

آزمون



کارنامه رتبه‌های بتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله هفتم

پایه یازدهم

۱۴۰۴/۰۷/آذر

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۴۳
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ (درس ۱ تا ۳ تا ابتدای چهارضلعی‌های محاطی و محیطی) صفحه ۹ تا ۲۶
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ صفحه ۱ تا ۳۴
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ صفحه ۱ تا ۴۴
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ (تا ابتدای آلکان‌ها، هیدروکربن‌هایی با پیوندهای یگانه) صفحه ۱ تا ۳۳
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	-

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: کاظم اجلائی - محسن علی نجاری - علیرضا فیضیان - کیان کریمی خراسانی نیما مهندس - علیرضا نذافی زاده کارشناسان علمی: فرشاد حسن زاده - سروش موئینی	محسن علی نجاری
هندسه	طراح: امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سعیدعباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناس علمی: امیرحسین ابومحبوب - مریم نظری	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: مریم کلی حسن‌لو - سعید محبی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: یاسر عبداللہی - وحید فارسیان - امیرحسین مسلمی کارشناسان علمی: یاشار ذریه - سروش عبادی - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللہی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیپور

این آزمون نمره منشی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرایی، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.



حسابان یازدهم

۱- تابع f به هر عدد حقیقی مثبت کوچک‌تر از ۷، قدرمطلق تفاضل مربع آن عدد و ۶ برابرش را نسبت می‌دهد. کدام یک از نمایش‌های زیر برای $f(x)$ مناسب است؟

$\begin{cases} f: (-\infty, 7) \rightarrow [0, 7) \\ f(x) = x^2 - 6x \end{cases} \quad (۲)$ $\begin{cases} f: (0, 7) \rightarrow [-1, 1 \cup 0) \\ f(x) = x^2 - 6x \end{cases} \quad (۴)$	$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 6x \end{cases} \quad (۱)$ $\begin{cases} f: (0, 7) \rightarrow [0, 7] \\ f(x) = x^2 - 6x \end{cases} \quad (۳)$
---	---

۲- اگر ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; |x| \geq 2 \\ -x^2 & ; |x| < 2 \end{cases}$ باشد، به ازای چند مقدار حقیقی a ، رابطه $f(a + \frac{1}{a}) = f(-\sqrt{4-a^2})$ برقرار خواهد بود؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳- توابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4|x|} + 4$ و $g(x) = |h(x)|$ مساوی‌اند. اگر نمودار تابع h را ۲ واحد به بالا ببریم، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع جدید و نمودار تابع f کدام می‌تواند باشد؟ (نمودار تابع h ، از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ به دست آمده است.)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۴- از مجموعه A به مجموعه B ، ۶۴ تابع مختلف می‌توان تعریف کرد. در نمایش پیکانی این توابع، به یک عضو مجموعه B حداکثر چند پیکان وارد می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۵- تابع f با شرایط زیر با تابع $g(x) = -\frac{\sqrt{ax^2 - x^3}}{\sqrt{a-x}} + bx - c$ مساوی است:
الف) $D_f = (-\infty, 2)$ و $f(1) = 4$ است.

ب) تابع f برای اعداد منفی خطی است و نمودار آن محور x را در نقطه‌ای به طول ۲- قطع می‌کند.
پ) f در بازه $[0, 2)$ ثابت است.

در این صورت حاصل $\frac{f(b+c)}{g(1-a)}$ کدام است؟

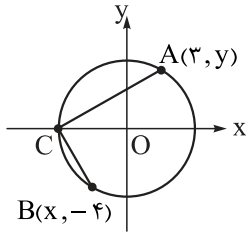
- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) -۱ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۶- نقطه $A(4, 7)$ و نقطه B روی خط $y = 2x - 1$ مفروض اند. اگر وسط پاره خط AB روی نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات قرار داشته باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه B کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -9 (۳) 10 (۴) 1

۷- در شکل زیر، مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ بر مبدأ مختصات منطبق است. زاویه ACB چند درجه است؟



(۱) 45

(۲) 60

(۳) 90

(۴) 120

۸- دو نقطه روی خط $2x - y + 2 = 0$ وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن‌ها از نقاط $A(0, 2)$ و $B(3, 1)$ برابر $5\sqrt{10}$ است. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 4 (۳) $-5/2$ (۴) $1/2$

۹- سه نقطه $A(k+2, k)$ ، $B(k, 2-k)$ و $C(-k, k-1)$ با طول و عرض صحیح مفروض اند. اگر خط گذرنده از نقاط A و B بر خط گذرنده از نقاط B و C عمود باشد و خط $y = mx$ با هر دوی این خطوط زاویه 45° بسازد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -1 (۲) $1/3$ (۳) 3 (۴) 1

۱۰- نقطه $(-1, 4)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن واقع بر خطوط $2x - y = 3$ و $x + 2y = -6$ هستند. کم‌ترین فاصله وسط قطر متوازی‌الاضلاع از اضلاع آن کدام است؟

- (۱) $1/4\sqrt{5}$ (۲) $0/9\sqrt{5}$ (۳) $1/2\sqrt{5}$ (۴) $0/8\sqrt{5}$

۱۱- مساحت مثلث ABC با سه رأس $A(2, 0)$ ، $B(-1, 3)$ و $C(4, a)$ برابر ۶ است. اگر رأس C در ناحیه اول صفحه مختصات باشد، معادله عمود منصف ضلع BC کدام است؟

- (۱) $9y - 5x - 1 = 0$ (۲) $y - 5x + 5 = 0$
 (۳) $9y + 5x - 1 = 0$ (۴) $y - 5x - 5 = 0$

۱۲- تابع f فاصله نقطای روی محور x از نقطه‌ای به طول ۵ بر روی همان محور را نشان می‌دهد. اگر $g(x) = |2x + 4| + |x + 9|$ باشد، به ازای چند عدد صحیح، نامعادله $g(x) > f(x)$ برقرار نیست؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 8

محل انجام محاسبات

۱۳- اگر نمودارهای توابع $f(x) = |x-2| + 2|x-a| + b$ و $g(x) = \begin{cases} -3x+b & ; x < -1 \\ x+8 & ; -1 \leq x < c \\ dx+b & ; x \geq c \end{cases}$ در یک دستگاه مختصات بر هم منطبق باشند، حاصل $\frac{a+d}{bc}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

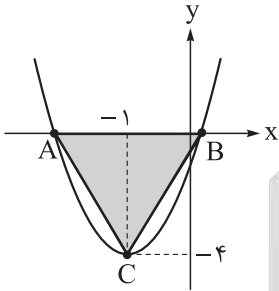
۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی k ، معادله $2x^2 - 12x + k = |x-3|$ دو جواب حقیقی نامنفی دارد؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۱۵- اگر به هر یک از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + kx - 1$ سه واحد اضافه کنیم، حاصل ضرب آن‌ها تغییری نمی‌کند. رأس سهمی $y = f(x)$ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۶- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۸ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۲
(۴) -۳

۱۷- اعداد α و β جواب‌های معادله $x^2 - mx - 1 - m = 0$ هستند. اگر $-2 < \beta < \alpha < -2$ باشد، m چند مقدار صحیح منفی نمی‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- اگر از طول یک مستطیل طلایی به اندازه نصف عرض آن کم کنیم، در مستطیل جدیدی که حاصل می‌شود، اندازه قطر چند برابر اندازه عرض است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $1/5$ (۴) ۲

۱۹- معادله $\frac{x}{\sqrt{2x+3}} + \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} = 2$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۲۰- از بالای ساختمانی به ارتفاع ۲۰ متر توپی را در راستای قائم رها می‌کنیم. این توپ پس از هر بار برخورد به زمین به اندازه $\frac{m}{10}$ ارتفاع قبلی به صورت قائم بالا می‌آید. اگر پس از ۱۰۰ بار برخورد متوالی با زمین، توپ در مجموع ۳۸۰ متر بالا و پایین رفته باشد، مقدار m کدام است؟ (در محاسبات خود از اعداد بسیار کوچک صرف نظر کنید).

۹ (۴)

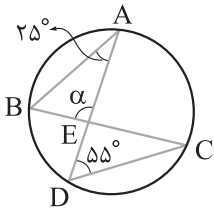
۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات

هندسه یازدهم



۲۱- با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه زاویه α چند درجه است؟

- ۹۵ (۱)
- ۱۰۰ (۲)
- ۱۰۵ (۳)
- ۱۱۰ (۴)

۲۲- وتر AB از دایره‌ای به شعاع 10 و نقطه M در امتداد AB و به فاصله 4 واحد از B چنان است که B بین A و M قرار دارد. اگر طول مماسی که از M بر دایره رسم می‌شود، برابر 8 باشد، فاصله مرکز دایره از وتر AB کدام است؟

- ۱۶ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۸ (۲)
- ۶ (۱)

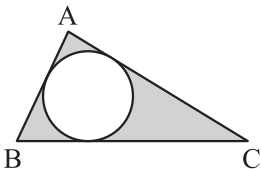
۲۳- از نقطه A بیرون دایره $C(O, R)$ ، دو مماس بر آن رسم کرده‌ایم. اگر زاویه بین دو مماس 120° باشد، طول هر یک از این دو مماس کدام است؟

- $\frac{1}{2}R$ (۱)
- $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}R$ (۳)
- $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ (۴)

۲۴- در مثلث ABC ، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A ، دو برابر شعاع دایره محاطی داخلی است. محیط این مثلث چند برابر طول ضلع BC است؟

- ۲ (۱)
- $\frac{2}{5}$ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۲۵- در شکل زیر، محیط مثلث ABC برابر $6\sqrt{\pi}$ و مساحت قسمت هاشور خورده برابر $\frac{2}{25}$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- $\frac{4}{5}$ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- $\frac{7}{5}$ (۴)

۲۶- اگر زاویه بین دو مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, 5R)$ و $C'(O', 2R)$ برابر 60° باشد، طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

- $3R$ (۱)
- $5R$ (۲)
- $6R$ (۳)
- $7R$ (۴)

۲۷- دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', \sqrt{2})$ مفروض‌اند. اگر $OO' = \sqrt{6}$ باشد، طول وتر مشترک دو دایره کدام است؟

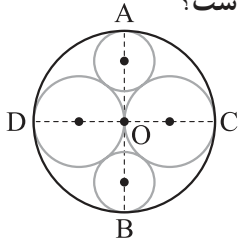
- $2\sqrt{2}$ (۱)
- ۳ (۲)
- $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)
- $\sqrt{6}$ (۳)

محل انجام محاسبات

۲۸- طول خط‌المركزین دو دایره برابر $\sqrt{10}$ و شعاع یکی دو برابر دیگری است. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره سه برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

۲۹- در شکل زیر، دو قطر AB و CD از دایره‌ای به شعاع R بر هم عمودند. دو دایره متوسط در مرکز دایره بزرگ‌تر بر هم مماس خارج و هر دو نسبت به دایره بزرگ‌تر مماس داخل‌اند. دو دایره کوچک‌تر نیز هر کدام بر دایره‌های متوسط مماس خارج و بر دایره بزرگ‌تر مماس داخل هستند. شعاع هر کدام از کوچک‌ترین دایره‌ها کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}R$ (۲) $\frac{1}{4}R$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}R$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{6}R$

۳۰- از نقطه P خارج دایره، مماس PT و قاطع PAB رسم شده است. اگر طول کمان‌های AT ، BT و AB به ترتیب π ، 3π و 4π باشد، طول PB کدام است؟

- (۱) $4(\sqrt{2}-1)$ (۲) $4(\sqrt{2}+1)$
 (۳) $4(2-\sqrt{2})$ (۴) $4(2+\sqrt{2})$

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

۳۱- گزاره $\sim p \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ با کدام گزاره ارزش یکسان دارد؟

- $\sim q$ (۴) $\sim p$ (۳) q (۲) p (۱)

۳۲- نقیض گزاره $\forall x > 0, \exists y \in \mathbb{R}; 2^y = x$ کدام است؟

- $\forall x \leq 0, \exists y \notin \mathbb{R}; 2^y \neq x$ (۲) $\exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}; 2^y \neq x$ (۱)
 $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x > 0; 2^y = x$ (۴) $\exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}; 2^y = x$ (۳)

۳۳- اگر $A = \{x | x^3 - 4x = 3x^2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} | 2^x \leq x^2\}$ ، آن گاه مجموعه $(A' - B)'$ چند زیرمجموعه ناتهی دارد؟

- ۷ (۴) ۱۵ (۳) ۶۳ (۲) ۳۱ (۱)

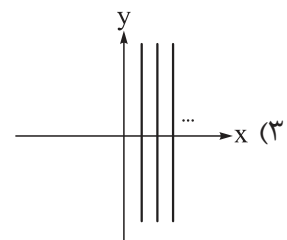
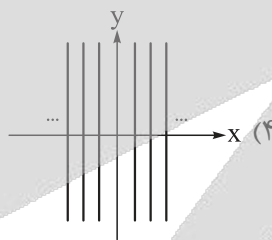
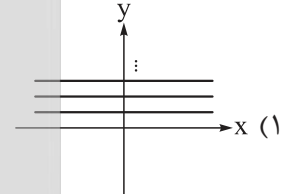
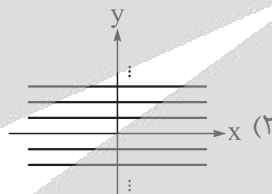
۳۴- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، چند زیرمجموعه ناتهی دارد که بزرگترین عضو آن‌ها دو برابر کوچکترین عضو آن باشد؟

- ۲۹ (۴) ۳۲ (۳) ۳۱ (۲) ۳۰ (۱)

۳۵- اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، در این صورت عبارت $(A \cup B) \cap ((A - B)' - (B - A))$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

- $A \cup B$ (۴) $A \cap B$ (۳) B (۲) A (۱)

۳۶- اگر $A = \mathbb{R}$ و $B = \mathbb{N}$ ، در این صورت نمودار ضرب دکارتی $A \times B$ به کدام صورت است؟



۳۷- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ، آن گاه $A \times B - B \times A$ چند عضو است؟

- ۱۰ (۴) ۱۴ (۳) ۱۲ (۲) ۸ (۱)

محل انجام محاسبات

فیزیک یازدهم

۴۱- کدام یک از مقدارهای زیر می تواند بار الکتریکی یک جسم بر حسب کولن باشد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) 7×10^{-19} (۲) 9×10^{-19} (۳) $1/76 \times 10^{-18}$ (۴) $1/91 \times 10^{-18}$

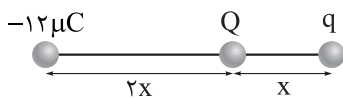
۴۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $6q$ از فاصله 30 cm ، بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی 240 N وارد می کنند. بار q

برابر با چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

- (۱) ۴ (۲) ۴۰ (۳) ۲ (۴) ۲۰

۴۳- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی خط راست قرار دارند. با دو برابر شدن مقدار بار q ، بزرگی نیروی

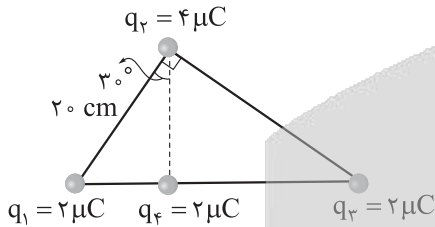
الکتریکی خالص وارد بر بار Q تغییری نمی کند. مقدار اولیه بار q چند میکروکولن است؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۳ (۴) -۳

۴۴- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در محل خود ثابت شده اند. اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4

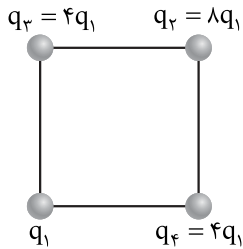
چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۵- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس های مربعی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2

چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 است؟



- (۱) ۸ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $16 - 5\sqrt{2}$ (۴) $15 - 7\sqrt{2}$

۴۶- اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله 3 cm از آن، 700 N/C بیشتر از اندازه

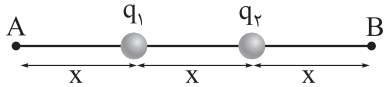
میدان الکتریکی حاصل از آن بار در فاصله 4 cm از آن باشد، $|q|$ چند نانوکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

- (۱) $1/6$ (۲) $3/2$ (۳) $0/16$ (۴) $0/32$

محل انجام محاسبات

۴۷- در شکل زیر، اندازه میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای و همنام q_1 و q_2 در نقاط A و B به ترتیب

برابر با E_A و E_B است. اگر $\frac{E_A}{E_B} = \frac{2}{3}$ باشد، کدام است؟ $\frac{q_2}{q_1}$



(۲) ۳

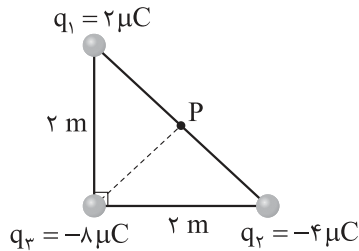
(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۴۸- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های مثلثی قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه P.

چند کیلوولت بر متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) $30\sqrt{2}$

(۲) $45\sqrt{2}$

(۳) ۳۰

(۴) ۴۵

۴۹- یک قطره روغن به جرم $16 \times 10^{-15} \text{ kg}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $2 \times 10^5 \text{ N/C}$ معلق است.

اگر میدان الکتریکی، قائم و رو به پایین باشد، تعداد الکترون‌هایی که قطره نسبت به حالت خنثی جذب کرده یا

از دست داده، کدام است؟ $(g = 10 \text{ N/kg}, e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C})$

(۲) ۵ الکترون از دست داده است.

(۱) ۵ الکترون گرفته است.

(۴) ۵۰ الکترون از دست داده است.

(۳) ۵۰ الکترون گرفته است.

۵۰- به یک کره فلزی و یک مکعب فلزی، مقدار یکسانی بار الکتریکی می‌دهیم. اگر حجم کره و مکعب یکسان باشد،

چگالی سطحی بار الکتریکی کره، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی مکعب است؟ (از تراکم بار در نقاط نوک تیز

مکعب صرف نظر کنید. $\pi = 3$)

(۴) $\sqrt[3]{4}$

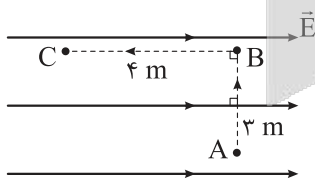
(۳) $\sqrt[3]{3}$

(۲) $\sqrt[3]{2}$

(۱) ۱

۵۱- در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -2 \mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$ در مسیر

ABC از نقطه A تا نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در طی این جابه‌جایی چند ژول است؟



(۲) -۴

(۱) ۴

(۴) $-3/2$

(۳) $3/2$

محل انجام محاسبات

۵۲- ذره‌ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $6 \mu\text{C}$ را با تندی 200 m/s در راستای خطوط میدان الکتریکی یکنواختی پرتاب می‌کنیم. اگر تندی ذره پس از 2 m جابه‌جایی، 50% درصد کاهش یابد، بزرگی میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟ (از نیروی وزن صرف نظر کنید).

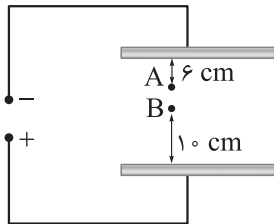
(۱) 5×10^6 ، در جهت پرتاب ذره

(۲) $2/5 \times 10^6$ ، در جهت پرتاب ذره

(۳) 5×10^6 ، در خلاف جهت پرتاب ذره

(۴) $2/5 \times 10^6$ ، در خلاف جهت پرتاب ذره

۵۳- در شکل زیر، دو صفحه رسانا و بزرگ که در فاصله معینی از هم قرار دارند، به اختلاف پتانسیل الکتریکی 300 V متصل هستند. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B برابر با $V_A = -25 \text{ V}$ و $V_B = 75 \text{ V}$ باشد، فاصله بین دو صفحه چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۲۴

(۳) ۳۰

(۴) ۳۲

۵۴- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 50 \mu\text{C}$ از نقطه A به نقطه B با پتانسیل الکتریکی 100 V منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، 10 mJ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

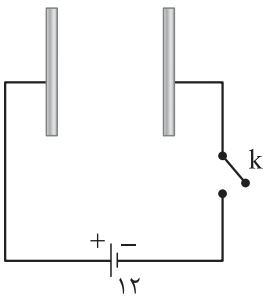
(۱) ۲۰۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۲۰۰

(۴) ۱۰۰

۵۵- در شکل زیر، صفحه‌های خازنی به ظرفیت $2 \mu\text{F}$ را به یک باتری با اختلاف پتانسیل 12 V وصل می‌کنیم. با بستن کلید k ، چند الکترون از باتری عبور می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



(۱) 3×10^{13}

(۲) 3×10^{14}

(۳) $1/5 \times 10^{13}$

(۴) $1/5 \times 10^{14}$

۵۶- فاصله بین صفحه‌های یک خازن تخت فرضی برابر 1 mm و ظرفیت آن برابر 1 F است. مساحت هر صفحه این خازن چند کیلومتر مربع است؟ ($\epsilon_0 = 10^{-11} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$ ، بین دو صفحه خازن هوا است).

(۱) ۰/۱

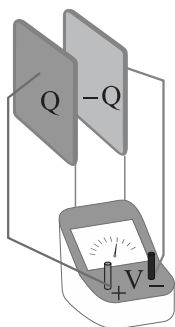
(۲) ۱

(۳) ۱۰

(۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۵۷- در شکل زیر، صفحه‌های باردار یک خازن تخت که بین آن‌ها هوا وجود دارد، به ولت‌سنج آرمانی وصل شده است.



اگر یک دی‌الکتریک بین صفحات وارد کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف) انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

ب) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

پ) مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

۱) الف - ب

۲) الف - پ

۳) ب - پ

۴) الف - ب - پ

۵۸- صفحه‌های خازن تختی که بین آن‌ها هوا وجود دارد، به اختلاف پتانسیل 20 V وصل هستند. اگر فاصله بین

صفحه‌ها را ۲۵ درصد کاهش دهیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن $200\ \mu\text{J}$ تغییر می‌کند. ظرفیت اولیه این خازن چند

میکروفاراد است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

۵۹- بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن تختی برابر 18 nC است و بین صفحه‌های این خازن با عایقی به ضریب

دی‌الکتریک $2/5$ پر شده است. اگر مساحت هر یک از صفحه‌ها برابر 200 cm^2 باشد، بزرگی میدان الکتریکی خالص

بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2})$

۱) 2×10^3

۲) 2×10^4

۳) 4×10^3

۴) 4×10^4

۶۰- ظرفیت خازنی $12\ \mu\text{F}$ و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن $300\ \mu\text{C}$ است. بین صفحه‌های این خازن، عایقی با

ثابت دی‌الکتریک ۴ قرار دارد. اگر خازن را از باتری جدا کرده، عایق بین صفحات را خارج کرده و فاصله بین صفحات را

۵۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) $18/75$ ، افزایش می‌یابد.

۲) $18/75$ ، کاهش می‌یابد.

۳) $3/125$ ، افزایش می‌یابد.

۴) $3/125$ ، کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

شیمی یازدهم

۶۱- اگر عنصر A، نافلز و رسانای جریان برق باشد، کدام مورد درباره آن درست است؟

- (۱) بزرگ‌ترین شعاع اتمی را در بین عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود دارد.
- (۲) با اتصال اتم‌های آن به دیگر نافلزها، دگرشکل‌های گوناگونی از آن ایجاد می‌شود.
- (۳) اتم آن دارای چهار الکترون ظرفیتی بوده و آرایش الکترونی آن به np^4 ختم می‌شود.
- (۴) در اتصال با هیدروژن می‌تواند هیدروکربن‌هایی با ساختارهای متفاوت تشکیل دهد.

۶۲- گزینه‌های زیر درباره ویژگی برخی عنصرهای جدول دوره‌ای بیان شده‌اند. کدام مورد از نظر اشاره به رفتار فیزیکی یا شیمیایی، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

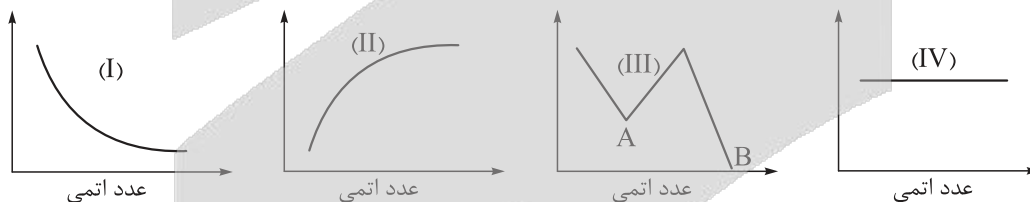
- (۱) گاز فلئوئور نسبت به گاز کلر، در دمای پایین‌تری می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.
- (۲) در آزمایشگاه، فلز سدیم در زیر نفت نگهداری می‌شود.
- (۳) از طلا برای ساخت برگه‌ها و رشته‌سیم‌های بسیار نازک (نخ طلا) استفاده می‌شود.
- (۴) آهن در هوای مرطوب به کندی با اکسیژن واکنش داده و زنگ آهن تولید می‌شود.

۶۳- کدام مورد، جمله زیر را به درستی کامل نمی‌کند؟

« عنصر گروه ۱۴، »

- (۱) دومین - شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود
- (۲) سومین - در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد
- (۳) اولین - حالت فیزیکی یکسانی با عنصر قیل و بعد هم‌دوره خود دارد
- (۴) چهارمین - سطح درخشان دارد و رسانای جریان برق است

۶۴- با توجه به نمودارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



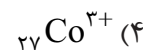
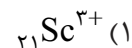
- (۱) نمودار (I) می‌تواند مربوط به روند کلی تغییر شعاع اتمی عنصرها در دوره دوم باشد.
- (۲) نمودار (II) را می‌توان به روند واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی نسبت داد.
- (۳) اگر نمودار (III) مربوط به روند واکنش‌پذیری عنصرهای دوره سوم باشد، در نقاط A و B به ترتیب آلومینیم و آرگون وجود دارند.
- (۴) نمودار (IV) می‌تواند مربوط به شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم هالوژن‌ها باشد.

محل انجام محاسبات

۶۸- کدام مورد درست است؟

- (۱) فلزهای طلا و پلاتین به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های رنگی لابه‌لای خاک یافت می‌شوند.
- (۲) فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد، فلزی واسطه است.
- (۳) به طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.
- (۴) در بین نافلزها، فقط اکسیژن و نیتروژن به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

۶۹- مطابق شکل زیر، به محلولی دارای کاتیون آهن، محلول سدیم هیدروکسید اضافه شده و رسوب سبزرنگی تشکیل می‌شود. آرایش الکترونی کدام گونه مشابه کاتیون آهن موجود در محلول است؟



۷۰- با توجه به جدول زیر، چنانچه در زمینی به وسعت ۱ هکتار، ۲۰ تن گیاه برداشت شود، در میان دو فلزی که استخراج آن‌ها از طریق گیاه‌پالایی مقرون به صرفه است، نسبت شمار مول‌های عنصر با جرم مولی کم‌تر به شمار مول‌های عنصر دیگر، کدام است؟
($\text{Ni} = 58, \text{Cu} = 64, \text{Zn} = 65, \text{Au} = 197 : \text{g.mol}^{-1}$)

درصد فلز در سنگ معدن	بیشترین مقدار فلز در یک کیلوگرم از گیاه (گرم)	قیمت هر کیلوگرم فلز (ریال)	نماد شیمیایی فلز
۰/۰۰۲	۰/۱	۱۲۰۰۰۰۰۰۰	Au
۲	۳۸	۸۲۰۰۰۰	Ni
۰/۵	۱۴	۲۴۵۰۰۰	Cu
۵	۴۰	۱۵۵۰۰۰	Zn

(۲) ۱/۰۵

(۱) ۴۳۱

(۴) ۰/۹۴

(۳) ۱۴

محل انجام محاسبات

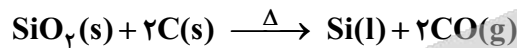
۷۱- درستی یا نادرستی کدام گزینه، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- (۱) با توجه به واکنش پذیری فلزها، استخراج فلز سدیم، دشوارتر از استخراج فلز مس است.
- (۲) در واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، تفاوت جرم مولی فراورده‌های تولیدشده، با جرم مولی گاز هیدروژن برابر است.
- (۳) خوردگی و فرسایش فلزها، یکی از روش‌های اصلی بازگشت آن‌ها به طبیعت به شکل سنگ معدن است.
- (۴) در واکنش ترمیت، یکی از فراورده‌های تولیدشده، آهن مذاب و بار الکتریکی کاتیون‌های موجود در دو سمت معادله واکنش، متفاوت است.

۷۲- از واکنش $1/12$ لیتر هالوژن X_2 در شرایط STP با مقدار کافی پتاسیم، $7/45$ گرم KX تولید می‌شود. هالوژن X در کدام دوره از جدول تناوبی قرار دارد؟ ($F = 19, Cl = 35/5, K = 39, Br = 80, I = 127 : g.mol^{-1}$)

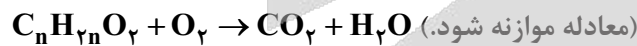
- | | |
|----------|-----------|
| (۱) پنجم | (۲) چهارم |
| (۳) سوم | (۴) دوم |

۷۳- در واکنش تهیه سیلیسیم مطابق معادله زیر، به ازای مصرف 80 گرم کربن ناخالص، $2/408 \times 10^{24}$ مولکول کربن مونوکسید تولید می‌شود. درصد ناخالصی‌ها در نمونه کربن کدام است؟ ($C = 12 g.mol^{-1}$)



- | | |
|--------|--------|
| (۱) ۲۰ | (۲) ۴۰ |
| (۳) ۶۰ | (۴) ۸۰ |

۷۴- 13 گرم از یک ترکیب آلی با فرمول شیمیایی $C_n H_{2n} O_7$ ، مطابق معادله زیر با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد. اگر بازده درصدی واکنش، 90 درصد و جرم آب تولیدشده، $11/34$ گرم باشد، در هر مولکول از ترکیب مورد نظر، چند اتم هیدروژن وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- | | |
|--------|--------|
| (۱) ۱۰ | (۲) ۱۲ |
| (۳) ۱۴ | (۴) ۱۶ |

۷۵- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) برخی مناطق در اعماق دریاها حاوی سولفید چندین فلز واسطه می‌باشند.
- (۲) گونه‌های فلزی در اعماق دریاها نسبت به ذخایر زمینی سرشارتر هستند.
- (۳) بازیافت فلزها از جمله آهن، سرعت گرمایش جهانی و ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
- (۴) در استخراج هر تن فلز آهن، سه تن از سنگ معدن آن نیاز است.

محل انجام محاسبات

۷۶- اگر مخلوط ۹۶۰ گرم آهن (III) اکسید و ۲۲۸ گرم سدیم اکسید با مقدار لازم کربن در یک ظرف سر باز به طور کامل واکنش دهد، چند درصد از جرم مخلوط باقی مانده را فلز آهن تشکیل خواهد داد؟
 $(O = ۱۶, Na = ۲۳, Fe = ۵۶ : g.mol^{-1})$

۵۶ / ۱ (۲)

۷۴ / ۷ (۱)

۵۱ / ۶ (۴)

۷۷ / ۴ (۳)

۷۷- با توجه به مراحل چرخه عمر پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، کدام موارد زیر درست است؟

(الف) پایداری مواد خام اولیه کیسه پلاستیکی از پاکت کاغذی کم تر است.

(ب) توزیع و مصرف آن‌ها برخلاف حمل و نقل مواد خام سازنده آن‌ها، باعث آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.

(پ) در طی دفن کردن پاکت کاغذی، گاز متان و طی دفن کردن کیسه پلاستیکی، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

(ت) در تولید کیسه پلاستیکی نیاز به پالایش نفت خام است و در تولید پاکت کاغذی، برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.

(۲) الف، ت

(۱) الف، ب

(۴) پ، ت

(۳) ب، پ

۷۸- مقداری آهن (III) اکسید خالص در واکنش با کربن، ۶/۰ مول گاز و همان مقدار آهن (III) اکسید خالص در واکنش با کربن مونوکسید، ۷۵/۰ مول گاز تولید می‌کند. اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش ۱۵ درصد باشد، جرم آهن (III) اکسید اولیه بر حسب گرم کدام است؟ $(O = ۱۶, Fe = ۵۶ : g.mol^{-1})$

۸۰ (۲)

۵۳ / ۳ (۱)

۱۶۰ (۴)

۱۰۶ / ۶ (۳)

۷۹- کدام مورد درباره نفت خام، درست است؟

(۱) مخلوطی از آلکان‌هاست که با کشف آن، حل مشکلات حمل و نقل و ساخت داروهای جدید میسر شد.

(۲) هر بشکه آن هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است و اولین نقش نفت خام در دنیای امروزی، تهیه مواد جدید از آن است.

(۳) به طلای سیاه معروف است و شیمی‌دان‌ها در زمان کشف آن می‌دانستند که از چه مواد سودمندی تشکیل شده است.

(۴) حدود نیمی از آن به عنوان سوخت و بخش اعظم نیم دیگر برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

محل انجام محاسبات

۸۰- با توجه به جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟

ماده	هیدروژن سیانید	اتن	کربن دی‌اکسید	اتان
مدل				

- (۱) دو ماده، جزء هیدروکربن‌ها هستند.
- (۲) مدل مربوط به کربن دی‌اکسید، مدل گلوله و میله است.
- (۳) در ساختار لوویس ماده‌ای که پیوند سه‌گانه دارد، یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۴) در مولکول هر چهار ماده، هر اتم کربن ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

محل انجام محاسبات

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۲:۳۰ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سوالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





باسح نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله هفتم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۴۰۴/آذر/۰۷

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	کاظم اجلائی - محسن علی نجاری - علیرضا فیضیان - کیان کریمی خراسانی - نیما مهندس - علیرضا ندافزاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	یاسر عبداللهی - وحید فارسیان - امیرحسین مسلمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	عادل حسینی	فرشاد حسنزاده سروش موئینی	محمد مهدی حسینی سهند محمد کریم نژاد
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	امیرحسین ابومحبوب مریم نظری	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسن لو	مریم گلی حسن لو سعید محبی	سعید محبی پوریا علاقه مند بیتا غیاثوند امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	سروش عبادی مرتضی نصیرزاده یاشار ذریه	پارسا طاهری منزله آرمین عظیمی مهدیس محبت پناه

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانیپور





آزمون آزمایشی خیلی سبز

<p>الناز علی یاری زاده</p>	<p>سرپرست تولید</p>
<p>نیلوفر اعتمادی - نبوشا پیمان - هدیه خسروی زهرا صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری ساعده نمازی</p>	<p>ویراستاران فنی</p>
<p>ندا فخاری سارا گنجی آزادپور</p>	<p>رسام</p>
<p>صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گل پور - دریا لطفی</p>	<p>صفحه آرایی</p>





۱ تابع f به هر عدد حقیقی مثبت کوچک‌تر از ۷، قدرمطلق تفاضل مربع آن عدد و ۶ برابرش را نسبت می‌دهد. کدام یک از نمایش‌های زیر برای $f(x)$ مناسب است؟

$$\begin{cases} f: (-\infty, 7) \rightarrow [0, 7) \\ f(x) = |x^2 - 6x| \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 6x \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f: (0, 7) \rightarrow [-1, 1) \\ f(x) = |x^2 - 6x| \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f: (0, 7) \rightarrow [0, 7] \\ f(x) = |x^2 - 6x| \end{cases} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

در نمایش جبری تابع f به صورت $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \dots \end{cases}$ دامنه و هم‌دامنه است. $f(x) = \dots$ نیز شامل ضابطه تابع است.

دقت کنید که برد تابع حتماً باید زیرمجموعه هم‌دامنه باشد.

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در ابتدا هر عدد حقیقی مثبت و کوچک‌تر از ۷ برای ورودی تابع f قابل قبول است، یعنی دامنه تابع باید بازه $(0, 7)$ باشد.

گام دوم: حال می‌رویم سراغ ضابطه:

$$x \begin{cases} \xrightarrow{\text{مربع}} x^2 \\ \xrightarrow{\text{برابر ۶}} 6x \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} x^2 - 6x \xrightarrow{\text{قدرمطلق}} |x^2 - 6x|$$

پس ضابطه تابع $f(x) = |x^2 - 6x|$ است.

گام سوم: حالا باید هم‌دامنه را چنان انتخاب کنیم که برد زیرمجموعه آن باشد. به جای محاسبه دقیق، سعی می‌کنیم از

عددگذاری استفاده کنیم. اگر $x = 3$ را جای‌گذاری کنیم، داریم:

$$f(3) = |9 - 18| = 9$$

پس بازه $[-1, 1)$ برای هم‌دامنه مناسب‌تر است.



اگر ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; |x| \geq 2 \\ -x^2 & ; |x| < 2 \end{cases}$ باشد، به ازای چند مقدار حقیقی a ، رابطه

۲

$$f\left(a + \frac{1}{a}\right) = f(-\sqrt{4-a^2})$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در ابتدا حدود عبارات $a + \frac{1}{a}$ و $-\sqrt{4-a^2}$ را می‌نویسیم:

$$a + \frac{1}{a} = \begin{cases} \geq 2 & ; a > 0 \\ \leq -2 & ; a < 0 \end{cases} \Rightarrow \left| a + \frac{1}{a} \right| \geq 2$$

$$-2 \leq a \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 4 - a^2 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{4 - a^2} \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq -\sqrt{4 - a^2} \leq 0 \Rightarrow |-\sqrt{4 - a^2}| \leq 2$$

مشخص است که $a \neq 0$ است، پس $|-\sqrt{4 - a^2}| < 2$ است.

در نتیجه داریم:

$$f\left(a + \frac{1}{a}\right) = a + \frac{1}{a} - 1$$

$$f(-\sqrt{4 - a^2}) = -(\sqrt{4 - a^2}) = a^2 - 4$$

گام دوم: حالا تساوی را تشکیل می‌دهیم:

$$a + \frac{1}{a} - 1 = a^2 - 4 \Rightarrow a + \frac{1}{a} = a^2 - 3 \xrightarrow{\times a} a^2 + 1 = a^3 - 3a$$

$$\Rightarrow a^3 - a^2 - 3a - 1 = 0$$

گام سوم: با حدس و آزمایش می‌بینیم که $a = -1$ جواب این معادله است. حالا با فاکتورگیری از $a + 1$ داریم:

$$a^3 - a^2 - 3a - 1 = (a + 1)(a^2 - 2a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$$

گام چهارم: با توجه به عبارت رادیکالی $\sqrt{4 - a^2}$ و عبارت کسری $\frac{1}{a}$ ، حدود قابل قبول a مجموعه $\{0\} - [-2, 2]$ است.

فقط جواب‌های -1 و $1 - \sqrt{2}$ قابل قبول‌اند.



۳

توابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4|x|} + 4$ و $g(x) = |h(x)|$ مساوی‌اند. اگر نمودار تابع h را 2 واحد به بالا ببریم، مساحت سطح محصور بین نمودار تابع جدید و نمودار تابع f کدام می‌تواند باشد؟ (نمودار تابع h از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ به دست آمده است.)

۴ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

دو تابع f و g مساوی‌اند، اگر و فقط اگر دو شرط زیر برقرار باشند:

$$D_f = D_g \quad (۱)$$

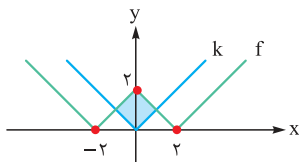
(۲) به ازای هر x دامنه‌ها، $f(x) = g(x)$ باشد، به بیان دیگر بتوان ضابطه‌ها را به هم تبدیل کرد.

گام اول: ابتدا ضابطه تابع h را می‌یابیم:

$$f(x) = \sqrt{|x|^2 - 4|x|} + 4 = \sqrt{(|x| - 2)^2} = ||x| - 2|$$

پس $h(x) = |x| - 2$ می‌تواند باشد.

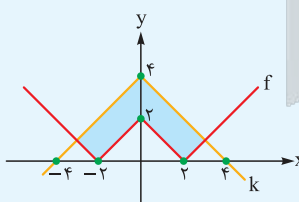
گام دوم: حالا اگر نمودار تابع h را 2 واحد به بالا ببریم، به نمودار تابع $k(x) = |x|$ می‌رسیم. نمودار توابع f و k را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



گام سوم: سطح محصور بین 2 نمودار، مربعی به قطر 2 است که مساحت آن برابر $2 = \frac{2^2}{2}$ است.

دقت کنید که ضابطه تابع h را می‌توانستیم $h(x) = 2 - |x|$ نیز در نظر بگیریم که در این حالت $k(x) = 4 - |x|$ است.

په‌چور دیگه



مساحت سطح رنگی شکل بالا برابر است با:

$$S = \frac{8 \times 4}{2} - \left(\frac{4 \times 2}{2} + \frac{2 \times 1}{2} + \frac{2 \times 1}{2} \right) = 16 - 6 = 10$$



۴ از مجموعه A به مجموعه B، ۶۴ تابع مختلف می توان تعریف کرد. در نمایش پیکانی این توابع، به یک عضو مجموعه B حداکثر چند پیکان وارد می شود؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴



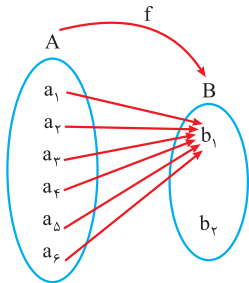
تعداد کل توابع قابل تعریف از یک مجموعه m عضوی به یک مجموعه n عضوی برابر است با n^m .

گام اول: طبق نکته و فرض سؤال باید تساوی $|B|^{|A|} = 64$ برقرار باشد. حالت های زیر را داریم:

حالت	A	B
(۱)	۶	۲
(۲)	۳	۴
(۳)	۲	۸
(۴)	۱	۶۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: دقت کنید که $|B|$ هم دامنه تابع است و الزاماً برد تابع نیست. مطابق جدول بالا در حالت (۱)، به هر عضو مجموعه B می تواند ۶ پیکان وارد شود:





تابع f با شرایط زیر با تابع $g(x) = -\frac{\sqrt{ax^2 - x^3}}{\sqrt{a-x}} + bx - c$ مساوی است:

الف) $D_f = (-\infty, 2)$ و $f(1) = 4$ است.

ب) تابع f برای اعداد منفی خطی است و نمودار آن محور x را در نقطه‌ای به طول -2 قطع می‌کند.

پ) f در بازه $[0, 2]$ ثابت است.

در این صورت حاصل $\frac{f(b+c)}{g(1-a)}$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: دامنه تابع g بازه $(-\infty, a)$ است و از آنجا که $D_f = (-\infty, 2)$ است، پس $a = 2$.

گام دوم: حالا ضابطه g را بازنویسی می‌کنیم:

$$g(x) = -\sqrt{\frac{ax^2 - x^3}{a-x}} + bx - c = -\sqrt{x^2} + bx - c$$

$$\Rightarrow g(x) = -|x| + bx - c$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} (b+1)x - c & ; x < 0 \\ (b-1)x - c & ; 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

گام سوم: تابع f (یا همان g) در بازه $[0, 2]$ ثابت است، پس $b-1$ باید برابر صفر باشد، یعنی $b=1$. از طرفی برای x های منفی

ضابطه تابع $f(x) = 2x - c$ است که طبق فرض $f(-2) = 0$ است:

$$\Rightarrow -4 - c = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x) = \begin{cases} 2x + 4 & ; x < 0 \\ 4 & ; 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

گام چهارم: خواسته سؤال را حساب می‌کنیم:

$$\frac{f(b+c)}{g(1-a)} = \frac{f(-2)}{g(-1)} = \frac{-2}{2} = -1$$



نقطه $A(4, 7)$ و نقطه B روی خط $y = 2x - 1$ مفروض اند. اگر وسط پاره خط AB روی نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات قرار داشته باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه B کدام است؟

خط $y = x$

$(2, -9)$

$(1, -3)$

$(4, 1)$

$(3, 10)$

پاسخ: گزینه ۳

نقطه وسط پاره خط AB که دو سر آن نقاط $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ هستند، از رابطه زیر به دست می آید:

$$M = \frac{A+B}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

گام اول: مختصات نقطه وسط پاره خط AB را M در نظر می گیریم. این نقطه روی خط $y = 2x - 1$ و همچنین خط $y = x$ قرار دارد:

$$\Rightarrow 2x - 1 = x \Rightarrow x = 1 \Rightarrow M(1, 1)$$

گام دوم: حالا مختصات نقطه B را به دست می آوریم:

$$\frac{x_M = \frac{x_A + x_B}{2}}{1 = \frac{4 + x_B}{2}} \Rightarrow x_B = -2$$

$$\frac{y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}{1 = \frac{7 + y_B}{2}} \Rightarrow y_B = -5$$

حاصل ضرب طول و عرض نقطه B برابر 10 است.

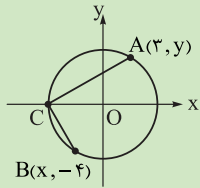
کرتی Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ بر مبدأ مختصات منطبق است. زاویه ACB چند درجه است؟

۷



۴۵ (۱)

۶۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

فاصله دو نقطه با مختصات $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ در صفحه مختصات از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

گام اول: مبدأ مختصات مرکز دایره است و شعاع دایره برابر ۵ است، پس با توجه به این نکته، در ابتدا مقادیر x و y را حساب می‌کنیم:

$$OA = 5 \Rightarrow \sqrt{3^2 + y^2} = 5 \Rightarrow 9 + y^2 = 25 \Rightarrow y^2 = 16 \xrightarrow{y > 0} y = 4$$

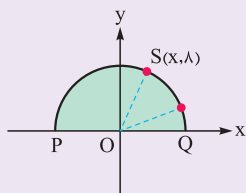
$$OB = 5 \Rightarrow \sqrt{x^2 + (-4)^2} = 5 \Rightarrow x^2 + 16 = 25 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x < 0} x = -3$$

گام دوم: پس مختصات دو نقطه A و B به صورت $A(3, 4)$ و $B(-3, -4)$ است، این یعنی A و B نسبت به مبدأ مختصات (مرکز دایره) متقارن اند و عملاً پاره خط AB قطر دایره است، پس زاویه محاطی C روبه‌رو به قطر دایره برابر 90° است.

کتابخانه Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نقطه $S(x, 8)$ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ در شکل روبه‌رو داده شده است. (مسئله ۱) - تمرین ۶ صفحه ۳۶ کتاب درسی)



الف) مقدار x را به دست آورید.

ب) شیب خطهای PS و SQ را به دست آورید.

پ) نشان دهید \widehat{PSQ} قائمه است.

کتاب
درسی



دو نقطه روی خط $3x - y + 2 = 0$ وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن‌ها از نقاط $A(0, 2)$ و $B(3, 1)$ برابر $5\sqrt{10}$ است. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) $5/2$ (۴) $1/2$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مختصات نقطه مفروض روی خط $y = 3x + 2$ را $M(\alpha, 3\alpha + 2)$ در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه را از نقاط A و B حساب می‌کنیم:

$$AM = \sqrt{\alpha^2 + (3\alpha)^2} = \sqrt{10\alpha^2} = \sqrt{10}|\alpha|$$

$$BM = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (3\alpha + 1)^2} = \sqrt{10\alpha^2 + 10} = \sqrt{10}\sqrt{\alpha^2 + 1}$$

حالا معادله مفروض سؤال را می‌سازیم:

$$\xrightarrow{AM+BM=5\sqrt{10}} \sqrt{10}|\alpha| + \sqrt{10}\sqrt{\alpha^2 + 1} = 5\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow |\alpha| + \sqrt{\alpha^2 + 1} = 5$$

گام دوم: معادله قدرمطلقى بالا را در دو حالت $\alpha > 0$ و $\alpha < 0$ حل می‌کنیم:

• $\alpha > 0: \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1} = 5 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 1} = 5 - \alpha$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha^2 + 1 = \alpha^2 - 10\alpha + 25 \Rightarrow 10\alpha = 24 \Rightarrow \alpha = \frac{12}{5}$$

پس $M(\frac{12}{5}, \frac{46}{5})$ است.

• $\alpha < 0: -\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1} = 5 \Rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 1} = \alpha + 5$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \alpha^2 + 1 = \alpha^2 + 10\alpha + 25 \Rightarrow 10\alpha = -24 \Rightarrow \alpha = -\frac{12}{5}$$

پس $M'(-\frac{12}{5}, -\frac{26}{5})$ است.

در نتیجه مجموع عرض‌های دو نقطه مورد نظر برابر است با:

$$\frac{46}{5} - \frac{26}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

نقطه‌ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.

(مسئله ۱) - تمرین ۹ صفحه ۳۶ کتاب درسی)





۹

سه نقطه $A(k+2, k)$ ، $B(k, 2-k)$ و $C(-k, k-1)$ با طول و عرض صحیح مفروض‌اند. اگر خط گذرنده از نقاط A و B بر خط گذرنده از نقاط B و C عمود باشد و خط $y = mx$ با هر دوی این خطوط زاویه 45° بسازد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

زایویه B قائمه است.

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

اگر زاویه حاده بین دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 برابر θ باشد، رابطه زیر را داریم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

گام اول: ابتدا با فرض این که m_{AB} و m_{BC} عکس و قرینه هم‌اند، مقدار صحیح k را پیدا می‌کنیم.

$$m_{AB} = \frac{k - (2 - k)}{k + 2 - k} = \frac{2k - 2}{2} = k - 1$$

$$m_{BC} = \frac{2 - k - (k - 1)}{k - (-k)} = \frac{2 - 2k}{2k}$$

$$\xrightarrow{m_{AB} \times m_{BC} = -1} (k - 1) \left(\frac{2 - 2k}{2k} \right) = -1 \Rightarrow -2k^2 + 2k - 2 = -2k \Rightarrow 2k^2 - 4k + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta = 4 - 4 = 0} k = \frac{2 \pm 0}{2} = 1 \text{ یا } 1$$

اما طبق فرض، طول و عرض نقاط باید صحیح باشند، پس مقدار صحیح k قابل قبول است.

گام دوم: در این شرط مختصات نقاط $A(5, 3)$ ، $B(3, -1)$ و $C(-3, 2)$ هستند و شیب‌های خط‌های گذرا از این نقاط به صورت زیر هستند:

$$m_{AB} = 2 \text{ و } m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

حالا از نکته سؤال استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\tan 45^\circ = 1} 1 = \left| \frac{m - 2}{1 + 2m} \right| \Rightarrow |2m + 1| = |m - 2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m + 1 = m - 2 \Rightarrow m = -3 \\ \text{یا} \\ 2m + 1 = -m + 2 \Rightarrow m = \frac{1}{3} \end{cases}$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓



۱۰. نقطه $(-1, 4)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن واقع بر خطوط $x + 2y = -6$ و $2x - y = 3$ هستند. کم‌ترین فاصله وسط قطر متوازی‌الاضلاع از اضلاع آن کدام است؟

بر هم عمودند.

- (۱) $1/4\sqrt{5}$
- (۲) $9/9\sqrt{5}$
- (۳) $1/2\sqrt{5}$
- (۴) $8/8\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $L(x, y) = ax + by + c = 0$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{یا} \quad AH = \frac{|L(x_0, y_0)|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

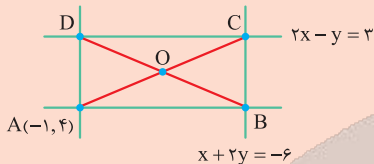
حاصل ضرب شیب‌های دو خط عمود بر هم برابر -1 است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: دو خط $x + 2y = -6$ و $2x - y = 3$ بر هم عمودند، زیرا حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها برابر -1 است، پس عملاً متوازی‌الاضلاع مسئله، مستطیل است.

نقطه $(-1, 4)$ هم روی هیچ‌کدام از این خطوط قرار ندارد، پس شکل زیر را برای این مستطیل می‌توانیم در نظر بگیریم.



گام دوم: طول اضلاع این مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB = \frac{|(-1) + 2(4) + 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{13}{\sqrt{5}}$$

$$AD = \frac{|2(-1) - (4) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$$

فاصله وسط قطر از اضلاع برابر نصف طول اضلاع است؛ بنابراین کم‌ترین فاصله‌ها برابر $\frac{9}{2\sqrt{5}}$ است یا $9/2\sqrt{5}$ است.

نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x + 4y = -3$ و $x - 3y = 4$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

(سوال ۷ کنکور ریاضی ۱۳۰۲ (فارج از کشور))

- (۱) $19/20\sqrt{10}$
- (۲) $19/\sqrt{10}$
- (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$





مساحت مثلث ABC با سه رأس $A(2,0)$ ، $B(-1,3)$ و $C(4,a)$ برابر ۶ است. اگر رأس C در ناحیه اول صفحه مختصات باشد، معادله عمودمنصف ضلع BC کدام است؟

ا a مثبت باشد.

$$y - 5x + 5 = 0 \quad (2)$$

$$y - 5x - 5 = 0 \quad (4)$$

$$9y - 5x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$9y + 5x - 1 = 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

اگر مختصات رأس‌های یک مثلث را داشته باشیم، مساحت آن از راه زیر که به روش بند کفشی معروف است، به دست می‌آید:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3)|$$

تکرار

گام اول: ابتدا با روش درس باکس، مساحت را برابر ۶ قرار می‌دهیم تا مقدار a به دست آید:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 4 & a \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(6 - a + 0) - (0 + 12 + 2a)|$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{1}{2} |-6 - 3a| \Rightarrow |3a + 6| = 12 \xrightarrow{a > 0} 3a + 6 = 12 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: پس مختصات رأس B و C به ترتیب $B(-1,3)$ و $C(4,2)$ هستند که شیب خط گذرا از این نقاط برابر

$$m_{BC} = \frac{3-2}{-1-4} = -\frac{1}{5}$$

است، این یعنی شیب عمودمنصف برابر ۵ است.

عمودمنصف از وسط نقاط B و C می‌گذرد:

$$M = \frac{B+C}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

گام سوم: حالا باید معادله خطی با شیب ۵ را بنویسیم که از نقطه M بگذرد:

$$y - \frac{5}{2} = 5\left(x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = 5x - 5 \text{ یا } y - 5x + 5 = 0$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



تابع f فاصله نقاطی روی محور x از نقطه‌ای به طول ۵ بر روی همان محور را نشان می‌دهد. اگر $g(x) = |2x + 4| + |x + 9|$ باشد، به ازای چند عدد صحیح، نامعادله $g(x) > f(x)$ برقرار نیست؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$|x|$ فاصله نقاط روی محور اعداد را از صفر (مبدأ) می‌سنجد.

گام اول: با توجه به نکته، ضابطه تابع f به صورت $f(x) = |x - 5|$ است.

گام دوم: حالا نامعادله $g(x) > f(x)$ را با بازبندی x حل می‌کنیم:

$$2|x + 2| + |x + 9| > |x - 5|$$

• $x < -9: -2x - 4 - x - 9 > -x + 5 \Rightarrow 2x < -18 \Rightarrow x < -9$ (اشتراک با $x < -9$) $\rightarrow x < -9$ (۱)

• $-9 \leq x < -2: -2x - 4 + x + 9 > -x + 5 \Rightarrow -x + 5 > -x + 5 \Rightarrow \emptyset$ (۲)
هیچ گاه برقرار نیست.

• $-2 \leq x < 5: 2x + 4 + x + 9 > -x + 5 \Rightarrow 4x > -8 \Rightarrow x > -2$ (اشتراک با $-2 \leq x < 5$) $\rightarrow -2 < x < 5$ (۳)

• $x \geq 5: 2x + 4 + x + 9 > x - 5 \Rightarrow 2x > -18 \Rightarrow x > -9$ (اشتراک با $x \geq 5$) $\rightarrow x \geq 5$ (۴)

گام سوم: با اجتماع جواب‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) مشخص می‌شود که مجموعه جواب‌های نامعادله $g(x) > f(x)$ به صورت $\mathbb{R} - [-9, -2]$ است، یعنی این نامساوی به ازای $8 = 1 + (-9) - 2$ عدد صحیح برقرار نیست.



نامساوی $|a| + |b| > |a + b|$ هنگامی برقرار است که a و b غیرهم‌علامت باشند. حالا نامعادله این سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$|2x + 4| + |-x - 9| > |x + 5|$$

چون $(2x + 4) + (-x - 9) = x + 5$ است، می‌توانیم از نکته بالا استفاده کنیم و داریم:

$$(2x + 4)(-x - 9) < 0 \Rightarrow 2(x + 2)(x + 9) > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ \text{یا} & x \in \mathbb{R} - [-9, -2] \\ x < -9 \end{cases}$$



۱۳

اگر نمودارهای توابع $f(x) = |x-2| + 2|x-a| + b$ و $g(x) = \begin{cases} -3x+b & ; x < -1 \\ x+8 & ; -1 \leq x < c \\ dx+b & ; x \geq c \end{cases}$ در یک دستگاه

مختصات بر هم منطبق باشند، حاصل $\frac{a+d}{bc}$ کدام است؟

دو تابع مساوی اند.

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: منظور سؤال این است که اگر براساس ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق‌ها، تابع f را به صورت چندضابطه‌ای بنویسیم، به $g(x)$ می‌رسیم.

این ریشه‌ها ۲ و a هستند؛ از طرفی نقاط مرزی دامنه ضابطه‌ها در $g(x)$ ، -1 و c هستند. با مساوی قرار دادن مجموعه‌های $\{2, a\}$ و $\{-1, c\}$ نتیجه می‌گیریم که $a = -1$ و $c = 2$ است.

گام دوم: پس ضابطه تابع f به صورت $f(x) = 2|x+1| + |x-2| + b$ تکمیل می‌شود و داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -3x+b & ; x < -1 \\ x+4+b & ; -1 \leq x < 2 \\ 3x+b & ; x \geq 2 \end{cases}$$

با مقایسه این ضابطه‌ها با $g(x)$ نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{cases} 4+b=8 \Rightarrow b=4 \\ d=3 \end{cases}$$

گام سوم: در نتیجه خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{a+d}{bc} = \frac{-1+3}{4 \times 2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$



به ازای چند مقدار طبیعی k ، معادله $|x-3| = 2x^2 - 12x + k$ دو جواب حقیقی نامنفی دارد؟

۱۵ (۴)

۱۶ (۳)

۱۷ (۲)

۱۸ (۱)

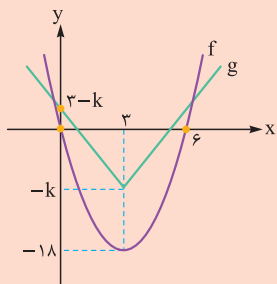
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$2x^2 - 12x = |x-3| - k$$

تعداد جواب‌های این معادله، تعداد نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $f(x) = 2x^2 - 12x = 2x(x-6)$ و $g(x) = |x-3| - k$ است.



گام دوم: نمودارهای این دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

گام سوم: مطابق شکل بالا، برای این که توابع f و g همدیگر را در ۲ نقطه با طول‌های نامنفی قطع کنند، عرض از مبدأ تابع g نباید مثبت باشد و هم‌چنین عرض رأس این تابع (یعنی $-k$) باید بزرگ‌تر از -18 باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} 3-k \leq 0 \Rightarrow k \geq 3 \\ -k > -18 \Rightarrow k < 18 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} k \in [3, 18)$$

این بازه شامل $18-3=15$ عدد طبیعی است.

به ازای چند مقدار صحیح از a ، معادله $|2x-2| = x^2 - x + a$ دارای چهار ریشه حقیقی است؟

(سؤال ۷ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



اگر به هر یک از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + kx - 1$ سه واحد اضافه کنیم، حاصل ضرب آن‌ها تغییری نمی‌کند. رأس سهمی $y = f(x)$ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارد؟ ← نمودار را ۳ واحد به راست ببریم.

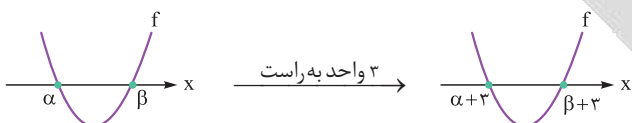
- (۱) اول
(۲) دوم
(۳) سوم
(۴) چهارم

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع و حاصل ضرب جواب‌ها (به شرط وجود) به ترتیب برابر است با: $S = -\frac{b}{a}$ و $P = \frac{c}{a}$.

گام اول: با انتقال نمودار تابع f به اندازه ۳ واحد به سمت راست، می‌توانیم به هر صفر آن ۳ واحد اضافه کنیم:



پس کافی است صفرهای تابع $g(x) = f(x - 3)$ را در نظر بگیریم.

گام دوم: داریم:

$$g(x) = f(x - 3) = (x - 3)^2 + k(x - 3) - 1 = x^2 + (k - 6)x - 3k + 8$$

طبق فرض، حاصل ضرب صفرها تغییری نکرده‌اند، پس از آن‌جا که حاصل ضرب صفرهای تابع f برابر -1 است، حاصل ضرب صفرهای تابع g را نیز برابر -1 قرار می‌دهیم:

$$\Rightarrow -3k + 8 = -1 \Rightarrow k = 3$$

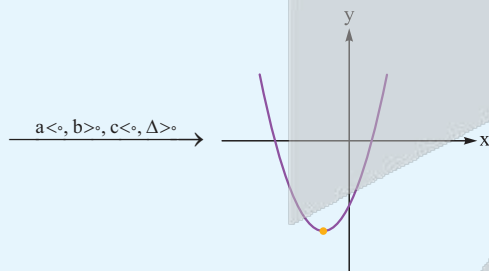
اگر به صفرهای یک تابع درجه دوم n واحد اضافه کنیم و حاصل ضرب این صفرها تغییری نکند، مجموع صفرهای تابع برابر $-n$ بوده است.

گام سوم: پس سهمی $y = f(x) = x^2 + 3x - 1$ را داریم و معادله این سهمی را به فرم مربع کامل می‌نویسیم:

$$y = f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رأس این سهمی نقطه $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{13}{4}\right)$ است که در ناحیه سوم دستگاه مختصات قرار دارد.

بعد از به دست آوردن مقدار k ، سهمی $y = f(x)$ را به صورت حدودی رسم می‌کنیم:



همان‌طور که مشاهده می‌شود، رأس سهمی در ناحیه سوم است.

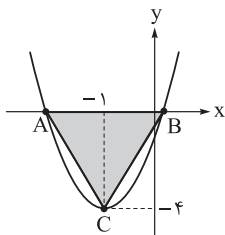
پاسخ خیلی تشریحی ✓

نکته

یه جور دیگه



سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۸ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۲

(۴) -۳

پاسخ: گزینه ۱

درس: Box

اگر مختصات نقطه رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را بدانیم، فرض کنیم این نقطه $S(h, k)$ باشد، آن گاه معادله سهمی را می توانیم به صورت $y = a(x - h)^2 + k$ بنویسیم که در آن a را با دانستن اطلاعات دیگری از سهمی از جمله مختصات نقطه‌های دیگر، محل‌های برخورد سهمی با محورها و ... می توان به دست آورد:

$$\begin{cases} h = -\frac{b}{2a} \\ k = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \text{ یا } k = c - ah^2 \end{cases}$$

خط $x = h$ محور تقارن سهمی است؛ این یعنی اگر سهمی محور طول‌ها را در دو نقطه با طول‌های x_1 و x_2 قطع کند، تساوی $x_1 + x_2 = 2h$ برقرار است.

گام اول: نقطه $(-1, -4)$ رأس این سهمی است، بنابراین معادله آن را می توانیم به صورت $y = a(x + 1)^2 - 4$ بنویسیم.

طبق درس باکس، $x = -1$ محور تقارن سهمی است، پس داریم:

$$x_B + x_A = -2 \quad (1)$$

گام دوم: ارتفاع مثلث ABC برابر $|-4| = 4$ و قاعده آن اختلاف طول‌های نقاط A و B است.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{(x_B - x_A) \times 4}{2} = 8 \Rightarrow x_B - x_A = 4 \quad (2)$$

گام سوم: دستگاه شامل معادلات (۱) و (۲) را حل می کنیم:

$$\begin{cases} x_B + x_A = -2 \\ x_B - x_A = 4 \end{cases} \Rightarrow x_B = 1, x_A = -3$$

گام چهارم: مختصات یکی از نقاط $A(-3, 0)$ و $B(1, 0)$ را در معادله $y = a(x + 1)^2 - 4$ جای گذاری می کنیم تا ضریب a به دست آید:

$$\xrightarrow{B(1,0)} 0 = a(1+1)^2 - 4 \Rightarrow a = 1$$

پس معادله سهمی $y = (x + 1)^2 - 4$ یا $y = x^2 + 2x - 3$ است که در آن $a = 1, b = 2, c = -3$ و در نتیجه $a + b + c = 0$ است.

وقتی فهمیدیم که $x_B = 1$ است، دیگر نیازی به محاسبه ضریب a, b و c نیست؛ زیرا نقطه $(1, 0)$ در معادله $y = ax^2 + bx + c$ صدق می کند، پس $a + b + c = 0$ است.

تیزبازی



اعداد α و β جواب‌های معادله $x^2 - mx - 1 - m = 0$ هستند. اگر $-2 < \beta < 2 < \alpha$ باشد، m چند مقدار صحیح

منفی نمی‌تواند باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

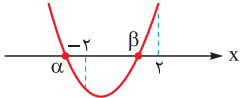
۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

به نمودار تابع درجه دوم فکر کن.

Hint

گام اول: تابع درجه دوم $f(x) = x^2 - mx - 1 - m$ را در نظر بگیرید که α و β صفرهای آن هستند. اگر شرط $-2 < \beta < 2 < \alpha$ را برای صفرهای این تابع در نظر بگیریم، نمودار آن مطابق شکل زیر خواهد بود:



گام دوم: نمودار مشخص می‌کند که $f(-2)$ منفی و $f(2)$ مثبت است.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 4 + 2m - 1 - m < 0 \Rightarrow m < -3 \\ f(2) = 4 - 2m - 1 - m > 0 \Rightarrow 3m < 3 \Rightarrow m < 1 \end{cases}$$

اشتراک دو محدوده به دست آمده $m < -3$ است و معنای آن این است که m نمی‌تواند -1 ، -2 و -3 باشد.

پاسخ خیلی تشریحی



۱۸

اگر از طول یک مستطیل طلایی به اندازه نصف عرض آن کم کنیم، در مستطیل جدیدی که حاصل می‌شود، اندازه

قطر چند برابر اندازه عرض است؟

مستطیلی که نسبت طول به عرض آن عدد طلایی است.

- (۱) $2\sqrt{5}$
- (۲) $\sqrt{5}$
- (۳) $1/5$
- (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

کرتس Box

عدد طلایی جواب مثبت معادله $x - 1 = \frac{1}{x}$ است؛ یعنی عدد مثبتی که معکوسش یک واحد از خودش کوچک‌تر باشد، این عدد

$$\phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

با توجه به معادله بالا و این که $x = \phi$ در معادله صدق می‌کند، داریم:

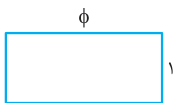
$$\phi = \frac{1}{\phi} + 1 \quad \text{یا} \quad \phi^2 - \phi = 1$$

در حالت کلی برای $n \geq 2$ رابطه $f_n = f_{n-1} \cdot \phi + f_{n-2}$ برقرار است، که در آن دنباله فیبوناچی است.

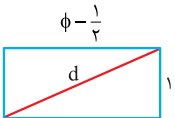
نکته

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این که در کل مسئله، نسبت می‌خواهیم، می‌توانیم اندازه‌های مستطیل اولیه را ۱ و ϕ در نظر بگیریم:



حالا از طول این مستطیل به اندازه نصف عرض آن کم می‌کنیم:



گام دوم: قطر مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$d = \sqrt{\left(\phi - \frac{1}{2}\right)^2 + 1} = \sqrt{\phi^2 - \phi + \frac{1}{4} + 1}$$

طبق درس باکس $\phi^2 - \phi = 1$ است و داریم:

$$d = \sqrt{1 + \frac{1}{4} + 1} = \sqrt{2/25} = 1/5$$

پس نسبت قطر به عرض این مستطیل برابر $1/5$ است.



معادله $\frac{x}{\sqrt{2x+3}} + \sqrt{\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} = 2$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳

دو عبارت رادیکالی خیلی شبیه همن، از تغییر متغیر استفاده کن.

Hint

درس Box

روش حل معادله‌های گنگ (رادیکالی):

• **روش اصلی:** توان‌رسانی و بررسی جواب‌ها:

برای حل معادلات گنگ، معمولاً با رساندن عبارت به توان، رادیکال را حذف کرده و معادله را به یک معادله گویا تبدیل می‌کنیم. مراحل حل:

(۱) جداسازی رادیکال: سعی می‌کنیم یک عبارت رادیکالی را در یک طرف تساوی تنها کنیم.

(۲) توان‌رسانی: دو طرف تساوی را به توانی متناسب با فرجه رادیکال می‌رسانیم (مثلاً برای جذر، به توان ۲) تا رادیکال حذف شود.

(۳) حل معادله جدید: معادله جبری حاصل شده را حل می‌کنیم.

(۴) بررسی جواب‌ها (مرحله حیاتی): چون عمل توان‌رسانی ممکن است جواب‌های غیر قابل قبول (جواب خارجی) ایجاد کند، باید تمام جواب‌های به دست آمده را در معادله اصلی جای‌گذاری کنیم تا از درستی آن‌ها مطمئن شویم.

• **روش کمکی:** تعیین دامنه معادله:

گاهی می‌توان قبل از حل کامل معادله، با تعیین دامنه، جواب‌های غیر قابل قبول را حذف کرد. دامنه یک معادله گنگ، اشتراک دامنه تمام عبارت‌های رادیکالی آن است (عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج باید نامنفی باشد).

مثال جواب معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} = 0$ را پیدا کنید.

تعیین دامنه: برای تعریف شدن رادیکال‌ها باید هر دو عبارت زیر رادیکال نامنفی باشند:

$$x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

اشتراک این دو شرط ($x \leq 3, x \geq 3$) تنها عدد $x = 3$ است؛ بنابراین، دامنه معادله فقط شامل یک عضو است: $D = \{3\}$

نتیجه‌گیری: این یعنی اگر معادله جوابی داشته باشد، آن جواب حتماً باید $x = 3$ باشد، حالا این تنها جواب ممکن را در معادله اصلی امتحان می‌کنیم:

$$\sqrt{3-3} + \sqrt{3-3} = \sqrt{0} + \sqrt{0} = 0$$

چون تساوی برقرار است، $x = 3$ تنها جواب معادله است. در این حالت، تعیین دامنه به تنهایی برای حل مسئله کافی بود.

• **روش حل معادله با تغییر متغیر:**

گاهی اوقات یک معادله با وجود آن‌که در ظاهر پیچیده است، ساختاری شبیه به معادلات ساده‌تر (مانند معادله درجه دوم) دارد. در این موارد، با استفاده از روش تغییر متغیر (که به آن جانشینی هم می‌گویند)، می‌توانیم معادله را ساده کرده و حل کنیم. مراحل روش تغییر متغیر:

(۱) تشخیص عبارت تکرارشونده: عبارتی را در معادله پیدا می‌کنیم که خود آن و توان‌های بالاتر در معادله وجود دارند.

(۲) تعریف متغیر جدید: عبارت تکرارشونده را برابر با یک متغیر جدید (مانند u یا t) قرار می‌دهیم.

(۳) جای‌گذاری و حل معادله جدید: معادله اصلی را برحسب متغیر جدید بازنویسی کرده و معادله ساده‌تر به دست آمده را حل می‌کنیم.

۴) بازگرداندن متغیر اصلی: مقادیر به دست آمده برای متغیر جدید را در رابطه تعریف شده در مرحله ۲ قرار داده و معادله(های) نهایی را برای متغیر اصلی (x) حل می‌کنیم تا جواب‌های مسئله پیدا شوند.

مثال معادله $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ را حل کنید.

مرحله ۱ (تشخیص): عبارت x^2 در معادله تکرار شده و معادله را می‌توان به صورت $(x^2)^2 - 13(x^2) + 36 = 0$ نوشت.

مرحله ۲ (تعریف متغیر): متغیر جدید را تعریف می‌کنیم: $u = x^2$

مرحله ۳ (حل معادله جدید): معادله جدید بر حسب u به صورت $u^2 - 13u + 36 = 0$ است. با تجزیه، به $(u-9)(u-4) = 0$ می‌رسیم که جواب‌های آن $u = 9$ و $u = 4$ هستند.

مرحله ۴ (بازگرداندن متغیر): حالا مقادیر u را جایگزین می‌کنیم تا x را پیدا کنیم.

اگر $u = 9$ باشد: $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

اگر $u = 4$ باشد: $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

نتیجه نهایی: مجموعه جواب‌های معادله برابر با $\{-3, -2, 2, 3\}$ است.



$$A + \frac{1}{A} \begin{cases} \geq 2 & ; & A > 0 \\ = 2 & ; & A = 1 \\ \leq -2 & ; & A < 0 \\ = -2 & ; & A = -1 \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{x}{\sqrt{2x+3}} + \sqrt{\frac{2x+3}{x^2}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2x+3}} + \frac{\sqrt{2x+3}}{|x|} = 2 \quad (*)$$

حالا معادله (*) را در دو حالت $x > 0$ و $x < 0$ حل می‌کنیم:

$$x > 0: \frac{x}{\sqrt{2x+3}} + \frac{\sqrt{2x+3}}{x} = 2$$

$$x < 0: \frac{x}{\sqrt{2x+3}} - \frac{\sqrt{2x+3}}{x} = 2$$

گام دوم: در هر دو حالت معادله را با تغییر متغیر $t = \frac{x}{\sqrt{2x+3}}$ حل می‌کنیم:

$$x > 0 \xrightarrow{t > 0} t + \frac{1}{t} = 2 \xrightarrow{\text{نکته}} t = 1$$

$$x < 0 \xrightarrow{t < 0} t - \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t^2 - 1 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 1 = 0 \xrightarrow{t < 0} t = 1 - \sqrt{2}$$

گام سوم: حالا معادلات بر حسب x را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{t=1} \frac{x}{\sqrt{2x+3}} = 1 \Rightarrow x = \sqrt{2x+3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 = 2x+3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

$$\xrightarrow{t=1-\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{2x+3}} = 1 - \sqrt{2} = \frac{-1}{1+\sqrt{2}} \Rightarrow -(1+\sqrt{2})x = \sqrt{2x+3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} (3+2\sqrt{2})x^2 = 2x+3 \Rightarrow (3+2\sqrt{2})x^2 - 2x - 3 = 0$$

معادله بالا دو جواب دارد، زیرا $\frac{c}{a}$ منفی است؛ از طرفی یکی از این جواب‌ها منفی و قابل قبول است. در نهایت معادله اصلی صورت

سؤال ۲ جواب دارد که یکی مثبت و دیگری منفی است.



۲۰

از بالای ساختمانی به ارتفاع ۲۰ متر تویی را در راستای قائم رها می‌کنیم. این توپ پس از هر بار برخورد به زمین به اندازه $\frac{m}{10}$ ارتفاع قبلی به صورت قائم بالا می‌آید. اگر پس از ۱۰۰ بار برخورد متوالی با زمین، توپ در مجموع ۳۸۰ متر بالا و پایین رفته باشد، مقدار m کدام است؟ (در محاسبات خود از اعداد بسیار کوچک صرف نظر کنید).

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

کارت Box

دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = a_1 q^{n-1}$ که در آن q قدرنسبت دنباله و نسبت دو جمله متوالی دنباله است، دنباله هندسی نامیده می‌شود.

مجموع n جمله اول دنباله را S_n می‌نامیم و آن را از رابطه زیر حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

گام اول: ابتدا مسئله را در حالت کلی بررسی می‌کنیم، پس فرض می‌کنیم که توپ از ارتفاع h رها شده است و هر بار α برابر ارتفاع قبلی بالا می‌آید و در مجموع مسافت L را طی می‌کند.

توپ در ابتدا فاصله h را طی می‌کند، سپس با بالا رفتن و سپس پایین آمدن مسافت $2 \times (\alpha h)$ را طی می‌کند، به همین ترتیب ادامه می‌دهیم و می‌توانیم بگوییم درست در n امین لحظه برخورد با زمین مسافت L را به صورت زیر طی می‌کند:

$$L = h + 2\alpha h + 2\alpha^2 h + \dots + 2\alpha^{n-1} h$$

و با استفاده از مجموع جملات دنباله هندسی داریم:

$$L = h(1 + 2\alpha + 2\alpha^2 + \dots + 2\alpha^{n-1}) = h(1 + \frac{2\alpha(1-\alpha^{n-1})}{1-\alpha})$$

حالا طبق فرض، می‌توانیم از اعداد بسیار کوچک صرف نظر کنیم، یعنی می‌توانیم جمله α^{n-1} را که عدد بسیار کوچکی است، در نظر نگیریم:

$$\Rightarrow L = h(1 + \frac{2\alpha}{1-\alpha}) \Rightarrow \frac{L}{h} = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$

گام دوم: حالا اطلاعات مسئله را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{h=20, L=380}{\alpha=\frac{m}{10}} \rightarrow \frac{380}{20} = \frac{1+\frac{m}{10}}{1-\frac{m}{10}} \Rightarrow 19 = \frac{10+m}{10-m} \Rightarrow m=9$$

یہ چور دیکھ

حد مجموع دنباله هندسی وقتی $|q| < 1$ است، برابر $S = \frac{a_1}{1-q}$ است.

در این سؤال، اگر فرض کنیم، در ابتدا از سطح زمین به سمت بالا پرتاب کرده‌ایم و تا ارتفاع ۲۰ متر بالا رفته باشد، کل مسافتی که توپ طی می‌کند، باید برابر ۴۰۰ متر شود، پس طبق حد مجموع جملات دنباله هندسی داریم:

$$400 = \frac{40}{1-\frac{m}{10}} \Rightarrow 1-\frac{m}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow m=9$$

از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۶ متر تویی را به زمین پرتاب می‌کنیم. توپ پس از هر بار برخورد به زمین به اندازه $\frac{1}{8}$ ارتفاع قبلی از زمین به صورت قائم بلند می‌شود. پس از صد بار برخورد به زمین، در مجموع، توپ تقریباً چند متر بالا و پایین رفته است؟

(سؤال ۱۳۵ کنکور تهری ۱۴۰۰ (فارج از کشور))

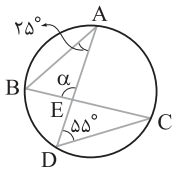
- ۵۴ (۱) ۵۷ (۲) ۶۰ (۳) ۶۶ (۴)





با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه زاویه α چند درجه است؟

۲۱



۹۵ (۱)

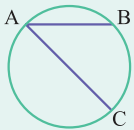
۱۰۰ (۲)

۱۰۵ (۳)

۱۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

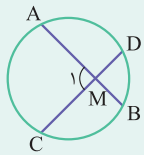
با استفاده از زوایای محاطی، اندازه کمان‌های \widehat{AC} و \widehat{BD} را مشخص کنید.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

(۱) اندازه هر زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان مقابل آن است.

(۲) اندازه زاویه بین دو وتر که یکدیگر را درون دایره قطع می‌کنند، برابر میانگین اندازه کمان‌های مقابل به آن زاویه است.



$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BD}}{2}$$

گام اول: زوایای \hat{A} و \hat{D} محاطی هستند، بنابراین داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} = 25^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 50^\circ$$

$$\hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 55^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 110^\circ$$

گام دوم: مجموع کمان‌های محیط یک دایره برابر 360° است، پس می‌توان نوشت:

$$\widehat{AB} + \widehat{BD} + \widehat{CD} + \widehat{AC} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + 50^\circ + \widehat{CD} + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 200^\circ$$

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ$$

گام سوم: با توجه به رابطه زاویه بین دو وتر داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۲

AB وتری از دایره‌ای به شعاع ۱۰ و نقطه M در امتداد AB و به فاصله ۴ واحد از B چنان است که B بین A و M قرار دارد. اگر طول مماسی که از M بر دایره رسم می‌شود، برابر ۸ باشد، فاصله مرکز دایره از وتر AB کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

مشاوره این سؤال از مبحث روابط طولی در دایره و مشابه تمرین ۲ صفحه ۲۳ کتاب درسی طراحی شده است.

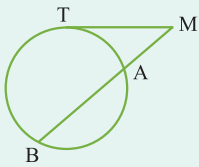
پاسخ: گزینه ۲

از مرکز دایره خطی عمود بر وتر AB رسم کنید.

Hint

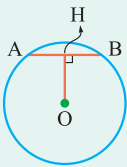
(۱) هرگاه از یک نقطه واقع در خارج یک دایره، یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره رسم شود، اندازه قاطع مماس واسطه هندسی اندازه‌های قاطع است، یعنی مطابق شکل داریم:

درس Box

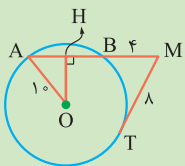


$$MT^2 = MA \times MB$$

(۲) هرگاه از مرکز یک دایره، عمودی بر وتری از آن دایره رسم شود، این خط عمود، وتر را نصف می‌کند.



$$OH \perp AB \Rightarrow AH = BH$$



$$MT^2 = MB \times MA \Rightarrow 8^2 = 4(4 + x) \xrightarrow{-4} 16 = 4 + x \Rightarrow x = 12$$

گام اول: طبق روابط طولی در دایره و با فرض $AB = x$ داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: از مرکز دایره، عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم. طبق مورد (۲) درس باکس، این خط عمود، وتر AB را نصف می‌کند، پس $AH = BH = 6$ و در نتیجه طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAH داریم:

$$OH^2 = OA^2 - AH^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow OH = 8$$

از نقطه P در خارج دایره‌ای، مماس PA به طول $10\sqrt{3}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). هم‌چنین خطی از P گذرانده‌ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و $BC = 20$. طول‌های PB و PC را به دست آورید.

کتاب درسی

(تمرین ۲ - صفحه ۲۳ کتاب درسی)



۲۳

از نقطه A بیرون دایره C(O, R)، دو مماس بر آن رسم کرده‌ایم. اگر زاویه بین دو مماس ۱۲° باشد، طول هر یک از این دو مماس کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2} R$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3} R$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2} R$ (۲)

$\frac{1}{2} R$ (۱)

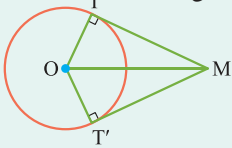
پاسخ: گزینه ۲

از مرکز دایره به نقاط تماس وصل کنید و از نسبت مثلثاتی مناسب استفاده کنید.

Hint

هرگاه از نقطه M خارج دایره C(O, R)، دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند، آن‌گاه:

درس Box

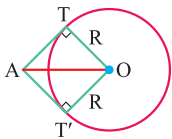


(۱) اندازه‌های دو مماس برابرند.

(۲) پاره‌خط MO نیمساز زوایای TMT' و TOT' است.

گام اول: مطابق شکل از نقطه A خارج دایره‌ای به مرکز O و به شعاع R، دو مماس بر آن دایره رسم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی



طبق فرض زاویه بین دو مماس ۱۲° است، از طرفی طبق مورد (۲) درس باکس، OA نیمساز زاویه TAT' است، پس

$$\angle OAT = \frac{12^\circ}{2} = 6^\circ$$

گام دوم: در مثلث قائم‌الزاویه OAT، تانژانت زاویه OAT را می‌نویسیم:

$$\tan 6^\circ = \frac{OT}{AT} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{R}{AT} \Rightarrow AT = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} R$$

می‌دانیم مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند، پس داریم:

$$AT = AT' = \frac{\sqrt{3}}{3} R$$



۲۴

در مثلث ABC، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A، دو برابر شعاع دایره محاطی داخلی است. محیط این مثلث چند برابر طول ضلع BC است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نیازی به محاسبه مساحت مثلث یا رابطه بین مساحت و محیط وجود ندارد.

Hint

در مثلث ABC به طول اضلاع a، b و c، اگر S و P به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث باشند، آن گاه شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع به طول a از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

درس Box

$$r = \frac{S}{P} \quad (\text{شعاع دایره محاطی داخلی})$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} \quad (\text{شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع } a)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق توضیحات درس باکس، شعاع دایره محاطی داخلی مثلث برابر $r = \frac{S}{P}$ و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A (ضلع به طول a) برابر $r_a = \frac{S}{P-a}$ است، پس مطابق فرض سؤال داریم:

$$r_a = 2r \Rightarrow \frac{S}{P-a} = 2 \times \frac{S}{P} \Rightarrow P = 2(P-a) \Rightarrow P = 2P - 2a \Rightarrow P = 2a$$

گام دوم: محیط مثلث ABC بر حسب طول ضلع BC (BC = a) برابر است با:

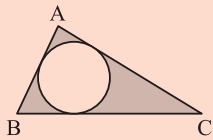
$$2P = 4a$$

یعنی محیط مثلث ۴ برابر طول ضلع BC است.



۲۵

در شکل زیر، محیط مثلث ABC برابر $6\sqrt{\pi}$ و مساحت قسمت هاشور خورده برابر $2/25$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



- (۲) ۵
(۴) ۷/۵

- (۱) ۴/۵
(۳) ۶

مشاوره این سؤال از محیط دایره‌های محاطی مثلث و مشابه سؤال ۲۹ کنکور ریاضی داخل نوبت دوم ۱۴۰۴ طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۱

شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC را بر حسب S و P (مساحت و نصف محیط مثلث) بنویسید.



شعاع دایره محاطی داخلی مثلثی به مساحت S و محیط ۲P، از رابطه $r = \frac{S}{P}$ به دست می‌آید.



گام اول: طبق فرض، محیط مثلث برابر $6\sqrt{\pi}$ است، پس داریم:

$$2P = 6\sqrt{\pi} \Rightarrow P = 3\sqrt{\pi}$$

بنابراین شعاع دایره محاطی داخلی مثلث برابر است با:

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow r = \frac{S}{3\sqrt{\pi}}$$

گام دوم: مساحت قسمت هاشور خورده برابر تفاضل مساحت دایره محاطی داخلی مثلث از مساحت مثلث است، پس می‌توان نوشت:

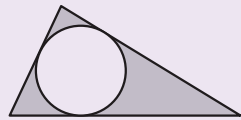
$$S - \pi r^2 = 2/25 \Rightarrow S - \pi \times \frac{S^2}{9\pi} = \frac{2}{25} \Rightarrow \frac{S^2}{9} - S + \frac{2}{25} = 0 \xrightarrow{\times 9} S^2 - 9S + \frac{18}{25} = 0$$

$$\Rightarrow (S - \frac{9}{2})^2 = 0 \Rightarrow S = \frac{9}{2} = 4.5$$

در شکل زیر، محیط مثلث محیطی 48π است. اگر مساحت قسمت هاشور خورده برابر ۳ باشد، مساحت مثلث

(سؤال ۲۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

محیطی کدام است؟



- (۲) ۶/۵
(۴) $1/5\pi + 3$

- (۱) ۶
(۳) $\pi + 3$





اگر زاویه بین دو مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, \delta R)$ و $C'(O', \gamma R)$ برابر 6° باشد، طول خط‌المركزین این

۲۶

دو دایره کدام است؟

۷R (۴)

۶R (۳)

۵R (۲)

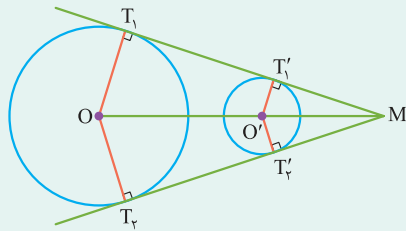
۳R (۱)

پاسخ: گزینه ۲

محل برخورد دو مماس مشترک خارجی بر راستای خط‌المركزین است.

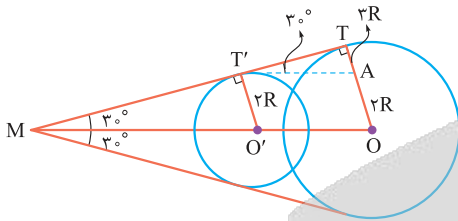
Hint

درتس Box



اگر دو دایره دارای دو مماس مشترک خارجی بوده و شعاع‌های دو دایره نابرابر باشند، آن‌گاه این دو مماس مشترک متقاطع‌اند و محل تقاطع آن‌ها روی امتداد خط‌المركزین دو دایره قرار دارد. همچنین خط‌گذرنده از مراکز دو دایره، نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک خارجی است.

همچنین خط‌گذرنده از مراکز دو دایره، نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک خارجی است.



گام اول: طبق توضیحات درس‌باکس، نقطه برخورد دو مماس مشترک خارجی بر راستای خط‌المركزین دو دایره قرار دارد و این خط نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک خارجی است، پس مطابق شکل $\widehat{OMT} = 3^\circ$.

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: از نقطه T' ، خطی موازی با OO' رسم می‌کنیم تا OT را در نقطه A قطع کند. چهارضلعی $OO'T'A$ متوازی‌الاضلاع است، پس $OA = O'T' = \gamma R$ و در نتیجه داریم:

$$AT = OT - OA = \delta R - \gamma R = \gamma R$$

گام سوم: می‌دانیم اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 3° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازه وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویه ATT' داریم:

$$\widehat{AT'T} = 3^\circ \Rightarrow AT = \frac{1}{2} AT' \xrightarrow{AT' = OO'} \gamma R = \frac{1}{2} OO' \Rightarrow OO' = 6R$$



۲۷ دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', \sqrt{2})$ مفروض‌اند. اگر $OO' = \sqrt{6}$ باشد، طول وتر مشترک دو دایره کدام است؟

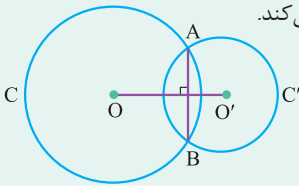
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۳
 (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

مشاوره وتر مشترک دو دایره متقاطع یکی از موضوعات مورد توجه طراحان کنکور در سال‌های اخیر است و به طور مستقیم یا در قالب سؤالات ترکیبی با معادله دایره در هندسه (۳) بارها در کنکور مورد سؤال قرار گرفته است.

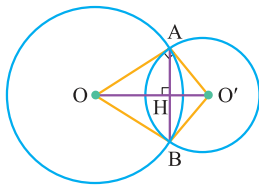
پاسخ: گزینه ۴

یکی از دو نقطه تقاطع را در نظر گرفته و مثلثی با آن نقطه و مراکز دو دایره تشکیل دهید.

وتر مشترک دو دایره متقاطع، پاره‌خطی است که نقاط تقاطع این دو دایره را به هم وصل می‌کند.



خط‌المركزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وتر مشترک آن دو دایره است.



گام اول: مطابق فرض سؤال $OA = 2$ ، $O'A = \sqrt{2}$ و $OO' = \sqrt{6}$ است. با توجه به این که $2^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2$ ، پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است و در نتیجه طبق روابط طولی در این مثلث داریم:

$$AH \times OO' = OA \times O'A \Rightarrow AH \times \sqrt{6} = 2\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

گام دوم: خط‌المركزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وتر مشترک آن‌ها است؛ بنابراین داریم:

$$AB = 2AH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Hint

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی



طول خط‌المركزین دو دایره برابر $\sqrt{10}$ و شعاع یکی دو برابر دیگری است. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره سه برابر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها باشد، شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

مشاوره سوالات مربوط به طول مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره از سوالات مورد انتظار امتحان نهایی محسوب می‌شوند و جزء دسته سوالات پرتکرار در کنکور قرار دارند.

پاسخ: گزینه ۴

شعاع‌های دو دایره را R و $2R$ در نظر گرفته و روابط مربوط به طول مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره را بنویسید.

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با طول خط‌المركزین $OO' = d$ را در نظر بگیرید.

(۱) طول مماس مشترک خارجی دو دایره در صورت وجود برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

(۲) طول مماس مشترک داخلی دو دایره در صورت وجود برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

گام اول: فرض کنید شعاع‌های دو دایره به ترتیب برابر R و $2R$ و طول خط‌المركزین دو دایره برابر $\sqrt{10}$ باشد. در این صورت داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (2R - R)^2} = \sqrt{10 - R^2}$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - (2R + R)^2} = \sqrt{10 - 9R^2}$$

گام دوم: طبق فرض، طول مماس مشترک خارجی سه برابر طول مماس مشترک داخلی دو دایره است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{10 - R^2} &= 3\sqrt{10 - 9R^2} \xrightarrow{\text{توان } 2} 10 - R^2 = 9(10 - 9R^2) \Rightarrow 10 - R^2 = 90 - 81R^2 \Rightarrow 80R^2 = 80 \\ \Rightarrow R^2 &= 1 \Rightarrow R = 1 \end{aligned}$$

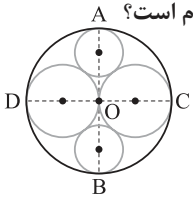
بنابراین شعاع دایره بزرگ‌تر برابر $2R = 2$ است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، دو قطر AB و CD از دایره‌ای به شعاع R بر هم عمودند. دو دایره متوسط در مرکز دایره بزرگ‌تر بر هم مماس خارج و هر دو نسبت به دایره بزرگ‌تر مماس داخل‌اند. دو دایره کوچک‌تر نیز هر کدام بر دایره‌های متوسط مماس خارج و بر دایره بزرگ‌تر مماس داخل هستند. شعاع هر کدام از کوچک‌ترین دایره‌ها کدام است؟



$\frac{1}{4}R$ (۲)

$\frac{1}{3}R$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{6}R$ (۴)

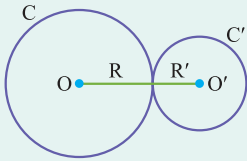
$\frac{\sqrt{2}}{4}R$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

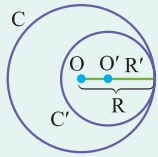
مثلث قائم‌الزاویه‌ای با ۳ رأس مرکز دایره بزرگ‌تر، یکی از دو دایره متوسط و یکی از دو دایره کوچک‌تر تشکیل دهید.



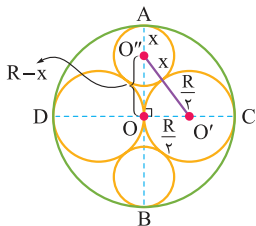
(۱) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس خارج هستند، هرگاه $OO' = R + R'$ باشد.



(۲) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس داخل هستند، هرگاه $OO' = |R - R'|$ باشد.



گام اول: مطابق شکل واضح است که شعاع هر کدام از دایره‌های متوسط برابر $\frac{R}{2}$ است. حال فرض کنید شعاع دایره‌های کوچک برابر x باشد، در این صورت مطابق شکل $O'O'' = \frac{R}{2} + x$ است. هم‌چنین داریم:



$OO'' = OA - O''A = R - x$

گام دوم: دو قطر AB و CD بر هم عمودند، پس مثلث $OO'O''$ قائم‌الزاویه است و در نتیجه داریم:

$O'O''^2 = OO'^2 + OO''^2 \Rightarrow (\frac{R}{2} + x)^2 = (\frac{R}{2})^2 + (R - x)^2 \Rightarrow \frac{R^2}{4} + Rx + x^2 = \frac{R^2}{4} + R^2 - 2Rx + x^2$

$\Rightarrow 3Rx = R^2 \Rightarrow x = \frac{R^2}{3R} = \frac{1}{3}R$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۳۰. از نقطه P خارج دایره، مماس PT و قاطع PAB رسم شده است. اگر طول کمان‌های AT، BT، AB به ترتیب π ، 3π و 4π باشد، طول PB کدام است؟

$4(\sqrt{2} + 1)$ (۲)

$4(\sqrt{2} - 1)$ (۱)

$4(2 + \sqrt{2})$ (۴)

$4(2 - \sqrt{2})$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مجموع طول کمان‌های روی دایره، برابر محیط دایره است.

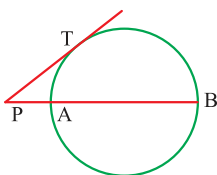


طول کمان روبه‌رو به زاویه α برحسب درجه در دایره $C(O, R)$ از رابطه $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ به دست می‌آید.



گام اول: مطابق شکل مجموع طول کمان‌ها برابر محیط دایره است، پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



محیط دایره $= \pi + 3\pi + 4\pi \Rightarrow 2\pi R = 8\pi \Rightarrow R = 4$

گام دوم: با توجه به رابطه $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ و در اختیار داشتن طول هر کمان، می‌توان اندازه هر کمان را محاسبه کرد.

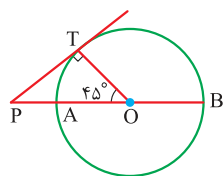
$L_{AT} = \frac{\pi \times 4 \times \widehat{AT}}{180^\circ} = \pi \Rightarrow \widehat{AT} = 45^\circ$

$L_{BT} = \frac{\pi \times 4 \times \widehat{BT}}{180^\circ} = 3\pi \Rightarrow \widehat{BT} = 135^\circ$

$L_{AB} = \frac{\pi \times 4 \times \widehat{AB}}{180^\circ} = 4\pi \Rightarrow \widehat{AB} = 180^\circ$

گام سوم: با توجه به این که $\widehat{AB} = 180^\circ$ ، پس AB قطر دایره و برابر $2R = 8$ است. همچنین نقطه O وسط AB، مرکز دایره است. با توجه به تعریف مماس بر دایره، شعاع OT بر مماس PT عمود است. از طرفی زاویه مرکزی \widehat{AT} برابر اندازه کمان AT یعنی برابر 45° است؛ بنابراین مثلث OPT قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است و $PT = OT = R$.

گام چهارم: طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OPT داریم:



$PO^2 = PT^2 + OT^2 = 2R^2 \Rightarrow PO = R\sqrt{2} \Rightarrow PB = PO + R = R(1 + \sqrt{2}) \xrightarrow{R=4} PB = 4(1 + \sqrt{2})$



گزاره $\sim p \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ با کدام گزاره ارزش یکسان دارد؟

۳۱

q (۲)

p (۱)

$\sim q$ (۴)

$\sim p$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ تنها در صورتی نادرست است که p یا مقدم، درست و q یا تالی، نادرست باشد.

گام اول: اگر $p \equiv T$ ، آن گاه $\sim p$ نادرست می شود و گزاره شرطی با مقدم درست، دارای ارزش درست است.

گام دوم: اگر $p \equiv F$ ، آن گاه $\sim p$ درست و $\sim q \wedge p$ نادرست می شود، می دانیم که گزاره شرطی با مقدم درست و تالی نادرست، دارای ارزش نادرست است.

گام سوم: دیدیم که ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow (\sim q \wedge p)$ با p یکسان است.

جدول ارزش گزاره ها را رسم می کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \wedge p$	$\sim p \Rightarrow (\sim q \wedge p)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F

می دانیم که گزاره داده شده با p هم ارزش است.



پاسخ خیلی تشریحی ✓



یه جور دیگه



۳۲

نقیض گزاره $\forall x > 0, \exists y \in \mathbb{R}; 2^y = x$ کدام است؟

$\forall x \leq 0, \exists y \notin \mathbb{R}; 2^y \neq x$ (۲)

$\exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}; 2^y \neq x$ (۱)

$\forall y \in \mathbb{R}, \exists x > 0; 2^y = x$ (۴)

$\exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}; 2^y = x$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

نقیض گزاره سوری:

برای این که گزاره سوری $\forall x \in D; p(x)$ و یا $\exists x \in D; p(x)$ را نقیض کنیم، مراحل زیر را طی می کنیم:

(۱) دامنه متغیر تغییر نمی کند.

(۲) نوع سور عوض می شود.

(۳) بیان گزاره، یعنی $p(x)$ نقیض می شود.

گام اول: نوع سور عوض می شود، ولی دامنه تغییر نمی کند:

$\forall x > 0, \exists y \in \mathbb{R} \xrightarrow{\text{نقیض}} \exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}$

گام دوم: بیان شرط نقیض می شود:

$2^y = x \xrightarrow{\text{نقیض}} 2^y \neq x$

گام سوم: پس برای نقیض گزاره داریم:

$\exists x > 0, \forall y \in \mathbb{R}; 2^y \neq x$

کرتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اگر $A = \{x \mid x^2 - 4x = 3x^2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x \leq x^2\}$ ، آن گاه مجموعه $(A' - B)'$ چند زیرمجموعه ناتهی دارد؟ ۳۳

۷ (۴)

۱۵ (۳)

۶۳ (۲)

۳۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

در $2 < x < 4$ ، نمودار x^2 بالاتر از نمودار 2^x است.



چند قانون زیر از جبر مجموعه‌ها را به خاطر داشته باشید:



- ۱) $A - B = A \cap B'$
 - ۲) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
 - ۳) $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- دمورگان

پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** اعضای A و B را بنویسیم:

$$x^2 - 3x^2 - 4x = x(x^2 - 3x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, -1, 4 \Rightarrow A = \{0, -1, 4\}$$

$$2^x \leq x^2 \xrightarrow[\substack{\text{نمودارهای} \\ x^2, 2^x}]{\text{نمودارهای}} 2 \leq x \leq 4 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 2, 3, 4 \rightarrow B = \{2, 3, 4\}$$

گام دوم: $(A' - B)'$ را کمی ساده کنیم:

$$(A' - B)' \xrightarrow{\text{تبدیل به } \cap} = (A' \cap B)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} A \cup B = \{0, -1, 2, 3, 4\}$$

که پنج عضو دارد.

گام سوم: پس $3^5 - 1 = 31 - 1 = 30$ زیرمجموعه ناتهی دارد.



۳۴

مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، چند زیرمجموعه ناتهی دارد که بزرگ‌ترین عضو آن‌ها دو برابر کوچک‌ترین عضو آن باشد؟

۲۹ (۴)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: حالت‌های زیر را برای عضو ماکزیمم و مینیمم داریم:

$$B \subseteq A$$

min B	۱	۲	۳	۴	۵
max B	۲	۴	۶	۸	۱۰

گام دوم: در هر حالت برای B می‌توانیم از اعداد بین ماکزیمم و مینیمم هم عضو برداریم:

$$\{1, 2\} \rightarrow 2^0 = 1$$

$$\{2, 0, 4\} \rightarrow 2^1 = 2$$

$$\{3, 0, 0, 6\} \rightarrow 2^2 = 4$$

$$\{4, 0, 0, 0, 8\} \rightarrow 2^3 = 8$$

$$\{5, 0, 0, 0, 0, 10\} \rightarrow 2^4 = 16$$

گام سوم: روی هم $1 + 2 + 4 + 8 + 16$ ، یعنی ۳۱ حالت داریم.



۳۵ اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، در این صورت عبارت $B \cup ((A - B)' - (B - A)) \cap A$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

- (۱) A
(۲) B
(۳) $A \cap B$
(۴) $A \cup B$

پاسخ: گزینه ۲

قوانین جبر مجموعه‌ها:

درس Box

- ۱) قانون جابه‌جایی $\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$
 ۲) قانون شرکت‌پذیری $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C \end{cases}$
 ۳) قانون توزیع‌پذیری (بخشی) $\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$
 ۴) قانون دمورگان $\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$
 ۵) قانون جذب (هم‌پوشانی) $\begin{cases} \text{الف) } A \cup (A \cap B) = A \\ \text{ب) } A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$

گام اول: ابتدا «-» را به « \cap » تبدیل می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$(((A - B)' - (B - A)) \cap A) \cup B$$

گام دوم: حال طبق دمورگان خواهیم داشت:

$$((A \cap B)' \cap (B \cap A)' \cap A) \cup B = ((A' \cup B) \cap (B' \cup A) \cap A) \cup B$$

گام سوم: حال طبق قوانین جذب و توزیع‌پذیری خواهیم داشت:

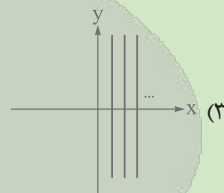
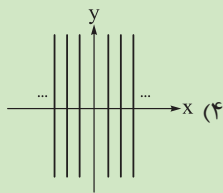
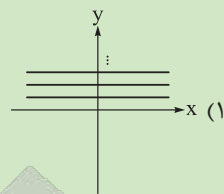
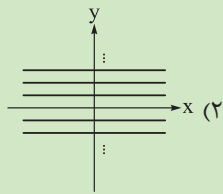
$$((A' \cup B) \cap \underbrace{(B' \cup A) \cap A}_A) \cup B = ((A' \cup B) \cap A) \cup B = \underbrace{((A' \cap A) \cup (B \cap A))}_{\emptyset} \cup B = (B \cap A) \cup B = B$$

اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، با استفاده از جبر مجموعه‌ها عبارت $(A - B) \cup (A \cap B)$ را تا حد امکان ساده کنید. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

(سؤال ۶ - امتحان نوبتی فروردین ۱۴۰۳)



۳۶ اگر $A = \mathbb{R}$ و $B = \mathbb{N}$ ، در این صورت نمودار ضرب دکارتی $A \times B$ به کدام صورت است؟



مشاوره ضرب دکارتی در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان کنکور بوده است.

پاسخ: گزینه ۱

ضرب دکارتی دو مجموعه:

درس Box

اگر A و B دو مجموعه باشند، $A \times B$ را حاصل ضرب دکارتی مجموعه A در مجموعه B می‌گوییم. این حاصل ضرب شامل همه زوج مرتب‌هایی است که مؤلفه اول آن‌ها در A و مؤلفه دوم آن‌ها در B باشد.

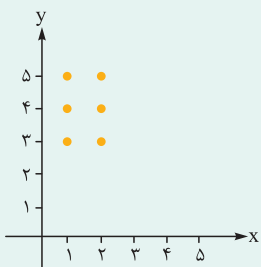
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

مثلاً اگر $A = \{1, 2\}$ و $B = \{3, 4, 5\}$ باشد، داریم:

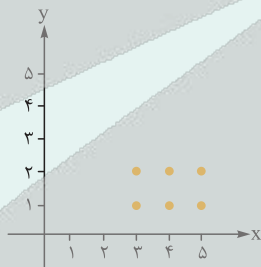
$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in \{1, 2\} \wedge y \in \{3, 4, 5\}\} = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

$$B \times A = \{(x, y) \mid x \in \{3, 4, 5\} \wedge y \in \{1, 2\}\} = \{(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2)\}$$

با توجه به این که هر زوج مرتب نشان‌دهنده یک نقطه در صفحه مختصات است، نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ در صفحه مختصات به صورت زیر هستند:



$A \times B$



$B \times A$

همان‌طور که می‌بینید، در این مثال $A \times B$ با $B \times A$ برابر نشد.

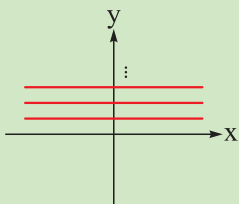
در حالت کلی «حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه، خاصیت جابه‌جایی ندارد.»

نکته

گام اول: می‌دانیم که در ضرب دکارتی $A \times B$ ، مؤلفه اول که بر روی محور x ها نشان داده می‌شود، مجموعه A است و مؤلفه دوم که بر روی محور y ها نشان داده می‌شود، مجموعه B است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: پس A یا \mathbb{R} را روی محور x ها و B یا \mathbb{N} را روی محور y ها نشان می‌دهیم.



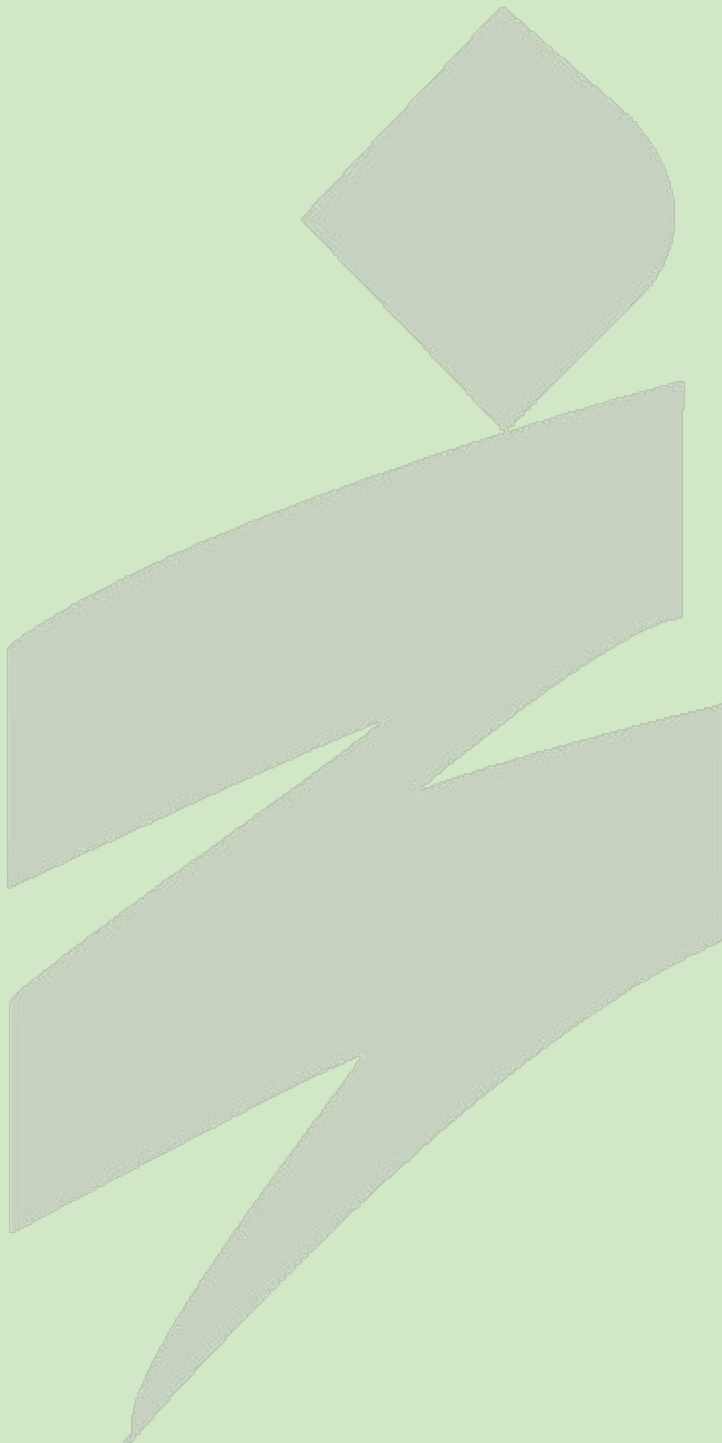
$A \times B$

پس گزینه (۱) صحیح است.



اگر $A = \{-1, 2\}$ و $B = \mathbb{R}$ ، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را در دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

(سؤال ۷ - امتحان نهایی فردار ۱۴۰۳)





۳۷ اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ، آن گاه $A \times B - B \times A$ چند عضوی است؟

۱۰ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

روابط زیر را به خاطر بسپارید:



۱) $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

۲) $n(A \times B \cap B \times A) = n(A \cap B)^2$

۳) $n(A \times B - B \times A) = n(A \times B) - n(A \times B \cap B \times A)$

گام اول: طبق فرمول تعداد اعضای تفاضل داریم:

$$n(A \times B - B \times A) = n(A \times B) - n(A \times B \cap B \times A)$$

گام دوم: می‌دانیم:

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

$$n(A \times B \cap B \times A) = n(A \cap B)^2$$

$$\xrightarrow{A \cap B = \{1, 3\}} n(A \times B - B \times A) = 4 \times 4 - 2^2 = 12$$

پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



مجموعه $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 5\}$ چند عضو مشترک با $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ دارد؟

۳۸

۶ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ ، یعنی نقاطی با طول طبیعی و عرض صحیح، ببینید که چقدر تا از این نقاط درون و روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع $\sqrt{5}$ قرار می‌گیرد.

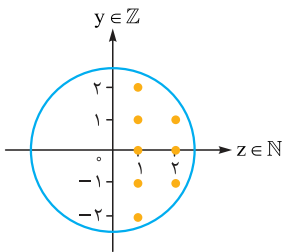
Hint

مجموعه جواب نامعادله $x^2 + y^2 \leq r^2$ ، نقاطی هستند که درون و روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع r می‌باشند.

نکته

گام اول: $x^2 + y^2 \leq 5$ یعنی فاصله از مبدأ باید حداکثر $\sqrt{5}$ باشد، پس رو و درون دایره به مرکز مبدأ و شعاع $\sqrt{5}$ را می‌خواهیم.
گام دوم: در $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ طول‌های طبیعی و عرض‌های صحیح را داریم.
با توجه به شکل مقابل، ۸ تا نقطه داریم.

پاسخ خیلی تشریحی





۳۹ اگر $A = \{2, a, b\}$ و $B = \{3, 5, c\}$ و $A \times B = B \times A$ ، آن گاه چند مجموعه به صورت $\{(a, c), (b, a)\}$ وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر $A \times B = B \times A$ ، آن گاه $A = B$.

نکته

$c = 2$ و a برابر ۳ یا برابر ۵ است.

Hint

گام اول: $A \times B = B \times A$ ، یعنی $A = B$ ، پس باید $c = 2$ باشد و a و b یکی ۳ و دیگری ۵ باشند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: برای مجموعه $\{(a, c), (c, a)\}$ حالت‌های زیر را داریم:

$$c = 2, a = 3, b = 5 \Rightarrow \{(3, 2), (5, 3)\}$$

$$c = 2, a = 5, b = 3 \Rightarrow \{(5, 2), (3, 5)\}$$

در مجموعه‌های چهارعضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

(سوال ۱۰۳ کنکور ریاضی ۱۳۹۹)

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

کنکور



۴۰ اگر $A = \{x \mid x^2 < 2x\}$ و $B = \{x \mid |x| < 1\}$ ، مساحت ناحیه محدود به $A^c - A \times B$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: نامعادله را حل کنیم:

$$x^2 < 2x \Rightarrow x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \xrightarrow[\text{دو ریشه}]{\text{بین}} 0 < x < 2$$

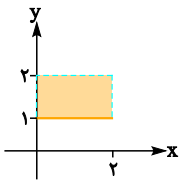
$$|x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

پس $A = (0, 2)$ و $B = (-1, 1)$

گام دوم: از A فاکتور بگیریم:

$$A^c - A \times B = A \times (A - B) = (0, 2) \times [1, 2)$$

گام سوم: مساحت این ضرب دکارتی، $2 \times 1 = 2$ است.





۴۱

کدام یک از مقدارهای زیر می تواند بار الکتریکی یک جسم بر حسب کولن باشد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) 7×10^{-19} (۲) 9×10^{-19}
 (۳) $1/76 \times 10^{-18}$ (۴) $1/91 \times 10^{-18}$

پاسخ: گزینه ۲

با بررسی گزینه‌ها به کمک رابطه $q = ne$ ، گزینه‌ای که مقدار n در آن عدد صحیحی به دست می‌آید را پیدا کنید.

Hint

اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی: بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$) است و داریم:

درسی Box

جسم الکترون از دست بدهد

$$q = \pm ne, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

جسم الکترون بگیرد

بار الکتریکی یک جسم باید مضرب صحیحی از بار بنیادی e باشد، پس به کمک رابطه $q = ne$ ، به دنبال گزینه‌ای می‌گردیم که مضرب صحیحی از $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

$$(۱) \text{ گزینه } \Rightarrow n = \frac{7 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4/375 \quad \times$$

$$(۲) \text{ گزینه } \Rightarrow n = \frac{9 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 5/625 \quad \times$$

$$(۳) \text{ گزینه } \Rightarrow n = \frac{1/76 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} = 11 \quad \checkmark$$

$$(۴) \text{ گزینه } \Rightarrow n = \frac{1/91 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} = 11/93 \quad \times$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۲ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q و $6q$ از فاصله 30 cm ، بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی 240 N وارد می‌کنند. بار q

برابر با چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

۲۰ (۴)

۲ (۳)

۴۰ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

با جای گذاری داده‌ها در رابطه کولن، اندازه بار q را به دست آورید.

Hint

دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند که اندازه این نیرو از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

کرتی Box

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

بارهای نقطه‌ای (C) \uparrow
 نیروی الکتریکی (N) \uparrow
 ثابت کولن $(\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$ \downarrow
 فاصله دو بار (m) \downarrow از هم

با جای گذاری داده‌ها در رابطه کولن داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 240 = 9 \times 10^9 \times \frac{6q^2}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{240 \times 9 \times 10^{-2}}{6 \times 9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow q = 2 \times 10^{-5} \text{ C} = 20 \times 10^{-6} \text{ C} = 20 \mu\text{C}$$

اگر در رابطه کولن فاصله دو بار را بر حسب cm و ثابت کولن را 90 جای گذاری کنیم، بارهای الکتریکی بر حسب میکروکولن به دست می‌آیند:

تیزبازی

$$F = 90 \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 240 = 90 \times \frac{6q^2}{900} \Rightarrow q^2 = \frac{2400}{6} = 400 \Rightarrow q = 20 \mu\text{C}$$



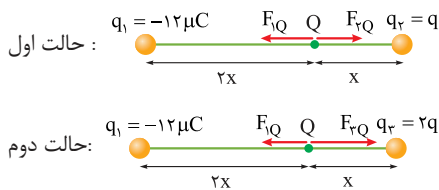
۴۳ در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی خط راست قرار دارند. با دو برابر شدن مقدار بار q ، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار Q تغییری نمی‌کند. مقدار اولیه بار q چند میکروکولن است؟



پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

از آن‌جا که با دو برابر شدن مقدار بار q ، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار Q تغییر نمی‌کند، پس حتماً جهت نیرو تغییر کرده است. یعنی فرض می‌کنیم در حالت اول، نیروی حاصل از بار $q_1 = -12 \mu C$ بزرگ‌تر بوده و در حالت دوم نیروی حاصل از بار $2q$ از طرفی بار Q را مثبت در نظر می‌گیریم، برای این‌که جهت نیروی خالص در حالت دوم برعکس جهت نیرو در حالت اول باشد، باید نیروهای حاصل از بارها خلاف جهت هم باشند، پس $q < 0$ است و داریم:



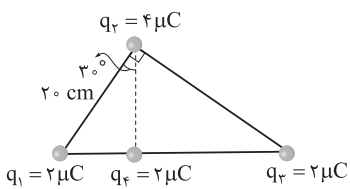
$$F_{1Q} - F_{2Q} = F_{2Q} - F_{1Q} \Rightarrow \frac{k(12 \times 10^{-6})|Q|}{4x^2} - \frac{k|q||Q|}{x^2} = \frac{2k|q||Q|}{x^2} - \frac{k(12 \times 10^{-6})|Q|}{4x^2}$$

$$\frac{k|Q|}{x^2} (3 \times 10^{-6} - q) = \frac{k|Q|}{x^2} (2q - 3 \times 10^{-6})$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-6} = 3|q| \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C \xrightarrow{q < 0} q = -2 \mu C$$



۴۴ در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در محل خود ثابت شده‌اند. اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



۳ (۲)

۵ (۴)

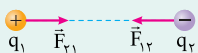
۲ (۱)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس Box

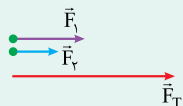
بارهای الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند:



بارهای الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند:

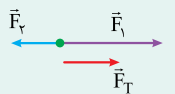
• اگر به جای دو ذره، تعدادی بار الکتریکی نقطه‌ای داشته باشیم، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند.

• برای محاسبه نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی، سه حالت زیر رخ می‌دهد:



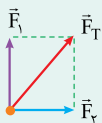
$$F_T = F_1 + F_2$$

الف) نیروها هم‌راستا و هم‌جهت:



$$F_T = F_1 - F_2$$

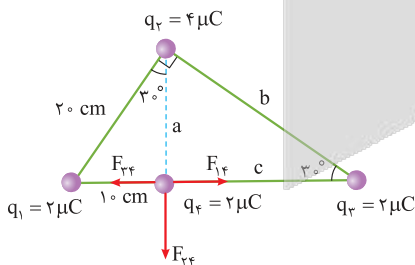
ب) نیروها هم‌راستا و خلاف جهت: (نیروی خالص، هم‌جهت با نیروی بزرگ‌تر است.)



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

پ) نیروهای عمود بر هم:

گام اول: نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 را رسم و اندازه هر یک را محاسبه می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی



به کمک رابطه فیثاغورس در مثلث سمت چپ داریم:

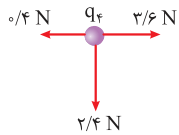
$$2^2 = a^2 + 1^2 \Rightarrow a = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow a = \frac{b}{\sqrt{3}} \Rightarrow b = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow 4 \times 3 = 3 + c^2 \Rightarrow c = 3 \text{ cm}$$



$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{1f} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{10^{-2}} = 3/6 \text{ N} \\ F_{2f} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(\sqrt{300} \times 10^{-2})^2} = 2/4 \text{ N} \\ F_{3f} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 0/4 \text{ N} \end{cases}$$

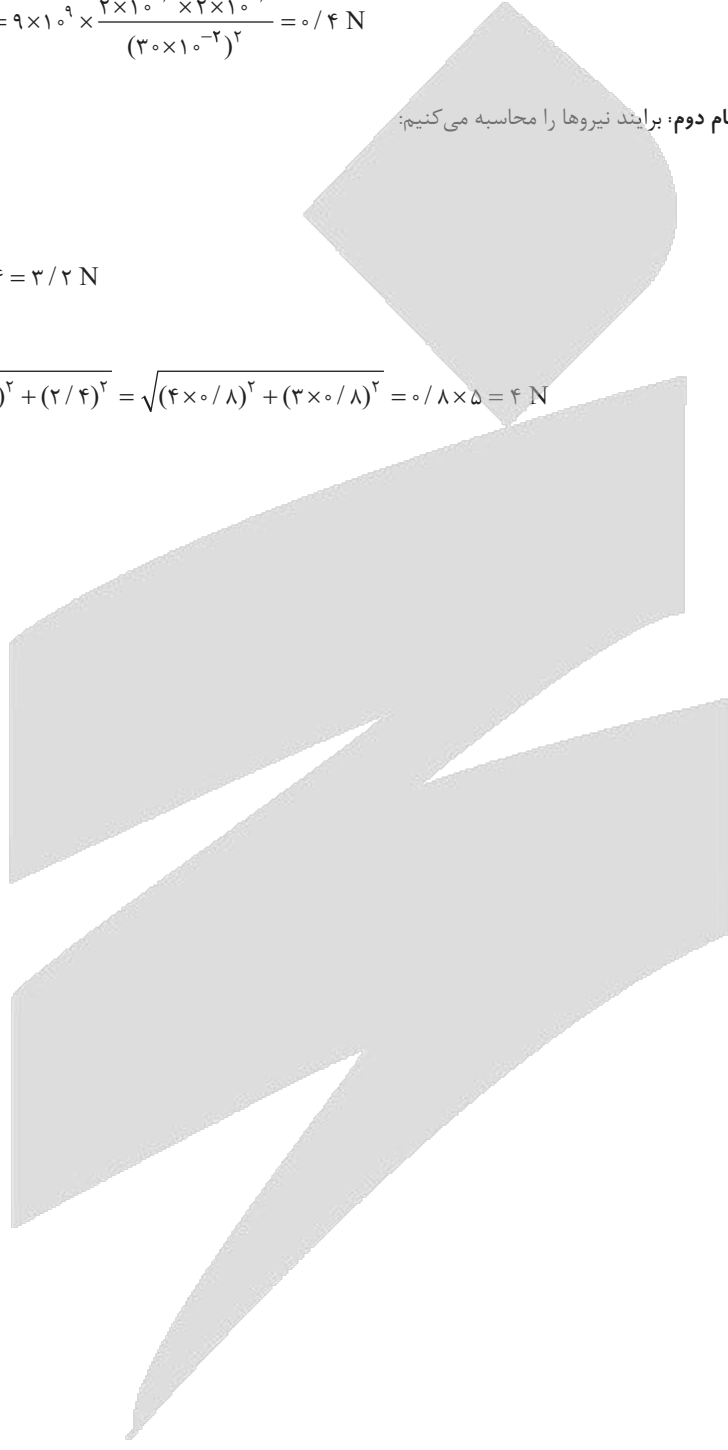


گام دوم: برابند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_x = F_{1f} - F_{3f} = 3/6 - 0/4 = 3/2 \text{ N}$$

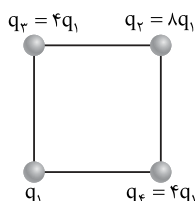
$$F_y = 2/4 \text{ N}$$

$$F_T = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(3/2)^2 + (2/4)^2} = \sqrt{(4 \times 0/8)^2 + (3 \times 0/8)^2} = 0/8 \times 5 = 4 \text{ N}$$





۴۵ در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های مربعی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 است؟



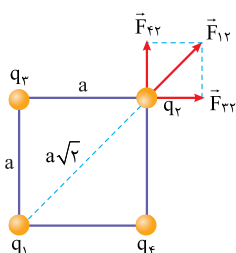
- ۸ (۱)
- $۸\sqrt{۲}$ (۲)
- $۱۶ - ۵\sqrt{۲}$ (۳)
- $۱۵ - ۷\sqrt{۲}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

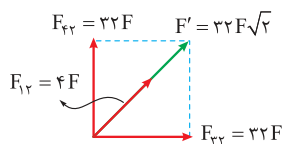
نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 را محاسبه کنید و نیروی خالص وارد بر هر کدام را به دست آورید، سپس نسبت نیروهای خالص $(\frac{F_{T2}}{F_{T1}})$ را طبق خواسته سؤال محاسبه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓
گام اول: نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف سه نیروی دیگر را رسم می‌کنیم و اندازه نیروها را برحسب پارامترهای q_1 ، k و a (طول ضلع مربع) محاسبه می‌کنیم:



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{12} = k \frac{4q_1^2}{2a^2} = 4 \frac{kq_1^2}{a^2} = 4F \\ F_{32} = k \frac{q_3q_2}{a^2} = 32 \frac{kq_1^2}{a^2} = 32F \\ F_{42} = k \frac{q_4q_2}{a^2} = 32 \frac{kq_1^2}{a^2} = 32F \end{cases}$$

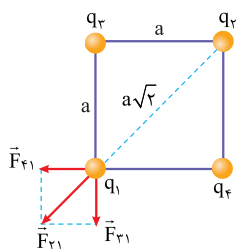
گام دوم: نیروی خالص وارد بر بار q_2 را محاسبه می‌کنیم. F_{32} و F_{42} هم‌اندازه و عمود بر هم هستند، پس برابری آن‌ها در راستای F_{12} بوده و اندازه آن برابر است با:



$$F' = 32F\sqrt{2}$$

$$F_{T2} = 32F\sqrt{2} + 4F = 4F(8\sqrt{2} + 1)$$

گام سوم: نیروهای وارد بر بار q_1 را از طرف سه نیروی دیگر رسم می‌کنیم و اندازه آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$F_{21} = k \frac{q_2q_1}{a^2} = 4 \frac{kq_1^2}{a^2} = 4F$$

$$F_{31} = k \frac{q_3q_1}{a^2} = 4 \frac{kq_1^2}{a^2} = 4F$$

برابری دو نیروی هم‌اندازه عمود بر هم $\rightarrow F'' = 4\sqrt{2}F$

گام چهارم: نیروی خالص وارد بر بار q_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{r1} = F_{12} = 4 \frac{kq_1^2}{a^2} = 4F$$

$$F_{T1} = 4F + 4\sqrt{2}F = 4F(1 + \sqrt{2})$$

گام پنجم: خواسته سؤال نسبت $\frac{F_{T2}}{F_{T1}}$ است، پس:

$$\frac{F_{T2}}{F_{T1}} = \frac{4F(8\sqrt{2} + 1)}{4F(1 + \sqrt{2})} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{(8\sqrt{2} + 1)(1 - \sqrt{2})}{-1} = 15 - 7\sqrt{2}$$



۴۶ اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله 3 cm از آن، 700 N/C بیشتر از اندازه

میدان الکتریکی حاصل از آن بار در فاصله 4 cm از آن باشد، $|q|$ چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

- ۱) $1/6$ ۲) $3/2$ ۳) $0/16$ ۴) $32/0$

پاسخ: گزینه ۳

میدان الکتریکی حاصل از هر کدام از بارها را برحسب q بنویسید، سپس با جای گذاری در رابطه $E_1 - E_2 = 700$ ، اندازه بار q را محاسبه کنید.



هر بار الکتریکی نقطه‌ای q در اطراف خود خاصیتی به نام میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. اندازه این میدان در نقطه‌ای به فاصله r از بار q از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

\uparrow ثابت کولن $(\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$
 \rightarrow اندازه بار الکتریکی (C)
 \rightarrow فاصله (m)
 \downarrow میدان الکتریکی $(\frac{\text{N}}{\text{C}})$

گام اول: به کمک رابطه میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار داریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 |q|}{(3 \times 10^{-2})^2} = 10^{13} |q| \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 |q|}{(4 \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{16} \times 10^{13} |q| \end{cases}$$

گام دوم: طبق اطلاعات سؤال، E_1 به اندازه 700 N/C از E_2 بزرگ‌تر است، پس:

$$E_1 - E_2 = 700 \Rightarrow 10^{13} |q| - \frac{9}{16} \times 10^{13} |q| = 700 \Rightarrow 10^{13} |q| (1 - \frac{9}{16}) = 700$$

$$\Rightarrow |q| = 16 \times 10^{-11} \text{ C} = 16 \times 10^{-11} \times 10^9 \text{ nC} = 0/16 \text{ nC}$$

از رابطه نسبتی $E = \frac{k|q|}{r^2}$ و با توجه به ثابت بودن k و q داریم:



$$\frac{E_2}{E_1} = (\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{E_1 - 700}{E_1} = (\frac{3}{4})^2 \Rightarrow E_1 = 1600 \text{ N/C}$$

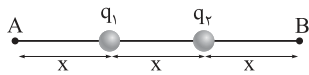
$$1600 = \frac{9 \times 10^9 |q|}{9 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q| = 16 \times 10^{-11} \text{ C} = 0/16 \text{ nC}$$

حال، داده‌ها را در رابطه $E_1 = \frac{k|q|}{r_1^2}$ جای گذاری می‌کنیم:



۴۷ در شکل زیر، اندازه میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای و همنام q_1 و q_2 در نقاط A و B به ترتیب

برابر با E_A و E_B است. اگر $\frac{E_A}{E_B} = \frac{2}{3}$ باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



۳ (۲)

۲ (۱)

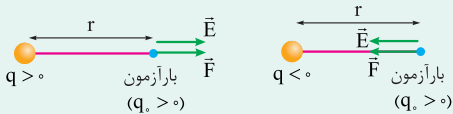
۵ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

درس Box

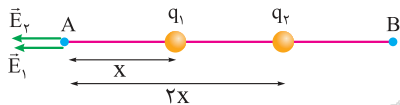
برای تشخیص جهت میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار، بار آزمون ($q_0 > 0$) را در نقطه مورد نظر قرار می‌دهیم. جهت نیروی وارد شده به بار q_0 هم جهت با میدان الکتریکی حاصل از بار q در آن نقطه است:



طبق شکل‌های بالا، میدان الکتریکی بار مثبت در جهتی است که از بار دور شود و میدان الکتریکی بار منفی در جهتی است که به بار نزدیک شود.

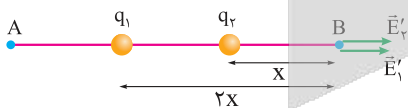
گام اول: میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه A به دست می‌آوریم: (بارها را مثبت در نظر می‌گیریم.)

پاسخ خیلی تشریحی



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{kq_1}{x^2} \\ E_2 = \frac{kq_2}{4x^2} \end{cases} \Rightarrow E_A = E_1 + E_2 = \frac{kq_1}{x^2} + \frac{kq_2}{4x^2} \Rightarrow E_A = \frac{k}{x^2} \left(q_1 + \frac{q_2}{4} \right)$$

گام دوم: میدان الکتریکی خالص را در نقطه B به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} E'_1 = \frac{kq_1}{4x^2} \\ E'_2 = \frac{kq_2}{x^2} \end{cases} \Rightarrow E_B = E'_1 + E'_2 = \frac{kq_1}{4x^2} + \frac{kq_2}{x^2} = \frac{k}{x^2} \left(\frac{q_1}{4} + q_2 \right)$$

گام سوم: طبق داده‌های سؤال، $\frac{E_A}{E_B} = \frac{2}{3}$ است، پس:

$$\frac{\frac{k}{x^2} \left(q_1 + \frac{q_2}{4} \right)}{\frac{k}{x^2} \left(\frac{q_1}{4} + q_2 \right)} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3 \left(q_1 + \frac{q_2}{4} \right) = 2 \left(\frac{q_1}{4} + q_2 \right)$$

$$\Rightarrow 3q_1 + \frac{3}{4}q_2 = \frac{q_1}{2} + 2q_2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 2$$

دقت کنید که اگر بارها را منفی در نظر می‌گرفتیم، فقط جهت میدان‌ها برعکس می‌شد و در پاسخ نهایی تأثیری نداشت.

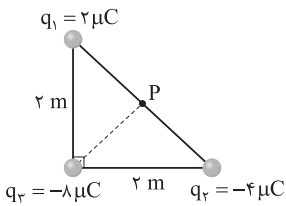


در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی رأس‌های مثلثی قرار دارند. اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه P،

۴۸

مشاوره میدان الکتریکی خالص حاصل از چند ذره در اغلب کنکورهای اخیر مطرح می‌شود.

چند کیلوولت بر متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



۴۵√۲ (۲)
۴۵ (۴)

۳۰√۲ (۱)
۳۰ (۳)

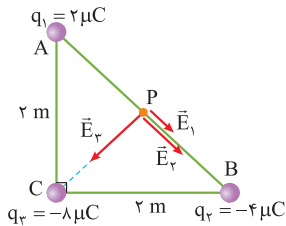
پاسخ: گزینه ۴

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر بار را در نقطه P محاسبه و رسم کنید، سپس برابند میدان‌ها را به دست آورید.

Hint

گام اول: میدان الکتریکی حاصل از هر بار را در نقطه P رسم کرده و اندازه آن را به دست می‌آوریم. چون مثلث، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، نقطه P روی عمودمنصف وتر قرار دارد، پس:

پاسخ خیلی تشریحی



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ m}$$

$$AP = BP = \frac{AB}{2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

در مثلث APC: $AC^2 = AP^2 + PC^2 \Rightarrow PC^2 = AC^2 - AP^2 = 4 - 2 = 2 \text{ m}$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} = 9 \times 10^3 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} = 18 \times 10^3 \text{ N/C} \\ E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{2} = 36 \times 10^3 \text{ N/C} \end{cases}$$

گام دوم: اکنون اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه P را محاسبه می‌کنیم:

$$E' = E_1 + E_2 = 27 \times 10^3 \text{ N/C}$$

E_1 و E_2 هم‌جهت و هم‌راستا هستند:

E' و E_3 بر هم عمودند:

$$E_T = \sqrt{E'^2 + E_3^2} = \sqrt{(27 \times 10^3)^2 + (36 \times 10^3)^2} = 45 \times 10^3 \text{ N/C} = 45 \times 10^3 \text{ V/m} = 45 \text{ kV/m}$$



یک قطره روغن به جرم $16 \times 10^{-15} \text{ kg}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $2 \times 10^5 \text{ N/C}$ ، معلق است. اگر میدان الکتریکی، قائم و رو به پایین باشد، تعداد الکترون‌هایی که قطره نسبت به حالت خنثی جذب کرده یا از دست داده، کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

- (۱) ۵ الکترون گرفته است. (۲) ۵ الکترون از دست داده است.
 (۳) ۵۰ الکترون گرفته است. (۴) ۵۰ الکترون از دست داده است.

پاسخ: گزینه ۱

با ترکیب دو رابطه $Eq = mg$ و $q = ne$ ، تعداد الکترون‌ها را محاسبه کنید. سپس با توجه به جهت نیروی الکتریکی و جهت میدان الکتریکی، علامت بار الکتریکی ذره را پیدا کنید.

Hint

درس Box

(۱) اگر ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی \vec{E} قرار بگیرد، از طرف میدان به ذره نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

نیروی الکتریکی (C)

میدان الکتریکی (N/C) $\rightarrow \vec{F} = q\vec{E} \leftarrow$ نیروی الکتریکی (N)

• اگر $q > 0 \Rightarrow \vec{E}$ و \vec{F} هم جهت هستند.

• اگر $q < 0 \Rightarrow \vec{E}$ و \vec{F} در خلاف جهت هم هستند.

(۲) اگر ذره‌ای به جرم m در یک میدان الکتریکی در حال تعادل باشد، باید نیروی خالص وارد بر ذره برابر صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$F = W \Rightarrow Eq = mg$$

چون قطره معلق است، پس نیروی وزن با نیروی حاصل از میدان الکتریکی با هم برابر و در خلاف جهت هم هستند، از همین جا مشخص می‌شود که چون \vec{F}_E و \vec{E} در خلاف جهت هم هستند، پس بار ذره منفی است که یعنی الکترون گرفته است. (رد

گزینه‌های (۲) و (۴)

$$F_E = W \Rightarrow Eq = mg \xrightarrow{q=ne} E(ne) = mg \Rightarrow n = \frac{mg}{Ee} = \frac{16 \times 10^{-15} \times 10}{2 \times 10^5 \times 1/6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 5$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی 10^4 N/C که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره‌ی باردار به جرم 5 g معلق و به حال سکون قرار دارد. بار ذره چند میکروکولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(سوال ۵۷ کنکور تهری دی ۱۴۰۱)

- (۱) +۵ (۲) +۲
(۳) -۵ (۴) -۲





۵۰

به یک کره فلزی و یک مکعب فلزی، مقدار یکسانی بار الکتریکی می‌دهیم. اگر حجم کره و مکعب یکسان باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره، چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی مکعب است؟ (از تراکم بار در نقاط نوک تیز مکعب صرف نظر کنید. $\pi = 3$)

$\sqrt[3]{4}$ (۴)

$\sqrt[3]{3}$ (۳)

$\sqrt[3]{2}$ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

ابتدا از برابری حجم دو جسم، نسبت طول ضلع مکعب به شعاع کره را به دست آورید و سپس با نوشتن رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ به صورت نسبتی، $\frac{\sigma_{\text{کره}}}{\sigma_{\text{مکعب}}}$ را محاسبه کنید.

درسی Box

اگر مساحت سطحی که بار روی آن توزیع شده برابر با A و بار الکتریکی موجود در آن سطح برابر Q باشد، چگالی سطحی بار را با نماد σ نشان می‌دهند و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

بار (C) $\rightarrow \sigma = \frac{Q}{A}$ ← چگالی سطحی بار (C/m^2)
مساحت سطح (m^2) $\rightarrow A$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا به کمک روابط حجم کره و مکعب، نسبت طول مکعب به شعاع کره را به دست می‌آوریم:

$V_{\text{مکعب}} = V_{\text{کره}} \Rightarrow a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = 4$

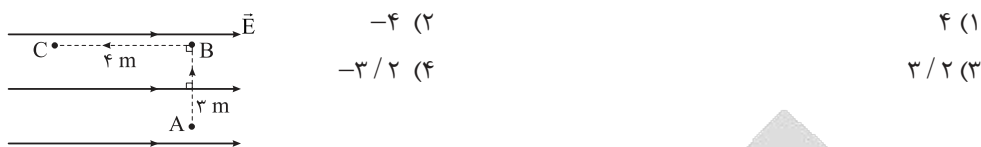
گام دوم: از رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ ، نسبت چگالی سطحی کره به چگالی سطحی مکعب را به دست می‌آوریم:

$\frac{\sigma_{\text{کره}}}{\sigma_{\text{مکعب}}} = \frac{Q_{\text{کره}}}{Q_{\text{مکعب}}} \times \frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}} = 1 \times \frac{6a^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r}\right)^2 = \sqrt[3]{2}$



۵۱

در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -2 \mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$ در مسیر ABC از نقطه A تا نقطه C جابه‌جا می‌کنیم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در طی این جابه‌جایی چند ژول است؟



پاسخ: گزینه ۴

Hint

در مسیر عمود بر میدان الکتریکی، انرژی پتانسیل تغییر نمی‌کند، پس فقط کافی است در مسیر BC، از رابطه $\Delta U = -|q|Ed \cos \theta$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست آورید.

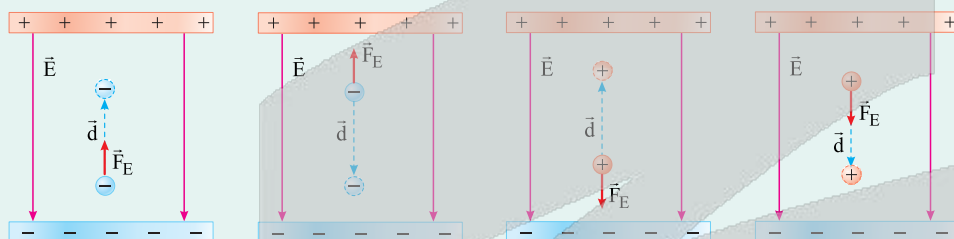
درس: Box

اگر بار الکتریکی q در میدان الکتریکی E جابه‌جا شود، روی بار کار انجام می‌شود که اندازه این کار برابر با تغییرات انرژی پتانسیل است و از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = -W = -|q|Ed \cos \theta \rightarrow \text{زاویه بین } \vec{d} \text{ و } \vec{F}_E$$

(N/C) میدان الکتریکی \uparrow
 (m) جابه‌جایی (C) بار الکتریکی \downarrow

مطابق شکل‌های زیر، کاهشی یا افزایشی بودن انرژی پتانسیل الکتریکی به صورت زیر مشخص می‌شود:



(الف) بار مثبت را در جهت میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا می‌کنیم: میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا می‌کنیم: روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.

(ب) بار مثبت را در خلاف جهت میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا می‌کنیم: روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.

(پ) بار منفی را در جهت میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا می‌کنیم: روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.

(ت) بار منفی را در خلاف جهت میدان الکتریکی \vec{E} جابه‌جا می‌کنیم: روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

طبق رابطه $\Delta U = -|q|Ed \cos \theta$ داریم:

$$\Delta U_{AB} = -|q|Ed \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} \Delta U_{AB} = 0$$

$$\Delta U_{BC} = -|q|Ed \cos \theta = -2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^5 \times 4 \times \cos(0) = -3/2 \text{ J}$$

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = 0 - 3/2 = -3/2 \text{ J}$$



۵۲

ذره‌ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $6 \mu\text{C}$ را با تندی 200 m/s در راستای خطوط میدان الکتریکی یکنواختی پرتاب می‌کنیم. اگر تندی ذره پس از 2 m جابه‌جایی، 50% درصد کاهش یابد، بزرگی میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟ (از نیروی وزن صرف نظر کنید.)

- (۱) 5×10^6 ، در جهت پرتاب ذره
 (۲) $2/5 \times 10^6$ ، در جهت پرتاب ذره
 (۳) 5×10^6 ، در خلاف جهت پرتاب ذره
 (۴) $2/5 \times 10^6$ ، در خلاف جهت پرتاب ذره

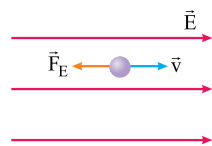
پاسخ: گزینه ۲

Hint

با توجه به این که تندی و انرژی جنبشی کاهش یافته است، پس انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد. طبق درس باکس سؤال قبل، حالتی که انرژی پتانسیل ذره با بار منفی افزایش می‌یابد را پیدا کنید و سپس به کمک رابطه $|Eqd \cos \theta| = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_2^2)$ ، اندازه میدان الکتریکی را به دست آورید.

چون تندی ذره با حرکت در راستای خطوط میدان کاهش یافته است، در نتیجه انرژی جنبشی ذره هم کاهش یافته است؛ بنابراین طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل ذره باید افزایش یابد.

اگر ذره با بار منفی در جهت میدان حرکت کند انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد؛ به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$|\Delta U| = |\Delta K| \Rightarrow |Eqd \cos \theta| = \frac{1}{2} m(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\xrightarrow{v_2 = \frac{v_1}{2} = 100 \text{ m/s}} |E \times 6 \times 10^{-6} \times 2 \times \cos 180^\circ| = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times (100^2 - 200^2)$$

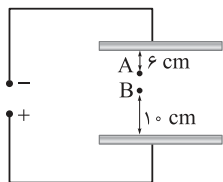
$$\Rightarrow E = \frac{10^{-3} \times 3 \times 10^4}{12 \times 10^{-6}} = 2/5 \times 10^6 \text{ N/C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۳

در شکل زیر، دو صفحه رسانا و بزرگ که در فاصله معینی از هم قرار دارند، به اختلاف پتانسیل الکتریکی 300 V متصل هستند. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط A و B برابر با $V_A = -25 \text{ V}$ و $V_B = 75 \text{ V}$ باشد، فاصله بین دو صفحه چند سانتی‌متر است؟



۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به یکنواخت بودن میدان و به کمک رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ ، فاصله بین دو صفحه را محاسبه کنید.

Hint

کارت Box

می‌دانیم انرژی پتانسیل الکتریکی طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta$$

که اگر بار را مثبت و θ را صفر در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta U = -qEd$$

از طرفی با توجه به تعریف پتانسیل الکتریکی به صورت $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ داریم:

$$\Delta U = q\Delta V = -qEd \Rightarrow E = -\frac{\Delta V}{d}$$

که اگر در خلاف جهت میدان حرکت کنیم، داریم:

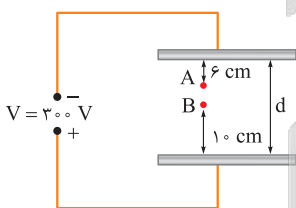
$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

چون در جهت میدان، $\Delta V < 0$ است، پس در حالت کلی، میدان الکتریکی یکنواخت طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d}$$

گام اول: میدان الکتریکی بین دو صفحه، یکنواخت و در همه جا یکسان است، پس:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V_{\text{دو صفحه}}|}{d_{\text{دو صفحه}}} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{300}{d} = \frac{(75 - (-25))}{d - 16}$$

$$\Rightarrow 3(d - 16) = d \Rightarrow d = 24 \text{ cm}$$



۵۴

ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 50 \mu\text{C}$ از نقطه A به نقطه B با پتانسیل الکتریکی 100 V منتقل می‌شود. اگر در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره، 10 mJ کاهش یابد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

- ۲۰۰ (۱) ۳۰۰ (۲) -۲۰۰ (۳) -۱۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

داده‌ها را در رابطه $V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}$ جای‌گذاری کنید.

Hint

هرگاه بار q در میدان الکتریکی یکنواخت E جابه‌جا شود و انرژی پتانسیل آن از U_1 به U_2 تغییر کند، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

درس‌Box

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{U_2 - U_1}{q}$$

با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 100 - V_A = \frac{-10 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_A = 300 \text{ V}$$

اگر به علامت منفی ΔU ، (کاهش انرژی پتانسیل)، دقت نکنی توی دام گزینه (۴) می‌افتی.

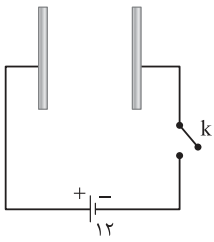
گول نخوری



۵۵

در شکل زیر، صفحه‌های خازنی به ظرفیت $2 \mu\text{F}$ را به یک باتری با اختلاف پتانسیل 12 V وصل می‌کنیم. با بستن

کلید k ، چند الکترون از باتری عبور می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



3×10^{14} (۲)

3×10^{13} (۱)

$1/5 \times 10^{14}$ (۴)

$1/5 \times 10^{13}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک رابطه $C = \frac{Q}{V}$ ، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را حساب کنید و سپس به کمک اصل پایستگی و کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌های عبوری از باتری را به دست آورید.

Hint

نسبت بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحه‌های یک خازن به اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌های آن همواره عدد ثابتی است؛ به این نسبت ثابت، ظرفیت خازن می‌گویند:

درس Box

بار ذخیره‌شده روی صفحه‌ها $(C) \rightarrow C = \frac{Q}{V}$ ← ظرفیت خازن (F)
اختلاف پتانسیل بین صفحه‌ها $(V) \rightarrow$

گام اول: بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$Q = CV = 2 \times 10^{-6} \times 12 = 24 \times 10^{-6} \text{ C}$

گام دوم: طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی که روی صفحه‌های خازن ذخیره شده، برابر با بار عبوری از باتری است، پس:

$Q = ne \Rightarrow n = \frac{Q}{e} = \frac{24 \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/5 \times 10^{14}$



۵۶

فاصله بین صفحه‌های یک خازن تخت فرضی برابر 1 mm و ظرفیت آن برابر 1 F است. مساحت هر صفحه این خازن

چند کیلومتر مربع است؟ ($\epsilon_0 = 10^{-11} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$ ، بین دو صفحه خازن هوا است).

۱۰۰ (۴)

۱۰ (۳)

۱ (۲)

۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

در رابطه $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ داده‌ها را جای‌گذاری کنید تا مساحت هر یک از صفحه‌های خازن به دست آید.

Hint

کرتس Box

ظرفیت خازن از ویژگی‌های ساختاری خازن است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

ثابت دی‌الکتریک

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

\uparrow مساحت هر یک از صفحه‌ها (m^2)
 \downarrow فاصله صفحه‌ها از هم (m)
 ضریب‌گذردهی الکتریکی خلأ ($\frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$, F/m)

- ثابت دی‌الکتریک، یکا ندارد.

- ثابت دی‌الکتریک هوا برابر یک فرض می‌شود و ثابت دی‌الکتریک سایر مواد بزرگ‌تر از یک است.

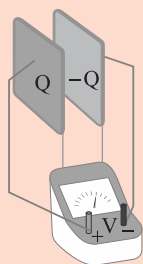
با استفاده از مشخصات ساختاری خازن داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 1 = 10^{-11} \times \frac{A}{1 \times 10^{-3}} \Rightarrow A = 10^8 \text{ m}^2 \times 10^{-6} = 100 \text{ km}^2$$



در شکل زیر، صفحه‌های باردار یک خازن تخت که بین آن‌ها هوا وجود دارد، به ولت‌سنج آرمانی وصل شده است. اگر



یک دی‌الکتریک بین صفحات وارد کنیم، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

(ب) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

(پ) مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

(۴) الف - ب - پ

(۳) ب - پ

مشاوره این سؤال مشابه یکی از پرسش‌های کتاب درسی است.

پاسخ: گزینه ۲

دکتر Box

وقتی بین صفحه‌های خازن، دی‌الکتریک اضافه کنیم، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد.

اگر خازن پرشده‌ای را از مولد جدا کنیم، بار الکتریکی Q ثابت می‌ماند.

یکی از رابطه‌های انرژی ذخیره‌شده در خازن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \rightarrow (C) \text{ بار ذخیره‌شده در خازن} \rightarrow (F) \text{ ظرفیت خازن} \leftarrow (J) \text{ انرژی}$$

خازن به باتری متصل نیست، پس بار الکتریکی خازن بدون تغییر باقی می‌ماند (نادرستی عبارت «ب»).

با وارد کردن دی‌الکتریک بین صفحات، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد و طبق رابطه $C = \frac{Q}{V}$ ، با ثابت بودن Q و افزایش C ، اختلاف پتانسیل دو سر آن کم می‌شود (درستی «پ»).

طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، با ثابت بودن Q و افزایش ظرفیت خازن، انرژی خازن کاهش می‌یابد (درستی «الف»).

اگر ابتدا به تناقض بین گزینه‌ها دقت کنی و فقط عبارت «ب» رو بررسی کنی، سریع جواب سؤال رو پیدا می‌کنی.

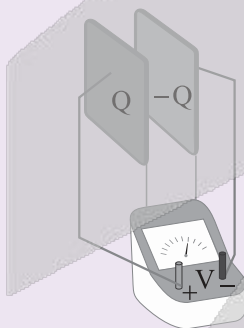
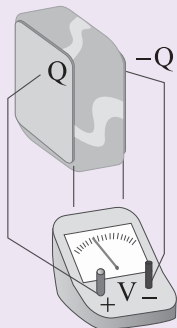
پاسخ خیلی تشریحی ✓

تیزبازی

در شکل زیر، صفحه‌های باردار یک خازن تخت را که بین آن‌ها هوا است، به ولت‌سنج وصل می‌کنیم. اگر دی‌الکتریک

(سؤال ۴۹ کنکور تهری دافل ۱۴۰۴)

در بین صفحات قرار دهیم، کدام مورد درست است؟



(۱) انرژی ذخیره‌شده بین صفحه‌های خازن افزایش می‌یابد.

(۲) انرژی ذخیره‌شده بین صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند.

(۳) بار روی صفحه‌های خازن افزایش می‌یابد.

(۴) بار روی صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند.





۵۸

صفحه‌های خازن تختی که بین آن‌ها هوا وجود دارد، به اختلاف پتانسیل 20 V وصل هستند. اگر فاصله بین صفحه‌ها را ۲۵ درصد کاهش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن $200\text{ }\mu\text{F}$ تغییر می‌کند. ظرفیت اولیه این خازن چند میکروفاراد است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک رابطه نسبتی $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، نسبت ظرفیت خازن را در دو حالت به دست آورید و سپس در رابطه $\Delta U = \frac{V^2}{2} (C_2 - C_1)$ داده‌ها را جای‌گذاری کنید تا C_1 به دست آید.

Hint

یکی از رابطه‌های انرژی ذخیره شده در خازن به صورت زیر بیان می‌شود:

درس‌Box

اختلاف پتانسیل $(V) \rightarrow U = \frac{1}{2} C V^2 \leftarrow$ انرژی (J)
 ظرفیت خازن (F)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: به کمک رابطه نسبتی ظرفیت خازن داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{d_1}{\frac{3}{4}d_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow C_2 = \frac{4}{3}C_1$$

گام دوم: چون خازن به اختلاف پتانسیل 20 V وصل شده است، در نتیجه V ثابت است. به کمک رابطه $U = \frac{1}{2} C V^2$ ، مشخص است که با افزایش ظرفیت خازن، انرژی ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد، پس:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C_2 V^2 - \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} V^2 (C_2 - C_1) \Rightarrow 200 \times 10^{-6} = \frac{(20)^2}{2} (C_2 - C_1)$$

$$\Rightarrow 10^{-6} = \left(\frac{4}{3}C_1 - C_1\right) \Rightarrow C_1 = 3 \times 10^{-6} \text{ F} = 3\text{ }\mu\text{F}$$



۵۹

بار الکتریکی ذخیره شده در خازن تختی برابر 18 nC است و بین صفحه‌های این خازن با عایقی به ضریب دی‌الکتریک $2/5$ پر شده است. اگر مساحت هر یک از صفحه‌ها برابر 200 cm^2 باشد، بزرگی میدان الکتریکی

خالص بین صفحه‌ها چند ولت بر متر است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2})$

2×10^4 (۲)

2×10^2 (۱)

4×10^4 (۴)

4×10^3 (۳)

پاسخ: گزینه ۴

رابطه‌های $C = \frac{Q}{V}$ و $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ را با هم ترکیب کنید تا به رابطه $\frac{V}{d}$ برسید که برابر با میدان الکتریکی است.

Hint

میدان الکتریکی به کمک رابطه $E = \frac{V}{d}$ محاسبه می‌شود. با ترکیب دو رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ و $C = \frac{Q}{V}$ داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{Q}{V} \\ C &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{Q}{V} = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{V}{d} = E$$

$$\Rightarrow E = \frac{18 \times 10^{-9}}{2/5 \times 9 \times 10^{-12} \times 200 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^4 \text{ V/m}$$



۶۰

ظرفیت خازنی $12 \mu\text{F}$ و بار الکتریکی ذخیره شده در آن $300 \mu\text{C}$ است. بین صفحه‌های این خازن، عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۴ قرار دارد. اگر خازن را از باتری جدا کرده، عایق بین صفحات را خارج کرده و فاصله بین صفحات را ۵۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) $18/75$ ، افزایش می‌یابد. (۲) $18/75$ ، کاهش می‌یابد.
(۳) $3/125$ ، افزایش می‌یابد. (۴) $3/125$ ، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

Hint

رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ را به صورت نسبتی بنویسید و C_1 را محاسبه کنید، سپس با توجه به این که بار ذخیره شده روی صفحه‌های خازن ثابت است به کمک رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از رابطه نسبتی $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن را در حالت دوم محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{12} = \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{d_1}{1/5 d_1}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{12}{4 \times 1/5} = 2 \mu\text{F}$$

گام دوم: چون خازن از مولد جدا شده است، بار ذخیره شده روی صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند، پس تغییرات انرژی خازن را از

رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{(300 \times 10^{-6})^2}{2} \left(\frac{1}{2 \times 10^{-6}} - \frac{1}{12 \times 10^{-6}} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{9 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-6}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \right) = \frac{9 \times 10^{-2}}{2} \times \frac{5}{12} = 1/875 \times 10^{-2} \text{ J} \times 10^3 = 18/75 \text{ mJ}$$

علامت مثبت نشان‌دهنده افزایش انرژی ذخیره شده در خازن است.

ظرفیت خازنی $5 \mu\text{F}$ و بار الکتریکی آن $200 \mu\text{C}$ است. اگر خازن را از باتری جدا کنیم و فاصله بین صفحه‌های آن را ۵۰ درصد افزایش دهیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند میلی‌ژول افزایش می‌یابد؟

(سؤال ۶۳ کنکور تهری ۱۴۰۳ - نوبت اول)

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

کنکور



اگر عنصر A، نافلز و رسانای جریان برق باشد، کدام مورد درباره آن درست است؟

عنصر A \Leftarrow کربن (C)

- (۱) بزرگ‌ترین شعاع اتمی را در بین عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود دارد.
- (۲) با اتصال اتم‌های آن به دیگر نافلزها، دگرشکل‌های گوناگونی از آن ایجاد می‌شود.
- (۳) اتم آن دارای چهار الکترون ظرفیتی بوده و آرایش الکترونی آن به np^4 ختم می‌شود.
- (۴) در اتصال با هیدروژن می‌تواند هیدروکربن‌هایی با ساختارهای متفاوت تشکیل دهد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

تنها نافلز رسانای جریان برق، کربن (به شکل گرافیت) از گروه ۱۴ جدول تناوبی است. با اتصال اتم‌های کربن و هیدروژن به یکدیگر، امکان تشکیل هیدروکربن‌های متفاوتی مانند CH_4 ، C_2H_4 ، C_2H_6 و ... وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): کربن (C)، چهارمین عنصر دوره دوم و اولین عنصر گروه ۱۴ است. بزرگ‌ترین شعاع اتمی در یک دوره، مربوط به اولین عنصر آن دوره و بزرگ‌ترین شعاع اتمی در یک گروه، مربوط به آخرین عنصر آن گروه است.

در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها، کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.

گزینه (۲): دگرشکل، شکل‌های مختلف یک عنصر است؛ نه ترکیب یک عنصر با عنصرهای دیگر! اتم‌های کربن می‌توانند با یکدیگر به روش‌های گوناگون متصل شده و دگرشکل‌های متفاوتی مانند گرافیت، الماس و ... ایجاد کنند.

گزینه (۳): عنصرهای گروه ۱۴، ۴ الکترون ظرفیتی دارند و آرایش الکترونی آن‌ها به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود.





۶۲

گزینه‌های زیر درباره ویژگی برخی عنصرهای جدول دوره‌ای بیان شده‌اند. کدام مورد از نظر اشاره به رفتار فیزیکی یا شیمیایی، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ۱) گاز فلئور نسبت به گاز کلر، در دمای پایین‌تری می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.
- ۲) در آزمایشگاه، فلز سدیم در زیر نفت نگهداری می‌شود.
- ۳) از طلا برای ساخت برگه‌ها و رشته‌سیم‌های بسیار نازک (نخ طلا) استفاده می‌شود.
- ۴) آهن در هوای مرطوب به کندی با اکسیژن واکنش داده و زنگ آهن تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) به رفتار شیمیایی عنصرها اشاره دارند، در حالی که گزینه (۳)، یک رفتار فیزیکی را در مورد فلز طلا بیان می‌کند. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): فلئور (F_2) نسبت به کلر (Cl_2)، واکنش‌پذیری بیشتری دارد؛ به همین دلیل در دماهای پایین‌تری می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد.

گزینه (۲): فلز سدیم واکنش‌پذیری بالایی دارد و می‌تواند با اکسیژن و رطوبت موجود در هوا واکنش دهد؛ به همین دلیل در آزمایشگاه، آن را در زیر نفت نگهداری می‌کنند.

گزینه (۳): طلا فلزی نرم و چکش‌خوار است و قابلیت مفتول شدن دارد؛ به همین دلیل از آن می‌توان ورقه‌های مختلف و رشته‌سیم‌های بسیار نازک (نخ طلا) تهیه کرد.

گزینه (۴): این عبارت، به واکنش شیمیایی آهن و اکسیژن در هوای مرطوب و تشکیل زنگ آهن اشاره دارد.



۶۳

کدام مورد، جمله زیر را به درستی کامل نمی‌کند؟
«..... عنصر گروه ۱۴،»

- (۱) دومین - شکننده است و در اثر ضربه خرد می‌شود
- (۲) سومین - در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد
- (۳) اولین - حالت فیزیکی یکسانی با عنصر قبل و بعد هم‌دوره خود دارد
- (۴) چهارمین - سطح درخشان دارد و رسانای جریان برق است

پاسخ: گزینه ۳

خواص فیزیکی و شیمیایی عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی:



نماد شیمیایی					خواص فیزیکی یا شیمیایی
Pb	Sn	Ge	Si	C (گرافیت)	
فلز	فلز	شبه‌فلز	شبه‌فلز	نافلز	نوع عنصر
دارد	دارد	دارد (به مقدار کم)	دارد (به مقدار کم)	دارد	رسانایی الکتریکی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	رسانایی گرمایی
دارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	سطح صیقلی
دارد	دارد	ندارد	ندارد	ندارد	چکش‌خواری
از دست می‌دهد.	از دست می‌دهد.	اشتراک می‌گذارد.	اشتراک می‌گذارد.	اشتراک می‌گذارد.	تمایل به از دست دادن، گرفتن یا اشتراک‌گذاری الکترون

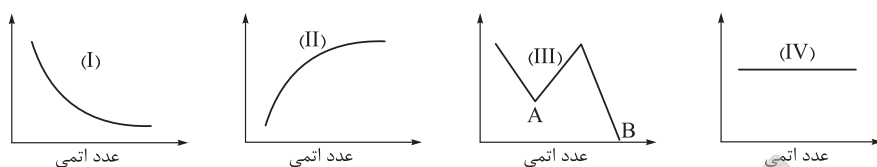
اولین عنصر گروه ۱۴، کربن است که در دمای اتاق به حالت جامد است، اما عنصر بعد از کربن در دوره دوم، یعنی نیتروژن، به حالت گاز است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
جامد			گاز				



با توجه به نمودارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



- ۱) نمودار (I) می‌تواند مربوط به روند کلی تغییر شعاع اتمی عناصرها در دوره دوم باشد.
- ۲) نمودار (II) را می‌توان به روند واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی نسبت داد.
- ۳) اگر نمودار (III) مربوط به روند واکنش‌پذیری عناصرهای دوره سوم باشد، در نقاط A و B به ترتیب آلومینیم و آرگون وجود دارند.
- ۴) نمودار (IV) می‌تواند مربوط به شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم هالوژن‌ها باشد.

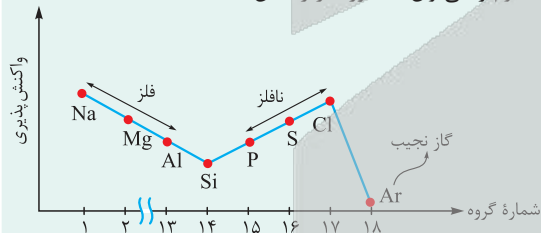
پاسخ: گزینه ۲

روندهای تناوبی در جدول

درس‌Box



با توجه به توضیحات بالا، نمودار واکنش‌پذیری عناصرهای دوره سوم را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



در دوره سوم، پس از گاز نجیب آرگون (Ar)، کم‌ترین واکنش‌پذیری مربوط به عنصر سیلیسیم (Si) است؛ پس از A و B در نمودار داده‌شده به ترتیب مربوط به سیلیسیم و آرگون هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در یک دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی عناصرها، شعاع آن‌ها کاهش می‌یابد؛ یعنی نمودار شعاع برحسب عدد اتمی در یک دوره، نزولی است.

گزینه (۲): در فلزهای قلیایی، با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد:



گزینه (۴): آرایش الکترونی هالوژن‌ها (عناصرهای گروه ۱۷) به $ns^2 np^5$ ختم می‌شود، یعنی در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم همه آن‌ها، ۵ الکترون وجود دارد؛ به عبارت دیگر، شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم هالوژن‌های مختلف، یکسان است و به عدد اتمی آن‌ها بستگی ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



کدام مورد درست است؟

دارای $3d^1$ در آرایش الکترونی اتم خود است.

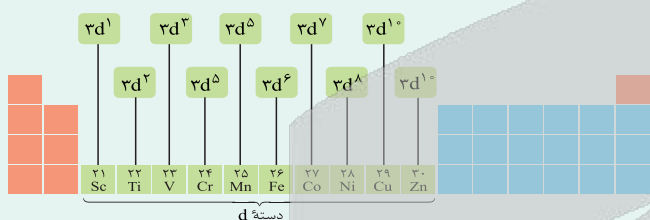
- (۱) عنصری که اتم آن دارای 10 الکترون با عددهای کوانتومی $l = 2$ و $n = 3$ است، به یقین فلزی واسطه از دوره چهارم جدول تناوبی می باشد.
- (۲) اتم اغلب فلزهای واسطه با تشکیل کاتیون پایدار به آرایش گاز نجیب نمی رسند، اما کاتیون پایدار حاصل از همه فلزهای اصلی به آرایش گاز نجیب می رسد.
- (۳) برخی از عنصرهای واسطه مانند برخی عنصرهای اصلی، در طبیعت یک نوع یون شناخته شده دارند.
- (۴) در میان عنصرهای واسطه دوره چهارم، تفاوت شمار عنصرهایی که زیرلایه $3d$ اتم آن ها نیمه پر است، با شمار عنصرهایی که اتم آن ها زیرلایه $3d$ پر دارند، برابر با 1 است.

پاسخ: گزینه ۳

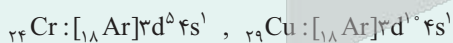
عنصرهای واسطه:

کرتی Box

- عنصرهای دسته d همگی فلز هستند و در جدول دوره ای، بین فلزهای دسته های s و p قرار گرفته اند؛ از این رو فلزهای دسته d به فلزهای واسطه هم معروف اند! فلزهای دسته های s و p به فلزهای اصلی شهرت دارند.
- فلزهای واسطه در دوره های چهارم تا هفتم و در گروه های 3 تا 10 جدول دوره ای قرار دارند؛ بنابراین اولین سری از فلزهای واسطه، در دوره چهارم جدول دوره ای قرار داشته و دارای عددهای اتمی 21 تا 30 هستند. نماد شیمیایی همه این عناصر به جز وانادیم (V) از دو حرف تشکیل شده است.



از شیمی دهم به یاد داریم که آرایش الکترونی Cr و Cu ، از قاعده آفیا پیروی نمی کند:



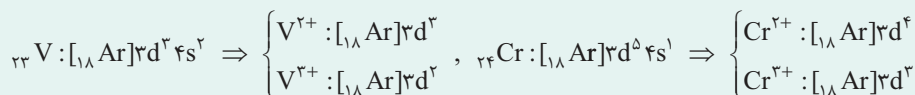
- اغلب فلزهای واسطه در طبیعت به حالت آزاد (عنصری) نیستند و به شکل ترکیب های یونی مانند اکسیدها، کربنات ها و ... یافت می شوند. به طور مثال آهن، دو اکسید طبیعی با فرمول های FeO و Fe_3O_4 دارد.
- رنگ سنگ های قیمتی و شیشه های رنگی، به دلیل وجود برخی کاتیون ها و ترکیب های فلزهای واسطه است. بر شما واجب است! که رنگ سه سنگ قیمتی را بدانید:

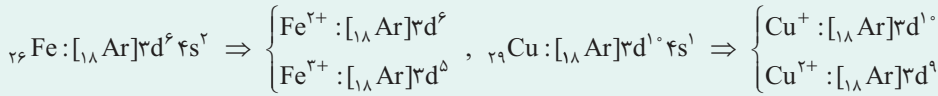


برخی از فلزهای واسطه بیش از یک نوع کاتیون پایدار دارند. اونایی که شما باید بلد باشین! ایناست:

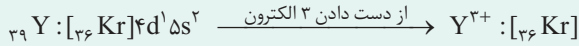
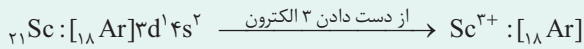
فلز	مس	آهن	کروم	وانادیم
کاتیون و نام آن	Cu^+ : مس (I)	Fe^{2+} : آهن (II)	Cr^{2+} : کروم (II)	V^{2+} : وانادیم (II)
	Cu^{2+} : مس (II)	Fe^{3+} : آهن (III)	Cr^{3+} : کروم (III)	V^{3+} : وانادیم (III)

- اغلب کاتیون های عنصرهای دسته d برخلاف کاتیون های دسته s ، از قاعده هشت تایی پیروی نمی کنند و بدون رسیدن به آرایش الکترونی گاز نجیب، به پایداری می رسند. برای نوشتن آرایش الکترونی یون های عنصرهای واسطه، ابتدا الکترون از زیرلایه ns و سپس از زیرلایه $(n-1)d$ جدا می شود.





● برخی از عنصرهای واسطه، مانند عنصرهای گروه ۳ می‌توانند با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل کاتیون سه بار مثبت، به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود برسند.



توجه اسکاندیم (${}_{21}\text{Sc}$) نخستین فلز واسطه در جدول دوره‌ای است و در وسایل خانه، مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.

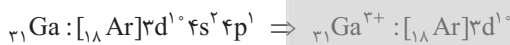
توجه کاتیون حاصل از فلزهای اصلی، اغلب به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسند. *برائید و آنگاه باشید!* که همه فلزهای دسته s (فلزهای گروه اول و دوم) به آرایش پایدار گاز نجیب می‌رسند، اما در بین فلزهای دسته p، فقط Al با تشکیل یون $+3$ به آرایش گاز نجیب می‌رسد و یون‌های فلزهای دیگر *به این اکتفا نائل نمی‌شوند!* مثلاً فلزهای قلع (Sn) و سرب (Pb) کاتیون‌های $+2$ و $+4$ را تشکیل می‌دهند که هیچ‌کدام از آن‌ها به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): عددهای کوانتومی $n = 3$ و $l = 2$ مربوط به زیرلایه $3d$ هستند. علاوه بر فلزهای واسطه مس (${}_{29}\text{Cu}$) و روی (${}_{30}\text{Zn}$)، عنصرهای دسته p دوره چهارم نیز دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه $3d$ اتم خود هستند.

گزینه (۲): اتم اغلب فلزهای واسطه با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند، اما کاتیون حاصل از برخی از فلزهای اصلی نیز به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد؛ مثلاً گالیم (${}_{31}\text{Ga}$) که در گروه ۱۳ جدول دوره‌ای قرار دارد، جزء فلزهای اصلی است، اما با تشکیل کاتیون سه بار مثبت به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد:



نکته

همگی با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند. (نواستون) *باشه همه هشت‌تایی نمی‌شوند.* لیتیم به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیم می‌رسد.

فلزهای دسته s (فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی (به جز بریلیم))

اغلب آن‌ها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

فلزهای دسته d (واسطه)

برخی (تعداد کمی) از آن‌ها (مانند عنصرهای گروه ۳) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

فلز آلومینیم (${}_{13}\text{Al}$) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نئون می‌رسد، اما بقیه آن‌ها (مانند ${}_{31}\text{Ga}$ و ${}_{50}\text{Sn}$) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

فلزهای دسته p

گزینه (۳): *بله دقیقاً!* مثلاً Zn مانند عنصرهای اصلی فقط یک نوع کاتیون (Zn^{2+}) را تشکیل می‌دهد.

گزینه (۴): در دوره چهارم، ۱۰ عنصر واسطه (عنصرهایی با عددهای اتمی ۲۱ تا ۳۰) وجود دارد. در بین این عنصرها، زیرلایه $3d$ در اتم دو عنصر Cr و Mn، نیمه‌پر و ۵ الکترونی و در اتم دو عنصر Cu و Zn، کاملاً پر و ۱۰ الکترونی است. ۲۰ برابر!



۶۷ کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر عنصر A، جزء عنصرهای اصلی و نسبت شمار الکترون‌ها در دو زیرلایه آخر اتم آن برابر با ۳ باشد، به طور حتم در گروه ۱۸ قرار دارد.
- (۲) اگر مجموع (n+1) الکترون‌های ظرفیت در اتم عنصر واسطه B در دوره چهارم برابر با ۵۸ باشد، این عنصر می‌تواند ترکیب‌های B_2O و B_2O_3 را تشکیل دهد.
- (۳) اگر نسبت شمار الکترون‌های ظرفیت دو عنصر اصلی عددی زوج باشد، حداکثر اختلاف شماره گروه آن‌ها در جدول دوره‌ای برابر با ۴ است.
- (۴) عدد اتمی عنصر واسطه X که هم‌دوره با عنصر ${}_{48}Cd$ و هم‌گروه با عنصر ${}_{34}Cr$ می‌باشد، ۳ برابر عدد اتمی شبه‌فلز دوره سوم است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عدد اتمی عنصر ${}_{48}Cd$ بین عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم (${}_{36}Kr$) و گاز نجیب دوره پنجم (${}_{54}Xe$) قرار دارد؛ پس متعلق به دوره پنجم است. از طرفی ${}_{34}Cr$ در گروه ۶ قرار دارد. عدد اتمی عنصر گروه ۶ در دوره پنجم برابر با $36 + 6 = 42$ است. هم‌چنین شبه‌فلز دوره سوم، سیلیسیم (${}_{14}Si$) است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{عدد اتمی } X}{\text{عدد اتمی شبه فلز دوره سوم } ({}_{14}Si)} = \frac{42}{14} = 3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصرهای اصلی در دسته‌های s و p جدول قرار دارند. علاوه بر عنصرهای گروه ۱۸ ($ns^2 np^6$)، در گروه ۲ ($(n-1)p^6 ns^2$) نیز، نسبت شمار الکترون‌های دو زیرلایه آخر برابر با ۳ است.

گزینه (۲): فرمول شیمیایی ترکیب‌های B_2O و B_2O_3 نشان می‌دهد که فلز B کاتیون‌های پایدار B^+ و B^{2+} را تشکیل می‌دهد. در دوره چهارم، فقط مس (${}_{29}Cu$) این ویژگی را دارد. حالا باید ببینیم که آیا مجموع (n+1) الکترون‌های ظرفیتی اتم مس برابر ۵۸ است یا خیر!

$${}_{29}Cu : [Ar] 3d^9 4s^1 \Rightarrow \text{مجموع } (n+1) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = 10 \left(\underbrace{3+2}_{3d} \right) + 1 \left(\underbrace{4+0}_{4s} \right) = 54$$

گزینه (۳): شمار الکترون‌های ظرفیت در عنصرهای اصلی از ۱ تا ۸ است. اگر یکی از عنصرها، متعلق به گروه ۱ و دیگری متعلق به گروه ۱۶ باشد، نسبت شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها ($\frac{6}{1} = 6$)، عددی زوج است، اما اختلاف شماره گروه آن‌ها در جدول دوره‌ای بیشتر از ۴ ($16 - 1 = 15$) می‌باشد.



کدام مورد درست است؟

۶۸

فلز آهن (Fe)

(۱) فلزهای طلا و پلاتین به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های رنگی لابه‌لای خاک یافت می‌شوند.

(۲) فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد، فلزی واسطه است.

(۳) به طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

جزو دسته d جدول دوره‌ای

(۴) در بین نافلزها، فقط اکسیژن و نیتروژن به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

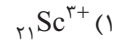
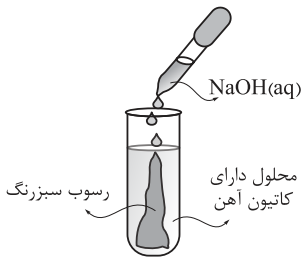
فلز آهن (Fe)، بیشترین مصرف سالانه را در جهان دارد. آهن در گروه ۸ جدول دوره‌ای قرار دارد و جزء فلزهای واسطه (دسته d) است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در میان فلزها، تنها فلز طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

گزینه (۳): انجام شدن یک واکنش شیمیایی، نشان‌دهنده بیشتر بودن واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها است.

گزینه (۴): علاوه بر اکسیژن و نیتروژن، نافلزهای دیگری از جمله گوگرد، کربن، گازهای نجیب و ... نیز به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

۶۹ مطابق شکل زیر، به محلولی دارای کاتیون آهن، محلول سدیم هیدروکسید اضافه شده و رسوب سبزرنگی تشکیل می‌شود. آرایش الکترونی کدام گونه مشابه کاتیون آهن موجود در محلول است؟

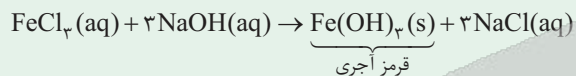
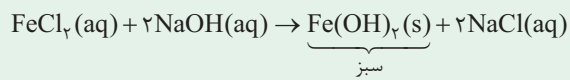


پاسخ: گزینه ۴

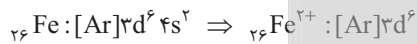
شناسایی یون‌های آهن:

● شناسایی یون Fe^{2+}

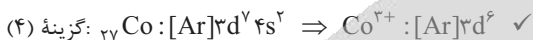
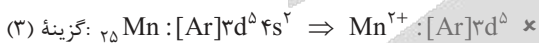
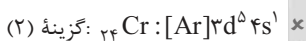
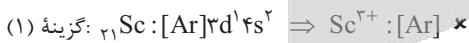
● شناسایی یون Fe^{3+}



تشکیل رسوب سبزرنگ، نشانه وجود کاتیون Fe^{2+} در محلول است. آرایش الکترونی این کاتیون به صورت زیر می‌باشد:



حال بیاید آرایش الکترونی گونه‌های موجود در گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:



پاسخ خیلی تشریحی ✓



درستی یا نادرستی کدام گزینه، با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) با توجه به واکنش پذیری فلزها، استخراج فلز سدیم، دشوارتر از استخراج فلز مس است.
(۲) در واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، تفاوت جرم مولی فراورده‌های تولیدشده، با جرم مولی گاز هیدروژن برابر است.



(۳) خوردگی و فرسایش فلزها، یکی از روش‌های اصلی بازگشت آن‌ها به طبیعت به شکل سنگ معدن است.
(۴) در واکنش ترمیت، یکی از فراورده‌های تولیدشده، آهن مذاب و بار الکتریکی کاتیون‌های موجود در دو سمت معادله واکنش، متفاوت است.



پاسخ: گزینه ۴

گزینه (۴) برخلاف سایر گزینه‌ها، نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): هر چه واکنش پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن فلز دشوارتر خواهد بود. واکنش پذیری فلز قلیایی سدیم از فلز واسطه مس بیشتر است.

گزینه (۲): معادله واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز به صورت روبه‌رو است:



تفاوت جرم مولی C_2H_5OH و CO_2 ، برابر با $44 - 46 = 2$ گرم است. جرم مولی گاز هیدروژن (H_2) نیز برابر با ۲ گرم است.

گزینه (۳): کاملاً درسته!

گزینه (۴): در واکنش ترمیت ($2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 2Fe(l) + Al_2O_3(s)$)، آهن مذاب تولید می‌شود که از آن می‌توان برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده کرد، اما دقت کنید که کاتیون‌های موجود در دو سمت معادله این واکنش (کاتیون‌های Al^{3+} و Fe^{3+})، هر دو دارای بار الکتریکی +۳ هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



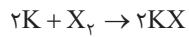
۷۲

از واکنش $1/12$ لیتر هالوژن X_2 در شرایط STP با مقدار کافی پتاسیم، $7/45$ گرم KX تولید می‌شود. هالوژن X در کدام دوره از جدول تناوبی قرار دارد؟ ($F = 19, Cl = 35/5, K = 39, Br = 80, I = 127; g.mol^{-1}$)

(۱) پنجم (۲) چهارم (۳) سوم (۴) دوم

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

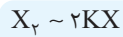


اگر جرم مولی X را M_x گرم بر مول در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$1/12 L X_2 \times \frac{1 \text{ mol } X_2}{22/4 L X_2} \times \frac{2 \text{ mol } KX}{1 \text{ mol } X_2} \times \frac{(39 + M_x) \text{ g } KX}{1 \text{ mol } KX} = 7/45 \text{ g } KX$$

$$\Rightarrow 74/5 = 39 + M_x \Rightarrow M_x = 35/5 \text{ g.mol}^{-1}$$

هالوژن X ، همان کلر ($_{17}Cl$) است که در دوره سوم جدول دوره‌ای قرار دارد.



$$\frac{\text{حجم}}{X_2} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/12}{1 \times 22/4} = \frac{7/45}{2(39 + M_x)}$$

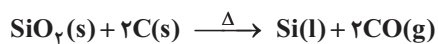
$$\Rightarrow 39 + M_x = 74/5 \Rightarrow M_x = 35/5 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow {}_{17}Cl \Rightarrow \text{دوره سوم جدول دوره‌ای}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په چور دیگه



در واکنش تهیه سیلیسیم مطابق معادله زیر، به ازای مصرف ۸۰ گرم کربن ناخالص، $۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۴}$ مولکول کربن مونوکسید تولید می‌شود. درصد ناخالصی‌ها در نمونه کربن کدام است؟ ($C = ۱۲ \text{ g.mol}^{-1}$)



۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: جرم کربن خالص را حساب می‌کنیم:

$$۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۴} \text{ CO مولکول} \times \frac{۱ \text{ mol CO}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ CO مولکول}} \times \frac{۲ \text{ mol C}}{۲ \text{ mol CO}} \times \frac{۱۲ \text{ g C}}{۱ \text{ mol C}} = ۴۸ \text{ g C خالص}$$

گام دوم: به کمک جرم کل نمونه و جرم کربن خالص، جرم ناخالصی‌ها و درصد جرمی آن‌ها در نمونه کربن را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم ناخالصی‌ها} = \text{جرم کل نمونه} - \text{جرم کربن خالص} = ۸۰ - ۴۸ = ۳۲ \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی ناخالصی‌ها} = \frac{\text{جرم ناخالصی‌ها}}{\text{جرم کل نمونه}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۲}{۸۰} \times ۱۰۰ = ۴۰\%$$

$2C \sim 2CO$

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{۱۰۰} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۸۰ \times X}{۱۰۰} = \frac{۲/۴۰۸ \times ۱۰^{۲۴}}{۱ \times ۱۲} \Rightarrow X = ۶۰\%$$

دقت کنید که سؤال درصد جرمی ناخالصی‌ها را در نمونه اولیه کربن خواسته، نه درصد خلوص کربن را!

$$\text{درصد خلوص} = ۶۰\% \Rightarrow \text{درصد جرمی ناخالصی‌ها} = ۱۰۰ - ۶۰ = ۴۰\%$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په جور دیگه

کول نخوری ✗



کدام مورد، نادرست است؟

۷۵

- ۱) برخی مناطق در اعماق دریاها حاوی سولفید چندین فلز واسطه می‌باشند.
- ۲) گونه‌های فلزی در اعماق دریاها نسبت به ذخایر زمینی سرشارتر هستند.
- ۳) بازیافت فلزها از جمله آهن، سرعت گرمایش جهانی و ردپای کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهد.
- ۴) در استخراج هر تن فلز آهن، سه تن از سنگ معدن آن نیاز است.

پاسخ: گزینه ۴

در کتاب درسی می‌خوانیم که «در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم (یک تن) آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم (دو تن) سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم (یک تن) از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود»؛ یعنی جرم سنگ معدن مورد نیاز، دو برابر جرم آهن تولیدی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اگر مخلوط ۹۶۰ گرم آهن (III) اکسید و ۲۲۸ گرم سدیم اکسید با مقدار لازم کربن در یک ظرف سر باز به طور کامل واکنش دهد، چند درصد از جرم مخلوط باقی مانده را فلز آهن تشکیل خواهد داد؟

($O = 16, Na = 23, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

۷۴ / ۷ (۱)

۵۶ / ۱۲ (۲)

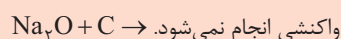
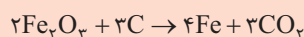
۷۷ / ۴ (۳)

۵۱ / ۶ (۴)

مشاوره نوشتن معادله واکنش‌های شیمیایی، جزء توانایی‌هایی است که لازمه کسب کنید، چون در برخی از سؤال‌ها در کنکور سراسری، معادله‌ها به صورت مستقیم داده نمی‌شود و با اطلاعات موجود در سؤال، خودمان باید این معادله‌ها را بنویسیم.

پاسخ: گزینه ۱

واکنش پذیری کربن از آهن، بیشتر و از سدیم، کم‌تر است؛ بنابراین خواهیم داشت:



با انجام واکنش میان کربن و آهن (III) اکسید، گاز CO_2 تولید شده و از ظرف خارج می‌شود؛ بنابراین مواد باقی مانده در ظرف واکنش، شامل Fe تولید شده و Na_2O واکنش نداده است:

$$\text{جرم Fe تولید شده} = 960 \text{ g } Fe_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{4 \text{ mol } Fe}{2 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{56 \text{ g } Fe}{1 \text{ mol } Fe} = 672 \text{ g } Fe$$

$$\text{جرم Fe تولید شده} + \text{جرم } Na_2O \text{ واکنش نداده} = 672 + 228 = 900 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی Fe} = \frac{\text{جرم Fe}}{\text{جرم کل مخلوط باقی مانده}} \times 100 = \frac{672}{900} \times 100 = \frac{672}{9} \approx 74.7\%$$



به مخلوطی از FeO و Na_2O به وزن ۶ / ۵ گرم با کربن گرما داده می‌شود. اگر گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در شرایط STP، برابر ۳۳۶ میلی‌لیتر حجم داشته باشد، مقدار FeO و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در مخلوط اولیه کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $O = 16, Na = 23, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

(سؤال ۲۴۸ کنکور تهرپی ۹۹ (فاج از کشور))

۲ / ۳ ، ۲ / ۱۶ (۲)

۱ / ۷ ، ۳ / ۱۶ (۴)

۱ / ۷ ، ۲ / ۱۶ (۱)

۲ / ۳ ، ۳ / ۱۶ (۳)



با توجه به مراحل چرخه عمر پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، کدام موارد زیر درست است؟
الف) پایداری مواد خام اولیه کیسه پلاستیکی از پاکت کاغذی کم‌تر است.

ب) توزیع و مصرف آن‌ها برخلاف حمل‌ونقل مواد خام سازنده آن‌ها، باعث آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.

پ) در طی دفن کردن پاکت کاغذی، گاز متان و طی دفن کردن کیسه پلاستیکی، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

ت) در تولید کیسه پلاستیکی نیاز به پالایش نفت خام است و در تولید پاکت کاغذی، برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.

پ، ت (۴)

ب، پ (۳)

الف، ت (۲)

الف، ب (۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جدول زیر مربوط به مراحل چرخه عمر پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی است:

کیسه پلاستیکی	پاکت کاغذی	مراحل چرخه عمر	
نفت خام	درخت	ماده اولیه یا خام چیست؟	تهیه مواد خام و اولیه
ناپایدار - نفت تجدیدنشده است.	نسبتاً پایدار - می‌توان تعداد زیادی درخت کاشت.	پایداری تأمین ماده اولیه و خام	
در استخراج نفت خام، انرژی زیادی مصرف می‌شود.	با بریدن درختان، زیستگاه جانداران زیادی تخریب می‌شود.	تأثیر تولید ماده خام روی محیط زیست	
سبب آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.	آلودگی هوا را به دنبال دارد.	تأثیر حمل‌ونقل ماده خام روی محیط زیست	
در پالایش نفت خام و واکنش پلیمری شدن، انرژی زیادی مصرف می‌شود.	در تولید کاغذ، آب به مقدار زیاد و برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود.	تأثیر روی محیط زیست	تولید
سبب آلودگی هوا می‌شود.	سبب آلودگی هوا می‌شود.	تأثیر حمل و نقل ماده خام روی محیط زیست	توزیع و مصرف
تجزیه نمی‌شود و در زمین برای سالیان طولانی باقی می‌ماند.	تجزیه می‌شود، اما گاز متان تولید می‌کند که آلاینده هوا است.	دفن کردن	دفع
سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.	سبب انتشار گازهای گلخانه‌ای و آلودگی هوا می‌شود.	سوزاندن زباله	
حمل‌ونقل پسماندهای پلاستیکی و ذوب کردن آن‌ها، انرژی مصرف می‌کند و سبب آلودگی هوا می‌شود.	حمل‌ونقل پسماندهای کاغذی سبب آلودگی هوا می‌شود.	بازیافت	

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) *هواستان باشد که* حمل‌ونقل ماده خام کیسه پلاستیکی نیز سبب آلودگی هوا، خاک و آب می‌شود.

پ) کیسه پلاستیکی برخلاف پاکت کاغذی تجزیه نمی‌شود و در زمین برای سالیان طولانی، باقی می‌ماند.



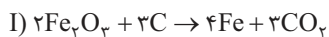
۷۸

مقداری آهن (III) اکسید خالص در واکنش با کربن، ۰/۶ مول گاز و همان مقدار آهن (III) اکسید خالص در واکنش با کربن مونوکسید، ۰/۷۵ مول گاز تولید می‌کند. اگر اختلاف بازده درصدی دو واکنش ۱۵ درصد باشد، جرم آهن (III) اکسید اولیه بر حسب گرم کدام است؟ (O = ۱۶, Fe = ۵۶: g.mol⁻¹)

- ۱۶۰ (۴) ۱۰۶/۶ (۳) ۸۰ (۲) ۵۳/۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش‌های انجام‌شده به صورت زیر است:



جرم Fe_2O_3 مصرف‌شده در دو واکنش را m و بازده درصدی واکنش‌ها را به ترتیب R_1 و R_2 در نظر می‌گیریم:

(I) واکنش: CO_2 مول = $mg Fe_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{R_1}{100} = 0.6 \text{ mol } CO_2 \Rightarrow 3mR_1 = 19200$

(II) واکنش: CO_2 مول = $mg Fe_2O_3 \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{R_2}{100} = 0.75 \text{ mol } CO_2 \Rightarrow 3mR_2 = 12000$

با توجه به اطلاعات سؤال، $R_1 - R_2$ برابر ۱۵ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$3mR_1 - 3mR_2 = 19200 - 12000 = 3m(R_1 - R_2) = 7200 \Rightarrow m = \frac{7200}{3 \times 15} = \frac{1600}{5} = 160 \text{ g } Fe_2O_3$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



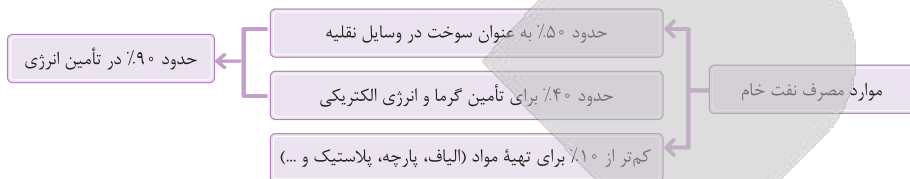
کدام مورد دربارهٔ نفت خام، درست است؟

۷۹

- (۱) مخلوطی از آلکان هاست که با کشف آن، حل مشکلات حمل و نقل و ساخت داروهای جدید میسر شد.
- (۲) هر بشکهٔ آن هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است و اولین نقش نفت خام در دنیای امروزی، تهیهٔ مواد جدید از آن است.
- (۳) به طلای سیاه معروف است و شیمی‌دان‌ها در زمان کشف آن می‌دانستند که از چه مواد سودمندی تشکیل شده است.
- (۴) حدود نیمی از آن به عنوان سوخت و بخش اعظم نیم دیگر برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی به کار می‌رود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینهٔ (۱): نفت خام مخلوطی از هیدروکربن‌های مختلف است؛ نه فقط آلکان‌ها!
- گزینهٔ (۲): هر بشکهٔ نفت خام، هم‌ارز با ۱۵۹ لیتر است، اما نقش اول نفت در دنیای امروزی، تأمین انرژی است؛ نه تهیهٔ مواد جدید!
- گزینهٔ (۳): در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند در این مخلوط چه موادی وجود دارد. بعدها با بررسی نفت خام، موفق به شناسایی برخی مواد سازندهٔ آن، ساختار و رفتار آن‌ها شدند.



با توجه به جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟ ۸۰

ماده	هیدروژن سیانید	اتن	کربن دی اکسید	اتان
مدل				

- (۱) دو ماده، جزء هیدروکربن‌ها هستند.
- (۲) مدل مربوط به کربن دی‌اکسید، مدل گلوله و میله است.
- (۳) در ساختار لوویس ماده‌ای که پیوند سه‌گانه دارد، یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- (۴) در مولکول هر چهار ماده، هر اتم کربن ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده است.

پاسخ: گزینه ۲

مدل مربوط به کربن دی‌اکسید، مدل فضاپرکن است؛ نه گلوله و میله!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به طور کلی برای نمایش یک مولکول، می‌توان از ۳ مدل زیر استفاده کرد:



مثال	توضیح	روش نمایش
$H-C \equiv N:$ هیدروژن سیانید	جفت الکترون‌های پیوندی به صورت دو نقطه و با خط نمایش داده می‌شوند. همچنین جفت الکترون‌های ناپیوندی اتم‌ها نیز نشان داده می‌شوند.	ساختار لوویس
 اتین	هر یک از اتم‌ها به شکل گلوله و پیوند بین آن‌ها به شکل میله نشان داده می‌شود. در این روش، پیوندهای دوگانه و یا سه‌گانه را نیز می‌توان نشان داد.	مدل گلوله و میله
 اتین	اتم‌ها به صورت کره‌های در هم فرو رفته نمایش داده می‌شوند. در این مدل، نمی‌توان پیوندهای دوگانه و سه‌گانه را نشان داد.	مدل فضاپرکن

بررسی سایر گزینه‌ها:

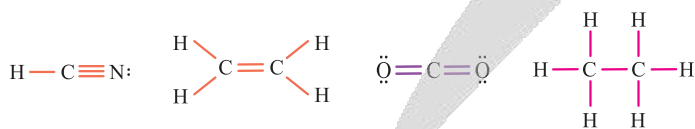
گزینه (۱): هیدروکربن‌ها (C_xH_y)، فقط از دو عنصر کربن و هیدروژن ساخته شده‌اند. اتن (C_2H_4) و اتان (C_2H_6)، جزء هیدروکربن‌ها هستند.

گزینه (۳): در ساختار لوویس هیدروژن سیانید (HCN)، پیوند سه‌گانه وجود دارد:



همچنین در ساختار لوویس این ماده، یک جفت الکترون ناپیوندی نیز روی اتم N وجود دارد.

گزینه (۴): ساختار لوویس هر چهار ماده را ببینید:



مشاهده که در ساختار لوویس هر چهار مولکول، همه اتم‌های کربن چهار پیوند اشتراکی با سایر اتم‌ها تشکیل داده‌اند.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

