (Ra) این دو ماشین صحیح است؟

ماشین	کار مفید انجام شده	مدت زمان انجام کار W	انرژی مصرف شده جهت انجام کار W
A	W	t	۲E
B	W	۲t	E

- $Ra_B > Ra_A$  (۴)       $Ra_B = Ra_A$  (۳)       $P_A = P_B$  (۲)       $P_A < P_B$  (۱)

۳۴- جرم اتاقک آسانسوری به همراه بار آن ۱ تن است. اگر این آسانسور فاصله ۲۰ متری بین طبقات سوم تا نهم یک برج تجاری را با تندی ثابت  $5 \frac{m}{s}$  طی کند، توان متوسط خروجی موتور آن چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ ) و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود.

- ۵۰ (۴)      ۴۰ (۳)      ۲۵ (۲)      ۲۰ (۱)

محل انجام محاسبات





۳۵- یک موتور الکتریکی در مدت ۱ دقیقه یک سطل پر از آب به جرم  $30\text{ kg}$  را از کف چاهی با تندی ثابت  $9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  بالا می‌کشد تا به سطح زمین برسد. توان متوسط موتور چند اسب بخار است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ,  $1\text{ hp} = 750\text{ W}$  و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود).

- (۱)  $3/6$  (۲)  $0/75$  (۳)  $1$  (۴)  $1/5$

۳۶- توان پمپی  $4\text{ kW}$  است. اگر بازده این پمپ،  $60\%$  درصد باشد، حداکثر چند لیتر آب را در مدت یک دقیقه به اندازه  $12\text{ m}$  با تندی ثابت بالا می‌برد؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱)  $1000$  (۲)  $1200$  (۳)  $2000$  (۴)  $2400$

۳۷- توان یک وسیله برقی  $1500\text{ W}$  است. اگر بازده این وسیله  $80\%$  درصد باشد، در مدت یک دقیقه چند کیلوژول انرژی هدر می‌رود؟

- (۱)  $15$  (۲)  $16$  (۳)  $18$  (۴)  $20$

۳۸- کدام یک از دماسنج‌های زیر جزو دماسنج‌های معیار نمی‌باشد؟

- (۱) دماسنج گازی (۲) دماسنج مقاومت پلاتینی (۳) تفسنج (۴) دماسنج ترموکوپل

۳۹- اگر دما در مقیاس فارنهایت را با  $F$  و دما در مقیاس کلونین را با  $T$  نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $9F = 5T + 1653$  (۲)  $9T = 5F + 2297$  (۳)  $5T = 9F + 1077$  (۴)  $5F = 9T + 2617$

۴۰- یکای ضریب انبساط طولی و حجمی در SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $K$  و  $K^3$  (۲)  $K$  و  $K$  (۳)  $\frac{1}{K}$  و  $\frac{1}{K^3}$  (۴)  $\frac{1}{K}$  و  $\frac{1}{K}$

۴۱- طول یک پل معلق در پایین‌ترین دمای منطقه  $1500\text{ m}$  است. این پل از نوعی فولاد با ضریب انبساط طولی  $\frac{1}{C} \times 10^{-6}$  ساخته شده است. دمای این پل چند درجه سلسیوس تغییر کند تا طول آن  $90\text{ cm}$  افزایش یابد؟

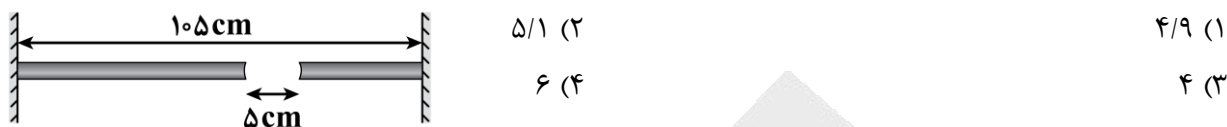
- (۱)  $40$  (۲)  $50$  (۳)  $80$  (۴)  $100$

محل انجام محاسبات

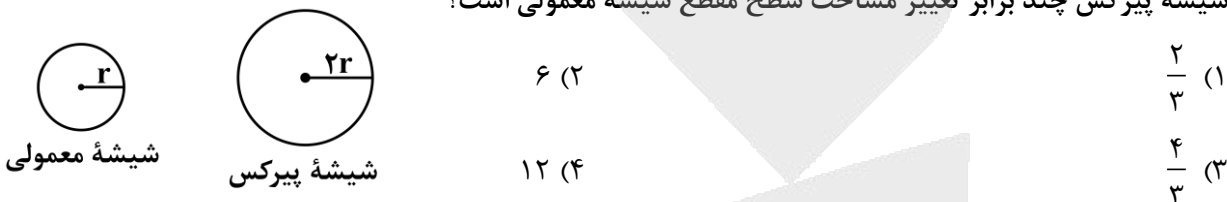




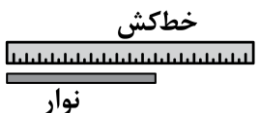
۴۲- مطابق شکل زیر، دو میله برنجی به فاصله ۵cm از یکدیگر بین دو دیوار قرار دارند. اگر دمای میله‌ها را  $50^{\circ}\text{C}$  افزایش دهیم، فاصله بین دو میله به چند سانتی‌متر می‌رسد؟  $(\alpha_{\text{برنج}} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}})$



۴۳- مطابق شکل زیر، دمای دو صفحه شیشه‌ای، یکی از جنس شیشه معمولی  $(\alpha_{\text{معمولی}} = 9/6 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}})$  و دیگری از جنس شیشه پیرکس  $(\alpha_{\text{پیرکس}} = 3/2 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}\text{C}})$  را به یک اندازه افزایش می‌دهیم. تغییر مساحت سطح مقطع شیشه پیرکس چند برابر تغییر مساحت سطح مقطع شیشه معمولی است؟



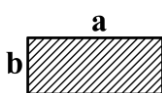
۴۴- مطابق شکل زیر، طول یک نوار فلزی را توسط یک خط‌کش فلزی اندازه می‌گیریم. اگر ضریب انبساط طولی خط‌کش بیش‌تر از ضریب انبساط طولی نوار باشد، در کدام موارد زیر، اندازه خوانده‌شده از اندازه قبلی نوار، بزرگ‌تر است؟



- الف - دمای خط‌کش و نوار را به یک اندازه افزایش دهیم.  
 ب - دمای خط‌کش و نوار را به یک اندازه کاهش دهیم.  
 ج - فقط خط‌کش را گرم کنیم.

- (۱) «الف» و «ج»      (۲) «ب» و «ج»      (۳) فقط «الف»      (۴) فقط «ب»

۴۵- صفحه مستطیلی فلزی زیر را گرم می‌کنیم تا طول a به اندازه  $\Delta a$  تغییر کند و به  $a'$  برسد و عرض b به اندازه  $\Delta b$  تغییر کند و به  $b'$  برسد. کدام گزینه درست است؟



- (۱)  $\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a}{b}$
- (۲)  $\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} > \frac{a}{b}$
- (۳)  $\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} < \frac{a}{b}$
- (۴)  $\frac{\Delta a}{\Delta b} \neq \frac{a'}{b'}$

محل انجام محاسبات





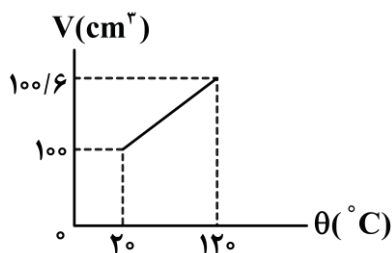
۴۶- دمای آب یک ظرف را از  $35^{\circ}\text{F}$  به  $3/5^{\circ}\text{C}$  می‌رسانیم. چگالی آب درون ظرف چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش  
(۲) پیوسته افزایش  
(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش  
(۴) پیوسته کاهش

۴۷- اگر دمای یک قطعه فلز را  $200^{\circ}\text{C}$  افزایش دهیم، در نتیجه چگالی آن  $1/8$  درصد کاهش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟

- (۱)  $30 \times 10^{-4}$  (۲)  $90 \times 10^{-4}$  (۳)  $90 \times 10^{-6}$  (۴)  $30 \times 10^{-6}$

۴۸- نمودار تغییر حجم یک کره توپر فلزی بر حسب دما مطابق شکل زیر است. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟



- (۱)  $1/8 \times 10^{-4}$   
(۲)  $1/8 \times 10^{-5}$   
(۳)  $2 \times 10^{-5}$   
(۴)  $6 \times 10^{-5}$

۴۹- هوای اتاق C، ۷ کلوین سردتر از هوای اتاق B و ۹ درجه فارنهایت گرم‌تر از هوای اتاق A است. اگر دمای هوای اتاق B، ۳۰۰ کلوین باشد، دمای هوای اتاق A چند درجه فارنهایت است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۷ (۳) ۵۹ (۴) ۶۸

۵۰- در شکل زیر، یک لیتر گلیسرین با ضریب انبساط حجمی  $\frac{1}{5} \times 10^{-4} / ^{\circ}\text{C}$  در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  درون یک ظرف شیشه‌ای و لوله‌ای با سطح مقطع داخلی  $2\text{cm}^2$  قرار دارد. ابتدا به ظرف گرما می‌دهیم تا دمای گلیسرین به  $60^{\circ}\text{C}$  برسد. سپس، انتقال گرما را متوقف کرده تا گلیسرین دوباره به دمای اولیه خود برگردد. در پایان این فرایند، چند سانتی‌متر از طول لوله خالی می‌ماند؟ (از انبساط ظرف صرف نظر کنید).



- (۱) ۵  
(۲)  $9/4$   
(۳) ۱۰  
(۴)  $10/1$

محل انجام محاسبات



۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) مولکول  $N_2$  طی دو مرحله واکنش با گاز اکسیژن، به گاز نیتروژن دی‌اکسید تبدیل می‌شود.
- ۲) اوزون در لایه تروپوسفر، آلاینده‌ای سمی و خطرناک است که سبب سوزش چشم‌ها و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.
- ۳) رد پای کربن دی‌اکسید نشان می‌دهد در تولید یک محصول یا بر اثر انجام یک فعالیت چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می‌شود.
- ۴) بر اساس قانون پایستگی جرم، در واکنش سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها با جرم  $CO$  تولید شده برابر است.

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) برگ گیاه سویا زیست تخریب‌پذیر است و به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شود.
- ۲) پلیمرهایی مانند نشاسته که در ساختار خود نیتروژن دارند، در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند.
- ۳) کربن دی‌اکسید تولید شده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم کربنات یا کلسیم کربنات واکنش می‌دهند.
- ۴) میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که حاوی گاز و نفت هستند، جاهای مناسبی برای دفن گاز  $CO_2$  هستند.

۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، در مورد واکنش کربن دی‌اکسید با آهک، درست هستند؟

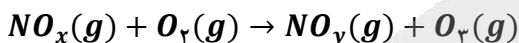
- الف - طی این واکنش ترکیب یونی دوتایی جامد تولید می‌شود.
- ب - شمار مول فراورده‌ها (ها) نصف مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها است.
- ج - در فرمول شیمیایی فراورده یونی، شمار مول آنیون و کاتیون با هم برابر است.
- د - این واکنش در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی به منظور تبدیل کربن دی‌اکسید به ماده آلی انجام می‌شود.

- ۱) «الف» و «ب»      ۲) «ب» و «ج»      ۳) «ج» و «د»      ۴) «الف» و «د»

۵۴- مدل فضاپرکن کدام یک از مولکول‌های زیر، با سایر مولکول‌ها تفاوت دارد؟

- ۱) اوزون      ۲) کربن دی‌اکسید      ۳) آب      ۴) گوگرد دی‌اکسید

۵۵- واکنش زیر تولید اوزون تروپوسفری را نشان می‌دهد. کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- ۱) گاز  $NO_x$  از سوختن گاز  $N_2$  تولید می‌شود.
- ۲) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در گاز  $NO_y$  بیشتر از گاز  $NO_x$  است.
- ۳) به دلیل قهوه‌ای بودن گاز  $NO_y$ ، هوای کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.
- ۴) در طبیعت، واکنش تولید  $NO_y$  از عناصر سازنده‌اش، تنها هنگام رعد و برق انجام می‌شود.

محل انجام محاسبات





۵۶- کدامیک از مطالب زیر، جمله زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«آلوتروپی از اکسیژن که در لایه ..... اثرات مفیدی دارد، دارای ..... است.»

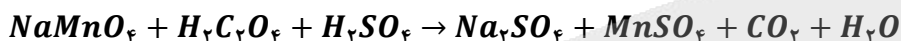
- (۱) تروپوسفر - نقطه جوش بالاتری نسبت به آلوتروپ دیگر
- (۲) تروپوسفر - پایداری بیشتری نسبت به آلوتروپ دیگر
- (۳) استراتوسفر - شمار جفت الکترون ناپیوندی سه برابر شمار جفت الکترون پیوندی
- (۴) استراتوسفر - نقطه جوش پایین تر از نقطه تصعید کربن دی اکسید، برخلاف آلوتروپ دیگر

۵۷- چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - فراورده های سوختن متان، از جمله گازهایی هستند که مانع از خروج پرتوهای گسیل شده از زمین می شوند.
- ب - زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت پرتوهای با انرژی کمتر از نور مرئی، از دست می دهد.
- ج - بخش عمده ای از پرتوهای خورشیدی، به فضا بازتاب شده و موجب جلوگیری از گرم شدن بیش از حد زمین می شوند.
- د - مولکول های کربن دی اکسید، پرتوهای گسیل شده از سطح زمین را، به صورت پرتوهای با طول موج بیشتر، بازتاب می کنند.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۵۸- در واکنش زیر، اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده ها و فراورده ها کدام است؟



(۱) ۱۱      (۲) ۱۰      (۳) ۹      (۴) ۸

۵۹- عناصر اصلی موجود در سوخت های سبز در کدامیک از ترکیبات زیر دیده می شود؟

(۱) متان      (۲) سولفوریک اسید      (۳) آهک      (۴) اتانول

۶۰- کدامیک از گازهای زیر از جمله آلاینده های تولید شده در اثر سوزاندن سوخت های فسیلی است و شمار جفت الکترون های ناپیوندی آن به درستی نوشته شده است؟

(۱)  $SO_2$  : ۸      (۲)  $NO_2$  : ۶      (۳)  $CO$  : ۲      (۴)  $CO_2$  : ۲

۶۱- کدامیک از مطالب زیر، نادرست است؟

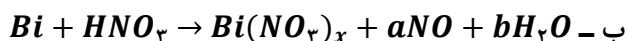
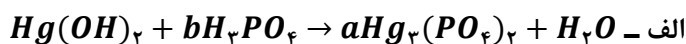
- (۱) به دلیل برگشت پذیری واکنش تولید اوزون از اکسیژن، مقدار اوزون در لایه استراتوسفر ثابت است.
- (۲) پرتوهای فرابنفش همه پیوندهای اشتراکی در مولکول اوزون را شکسته و سه اتم اکسیژن تولید می کنند.
- (۳) از اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره بینی درون آب استفاده می شود.
- (۴) مقدار گاز اوزون در هواکره ناچیز است و بیشترین مقدار آن در لایه استراتوسفر، در محدوده لایه اوزون قرار گرفته است.

محل انجام محاسبات





۶۲- با توجه به واکنش اول، مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش دوم کدام مقدار می تواند باشد؟



(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۶۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش سوختن  $NO$  نادرست است؟ ( $N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

(۱) با مصرف ۳۰ گرم  $NO$ ، ۴۶ گرم فراورده قهوه‌ای رنگ تولید می شود.

(۲) به ازای مصرف  $10^{23} \times 6/02$  مولکول اکسیژن، ۲ مول گاز  $NO$  مصرف می شود.

(۳) فراورده این واکنش در میان فراورده های سوختن زغال سنگ وجود دارد.

(۴) به ازای مصرف هر مول گاز اکسیژن، جرم گاز قهوه‌ای رنگ ۹۲ گرم کاهش می یابد.

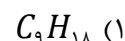
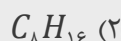
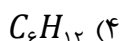
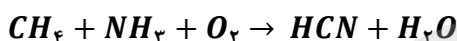
۶۴- چند مورد از واکنش های زیر برگشت پذیر هستند؟

«واکنش انجام شده در باتری های شارژی، واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، تبخیر مایعات، سوختن زغال سنگ»

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۵- واکنش سوختن نوعی هیدروکربن، به صورت  $C_nH_{2n} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$  است. اگر ضریب آب در این واکنش،

با ضریب آب در واکنش زیر، برابر باشد، هیدروکربن مورد نظر کدام است؟



۶۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - اوزون در لایه های مختلف هواکره عملکردی دوگانه دارد.

ب - بخش قابل توجهی از اوزون تروپوسفری در طول روز تشکیل می شود.

ج - در دمای  $120^\circ C$  - و فشار  $1 atm$ ، اوزون به حالت مایع و اکسیژن به حالت گازی است.

د - در واکنش تولید اوزون از گاز اکسیژن در لایه استراتوسفر، پرتوهای فروسرخ جذب می شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۷-  $X$  یونی دو بار منفی متشکل از اتم های کروم و اکسیژن است که هر مول آن، ۱۱۶ گرم جرم و ۵ مول اتم دارد. مجموع

ضرایب مواد در واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟ ( $Cr = 52, O = 16 : g.mol^{-1}$ )



(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

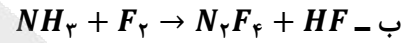
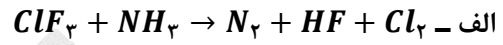
محل انجام محاسبات



۶۸- در لایه اوزون، با انجام واکنش  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$  در جهت .....، پرتو ..... جذب می شود.

(۱) برگشت - فرسرخ (۲) رفت - فرابنفش (۳) رفت - فرسرخ (۴) برگشت - فرابنفش

۶۹- تفاوت ضریب  $HF$  در دو واکنش زیر برابر با کدام مقدار است؟



(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۰- نمودار کدام دو مورد داده شده، برحسب جرم مولی آلوتروپ های اکسیژن، به صورت نزولی است؟

(۱) نقطه جوش و جفت الکترون پیوندی (۲) غلظت در هواکره و واکنش پذیری

(۳) جفت الکترون ناپیوندی و پایداری (۴) پایداری و غلظت در هواکره

محل انجام محاسبات





## بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۱ اسفندماه

### هندسه ۱

**چندضلعی‌ها/ درس ۱:** چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها  
**درس ۲:** مساحت و کاربردهای آن (تا ابتدای نقاط شبکه‌ای و مساحت)  
 صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹

### ریاضی ۱

**معادله‌ها و نامعادله‌ها/ درس ۲:** سهمی / درس ۳: تعیین علامت  
**تابع/ درس ۱:** مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن  
**درس ۲:** دامنه و برد توابع  
 صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۸

### شیمی ۱

**ردپای گازها در زندگی**  
**فصل ۲:** از ابتدای واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم  
 تا پایان فصل  
 صفحه‌های ۶۲ تا ۸۴

### فیزیک ۱

**کار، انرژی و توان + دما و گرما**  
 (تا قبل از تغییر حالت‌های ماده)  
 صفحه‌های ۷۱ تا ۱۰۳





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه دهم



نیم سال دوم  $\frac{2}{8}$



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۷ اسفندماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری - حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز - مهرداد اسپیدکار یزدان نیک قدم - نوید ذکی فؤاد خیر آبادی - علی اسدی	محمد خانگلدی - حسن محمدبیگی	حسین شفیح زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری مروارید شاه حسینی	مهدی پارسا - حامد نبی منصور محمد جواد سورچی - سجاد صادقی زاده حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی حسین زین العابدین زاده	مهدی پارسا	فیزیک
طاها حق بین - فرهنگ امیری معید ایری - محمد دارابی جم	مهسا بایمانی نژاد	مهسا بایمانی نژاد	شیمی

### تیم اجرایی و تولید آزمون

مجتبی آدیان

نازنین امیری

مائده بادان فیروز

زهره جعفری

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری



## حذف گزینه

در مقاله قبلی گفتیم؛ کنکور با امتحان مدرسه زمین تا آسمون فرق داره و طبیعتاً سبک خوندنش هم متفاوت؛ چون تو کنکور زمان محدوده، نمره منفی داریم و همه درس‌ها باهم سنجیده می‌شن. برای همین بغچه‌خونی و حفظی خوندن جواب نمیده و باید مطالب رو طبقه‌بندی شده و ترکیبی بخونی تا تو یکی دو دقیقه بتونی فراخوانی کنی. از طرف دیگه مدیریت جلسه و تحمل چند ساعت آزمون خیلی مهمه و فقط با آزمون‌های آزمایشی جا می‌افته. آخرش هم درباره‌ی به تاکتیک مهم حرف زدیم:

### شجاعت در زدن گزینه‌های مشک دار، به شرطی که حذف گزینه ات آگاهانه باشه و این مهارت رو بارها تمرین کرده باشی.

توی این مقاله قراره بیشتر درباره‌ی حذف گزینه حرف بزنیم تا بتونیم توی سوالاتی تستی، نتیجه‌ی بهتری بگیریم. **حذف گزینه یکی از مهم‌ترین مهارت‌های تست‌زنی، مخصوصاً توی موقعیت‌هایی که جواب دقیق سؤال یادت نیست ولی مطمئنی بعضی گزینه‌ها قطعاً غلط‌اند.**

خیلی وقت‌ها دانش آموز فکر می‌کنه تا جواب کامل تو ذهنش نیاد، نباید دست به گزینه‌ها بزنه، **در حالی که تو کنکور «بلد بودن غلط‌ها، به اندازه بلد بودن جواب درست، ارزش داره.**

وقتی با دلیل مشخص روی گزینه‌های نادرست خط می‌کشی، عملاً احتمال خطا رو کم می‌کنی و ذهنت رو از شلوغی نجات می‌دی.

**این کار باعث می‌شه سؤال از به معمای پیچیده، تبدیل بشه به به تصمیم منطقی بین گزینه‌های محدود.**

نکته مهم اینه که **حذف گزینه باید آگاهانه باشه، نه احساسی.** یعنی دقیق بدونی چرا داری به گزینه رو کنار می‌ذاری؛ چون با متن کتاب نمی‌خونه، چون با صورت سؤال تناقض داره، چون واحدش غلطه، یا چون به شرط مهم رو رعایت نکرده. وقتی این دلایل رو داری، خط کشیدن روی گزینه‌ها فقط به حرکت نمایشی نیست، بلکه به ابزار کنترلرله. خیلی از اشتباهات سر جلسه آزمون به خاطر اینه که دانش آموز بعد از حذف گزینه، دوباره برمی‌گرده و به همون گزینه فکر می‌کنه و تو دام طراح سؤال می‌افته.

### حذف گزینه یعنی «تصمیم گرفتم و برنمی‌گردم».

حذف گزینه مخصوصاً توی سؤال‌هایی که اطلاعات ناقص داری، خیلی نجات‌دهنده‌ست. لازم نیست همه اجزای سؤال رو بلد باشی؛ کافیه به بخشش رو خوب بدونی.

**اینجاست که تست از حالت چهار جوابی تبدیل می‌شه به دو گزینه‌ای یا حتی تک گزینه‌ای.**

قسمتی از امتیازهای کنکور دقیقاً از همین سؤال‌ها میان، نه از سؤال‌هایی که صد درصد بلد بودی. **یعنی تو با مدیریت ندانستن، می‌تونی امتیاز بگیری.**

توی سؤال‌های دو قسمتی، حذف گزینه عملاً بهترین سلاحه. مثلاً سؤال می‌پرسه «جیوه در ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد چه حالتی دارد و عدد اتمی آن چیست؟» تو مطمئنی که جیوه تو این دما مایعه، ولی عدد اتمیش یادت نیست. همین دانستن نصف سؤال کافیه تا هر گزینه‌ای که «مایع» رو نیاورده حذف بشه.



حالا سؤال برای تو تبدیل می‌شه به دو گزینه. این جا ب **تعیین سبب سببی بین دو گزینه**، شانس درست زدن کاملاً واقعی و منطقیه، نه شانسی و بی حساب. خیلی‌ها چون عدد اتمی رو بلد نیستن، کل سؤال رو ول می‌کنن، **در حالی که تومی تومی از همون دانسته نصفه نیمه امتیاز بگیرن**.

نکته طلایی اینه که وقتی بین دو گزینه موندی، یا باید واقعاً با منطق یکی رو انتخاب کنی، یا اگه هیچ ترجیحی نداری، کاملاً تصادفی بزنی و دیگه فکرش رو ادامه ندی.

تجربه نشون داده توی همین مرحله آخر، هرچی بیشتر فکر می‌کنی، احتمال اینکه ذهنت بره سمت گزینه غلط بیشتر می‌شه. **کنکور جای وسواس نیست؛ جای تصمیم‌های سریع و تمرین شده‌ست.**

### روش فراوانی پاسخ

یه تکنیک دیگه که دقیقاً توی سؤال‌های چندقسمتی به کارت میاد، روش «فراوانی پاسخ»ه. این روش تقریباً عکس حذف گزینه است. یعنی این بار به جای اینکه دنبال گزینه‌های غلط بگردی، نگاه می‌کنی ببینی کدوم جواب‌ها توی گزینه‌ها بیشتر تکرار شدن.

توی سؤال‌های چندقسمتی معمولاً هر گزینه از چند تیکه جواب تشکیل شده و طراح برای گمراه کردن، جواب‌های درست رو بین گزینه‌ها پخش می‌کنه.

**حالا کاری که تومی کنی اینه که هر بخشی از جواب که به نظرت مصطلح‌تر یا آشنا تره رو توی گزینه‌ها علامت می‌زنی.**

کم کم می‌بینی بعضی جواب‌ها مدام دارن تکرار می‌شن و بعضی‌ها خیلی کم یا اصلاً دیده نمی‌شن. این جا برعکس حذف گزینه، به جای خط زدن گزینه‌های غلط، دور جواب‌هایی که بیشتر تکرار شدن خط می‌کشی. آخرش معمولاً به یه گزینه می‌رسی که تقریباً دور همه بخش‌هاش خط کشیده شده؛ یعنی بیشترین اشتراک رو با بقیه گزینه‌ها داره و همون گزینه، با احتمال بالا جواب درست سؤاله.

**این روش مخصوصاً وقتی جواب قطعی هیچ بخشی رو نمی‌دونی، ولی حس می‌کنی بعضی جواب‌ها منطقی‌تر یا آشنا ترند، خیلی کمک‌کننده‌ست.**

**اما یه هشدار خیلی مهم: این تکنیک‌ها قرار نیست معجزه کنن.**

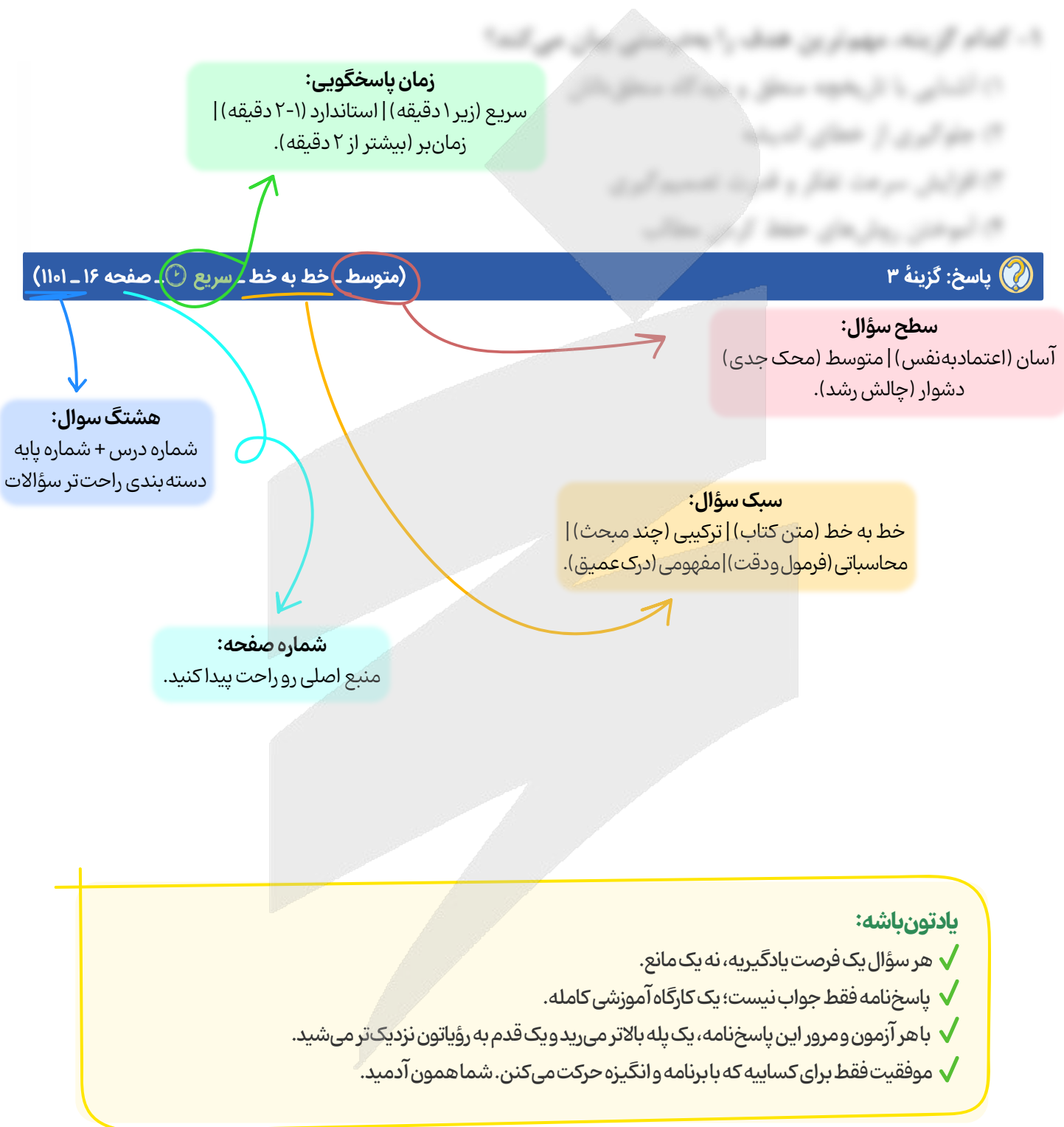
فراوانی پاسخ، مثل حذف گزینه، فقط وقتی جواب می‌ده که قبلش بارها تمرینش کرده باشی. اگه بدون تمرین، سر جلسه کنکور یهو بخوای ازش استفاده کنی، احتمال اینکه قاطی کنی یا وقتت تلف بشه زیاده. حتماً این روش‌ها رو توی شبیه‌سازها و آزمون‌های آزمایشی تمرین کن، نتیجه‌شون رو ببین و بعد تصمیم بگیر کی و کجا ازشون استفاده کنی. کنکور جای آزمون و خطا نیست؛ جای اجرای چیزیه که قبلاً بارها تمرینش کردی. در نهایت یادت باشه حذف گزینه یه مهارت اکتسابیه، نه یه استعداد ذاتی.

هرچی بیشتر تو آزمون‌های آزمایشی تمرینش کنی، ذهنت سریع‌تر غلط‌ها رو تشخیص می‌ده و اعتماد به نفست تو جلسه کنکور بالاتر می‌ره.

خیلی وقت‌ها قرار نیست همه‌چی رو بلد باشی؛ کافیه بلد باشی چی جواب نیست و از همون مسیر، باهوش‌تر از بقیه به جواب درست برسی.



# راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
QRcode بالا را اسکن کنید!  
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!  
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها (درس ۲ و ۳) + تابع (درس ۱)، صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۰  
هندسه ۱: چندضلعی‌ها (درس ۱)، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴

بودجه‌بندی  
این آزمون

ریاضی ۱: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.  
هندسه ۱: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

سهم در  
کنکور

۱- سهمی به معادله  $y = 3x^2 + mx - 9$  محور Xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. طول نقطه برخورد دیگر سهمی با محور Xها کدام است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۷۸ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

نقطه  $(1, 0)$  روی سهمی است:

$$0 = 3(1)^2 + m(1) - 9 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow y = 3x^2 + 6x - 9$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{طول نقطه برخورد دیگر } x = -3 \text{ است.}$$

با توجه به این که سهمی محور Xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند، پس مختصات نقطه  $(1, 0)$  در معادله سهمی صدق می‌کند، یعنی داریم:

$$0 = 3(1)^2 + m(1) - 9 \Rightarrow 3 + m - 9 = 0 \Rightarrow m = 6$$

در نتیجه معادله سهمی به صورت  $y = 3x^2 + 6x - 9$  خواهد بود و داریم:

$$y = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

پس طول نقطه برخورد دیگر سهمی با محور Xها برابر -۳ است.



۲- کدام یک از سهمی‌های زیر هیچ نقطه مشترکی با محور Xها ندارد؟

$$y = -x^2 + 3x - 4 \quad (۴)$$

$$y = 2x^2 + 4x \quad (۳)$$

$$y = x^2 + x + \frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$y = -x^2 + 6x + 2 \quad (۱)$$

(آسان - خط به خط - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۷۸ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۴

شرط این که سهمی هیچ نقطه مشترکی با محور Xها نداشته باشد این است که معادله  $y = 0$  فاقد ریشه حقیقی باشد، یعنی در معادله  $y = 0$  شرط  $\Delta < 0$  برقرار باشد، بنابراین داریم:

بررسی گزینه‌ها:

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (6)^2 - 4(-1)(2) = 44 > 0$$



بنابراین سهمی محور Xها را در دو نقطه قطع می‌کند.



۲

$$y = 0 \Rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(\frac{1}{4}) = 0$$

بنابراین سهمی در یک نقطه بر محور X مماس است.

۳

$$y = 0 \Rightarrow 2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2x(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

بنابراین سهمی در دو نقطه محور X ها را قطع می کند.

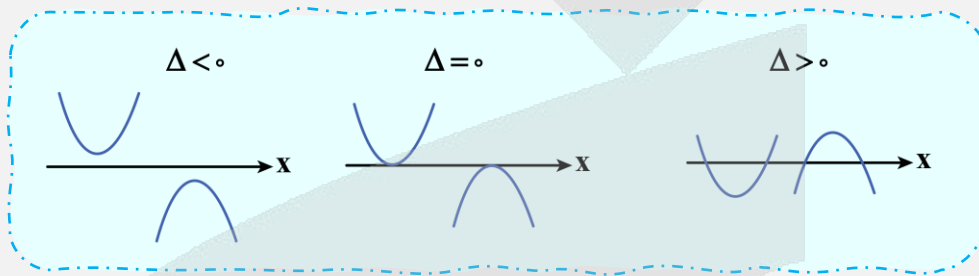
۴

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (3)^2 - 4(-1)(-4) = -7 < 0$$

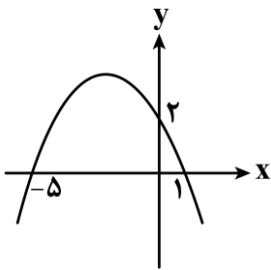
چون  $\Delta < 0$  است پس سهمی محور X ها را قطع نمی کند و هیچ نقطه مشترکی با محور X ها ندارد.

رابطه نمودار سهمی با  $\Delta$

اگر نمودار سهمی محور X ها را در دو نقطه قطع کند  $\Delta > 0$ ، اگر نمودار سهمی بر محور X مماس باشد،  $\Delta = 0$  و اگر نمودار سهمی هیچ برخوردی با محور X ها نداشته باشد،  $\Delta < 0$  است.



۳- معادله سهمی شکل مقابل به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  است. مقدار a کدام است؟



- (۱)  $-\frac{5}{3}$
- (۲)  $-\frac{5}{2}$
- (۳)  $-\frac{2}{5}$
- (۴)  $-\frac{2}{5}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

$$y = a(x-1)(x+5) \xrightarrow{(0,2)} 2 = a(-1)(5) \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{5}(x-1)(x+5)$$

چون سهمی محور X ها را در نقاطی به طول ۵- و ۱ قطع می کند، پس معادله آن به صورت  $y = a(x-1)(x+5)$  می باشد و چون سهمی محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۲ قطع می کند، پس نقطه ای به مختصات (۰، ۲) باید در معادله سهمی صدق کند، در نتیجه داریم:

$$2 = a(0-1)(0+5) \Rightarrow 2 = a(-1)(5) \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

$$\text{معادله سهمی: } y = -\frac{2}{5}(x-1)(x+5) \Rightarrow y = -\frac{2}{5}x^2 - \frac{8}{5}x + 2$$

بنابراین ضریب  $x^2$  یعنی a برابر  $-\frac{2}{5}$  است.



یک نکته خفن ...

اگر سهمی محور  $x$  ها را در نقاطی به طول  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند معادله آن به صورت  $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$  خواهد بود و خواهیم داشت:

$$x_S = \frac{\alpha + \beta}{2}$$



۴- نقاط  $A(-2, y_1)$  و  $B(8, y_1)$  روی سهمی  $y = 2x^2 + (2m - 3)x + m + 4$  قرار دارند. این سهمی محور عرض ها را در نقطه ای به کدام عرض قطع می کند؟

$\frac{7}{2}$  (۴)                       $-\frac{1}{2}$  (۳)                      ۲ (۲)                      ۳ (۱)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$\begin{aligned} (\alpha, y_1) &\Rightarrow x_S = \frac{8-2}{2} = 3 \Rightarrow \frac{-2m+3}{4} = 3 \Rightarrow m = -\frac{9}{2} \\ (-2, y_1) & \end{aligned}$$

$$y = 2x^2 - 12x - \frac{1}{2} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{2}$$

چون دو نقطه  $A(-2, y_1)$  و  $B(8, y_1)$  دارای عرض یکسان هستند و روی سهمی قرار دارند، پس میانگین طول این دو نقطه برابر طول رأس سهمی (محور تقارن) خواهد بود، یعنی داریم:

$$x = \frac{8-2}{2} = 3 \Rightarrow x_S = 3 \Rightarrow \frac{-2m+3}{4} = 3 \Rightarrow -2m+3 = 12 \Rightarrow -2m = 9 \Rightarrow m = -\frac{9}{2}$$

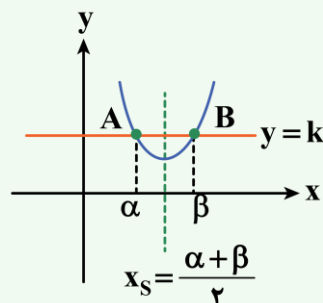
$$y = 2x^2 - 12x - \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

حال برای یافتن محل برخورد با محور عرض ها باید  $x = 0$  را در معادله سهمی قرار دهیم:

نکته

می دانیم که یک سهمی نسبت به محور تقارن خود، متقارن است، بنابراین اگر نقطه  $A(\alpha, k)$  روی سهمی قرار داشته باشد، نقطه  $B(\beta, k)$  نیز قطعاً روی سهمی است و در این حالت، معادله محور تقارن سهمی به صورت  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$  است. به بیان دیگر، اگر خط افقی  $y = k$  سهمی را در دو نقطه به طول های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند، معادله محور تقارن سهمی برابر  $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$  بوده که همان طول رأس سهمی است، ببینید:



به نمونه باحال بین!

اگر نقاط  $A(-1, 3)$  و  $B(5, 3)$  دو نقطه از یک سهمی باشند، معادله محور تقارن این سهمی برابر است با:

$$\begin{cases} x_A = \alpha = -1 \\ x_B = \beta = 5 \end{cases} \Rightarrow x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \text{معادله محور تقارن } x_S = 2$$





۵- اگر رأس سهمی  $y = ax^2 + 2x + 5$  که پایین ترین نقطه آن است روی سهمی  $y = 4x^2$  قرار داشته باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{5}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{4}{5}$       (۴) -۱

(متوسط - ترکیبی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۸۰ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$y = ax^2 + 2x + 5 \xrightarrow{\text{رأس سهمی}} S\left(\frac{-2}{2a}, \frac{4(a)(5) - 4}{4a}\right) \Rightarrow S\left(-\frac{1}{a}, \frac{5a-1}{a}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری در } y = 4x^2} \frac{5a-1}{a} = 4\left(-\frac{1}{a}\right)^2 \xrightarrow{a \neq 0} 5a-1 = \frac{4}{a}$$

$$\Rightarrow 5a^2 - a - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{4}{5} \end{cases} \text{ غرق}$$

مختصات رأس سهمی  $y = ax^2 + 2x + 5$  به صورت زیر است:

$$S\left(\frac{-2}{2a}, \frac{4(a)(5) - 4}{4a}\right) \Rightarrow S\left(-\frac{1}{a}, \frac{5a-1}{a}\right)$$

حال با توجه به آن که نقطه  $S$  روی سهمی  $y = 4x^2$  قرار دارد، پس باید مختصات  $S$  در معادله سهمی  $y = 4x^2$  صدق کند:

$$S\left(-\frac{1}{a}, \frac{5a-1}{a}\right) \xrightarrow{\text{جای گذاری در معادله سهمی}} \frac{5a-1}{a} = 4\left(-\frac{1}{a}\right)^2$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} \frac{5a-1}{a} = 4\left(\frac{1}{a^2}\right) \Rightarrow 5a-1 = \frac{4}{a} \Rightarrow 5a^2 - a - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب برابر با صفر است}} \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

اما چون طبق فرض، رأس سهمی  $y = ax^2 + 2x + 5$  پایین ترین نقطه سهمی است پس باید  $a > 0$  باشد یعنی  $a = 1$  قابل قبول است.

رأس سهمی

در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  طول و عرض رأس سهمی به صورت زیر به دست می آیند:

$$x_S = \frac{-b}{2a}$$

$$y_S = -\frac{\Delta}{4a}$$

روش ضرایب

در حل معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c = 0$ ; ( $a \neq 0$ ):

(۱) اگر مجموع ضرایب این معادله برابر صفر باشد ( $a + b + c = 0$ )، یکی از ریشه‌ها برابر ۱ و ریشه دیگر برابر  $\frac{c}{a}$  است.

(۲) اگر مجموع ضرایب چپ و راست معادله با ضریب وسطی برابر باشد ( $a + c = b$ ) یکی از ریشه‌ها برابر -۱ و ریشه دیگر برابر  $-\frac{c}{a}$  است.





۶- جدول تعیین علامت عبارت  $P = (2n - 3)x + 2n - 1$  به صورت مقابل است. اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟

$x$	$m$	
$P$	+	-

- ۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(آسان - مفهومی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۸۴ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$2n - 3 < 0 \Rightarrow n < \frac{3}{2} \Rightarrow n = 1$$

$$\Rightarrow P = -x + 2 \xrightarrow[\text{ریشه } P=0]{x=m} -m + 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow m + n = 3$$

با توجه به جدول تعیین علامت داده شده و این که در سمت چپ ریشه، علامت، مثبت است، پس:

$$2n - 3 < 0 \Rightarrow n < \frac{3}{2}$$

و چون  $n$  عددی طبیعی است، پس:  $n = 1$   
در نتیجه:

$$P = -x + 2$$

از طرفی  $x = m$  ریشه  $P = 0$  است، یعنی:

$$-m + 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow m + n = 2 + 1 = 3$$

ایستگاه تعیین علامت

تعیین علامت عبارت درجه اول به صورت  $y = ax + b ; (a \neq 0)$

ابتدا ریشه عبارت  $y = 0$  را به دست می آوریم و سپس با توجه به علامت  $a$  جدول تعیین علامت آن را به صورت زیر تشکیل می دهیم:

$y = ax + b ; (a \neq 0)$									
$a < 0$	$a > 0$								
<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\frac{b}{a}</math></td></tr> <tr><td><math>y</math></td><td>+   -</td></tr> </table>	$x$	$-\frac{b}{a}$	$y$	+   -	<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\frac{b}{a}</math></td></tr> <tr><td><math>y</math></td><td>-   +</td></tr> </table>	$x$	$-\frac{b}{a}$	$y$	-   +
$x$	$-\frac{b}{a}$								
$y$	+   -								
$x$	$-\frac{b}{a}$								
$y$	-   +								
<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\frac{b}{a}</math></td></tr> <tr><td><math>y</math></td><td>موافق علامت <math>a</math>   مخالف علامت <math>a</math></td></tr> </table>		$x$	$-\frac{b}{a}$	$y$	موافق علامت $a$   مخالف علامت $a$				
$x$	$-\frac{b}{a}$								
$y$	موافق علامت $a$   مخالف علامت $a$								



تعیین علامت عبارت درجه دوم به صورت  $y = ax^2 + bx + c ; (a \neq 0)$

ابتدا ریشه‌های معادله را در صورت وجود به دست می‌آوریم. حال با توجه به علامت  $\Delta$  سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

**حالت اول:** اگر  $\Delta > 0$  باشد: معادله  $y = 0$  دو ریشه متمایز به صورت  $\alpha$  و  $\beta$  خواهد داشت ( $\alpha < \beta$ ) و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت  $a$  به صورت زیر است:

$\Delta > 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$   $\alpha$   $\beta$	$\frac{x}{y}$   $\alpha$   $\beta$
-   +   -	+   -   +
$\frac{x}{y}$   $\alpha$   $\beta$	
موافق علامت a   مخالف علامت a   موافق علامت a	

**حالت دوم:** اگر  $\Delta = 0$  باشد: معادله  $y = 0$  یک ریشه مضاعف به صورت  $x = -\frac{b}{2a}$  خواهد داشت و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت  $a$  به صورت زیر است:

$\Delta = 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$   $-\frac{b}{2a}$	$\frac{x}{y}$   $-\frac{b}{2a}$
-   -	+   +
$\frac{x}{y}$   $-\frac{b}{2a}$	
موافق علامت a   موافق علامت a	

**حالت سوم:** اگر  $\Delta < 0$  باشد: معادله  $y = 0$  ریشه حقیقی ندارد و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت  $a$  به صورت زیر است:

$\Delta < 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\frac{x}{y}$   -	$\frac{x}{y}$   +
$\frac{x}{y}$   موافق علامت a	

همان‌طور که از حالت سوم مشخص است:

اگر  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  باشد، عبارت درجه دوم، همواره مثبت است.

اگر  $\Delta < 0$  و  $a < 0$  باشد، عبارت درجه دوم، همواره منفی است.

۷- تعداد اعداد صحیحی که در نامعادله  $2 - 7x < 3x - 4 \leq \frac{-x + 25}{4}$  صدق می‌کنند، کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۳ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

$$2 - 7x < 3x - 4 \leq \frac{-x + 25}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - 7x < 3x - 4 \Rightarrow 6 < 10x \Rightarrow \frac{3}{5} < x & \text{(I)} \\ 3x - 4 \leq \frac{-x + 25}{4} \Rightarrow 12x - 16 \leq -x + 25 \Rightarrow 13x \leq 41 \Rightarrow x \leq \frac{41}{13} & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\text{(I)} \cap \text{(II)} \Rightarrow \frac{3}{5} < x \leq \frac{41}{13}$$

فقط اعداد صحیح ۱، ۲، ۳ در مجموعه جواب نامعادله قرار دارند که تعداد آن‌ها برابر ۳ است.



۸- عبارت  $P(x) = 3x^2 - bx + c$  در  $\mathbb{R} - \{2\}$  مثبت است. عبارت  $q(x) = cx + b$  در کدام بازه منفی است؟

(-۴, -۲) (۴)

(-۱, ۱) (۳)

(-۲, ۰) (۲)

(۲, ۴) (۱)

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۸۶ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۴

**بررسی سریع:**

$P(x)$  در  $\mathbb{R} - \{2\}$  مثبت است، پس:

با توجه به صورت سوال:

$x$		$2$	
$P(x)$		+	+

 $\Rightarrow P(x) = a(x - 2)^2 = ax^2 - 4ax + 4a$

$$a = 3 \Rightarrow P(x) = 3x^2 - 12x + 12 \Rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ c = 12 \end{cases}$$

$$q(x) = 12x + 12 \Rightarrow 12x + 12 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$$

$x$		$-1$	
$q(x)$		-	+

$q(x)$  در بازه  $(-\infty, -1)$  و هر زیرمجموعه از این بازه منفی است، پس در بازه  $(-4, -2)$  منفی است.

چون عبارت  $P(x) = 3x^2 - bx + c$  در  $\mathbb{R} - \{2\}$  مثبت است، پس  $P(x)$  در  $x = 2$  برابر صفر است، بنابراین جدول تعیین علامت آن به صورت زیر است:

$x$		$2$	
$P(x)$		+	+

در نتیجه  $x = 2$  ریشه مضاعف  $P(x)$  است و  $P(x)$  به صورت  $P(x) = a(x - 2)^2$  خواهد بود.

$$P(x) = a(x^2 - 4x + 4) = ax^2 - 4ax + 4a$$

$a = 3$  از مقایسه عبارت بالا با صورت سوال خواهیم داشت:

$$\Rightarrow P(x) = 3x^2 - 12x + 12 \Rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ c = 12 \end{cases}$$

و  $q(x) = 12x + 12$  خواهد بود.

$$q(x) = 12x + 12 \Rightarrow 12x + 12 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$x$		$-1$	
$q(x)$		-	+

با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت  $q(x)$  در بازه  $(-\infty, -1)$  منفی است، پس در هر زیرمجموعه‌ای از این بازه نیز منفی خواهد بود یعنی در بازه  $(-4, -2)$  منفی است.





۹- کوچک ترین مقدار صحیح  $m$  که به ازای آن، نمودار سهمی به معادله  $y = (2m - 29)x^2 - 2(m + 3)x - 1$  همواره پایین محور  $x$ ها است، کدام است؟

۲ (۴)

-۱۰ (۳)

۱ (۲)

-۹ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$a < 0 \Rightarrow 2m - 29 < 0 \Rightarrow m < \frac{29}{2} \quad (I)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4(m + 3)^2 + 4(2m - 29) < 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 + 6m + 9 + 2m - 29 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m - 20 < 0 \Rightarrow (m + 10)(m - 2) < 0 \Rightarrow -10 < m < 2 \quad (II)$$

کمترین مقدار صحیح  $m$  برابر با  $-9$  است.  $(I) \cap (II) : m \in (-10, 2) \Rightarrow$

شرط این که نمودار سهمی همواره پایین محور  $x$ ها باشد، این است که  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد، بنابراین باید داشته باشیم:

$$2m - 29 < 0 \Rightarrow 2m < 29 \Rightarrow m < \frac{29}{2} \quad (I)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2(m + 3))^2 - 4(2m - 29)(-1) < 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} (m + 3)^2 + (2m - 29) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 6m + 9 + 2m - 29 < 0 \Rightarrow m^2 + 8m - 20 < 0$$

$$\Rightarrow (m + 10)(m - 2) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c} | \quad -10 \quad \quad \quad 2 \quad | \\ | \quad + \quad \quad \quad - \quad \quad + \quad | \end{array} \Rightarrow -10 < m < 2 \quad (II)$$

$(I) \cap (II) : m \in (-10, 2)$

بنابراین کوچک ترین مقدار صحیح  $m$  برابر با  $-9$  است.

ایستگاه سهمی

نمودار عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  که در آن ضرایب  $a, b, c$  اعداد حقیقی بوده و  $a \neq 0$  باشد یک سهمی می باشد و به یکی از دو صورت زیر است:

$y = ax^2 + bx + c ; (a, b, c \in \mathbb{R}) ; a \neq 0$	
$a < 0$	$a > 0$
<ul style="list-style-type: none"> <li>ضریب <math>x^2</math> منفی است.</li> <li>دهانه سهمی رو به پایین است.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ضریب <math>x^2</math> مثبت است.</li> <li>دهانه سهمی رو به بالا است.</li> </ul>



بررسی وضعیت نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$

برای اینکه وضعیت نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  را نسبت به محور  $x$  ها بررسی کنیم باید به سراغ دلتای معادله سهمی و همچنین جهت دهانه سهمی برویم.

$a > 0$		
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، محور <math>x</math> ها را در دو نقطه قطع می‌کند.</li> <li>معادله درجه دوم <b>دو ریشه</b> دارد.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، بالای محور <math>x</math> ها و بر آن <b>مماس</b> است.</li> <li>معادله درجه دوم یک ریشه مضاعف <math>x = -\frac{b}{2a}</math> دارد.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، محور <math>x</math> ها را قطع نمی‌کند.</li> <li>نمودار، همواره بالای محور <math>x</math> ها است.</li> <li>معادله درجه دوم ریشه حقیقی ندارد.</li> <li>مقدار عبارت درجه دوم <b>همواره مثبت</b> است.</li> </ul>

**توجه** !

با توجه به جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت شرط اینکه عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  **همواره مثبت** باشد این است که  $a > 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

$a < 0$		
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، محور <math>x</math> ها را در دو نقطه قطع می‌کند.</li> <li>معادله درجه دوم <b>دو ریشه</b> دارد.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، پایین محور <math>x</math> ها و بر آن <b>مماس</b> است.</li> <li>معادله درجه دوم یک ریشه مضاعف <math>x = -\frac{b}{2a}</math> دارد.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>نمودار، محور <math>x</math> ها را قطع نمی‌کند.</li> <li>نمودار، همواره پایین محور <math>x</math> ها است.</li> <li>معادله درجه دوم ریشه حقیقی ندارد.</li> <li>مقدار عبارت درجه دوم <b>همواره منفی</b> است.</li> </ul>

**توجه** !

با توجه به جدول فوق می‌توان نتیجه گرفت شرط اینکه عبارت درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  **همواره منفی** باشد این است که  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



۱۰- جدول تعیین علامت عبارت  $P(x) = (m+4)x^2 + 2mx + n$  به صورت مقابل است. حاصل عبارت  $P(x)$  به ازای  $x = -1$  کدام است؟

$x$	$5$	$32$ (۲)	$48$ (۱)
$P(x)$	$+$	$44$ (۴)	$36$ (۳)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۸۶ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$P(x)$  درجه اول است (چون علامت آن در سمت چپ و راست ریشه فرق می‌کند).

$$m+4=0 \Rightarrow m=-4 \Rightarrow P(x)=-4x+n$$

$$-4(5)+n=0 \Rightarrow n=20 \Rightarrow P(x)=-4x+20$$

$$x=-1 \Rightarrow -4(-1)+20=16$$

$x=5$  ریشه  $P(x)$  است:

جدول داده شده نشان می‌دهد که عبارت  $P(x)$  نمی‌تواند یک عبارت درجه دوم باشد و با جدول تعیین علامت یک عبارت درجه اول مطابقت دارد، پس باید  $P(x)$  یک عبارت درجه اول باشد و برای این منظور:

$$m+4=0 \Rightarrow m=-4 \Rightarrow P(x)=-4x+n$$

طبق جدول داده شده  $x=5$  ریشه عبارت  $P(x)$  است و آن را صفر می‌کند:

$$-4(5)+n=0 \Rightarrow n=20 \Rightarrow P(x)=-4x+20$$

$$-4(-1)+20=16$$

حال مقدار  $P(x)$  را در  $x = -1$  به دست می‌آوریم:

۱۱- مجموعه جواب نامعادله  $|9-2x| > 5$  را با  $A$  و مجموعه جواب نامعادله  $|x-7| < 3$  را با  $B$  نمایش می‌دهیم. چند عدد صحیح در مجموعه  $(A \cup B)$  وجود ندارد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۴

پاسخ: گزینه ۳

$$|9-2x| > 5 \Rightarrow \begin{cases} 9-2x > 5 \Rightarrow 2x < 4 \Rightarrow x < 2 \\ \text{یا} & \text{یا} \\ 9-2x < -5 \Rightarrow 2x > 14 \Rightarrow x > 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = (-\infty, 2) \cup (7, +\infty)$$

$$|x-7| < 3 \Rightarrow -3 < x-7 < 3 \Rightarrow 4 < x < 10$$

$$\Rightarrow B = (4, 10)$$

$$A \cup B = (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$$

اعداد صحیح ۲، ۳، ۴ در مجموعه  $A \cup B$  وجود ندارند که تعداد آن‌ها برابر ۳ است.

نامعادلات قدرمطلق

با فرض نامنفی بودن  $a$  داریم:

$$|f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$$

$$|f(x)| > a \Rightarrow \begin{cases} f(x) > a \\ \text{یا} \\ f(x) < -a \end{cases}$$

در هر کدام از حالت‌های فوق، اگر حالت تساوی داشتیم، در جواب‌ها هم حالت تساوی را قرار می‌دهیم.

۱۲- اگر  $x = n$  بزرگ‌ترین عدد صحیحی باشد که در نامعادله  $\frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} < 2$  صدق می‌کند، مقدار  $n^2 + n$  کدام است؟

(۱) ۶      (۲) ۵      (۳) -۲      (۴) -۳

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ (صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 - 3x - 10} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+8)(x-6)}{(x-5)(x+2)} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

x	-۸	-۲	۵	۶	
کل کسر	+	-	+	-	+

جواب نامعادله  $= (-8, -2) \cup (5, 6)$

$\Rightarrow n = -3 \Rightarrow n^2 + n = 6$

$$\frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 4x - 68}{x^2 - 3x - 10} - 2 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 4x - 68 - 2x^2 + 6x + 20}{x^2 - 3x - 10} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 48}{x^2 - 3x - 10} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+8)(x-6)}{(x-5)(x+2)} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

x	-۸	-۲	۵	۶	
$(x+8)(x-6)$	+	-	-	-	+
$(x-5)(x+2)$	+	+	-	+	+
کل کسر	+	-	+	-	+

جواب نامعادله  $= (-8, -2) \cup (5, 6)$

بنابراین بزرگ‌ترین عدد صحیحی که در نامعادله صدق می‌کند برابر ۳- است.



۱۳- اگر بازه  $(a, b)$  بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که نمودار سهمی  $y = -x^2 + 5x$  بالای خطی به معادله  $y = x - 12$  قرار داشته باشد، حاصل  $2a + b$  کدام است؟

(۱) ۲      (۲) ۴      (۳) -۲      (۴) -۴

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ (صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$-x^2 + 5x > x - 12 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 < 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 6 \Rightarrow x \in (-2, 6)$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 6 \Rightarrow 2a + b = 2$$

برای این که نمودار سهمی  $y = -x^2 + 5x$  بالای خطی به معادله  $y = x - 12$  قرار داشته باشد، باید داشته باشیم:

$$-x^2 + 5x > x - 12 \Rightarrow -x^2 + 5x - x + 12 > 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 12 > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \frac{x}{x^2 - 4x - 12} \begin{array}{c} -2 \quad 6 \\ + \quad - \quad + \end{array} \Rightarrow -2 < x < 6$$

$$a = -2, b = 6 \Rightarrow 2a + b = 2(-2) + 6 = 2$$

پس بازه مطلوب به صورت  $(-2, 6)$  است، یعنی:



۱۴- اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح موجود در مجموعه جواب نامعادله  $x^4 - 10x^2 < 24$  کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$x^4 - 10x^2 - 24 < 0 \Rightarrow (x^2 - 12)(x^2 + 2) < 0 \Rightarrow x^2 - 12 < 0$$

همواره +

$$\Rightarrow x^2 < 12 \Rightarrow |x| < \sqrt{12} \Rightarrow -\sqrt{12} < x < \sqrt{12}$$

کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح در مجموعه جواب، ۳- و ۳ می‌باشند:

$$3 - (-3) = 6$$

$$x^4 - 10x^2 < 24 \Rightarrow x^4 - 10x^2 - 24 < 0 \Rightarrow (x^2 - 12)(x^2 + 2) < 0$$

عبارت  $x^2 + 2$  همواره مثبت است پس باید داشته باشیم:

$$x^2 - 12 < 0 \Rightarrow x^2 < 12 \Rightarrow |x| < \sqrt{12} \Rightarrow -\sqrt{12} < x < \sqrt{12}$$

کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح موجود در مجموعه جواب نامعادله به ترتیب ۳- و ۳ هستند که اختلاف آن‌ها برابر  $3 - (-3) = 6$  است.



۱۵- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{5x-4}{3x+12} < 1$  را به صورت  $|x-\alpha| < \beta$  نمایش دهیم، حاصل  $\alpha - \beta$  کدام است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

-۴ (۲)

-۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۹۲ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$\frac{5x-4}{3x+12} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{2x-16}{3x+12} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -4 & 8 \\ \hline \frac{2x-16}{3x+12} & + & - \\ \hline & \text{ن} & \text{ن} \end{array} \Rightarrow \text{مجموعه جواب: } (-4, 8)$$

$$-4 < x < 8 \xrightarrow{\frac{-4+8}{2}=2} -4-2 < x-2 < 8-2$$

$$\Rightarrow -6 < x-2 < 6 \Rightarrow |x-2| < 6 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 6 \end{cases} \Rightarrow \alpha - \beta = -4$$

$$\frac{5x-4}{3x+12} < 1 \Rightarrow \frac{5x-4}{3x+12} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{5x-4-3x-12}{3x+12} < 0 \Rightarrow \frac{2x-16}{3x+12} < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-16=0 \Rightarrow x=8 \\ 3x+12=0 \Rightarrow x=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -4 & 8 \\ \hline \frac{2x-16}{3x+12} & + & - \\ \hline & \text{ن} & \text{ن} \end{array} \Rightarrow \text{مجموعه جواب: } (-4, 8)$$

اگر بخواهیم این بازه را به صورت  $|x-\alpha| < \beta$  نمایش دهیم، خواهیم داشت:

میانگین -۴ و ۸ را از هر سه طرف نامساوی کم می‌کنیم  $\Rightarrow -4 < x < 8$

$$\text{میانگین} = \frac{-4+8}{2} = 2 \Rightarrow -4-2 < x-2 < 8-2$$

$$\Rightarrow -6 < x-2 < 6 \Rightarrow |x-2| < 6 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 6$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = 2 - 6 = -4$$

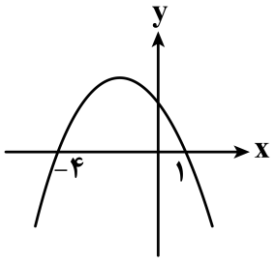


نامعادلات توابع گویا

برای حل نامعادله‌های هموگرافیک به فرم  $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$  ، کافیست که نامعادله درجه دوم  $(ax+b)(cx+d) > 0$  را حل کنیم که برای حل آن، باید عبارت  $f(x) = (ax+b)(cx+d)$  را تعیین علامت کرده و مجموعه جواب موردنظر را با توجه به علامت نامعادله، پیدا کنیم.



۱۶- نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل مقابل است. چه تعداد عدد طبیعی در مجموعه جواب نامعادله  $\frac{5x-x^2}{ax^2+bx+c} < 0$  وجود دارد؟



- دارد؟
- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- بی‌شمار (۴)

(سخت - ترکیبی - زمان بر - ریاضی ۱ صفحه ۹۰ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

ریشه‌های صورت  $\Rightarrow x = 0, x = 5$   
 ریشه‌های مخرج  $\Rightarrow x = -4, x = 1$   
 مجموعه جواب:  $(-4, 0) \cup (1, 5)$

x	-4	0	1	5
کل کسر	+	-	+	-
	ن	ن	ن	ن

که شامل ۳ عدد طبیعی ۲، ۳، ۴ می‌شود.

ابتدا ریشه‌های صورت و مخرج کسر داده شده را تعیین می‌کنیم:

$5x - x^2 = 0 \Rightarrow x(5 - x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 5$

$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{طبق شکل}} x = 1, x = -4$

x	-4	0	1	5
$5x - x^2$	-	-	+	+
$ax^2 + bx + c$	-	+	+	-
کل کسر	+	-	+	-
	ن	ن	ن	ن

مجموعه جواب نامعادله داده شده به صورت  $(-4, 0) \cup (1, 5)$  است که در آن فقط اعداد طبیعی ۲، ۳، ۴ وجود دارند یعنی شامل ۳ عدد طبیعی می‌شود.



۱۷- بازه‌های (a,b) و (c,d) بزرگ‌ترین بازه‌هایی هستند که علامت عبارت  $P(x) = \frac{(x^2+x)(x^2+2x-8)}{(x-3)^2}$  در آن منفی است. مجموع طول این بازه‌ها کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

(متوسط - محاسباتی - زمان بر - ریاضی ۱ صفحه ۸۷ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$P(x) = \frac{(x^2+x)(x^2+2x-8)}{(x-3)^2} = \frac{x(x+1)(x+4)(x-2)}{(x-3)^2}$$

ریشه‌های عبارت‌های موجود در صورت و مخرج کسر عبارت‌اند از:

$x = 0, x = -1, x = -4, x = 2, x = 3$

x	-۴	-۱	۰	۲	۳
$x(x+1)$	+	+	-	+	+
$(x+4)(x-2)$	+	-	-	-	+
$(x-3)^2$	+	+	+	+	+
P(x)	+	-	+	-	+

جدول تعیین علامت عبارت  $P(x)$  به صورت زیر است:

عبارت  $P(x)$  در بازه‌های  $(-4, -1)$  و  $(0, 2)$  منفی است که طول این بازه‌ها برابر ۳ و ۲ است و مجموع طول آن‌ها برابر ۵ است.



۱۸- کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی‌کند؟

- (۱) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.
- (۴) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولدش را نسبت می‌دهد.

(آسان - مفهومی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۱۰۰ - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) تابع است، زیرا محیط یک مربع با ضلع مشخص، عددی منحصر به فرد است.
- (۲) تابع است، زیرا گروه خونی هر فرد، یک گروه خونی مشخص و منحصر به فرد است.
- (۳) تابع نیست، زیرا هر عدد مثبت  $a$ ، دو ریشه دوم دارد که  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$  هستند، پس عدد  $a$  را به دو عدد  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$  نسبت می‌دهد و در نتیجه تابع نیست.
- (۴) تابع است، زیرا روز تولد هر فرد، روزی مشخص و منحصر به فرد است.

بریم ببینیم تابع چی هست اصلاً!...

**تعریف تابع:** یک تابع از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$ ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از  $A$ ، دقیقاً یک عضو از  $B$  نسبت داده می‌شود.

برای درک بهتر می‌تونیم جدول زیر رو بخونیم

رابطه	توضیح
رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.	این رابطه یک تابع است چرا که هر فرد دقیقاً یک گروه خونی دارد.
رابطه‌ای که به هر فرد، دوستان او را نسبت می‌دهد.	این رابطه بیانگر یک تابع نیست چرا که هر فرد می‌تواند بیش از یک دوست داشته باشد.
رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.	این رابطه یک تابع است چرا که هر عدد حقیقی دقیقاً یک ریشه سوم داد.



۱۹- اگر رابطه  $f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (a^2 - 3a, 4), (5, 6), (-2, a), (-1, a^2 - 2)\}$  مفروض باشد، به ازای کدام مقدار  $a$ ، رابطه  $f$  یک

تابع است؟

- (۱)  $a = \pm 2$       (۲) فقط  $a = 2$       (۳) فقط  $a = -2$       (۴) به ازای هیچ مقدار  $a$

بررسی سریع:

$$(-1, 2) \in f, (-1, a^2 - 2) \in f \Rightarrow a^2 - 2 = 2$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

 تابع نیست.  $f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (-2, 4), (5, 6), (-2, 2), (-1, 2)\}$ 

 اگر  $a = 2$  باشد:

$$f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (1, 4), (5, 6), (-2, -2), (-1, 2)\}$$

 اگر  $a = -2$  باشد:

که تابع است.

 پس فقط به ازای  $a = -2$ ، رابطه  $f$  یک تابع است.

با توجه به این که هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید مولفه‌های اول یکسان داشته باشند، پس باید داشته باشیم:

$$(-1, 2) \in f, (-1, a^2 - 2) \in f \Rightarrow a^2 - 2 = 2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (-2, 4), (5, 6), (-2, 2), (-1, 2)\}$$

 اگر  $a = 2$  باشد:

 با توجه به این که زوج‌های مرتب  $(-2, 4)$  و  $(-2, 2)$  دارای مولفه‌های اول یکسان هستند، پس رابطه بالا تابع نیست.

$$f = \{(3, 4), (0, 5), (-1, 2), (1, 4), (5, 6), (-2, -2), (-1, 2)\}$$

 اگر  $a = -2$  باشد:

که تابع است.

 پس فقط به ازای  $a = -2$ ، رابطه  $f$  یک تابع است.

## تشخیص تابع بودن نمایش زوج مرتبی

یک نمایش زوج مرتبی زمانی نشان‌دهنده یک تابع خواهد بود که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن، مولفه اول برابر نداشته باشند.

## توجه!

در نمایش زوج مرتبی یک تابع، اگر مولفه‌های اول دو زوج مرتب با هم برابر باشند، باید مولفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

## دو تا نمونه ببینید

$$f = \left\{ (0, 2), \left(\frac{3}{5}, 4\right), (-5, 1), (7, 1) \right\}$$

$$f = \{(3, 4), (5, 0), (3, 1)\}$$

 ۲۰- حداقل چند عضو از مجموعه  $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{4}{|y|} \right\}$  حذف کنیم تا  $f$  یک تابع باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

 برای این که  $x$  عددی صحیح شود باید ۴ بر  $|y|$  بخش پذیر باشد. از طرفی  $y$  هم باید عددی صحیح باشد، پس داریم:

$$|y| = 1, 2, 4 \Rightarrow y = \pm 1, \pm 2, \pm 4$$

 در نتیجه رابطه  $f$  به صورت زیر است:

$$f = \{(4, \pm 1), (2, \pm 2), (1, \pm 4)\}$$

 برای آن که شرط تابع بودن  $f$  برقرار شود باید از هر یک از مولفه‌های دوم، یک عضو را حذف کنیم، پس حداقل تعداد اعضای که باید حذف شود برابر ۳ است.



- ۲۱- اگر تعداد قطرهای  $(n+3)$  ضلعی منتظم، ۴ برابر تعداد قطرهای  $n$  ضلعی منتظم باشد، اختلاف تعداد قطرهای این دو چندضلعی کدام است؟
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۲۱ (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - خطبه خط - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۵۵ - ۱۰۰۳

تعداد قطرهای  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\frac{1}{2}n(n-3)$  است، پس بنا بر فرض داریم:

$$(n+3) \times \frac{1}{2}(n+3-3) = 4 \times \frac{1}{2}n(n-3) \Rightarrow \frac{1}{2}(n+3)(n+3-3) = 4 \times \frac{1}{2}n(n-3)$$

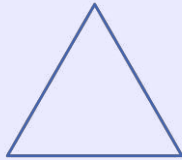
$$(n+3)n = 4n(n-3) \xrightarrow{n \neq 0} n+3 = 4(n-3) \Rightarrow 3n = 15 \Rightarrow n = 5$$

بنابراین باید تعداد قطرهای  $n+3 = 8$  ضلعی را منهای تعداد قطرهای  $n = 5$  ضلعی کنیم.

$$15 = 20 - 5 = \frac{1}{2}(8)(8-3) - \frac{1}{2}(5)(5-3) = \frac{1}{2}(8)(8-3) - \frac{1}{2}(5)(5-3) = 20 - 5 = 15$$

### چندضلعی منتظم

چندضلعی محدبی که تمام اضلاع آن با هم برابر و تمام زوایای داخلی آن نیز با هم برابر باشند را چندضلعی منتظم می‌گوییم.



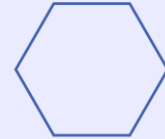
۳ ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع)



۴ ضلعی منتظم (مربع)



۵ ضلعی منتظم



۶ ضلعی منتظم

### چند نکته در مورد $n$ ضلعی منتظم

$$\text{مجموع تمام زوایای داخلی} = (n-2) \times 180^\circ$$

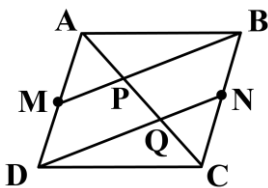
$$\text{مجموع تمام زوایای خارجی} = 360^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی} = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2}$$

- ۲۲- مطابق شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است و نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AD و BC می‌باشند. اگر  $AQ = 9$  باشد، آن‌گاه اندازه AC برابر کدام است؟



- (۱) ۱۸  
(۲) ۲۷  
(۳) ۱۲/۵  
(۴) ۱۳/۵



(آسان - خطبه خط - سریع ۶ - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مساوی و موازی باشند، آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است، پس:

$$\left. \begin{aligned} BC = AD \Rightarrow \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2} \Rightarrow BN = MD \\ BN \parallel MD \end{aligned} \right\} \Rightarrow MBND \Rightarrow MB \parallel ND \text{ متوازی الاضلاع است.}$$

در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADQ : MP \parallel DQ \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PQ} \xrightarrow{AM=MD} AP = PQ \\ \triangle CBP : NQ \parallel BP \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NC}{NB} = \frac{QC}{PQ} \xrightarrow{NC=NB} PQ = QC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AP = PQ = QC$$

$$AQ = 2AP \Rightarrow 9 = 2AP \Rightarrow AP = \frac{9}{2}$$

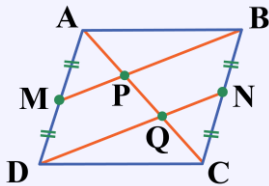
بنابراین:

$$AC = 3AP = 3\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{27}{2} = 13 \frac{1}{2}$$

پس:

تمرین کتاب را ببینیم!

در متوازی‌الاضلاع ABCD، اگر نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AD و BC باشند، رأس‌های B و D را به ترتیب به M و N وصل می‌کنیم. این دو پاره‌خط، قطر AC را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنند.

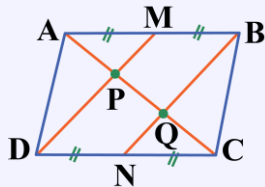


AP = PQ = QC

تذکره!

برای سرعت بیشتر می‌تونید نتیجه این تمرین رو به خاطر بسپارید!

اگر M و N به جای این‌که وسط AD و BC بودن، به ترتیب وسط AB و DC بودن چی؟ باز می‌تونستیم همین حرف‌ها رو بزنیم؟ بهش فکر کنید و برای دست گرمی خودتون این نسخه رو حل کنید! 😊



۲۳- مساحت مثلث ABC با فرض  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $BC = 24$  و  $\hat{C} = 15^\circ$  برابر کدام است؟

۹۶ (۴)

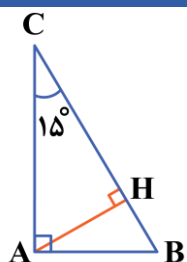
۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع ۶ - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه حاده  $15^\circ$  یا  $75^\circ$  دارد، مساوی  $\frac{1}{4}$  وتر است. پس اگر AH ارتفاع وارد بر وتر BC باشد، داریم:

$$AH = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{4} (24) = 6$$



بنابراین:

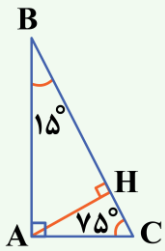
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (6)(24) = 72$$

**دام تستی!**

اگر اشتباهی در ضرب کردن انتهایی ۲۴ رو در ۲ ضرب کنی در دام گزینه ۲ می افتی!

**به نکته طلایی! (تمرین کتاب)**

اگر یک مثلث قائم الزاویه دارای زاویه ۱۵° یا ۷۵° باشد، ارتفاع وارد بر وتر، برابر ۱/۴ طول وتر است. (چرا؟)

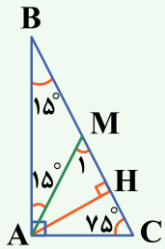


$$AH = \frac{1}{4} BC$$

چون از قبل می دانیم که میانه وارد بر وتر نصف وتر است، با رسم این میانه داریم:

$$AM = \frac{BC}{2}$$

در نتیجه مثلث AMB متساوی الساقین است و زوایای مجاور به ساق در آن برابر ۱۵° است، پس  $\hat{M}_1 = 30^\circ$  و طبق مثلثات می دانیم که:



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AH}{\frac{BC}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = \frac{BC}{4}$$



۲۴- از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ یک مربع ایجاد می شود. مساحت این مربع چقدر است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(متوسط - خطبه خط - سریع) - هندسه | صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

از برخورد نیمسازهای زاویه های داخلی مستطیل به اضلاع a و b یک مربع به طول ضلع  $\frac{\sqrt{2}}{2} |a - b|$  ایجاد می شود.

پس مساحت این مربع مساوی  $\frac{1}{4} (a - b)^2$  است.

$$\text{مساحت مربع ایجاد شده} = \frac{1}{4} (a - b)^2 = \frac{1}{4} (5 - 4)^2 = \frac{1}{4}$$

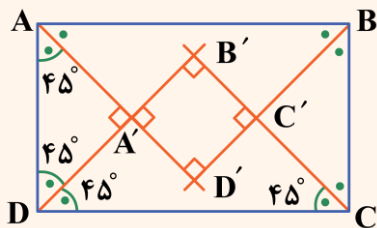


چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای درونی یک چهارضلعی دیگر

شکل	شکل حاصل از تلاقی نیمسازهای داخلی	شکل اولیه
	چهارضلعی محاطی (مجموع زاویه‌های مقابلش $180^\circ$ است)	چهارضلعی محدب دلخواه ABCD
	چهارضلعی محاطی (دو زاویه مقابل آن $90^\circ$ است)	دوزنقه ABCD
	$ AB - BC  \cos \frac{\hat{B}}{2}$ $ AB - BC  \sin \frac{\hat{B}}{2}$ $ AB - BC $ $\frac{1}{2}(AB - BC)^2 \sin \hat{B}$	مستطیل به اضلاع متوازی‌الاضلاع ABCD قطر مساحت
	$\frac{ a - b }{\sqrt{2}}$ $ a - b $ $\frac{(a - b)^2}{2}$	مربع به اضلاع مستطیل ABCD قطر به مساحت هر قطر مربع با دو ضلع روبروی مستطیل، موازی است.
	یک نقطه قطرهای نیمساز زوایا هستند.	مربع ABCD
	یک نقطه قطرهای نیمساز زوایا هستند.	لوزی ABCD



اثبات به نمونه شو ببین!



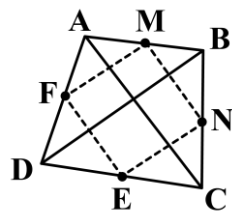
$$\text{ضلع مربع} = A'B' = B'D - A'D \quad (I)$$

می‌دانیم مثلث‌های  $\triangle AA'D$  و  $\triangle B'DC$  متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه هستند. در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} \sin(45^\circ) &= \frac{A'D}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'D = \frac{\sqrt{2}}{2} AD \\ \sin(45^\circ) &= \frac{DB'}{DC} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B'D = \frac{\sqrt{2}}{2} DC \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(I)} A'B' = \frac{\sqrt{2}}{2} (DC - AD) = \frac{\sqrt{2}}{2} (b - a)$$



۲۵- نقاط  $M, N, E, F$  وسط اضلاع چهارضلعی  $ABCD$  هستند. اگر  $2AC = 3BD = 24$ ، آنگاه محیط چهارضلعی  $MNEF$  چقدر است؟



- ۱۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - خط به خط - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳

با استفاده از قضیه میان خط می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABC: \text{AB وسط M} \\ \text{BC وسط N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = \frac{AC}{2} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle ADC: \text{AD وسط F} \\ \text{DC وسط E} \end{aligned} \right\} \Rightarrow EF = \frac{AC}{2} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \triangle ABD: \text{AB وسط M} \\ \text{AD وسط F} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MF = \frac{BD}{2} \quad (3)$$

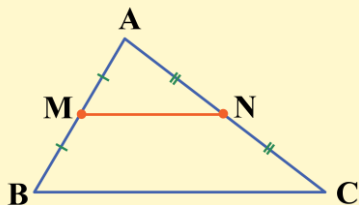
$$\left. \begin{aligned} \triangle BDC: \text{BC وسط N} \\ \text{DC وسط E} \end{aligned} \right\} \Rightarrow NE = \frac{BD}{2} \quad (4)$$

از طرف دیگر بنا بر فرض  $2AC = 3BD = 24$  است و نتیجه می‌گیریم  $AC = 12$  و  $BD = 8$  می‌باشد. حال با جمع طرفین تساوی‌های (۱)، (۲)، (۳)، و (۴) خواهیم داشت:

$$\text{محیط } MNEF = AC + BD = 12 + 8 = 20$$

قضیه میان خط در مثلث

پاره‌خطی که نقاط وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند، با ضلع سوم مثلث موازی است. اندازه این پاره‌خط نیز برابر با نصف طول ضلع سوم مثلث است.



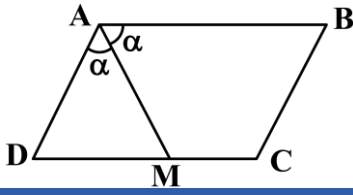
$$\left. \begin{aligned} \text{AB وسط M} \\ \text{AC وسط N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2} BC$$

توجه کنید که از عکس قضیه تالس و تعمیم قضیه تالس، قضیه میان خط به دست می‌آید.





۲۶- در شکل مقابل،  $ABCD$  متوازی الاضلاع و  $ABCM$  دوزنقه متساوی الساقین است. اندازه زاویه  $\hat{A}BC$  چند درجه است؟

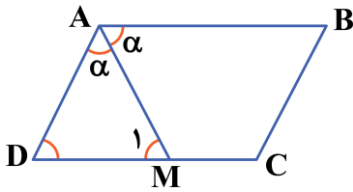


- (۱)  $60^\circ$
- (۲)  $45^\circ$
- (۳)  $75^\circ$
- (۴)  $72^\circ$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۶۳ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

دوزنقه  $ABCM$  متساوی الساقین است، پس  $AM = BC$  است. از طرف دیگر چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع است، پس  $AD = BC$  می باشد.



در نتیجه  $AD = AM$ ، پس  $\hat{D} = \hat{M}_1$ . اکنون می نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ AM \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{MAB} \Rightarrow \hat{M}_1 = \alpha \Rightarrow \hat{D} = \alpha$$

$$\hat{ADM} : \hat{A} + \hat{D} + \hat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

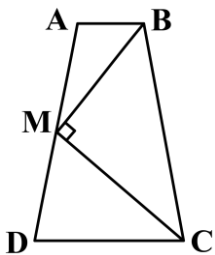
بنابراین:

$$\hat{ABC} = \hat{D} = 60^\circ$$

چون در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل مساوی اند، پس:



۲۷- مطابق شکل، نقطه  $M$  وسط ساق دوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$  قرار دارد. اگر  $MD = 5$  و  $\hat{BMC} = 90^\circ$  باشد، آن گاه محیط این دوزنقه برابر کدام است؟

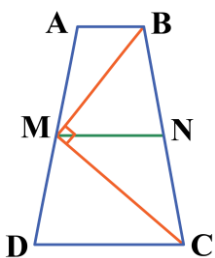


- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۲۰

(متوسط - مفهومی - زمان بر) - هندسه ۱ صفحه ۶۲ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

از نقطه  $M$  خطی موازی قاعده های دوزنقه رسم می کنیم تا ساق  $BC$  را در نقطه  $N$  قطع کند، پس:



$$ABCD : MN \parallel AB \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه تالس در دوزنقه}} \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \xrightarrow{AM=MD} \frac{BN}{NC} = 1$$

پس  $N$  وسط  $BC$  قرار دارد در واقع  $MN$  میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه  $BMC$  است، پس  $MN$  نصف وتر  $BC$  است.

$$ABCD \Rightarrow AD = BC \xrightarrow{AD=2MD=10} AD = BC = 10 \Rightarrow MN = \frac{10}{2} = 5$$

از طرف دیگر،  $MN$  وسط های دو ساق دوزنقه را به هم وصل کرده است، پس طول  $MN$  نصف مجموع طول دو قاعده است.

$$MN = \frac{AB + DC}{2} \xrightarrow{MN=5} AB + DC = 10$$

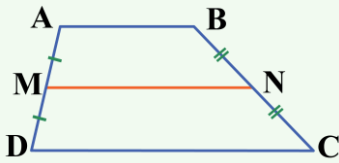
$$\text{محیط دوزنقه} = AB + DC + AD + BC = 10 + 10 + 10 = 30$$

بنابراین:



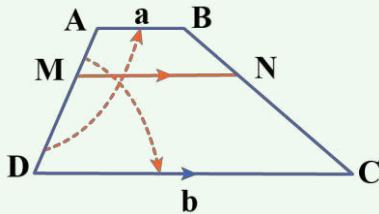
دو نکته طلایی!

به کمک قضیه تالس در دوزنقه می‌توان ثابت کرد اگر پاره‌خطی وسط ساق‌های دوزنقه را به هم وصل کند در این صورت طول آن برابر نصف مجموع طول دو قاعده دوزنقه است.



$$AM = MD, BN = NC \Rightarrow MN = \frac{AB + DC}{2}$$

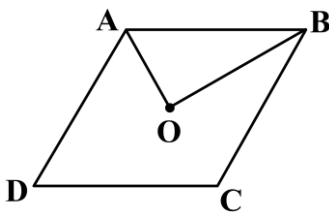
به علاوه در حالتی که MN فقط موازی قاعده‌ها باشد همچنان می‌توان گفت:



$$MN \parallel AB \parallel DC \Rightarrow MN = \frac{AM \times DC + MD \times AB}{AM + MD}$$



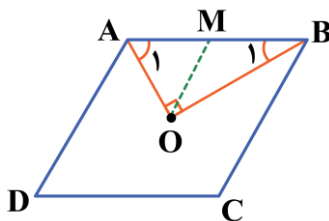
۲۸- مطابق شکل مقابل، در متوازی‌الاضلاع ABCD نقطه O از اضلاع AB، BC و AD به یک فاصله است. اگر  $\hat{D} = 60^\circ$  و  $S_{\triangle AOB} = 2\sqrt{3}$  باشد، آن‌گاه فاصله O تا وسط ضلع AB چقدر است؟



- (۱)  $\sqrt{3}$
- (۲)  $\frac{2}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

سخت - مفهومی - زمان‌بر (هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



نقطه O از اضلاع AB، BC و AD به یک فاصله است پس O روی نیمسازهای زاویه‌های  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  است. از طرف دیگر در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکمل‌اند و زاویه‌های روبه‌رو برابرند. می‌دانیم:  $\hat{D} = 60^\circ$

بنابراین  $\hat{A} = 120^\circ$  و  $\hat{B} = 60^\circ$  است، در نتیجه:

$$\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}}{2} = 30^\circ \text{ و } \hat{A}_1 = \frac{\hat{A}}{2} = 60^\circ$$

پس  $\hat{AOB} = 90^\circ$  می‌باشد، یعنی مثلث AOB قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$\triangle OAB: \hat{A}_1 = 60^\circ \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

$$\triangle OAB: \hat{B}_1 = 30^\circ \Rightarrow OA = \frac{1}{2} AB$$

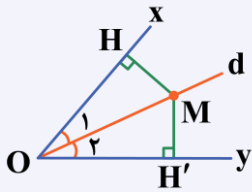
$$S_{\triangle OAB} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} OA \times OB = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} AB\right) = 2\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 16 \Rightarrow AB = 4$$

درنهایت اگر M وسط AB باشد، آن‌گاه چون در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، در نتیجه  $OM = \frac{AB}{2} = 2$  است.



یادآوری ویژگی نقاط روی نیمساز

اگر نقطه‌ای از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، آن نقطه روی نیمساز زاویه قرار دارد و برعکس.



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Leftrightarrow MH = MH'$$

به نکته طلایی!

یادتون نره که در مثلث قائم الزاویه‌ای که یک زاویه  $30^\circ$  یا  $60^\circ$  داشته باشه می‌تونیم از دو مورد زیر استفاده کنیم:

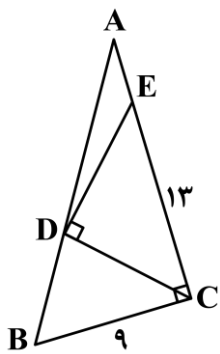
- ۱) سینوس زاویه  $30^\circ$  برابر با  $\frac{1}{2}$  هست. یعنی ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر می‌شه.
- ۲) سینوس زاویه  $60^\circ$  برابر با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  هست. یعنی ضلع روبه‌رو به زاویه  $60^\circ$  برابر با  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر می‌شه.

قلیشو یاد بگیر!

خیلی وقتا برای حل سوالات هندسه از سینوس و کسینوس زاویه  $30^\circ$  و  $60^\circ$  هم استفاده می‌کنیم. فقط کافیه کمی دقت کنی که چه موقع به دردت می‌خوره! 😊



۲۹- مطابق شکل مقابل، در مثلث  $\triangle ABC$ ، اگر  $AC \perp BC$ ،  $CD \perp DE$ ،  $CD$  نیمساز زاویه  $\hat{C}$  بوده و در مثلث  $\triangle CDE$  ارتفاع وارد بر  $EC$  موازی  $BC$  باشد، آن‌گاه طول  $AE$  برابر کدام است؟



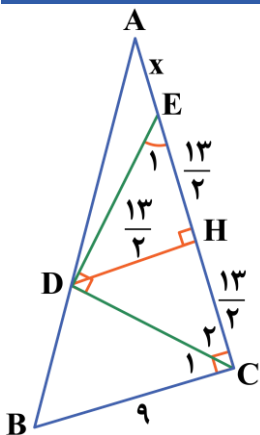
- ۱)  $5/2$
- ۲)  $6/6$
- ۳)  $10/4$
- ۴)  $13/2$

(سخت - مفهومی - زمان‌بر) - هندسه ۱ صفحه ۶۰ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۳

بنابر فرض سؤال، دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEC$  قائم‌الزاویه‌اند. چون  $CD$  نیمساز زاویه قائمه  $\hat{C}$  است، پس  $\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 45^\circ$  می‌باشد. در ضمن ارتفاع  $DH$  با  $BC$  موازی است.

$$\triangle DEC: \begin{cases} \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{C}_2 = 45^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_1 = 45^\circ$$



بنابراین مثلث  $\triangle DEC$  متساوی‌الساقین هم می‌باشد، در نتیجه ارتفاع  $DH$ ، میانه هم هست، پس  $DH = EH = CH = \frac{13}{2}$ .



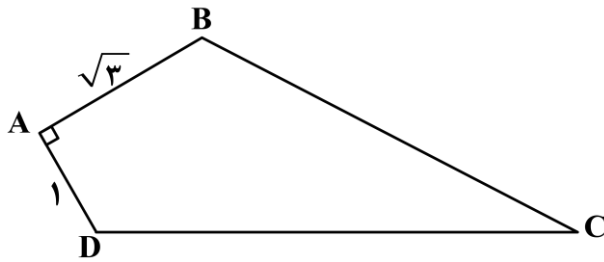
با فرض  $AE = x$  داریم:

$$\triangle ABC : DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AH}{AC} = \frac{DH}{BC} \Rightarrow \frac{x + \frac{13}{2}}{x + 13} = \frac{\frac{13}{2}}{9} \xrightarrow{\times 2} \frac{2x + 13}{x + 13} = \frac{13}{9}$$

$$\Rightarrow 18x + 117 = 13x + 169 \Rightarrow 5x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{5} = \frac{104}{10} = 10.4$$



۳- در شکل زیر، از نقاط  $B$  و  $D$  به ترتیب دو پاره‌خط موازی اضلاع  $AD$  و  $AB$  چنان رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه  $E$  درون چهارضلعی قطع کنند. اگر  $\hat{CDE} = 30^\circ$  و فاصله  $E$  تا وسط  $BC$  برابر  $1/5$  باشد، طول ضلع  $DC$  برابر کدام است؟

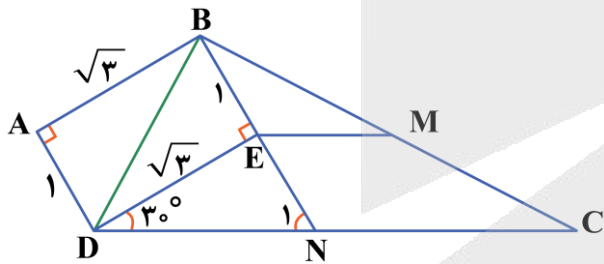


- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

(سخت - ترکیبی - زمان بر) - هندسه ۱ صفحه ۶۴ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۲

بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت. پاره‌خط  $BE$  را امتداد می‌دهیم تا  $DC$  را در نقطه  $N$  قطع کند و  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. طبق فرض  $ABED$  متوازی‌الاضلاع است و چون  $\hat{A} = 90^\circ$  است، پس  $ABED$  مستطیل می‌باشد. بنابراین:



بنابر فرض  $EM = 1/5$  می‌باشد. در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle DEN$  می‌نویسیم:

$$\triangle DEN : \hat{D} = 30^\circ \Rightarrow \hat{N} = 60^\circ \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{3}}{2} DN \xrightarrow{DE = \sqrt{3}} DN = 2$$

$$\triangle DEN : \hat{D} = 30^\circ \Rightarrow EN = \frac{1}{2} DN = \frac{1}{2}(2) = 1$$

بنابراین  $BE = EN = 1$ . یعنی در مثلث  $\triangle BDN$  پاره‌خط  $DE$  میانه است. از طرفی:

$$\triangle BNC : \frac{BE}{EN} = \frac{BM}{MC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EM \parallel NC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EM}{NC} = \frac{BE}{BN} \Rightarrow \frac{1/5}{NC} = \frac{1}{2} \Rightarrow NC = 3$$

بنابراین:

$$DC = DN + NC = 2 + 3 = 5$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون

کار، انرژی و توان + دما و گرما  
(تا انتهای انبساط غیرعادی آب) - صفحه‌های ۷۱ تا ۹۵

بودجه‌بندی  
این آزمون

در مجموع ۱ الی ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در  
کنکور

۳۱- جسمی از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی این جسم در ارتفاع ۵ متری سطح زمین برابر با  $8 \frac{m}{s}$  باشد، چند درصد از انرژی اولیه آن در طی مسیر به انرژی درونی جسم و مولکول‌های هوا تبدیل می‌شود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

۸۲ (۴)

۶۴ (۳)

۳۶ (۲)

۱۸ (۱)

(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۷۱ - ۱۰۰۳

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

انرژی مکانیکی جسم را در دو حالت حساب می‌کنیم:

$$E = K + U \Rightarrow \begin{cases} E_1 = K_1 + U_1 = mgh_1 \Rightarrow E_1 = m \times 10 \times 10 = 100m \\ E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow E_2 = \underbrace{\left(\frac{1}{2}m \times 8^2\right)}_{32m} + \underbrace{(m \times 10 \times 5)}_{50m} = 82m \end{cases}$$

گام دوم

مقدار کار نیروهای اتلافی، یعنی همان کاری که تبدیل به انرژی درونی جسم و مولکول‌های هوا می‌شود را به دست می‌آوریم. طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow W_f = 82m - 100m = -18m$$

$$\Rightarrow |W_f| = 18m$$

گام آخر

برای محاسبه این که چند درصد از انرژی جسم در طی مسیر به انرژی درونی جسم و مولکول‌های هوا تبدیل می‌شود، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{|W_f|}{E_1} \times 100 = \frac{18m}{100m} \times 100 = 18\%$$

انرژی درونی

انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی ذره‌های تشکیل‌دهنده آن است.

عوامل مؤثر بر انرژی درونی یک جسم:

- ۱- تعداد ذرات جسم: هرچه تعداد ذرات یک جسم، بیشتر باشد، انرژی درونی جسم، بیشتر است.
- ۲- انرژی هر ذره: هرچه ذرات جسم انرژی بیشتری داشته باشند، انرژی درونی جسم، بیشتر است.

نکته

معمولاً با گرم‌تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بالا می‌رود.

## قضیه کار و انرژی درونی

اگر در طول مسیر، نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا به جسم وارد شوند و روی جسم، کار منفی انجام دهند، بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می‌کنند.

کاهش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) درمی‌آید.

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow \text{تغییر انرژی مکانیکی جسم} = \text{کار انجام شده توسط نیروهای اتلافی}$$

منظور از  $W_f$  اتلاف انرژی (تغییر انرژی درونی سامانه) می‌باشد که در تست‌ها با حالت‌های زیر مواجه خواهید شد:

۱- اگر در سؤال، بحث نیروی اصطکاک و مقاومت هوا شد، به جای اتلاف انرژی باید کار نیروی اصطکاک و مقاومت هوا را قرار دهید.

$$W_f = -f \times L, \quad W_{f_{\text{air}}} = -f_{\text{air}} \times L$$

## تذکر!

کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا به مسیر حرکت جسم، وابسته است. یعنی بین دو نقطه معین، در صورت ثابت بودن اندازه نیروی اتلافی، هرچه مسیر حرکت جسم، طولانی‌تر باشد، اندازه  $W_f$  بیش‌تر است.

۲- علامت اتلاف انرژی باید حتماً منفی باشد. مثلاً اگر در سؤال گفته شد اتلاف انرژی،  $\gamma$  ژول است، باید در رابطه  $- \gamma J$  را قرار دهید.

۳- ممکن است اتلاف انرژی را برحسب درصد بدهند. مثلاً اگر گفته شود، اتلاف انرژی ۳۰ درصد انرژی جنبشی اولیه است، شما در رابطه

$$\text{به جای } W_f, K_1 - \frac{30}{100} K_1 \text{ را قرار دهید.}$$

## تذکر!

وقتی می‌گوییم انرژی تلف شده است، این به این معنی نیست که در این حالت انرژی از بین رفته است، بلکه به انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن تبدیل شده است.

## نکته

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است،  $E_2$  کوچک‌تر از  $E_1$  می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد، صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر  $E_1 - E_2$  خواهد بود.

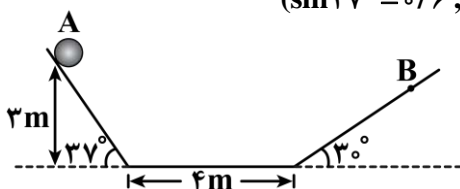
## به نمونه باحال

در شکل زیر، توپ در حال حرکتی که انرژی جنبشی دارد را با دست متوقف می‌کنیم. انرژی جنبشی توپ در اثر برخورد با مولکول‌های هوا و دست باعث گرم شدن مولکول‌های هوا و دست می‌شود. در واقع گفته می‌شود انرژی درونی مولکول‌های هوا و دست افزایش می‌یابد، پس انرژی جنبشی توپ از بین رفته و تبدیل به انرژی درونی شده است.



۳۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$  از نقطه A با تندی  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  مماس بر سطح رو به پایین پرتاب می‌شود. اگر جسم در سمت مقابل، حداکثر تا نقطه B بالا رفته و در این جابه‌جایی، ۴۰ درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم توسط نیروهای مقاوم تلف شوند،

جسم تا رسیدن به نقطه B، چه مسافتی را برحسب متر طی کرده است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



۱۰ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۹ (۴)

۱۶/۵ (۳)

**گام اول**

در نقطه B جسم متوقف می‌شود، پس در این نقطه فقط دارای انرژی پتانسیل گرانشی است اما در نقطه A دارای انرژی‌های جنبشی و پتانسیل گرانشی است.

از قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

کار نیروهای اتلافی

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = W_f \xrightarrow{W_f = -\frac{4}{10} K_1}$$

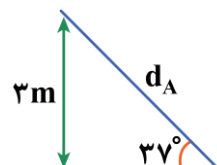
$$U_2 - K_1 - U_1 = -\frac{4}{10} K_1 \Rightarrow U_2 = U_1 + \frac{6}{10} K_1 \xrightarrow{U = mgh, K = \frac{1}{2} mv^2}$$

$$mgh_B = mgh_A + \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} mv_A^2 \xrightarrow{\frac{h_A = 3m}{v_A = 5 \frac{m}{s}}} 10 \times h_B = 10 \times 3 + \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} \times 5^2$$

$$\Rightarrow 10 \cdot h_B = 37.5 \Rightarrow h_B = 3.75m$$

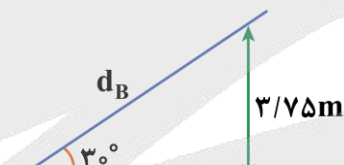
**گام دوم**

بنابراین مسافتی که جسم روی سطح‌های شیب‌دار طی می‌کند برابر است با:



$$\sin 37^\circ = \frac{3}{d_A}$$

$$\Rightarrow 0.6 = \frac{3}{d_A} \Rightarrow d_A = 5m$$



$$\sin 30^\circ = \frac{3.75}{d_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3.75}{d_B} \Rightarrow d_B = 7.5m$$

**گام آخر**

در نهایت کل مسافتی که جسم طی می‌کند برابر می‌شود با:

$$d_{\text{کل}} = 5 + 4 + 7.5 = 16.5m$$

۳۳- دو ماشین A و B مطابق جدول زیر کار مفید یکسانی را انجام می‌دهند. کدام گزینه در مورد مقایسه توان مفید و بازده (Ra) این دو ماشین صحیح است؟

ماشین	کار مفید انجام شده	مدت زمان انجام کار W	انرژی مصرف شده جهت انجام کار W
A	W	t	۲E
B	W	۲t	E

$$Ra_B > Ra_A \quad (۴)$$

$$Ra_B = Ra_A \quad (۳)$$

$$P_A = P_B \quad (۲)$$

$$P_A < P_B \quad (۱)$$

ماشین A در مقایسه با ماشین B، کار مفید معینی را در مدت زمان کمتری انجام داده است؛ به همین دلیل توان مفید آن بیشتر است:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \xrightarrow{W_A = W_B, \Delta t_A < \Delta t_B} P_A > P_B$$

**نکته**

طبق رابطه  $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ ، هرچه کار معینی در مدت زمان کمتری انجام شود، توان انجام آن کار بیشتر است.



ماشین B برای انجام کاری معین، انرژی کمتری مصرف کرده است؛ پس بازده آن بیشتر است:

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 \rightarrow Ra_B > Ra_A$$

$E_B = E_A = W$   
 $E_{B \text{ ورودی}} < E_{A \text{ ورودی}}$



۳۴- جرم اتاقک آسانسوری به همراه بار آن ۱ تن است. اگر این آسانسور فاصله ۲۰ متری بین طبقات سوم تا نهم یک برج تجاری را با تندی ثابت  $5 \frac{m}{s}$  طی کند، توان متوسط خروجی موتور آن چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود).

- ۲۰ (۱)      ۲۵ (۲)      ۴۰ (۳)      ۵۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد (۱۰۰۳ - صفحه ۷۴ - ۱۰۰۳))

پاسخ: گزینه ۴

گام اول

کار مفید موتور آسانسور را به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{mg} = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 10^3 \times 10 \times 20 = 2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم

مدت زمانی که آسانسور فاصله ۲۰ متر را طی می کند، برابر است با:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

گام آخر

توان متوسط خروجی موتور آسانسور را حساب می کنیم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P_{av} = \frac{2 \times 10^5}{4} = 5 \times 10^4 \text{ W} \times \frac{1 \text{ kW}}{10^3 \text{ W}} = 50 \text{ kW}$$

توان متوسط

آهنگ انجام کار و یا آهنگ مصرف انرژی را توان می گویند. توان متوسط از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان، یک کمیت فرعی و نرده ای است که یکای آن در SI، وات (W) است که معادل با ژول بر ثانیه ( $\frac{J}{s}$ ) می باشد.

نکته

توان مصرفی یک وسیله برابر آهنگ مصرف انرژی توسط آن وسیله است و داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{\Delta t}$$

یه نمونه باحال

شخصی به جرم ۷۲kg در مدت زمان ۹۰s از تعداد ۵۰ پله با تندی ثابت بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و ارتفاع هر پله را ۳۰cm فرض کنید).



پاسخ تشریحی:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow P_{av} = \frac{72 \times 10 \times (50 \times 0 / 3)}{90}$$

$$\Rightarrow P_{av} = 8 \times 15 \Rightarrow P_{av} = 120 \text{ W}$$



۳۵- یک موتور الکتریکی در مدت ۱ دقیقه یک سطل پر از آب به جرم ۳۰kg را از کف چاهی با تندی ثابت  $9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  بالا می‌کشد تا به سطح زمین برسد. توان متوسط موتور چند اسب بخار است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ,  $1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$  و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود).

۱/۵ (۴)

۱ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۳/۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۳ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

کلم اول

از آنجا که تندی حرکت، ثابت است، بزرگی نیروی موتور با بزرگی نیروی وزن سطل برابر است؛ بنابراین داریم:

$$F = mg \Rightarrow F = 30 \times 10 = 300 \text{ N}$$

کلم آخر

توان متوسط موتور را به کمک رابطه  $P_{av} = Fv \cos \theta$  به دست می‌آوریم:

$$v = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}} \div 3/6 = 2/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P_{av} = Fv \cos \theta \Rightarrow P_{av} = 300 \times 2/5 \times 1 = 120 \text{ W} \Rightarrow P = 1 \text{ hp}$$

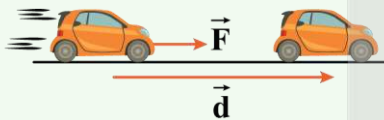
نکته

اسب بخار (hp)، یکای فرعی و قدیمی کمیت توان است و هر یک اسب بخار معادل ۷۴۶W می‌باشد. این یکا نخستین بار توسط وات برای ارزیابی توان خروجی ماشین بخار معرفی شد. توان موتور بیش‌تر وسایل نقلیه با این یکا بیان می‌شود.

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$

نکته

اگر بر جسمی نیروی ثابت  $\vec{F}$  وارد شود و جسم با سرعت ثابت حرکت کند، برای محاسبه توان متوسط نیروی  $\vec{F}$  می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:



$$P_{av} = \frac{W}{t} = \frac{Fd \cos \theta}{t} \xrightarrow{d=v \cdot t} P_{av} = Fv \cos \theta$$



۳۶- توان پمپی ۴kW است. اگر بازده این پمپ، ۶۰ درصد باشد، حداکثر چند لیتر آب را در مدت یک دقیقه به اندازه ۱۲m با تندی

$$\text{ثابت بالا می‌برد؟} \left( \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

۲۴۰۰ (۴)

۲۰۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۵ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

کلم اول

توان خروجی پمپ را حساب می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow Ra = \frac{60}{100} = 0/6 \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 2400 \text{ W}$$



گام دوم

کار انجام شده توسط پمپ را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} \Rightarrow 2400 = \frac{W_{\text{پمپ}}}{60} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 2400 \times 60 \text{ J}$$

گام سوم

جرم حداکثر آب جابه‌جاشده را به دست می‌آوریم:

$$W_t = W_{mg} + W_{\text{پمپ}}$$

$$\frac{W_t = \Delta K}{\rightarrow} \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = -mg\Delta h + W_{\text{پمپ}}$$

$$\frac{\text{حداکثر جرم}}{\text{تندی ثابت}} \rightarrow W_{\text{پمپ}} = mg\Delta h + \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 2400 \times 60 = m \times 10 \times 12 \Rightarrow m = 1200 \text{ kg}$$

گام آخر

حجم حداکثر آب جابه‌جاشده را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1200}{1000} = 1.2 \text{ m}^3 = 1200 \text{ L}$$

راندمان (بازده)

نسبت انرژی خروجی از یک دستگاه به انرژی ورودی به آن دستگاه را بازده می‌گویند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100$$

تذکر!

در رابطه‌های بالا، هر دو کمیت صورت و مخرج باید دارای واحدهای یکسانی باشند.

نکته

بازده، یکا ندارد و درصد آن همواره کوچکتر مساوی ۱۰۰ است.

$$Ra = 100\% \text{ : ماشین آرمانی}$$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$



انواع توان:

۱- **توان کل (توان ورودی):** توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد.

✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰W است، منظور توان کل دستگاه است.

✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.

۲- **توان غیرمفید (توان تلف شده در داخل دستگاه):** این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.

۳- **توان مفید (خروجی):** این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود.

این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

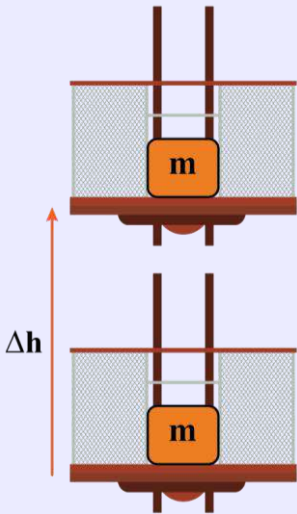
$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t}$$



نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ:

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ بنابراین:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} ; \Delta E = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$



✓ در اکثر سؤالات، تبدی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتهای مسیر، ساکن است)، در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر با تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$$

توان مفید پمپ (بالابر)

آزمون سراسری ریاضی ۱۳۹۹

پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان

ورودی پمپ، ۲۰ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$

۱) ۷۰      ۲) ۶۰      ۳) ۴۰      ۴) ۳۰

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2=K_1} W_{\text{پمپ}} = -W_{mg}$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +\rho V g \Delta h$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = +1 \times 10^3 \times 3 \times 10 \times 24 = 7.2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{7.2 \times 10^5}{60} = 1.2 \times 10^4 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

گام آخر: بازده پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۷- توان یک وسیله برقی ۱۵۰۰W است. اگر بازده این وسیله ۸۰ درصد باشد، در مدت یک دقیقه چند کیلوژول انرژی هدر می‌رود؟

۱) ۱۵      ۲) ۱۶      ۳) ۱۸      ۴) ۲۰

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۷۵ - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول

کار کل را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{ورودی}} = \frac{W_{\text{کل}}}{\Delta t} \Rightarrow 1500 = \frac{W_{\text{کل}}}{60} \Rightarrow W_{\text{کل}} = 90000 \text{ J}$$



کلم دوم

توان مفید را به دست می آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \rightarrow \frac{Ra = \frac{80}{100}}{P_{\text{ورودی}} = 1500W} \rightarrow \frac{80}{1500} = \frac{P_{\text{مفید}}}{1500} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 1200W$$

کلم سوم

کار مفید را حساب می کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} \Rightarrow 1200 = \frac{W_{\text{مفید}}}{60} \Rightarrow W_{\text{مفید}} = 72000J$$

کلم آخر

کار اتلافی را به دست می آوریم:

$$W_{\text{اتلافی}} = W_{\text{کل}} - W_{\text{مفید}} = 90000 - 72000 = 18000J = 18kJ$$



۳۸- کدام یک از دماسنج های زیر جزو دماسنج های معیار نمی باشد؟

- (۱) دماسنج گازی (۲) دماسنج مقاومت پلاتینی (۳) تفسنج (۴) دماسنج ترموکوپل

(آسان - خطبه خط - سریع - صفحه ۸۶ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر) را به عنوان دماسنج های معیار برای اندازه گیری گستره دماهای مختلف پذیرفته اند. دماسنج ترموکوپل به دلیل دقت کم تر آن نسبت به دماسنج های بیان شده از مجموعه دماسنج های معیار کنار گذاشته شده است.

دماسنج های معیار

- ۱- دماسنج گازی: اساس کار مبتنی بر قانون گازهای کامل
  - ۲- دماسنج مقاومت پلاتینی: اساس کار مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی در اثر تغییر دما
  - ۳- تفسنج (پیرومتر): اساس کار مبتنی بر تابش گرمایی
- دماسنج تابشی براساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می کند.



۳۹- اگر دما در مقیاس فارنهایت را با F و دما در مقیاس کلوین را با T نشان دهیم، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $9F = 5T + 1653$  (۲)  $9T = 5F + 2297$  (۳)  $5T = 9F + 1077$  (۴)  $5F = 9T + 2617$

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۸۵ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

رابطه بین T و  $\theta$  و نیز F و  $\theta$  به صورت زیر است:

$$\begin{cases} T = \theta + 273 \Rightarrow \theta = T - 273 & (1) \\ F = \frac{9}{5}\theta + 32 & (2) \end{cases}$$

با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۲) داریم:

$$F = \frac{9}{5}(T - 273) + 32 \xrightarrow{\times 5} 5F = 9T - 9 \times 273 + 5 \times 32$$

$$\Rightarrow 5F = 9T - 2297 \Rightarrow 9T = 5F + 2297$$

## مقیاس‌های دما

۱- مقیاس سلسیوس (سانتی‌گراد): یکای متداول دما درجه سلسیوس است. یکای سلسیوس را با نماد °C و دما برحسب آن را با نماد  $\theta$  نمایش می‌دهند.

۲- کلوین: یکای SI دما، کلوین است. یکای کلوین با نماد K و دما برحسب کلوین با T نمایش داده می‌شود.

۳- فارنهایت: این مقیاس در صنعت و هواشناسی کاربرد دارد. یکای فارنهایت با نماد °F و دما برحسب درجه فارنهایت با نماد F نمایش داده می‌شود.

مقیاس دما	نماد یکا	نحوه نمایش	رابطه تبدیل به مقیاس دیگر
سلسیوس	°C	$\theta$	
کلوین	K	T	$T = \theta + 273 \Rightarrow \Delta T = \Delta \theta$
فارنهایت	°F	F	$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta \theta$

## نکته

صفر کلوین برابر با  $-273^{\circ}\text{C}$  است که این کمترین دمای ممکن نیز است. اما برای دما حد بالایی وجود ندارد.

## نکته

رابطه کلی دماسنجی بین دو درجه‌بندی به صورت زیر است:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

در رابطه بالا هنگامی که دماسنج اول  $x_1$  را نشان می‌دهد دماسنج دوم  $y_1$  و هنگامی که دماسنج اول  $x_2$  را نشان می‌دهد، دماسنج دوم  $y_2$  را نشان می‌دهد. حال X و Y دمای محیطی هستند که در دو درجه‌بندی اندازه‌گیری می‌شود.

## به نمونه باحال

دماسنجی دمای  $10^{\circ}\text{C}$  درجه سلسیوس را ۱۵ و دمای  $40^{\circ}\text{C}$  درجه سلسیوس را ۴۵ نشان می‌دهد. معین کنید در چه دمایی برحسب درجه فارنهایت هر دو دماسنج یک عدد را نشان می‌دهند؟

(۱)  $126/5$  (۲)  $94/5$  (۳)  $84/5$  (۴)  $116/5$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{\theta - (-10)}{40 - (-10)} = \frac{\theta - 15}{45 - 15} \Rightarrow \frac{\theta + 10}{50} = \frac{\theta - 15}{30} \Rightarrow 3\theta + 30 = 5\theta - 75 \Rightarrow 105 = 2\theta \Rightarrow \theta = \frac{105}{2}^{\circ}\text{C}$$

حال رابطه تبدیل مقیاس درجه سلسیوس به درجه فارنهایت را می‌نویسیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = \frac{105}{2}^{\circ}\text{C}} F = \frac{9}{5} \times \frac{105}{2} + 32 = 126/5^{\circ}\text{F}$$

پاسخ: گزینه ۱



۴۰- یکای ضربی انبساط طولی و حجمی در SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱)  $K^3$  و K (۲) K و K (۳)  $\frac{1}{K}$  و  $\frac{1}{K^3}$  (۴)  $\frac{1}{K}$  و  $\frac{1}{K}$

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۸۸ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

یکای ضربی انبساط طولی، سطحی و حجمی در SI برابر  $\frac{1}{K}$  می‌باشد.



۴۱- طول یک پل معلق در پایین ترین دمای منطقه ۱۵۰۰m است. این پل از نوعی فولاد با ضریب انبساط طولی  $\frac{1}{C} \times 10^{-6} \times 12$  ساخته شده است. دمای این پل چند درجه سلسیوس تغییر کند تا طول آن ۹۰cm افزایش یابد؟

۴۰ (۱)      ۵۰ (۲)      ۸۰ (۳)      ۱۰۰ (۴)

(آسان - محاسباتی - سریع - صفحه ۸۸ - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

داده‌های سؤال را در رابطه  $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$  قرار می‌دهیم و تغییر دمای پل را محاسبه می‌کنیم:

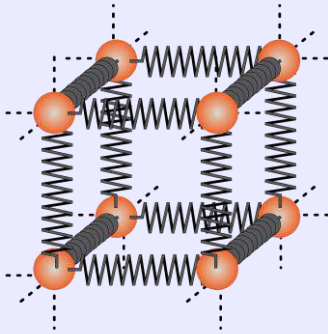
$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.9 = 1500 \times 12 \times 10^{-6} \times \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ C$$

برگرفته از مثال ۱-۴ کتاب درسی

### انبساط جامدات

اکثر جامدات به هنگام افزایش دما منبسط شده و حجم آن‌ها افزایش می‌یابد. علت انبساط این است که هنگامی که به یک جسم جامد گرما داده می‌شود، مولکول‌های آن انرژی اضافی به دست می‌آورند و ارتعاش آن‌ها شدیدتر می‌شود و برای حرکت به جای بیش‌تری نیاز دارند در نتیجه با وجود ربایش متقابل مولکول‌ها، هر مولکول می‌کوشد مولکول‌های همسایه خود را اندکی کنار بزند؛ بنابراین با افزایش دمای جامدها، فاصله بین آن‌ها اندکی افزایش می‌یابد و موجب می‌شود که انبساط صورت گیرد.



### انبساط طولی (خطی):

فرض کنید یک میله را گرم کنیم، در این صورت طول و قطر آن هر دو افزایش می‌یابند، اگر قطر میله در مقایسه با طول آن کوچک باشد، انبساط طول آن بیش‌تر مشاهده می‌شود. در این صورت انبساط را، انبساط طولی می‌نامیم.

اگر دمای میله‌ای با طول اولیه  $L_1$  به اندازه  $\Delta T$  تغییر کند، طول آن به اندازه  $\Delta L$  تغییر خواهد کرد و به مقدار  $L_2$  می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow L_2 - L_1 = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \Rightarrow L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

### ضریب انبساط طولی ( $\alpha$ ):

افزایش طول میله‌ای به طول یک متر از یک ماده به‌ازای افزایش دمای یک درجه سلسیوس را ضریب انبساط طولی می‌نامند.

### نکات

۱- ضریب انبساط طولی اجسام به جنس آن‌ها بستگی دارد.

۲- یکای ضریب انبساط طولی، یک بر روی کلوین ( $\frac{1}{K}$ ) یا یک بر روی درجه سلسیوس ( $\frac{1}{C}$ ) است.

### درصد تغییرات طول در انبساط طولی:

درصد تغییرات طول میله‌ای با طول اولیه  $L_1$  و ضریب انبساط طولی  $\alpha$  که دمای آن  $\Delta T$  تغییر کرده است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

### به نمونه باحال

یک تیرآهن در اثر افزایش دمای  $50^\circ C$ ،  $0.06\%$  درصد به طولش اضافه می‌شود. ضریب انبساط طولی این تیرآهن در SI چقدر است؟

پاسخ تشریحی:

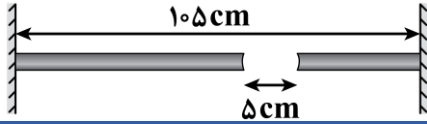
طول میله را صد متر فرض می‌کنیم. طبق مفهوم درصد، به‌ازای هر ۱۰۰m، طول ۰/۰۶m افزایش می‌یابد.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0.06 = 100 \times \alpha \times 50 \Rightarrow \alpha = \frac{6 \times 10^{-2}}{5 \times 10^3} = 1/2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

•• IBO ••

۴۲- مطابق شکل زیر، دو میله برنجی به فاصله ۵cm از یکدیگر بین دو دیوار قرار دارند. اگر دمای میله‌ها را ۵۰°C افزایش دهیم،

فاصله بین دو میله به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ( $\alpha_{\text{برنج}} = 20 \times 10^{-6} \frac{1}{C}$ )



- (۱) ۴/۹  
(۲) ۵/۱  
(۳) ۴  
(۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۸۸ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

طول اولیه میله‌ها را  $L_1$  و  $L_2$  در نظر می‌گیریم. تغییر طول کل دو میله برابر است با:

$$\Delta L_{\text{کل}} = (\Delta L)_1 + (\Delta L)_2 = L_1 \alpha \Delta \theta + L_2 \alpha \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta L_{\text{کل}} = (L_1 + L_2) \alpha \Delta \theta = (105 - 5) \times 20 \times 10^{-6} \times 50 = 0.1 \text{ cm}$$

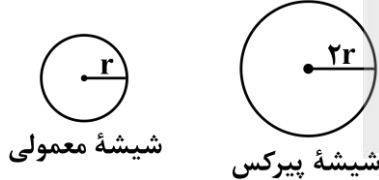
بنابراین، فاصله بین دو میله از ۵cm به ۴/۹cm می‌رسد.

•• IBO ••

۴۳- مطابق شکل زیر، دمای دو صفحه شیشه‌ای، یکی از جنس شیشه معمولی ( $\alpha_{\text{معمولی}} = 9/6 \times 10^{-6} \frac{1}{C}$ ) و دیگری از جنس شیشه

پیرکس ( $\alpha_{\text{پیرکس}} = 3/2 \times 10^{-6} \frac{1}{C}$ ) را به یک اندازه افزایش می‌دهیم. تغییر مساحت سطح مقطع شیشه پیرکس چند برابر تغییر

مساحت سطح مقطع شیشه معمولی است؟



شیشه معمولی

شیشه پیرکس

- (۱) ۲/۳  
(۲) ۶  
(۳) ۴/۳  
(۴) ۱۲

(آسان - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۹۲ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

طبق رابطه  $\Delta A = A_1 (2\alpha) \Delta \theta$  داریم:

$$\frac{\Delta A_{\text{پیرکس}}}{\Delta A_{\text{معمولی}}} = \frac{(A_1)_{\text{پیرکس}} \times \alpha_{\text{پیرکس}} \times \Delta \theta}{(A_1)_{\text{معمولی}} \times \alpha_{\text{معمولی}} \times \Delta \theta} = \frac{\pi (2r)^2 \times 3/2 \times 10^{-6}}{\pi r^2 \times 9/6 \times 10^{-6}} = \frac{4}{3}$$

### انبساط سطحی

هنگامی که یک ورقه فلزی را گرم می‌کنیم، حجم آن افزایش می‌یابد. ضخامت و مساحت سطح ورقه، هر دو افزایش می‌یابند. چنانچه ضخامت ورقه در مقایسه با سطح آن ناچیز باشد، انبساط سطح آن بیشتر مشاهده می‌شود. در این صورت انبساط را، انبساط سطحی می‌نامیم.

هرگاه دمای ورقه‌ای به مساحت اولیه  $A_1$  را به اندازه  $\Delta T$  تغییر دهیم، مساحت آن به اندازه  $\Delta A$  تغییر می‌کند و به مقدار  $A_2$  می‌رسد، بنابراین:

$$\Delta A = 2A_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta \theta)$$

### ضریب انبساط سطحی:

افزایش مساحت سطح یک ورق با مساحت  $1m^2$  از یک ماده به‌ازای یک کلوین (یک درجه سلسیوس) افزایش دما را ضریب انبساط سطحی می‌نامند.

## نکات

۱- ضریب انبساط سطحی اجسام به جنس آن‌ها بستگی دارد.

۲- یکای ضریب انبساط سطحی، یک بر روی کلونین  $(\frac{1}{K})$  یا یک بر روی درجه سلسیوس  $(\frac{1}{^{\circ}C})$  است.

۳- ضریب انبساط سطحی جامدها با تقریب خوبی، دو برابر ضریب انبساط طولی آن‌ها است.

برای محاسبه درصد تغییرات مساحت صفحاتی با مساحت اولیه  $A_1$ ، ضریب انبساط سطحی  $\alpha$  که دمای آن به اندازه  $\Delta T$  تغییر کرده است از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta T \times 100$$

## نکته

هرگاه در میان یک ورقه فلزی یک سوراخ وجود داشته باشد، با گرم نمودن این قطعه، مساحت ورقه و سوراخ هر دو افزایش می‌یابند و رابطه تغییر مساحت سوراخ مشابه رابطه تغییر مساحت ورقه می‌باشد. رابطه تغییر شعاع (یا قطر) سوراخ، مانند تغییر طول یک میله است.

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$$

## آزمون سراسری تجربی ۱۳۹۸

۷۵- ضریب انبساط طولی آلومینیم  $23 \times 10^{-5} K^{-1}$  است و روی یک ورقه تخت آلومینیمی، حفره دایره‌ای شکل ایجاد کرده‌ایم که مساحت آن در دمای صفر درجه سلسیوس  $50 \text{ cm}^2$  است. اگر دمای ورقه را به آرامی به  $80$  درجه سلسیوس برسانیم، مساحت حفره چند سانتی‌متر مربع می‌شود؟

(۱)  $49/816$  (۲)  $49/908$  (۳)  $50/092$  (۴)  $50/184$

پاسخ تشریحی:

مساحت ثانویه حفره برابر است با:

$$A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta) = 50(1 + 2 \times 23 \times 10^{-5} \times 80) = 50/184 \text{ cm}^2$$

پاسخ: گزینه ۴



۴۴- مطابق شکل زیر، طول یک نوار فلزی را توسط یک خط‌کش فلزی اندازه می‌گیریم. اگر ضریب انبساط طولی خط‌کش بیش‌تر از

ضریب انبساط طولی نوار باشد، در کدام موارد زیر، اندازه خوانده‌شده از اندازه قبلی نوار، بزرگ‌تر است؟

الف - دمای خط‌کش و نوار را به یک اندازه افزایش دهیم.

ب - دمای خط‌کش و نوار را به یک اندازه کاهش دهیم.

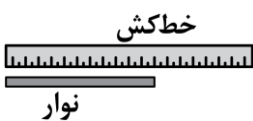
ج - فقط خط‌کش را گرم کنیم.

(۱) «الف» و «ج»

(۲) «ب» و «ج»

(۳) فقط «الف»

(۴) فقط «ب»



(متوسط - مفهومی - استاندارد) (صفحه ۹۱ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



عدد قبلی

فقط طولی از خط‌کش که بر روی نوار قرار دارد را مدنظر قرار می‌دهیم و اندازه قبلی را با فلش نشان می‌دهیم. (شکل مقابل).



بررسی موارد:

(الف)

با افزایش دمای یکسان، با توجه به این که نوار  $\alpha >$  خط‌کش  $\alpha$  است، افزایش طول خط‌کش بیش‌تر بوده و فلش از نوار جلو می‌زند؛ بنابراین، اندازه خوانده‌شده جدید، کوچک‌تر از اندازه خوانده‌شده قبلی است. (\*)



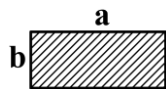
با کاهش دمای یکسان، با توجه به این که  $\alpha_{نوار} > \alpha_{خطکش}$  است، کاهش طول خطکش بیش تر از کاهش طول نوار بوده و فلش از انتهای نوار عقب تر می آید. در نتیجه، اندازه خوانده شده بزرگ تر از اندازه قبلی خواهد بود. (✓)



اگر فقط خطکش را گرم کنیم، فلش به سمت راست رفته و عدد کوچک تری جای آن را می گیرد. (\*)



۴۵- صفحه مستطیلی فلزی زیر را گرم می کنیم تا طول  $a$  به اندازه  $\Delta a$  تغییر کند و به  $a'$  برسد و عرض  $b$  به اندازه  $\Delta b$  تغییر کند و به  $b'$  برسد. کدام گزینه درست است؟



$$\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} > \frac{a}{b} \quad (۲)$$

$$\frac{\Delta a}{\Delta b} \neq \frac{a'}{b'} \quad (۴)$$

$$\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a}{b} \quad (۱)$$

$$\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a'}{b'} < \frac{a}{b} \quad (۳)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۸۸ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه  $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$  داریم:

$$\frac{\Delta a}{\Delta b} = \frac{a \alpha \Delta \theta}{b \alpha \Delta \theta} = \frac{a}{b}$$

از طرفی، طبق رابطه  $L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$  داریم:

$$\frac{a'}{b'} = \frac{a (1 + \alpha \Delta \theta)}{b (1 + \alpha \Delta \theta)} = \frac{a}{b}$$

بنابراین، گزینه (۱) درست است.



۴۶- دمای آب یک ظرف را از  $35^\circ F$  به  $3/5^\circ C$  می رسانیم. چگالی آب درون ظرف چگونه تغییر می کند؟

- (۲) پیوسته افزایش
- (۴) پیوسته کاهش

- (۱) ابتدا افزایش و سپس کاهش
- (۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش

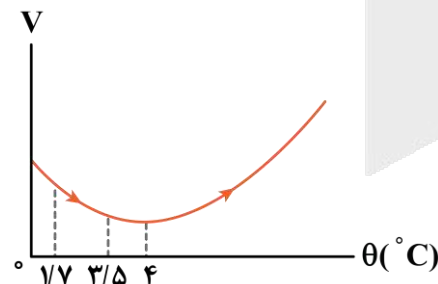
(متوسط - استدلالی - استاندارد) (صفحه ۹۵ - ۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دمای  $35^\circ F$  را بر حسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$F = 1/8\theta + 32 \Rightarrow 35 = 1/8\theta + 32 \Rightarrow 1/8\theta = 3 \Rightarrow \theta = \frac{5}{3}^\circ C \approx 1/7^\circ C$$

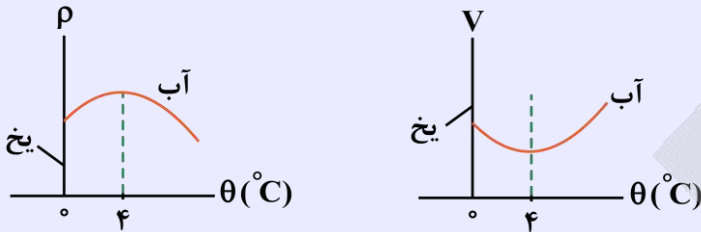
طبق نمودار انبساط غیرعادی آب (شکل مقابل) با افزایش دما از  $\theta_1 = 1/7^\circ C$  به  $\theta_2 = 3/5^\circ C$ ، حجم آب کاهش یافته، بنابراین چگالی آن پیوسته افزایش می یابد.



انبساط غیرعادی آب

آب در دمای ۴ درجه سلسیوس کمترین حجم و بیشترین چگالی را دارد.

مولکول‌های آب در یخ، شبکه‌ای بلوری تشکیل می‌دهند به طوری که در بعضی نواحی به هم نزدیک‌اند و در نواحی دیگر بین آن‌ها فضای خالی وجود دارد. وقتی آب از یخ به حالت مایع تبدیل می‌شود، دیگر شبکه بلوری وجود ندارد و آرایش مولکول‌های آن یکنواخت‌تر شده و حجم اشغال شده کاهش می‌یابد. در محدوده دماهای ۰°C تا ۴°C بقایای ساختار مولکولی یخ هنوز در آب وجود دارد و باعث انبساط غیرعادی آب می‌شود. در واقع با افزایش دما از صفر تا ۴°C حجم آب کاهش یافته و در نتیجه چگالی افزایش می‌یابد.



۴۷- اگر دمای یک قطعه فلز را ۲۰۰°C افزایش دهیم، در نتیجه چگالی آن ۱/۸ درصد کاهش می‌یابد. ضریب انبساط طولی این فلز در

SI کدام است؟

- (۱)  $30 \times 10^{-4}$  (۲)  $90 \times 10^{-4}$  (۳)  $90 \times 10^{-6}$  (۴)  $30 \times 10^{-6}$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۹۴ - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۴

تغییرات چگالی فلز برابر است با:

$$\rho_2 = \rho_1 - \frac{1}{100} \rho_1 \Rightarrow \Delta \rho = -0.01 \rho_1$$

در نتیجه، طبق رابطه  $\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta \theta$  داریم:

$$-\rho_1 \beta \Delta \theta = -0.01 \rho_1 \Rightarrow \beta \times 200 = 0.01$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{0.01 \times 5}{200 \times 5} = \frac{0.09}{1000} = 90 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}} \quad \beta = 3\alpha$$

$$3\alpha = 90 \times 10^{-6} \Rightarrow \alpha = 30 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

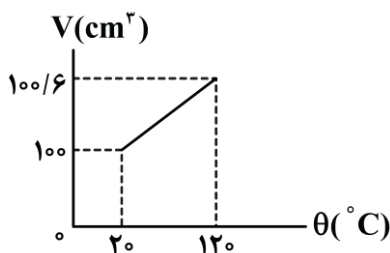
اثر تغییر دما بر روی چگالی

درصد تغییر چگالی جسم جامد با ضریب انبساط طولی  $\alpha$  در اثر تغییر دما، از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 \approx -3\alpha \Delta \theta \times 100$$



۴۸- نمودار تغییر حجم یک کره توپر فلزی بر حسب دما مطابق شکل زیر است. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟



- (۱)  $1/8 \times 10^{-4}$   
 (۲)  $1/8 \times 10^{-5}$   
 (۳)  $2 \times 10^{-5}$   
 (۴)  $6 \times 10^{-5}$



با توجه به نمودار داریم:

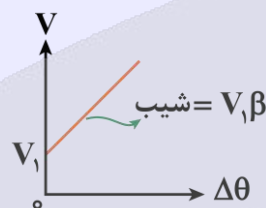
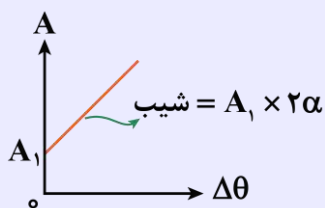
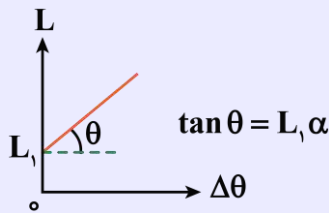
$$\begin{cases} \theta_1 = 20^\circ\text{C} \Rightarrow V_1 = 100\text{cm}^3 \\ \theta_2 = 120^\circ\text{C} \Rightarrow V_2 = 100/6\text{cm}^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\theta = 120 - 20 = 100^\circ\text{C} \\ \Delta V = 100/6 - 100 = -50/6\text{cm}^3 \end{cases}$$

با توجه به رابطه انبساط حجمی داریم:

$$\Delta V = V_1(3\alpha)\Delta\theta \Rightarrow 0/6 = 100 \times 3\alpha \times 100 \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

نمودارهای انبساط گرمایی برحسب دما

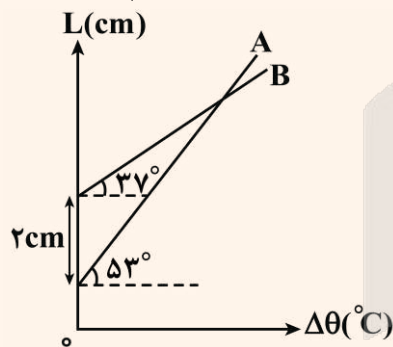
در نمودار طول میله برحسب تغییر دما، عرض از مبدأ همان طول اولیه میله است و طبق رابطه  $L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta)$ ، شیب خط برابر  $L_1\alpha$  می‌باشد.



برای نمودار مساحت و حجم برحسب تغییر دما نیز داریم:

به نمونه باحال

نمودار زیر مربوط به تغییرات طول دو میله A و B برحسب تغییرات دمای آنها می‌باشد. اگر ضریب انبساط طولی میله B،  $\frac{9}{4}$  برابر میله A باشد، طول اولیه میله B چند سانتی‌متر است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )



طول اولیه میله B چند سانتی‌متر است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )

- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۴ (۴)

پاسخ تشریحی:

$$\frac{L_{B1}\alpha_B}{L_{A1}\alpha_A} = \frac{\tan 37^\circ}{\tan 53^\circ} = \frac{3/4}{4/3} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{L_{B1} \times \frac{9}{4}\alpha_A}{L_{A1} \times \alpha_A} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{L_{B1}}{L_{B1} - 2} = \frac{5}{4} \Rightarrow L_{B1} = 10\text{cm}$$

پاسخ: گزینه ۲



۴۹- هوای اتاق C، ۷ کلوین سردتر از هوای اتاق B و ۹ درجه فارنهایت گرم‌تر از هوای اتاق A است. اگر دمای هوای اتاق B، ۳۰۰ کلوین باشد، دمای هوای اتاق A چند درجه فارنهایت است؟

- ۱۵ (۱)
- ۲۷ (۲)
- ۵۹ (۳)
- ۶۸ (۴)

**گام اول**

تمام دماها را به مقیاس °C تبدیل می‌کنیم:

رابطه بین اختلاف دما در مقیاس °C و °F به صورت  $\Delta F = 1/8 \Delta \theta$  است؛ بنابراین، اختلاف دمای اتاق A و C برابر است با:

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow 9 = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 5^\circ C$$

از طرفی، اختلاف دما در مقیاس °C و K با هم برابر است ( $\Delta T = \Delta \theta$ )؛ بنابراین، اختلاف دمای اتاق B و C برابر ۷K یا همان ۷°C است. دمای هوای اتاق B که ۳۰۰K است در مقیاس °C برابر است با:

$$T_B = \theta_B + 273 \Rightarrow 300 = \theta_B + 273 \Rightarrow \theta_B = 27^\circ C$$

**گام دوم**

دمای اتاق A را محاسبه می‌کنیم. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\theta_C = \theta_B - 7^\circ C = 27^\circ C - 7^\circ C = 20^\circ C$$

$$\theta_C = \theta_A + 5^\circ C \Rightarrow 20 = \theta_A + 5 \Rightarrow \theta_A = 15^\circ C$$

**گام آخر**

دمای اتاق A را از °C به °F تبدیل می‌کنیم:

$$F = 1/8 \theta + 32 \Rightarrow F = 1/8 \times 15 + 32 = 59^\circ F$$



۵- در شکل زیر، یک لیتر گلیسرین با ضریب انبساط حجمی  $\frac{1}{C} \times 10^{-4}$  در دمای ۲۰°C درون یک ظرف شیشه‌ای و لوله‌ای با

سطح مقطع داخلی  $2 \text{ cm}^2$  قرار دارد. ابتدا به ظرف گرما می‌دهیم تا دمای گلیسرین به ۶۰°C برسد. سپس، انتقال گرما را متوقف کرده تا گلیسرین دوباره به دمای اولیه خود برگردد. در پایان این فرایند، چند سانتی‌متر از طول لوله خالی می‌ماند؟ (از انبساط ظرف صرف نظر کنید).



- ۵ (۱)
- ۹/۴ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۰/۱ (۴)

ابتدا تغییر حجم مایع در اثر گرما را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta \theta = 1000 \times 5 \times 10^{-4} \times (60 - 20) = 20 \text{ cm}^3$$

بنابراین با توجه به سطح مقطع لوله که  $2 \text{ cm}^2$  است، به مقدار  $10 \text{ cm}^3$  از مایع در فضای خالی لوله قرار گرفته و  $10 \text{ cm}^3$  از مایع، سرریز می‌شود.

اکنون درون ظرف و لوله به مقدار  $1010 \text{ cm}^3$  مایع با دمای ۶۰°C داریم که پس از خنک شدن به دمای ۲۰°C می‌رسد؛ بنابراین تغییر حجم در این مرحله برابر است با:

$$\Delta V' = V_0' \beta \Delta \theta = 1010 \times 5 \times 10^{-4} \times (20 - 60) = -20.5 \text{ cm}^3$$

با توجه به سطح مقطع لوله داریم:

$$\Delta V' = A \Delta h \Rightarrow -20.5 / 2 = 2 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = -10.25 \text{ cm}$$

بنابراین، ۱۰/۱ سانتی‌متر از لوله خالی می‌ماند.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
 برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
 یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!  
 یا بر روی QRcode بالا را اسکن کنید!  
 پاسخنامه ویدئویی آزمون

## ردپای گازها در زندگی

فصل ۲ از ابتدای واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم تا پایان اوزون دگرشکلی از اکسیژن در هواکره  
 (صفحه‌های ۶۲ تا ۷۵)

بودجه‌بندی  
 این آزمون

مباحث این آزمون در مجموع ۲ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در  
 کنکور

## ۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) مولکول  $N_2$  طی دو مرحله واکنش با گاز اکسیژن، به گاز نیتروژن دی‌اکسید تبدیل می‌شود.
- ۲) اوزون در لایه تروپوسفر، آلاینده‌ای سمی و خطرناک است که سبب سوزش چشم‌ها و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.
- ۳) ردپای کربن دی‌اکسید نشان می‌دهد در تولید یک محصول یا بر اثر انجام یک فعالیت چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می‌شود.
- ۴) بر اساس قانون پایستگی جرم، در واکنش سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها با جرم  $CO$  تولید شده برابر است.

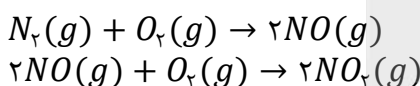
(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۷۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

بر اساس قانون پایستگی جرم، مجموع جرم مواد واکنش‌دهنده، با مجموع جرم مواد فراورده برابر است. در واکنش سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی، علاوه بر گاز  $CO$ ، فراورده‌های دیگر نیز تولید می‌شوند؛ پس مجموع جرم  $CO$  و سایر فراورده‌ها برابر با جرم واکنش‌دهنده‌ها می‌شود.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای تولید  $NO_2$  ابتدا مولکول  $N_2$  با مولکول  $O_2$  واکنش داده و به گاز  $NO$  تبدیل می‌شود. سپس گاز  $NO$  با  $O_2$  واکنش داده و  $NO_2$  تولید می‌شود. پس طی دو مرحله، این گاز تولید می‌شود:



۲) اوزون در لایه استراتوسفر اثرات محافظتی و مفیدی دارد؛ در حالی که در لایه تروپوسفر، آلاینده‌ای سمی و خطرناک است که سبب سوزش چشم‌ها و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.

۳) ردپای کربن دی‌اکسید نشان می‌دهد در تولید یک محصول یا بر اثر انجام یک فعالیت چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می‌شود.

## قانون پایستگی جرم

قانون پایستگی جرم بیان می‌کند که در یک واکنش شیمیایی مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده و فراورده‌های تولید شده، با هم برابر است؛ زیرا در این واکنش‌ها نه اتمی به وجود می‌آید و نه از بین می‌رود، بلکه شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تغییر می‌کند. دقت کنید که شمار اتم‌ها (نه مولکول‌ها) در دو طرف واکنش ثابت است. به عبارتی ممکن است در سمت واکنش‌دهنده‌ها تعداد مولکول‌ها (یا مجموع شمار مول مواد واکنش‌دهنده) بیشتر از تعداد مولکول‌ها (یا مجموع شمار مول مواد فراورده) در سمت فراورده‌ها باشد اما تعداد اتم‌ها در دو طرف واکنش قطعاً یکسان است.

## ۵۲- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) برگ گیاه سویا زیست تخریب‌پذیر است و به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شود.
- ۲) پلیمرهایی مانند نشاسته که در ساختار خود نیتروژن دارند، در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند.
- ۳) کربن دی‌اکسید تولید شده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم کربنات یا کلسیم کربنات واکنش می‌دهند.
- ۴) میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که حاوی گاز و نفت هستند، جاهای مناسبی برای دفن گاز  $CO_2$  هستند.



## بررسی سریع

۱	برگ گیاه سویا از اجزای سازنده سوخت سبز و زیست تخریب پذیر است.
۲	نشاسته در ساختار خود اکسیژن (نه نیتروژن) دارد.
۳	منیزیم کربنات یا کلسیم کربنات حاصل واکنش $CO_2$ با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید هستند.
۴	میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، محل‌های مناسبی برای دفن گاز $CO_2$ هستند.

پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی از اجزای سازنده سوخت سبز هستند؛ این مواد زیست تخریب پذیرند و به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) پلیمرهایی مانند نشاسته که در ساختار خود اکسیژن دارند، در مدت زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند.

۳) کربن دی‌اکسید تولید شده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند. حاصل این واکنش‌ها، منیزیم کربنات یا کلسیم کربنات است.

۴) میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، مکان‌های مناسبی برای دفن گاز  $CO_2$  هستند.

## شیمی سبز

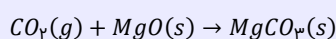
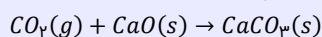
شیمی سبز شاخه‌ای از شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جستجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و همزمان از طبیعت محافظت کرد. در این راستا بایستی تولید و مصرف مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین برجای می‌گذارند، کاهش داد یا متوقف کرد.

تولید سوخت سبز:

سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد زیست تخریب پذیرند؛ از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.

تبدیل  $CO_2$  به مواد معدنی:

برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند.



تولید پلاستیک‌های سبز:

پلاستیک‌های سبز یا زیست تخریب پذیر، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل، در ساختار آن‌ها اتم‌های اکسیژن نیز وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاهی توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند و به طبیعت باز می‌گردند.

دفن کردن کربن دی‌اکسید:

کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره در مکان‌های عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد. سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، مکان‌های مناسبی برای دفن این گاز هستند.



۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، در مورد واکنش کربن دی‌اکسید با آهک، درست هستند؟

الف - طی این واکنش ترکیب یونی دو تایی جامد تولید می‌شود.

ب - شمار مول فرآورده(ها) نصف مجموع شمار مول واکنش دهنده‌ها است.

ج - در فرمول شیمیایی فرآورده یونی، شمار مول آنیون و کاتیون با هم برابر است.

د - این واکنش در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی به منظور تبدیل کربن دی‌اکسید به ماده آلی انجام می‌شود.

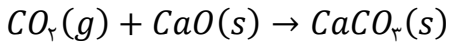
(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ج» و «د» (۴) «الف» و «د»



(متوسط - مفهومی - سریع ۲ - صفحه ۷۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (ب) و (ج) درست هستند.

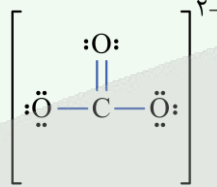
واکنش کربن دی‌اکسید با آهک ( $CaO$ ) به صورت زیر است:

بررسی موارد:

- الف) فرآورده این واکنش ترکیبی یونی است اما بیش از دو عنصر دارد و دوتایی محسوب نمی‌شود.
- پ) در سمت واکنش‌دهنده‌ها، دو مول ماده و در سمت فرآورده، ۱ مول ماده وجود دارد. پس می‌توان گفت شمار مول فرآورده نصف مجموع شمار مول واکنش‌دهنده‌ها است.
- ج) در ترکیب  $CaCO_3$ ، یک کاتیون  $Ca^{2+}$  و یک آنیون  $CO_3^{2-}$  وجود دارد. پس شمار مول آنیون و کاتیون با هم برابر است.

نکته

یون کربنات یونی چند اتمی بوده که در ساختار خود دارای پیوندهای کووالانسی است. ساختار لوویس این یون به صورت روبه‌رو است:



این واکنش در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی به منظور تبدیل کربن‌دی‌اکسید به ماده معدنی و نه آلی انجام می‌شود.

ازمون

۵۴- مدل فضاپرکن کدام یک از مولکول‌های زیر، با سایر مولکول‌ها تفاوت دارد؟

۴) گوگرد دی‌اکسید

۳) آب

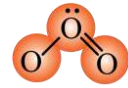
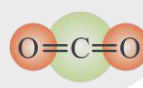
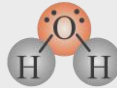
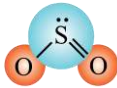
۲) کربن‌دی‌اکسید

۱) اوزون

(متوسط - مفهومی - سریع ۲ - صفحه ۷۳ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مدل فضا پرکن چهار گاز داده شده به همراه جفت الکترون ناپیوندی اتم مرکزی در شکل زیر رسم شده است:



نکته

ساختار فضایی مولکول‌های سه اتمی به دو صورت خمیده یا خطی است. اگر اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار به صورت خمیده و اگر فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار به صورت خطی است. به عنوان مثال در مولکول‌های اوزون و آب اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است؛ پس ساختار فضایی آن‌ها به صورت خمیده است. در حالی که مولکول‌هایی مانند  $CO_2$ ،  $HCl$  و  $SCO$  که روی اتم مرکزی خود جفت الکترون ناپیوندی ندارند، ساختار فضایی خطی دارند.

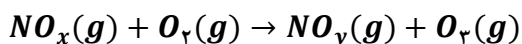
با توجه به ساختارهای رسم شده، ساختار فضایی مولکول  $CO_2$  با سایر مولکول‌ها متفاوت است.

مشاوره‌نامه

در قسمت‌های گوناگون کتاب درسی ساختار فضایی مولکول‌های متفاوت رسم شده است. اگر تاکنون به این ساختارها توجه کرده‌اید، یعنی کتاب درسی را با دقت بسیار بالایی مطالعه کرده‌اید!

ازمون

۵۵- واکنش زیر تولید اوزون تروپوسفری را نشان می‌دهد. کدام یک از مطالب زیر درست است؟

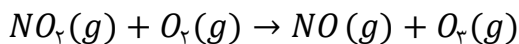


- ۱) گاز  $NO_x$  از سوختن گاز  $N_2$  تولید می‌شود.
- ۲) شمار جفت الکترون‌های پیوندی در گاز  $NO_y$  بیشتر از گاز  $NO_x$  است.
- ۳) به دلیل قهوه‌ای بودن گاز  $NO_y$ ، هوای کلان‌شهرها اغلب به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود.
- ۴) در طبیعت، واکنش تولید  $NO_y$  از عناصر سازنده‌اش، تنها هنگام رعد و برق انجام می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۷۵ - ۱۰۰۲)

واکنش تولید اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:



بنابراین  $x = 2$  و  $y = 1$  می‌باشد. در طبیعت، واکنش سوختن گاز  $N_2$  و تولید  $NO$  از عناصر سازنده‌اش، تنها هنگام رعد و برق انجام می‌شود. زیرا گاز نیتروژن واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به‌طور طبیعی در دمای بالایی که در اثر رعد و برق ایجاد می‌شود، قادر به واکنش با اکسیژن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



۱) طی سوختن گاز نیتروژن، گاز  $NO$  تولید می‌شود.

۲) ساختار لوویس دو گاز  $NO$  و  $NO_2$  به صورت روبه‌رو است:

شمار جفت الکترون‌های پیوندی در گاز  $NO_2$  بیشتر از گاز  $NO$  است.

نکته

در ساختار لوویس هر دو مولکول  $NO$  و  $NO_2$  یک الکترون جفت نشده یافت می‌شود. بنابراین این مولکول‌ها واکنش‌پذیری بالایی دارند.

۳) گاز  $NO$  قهوه‌ای رنگ نیست؛ گاز  $NO_2$  قهوه‌ای رنگ بوده و موجب قهوه‌ای دیده شدن هوای کلان‌شهرها می‌شود.



۵۶- کدام یک از مطالب زیر، جمله روبه‌رو را به درستی تکمیل می‌کند؟ «آلوتروپی از اکسیژن که در لایه ..... اثرات مفیدی دارد، دارای ..... است.»

۱) تروپوسفر - نقطه جوش بالاتری نسبت به آلوتروپ دیگر

۲) تروپوسفر - پایداری بیشتری نسبت به آلوتروپ دیگر

۳) استراتوسفر - شمار جفت الکترون ناپیوندی سه برابر شمار جفت الکترون پیوندی

۴) استراتوسفر - نقطه جوش پایین‌تر از نقطه تصعید کربن‌دی‌اکسید، برخلاف آلوتروپ دیگر

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۷۴ - ۱۰۰۲)

بررسی سریع:

گاز اوزون در لایه تروپوسفر اثرات مفیدی ندارد. پس گاز مورد نظر گزینه‌های ۱ و ۲، اکسیژن است. گاز اکسیژن نقطه جوش کمتر و پایداری بیشتری نسبت به گاز اوزون دارد. پس گزینه ۲ صحیح است.

آلوتروپ یا دگر شکل به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود. اکسیژن دارای دو نوع آلوتروپ  $O_2$  و  $O_3$  است. آلوتروپی از اکسیژن که در لایه تروپوسفر اثرات مفیدی دارد،  $O_3$  می‌باشد؛ زیرا اوزون در لایه تروپوسفر اثرات زیان‌باری دارد. گاز  $O_2$  نسبت به  $O_3$  واکنش‌پذیری کمتری دارد و پایدارتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گاز اکسیژن نقطه جوش پایین‌تری نسبت به گاز اوزون دارد. به عبارتی نقطه جوش  $O_2$  و  $O_3$  به ترتیب برابر با  $-112^\circ C$  و  $-183^\circ C$  است.

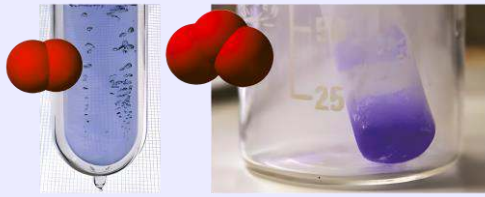
۳) هر دو آلوتروپ دارای اثرات مفیدی در استراتوسفر هستند. در گاز اکسیژن شمار جفت الکترون ناپیوندی و پیوندی به ترتیب برابر با ۴ و ۲ است؛ پس نسبت آن‌ها برابر با ۲ است. هم‌چنین گاز اوزون دارای ۳ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی است؛ پس شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی ۲ برابر جفت الکترون‌های پیوندی است.



نقطه تصعید کربن دی‌اکسید برابر با  $-78^{\circ}\text{C}$  است. هر دو آلوتروپ نقطه جوش پایین تری دارند.



اوزون‌نامه



- نقطه جوش بالاتری نسبت به گاز اکسیژن دارد.
- همانند اکسیژن، در حالت مایع، بنفش یا آبی رنگ است.
- دگرشکلی از اکسیژن است که دارای ۳ اتم اکسیژن می‌باشد.
- لایه اوزون منطقه مشخصی از استراتوسفر است که بیشترین مقدار  $O_3$  در آن محدوده قرار دارد.
- در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.
- در لایه‌های بالایی هواکره (استراتوسفر) وجود دارد هر چند که مقدار آن ناچیز است. البته در تروپوسفر و لایه سوم نیز وجود دارد.
- اوزون در لایه استراتوسفر نقش محافظتی در مقابل پرتوهای خورشیدی دارد در حالی که در لایه تروپوسفر آثار مضر برای جانداران دارد.



۵۷- چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - فراورده‌های سوختن متان، از جمله گازهایی هستند که مانع از خروج پرتوهای گسیل شده از زمین می‌شوند.
- ب - زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت پرتوهایی با انرژی کمتر از نور مرئی، از دست می‌دهد.
- ج - بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی، به فضا بازتاب شده و موجب جلوگیری از گرم شدن بیش از حد زمین می‌شوند.
- د - مولکول‌های کربن دی‌اکسید، پرتوهای گسیل شده از سطح زمین را، به صورت پرتوهایی با طول موج بیشتر، بازتاب می‌کنند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - سریع ۵ - صفحه ۶۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



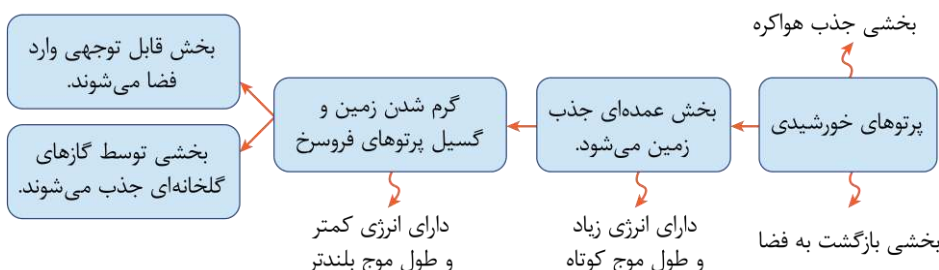
موارد (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

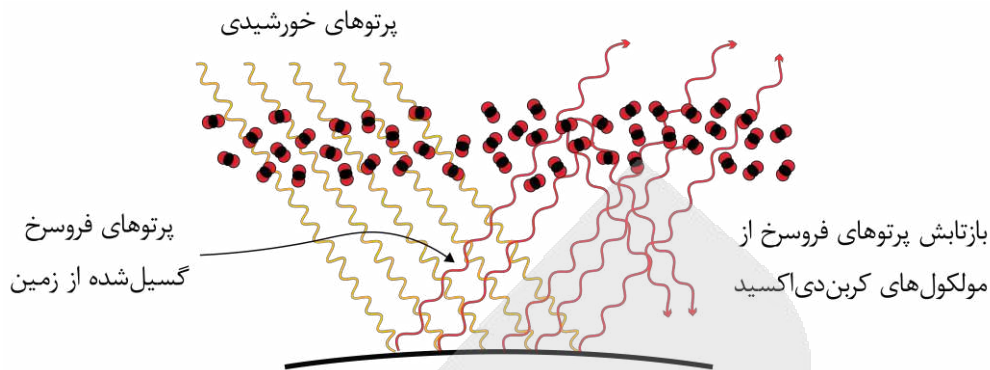
- الف) فراورده‌های سوختن متان، آب و کربن دی‌اکسید هستند. این گازها از جمله گازهای گلخانه‌ای هستند که مانع از خروج پرتوهای گسیل شده از زمین می‌شوند.
- ب) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت پرتوهایی با طول موج بیشتر و انرژی کمتر از نور مرئی، یعنی پرتوهای فروسرخ، از دست می‌دهد.



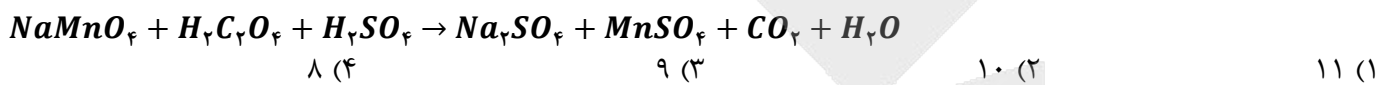
ج) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به فضا بازتاب می‌شوند.



مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید باعث تغییر طول موج پرتوهای گسیل شده نمی‌شوند؛ بلکه بخشی از آن‌ها را دوباره به زمین بازتابش می‌کنند.



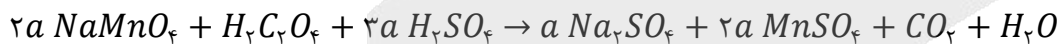
۵۸- در واکنش زیر، اختلاف مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها کدام است؟



(سخت - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۶۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه اتم‌های  $O$ ،  $H$  و  $S$  در تعداد زیادی از مواد وجود دارند، موازنه واکنش به روش وارسی ممکن نیست. پس از روش ضرایب مجهول استفاده می‌کنیم. بدین منظور به  $Na_2SO_4$  ضریب  $a$  می‌دهیم. برای موازنه  $Na$ ، ترکیب  $NaMnO_4$  ضریب  $2a$  می‌گیرد. برای موازنه  $Mn$  نیز، به ترکیب  $MnSO_4$  ضریب  $2a$  تعلق می‌گیرد. هم‌چنین برای موازنه اتم  $S$ ،  $H_2SO_4$  ضریب  $3a$  می‌گیرد.



اکنون به  $H_2C_2O_4$  ضریب  $b$  می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم  $C$ ،  $CO_2$  ضریب  $2b$  می‌گیرد. به  $H_2O$  نیز، ضریب  $c$  می‌دهیم:



موازنه دو عنصر  $O$  و  $H$  باقی مانده است:

$$O: 8a + 4b + 12a = 4a + 8a + 4b + c \rightarrow 8a = c \rightarrow a = 1 \quad c = 8$$

$$H: 2b + 6a = 2c \xrightarrow{a=1} b = 5$$

پس معادله به صورت زیر است:



مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب برابر با ۱۰ و ۲۱ است. پس اختلاف آن‌ها برابر با ۱۱ است.



۵۹- عناصر اصلی موجود در سوخت‌های سبز در کدام یک از ترکیبات زیر دیده می‌شود؟

- (۱) متان (۲) سولفوریک اسید (۳) آهک (۴) اتانول

(آسان - خط به خط - سریع) - صفحه ۷۰ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد زیست‌تخریب‌پذیرند، از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند. پس اتانول که خود نوعی سوخت سبز است، دارای عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن است. فرمول شیمیایی متان، سولفوریک اسید، آهک و اتانول به ترتیب به صورت  $CH_4$ ،  $H_2SO_4$ ،  $CaO$  و  $C_2H_6O$  است. متان فاقد اکسیژن، سولفوریک اسید فاقد کربن و آهک فاقد هیدروژن و کربن است. پس ترکیب مورد نظر اتانول می‌باشد.

مشاوره‌نامه

برای پاسخ‌گویی به این سؤال، کافی است در نظر داشته باشیم که عناصر اصلی موجود در سوخت‌های سبز، کربن، هیدروژن و اکسیژن هستند. هم‌چنین نیازی به حفظ دقیق فرمول شیمیایی سولفوریک اسید و اتانول نیست. کافی است بدانیم که سولفوریک اسید طی چند مرحله و از واکنش اولیه گوگرد و اکسیژن به دست می‌آید. اتانول نیز خود از جمله سوخت‌های سبز است.

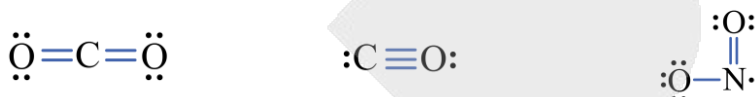
۶۰- کدامیک از گازهای زیر از جمله آلاینده‌های تولید شده در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی است و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن به درستی نوشته شده است؟

(۱)  $SO_3$  : ۸      (۲)  $NO_2$  : ۶      (۳)  $CO$  : ۲      (۴)  $CO_2$  : ۲

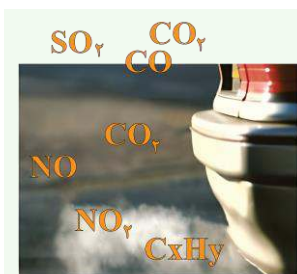
پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۶۶ - ۱۰۰۲)

در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، آلاینده‌های گوناگون از جمله اکسیدهای کربن، گوگرد و نیتروژن، وارد هواکره می‌شوند. دقت کنید که تنها اکسیدی از گوگرد که از آگزوز خودروها خارج می‌شود، گاز  $SO_2$  یا همان گوگرد دی‌اکسید است. گاز  $SO_2$  وارد اتمسفر می‌شود و در آنجا با اکسیژن واکنش می‌دهد و به  $SO_3$  تبدیل می‌شود. پس گزینه ۱ نادرست است. ساختار لوویس مولکول‌های  $NO_2$ ،  $CO$  و  $CO_2$  در شکل زیر رسم شده است:



مولکول  $NO_2$  دارای ۵ جفت الکترون ناپیوندی و ۱ الکترون منفرد است. مولکول  $CO_2$  نیز دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. پس مولکول مورد نظر  $CO$  است.



نکته

از آگزوز خودروها آلاینده‌های زیر خارج می‌شوند:

- ◀ گوگرد دی‌اکسید
- ◀ برخی از هیدروکربن‌های سوخته نشده با فرمول  $C_xH_y$
- ◀ اکسیدهای کربن شامل کربن دی‌اکسید و کربن مونوکسید
- ◀ اکسیدهای نیتروژن شامل نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید



۶۱- کدامیک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) به دلیل برگشت‌پذیری واکنش تولید اوزون از اکسیژن، مقدار اوزون در لایه استراتوسفر ثابت است.
- (۲) پرتوهای فرابنفش همه پیوندهای اشتراکی در مولکول اوزون را شکسته و سه اتم اکسیژن تولید می‌کنند.
- (۳) از اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.
- (۴) مقدار گاز اوزون در هواکره ناچیز است و بیشترین مقدار آن در لایه استراتوسفر، در محدوده لایه اوزون قرار گرفته است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۷۴ - ۱۰۰۲)

پرتوهای فرابنفش پیوند اشتراکی بین دو تا از اتم‌های اکسیژن در مولکول اوزون را می‌شکنند و آن را به یک اتم اکسیژن و مولکول اکسیژن تبدیل می‌کنند.

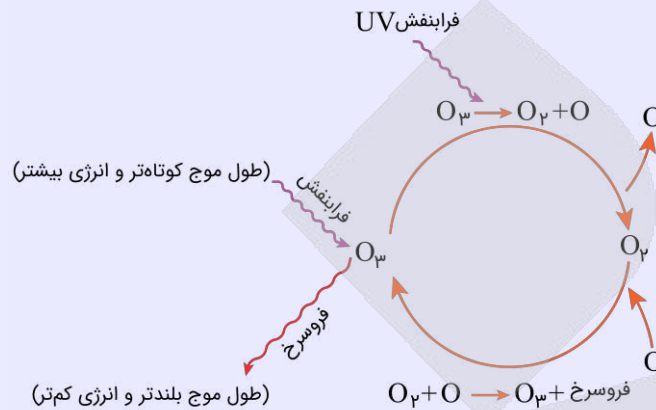
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) برگشت‌پذیری واکنش تولید اوزون از اکسیژن، باعث می‌شود که مقدار آن در لایه استراتوسفر ثابت بماند.
- (۳) از اوزون در صنعت برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.
- (۴) اوزون در لایه‌های بالایی هواکره (استراتوسفر) مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده، هر چند که مقدار آن در هواکره ناچیز است. بیشترین مقدار اوزون در لایه استراتوسفر، در محدوده لایه اوزون قرار گرفته است.

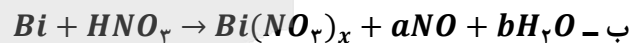


نقش محافظتی لایه اوزون

پرتوهای پرنانرژی فرابنفش، پس از برخورد با مولکولهای  $O_3$  موجود در لایه اوزون، به پرتوهای فرسرخ با انرژی کمتر تبدیل می‌شوند. مکانیسم محافظتی این لایه، به این صورت است که پرتوهای فرابنفش به مولکول  $O_3$  برخورد می‌کنند و آن را به یک اتم اکسیژن ( $O$ ) و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌کنند. ذره‌های تولیدشده می‌توانند دوباره با هم واکنش دهند و مولکول اوزون را به وجود آورند. در این حالت، مقداری انرژی به صورت فرسرخ آزاد می‌شود. با تکرار این دو واکنش، لایه اوزون بخش قابل توجهی از تابش پرنانرژی فرابنفش را جذب و تابش کم‌انرژی فرسرخ را به زمین می‌رساند.



۶۲- با توجه به واکنش اول، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش دوم کدام مقدار می‌تواند باشد؟



۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

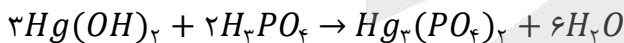
۱۰ (۲)

۸ (۱)

(سخت - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۶۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

برای موازنه واکنش اول، ابتدا به  $Hg_3(PO_4)_2$  ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه  $Hg$  و  $P$ ، به  $Hg(OH)_2$  ضریب ۳ و به  $H_3PO_4$  ضریب ۲ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم  $H$ ، ترکیب  $H_2O$  نیز، ضریب ۶ می‌گیرد. پس واکنش نهایی به صورت زیر است:



بنابراین  $a = 1$  و  $b = 2$  است. اکنون واکنش دوم را می‌نویسیم:



دو تا از ضرایب واکنش را داریم. حال باید مقدار  $x$  را به دست آوریم. با توجه به موازنه اتم  $H$  می‌توان دریافت که ضریب  $HNO_3$  برابر با ۴ است. پس در سمت واکنش‌دهنده‌ها، ۴ اتم  $N$  وجود دارد. در سمت فراورده‌ها نیز، ۱ اتم  $N$  در ترکیب  $NO$  می‌باشد؛ پس ۳ اتم دیگر در ترکیب  $Bi(NO_3)_x$  هستند. اکنون دو حالت وجود دارد:

(۱) ضریب  $Bi(NO_3)_x$  برابر با ۱ و مقدار  $x$  برابر با ۳ باشد.

(۲) ضریب  $Bi(NO_3)_x$  برابر با ۳ و مقدار  $x$  برابر با ۱ باشد.

در حالت اول مجموع ضرایب مواد در واکنش دوم برابر با ۹ است که در گزینه‌ها موجود نیست.



در حالت دوم مجموع ضرایب مواد در واکنش دوم برابر با ۱۳ است که در گزینه‌ها موجود است.



۶۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش سوختن  $NO$  نادرست است؟ ( $N = 14, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

(۱) با مصرف ۳۰ گرم  $NO$ ، ۴۶ گرم فراورده قهوه‌ای رنگ تولید می‌شود.

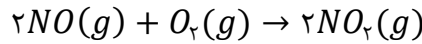
(۲) به ازای مصرف  $10^{23} \times 0.2 / 6$  مولکول اکسیژن، ۲ مول گاز  $NO$  مصرف می‌شود.

(۳) فراورده این واکنش در میان فراورده‌های سوختن زغال سنگ وجود دارد.

(۴) به ازای مصرف هر مول گاز اکسیژن، جرم گاز قهوه‌ای رنگ ۹۲ گرم کاهش می‌یابد.



واکنش سوختن گاز  $NO$  به صورت زیر است:



گاز  $NO_2$  قهوه‌ای رنگ است و طی این واکنش به مقدار آن افزوده می‌شود.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ۳۰ گرم گاز  $NO$ ، معادل یک مول از آن است. در این واکنش ضریب دو گاز  $NO$  و  $NO_2$  با هم برابر است. پس اگر یک مول از گاز  $NO$  مصرف شود، یک مول گاز  $NO_2$  تولید می‌شود. جرم هر مول از این گاز برابر با ۴۶ گرم است. این موضوع را با محاسبات زیر نیز می‌توان نشان داد. جرم گاز  $NO_2$  تولید شده در اثر مصرف ۳۰ گرم گاز  $NO$ ، برابر است با:

$$? g NO_2 = 30 g NO \times \frac{1 mol NO}{30 g NO} \times \frac{2 mol NO_2}{2 mol NO} \times \frac{46 g NO_2}{1 mol NO_2} = 46$$

۲)  $6/0.2 \times 10^{23}$  مولکول اکسیژن معادل یک مول از آن است. در این واکنش با مصرف هر مول گاز اکسیژن، ۲ مول گاز مصرف می‌شود. این موضوع را با محاسبات زیر نیز می‌توان نشان داد. شمار مول گاز  $NO$  مصرف شده، به‌ازای مصرف  $6/0.2 \times 10^{23}$  مولکول اکسیژن برابر است با:

$$? mol NO = 6/0.2 \times 10^{23} O_2 \times \frac{1 mol O_2}{6/0.2 \times 10^{23} O_2} \times \frac{2 mol NO}{1 mol O_2} = 2$$

۳) به هنگام سوختن زغال سنگ گازهایی همچون  $SO_2$ ،  $NO_2$ ،  $CO_2$  و بخار آب تولید می‌شوند.

### مشاوره‌نامه

برای حل سؤالاتی که گزینه‌های محاسباتی دارد، در صورت امکان ابتدا به بررسی گزینه‌ای که محاسبات کمتری دارد بپردازید. در این سؤال گزینه‌های سوم و چهارم برای شروع بررسی، مناسب‌تر هستند. با بررسی گزینه چهارم، این سؤال بدون هیچ محاسباتی به جواب می‌رسد!



۶۴- چند مورد از واکنش‌های زیر برگشت‌پذیر هستند؟

«واکنش انجام شده در باتری‌های شارژی، واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، تبخیر مایعات، سوختن زغال سنگ»

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

واکنش انجام شده در باتری‌های قابل شارژ، واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن و تغییر حالت مواد، از جمله واکنش‌های برگشت‌پذیر هستند. به‌طور کلی سوختن مواد با آزادسازی انرژی زیادی همراه است و فرایندی برگشت‌ناپذیر می‌باشد. بنابراین سه مورد از واکنش‌های داده شده، برگشت‌پذیر هستند.

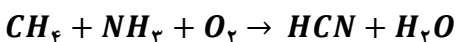


واکنش‌های برگشت‌پذیر:

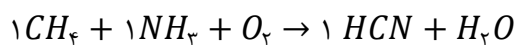
- تبدیل انواع حالات مواد به یکدیگر مانند تصعید، میعان، تبخیر و ...
- واکنش شیمیایی انجام شده در باتری‌های شارژی
- تبدیل اوزون و اکسیژن به یکدیگر



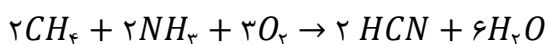
۶۵- واکنش سوختن نوعی هیدروکربن، به صورت  $C_nH_{2n} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$  است. اگر ضریب آب در این واکنش، با ضریب آب در واکنش زیر، برابر باشد، هیدروکربن مورد نظر کدام است؟

 $C_6H_{12}$  (۴) $C_7H_{14}$  (۳) $C_8H_{16}$  (۲) $C_9H_{18}$  (۱)

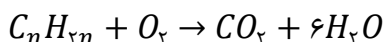
ابتدا واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم. بدین منظور به  $H_{CN}$  که تنوع اتمی بیشتری دارد، ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم‌های  $N$  و  $C$ ، ترکیب‌های  $NH_3$  و  $CH_4$  نیز، ضریب ۱ می‌گیرند:



در سمت واکنش دهنده‌ها، ۷ اتم هیدروژن وجود دارد؛ پس در سمت فراورده‌ها نیز، باید ۷ اتم هیدروژن داشته باشیم. یکی از آن‌ها در ترکیب  $H_2O$  است، پس به  $H_2O$  ضریب ۳ می‌دهیم تا ۶ اتم  $H$  دیگر نیز داشته باشیم. با توجه به موازنه  $O$  نیز،  $O_2$  ضریب  $\frac{3}{2}$  می‌گیرد. حال همه ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم:

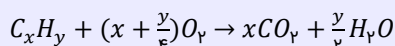


اکنون واکنش مورد نظر را تکمیل می‌کنیم:



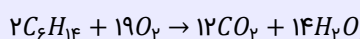
### سوختن هیدروکربن‌ها

هیدروکربن‌ها ترکیباتی هستند که فقط از هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند؛ به‌عنوان مثال متان ( $CH_4$ ) نوعی هیدروکربن است. واکنش کلی سوختن هیدروکربن‌ها به صورت زیر است:



به عبارتی ضریب  $CO_2$  را، برابر با زیروند کربن در  $C_xH_y$  و ضریب  $H_2O$  را، برابر با نصف زیروند هیدروژن در  $C_xH_y$  قرار می‌دهیم. سپس اکسیژن را موازنه می‌کنیم و در صورت نیاز و کسری شدن ضریب آن، کل ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم.

مثال: برای موازنه واکنش  $C_6H_{14} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ ، ابتدا به  $CO_2$  ضریب ۶ و به  $H_2O$  ضریب ۷ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم اکسیژن، به گاز  $O_2$  ضریب  $\frac{19}{2}$  تعلق می‌گیرد؛ پس کل ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم و معادله نهایی به صورت زیر می‌شود:



پس ضریب آب، نصف زیروند هیدروژن است. با توجه به اینکه در سمت فراورده‌ها، ۱۲ اتم هیدروژن داریم، زیروند هیدروژن در هیدروکربن داده شده، برابر با ۱۲ است. پس داریم:

$$2n = 12 \rightarrow n = 6$$

در نتیجه هیدروکربن مورد نظر،  $C_6H_{14}$  است.



۶۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - اوزون در لایه‌های مختلف هواکره عملکردی دوگانه دارد.  
 ب - بخش قابل توجهی از اوزون تروپوسفری در طول روز تشکیل می‌شود.  
 ج - در دمای  $120^\circ C$  - و فشار  $1atm$ ، اوزون به حالت مایع و اکسیژن به حالت گازی است.  
 د - در واکنش تولید اوزون از گاز اکسیژن در لایه استراتوسفر، پرتوهای فرسرخ جذب می‌شوند.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

### بررسی سریع

الف	اوزون در لایه استراتوسفر نقش مفید و در لایه تروپوسفر آثار زیان‌بار دارد.
ب	واکنش تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید انجام می‌شود.
ج	نقطه جوش $O_3$ و $O_2$ به ترتیب برابر با $112^\circ C$ - و $183^\circ C$ - است. پس در دمای $120^\circ C$ -، اوزون به حالت مایع و اکسیژن به حالت گازی است.
د	در واکنش تولید اوزون از گاز اکسیژن در لایه استراتوسفر، پرتوهای فرابنفش جذب و پرتوهای فرسرخ آزاد می‌شوند.

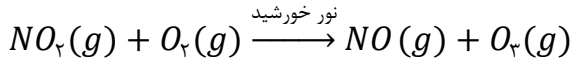
موارد (الف)، (ب) و (ج) درست هستند.



## بررسی موارد:

اوزون در لایه‌های مختلف هواکره عملگری دوگانه دارد؛ به طوری که در لایه استراتوسفر نقش مفید و محافظتی و در لایه تروپوسفر آثار زیان بار دارد.

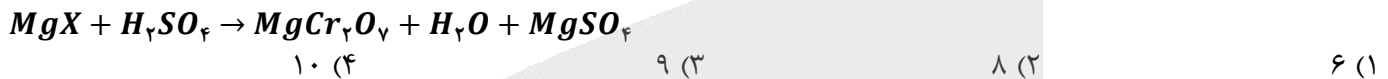
واکنش تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید انجام می‌شود.



نقطه جوش  $O_3$  و  $O_2$  به ترتیب برابر با  $-112^\circ\text{C}$  و  $-183^\circ\text{C}$  است. پس دمای  $-120^\circ\text{C}$  که پایین‌تر از نقطه جوش اوزون و بالاتر از نقطه جوش گاز اکسیژن است، اوزون به حالت مایع و اکسیژن به حالت گازی می‌باشد.

در واکنش‌های برگشت پذیر تولید اوزون از گاز اکسیژن و بالعکس در لایه استراتوسفر، پرتوهای فرابنفش جذب و پرتوهای فروسرخ که انرژی کمتری دارند، آزاد می‌شوند؛ بدین ترتیب موجودات زنده از آثار زیان بار تابش فرابنفش در امان می‌مانند.

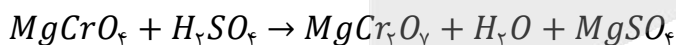
۶۷-  $X$  یونی دو بار منفی متشکل از اتم‌های کروم و اکسیژن است که هر مول آن، ۱۱۶ گرم جرم و ۵ مول اتم دارد. مجموع ضرایب مواد در واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟ ( $Cr = 52, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )



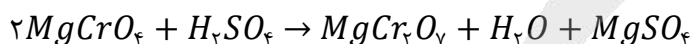
(سخت - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۶۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به داده‌های سؤال، یون  $X$  به صورت  $Cr_xO_y^{2-}$  است. با توجه به جرم مولی داده شده می‌توان نوشت:  $52x + 16y = 116$   
هم‌چنین با توجه به تعداد اتم‌های موجود در این یون، می‌توان نوشت:  $x + y = 5$   
با حل دستگاه حاصل از دو معادله بالا، مقادیر  $x$  و  $y$  به ترتیب برابر با ۱ و ۴ هستند. هم‌چنین برای محاسبه سریع‌تر می‌توان گفت که اگر مقدار  $x$  برابر با ۲ باشد، ۱۰۴ گرم از جرم مولی داده شده مربوط به اتم‌های کروم است؛ که در این صورت ۱۲ گرم باقی می‌ماند که کمتر از جرم مولی اتم اکسیژن است. پس  $x$  نمی‌تواند برابر با ۲ باشد و مقدار آن ۱ است. بدین ترتیب شمار اتم‌های اکسیژن نیز برابر با ۴ می‌شود. پس یون مورد نظر به صورت  $CrO_4^{2-}$  است. ترکیب حاصل از این یون و یون منیزیم به صورت  $MgCrO_4$  می‌باشد. واکنش داده شده به صورت زیر است:



اکنون واکنش را موازنه می‌کنیم. ابتدا به ترکیب  $MgCr_2O_7$  ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه کروم،  $MgCrO_4$  ضریب ۲ می‌گیرد. با توجه به موازنه منیزیم نیز، ترکیب  $MgSO_4$  ضریب ۱ می‌گیرد. حال گوگرد را موازنه کرده و به  $H_2SO_4$  نیز ضریب ۱ می‌دهیم. پس سایر ضرایب برابر با یک هستند:



بنابراین مجموع ضرایب مواد واکنش برابر با ۶ است.

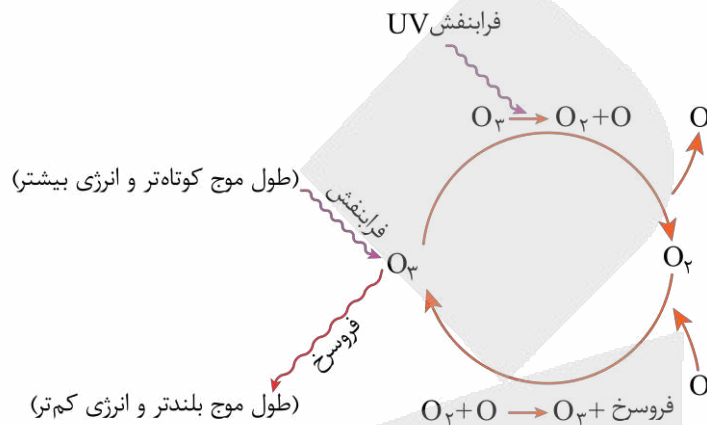
۶۸- در لایه اوزون، با انجام واکنش  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$  در جهت .....، پرتو ..... جذب می‌شود.

- (۱) برگشت - فروسرخ (۲) رفت - فرابنفش (۳) رفت - فروسرخ (۴) برگشت - فرابنفش

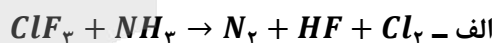
پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۷۴ - ۱۰۰۲)

در معادله  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$ ، در واکنش برگشت پرتو فرابنفش جذب شده و در واکنش رفت پرتو فروسرخ آزاد می‌شود. با تکرار این چرخه، پرتوهای پرنرژی خورشید، به پرتوهایی با طول موج بیشتر و انرژی کمتر تبدیل می‌شود.



۶۹- تفاوت ضریب HF در دو واکنش زیر برابر با کدام مقدار است؟



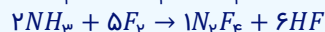
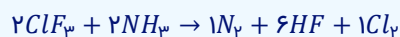
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۶۵ - ۱۰۰۲)

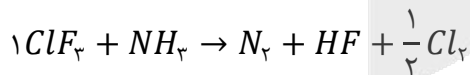
بررسی سریع:

واکنش‌های موازنه شده به صورت زیر هستند:

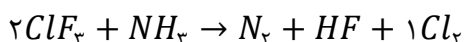


اختلاف ضریب HF در دو واکنش برابر با ۰ است.

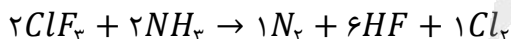
ابتدا واکنش (الف) را موازنه می‌کنیم. برای شروع موازنه، ابتدا به  $ClF_3$  ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم  $Cl$ ، ترکیب  $Cl_2$  ضریب  $\frac{1}{2}$  می‌گیرد:



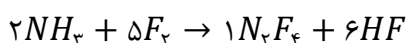
حال ضرایبی که تاکنون به دست آمده را در مخرج، یعنی عدد ۲ ضرب می‌کنیم:



اکنون اتم  $F$  را موازنه می‌کنیم و به  $HF$  ضریب ۶ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم  $H$ ، ترکیب  $NH_3$  ضریب ۲ می‌گیرد. اکنون اتم  $N$  را موازنه می‌کنیم و به  $N_2$  ضریب ۱ می‌دهیم. واکنش نهایی به صورت زیر است:



بنابراین ضریب HF برابر با ۶ است. حال واکنش (ب) را موازنه می‌کنیم. ابتدا به  $N_2F_4$  ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم  $N$ ، ترکیب  $NH_3$  ضریب ۲ می‌گیرد. هم‌چنین برای موازنه اتم  $H$ ، به  $HF$  ضریب ۶ تعلق می‌گیرد. اکنون  $F$  را موازنه می‌کنیم. در سمت فرآورده‌ها ۴ اتم  $F$  در ترکیب  $N_2F_4$  و ۶ اتم  $F$  در ترکیب  $HF$  وجود دارد؛ یعنی در مجموع ۱۰ اتم  $F$  در سمت فرآورده‌ها داریم؛ پس در سمت واکنش دهنده‌ها نیز، باید ۱۰ اتم  $F$  داشته باشیم. بنابراین ضریب  $F_2$  برابر با ۵ می‌شود. واکنش نهایی به صورت زیر است:



ضریب HF در این واکنش نیز، برابر با ۶ است؛ پس اختلاف ضریب‌های آن برابر با ۰ است.



۷۰- نمودار کدام دو مورد داده شده، بر حسب جرم مولی آلوتروپ‌های اکسیژن، به صورت نزولی است؟

- (۱) نقطه جوش و جفت الکترون پیوندی  
(۲) غلظت در هواکره و واکنش پذیری  
(۳) جفت الکترون ناپیوندی و پایداری  
(۴) پایداری و غلظت در هواکره

(متوسط - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۷۳ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

اکسیژن دارای دو آلوتروپ (دگرشکل)  $O_2$  و  $O_3$  است. مولکولی که جرم مولی بیشتری دارد،  $O_3$  است که غلظت آن در هواکره کمتر از  $O_2$  است. به عبارتی با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، غلظت آن در هواکره کم شده (رابطه معکوس داشته) و اگر نمودار آن را رسم کنیم، به صورت نزولی می‌شود. هم‌چنین گاز  $O_3$  نسبت به  $O_2$  ناپایدارتر است؛ پس با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، پایداری کاهش می‌یابد و رابطه آن‌ها به صورت معکوس است.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گاز  $O_3$  نقطه جوش بالاتری نسبت به گاز  $O_2$  دارد. پس با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، نقطه جوش نیز افزایش می‌یابد (رابطه مستقیم) و اگر نمودار آن را رسم کنیم، به صورت صعودی است. هم‌چنین شمار جفت الکترون پیوندی در مولکول‌های  $O_2$  و  $O_3$  به ترتیب برابر با ۳ و ۲ است. پس می‌توان گفت با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، شمار جفت الکترون پیوندی نیز افزایش می‌یابد.

۲) همان‌طور که گفته شد، با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، غلظت آن در هواکره کم شده و اگر نمودار آن را رسم کنیم، به صورت نزولی می‌شود. گاز  $O_3$  نسبت به  $O_2$  ناپایدارتر بوده و واکنش‌پذیری بیشتری دارد. پس با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

۳) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول‌های  $O_2$  و  $O_3$  به ترتیب برابر با ۶ و ۴ است. پس می‌توان گفت با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی افزایش می‌یابد. همان‌طور که گفته شد، گاز  $O_3$  نسبت به  $O_2$  ناپایدارتر بوده و با افزایش جرم مولی آلوتروپ اکسیژن، پایداری کاهش می‌یابد.

### نکته

جرم مولی	
نقطه جوش	
واکنش‌پذیری	بیشتری دارد.
جفت الکترون پیوندی	
جفت الکترون ناپیوندی	
گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن	





# وقتی که حالِ درس خواندن نداری درساتو گوش بده!!

«پادکست‌های درسی دیجی ماز»

رایگان



اسکن کن!

برای دریافت  
روی لینک بزن!  
[digimaze.org](http://digimaze.org)



# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

