

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



آزمون آزمایشی خیلی سبز



پایه دهم

مرحله پنجم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۴۰۴/۰۷/۰۴

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	دهم
ریاضی (۱)	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه	فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۴۴
هندسه (۱)	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۱ و ۲ (درس ۱) صفحه ۹ تا ۳۳
فیزیک (۱)	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ و ۲ صفحه ۱ تا ۵۲
شیمی (۱)	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه	فصل ۱ (تا ابتدای تبدیل اتمها به یونها) صفحه ۱ تا ۳۸
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
ریاضی (۱)	طراحان: عادل حسینی - مصطفی دیداری - محمدرضا راسخ - محمد گودرزی حسین نادری کارشناسان علمی: سجاد داوطلب - فرشاد حسن زاده	عادل حسینی
هندسه (۱)	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سیدعباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
فیزیک (۱)	طراحان: علیرضا جباری - مسعود خندانی - رضا سبزمیدانی - محمد کاظم منشادی محمدرضا یاری کارشناسان علمی: علیرضا جباری - سعید محبی	رضا سبزمیدانی - علیرضا جباری
شیمی (۱)	طراحان: معصومه سعیدی - یاسر عبداللهی - وحید فارسیان کارشناس علمی: مرتضی نصیرزاده	معصومه سعیدی - وحید فارسیان

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانپور

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینی گزینشگر، نوع صفحه آرایی، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.



ریاضی دهم

۱- عدد $4k - 1$ عضو بازه $(1, k + 2)$ است. عدد k به کدام بازه تعلق دارد؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 1]$ (۲) $(0, \frac{1}{3}]$ (۳) $(1, \frac{2}{3}]$ (۴) $(-\frac{1}{3}, 0]$

۲- سه مجموعه ناتهی A ، B و C در یک مجموعه مرجع تعریف شده‌اند. اگر $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ باشد، متمم مجموعه $A - (B - C)$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $A \cup B \cup C$ (۲) $(A \cup B) \cap C$
 (۳) $A \cup (B \cap C)$ (۴) $(A \cup B) - C$

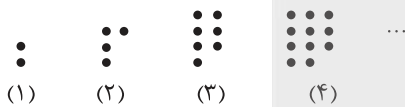
۳- $\frac{3}{4}$ از اعضای مجموعه A با $\frac{1}{3}$ از اعضای مجموعه B مشترک هستند. اگر اجتماع این دو مجموعه ۲۰ عضو داشته باشد، اشتراک آن‌ها چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۴- الگوی x_n با جمله عمومی $x_n = (2a - 1)n^2 + an - \frac{3a}{4}$ خطی است. در این الگو، x_6 کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{17}{8}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) ۳

۵- با توجه به الگوی شکل‌های زیر، شکل بیستم شامل چند دایره است؟



- (۱) ۲۰۹
 (۲) ۲۱۰
 (۳) ۲۱۱
 (۴) ۲۱۲

۶- در کدام دنباله هندسی، جمله سیزدهم، ۱۶ برابر جمله نهم است؟

- (۱) $2, \frac{1}{2}, \dots$ (۲) $1, -2, \dots$
 (۳) $1, -3, \dots$ (۴) $2, 6, \dots$

۷- t_n جمله عمومی یک دنباله حسابی است. اگر $12t_7 = 5(t_1 + t_2 + t_3) + 18$ باشد، t_5 کدام است؟

- (۱) $-18/6$ (۲) ۱۵ (۳) -15 (۴) $18/6$

۸- تعداد اعداد چهاررقمی مضرب ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۶۹۳ (۲) ۶۹۲ (۳) ۶۹۱ (۴) ۶۹۰

محل انجام محاسبات

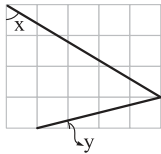
۹- جمله‌های چهارم و هفتم یک دنباله هندسی، به ترتیب ۱۲ و ۹۶ است. مجموع جمله اول و قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۴

۱۰- شخصی به فاصله ۳ متر از یک درخت ایستاده است و با زاویه 60° نسبت به افق به بالاترین نقطه درخت نگاه می‌کند. اگر ارتفاع چشم‌های این شخص از سطح زمین $\frac{1}{8}$ متر باشد، ارتفاع درخت تقریباً چند متر است؟ ($\sqrt{3} \approx 1.7$)

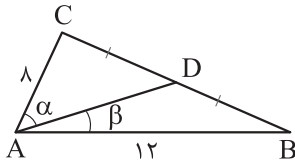
- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{8}{2}$
(۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{6}{9}$

۱۱- در شکل زیر، مربع‌های کوچک هم‌نهشت هستند. حاصل $\tan x + \cot y$ کدام است؟



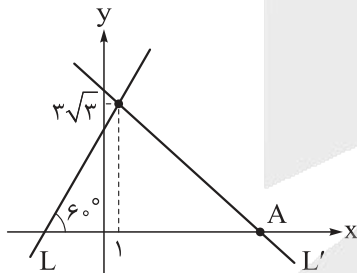
- (۱) $\frac{17}{3}$ (۲) $\frac{23}{12}$
(۳) $\frac{23}{5}$ (۴) $\frac{17}{20}$

۱۲- در شکل زیر، AD میانه وارد بر ضلع BC است. حاصل $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۳- در شکل زیر، دو خط L و L' بر هم عمود هستند. طول نقطه A کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱۰
(۳) $10\sqrt{3}$ (۴) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

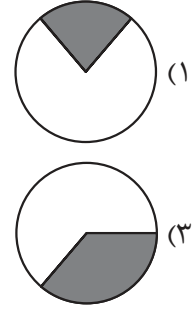
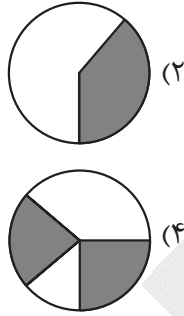
۱۴- نقطه P با عرض $-\frac{1}{3}$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات، انتهای کمان θ روی دایره مثلثاتی است. حاصل

کدام است؟ $\frac{\tan \theta}{\tan \theta + \cos \theta}$

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۵- برای کمان x در دایره مثلثاتی، روابط $\sin x < \cos x$ و $|\tan x| > \cot x$ برقرار است. انتهای کمان x در کدام ناحیه قرار می‌گیرد؟



۱۶- فرض کنید انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، به طوری که $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ باشد. $\cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۷- اگر $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{82}{9}$

۱۸- اگر $\tan x = \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{13}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{6}{13}$ (۴) $\frac{5}{24}$

۱۹- زاویه θ کدام باشد تا تساوی $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{1 - 2 \sin \theta \cos \theta}$ برقرار باشد؟

- (۱) 70° (۲) 130° (۳) 190° (۴) 250°

۲۰- اگر $\cos \alpha = 3 \sin \alpha$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{1}{9}$

محل انجام محاسبات

هندسه دهم

۲۱- چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC می توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و ضلع AB به ترتیب ۴ و ۶ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۲- کدام قضیه زیر، قضیه‌ای دوشرطی است؟

- (۱) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، مساحت‌های آن دو مثلث با هم برابرند.
 (۲) اگر دو زاویه قائمه باشند، آن دو زاویه با هم برابرند.
 (۳) اگر دو زاویه مثلثی نابرابر باشند، زاویه‌ای که بزرگ‌تر است، ضلع مقابلش نیز بزرگ‌تر است.
 (۴) اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت و نامساوی، برابر ۶۴ باشد، دست کم یکی از آن‌ها بزرگ‌تر از ۸ است.

۲۳- محیط یک پنج‌ضلعی ۱۴۴ و اضلاع آن با اعداد ۲، ۴، ۵، ۶ و ۷ متناسب هستند. طول کوچک‌ترین ضلع این

پنج‌ضلعی کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۲۴- در مثلثی به مساحت ۱۶، اگر مجموع طول سه ارتفاع مثلث برابر ۹ باشد، مجموع معکوس‌های طول سه ضلع مثلث

کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{32}{9}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{9}{32}$

۲۵- اگر b واسطه هندسی ۲ و ۸ و a واسطه هندسی ۹ و b باشد، مقدار مثبت واسطه هندسی a و b کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۶

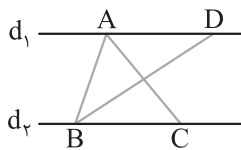
۲۶- در مثلث ABC، نقطه M وسط ضلع BC قرار دارد. اگر $AB = 5$ و $AC = 6$ باشد، کدام نامساوی برای محدوده

طول پاره خط AM درست است؟

- (۱) $0 < AM < 5/5$ (۲) $0 < AM < 4$
 (۳) $1 < AM < 6$ (۴) $2 < AM < 8$

۲۷- در شکل زیر، دو خط d_1 و d_2 موازی و فاصله نقطه A از خط d_2 برابر ۴ است. اگر $BC = 3$ و $BD = 6$ باشد،

فاصله نقطه C از پاره خط BD کدام است؟



- (۱) $1/5$ (۲) ۲
 (۳) $2/5$ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

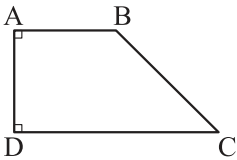
۲۸- در مثلث ABC که در آن $AB > BC$ و $\hat{B} = 66^\circ$ است، عمود منصف ضلع AC ، ضلع AB را در نقطه P قطع می‌کند. اگر $\hat{BCP} = 44^\circ$ باشد، اندازه زاویه A چند درجه است؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۳۵
(۳) ۳۷
(۴) ۳۸

۲۹- در مثلث مختلف‌الاضلاع ABC ، نیمساز زاویه داخلی A ، نیمساز زاویه خارجی رأس B را در نقطه O قطع می‌کند. کدام گزینه درست است؟

- (۱) نقطه O از BC و امتداد AB به یک فاصله است، ولی از امتداد AC به همان فاصله نیست.
(۲) نقطه O از دو رأس B و C به یک فاصله است، ولی فاصله‌اش از رأس A متفاوت است.
(۳) نقطه O از BC و امتداد AC به یک فاصله است، ولی از امتداد AB به همان فاصله نیست.
(۴) نقطه O از هر سه ضلع مثلث ABC یا امتداد آن‌ها به یک فاصله است.

۳۰- در دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ مطابق شکل زیر، $AB = 12$ ، $CD = 24$ و $BC = 15$ است. اگر نیمسازهای زوایای B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند، فاصله نقطه O از ضلع BC کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۵
(۳) ۴/۵
(۴) ۴



فیزیک دهم

۳۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) مدل سازی در فیزیک، فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آنقدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

ب) در مدل سازی حرکت یک توپ پرتاب شده، می توان مقاومت هوا و نیروی گرانش زمین را نادیده گرفت.

پ) ویژگی آزمون پذیری و اصلاح نظریه های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است.

ت) در مدل سازی هل دادن یک یخچال، می توان یخچال را به صورت یک ذره در نظر گرفت.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- کدام یک از یکاهای فرعی زیر بر حسب یکاهای اصلی به درستی بیان نشده است؟

- ۱) نیوتون، $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ ۲) پاسکال، $\frac{kg}{m \cdot s^2}$ ۳) وات، $\frac{kg \cdot m}{s^3}$ ۴) ژول، $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

۳۳- یکای کمیت فرعی A در رابطه «انرژی = $\frac{A^2}{جرم}$ » در کدام گزینه درست بیان شده است؟

- ۱) N.s ۲) $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ ۳) W.m ۴) Pa.m

۳۴- کدام یک از تبدیل یکاهای زیر، نادرست است؟

- ۱) $9109 \times 10^{-28} mg = 9 / 109 \times 10^{-31} kg$ ۲) $540 \mu m = 5 / 40 \times 10^{-1} mm$
 ۳) $280 cm^2 = 2 / 80 m^2$ ۴) $1 \times 10^{-9} s = 1 \times 10^{-6} ms$

۳۵- جرم جسمی توسط چهار ترازوی رقمی متفاوت، اندازه گیری شده است. در کدام یک از گزینه های زیر، جرم گزارش شده، دقت اندازه گیری بیشتری دارد؟

- ۱) ۴ / ۵۲ kg ۲) ۴۵۲۰ g
 ۳) $4 / 520 \times 10^9 \mu g$ ۴) $4 / 5200 \times 10^6 mg$

۳۶- جرم کره A به شعاع خارجی R و شعاع داخلی $\frac{R}{4}$ ، برابر جرم کره توپر B به شعاع R است. چگالی ماده سازنده کره A چند برابر چگالی ماده سازنده کره B است؟

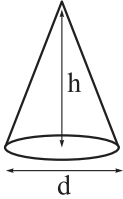
- ۱) ۳ / ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۱۰ / ۵

محل انجام محاسبات

۳۷- یک کره فلزی توخالی به شعاع خارجی 50 cm و شعاع داخلی 40 cm از فلزی به چگالی 5 g/cm^3 ساخته شده است. اگر فضای داخلی کره را با ماده‌ای به چگالی $2/5 \text{ g/cm}^3$ پر کنیم، در این حالت چگالی کره چند واحد SI خواهد شد؟ ($\pi = 3$)

- (۱) 3400 (۲) 3720 (۳) 6280 (۴) 6600

۳۸- مطابق شکل، یک مخروط فلزی توپر از ماده‌ای به چگالی 18000 kg/m^3 ساخته شده است. جرم این مخروط چند کیلوگرم است؟ ($\pi = 3, h = d = 20 \text{ cm}$)



- (۱) 36 (۲) 9 (۳) $3/6$ (۴) $9/0$

۳۹- آلیاژی به چگالی $2/16 \text{ g/cm}^3$ و حجم 5 cm^3 از طلا و مس تشکیل شده است. اگر چگالی طلای خالص را 18 g/cm^3 و چگالی مس را 9 g/cm^3 در نظر بگیریم، چند گرم مس در ساخت این آلیاژ استفاده شده است؟

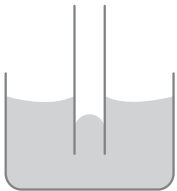
- (۱) 9 (۲) 27 (۳) 54 (۴) 72

۴۰- در بین عبارتهای زیر، چند مورد نادرست وجود دارد؟

- (الف) فلزات نیز در شرایطی، ویژگی‌های جامد بی‌شکل از خود بروز می‌دهند.
 (ب) فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان است.
 (پ) ذرات سازنده مواد، همواره در حرکت‌اند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند.
 (ت) ذرات جسم جامد به سبب نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند.

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۴۱- شکل مقابل، یک لوله شیشه‌ای مویین را نشان می‌دهد.



- (۱) تمیز در آب
 (۲) با سطح داخلی چرب‌شده در آب
 (۳) تمیز در جیوه
 (۴) با سطح خارجی چرب‌شده در جیوه

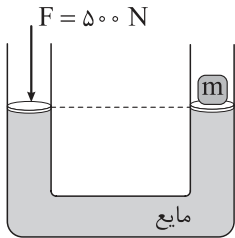
۴۲- اگر فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزنی برابر با 19 kPa باشد، فشار مطلق گاز درون مخزن چند میلی‌متر جیوه است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) 500 (۲) 625 (۳) 750 (۴) 875

محل انجام محاسبات



۴۳- در شکل زیر، مساحت مقطع لوله در هر دو طرف 50 cm^2 است. با وارد کردن نیروی 500 نیوتونی به پیستون سمت چپ، وزنه شاخه سمت راست 10 cm بالا می‌رود و تعادل برقرار می‌شود. m چند کیلوگرم است؟ ($\rho_{\text{مایع}} = 2 \text{ g/cm}^3$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$ و جرم پیستون‌ها یکسان است.)



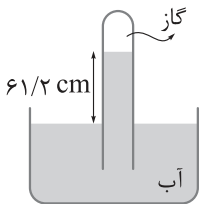
۴۸ (۱)

۴۶ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

۴۴- در شکل زیر، فشار گاز جمع شده در انتهای لوله، 71 cmHg است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف $61/2 \text{ cm}$ باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)



۷۵ (۱)

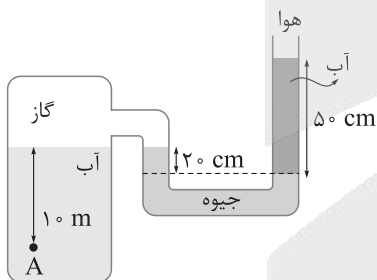
۷۵/۵ (۲)

۷۶ (۳)

۷۶/۵ (۴)

۴۵- در شکل زیر، اگر فشار هوای محیط 10^5 Pa باشد، فشار در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$)



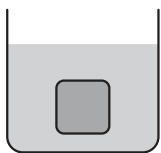
۱۰۸/۲ (۱)

۸۷/۸ (۲)

۱۷۷/۸ (۳)

۱۴۸/۲ (۴)

۴۶- مطابق شکل، مکعبی درون یک مایع، غوطه‌ور و در حال تعادل است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد آن نادرست است؟



(۱) چگالی جسم با چگالی مایع برابر است.

(۲) اندازه نیروی ناشی از فشار مایع بر وجه پایینی آن، بیشتر از وجه بالایی است.

(۳) نیروی شناوری وارد بر مکعب بالاسو است.

(۴) هر جسمی که از این مکعب وزن بیشتری داشته باشد، درون این مایع ته‌نشین می‌شود.

محل انجام محاسبات

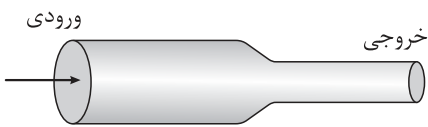
۴۷- اگر جریان خون در یک رگ، به قسمتی برسد که قطر مقطع آن نصف سایر قسمت‌های رگ باشد، تندی جریان خون چند برابر شده و فشار آن چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ۴، کاهش (۲) ۴، افزایش (۳) $\frac{1}{4}$ ، کاهش (۴) $\frac{1}{4}$ ، افزایش

۴۸- از یک لوله افقی انتقال آب، در هر دقیقه ۴۰۰۰ لیتر آب با تندی 8 km/h می‌گذرد. قطر مقطع این لوله چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)

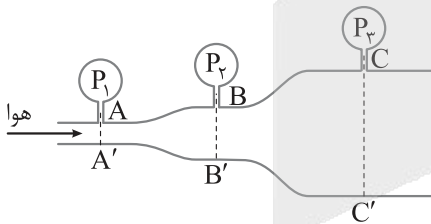
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۳۶

۴۹- در شکل زیر، قطر مقطع ورودی لوله، $\frac{1}{5}$ برابر قطر مقطع خروجی آن است. اگر اختلاف تندی حرکت آب در این دو مقطع برابر با 10 m/s باشد، تندی آب در مقطع خروجی چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۸

۵۰- در شکل زیر، هوا به طور پیوسته درون لوله افقی در جریان است. براساس، کم‌ترین تندی هوا در مقطع است و براساس، فشارسنج در این مقطع عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



- (۱) معادله پیوستگی، AA' ، اصل برنولی
 (۲) معادله پیوستگی، CC' ، اصل برنولی
 (۳) اصل برنولی، AA' ، معادله پیوستگی
 (۴) اصل برنولی، CC' ، معادله پیوستگی

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۵۱- کدام مورد به یقین، درست است؟

- (۱) اتم‌هایی که در شمار نوترون با یکدیگر تفاوت دارند، ایزوتوپ هم هستند.
- (۲) تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم، کم‌تر از تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی کلر است.
- (۳) هر چه نسبت شمار نوترون به پروتون در هستهٔ اتمی بیشتر باشد، آن اتم به یقین ناپایدارتر است.
- (۴) درصد فراوانی عنصرهای گوگرد و اکسیژن در سیارهٔ زمین، بیشتر از سیارهٔ مشتری است.

۵۲- کدام مقایسه دربارهٔ شمار نوترون‌های اتم‌های داده‌شده درست است؟

- (۱) ${}_{18}^{40}\text{Ar} > {}_{19}^{39}\text{K} > {}_{20}^{44}\text{Ca} > {}_{21}^{47}\text{Sc}$
- (۲) ${}_{29}^{59}\text{Cu} > {}_{18}^{40}\text{Ar} > {}_{25}^{53}\text{Mn} > {}_{17}^{35}\text{Cl}$
- (۳) ${}_{52}^{127}\text{Te} > {}_{50}^{120}\text{Sn} > {}_{48}^{112}\text{Cd} > {}_{53}^{115}\text{I}$
- (۴) ${}_{52}^{127}\text{Te} > {}_{50}^{120}\text{Sn} > {}_{29}^{59}\text{Cu} > {}_{27}^{58}\text{Co}$

۵۳- درستی یا نادرستی کدام گزینه با درستی یا نادرستی عبارت زیر، متفاوت است؟

«در یک نمونهٔ طبیعی از عنصر هیدروژن، درصد فراوانی ایزوتوپ ${}^1_1\text{H}$ ، بیش از ۹۰ درصد و درصد فراوانی ایزوتوپ ${}^2_1\text{H}$ بسیار ناچیز است.»

(۱) پس از مهبانگ، در فشارها و دماهای بالا، با متراکم‌شدن گازهای هیدروژن و هلیوم، مجموعه‌ای گازی به نام سحابی به وجود آمد.

(۲) مطالعهٔ کیهان به‌ویژه سامانه‌های خورشیدی برای دریافت پاسخ قانع‌کننده به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است»، کمک شایانی می‌کند.

(۳) جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای، جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ هر عنصر است.

(۴) نماد سه عنصر آرگون، طلا و آلومینیم با حرف A آغاز می‌شود.

۵۴- عنصر X دارای سه ایزوتوپ ${}^{100}\text{X}$ ، ${}^{101}\text{X}$ و ${}^{102}\text{X}$ است. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ دوم، چهار برابر درصد فراوانی

ایزوتوپ اول و درصد فراوانی ایزوتوپ سوم، برابر با تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ اول و دوم باشد، جرم اتمی میانگین X کدام است؟ (عدد جرمی را معادل با جرم اتمی در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱۰۰/۷۵
- (۲) ۱۰۱/۲۵
- (۳) ۱۰۱/۷۵
- (۴) ۱۰۱/۵

محل انجام محاسبات

۵۵- کدام موارد زیر درست است؟

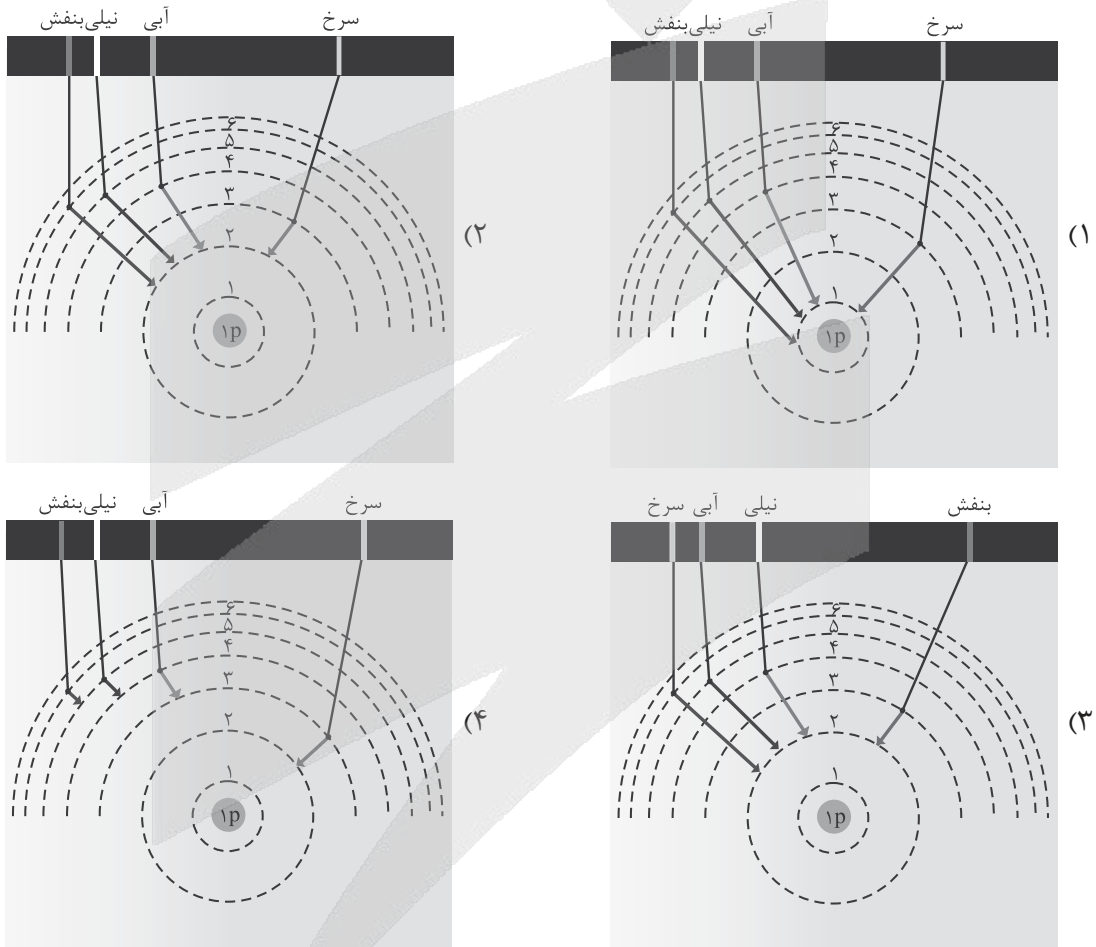
- (الف) در اتم هیدروژن، طول موج پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایه پنجم به سوم بیشتر از 700nm است.
 (ب) الکترون‌های یک اتم با جذب انرژی، به لایه‌های بالاتر یا پایین‌تر از حالت پایه انتقال می‌یابند.
 (پ) تفاوت انرژی نور نشرشده از فلز سدیم با فلز لیتیم در شعله، بیشتر از این تفاوت در فلز مس با فلز لیتیم است.
 (ت) دلیل منحصربه‌فرد بودن طیف نشری خطی هر عنصر، متفاوت بودن انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عناصر مختلف است.

(۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

۵۶- اگر شمار نوترون‌های ${}^{90}\text{E}$ ، $1/25$ برابر شمار پروتون‌های چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای باشد، اتم E دارای چند الکترون ظرفیتی است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۵۷- کدام شکل، چگونگی ایجاد خطوط مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن را به درستی نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۵۸- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

- حداکثر مقدار برای عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های یک لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی n ، برابر n است.
 - a آمین نوع زیرلایه یک اتم دارای عدد کوانتومی فرعی برابر a است.
 - حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه، از چهار برابر عدد کوانتومی فرعی آن، ۲ واحد بزرگ‌تر است.
 - شمار عنصرهای موجود در دوره چهارم جدول تناوبی، برابر با حداکثر گنجایش چهارمین لایه الکترونی است.
- (۱) درست - درست - درست - درست (۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست
 (۳) درست - نادرست - نادرست - درست (۴) نادرست - درست - نادرست - نادرست

۵۹- شمار اتم‌ها در $2/95$ گرم از عنصر X ۲۶ با شمار اتم‌ها در $0/8$ گرم گاز اکسیژن برابر است. شمار نوترون‌های اتم عنصر X کدام است؟ (عدد جرمی را برابر با جرم مولی در نظر بگیرید و عدد جرمی و عدد اتمی اکسیژن به ترتیب برابر با ۱۶ و ۸ است.)

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۳ (۳) ۵۹ (۴) ۲۸

۶۰- کدام موارد زیر درست هستند؟

- (الف) در یک اتم، لایه اول و دوم یکپارچه هستند و حداکثر گنجایش این لایه‌ها به ترتیب برابر ۲ و ۸ الکترون است.
 (ب) یکی از راه‌های تعیین آرایش الکترونی اتم‌ها، تعیین دقیق طول موج‌ها در طیف نشری خطی آن‌هاست.
 (پ) طبق مدل کوانتومی، الکترون میان دو لایه، انرژی معین و تعریف‌شده‌ای ندارد.
 (ت) انرژی در مقیاس میکروسکوپی، پیوسته و در مقیاس ماکروسکوپی، گسسته است.

- (۱) الف - ب (۲) الف - پ
 (۳) ب - پ (۴) ب - ت

۶۱- بین نخستین عنصر دسته p و عنصری که در گروه ۷ و دوره پنجم جدول تناوبی قرار دارد، چند عنصر (به لحاظ عدد اتمی) وجود دارد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۳۷ (۴) ۳۸

۶۲- توصیف زیر نشان‌دهنده یکی از عنصرهای جدول تناوبی است. کدام مطلب در مورد آن درست است؟

- «عنصری که اختلاف عدد اتمی آن با عدد اتمی فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین برابر با ۵ است و شمار الکترون‌ها در آخرین لایه الکترونی اشغال‌شده اتم آن، برابر با عدد کوانتومی فرعی زیرلایه f است.»
 (۱) عنصری از گروه ۱۳ جدول تناوبی عنصرها بوده که دارای ۱۳ الکترون با $l = 1$ است.
 (۲) دارای ۱۰ الکترون با $n + l = 5$ است.
 (۳) عنصری از دسته d جدول دوره‌ای است که بار یون پایدار آن در ترکیب‌هایش همانند کاتیون آلومینیم است.
 (۴) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن، نصف شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال‌شده اتم M ۱۷ است.

۶۳- نماد الکترون به صورت است و جرم این ذره زیراتمی در مقیاس جرم اتمی به تقریب برابر است.

$$\begin{array}{ll} (۱) e^{-1}, \frac{1}{۲۰۰۰} & (۲) e^{-1}, ۰/۰۰۰۵ \\ (۳) e^{-1}, ۰/۰۰۰۵ & (۴) e^{-1}, \frac{1}{۲۰۰} \end{array}$$

۶۴- عنصرهای A و B به ترتیب اولین و دومین عنصر جدول دوره‌ای هستند که آرایش الکترونی اتم آن‌ها از قاعده آفا پیروی نمی‌کند. با توجه به این عناصر، کدام مورد درست است؟

- (۱) در آرایش الکترونی اتم هر دو عنصر، دو زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد.
- (۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم B برخلاف A، با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم هیچ عنصری از دوره چهارم برابر نیست.
- (۳) تفاوت شمار الکترون‌ها با $I = 1$ در اتم دو عنصر برابر ۵ است.
- (۴) نسبت شمار زیرلایه‌های اشغال شده به شمار لایه‌های الکترونی پر شده در B بیشتر از A است.

۶۵- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) اورانیم (U_{92})، عنصری از دسته f جدول دوره‌ای است.
- (۲) عنصر تکنسیم (Tc_{43})، در تصویربرداری از غده تیروئید کاربرد دارد.
- (۳) از فراوان‌ترین ایزوتوپ اورانیم، به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.
- (۴) در فرایند تشخیص توده سرطانی، هم گلوکز معمولی و هم گلوکز نشان‌دار در اطراف توده، تجمع می‌یابند.

۶۶- اگر در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری ۲ الکترون وجود داشته باشد، کدام مورد به یقین درباره آن درست است؟

- (۱) در گروه ۲ جدول دوره‌ای قرار دارد.
- (۲) واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.
- (۳) متعلق به دسته p جدول دوره‌ای است.
- (۴) عدد اتمی آن، عددی زوج است.

۶۷- با کدام گزینه زیر، مفهوم علمی جمله داده شده به درستی کامل نمی‌گردد؟

«در میان عنصرهای سه دوره اول جدول تناوبی،»

- (۱) شمار عنصرهای دسته p که در طبیعت به صورت یون تک‌اتمی در ترکیبات یافت می‌شوند، کم‌تر از شمار عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی است
- (۲) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه اتم همه عنصرها با شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها، برابر است
- (۳) شمار عنصرهایی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود الکترون جفت شده دارند، بیشتر از عنصرهایی است که فاقد الکترون جفت شده هستند
- (۴) آرایش الکترونی کاتیون پایدار همه فلزها، شبیه آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود است

محل انجام محاسبات

۶۸- اگر شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه الکترونی در اتم X از دسته d جدول تناوبی، برابر با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم Z از دسته s باشد، کدام مورد نادرست است؟ (هر دو عنصر در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند.)
 (۱) تفاوت عدد اتمی X و Z نمی‌تواند برابر با ۴ یا ۹ باشد.

(۲) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X، می‌تواند با شمار زیرلایه‌های اشغال‌شده اتم Z، برابر باشد.

(۳) شمار عنصرهای بین دو اتم X و Z در جدول تناوبی، حداکثر برابر با ۹ است.

(۴) اگر اتم X هم‌گروه با نخستین عنصر ساخته شده در واکنشگاه هسته‌ای باشد، هر دو عنصر X و Z یک زیرلایه نیمه‌پر در آرایش الکترونی خود دارند.

۶۹- کدام مورد درباره گازهای نجیب، درست است؟

(۱) کاملاً واکنش‌ناپذیر هستند و در هیچ واکنش شیمیایی شرکت نمی‌کنند.

(۲) در طبیعت به شکل گازهای تک‌اتمی یافت می‌شوند.

(۳) همگی به دسته p جدول تناوبی تعلق دارند.

(۴) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام، از لامپ حاوی سومین عنصر این گروه استفاده می‌شود.

۷۰- در مخلوطی از مولکول‌های CO_2 ، H_2O و N_2 به جرم ۹۵ گرم، $30/1 \times 10^{23}$ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر شمار

اتم‌های نیتروژن چهار برابر شمار اتم‌های کربن باشد، درصد مولی گاز نیتروژن در این مخلوط کدام است؟

($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۳۵ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۵ (۱)

محل انجام محاسبات

پاسخ نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۲:۳۰ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سوالات این آزمون را می توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

مرحله پنجم

پایه دهم

۱۴۰۴/۰۷/۰۷

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی - مصطفی دیداری - محمدرضا راسخ - محمد گودرزی - حسین نادری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری
فیزیک	علیرضا جباری - مسعود خندانی - رضا سبزمیدانی - محمدکاظم منشادی - محمدرضا یاری
شیمی	معصومه سعیدی - یاسر عبداللہی - وحید فارسیان

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	عادل حسینی	عادل حسینی	محمدرضا راسخ	فرشاد حسن زاده سجاد داوطلب	محمد مهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی	ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	مسعود خندانی	علیرضا جباری سعید محبی	مریم گلی حسن لو بیبا غیاثوند سعید محبی امیر محمودی انزلی
شیمی	معصومه سعیدی	وحید فارسیان	وحید فارسیان	مرتضی نصیرزاده	یلدا رزاق زاده پارسا طاهری منزہ آرمین عظیمی متین قنبری

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاجانپور





آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی یاری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی الهه صفری - زهرا صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - مهرآسا قدیری نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخانی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد مائده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهديه گل پور - دریا لطفی





۱

عدد $4k - 1$ عضو بازه $(1, k + 2)$ است. عدد k به کدام بازه تعلق دارد؟

- (۱) $(\frac{1}{4}, 1)$ (۲) $(0, \frac{1}{4})$
 (۳) $(1, \frac{3}{4})$ (۴) $(-\frac{1}{4}, 0)$

پاسخ: گزینه ۱

این که به عدد عضو به بازه باشد، یعنی از سر باز بازه بزرگتره و از سر بسته بازه کوچکتر یا مساویه. این دوتا شرط رو به شکل نامعادله بنویس و حلشون کن.

Hint

دکترس Box

انواع بازه:

بازه، زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی (\mathbb{R}) است، که تمام اعداد بین دو نقطه را شامل می‌شود. فرض کنید $a < b$.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم باز	$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
باز	$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	

تبدیل نمایش بازه‌ای به نامعادله:

هر بازه روی محور اعداد حقیقی را می‌توان به صورت یک نامعادله ریاضی نمایش داد. در جدول زیر، خلاصه این روابط آمده است.

نمایش بازه‌ای	نمایش ریاضی (نامعادله)
$x \in (a, b)$	$a < x < b$
$x \in [a, b]$	$a \leq x \leq b$
$x \in [a, b)$	$a \leq x < b$
$x \in (a, b]$	$a < x \leq b$
$x \in (a, +\infty)$	$x > a$
$x \in [a, +\infty)$	$x \geq a$
$x \in (-\infty, a)$	$x < a$
$x \in (-\infty, a]$	$x \leq a$

گام اول: ابتدا برای این که بازه مورد نظر تعریف شده باشد؛ باید:

$$k + 2 > 1 \Rightarrow k > -1$$

گام دوم: حال برای این که عدد $4k - 1$ عضو بازه ما باشد، باید نامساوی زیر نیز برقرار باشد:

$$1 < 4k - 1 \leq k + 2 \Rightarrow \begin{cases} 4k - 1 > 1 \Rightarrow k > \frac{1}{2} \\ 4k - 1 \leq k + 2 \Rightarrow k \leq 1 \end{cases} \quad \cap \rightarrow \quad \frac{1}{2} < k \leq 1$$

گام سوم: از اشتراک دو محدوده به دست آمده، داریم:

$$k \in (-1, +\infty) \cap (\frac{1}{2}, 1] \Rightarrow k \in (\frac{1}{2}, 1]$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



سه مجموعهٔ ناتهی A ، B و C در یک مجموعهٔ مرجع تعریف شده‌اند. اگر $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ باشد، متمم مجموعهٔ $A - (B - C)$ کدام مجموعه است؟

$$(A \cup B) \cap C \quad (۲)$$

$$A \cup B \cup C \quad (۱)$$

$$(A \cup B) - C \quad (۴)$$

$$A \cup (B \cap C) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینهٔ ۴

شرطی که اول سؤال داده، یعنی مجموعهٔ A هیچ اشتراکی با اجتماع B و C ندارد. به نمودار ون بکش که این شرط رو نشون بده، بعد ناحیه‌های مختلف رو شماره‌گذاری کن و عبارتی که خواسته شده رو مرحله‌به‌مرحله پیدا کن.



درس‌Box

● مجموعهٔ مرجع (U): در بحث مجموعه‌ها، مجموعه‌ای که تمام مجموعه‌های مورد نظر ما زیرمجموعهٔ آن هستند، مجموعهٔ مرجع نامیده می‌شود.

● متمم مجموعه: اگر A زیرمجموعه‌ای از U باشد، متمم آن (A') شامل تمام اعضای U است، که در A قرار ندارند. به عبارت دیگر:

$$A' = U - A$$

قوانین مهم جبر مجموعه‌ها:

جدول قوانین مجموعه‌ها:

نام قانون	شکل ریاضی
جابه‌جایی	$A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
شرکت‌پذیری	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
توزیع‌پذیری (بخشی)	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
دمورگان	$(A \cup B)' = A' \cap B'$, $(A \cap B)' = A' \cup B'$
جذب	$A \cup (A \cap B) = A$, $A \cap (A \cup B) = A$
روابط تفاضل	$A - B = A \cap B'$, $A - B = B' - A'$

مجموعه‌های جدا از هم (مجزا):

دو مجموعهٔ A و B را جدا از هم می‌نامیم، هرگاه هیچ عضو مشترکی نداشته باشند. به عبارت دیگر، اشتراک آن‌ها مجموعه تهی باشد:

$$A \cap B = \emptyset$$

روش ناحیه‌بندی با نمودار ون برای حل مسائل مجموعه‌ها:

برای بررسی درستی یک رابطه بین مجموعه‌ها یا ساده‌سازی عبارت‌های پیچیده، به خصوص در سؤالات تستی، می‌توان از روش ناحیه‌بندی نمودار ون استفاده کرد. این روش، مسائل جبری مجموعه‌ها را به محاسبات ساده روی اعداد تبدیل می‌کند.

مراحل انجام کار:

(۱) رسم نمودار و شماره‌گذاری: یک نمودار ون کلی برای تمام مجموعه‌های درگیر در مسئله رسم کرده و هر ناحیه جدا از هم را با یک عدد منحصر به فرد شماره‌گذاری می‌کنیم.

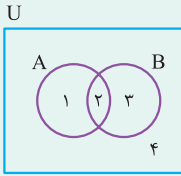
(۲) نمایش مجموعه‌ها با اعداد: هر مجموعهٔ اصلی (مانند A ، B ، U) را به صورت مجموعه‌ای از شمارهٔ ناحیه‌هایی که پوشش می‌دهد، می‌نویسیم.

(۳) جای‌گذاری و محاسبه: عبارت‌های مورد نظر را بر حسب این مجموعه‌های عددی بازنویسی کرده و با اعمال اجتماع، اشتراک و متمم، آن‌ها را ساده می‌کنیم.

(۴) مقایسه و نتیجه‌گیری: نتیجهٔ نهایی را برای رسیدن به پاسخ تحلیل می‌کنیم.



مثال درستی قانون دمورگان $(A \cup B)' = A' \cap B'$ را بررسی کنید.



$$B = \{2, 3\}, A = \{1, 2\}, U = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

$$(A \cup B)' = U - (A \cup B) = \{1, 2, 3, 4\} - \{1, 2, 3\} = \{4\}$$

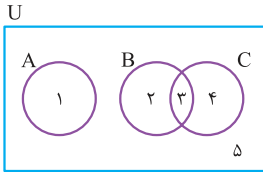
$$A' = U - A = \{3, 4\}$$

$$B' = U - B = \{1, 4\}$$

$$A' \cap B' = \{3, 4\} \cap \{1, 4\} = \{4\}$$

چون نتیجه هر دو طرف تساوی برابر با مجموعه $\{4\}$ شد، درستی رابطه تأیید می‌شود.

گام اول: با توجه به این که $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ می‌توان نتیجه گرفت A و BUC دو مجموعه جدا از هم هستند و می‌توان نمودار ون زیر را برای این مجموعه‌ها در نظر گرفت:



گام دوم: حال با توجه به نمودار ون و شماره‌گذاری‌های انجام‌شده، داریم:

$$((B - C)' - A)' = ((\{2, 3\} - \{3, 4\})' - \{1\})' = (\{1, 3, 4, 5\} - \{1\})' = \{1, 2\}$$

گام سوم: با همین روند گزینه‌ها را نیز بررسی می‌کنیم:

(۱) گزینه $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$ ✗

(۲) گزینه $(A \cup B) \cap C = \{3\}$ ✗

(۳) گزینه $A \cup (B \cap C) = \{1, 3\}$ ✗

(۴) گزینه $(A \cup B) - C = \{1, 2\}$ ✓

$$A \cap (B \cup C) = \emptyset \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap C) = \emptyset \Rightarrow A \cap B = A \cap C = \emptyset$$

$$\Rightarrow ((B - C)' - A)' = ((B \cap C)' \cap A)' = A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\xrightarrow{A \cap C = \emptyset \Rightarrow A \subseteq C' \Rightarrow A \cup C' = C'} ((B - C)' - A)' = (A \cup B) \cap C' = (A \cup B) - C$$

نمایش مجموعه‌ها:

بررسی سمت چپ تساوی:

بررسی سمت راست تساوی:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په چور دیگه



۳ از اعضای مجموعه A با $\frac{1}{3}$ از اعضای مجموعه B مشترک هستند. اگر اجتماع این دو مجموعه ۲۰ عضو داشته باشد، اشتراک آن‌ها چند عضو دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



مسئله رو با نمودار ون و سه ناحیه $A - B$ ، $A \cap B$ و $B - A$ مدل‌سازی کن. اطلاعاتی که سوال داده رو به دوتا معادله بین تعداد اعضای این ناحیه‌ها تبدیل کن و در نهایت از فرمول اجتماع استفاده کن.



تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه A و B از طریق فرمول زیر به دست می‌آید:

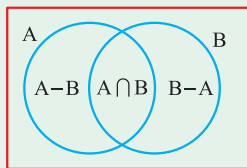
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



روابط تعداد اعضا در نمودار ون:

با توجه به نمودار ون زیر که بخش‌های مختلف دو مجموعه A و B را نمایش می‌دهد، می‌توان روابط زیر را برای تعداد اعضای هر بخش نوشت:

U



$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

تعداد اعضای موجود فقط در A (تفاضل):

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

تعداد اعضای موجود فقط در B (تفاضل):

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

تعداد اعضای اجتماع (مجموع سه بخش مجزا):

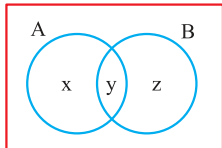
$$n(A - B) + n(B - A) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

تعداد اعضای تفاضل متقارن (موجود در دقیقاً یکی از دو مجموعه):

گام اول: ابتدا نام‌گذاری زیر را در نظر بگیرید:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$n(A - B) = x, \quad n(B - A) = z, \quad n(A \cap B) = y$$



گام دوم: حال طبق فرض، رابطه‌های زیر را داریم:

$$y = \frac{2}{3}(x + y) \Rightarrow \frac{1}{3}y = \frac{2}{3}x \Rightarrow x = \frac{1}{2}y$$

$$y = \frac{1}{3}(z + y) \Rightarrow \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}z \Rightarrow z = 2y$$

گام سوم: با توجه به رابطه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A \cup B) = 20 \Rightarrow n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20$$

$$\Rightarrow (x + y) + (z + y) - y = 20 \Rightarrow x + y + z = 20$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}y + y + 2y = 20 \Rightarrow \frac{5}{2}y = 20 \Rightarrow y = 8 = n(A \cap B)$$



۴ الگوی x_n با جمله عمومی $x_n = (2a-1)n^2 + an - \frac{3a}{2}$ خطی است. در این الگو، x_6 کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{17}{8}$ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

الگوی خطی، یعنی جمله عمومی اش یک عبارت درجه اول بر حسب n باشد. این یعنی باید ضریب n^2 رو مساوی صفر قرار بدی تا مقدار a پیدا بشه.



درس Box

الگوی خطی (دنباله حسابی):

الگویی که در آن اختلاف بین هر دو جمله متوالی، مقداری ثابت باشد، الگوی خطی نامیده می شود. جمله عمومی این الگوها همواره به شکل یک عبارت درجه اول بر حسب n است:

$$t_n = an + b$$

مراحل یافتن جمله عمومی:

(۱) محاسبه a : ضریب n ، یعنی a ، همان اختلاف ثابت بین جملات متوالی الگو است.

(۲) محاسبه b : با داشتن a ، یکی از جملات الگو (معمولاً جمله اول) را در فرمول عمومی $t_n = an + b$ قرار می دهیم تا مقدار b به دست آید.

مثال جمله عمومی الگوی $5, 8, 11, 14, \dots$ را بیابید.

$$a = 3$$

مرحله (۱) اختلاف ثابت بین جملات ۳ است ($8 - 5 = 3$). پس:

مرحله (۲) جمله اول ($n = 1$) برابر ۵ است. آن را در فرمول $t_n = 3n + b$ قرار می دهیم:

$$t_1 = 3(1) + b = 5 \Rightarrow 3 + b = 5 \Rightarrow b = 2$$

نتیجه، جمله عمومی الگو $t_n = 3n + 2$ است.

گام اول: برای این که جمله عمومی الگوی ما خطی باشد، باید ضریب n^2 برابر صفر باشد:

$$2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

گام دوم: با جای گذاری مقدار a ، جمله عمومی را بازنویسی کرده و مقدار x_6 را محاسبه می کنیم:

$$x_n = \frac{1}{2}n - \frac{3}{4} \Rightarrow x_6 = 3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵

با توجه به الگوی شکل‌های زیر، شکل بیستم شامل چند دایره است؟



- (۱) ۲۰۹
- (۲) ۲۱۰
- (۳) ۲۱۱
- (۴) ۲۱۲

پاسخ: گزینه ۳

اختلاف بین تعداد دایره‌های شکل‌های متوالی رو حساب کن. می‌بینی که این اختلاف خودش به الگوی خطی داره. این یعنی الگوی اصلی به الگوی درجه دومه. فرمول عمومی‌اش رو پیدا کن.

Hint

درس‌Box

الگوی درجه دوم:

الگویی است که در آن، اختلاف جملات متوالی عدد ثابتی نیست، اما اختلاف اختلاف‌ها (اختلاف سطح دوم) یک عدد ثابت است. جمله عمومی این الگوها همواره به شکل یک عبارت درجه دوم است:

$$a_n = an^2 + bn + c$$

مراحل یافتن جمله عمومی:

(۱) محاسبه ضریب a : ابتدا اختلاف ثابت سطح دوم را پیدا می‌کنیم. ضریب a نصف این مقدار است:

$$a = \frac{\text{مقدار اختلاف ثابت سطح دوم}}{2}$$

(۲) تشکیل دستگاه معادلات: با داشتن a ، دو جمله دلخواه از دنباله (مانند جمله اول و دوم) را در فرمول عمومی $a_n = an^2 + bn + c$ قرار می‌دهیم، تا یک دستگاه دو معادله و دو مجهول برای b و c به دست آید.

(۳) حل دستگاه: دستگاه را حل کرده و مقادیر b و c را پیدا می‌کنیم تا فرمول عمومی کامل شود.

مثال جمله عمومی الگوی ...، ۲۳، ۱۵، ۹، ۵ را بیابید.

۴، ۶، ۸، ...

۲

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

• اختلاف سطح اول:

• اختلاف سطح دوم (ثابت):

• محاسبه a :

• تشکیل دستگاه:

$$n = 1 \Rightarrow a_1 = 5 \Rightarrow 1(1)^2 + b(1) + c = 5 \Rightarrow b + c = 4$$

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 9 \Rightarrow 1(2)^2 + b(2) + c = 9 \Rightarrow 4 + 2b + c = 9 \Rightarrow 2b + c = 5$$

• حل دستگاه: با کم کردن دو معادله از هم داریم: $b = 1$ و در نتیجه $c = 3$.

$$a_n = 1n^2 + 1n + 3 = n^2 + n + 3$$

• جمله عمومی:

گام اول: با توجه به این که اختلاف جمله‌های متوالی خطی است، الگوی شکل‌ها یک الگوی درجه دوم است. با فرض این که

جمله عمومی آن به صورت $a_n = an^2 + bn + c$ باشد، اختلاف اختلاف‌ها برابر ۱ است؛ زیرا $a_2 - a_1 = 2$ ، $a_3 - a_2 = 3$ ، $a_4 - a_3 = 4$ و ... پس طبق درس پاکس $a = \frac{1}{2}$ است.

گام دوم: حالا با داشتن مقدار و با استفاده از دو جمله اول، مقادیر b و c را اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} + b + c = 2 \Rightarrow b + c = \frac{3}{2} \\ a_2 = \frac{1}{2} + 2b + c = 4 \Rightarrow 2b + c = \frac{7}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} b = \frac{1}{2}, c = 1$$

گام سوم: بنابراین جمله عمومی به صورت $a_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1$ است و داریم:

$$a_{20} = 200 + 10 + 1 = 211$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۶ در کدام دنباله هندسی، جمله سیزدهم، ۱۶ برابر جمله نهم است؟

(۲) $1, -2, \dots$

(۱) $2, \frac{1}{4}, \dots$

(۴) $2, 6, \dots$

(۳) $1, -3, \dots$

پاسخ: گزینه ۲

رابطه‌ای رو که سؤال داده با استفاده از فرمول جمله عمومی دنباله هندسی ($a_n = a_1 r^{n-1}$) بازنویسی کن. با این کار به معادله ساده برای قدرنسبت (r) به دست میاری.



درسی Box

دنباله هندسی:

دنباله‌ای است که هر جمله آن (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبلی در یک عدد ثابت و غیر صفر به نام قدرنسبت (r) به دست می‌آید. جمله اول نیز نباید صفر باشد.

• قدرنسبت (r): قدرنسبت از تقسیم هر دو جمله متوالی به دست می‌آید:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

• جمله عمومی (a_n): جمله n ام یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت r , برابر است با:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

گام اول: با فرض این که a_n جمله n ام دنباله هندسی و q قدرنسبت آن باشد؛ داریم:

$$\frac{a_{13}}{a_9} = 16 \Rightarrow \frac{a_1 q^{12}}{a_1 q^8} = 16 \Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2$$

گام دوم: حال در دنباله‌های داده شده با تقسیم دو جمله متوالی قدرنسبت را محاسبه می‌کنیم:

(۱) گزینه ۱: $q = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times$

(۲) گزینه ۲: $q = \frac{-2}{1} = -2 \checkmark$

(۳) گزینه ۳: $q = \frac{-3}{1} = -3 \times$

(۴) گزینه ۴: $q = \frac{6}{2} = 3 \times$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۷ جمله عمومی یک دنباله حسابی است. اگر $\Delta t_n = 5(t_1 + t_2 + t_3) + 18 = 12t_2$ باشد، t_5 کدام است؟

- (۱) $-18/6$
- (۲) 15
- (۳) -15
- (۴) $18/6$

پاسخ: گزینه ۱

هر دو معادله‌ای رو که سؤال بهت داده، بر حسب جمله اول (t_1) و قدرنسبت (d) بازنویسی کن. با این کار به یک دستگاه دو معادله و دو مجهول می‌رسی که می‌تونی حلش کنی.



کرتی Box

دنباله حسابی: دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن یک عدد ثابت به جمله قبلی‌اش به دست می‌آید. قدرنسبت (d): به این عدد ثابت که اختلاف جملات متوالی مشترک است، قدرنسبت می‌گویند. قدرنسبت از تفاضل هر جمله از جمله قبلی‌اش محاسبه می‌شود:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

جمله عمومی (a_n): جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

گام اول: با فرض این که قدرنسبت دنباله حسابی برابر d باشد، از تساوی دو عبارت سمت چپ داریم:

$$\Delta t_4 = 5(t_1 + t_2 + t_3) + 18$$

$$\Delta(t_1 + 3d) = 5(t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d) + 18$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 + 15d = 15t_1 + 15d + 18 \Rightarrow -10t_1 = 18 \Rightarrow t_1 = -1/8$$

گام دوم: حال از تساوی عبارت سمت چپ و سمت راست داریم:

$$\Delta t_4 = 12t_2 \Rightarrow 5(t_1 + 3d) = 12(t_1 + d) \xrightarrow{t_1 = -1/8} 5(-1/8 + 3d) = 12(-1/8 + d)$$

$$-9 + 15d = -21/8 + 12d \Rightarrow 3d = -12/8 \Rightarrow d = -4/2$$

گام سوم: با داشتن t_1 و d ، t_5 را محاسبه می‌کنیم:

$$t_5 = t_1 + 4d = -1/8 + 4(-4/2) = -18/6$$

پاسخ خیلی تشریحی



تعداد اعداد چهاررقمی مضرب ۱۳ کدام است؟

۸

۶۹۳ (۱)

۶۹۲ (۲)

۶۹۱ (۳)

۶۹۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱



Hint

اعداد مضرب ۱۳ یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۱۳ تشکیل می‌دهند. کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی که مضرب ۱۳ هست رو پیدا کن (اینا جمله اول و آخر دنباله‌ها می‌شن) و بعد تعداد جملات رو حساب کن.

گام اول: ابتدا بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی مضرب ۱۳ را مشخص می‌کنیم:

$$1000 \div 13 \approx 76/92 \Rightarrow 13 \times 77 = 1001$$

$$9999 \div 13 \approx 769/15 \Rightarrow 13 \times 769 = 9997$$

گام دوم: حال ما یک دنباله حسابی با جمله اول ۱۰۰۱ و جمله nام ۹۹۹۷ و قدرنسبت ۱۳ داریم، در نتیجه:

$$a_n = 1001 + (n-1) \times 13 \Rightarrow 9997 = 1001 + (n-1) \times 13 \Rightarrow 8996 = 13(n-1)$$

$$\Rightarrow n-1 = 692 \Rightarrow n = 693$$



نکته

محاسبه تعداد جملات دنباله حسابی:

برای پیدا کردن تعداد جملات (n) یک دنباله حسابی متناهی، زمانی که جمله اول (a₁)، جمله آخر (a_n) و قدرنسبت (d) را داریم، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

این فرمول به سادگی از بازنویسی فرمول جمله عمومی (a_n = a₁ + (n-1)d) برای پیدا کردن n به دست می‌آید.



جمله‌های چهارم و هفتم یک دنباله هندسی، به ترتیب ۱۲ و ۹۶ است. مجموع جمله اول و قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۹

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۳ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

جمله چهارم و هفتم رو با فرمول عمومی دنباله هندسی بنویس. این طوری دو تا معادله داری. اگه این دو معادله رو به هم تقسیم کنی، جمله اول حذف می‌شه و قدرنسبت به راحتی پیدا می‌شه.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فرض می‌کنیم جمله عمومی دنباله هندسی ما به صورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ باشد، در نتیجه:

$$\begin{cases} t_4 = t_1 q^3 = 12 \\ t_7 = t_1 q^6 = 96 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_7}{t_4} = \frac{t_1 q^6}{t_1 q^3} = \frac{96}{12}$$

$$\Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

گام دوم: با جای گذاری q در یکی از تساوی‌ها، جمله اول را به دست می‌آوریم:

$$t_4 = 12 \Rightarrow t_1 \times 2^3 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{8} = 1/5$$

$$\Rightarrow t_1 + q = 1/5 + 2 = 3/5$$

جمله‌های چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۲۴ و ۱۹۲ است. قدرنسبت دنباله را حساب کنید.

(سوال ۴ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)



شخصی به فاصله ۳ متر از یک درخت ایستاده است و با زاویه 60° نسبت به افق به بالاترین نقطه درخت نگاه می‌کند. اگر ارتفاع چشم‌های این شخص از سطح زمین $1/8$ متر باشد، ارتفاع درخت تقریباً چند متر است؟ ($\sqrt{3} \approx 1/7$)

۸ / ۲ (۲)

۶ / ۵ (۱)

۶ / ۹ (۴)

۷ / ۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

یک مثلث قائم‌الزاویه تصور کن که ضلع افقی‌اش فاصله شما تا درخته و ضلع عمودی‌اش ارتفاع درخت بالای سطح چشم شماست. با استفاده از تانژانت زاویه، اون ارتفاع رو حساب کن و در آخر قد خودت رو هم بهش اضافه کن.

Hint

درس Box

در مثلث قائم‌الزاویه ABC (قائمه در رأس A)، نسبت‌های اصلی مثلثاتی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$, $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$ \Rightarrow $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \text{سینوس}$

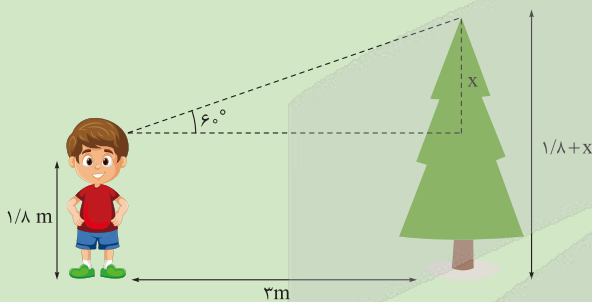
$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$, $\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC}$ \Rightarrow $\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \text{کسینوس}$

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$, $\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC}$ \Rightarrow $\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \text{تانژانت}$

$\cot \hat{B} = \frac{AB}{AC}$, $\cot \hat{C} = \frac{AC}{AB}$ \Rightarrow $\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \text{کتانژانت}$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** ابتدا شکل مقابل را در نظر بگیرید:



گام دوم: حال به کمک نسبت‌های مثلثاتی داریم:

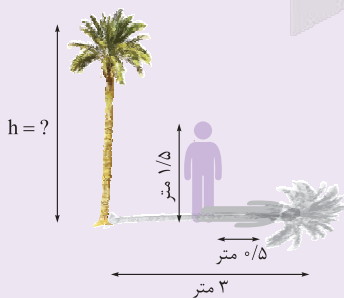
$\tan 60^\circ = \frac{x}{3} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3\sqrt{3}$

گام سوم: بنابراین ارتفاع درخت برابر است با:

$3\sqrt{3} + 1/8 \approx 3(1/7) + 1/8 = 6/9$

علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی $1/5$ متر طول و طول سایه او در همان لحظه $0/5$ متر است. ارتفاع درخت چه قدر است؟ (ریاضی (۱) - تمرین ۱ صفحه ۳۴ کتاب درسی)

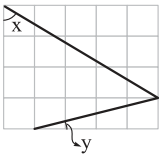
کتاب درسی





در شکل زیر، مربع‌های کوچک هم‌نهشت هستند. حاصل $\tan x + \cot y$ کدام است؟

۱۱



(۱) $\frac{17}{3}$

(۲) $\frac{23}{12}$

(۳) $\frac{23}{5}$

(۴) $\frac{17}{20}$

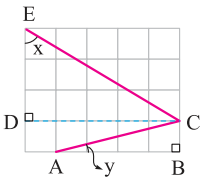
پاسخ: گزینه ۱

برای هر کدام از زاویه‌ها، با کمک خط‌های جدول به مثلث قائم‌الزاویه بساز. بعد با شمردن طول ضلع‌ها، نسبت‌های تانژانت و کتانژانت رو پیدا کن.

Hint

گام اول: با فرض این‌که طول ضلع مربع کوچک برابر a باشد، در شکل زیر در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

پاسخ خیلی تشریحی



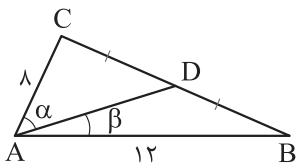
$$\cot y = \frac{AB}{BC} = \frac{4a}{a} = 4$$

گام دوم: هم‌چنین در مثلث قائم‌الزاویه DCE نیز داریم:

$$\tan x = \frac{DC}{DE} = \frac{5a}{3a} = \frac{5}{3} \Rightarrow \tan x + \cot y = \frac{5}{3} + 4 = \frac{17}{3}$$



۱۲ در شکل زیر، AD میانه وارد بر ضلع BC است. حاصل $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

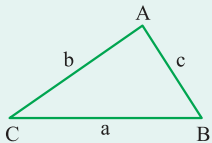
مساحت دو تا مثلث کوچک رو با فرمول سینوسی مساحت ($S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$) بنویس. چون این دو مساحت با هم برابرند، می‌تونن دو تا عبارت رو مساوی هم بذاری و ساده کنی.



مساحت مثلث با استفاده از سینوس:



مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب طول دو ضلع دلخواه در سینوس زاویه بین آن دو ضلع. برای مثلث ABC زیر، سه حالت معادل برای محاسبه مساحت وجود دارد:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$$

گام اول: ابتدا رابطه مساحت مثلث‌های ADC و ADB را می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin \alpha$$

$$S_{ADB} = \frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin \beta$$

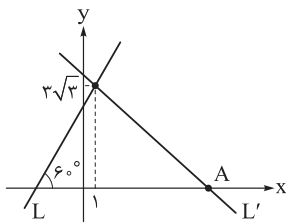
گام دوم: حالا دقت کنید که $S_{ADC} = S_{ADB}$ است؛ زیرا قاعده‌های این دو مثلث که CD و BD باشند، طبق فرض شکل برابرند و هم‌چنین ارتفاع‌های این دو مثلث نیز یکسان و برابرند. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{2} \times 8 \times AD \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times 12 \times AD \times \sin \beta \Rightarrow 4 \sin \alpha = 6 \sin \beta \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$





۱۳ در شکل زیر، دو خط L و L' بر هم عمود هستند. طول نقطه A کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۱)

10 (۲)

$10\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}\sqrt{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



شیب خط L از تانژانت زاویه‌اش به دست می‌آید. چون دو خط بر هم عمودند، شیب خط L' قرینه و معکوس شیب L می‌شود. حالا که شیب و یک نقطه L' رو داری، معادله‌اش رو بنویس و محل برخوردش با محور x ها رو پیدا کن.



رابطه شیب خط با تانژانت زاویه:

شیب خط (m) برابر است با تانژانت زاویه‌ای (α) که آن خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد.

$m = \tan \alpha$

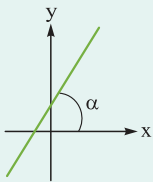
این زاویه α همواره در بازه $(0, 180^\circ)$ در نظر گرفته می‌شود.

$(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$

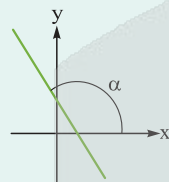
• اگر شیب خط مثبت باشد ($m > 0$)، زاویه α یک زاویه تند خواهد بود.

$(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$

• اگر شیب خط منفی باشد ($m < 0$)، زاویه α یک زاویه باز خواهد بود.



$m = \tan \alpha > 0$



$m = \tan \alpha < 0$



دو خط عمود برهم شیب‌های معکوس و قرینه هم دارند، یعنی اگر خط L با شیب m و خط L' با شیب m' برهم عمود باشند؛ داریم: $m \times m' = -1$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا شیب خط L را به کمک رابطه بین شیب خط و \tan می‌نویسیم:

$m_L = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

گام دوم: خط L' بر خط L عمود است، یعنی شیب آن قرینه و معکوس شیب خط L است. به کمک شیب خط L' و نقطه $(0, 3\sqrt{3})$ ، معادله خط L' را می‌نویسیم:

$m_{L'} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow L': y = \frac{-\sqrt{3}}{3}x + b \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{-\sqrt{3}}{3} + b \Rightarrow b = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow L': y = \frac{-\sqrt{3}}{3}x + \frac{10\sqrt{3}}{3}$

گام سوم: مختصات نقطه A محل برخورد خط L' با محور x هاست:

$0 = \frac{-\sqrt{3}}{3}x + \frac{10\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10 \Rightarrow A(10, 0)$



۱۴

نقطه P با عرض $-\frac{1}{3}$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات، انتهای کمان θ روی دایره مثلثاتی است. حاصل

کدام است؟ $\frac{\tan \theta}{\tan \theta + \cos \theta}$

- (۱) $\frac{4}{5}$
- (۲) $-\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{3}{5}$
- (۴) $-\frac{3}{5}$

پاسخ: گزینه ۴

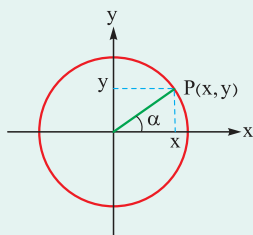
مختصات نقطه روی دایره مثلثاتی $(\cos \theta, \sin \theta)$ هست. پس تو مقدار سینوس رو داری. با کمک رابطه $\sin^2 + \cos^2 = 1$ و با توجه به این که تو ربع چهارم هستی، بقیه نسبت‌ها رو پیدا کن و در عبارت جای گذاری کن.



نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی:

تعریف نسبت‌ها براساس مختصات:

فرض کنید نقطه $P(x, y)$ ، نقطه انتهای کمان روبه‌روی زاویه α روی دایره مثلثاتی باشد. در این صورت، نسبت‌های مثلثاتی زاویه α براساس مختصات این نقطه تعریف می‌شوند.



$\sin \alpha = y$ (عرض نقطه P)

$\cos \alpha = x$ (طول نقطه P)

$\tan \alpha = \frac{y}{x}$ (نسبت عرض به طول)

$\cot \alpha = \frac{x}{y}$ (نسبت طول به عرض)

علامت نسبت‌ها در نواحی چهارگانه:

علامت هر نسبت مثلثاتی به ناحیه‌ای بستگی دارد که نقطه P در آن قرار می‌گیرد. با توجه به علامت X و Y در هر ناحیه، داریم:

• ناحیه اول $(x > 0, y > 0)$: همه نسبت‌ها مثبت هستند.

• ناحیه دوم $(x < 0, y > 0)$: فقط سینوس مثبت است.

• ناحیه سوم $(x < 0, y < 0)$: فقط تانژانت و کتانژانت مثبت هستند.

• ناحیه چهارم $(x > 0, y < 0)$: فقط کسینوس مثبت است.

گام اول: مختصات نقطه P روی دایره مثلثاتی به صورت $P(\cos \theta, \sin \theta)$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$\sin \theta = -\frac{1}{3}$

در نتیجه:

گام دوم: به کمک اتحاد $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ، مقدار $\cos \theta$ و سپس $\tan \theta$ و $\cot \theta$ را محاسبه می‌کنیم:

$\frac{1}{9} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{8}{9}$ ناحیه چهارم θ $\cos \theta > 0 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -2\sqrt{2}$

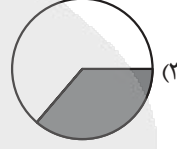
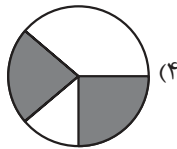
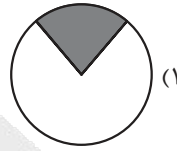
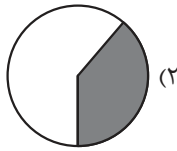
گام سوم: حال با جای گذاری مقادیر $\tan \theta$ و $\cos \theta$ حاصل عبارت را مشخص می‌کنیم:

$\frac{\tan \theta}{\tan \theta + \cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}}{-\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{4}}{\frac{5\sqrt{2}}{12}} = -\frac{3}{5}$



۱۵

برای کمان x در دایره مثلثاتی، روابط $\sin x < \cos x$ و $|\tan x| > \cot x$ برقرار است. انتهای کمان x در کدام ناحیه قرار می‌گیرد؟



پاسخ: گزینه ۳

علامت نسبت‌های مثلثاتی (سینوس، کسینوس، تانژانت و کتانژانت) رو در هر چهار ربع دایره بررسی کن. با این کار می‌تونی بعضی از ناحیه‌ها رو به سرعت حذف کنی و بعد در ناحیه‌های باقی‌مونده، نامساوی‌ها رو دقیق‌تر بررسی کن.

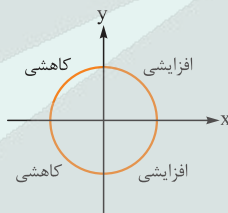
Hint

تغییرات و مقایسه نسبت‌های مثلثاتی:

درس‌بوک

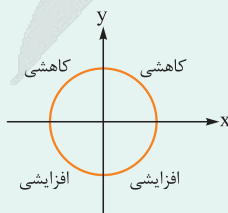
(۱) تغییرات سینوس:

ناحیه	محدوده زاویه x	محدوده $\sin x$	نوع تغییر	روند تغییر
اول	$(0^\circ, 90^\circ)$	$(0, 1)$	افزایشی از ۰ به ۱	$\alpha < \beta \Rightarrow \sin \alpha < \sin \beta$
دوم	$(90^\circ, 180^\circ)$	$(0, 1)$	کاهشی از ۱ به ۰	$\alpha < \beta \Rightarrow \sin \alpha > \sin \beta$
سوم	$(180^\circ, 270^\circ)$	$(-1, 0)$	کاهشی از ۰ به -۱	$\alpha < \beta \Rightarrow \sin \alpha > \sin \beta$
چهارم	$(270^\circ, 360^\circ)$	$(-1, 0)$	افزایشی از -۱ به ۰	$\alpha < \beta \Rightarrow \sin \alpha < \sin \beta$



(۱) تغییرات کسینوس:

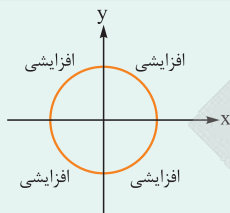
ناحیه	محدوده زاویه x	محدوده $\cos x$	نوع تغییر	روند تغییر
اول	$(0^\circ, 90^\circ)$	$(0, 1)$	کاهشی از ۱ به ۰	$\alpha < \beta \Rightarrow \cos \alpha > \cos \beta$
دوم	$(90^\circ, 180^\circ)$	$(-1, 0)$	کاهشی از ۰ به -۱	$\alpha < \beta \Rightarrow \cos \alpha > \cos \beta$
سوم	$(180^\circ, 270^\circ)$	$(-1, 0)$	افزایشی از -۱ به ۰	$\alpha < \beta \Rightarrow \cos \alpha < \cos \beta$
چهارم	$(270^\circ, 360^\circ)$	$(0, 1)$	افزایشی از ۰ به ۱	$\alpha < \beta \Rightarrow \cos \alpha < \cos \beta$





۳) تغییرات تانژانت:

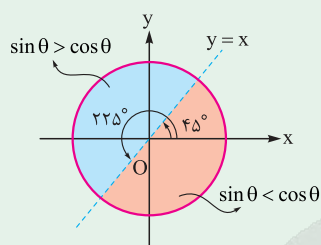
ناحیه	محدوده زاویه X	محدوده tan x	نوع تغییر	رشد تغییر
اول	$(0^\circ, 90^\circ)$	$(0, +\infty)$	افزایشی از 0 به $+\infty$	$\alpha < \beta \Rightarrow \tan \alpha < \tan \beta$
دوم	$(90^\circ, 180^\circ)$	$(-\infty, 0)$	افزایشی از $-\infty$ به 0	$\alpha < \beta \Rightarrow \tan \alpha < \tan \beta$
سوم	$(180^\circ, 270^\circ)$	$(0, +\infty)$	افزایشی از 0 به $+\infty$	$\alpha < \beta \Rightarrow \tan \alpha < \tan \beta$
چهارم	$(270^\circ, 360^\circ)$	$(-\infty, 0)$	افزایشی از $-\infty$ به 0	$\alpha < \beta \Rightarrow \tan \alpha < \tan \beta$



مقایسه نسبت‌های مثلثاتی:

۱) مقایسه سینوس و کسینوس:

مرجع اصلی برای مقایسه $\sin \theta$ و $\cos \theta$ ، خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) است. موقعیت زاویه نسبت به این خط، نتیجه را مشخص می‌کند.

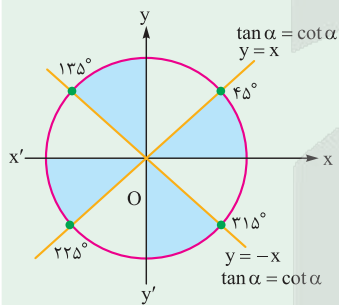


$\sin \theta > \cos \theta$
 $\sin \theta < \cos \theta$

- در نواحی بالای خط $y = x$ (جایی که $y > x$)، داریم:
- در نواحی پایین $y = x$ (جایی که $y < x$)، داریم:
- تذکر: در ربع اول، همواره $\tan \theta > \sin \theta$ و $\cot \theta > \cos \theta$ است.

۲) مقایسه تانژانت و کتانژانت:

برای مقایسه $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ ، از دو خط نیمساز $y = x$ و $y = -x$ به عنوان مرز استفاده می‌کنیم. در زوایای $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ این دو نسبت برابرند.

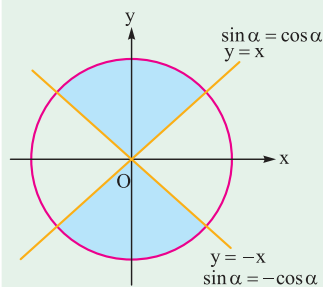


$\cot \alpha > \tan \alpha$
 $\tan \alpha > \cot \alpha$

- در قسمت‌های رنگی (نواحی نزدیک‌تر به محور Xها):
- در قسمت‌های سفید (نواحی نزدیک‌تر به محور Yها):

۳) مقایسه قدرمطلق سینوس و کسینوس:

مرز مقایسه قدرمطلق این دو نسبت نیز خطوط $y = \pm x$ هستند. روی این خطوط $|\sin \alpha| = |\cos \alpha| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ است.



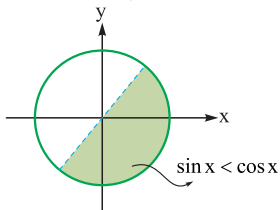
$|\sin \alpha| > |\cos \alpha|$
 $|\cos \alpha| > |\sin \alpha|$

- در قسمت‌های رنگی (نواحی نزدیک‌تر به محور Yها):
- در قسمت‌های سفید (نواحی نزدیک‌تر به محور Xها):



پاسخ خیلی تشریحی ✓

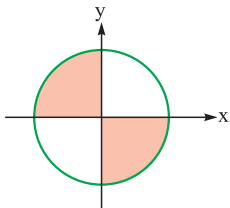
گام اول: ابتدا محدوده قابل قبول برای x را در رابطه $\sin x < \cos x$ مشخص می‌کنیم، طبق درس باکس داریم:



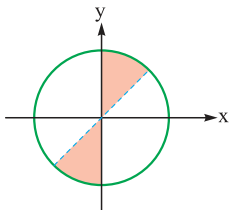
گام دوم: حالا می‌رویم سراغ رابطه دوم: در این رابطه دو حالت داریم:

$\tan x, \cot x > 0$ یا $\tan x, \cot x < 0$

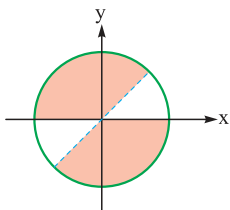
● اگر $\cot x < 0$ باشد، عبارت $|\tan x| > \cot x$ همواره درست است، پس کل ربع‌های دوم و چهارم برای ما قابل قبول اند.



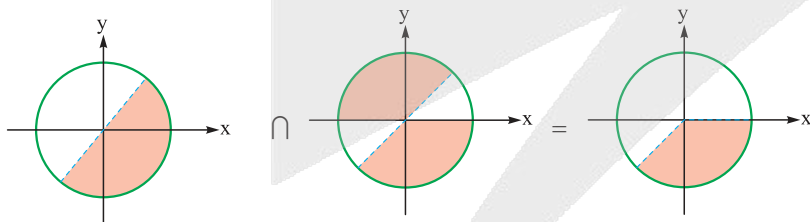
● اما اگر $\cot x > 0$ باشد، باید نامساوی $\tan x > \cot x$ برقرار باشد، که طبق درس باکس شکل زیر را داریم:



این یعنی رابطه $|\tan x| > \cot x$ در محدوده زیر برقرار است:



گام سوم: در نهایت داریم:





۱۶ فرض کنید انتهای کمان α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، به طوری که $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ باشد. $\cot \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

درس: Box

روابط و اتحادهای پایه‌ای مثلثاتی:

برای هر زاویه α که مخرج کسرها را صفر نکند، روابط اساسی زیر بین نسبت‌های مثلثاتی برقرار است:

(۱) روابط کسری: این روابط، تانژانت و کتانژانت را بر حسب سینوس و کسینوس تعریف می‌کنند.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

(۲) روابط معکوس: تانژانت و کتانژانت معکوس یکدیگر هستند.

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

(۳) اتحادهای فیثاغورسی: این اتحادها از مهم‌ترین روابط در مثلثات هستند.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

• اتحاد اصلی:

که از آن نتیجه می‌شود:

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha, \quad \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

• اتحادهای مشتق شده:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

گام اول: به کمک اتحاد مثلثاتی زیر داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{16} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{9}{16} \xrightarrow{\tan \alpha < 0} \tan \alpha = -\frac{3}{4}$$

گام دوم: حال به کمک رابطه $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$ داریم:

$$\cot \alpha = -\frac{4}{3}$$

فرض کنید α زاویه‌ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد و $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویه α را به دست آورید.

(ریاضی (۱) - تمرین ۱ صفحه ۴۵ کتاب درسی)

کتاب
درسی



۱۷ اگر $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ کدام است؟

$$\frac{82}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{10}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{17}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{2} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: به کمک اتحاد $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 2$$

گام دوم: حال چون $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$ در نتیجه:

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cot^2 \alpha} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$



۱۸ اگر $\tan x = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{12}$

(۱) $\frac{3}{13}$

(۴) $\frac{5}{24}$

(۳) $\frac{6}{13}$

پاسخ: گزینه ۳

Hint به راه سریع اینه که از اتحاد $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$ استفاده کنی. تانژانت رو داری، کتانژانت هم که معکوسشه، پس کار ساده است.

راهبرد حل مسائل مثلثاتی:

در بسیاری از مسائل، یک رابطه مثلثاتی داده شده و مقدار یک نسبت مثلثاتی دیگر خواسته می‌شود. راهبرد اصلی در این مسائل، استفاده از اتحادهای مثلثاتی و اتحادهای جبری برای ساده‌سازی و تبدیل رابطه داده شده، به عبارت مورد نظر است.

مثال اگر بدانیم $\sin \alpha - 2 \cos \alpha = 0$ است، حاصل $\tan \alpha$ را بیابید.

ابتدا رابطه را مرتب می‌کنیم تا نسبت‌های مثلثاتی از هم جدا شوند:

$$\sin \alpha - 2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 2 \cos \alpha$$

سپس دو طرف را بر $\cos \alpha$ تقسیم می‌کنیم (با فرض $\cos \alpha \neq 0$)، تا به تعریف تانژانت برسیم:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = 2$$

حاصل $\tan x + \cot x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan x = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot x = \frac{4}{3}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{1}{\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{17}{12} = \frac{1}{\sin x \cos x} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{12}{17}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۱۹ زاویه θ کدام باشد تا تساوی $\sqrt{1-2\sin\theta\cos\theta} = \cos\theta - \sin\theta$ برقرار باشد؟

۱۳° (۲)

۷° (۱)

۲۵° (۴)

۱۹° (۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت زیر رادیکال رو با کمک اتحادهای مثلثاتی ساده کن. اگه یادت باشه که $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ هست، می تونی زیر رادیکال رو به شکل مربع کامل بنویسی.

Hint

درسی Box

اتحادهای مثلثاتی:

تعریف و کاربرد اتحادهای مثلثاتی:

اتحاد مثلثاتی یک تساوی بین دو عبارت مثلثاتی است، که به ازای تمام مقادیری از متغیرها که هر دو عبارت را معنادار می کنند، برقرار است.

ساده کردن و اثبات: برای ساده کردن عبارت های پیچیده یا اثبات درستی یک تساوی مثلثاتی، از اتحاد های شناخته شده جبری و مثلثاتی استفاده می کنیم، تا یک عبارت را به عبارتی دیگر تبدیل کنیم.

چند اتحاد معروف و پر کاربرد مثلثاتی:

در زیر لیستی از اتحاد های پایه ای و مفید آمده است:

$$1) (\cos\theta \pm \sin\theta)^2 = 1 \pm 2\sin\theta\cos\theta$$

$$2) \tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$3) \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$4) \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

گام اول: ابتدا تساوی را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta} = \cos\theta - \sin\theta \Rightarrow \sqrt{(\cos\theta - \sin\theta)^2} = \cos\theta - \sin\theta$$

$$\Rightarrow |\cos\theta - \sin\theta| = \cos\theta - \sin\theta$$

گام دوم: برای این که تساوی اخیر برقرار باشد، باید عبارت داخل قدرمطلق مثبت باشد؛ یعنی:

$$\cos\theta > \sin\theta$$

با توجه به درس باکس سؤال ۱۵، به ازای $\theta = 25^\circ$ این تساوی برقرار است.



۲۰ اگر $\cos \alpha = 3 \sin \alpha$ و انتهای کمان α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{1}{9}$

پاسخ: گزینه ۱



رابطه‌ای که داری رو به شکلی بنویس، که فقط سینوس یا کسینوس توش باشه. برای این کار، یک طرف رو تنها کن و بعد کل عبارت رو به توان دو برسون تا بتونی از اتحاد $\sin^2 + \cos^2 = 1$ استفاده کنی.

گام اول: به کمک تساوی داده شده داریم:

$$\cos \alpha = 3 \sin \alpha \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 3 \Rightarrow \cot \alpha = 3$$

گام دوم: به کمک رابطه زیر داریم:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{10} \xrightarrow{\substack{\alpha \text{ ناحیه سوم} \\ \sin \alpha < 0}} \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

پاسخ خیلی تشریحی

طبق Hint عمل می‌کنیم:

$$\cos \alpha = 3 \sin \alpha \xrightarrow{\text{توان ۲}} \cos^2 \alpha = 9 \sin^2 \alpha \xrightarrow{\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha} 1 - \sin^2 \alpha = 9 \sin^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 10 \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{10} \xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه سوم}} \sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

په چور ديگه

اگر $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

(سؤال ۱۹ کنکور تهری ۱۴۰۲ - نوبت اول)

- (۱) $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۲) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$





چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC می توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و ضلع AB به ترتیب ۴ و ۶ باشد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

مشاوره این سؤال مشابه سؤال ۱۲۳ کنکور ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹ طراحی شده است.

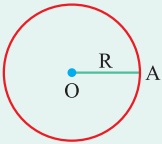
پاسخ: گزینه ۱

مجموعه نقاط به فاصله ۴ از A و به فاصله ۶ از ضلع AB را جداگانه رسم کنید.

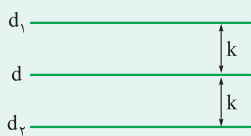
Hint

درس Box

(۱) مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه O واقع در آن صفحه به فاصله ثابت R باشند، دایره ای به مرکز O و شعاع R است.



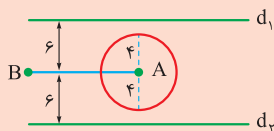
(۲) مجموعه نقاطی از صفحه که از خط d واقع در آن صفحه به فاصله ثابت k باشند، دو خط موازی با d در طرفین آن و به فاصله k از آن هستند.



گام اول: مجموعه نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۴ باشند، دایره ای به مرکز A و شعاع ۴ است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: مجموعه نقاطی از صفحه که از پاره خط AB به فاصله ۶ باشند، بخشی از دو خط موازی با پاره خط AB در طرفین آن و به فاصله ۶ از آن هستند.



گام سوم: با رسم مجموعه نقاط گام اول و دوم واضح است که هیچ نقطه مشترکی بین آنها وجود ندارد، پس هیچ نقطه ای برای رأس C پیدا نمی شود.

چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A

(سؤال ۱۲۳ کنکور ریاضی ۱۳۹۹ (خارج از کشور))

و پاره خط AB، به ترتیب ۷ و ۵ واحد باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





کدام قضیه زیر، قضیه‌ای دوشروطی است؟

- (۱) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، مساحت‌های آن دو مثلث با هم برابرند.
- (۲) اگر دو زاویه قائمه باشند، آن دو زاویه با هم برابرند.
- (۳) اگر دو زاویه مثلثی نابرابر باشند، زاویه‌ای که بزرگ‌تر است، ضلع مقابلش نیز بزرگ‌تر است.
- (۴) اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت و نامساوی، برابر ۶۴ باشد، دست‌کم یکی از آن‌ها بزرگ‌تر از ۸ است.

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۷ کتاب درسی و براساس مفهوم عکس قضیه و قضیه دوشروطی طراحی شده است. نوشتن عکس قضیه و قضیه دوشروطی یکی از سؤالات احتمالی امتحانات دی و خرداد است.

پاسخ: گزینه ۳

عکس قضیه‌های داده‌شده را بنویسید و درستی آن‌ها را بررسی کنید.



درسی Box

قضیه: برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می‌آیند، قضیه نامیده می‌شوند. در واقع قضیه یک حکم کلی همواره درست است.

عکس قضیه: اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم، عکس قضیه حاصل می‌شود. عکس قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد.

قضیه دوشروطی: اگر عکس یک قضیه شرطی، خود یک قضیه باشد، آن‌گاه این قضیه را می‌توان به صورت یک قضیه دوشروطی بیان کرد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

قضیه‌ای را می‌توان به صورت دوشروطی نوشت که عکس آن درست باشد. برای هر گزینه، عکس قضیه داده‌شده را می‌نویسیم.

گزینه (۱): اگر دو مثلث مساحت برابر داشته باشند، هم‌نهشت هستند.

این گزاره درست نیست. مثلاً دو مثلث قائم‌الزاویه یکی به اضلاع قائمه ۳ و ۴ و دیگری به اضلاع قائمه ۲ و ۶، مساحت برابر دارند، ولی هم‌نهشت نیستند.

گزینه (۲): اگر دو زاویه برابر باشند، هر دو قائمه هستند.

این گزاره به طور بدیهی نادرست است، چون دو زاویه برابر هر مقداری می‌توانند داشته باشند.

گزینه (۳): اگر دو ضلع مثلثی نابرابر باشند، ضلعی که بزرگ‌تر است، زاویه مقابلش نیز بزرگ‌تر است. این گزاره درست است و یکی از قضیه‌های کتاب درسی است؛ بنابراین قضیه گزینه (۳) را می‌توان به صورت دوشروطی نوشت.

گزینه (۴): اگر از دو عدد مثبت و نامساوی، دست‌کم یکی بزرگ‌تر از ۸ باشد، حاصل ضرب آن‌ها برابر ۶۴ است. این گزاره نیز به طور بدیهی نادرست است، مانند دو عدد ۱۰ و ۲.

کتاب درسی

عکس هر یک از قضایای زیر را بنویسید و سپس آن‌ها را به صورت یک قضیه دوشروطی بنویسید.

(هندسه (۱) - تمرین ۵ صفحه ۲۷ کتاب درسی)

- الف) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
- ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمود منصف یکدیگرند.
- پ) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه سه زاویه نیز با هم برابرند.
- ت) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت‌های برابر نیز دارند.



محیط یک پنج‌ضلعی ۱۴۴ و اضلاع آن با اعداد ۲، ۴، ۵، ۶ و ۷ متناسب هستند. طول کوچک‌ترین ضلع این پنج‌ضلعی کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

طول اضلاع را برحسب یک متغیر بنویسید.

اگر b_1, b_2, \dots, b_n اعدادی مخالف صفر باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$$

گام اول: طول اضلاع این پنج‌ضلعی با اعداد ۲، ۴، ۵، ۶ و ۷ متناسبند، پس اگر طول این اضلاع را با a, b, c, d و e نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} = k \Rightarrow a = 2k, b = 4k, c = 5k, d = 6k, e = 7k$$

گام دوم: محیط پنج‌ضلعی برابر ۱۴۴ است، پس داریم:

$$a + b + c + d + e = 144 \Rightarrow 2k + 4k + 5k + 6k + 7k = 144 \Rightarrow 24k = 144 \Rightarrow k = 6$$

گام سوم: بنابراین طول کوچک‌ترین ضلع این پنج‌ضلعی برابر است با:

$$a = 2k = 2 \times 6 = 12$$

اگر طول اضلاع این پنج‌ضلعی را با a, b, c, d, e نمایش دهیم، آن‌گاه طبق یکی از ویژگی‌های تناسب داریم:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} = \frac{e}{7} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{a+b+c+d+e}{24} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{144}{24} \Rightarrow a = 12$$

یعنی طول کوچک‌ترین ضلع این پنج‌ضلعی برابر ۱۲ است.

Hint

درسی Box

پاسخ خیلی تشریحی

پهبور دیگه



۲۴

در مثلثی به مساحت ۱۶، اگر مجموع طول سه ارتفاع مثلث برابر ۹ باشد، مجموع معکوس‌های طول سه ضلع مثلث کدام است؟

$$\frac{9}{32} \quad (۴)$$

$$\frac{9}{16} \quad (۳)$$

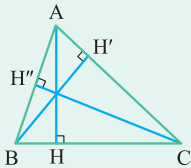
$$\frac{32}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{16}{9} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

رابطه بین طول هر ضلع، طول ارتفاع وارد بر آن ضلع و مساحت مثلث را بنویسید.

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب طول یک ضلع در طول ارتفاع وارد بر آن ضلع، یعنی اگر h_a ، h_b و h_c به ترتیب اندازه ارتفاع‌های وارد بر اضلاع به طول‌های a ، b و c باشند، آن‌گاه داریم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

گام اول: با توجه به توضیحات درس باکس، روابط زیر، بین طول هر ضلع و طول ارتفاع وارد بر آن ضلع به دست می‌آید:

$$h_a = \frac{2S}{a}, \quad h_b = \frac{2S}{b}, \quad h_c = \frac{2S}{c}$$

گام دوم: طبق فرض $S = 16$ و $h_a + h_b + h_c = 9$ است، بنابراین داریم:

$$h_a + h_b + h_c = 9 \Rightarrow \frac{2 \times 16}{a} + \frac{2 \times 16}{b} + \frac{2 \times 16}{c} = 9$$

$$\Rightarrow 32\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{9}{32}$$

Hint

درتس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۵

اگر b واسطه هندسی ۲ و ۸ و a واسطه هندسی ۹ و b باشد، مقدار مثبت واسطه هندسی a و b کدام است؟

۶ (۴)

 $4\sqrt{2}$ (۳)

۴ (۲)

 $2\sqrt{6}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

واسطه (میانگین) هندسی: اگر طرفین یا وسطین یک تناسب شامل دو عدد برابر باشد، یعنی $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ یا $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ ، آن گاه با طرفین وسطین کردن تناسب، نتیجه می شود: $b^2 = ac$. در این صورت b را واسطه هندسی a و c می نامیم.

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا واسطه هندسی دو عدد ۲ و ۸ را به دست می آوریم:

$$b^2 = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$$

گام دوم: a واسطه هندسی ۹ و b است، پس $a^2 = 9b$. چون $a^2 \geq 0$ ، پس b نمی تواند منفی باشد و تنها مقدار $b = 4$ قابل قبول است. با جای گذاری این مقدار در رابطه داریم:

$$a^2 = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow a = \pm 6$$

گام سوم: فرض کنید c واسطه هندسی a و b باشد، در این صورت $c^2 = ab$ است. با توجه به این که $c^2 \geq 0$ و $b > 0$ ، پس a نیز لزوماً مثبت است، یعنی $a = 6$ قابل قبول است و در نتیجه داریم:

$$c^2 = ab = 6 \times 4 \xrightarrow{c > 0} c = 2\sqrt{6}$$



۲۶

در مثلث ABC ، نقطه M وسط ضلع BC قرار دارد. اگر $AB = 5$ و $AC = 6$ باشد، کدام نامساوی برای محدوده طول پاره خط AM درست است؟

۲) $0 < AM < 4$

۱) $0/5 < AM < 5/5$

۴) $2 < AM < 8$

۳) $1 < AM < 6$

پاسخ: گزینه ۱

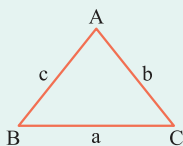
پاره خط AM را از طرف M به اندازه خودش امتداد داده و به یکی از دو رأس B یا C وصل کنید.

Hint

درسی Box

قضیه نامساوی مثلثی:

در هر مثلث، مجموع طول هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بزرگتر است، یعنی در مثلث ABC داریم:



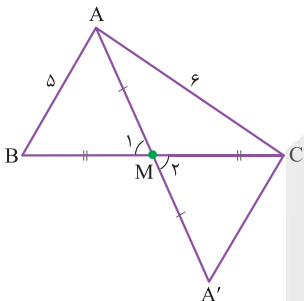
$$\begin{cases} a + b > c \\ a + c > b \\ b + c > a \end{cases}$$

همچنین می‌توان این قضیه را به این صورت بیان کرد که طول هر ضلع یک مثلث از مجموع طول‌های دو ضلع دیگر کوچک‌تر و از قدرمطلق تفاضل آن دو ضلع بزرگتر است. به عنوان مثال داریم:

$$|b - c| < a < b + c$$

گام اول: از A به نقطه M وسط ضلع BC وصل کرده و پاره خط AM را از سمت M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه A' حاصل شود و از A' به C وصل می‌کنیم

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: برای دو مثلث AMB و $A'MC$ داریم:

$$\left. \begin{matrix} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ضرض}} \triangle AMB \cong \triangle A'MC \Rightarrow AB = A'C$$

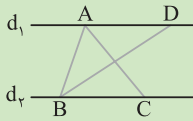
گام سوم: طبق قضیه نامساوی مثلثی در مثلث $AA'C$ داریم:

$$|AC - A'C| < AA' < AC + A'C \Rightarrow |AC - AB| < 2AM < AC + AB \Rightarrow |6 - 5| < 2AM < 6 + 5 \Rightarrow 1 < 2AM < 11 \Rightarrow 0/5 < AM < 5/5$$

در شکل زیر، دو خط d_1 و d_2 موازی و فاصله نقطه A از خط d_2 برابر ۴ است. اگر $BC = 3$ و $BD = 6$ باشد، فاصله نقطه C از پاره خط BD کدام است؟

۲۷

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۳۳ کتاب درسی طراحی شده است.



۱ / ۵ (۱)

۲ (۲)

۲ / ۵ (۳)

۳ (۴)

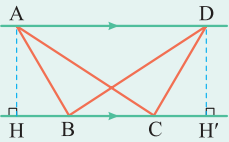
پاسخ: گزینه ۲

مساحت مثلث DBC را به دو روش محاسبه کرده و برابر هم قرار دهید.

Hint

اگر دو مثلث قاعده مشترکی داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آن‌ها روی یک خط موازی این قاعده باشند، این مثلث‌ها هم‌مساحت‌اند.

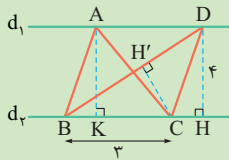
درسی Box



$$S_{ABC} = S_{DBC}$$

گام اول: پاره خط CD را رسم می‌کنیم. از نقطه D عمود DH را بر خط d_2 و از نقطه C عمود CH' را بر پاره خط BD رسم می‌کنیم. مطابق شکل $DH = AK = 4$ است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



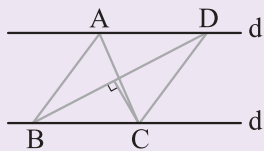
گام دوم: مساحت مثلث DBC را در دو حالت محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم:

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} DH \times BC = \frac{1}{2} CH' \times BD \Rightarrow DH \times BC = CH' \times BD$$

$$\Rightarrow 4 \times 3 = CH' \times 6 \Rightarrow CH' = 2$$

در شکل زیر، $d' \parallel d$ و مساحت مثلث ABC ، 8 cm^2 است. اگر $BD = 6 \text{ cm}$ باشد، فاصله نقطه C از BD را به دست آورید. (هندسه (۱) - تمرین ۴ صفحه ۳۳ کتاب درسی)

کتاب درسی





در مثلث ABC که در آن $AB > BC$ و $\hat{B} = 66^\circ$ است، عمودمنصف ضلع AC ، ضلع AB را در نقطه P قطع می‌کند. اگر $\hat{BCP} = 44^\circ$ باشد، اندازه زاویه A چند درجه است؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۳۵
(۳) ۳۷
(۴) ۳۸

مشاوره ویژگی‌های عمودمنصف یک پاره‌خط یکی از نکات مورد نظر طراحان کنکور است و به طور مستقیم و یا معمولاً در قالب سؤالات ترکیبی در سؤالات کنکور دیده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

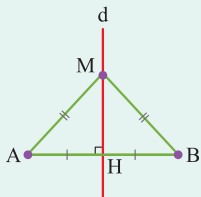
با توجه به ویژگی عمودمنصف یک پاره‌خط، $PA = PC$ است.

Hint

درس‌Box

ویژگی عمودمنصف یک پاره‌خط:

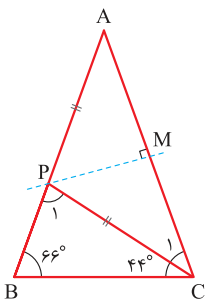
هر نقطه واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس، هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.



$$M \in AB \text{ عمودمنصف} \Leftrightarrow MA = MB$$

گام اول: از آن‌جا که $AB > BC$ ، پس عمودمنصف ضلع AC ، ضلع AB را بین A و B قطع می‌کند. چون نقطه P روی عمودمنصف AC قرار دارد، پس از دو سر این پاره‌خط به یک فاصله است، در نتیجه داریم:

پاسخ خیلی تشریحی



$$PA = PC \xrightarrow{\Delta APC} \hat{A} = \hat{C}_1 \quad (1)$$

گام دوم: زاویه \hat{P}_1 زاویه خارجی مثلث APC است، پس می‌توان نوشت:

$$\hat{P}_1 = \hat{A} + \hat{C}_1 \xrightarrow{(1)} \hat{P}_1 = 2\hat{A} \quad (2)$$

گام سوم: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر 180° است، پس در مثلث BPC داریم:

$$\hat{P}_1 + \hat{B} + \hat{BCP} = 180^\circ \xrightarrow{(2)} 2\hat{A} + 66^\circ + 44^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A} = 70^\circ \Rightarrow \hat{A} = 35^\circ$$



۲۹

در مثلث مختلف‌الاضلاع ABC ، نیمساز زاویه داخلی A ، نیمساز زاویه خارجی رأس B را در نقطه O قطع می‌کند.

کدام گزینه درست است؟

- ۱) نقطه O از BC و امتداد AB به یک فاصله است، ولی از امتداد AC به همان فاصله نیست.
- ۲) نقطه O از دو رأس B و C به یک فاصله است، ولی فاصله‌اش از رأس A متفاوت است.
- ۳) نقطه O از BC و امتداد AC به یک فاصله است، ولی از امتداد AB به همان فاصله نیست.
- ۴) نقطه O از هر سه ضلع مثلث ABC یا امتداد آن‌ها به یک فاصله است.

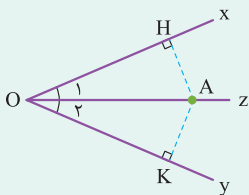
پاسخ: گزینه ۴

از نقطه O عمودهایی بر ضلع BC و امتداد اضلاع AB و AC رسم کنید.

Hint

درسی Box

ویژگی نیمساز یک زاویه:

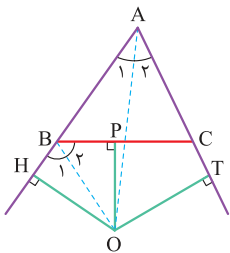


هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس، هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Leftrightarrow AH = AK$$

گام اول: می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، چون نقطه O روی نیمساز داخلی زاویه A قرار دارد، پس از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی $OH = OT$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

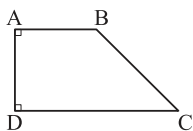


گام دوم: به طور مشابه با گام اول، چون نقطه O روی نیمساز زاویه خارجی نظیر رأس B قرار دارد، پس از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی $OH = OP$.

گام سوم: از گام‌های اول و دوم نتیجه می‌گیریم $OH = OP = OT$ ، یعنی نقطه O از هر سه ضلع مثلث ABC یا امتداد آن‌ها به یک فاصله است.



۳۰. در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD مطابق شکل زیر، $AB = 12$ ، $CD = 24$ و $BC = 15$ است. اگر نیمسازهای زوایای B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند، فاصله نقطه O از ضلع BC کدام است؟



۶ (۱)

۵ (۲)

۴/۵ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

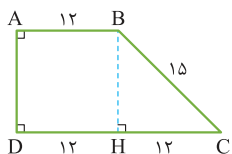
از نقطه O، عمودهایی بر اضلاع AB، BC، CD رسم کنید.



هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.



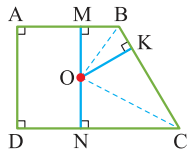
گام اول: ابتدا طول ساق قائم AD را محاسبه می‌کنیم. برای این کار از رأس B، عمود BH را بر قاعده CD رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABHD مستطیل است، پس $AD = BH$ و $DH = AB$. مطابق شکل داریم:



$$CH = CD - DH = CD - AB = 24 - 12 = 12$$

$$\triangle BCH : BH^2 = BC^2 - CH^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \Rightarrow BH = 9 \Rightarrow AD = 9$$

گام دوم: نیمسازهای زوایای B و C مطابق شکل، یکدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. از نقطه O، عمودهای OM، OK و ON را به ترتیب بر اضلاع AB، BC، CD رسم می‌کنیم. طبق ویژگی نیمساز یک زاویه داریم:



$$\left. \begin{array}{l} O \text{ روی نیمساز } \hat{B} \text{ است.} \\ O \text{ روی نیمساز } \hat{C} \text{ است.} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} OK = OM \\ OK = ON \end{array} \right\} \Rightarrow OK = OM = ON \Rightarrow OK = \frac{1}{2} MN$$

گام سوم: طول پاره خط MN برابر طول ساق قائم AD است، پس داریم:

$$OK = \frac{1}{2} \times 9 = 4/5$$



چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) مدل سازی در فیزیک، فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن قدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

ب) در مدل سازی حرکت یک توپ پرتاب شده، می توان مقاومت هوا و نیروی گرانش زمین را نادیده گرفت.

پ) ویژگی آزمون پذیری و اصلاح نظریه های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است.

ت) در مدل سازی هل دادن یک یخچال، می توان یخچال را به صورت یک ذره در نظر گرفت.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

۱) مدل ها و نظریه های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند. به بیان دیگر، همواره این امکان وجود دارد که نتایج آزمایش های جدید، منجر به بازنگری مدل یا نظریه ای شود و حتی ممکن است نظریه ای جدید جایگزین آن شود. ویژگی آزمون پذیری و اصلاح نظریه های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از جهان پیرامون داشته است.

۲) مدل سازی در فیزیک فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی، آن قدر ساده و آرمانی می شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود.

مثلاً در بررسی حرکت یک توپ بسکتبال از لحظه پرتاب تا رسیدن به سبد باید توجه داشت که توپ، یک کره کامل نیست (درزها و برجستگی هایی روی توپ وجود دارد)، در حین حرکت به دور خود می چرخد و باد و مقاومت هوا بر حرکت آن اثر می گذارند. وزن توپ نیز با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می کند.

با مدل سازی حرکت توپ، می توانیم تا حدود زیادی این پیچیدگی ها را کاهش دهیم. با چشم پوشیدن از اندازه و شکل توپ، آن را به صورت یک جسم نقطه ای یا ذره در نظر می گیریم. از مقاومت هوا و اثر وزش باد صرف نظر می کنیم. سرانجام فرض می کنیم با تغییر فاصله توپ از مرکز زمین، وزن آن ثابت می ماند.

توجه داریم که هنگام مدل سازی یک پدیده فیزیکی، باید اثرهای جزئی تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین کننده را.

توپ بسکتبال به صورت یک جسم نقطه ای (ذره) در نظر گرفته می شود.
نیروی گرانشی وارد بر توپ ثابت است.
مدل آرمانی توپ بسکتبال

جهت حرکت توپ
توپ بسکتبال می چرخد.
مقاومت هوا و باد نیروهایی به توپ وارد می کنند.
نیروی گرانشی وارد بر توپ به ارتفاع بستگی دارد.
الف) حرکت توپ بسکتبال در هوا

بررسی تک به تک موارد (با توجه به درس باکس):

الف) درست است. ✓

ب) نادرست است. می توان از اثرهای جزئی مانند مقاومت هوا صرف نظر کرد ولی اثرهای مهم مانند نیروی گرانش را نمی توان نادیده گرفت. ✗

پ) درست است. ✓

ت) درست است. در مدل سازی از ابعاد جسم صرف نظر می کنیم و آن را به صورت ذره فرض می کنیم. ✓

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۳۲ کدام یک از یکاهای فرعی زیر برحسب یکاهای اصلی به درستی بیان نشده است؟

(۲) پاسکال، $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$

(۱) نیوتون، $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$

(۴) ژول، $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

(۳) وات، $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^3}$

پاسخ: گزینه ۳

در جدول زیر، نمونه‌هایی از یکاهای فرعی آمده است:

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه SI

یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی	نام یکا	کمیت
$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	تندی و سرعت
$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	شتاب
$\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$	N	نیرو
$\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$	Pa	فشار
$\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$	J	انرژی

مطابق درس باکس، یکاهای نیوتون، پاسکال و ژول درست هستند. یکای فرعی توان برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} \rightarrow \text{وات (W)} = \frac{\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}}{\text{s}} = \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کرتس Box



۳۳ یکای کمیت فرعی A در رابطه «انرژی = $\frac{A^2}{\text{جرم}}$ » در کدام گزینه درست بیان شده است؟

(۲) $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$

(۱) N.s

(۴) Pa.m

(۳) W.m

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به یکای فرعی کمیت انرژی ($\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$) و یکای جرم (kg)، یکای کمیت A را به دست آورید.

Hint

درس Box

در روابط فیزیکی، یکای جملات طرفین تساوی با هم برابر است:

مثلاً در رابطه زیر اگر F کمیت نیرو و m کمیت جرم را نشان دهند، داریم:

$$F = \frac{m}{B} \Rightarrow \text{یکای کمیت B} = \frac{\text{kg}}{\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{s}^2}{\text{m}}$$

با توجه به این که یکای طرفین تساوی برابر است، داریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\text{انرژی} = \frac{A^2}{\text{جرم}} \xrightarrow[\text{جرم} = \text{kg}]{\text{یکای انرژی} = \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}} \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2} = \frac{A^2 \text{ یکای}}{\text{kg}} \Rightarrow A^2 \text{ یکای} = \frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow A \text{ یکای} = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \xrightarrow[\text{N} = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}]{\text{N}} A \text{ یکای} = \text{N.s}$$

در مورد گزینه‌های (۳) و (۴)، توجه داشته باشید که:

$$W.m = \frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg.m}^3}{\text{s}^2} \neq \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

$$\text{Pa.m} = \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \neq \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$



۳۴ کدام یک از تبدیل یکاهای زیر، نادرست است؟

(۲) $540 \mu\text{m} = 5/40 \times 10^{-1} \text{mm}$

(۱) $9109 \times 10^{-28} \text{mg} = 9/109 \times 10^{-31} \text{kg}$

(۴) $1 \times 10^{-9} \text{s} = 1 \times 10^{-6} \text{ms}$

(۳) $280 \text{cm}^2 = 2/80 \text{m}^2$

پاسخ: گزینه ۲

تبدیل یکها: در حل مسئله‌های فیزیک، اغلب لازم است یکای کمیتی را تغییر دهیم. این کار با روش تبدیل زنجیره‌ای انجام می‌شود. در این روش، اندازه کمیت را در یک ضریب تبدیل (نسبتی از یکها که برابر عدد یک است) ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 1, \quad \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} = 1$$

مثلاً برای تبدیل یکای کمیت 54 km/h به یکای m/s داریم:

$$54 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right) = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در مسائل مربوط به تبدیل یکها، ضروری است جدول زیر را به خاطر بسپاریم:

پیشوندهای یکها

نماد	پیشوند	ضریب	نماد	پیشوند	ضریب
p	پیکو	10^{-12}	T	ترا	10^{12}
n	نانو	10^{-9}	G	گیگا	10^9
μ	میکرو	10^{-6}	M	میگا	10^6
m	میلی	10^{-3}	k	کیلو	10^3
c	سانتی	10^{-2}			

تبدیل یکها را می‌توان به شیوه راحت‌تری هم انجام داد:

الف) تبدیل یکای بزرگ‌تر به کوچک‌تر:

اختلاف توان‌ها +

ب) تبدیل یکای کوچک‌تر به بزرگ‌تر:

اختلاف توان‌ها -

مثلاً در تبدیل 500 nm به km ، چون یکای کوچک‌تر به بزرگ‌تر تبدیل می‌شود:

$$500 \text{ nm} \xrightarrow[\text{اختلاف توان‌ها} = 12]{\text{توان } k \text{ (کیلو)} = +9, \text{ توان } n \text{ (نانو)} = -9} 500 \times 10^{-12} \text{ km}$$

محاسبه تک‌به‌تک موارد:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

(۱) گزینه: $9109 \times 10^{-28} \text{mg} \times \frac{10^{-3} \text{g}}{1 \text{mg}} \times \frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}} = 9109 \times 10^{-34} \text{kg} = 9/109 \times 10^{-31} \text{kg}$ ✓

(۲) گزینه: $540 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{mm}}{10^{-3} \text{m}} = 540 \times 10^{-3} \text{mm} = 5/40 \times 10^{-1} \text{mm}$ ✓

(۳) گزینه: $280 \text{cm}^2 \times \frac{10^{-4} \text{m}^2}{1 \text{cm}^2} = 280 \times 10^{-4} \text{m}^2 = 2/80 \times 10^{-2} \text{m}^2$ ✗

(۴) گزینه: $1 \times 10^{-9} \text{s} \times \frac{1 \text{ms}}{10^{-3} \text{s}} = 1 \times 10^{-6} \text{ms}$ ✓



جرم جسمی توسط چهار ترازوی رقمی متفاوت، اندازه‌گیری شده است. در کدام یک از گزینه‌های زیر، جرم گزارش شده، دقت اندازه‌گیری بیشتری دارد؟ **۳۵**

- (۱) $4/52 \text{ kg}$
 (۲) 4520 g
 (۳) $4/520 \times 10^9 \mu\text{g}$
 (۴) $4/5200 \times 10^6 \text{ mg}$

پاسخ: گزینه ۴

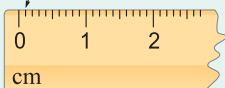
دقت اندازه‌گیری‌های ذکر شده را برحسب یکای گرم (g) به دست آورید و اعداد را با هم مقایسه کنید.

Hint

درس‌Box

دقت اندازه‌گیری ابزارهای مدرج، برابر کمینه درجه‌بندی آن ابزارها است:

کمینه درجه‌بندی این خط‌کش، ۱mm است.



دقت این خط‌کش، ۱mm است.

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. برای مثال، آخرین رقمی که دماسنج شکل روبه‌رو نشان می‌دهد، $0/2^\circ\text{C}$ و دقت آن $0/1^\circ\text{C}$ است.

31.2°C

دقت اندازه‌گیری گزینه‌ها را به طور جداگانه به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- (۱) گزینه ۱: $4/52 \text{ kg} \rightarrow \text{دقت} = 0/01 \text{ kg} = 10 \text{ g}$
 (۲) گزینه ۲: $4520 \text{ g} \rightarrow \text{دقت} = 1 \text{ g}$
 (۳) گزینه ۳: $4/520 \times 10^9 \mu\text{g} \rightarrow \text{دقت} = 0/001 \times 10^9 \mu\text{g} = 10^6 \mu\text{g} = 1 \text{ g}$
 (۴) گزینه ۴: $4/5200 \times 10^6 \text{ mg} \rightarrow \text{دقت} = 0/0001 \times 10^6 \text{ mg} = 100 \text{ mg} = 0/1 \text{ g} \checkmark$



۳۶ جرم کره A به شعاع خارجی R و شعاع داخلی $\frac{21}{4}R$ برابر جرم کره توپر B به شعاع R است. چگالی ماده سازنده کره A چند برابر چگالی ماده سازنده کره B است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) ۶
(۳) ۷ (۴) $\frac{10}{5}$

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه‌های $\rho = \frac{m}{V}$ و $V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi(R_{\text{خارجی}}^3 - R_{\text{داخلی}}^3)$ نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$ را به دست آورید.

Hint

درس Box

چگالی جسمی به جرم m و حجم V از رابطه زیر به دست می‌آید:

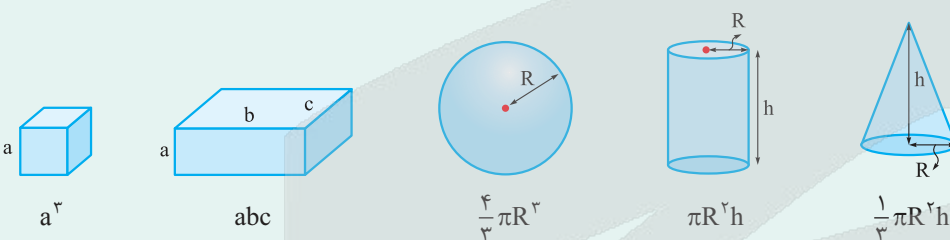
$$\rho = \frac{m}{V}$$

(kg) جرم
↑
m
↓
چگالی (kg/m³) حجم (m³)

رابطه مقایسه‌ای چگالی دو جسم A و B به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

ضروری است فرمول حجم اشکال زیر را به خاطر داشته باشید:



پاسخ خیلی تشریحی ✓ از رابطه مقایسه‌ای چگالی، $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} V_A = \frac{4}{3}\pi[R^3 - (\frac{R}{4})^3] = \frac{4}{3}\pi(\frac{63R^3}{64}) \\ V_B = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ m_A = \frac{21}{4}m_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{21}{4} \times \frac{V_B}{\frac{63}{64}V_B} = \frac{21}{4} \times \frac{64}{63} = 6$$

شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟

(سوال ۶۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

- (۱) $\frac{12}{5}$ (۲) $\frac{18}{5}$ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶





۳۷

یک کره فلزی توخالی به شعاع خارجی ۵۰ cm و شعاع داخلی ۴۰ cm از فلزی به چگالی 5 g/cm^3 ساخته شده است. اگر فضای داخلی کره را با ماده‌ای به چگالی $2/5 \text{ g/cm}^3$ پر کنیم، در این حالت چگالی کره چند واحد SI خواهد شد ($\pi = 3$)

۳۷۲۰ (۲)

۳۴۰۰ (۱)

۶۶۰۰ (۴)

۶۲۸۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

چگالی جسم مخلوط را از رابطه $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ محاسبه کنید.

Hint

هنگامی که جسمی از دو یا چند ماده مختلف تشکیل شده باشد، چگالی جسم مخلوط از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

درس‌Box

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

یکای SI چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است.

گام اول: ابتدا حجم V_1 (پوسته کره) و V_2 (حجم خالی درون کره) را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{خارجی}}^3 - R_{\text{داخلی}}^3) = \frac{4}{3} (\pi) (50^3 - 40^3) = 0/244 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R_{\text{داخلی}}^3 = \frac{4}{3} (\pi) (40^3) = 0/256 \text{ m}^3$$

گام دوم: چگالی جسم مخلوط را به دست می‌آوریم:

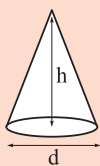
$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{5000(0/244) + 2500(0/256)}{0/244 + 0/256} = \frac{1860}{0/5} = 3720 \text{ kg/m}^3$$



۳۸

مطابق شکل، یک مخروط فلزی توپر از ماده‌ای به چگالی 18000 kg/m^3 ساخته شده است. جرم این مخروط چند

کیلوگرم است؟ ($\pi = 3, h = d = 20 \text{ cm}$)



۳۶ (۱)

۹ (۲)

۳/۶ (۳)

۰/۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا حجم مخروط را از رابطه $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ محاسبه کنید و سپس جرم مخروط را از رابطه $m = \rho V$ به دست آورید.

Hint

گام اول: ابتدا حجم مخروط را به دست آورید:

پاسخ خیلی تشریحی

$$R = \frac{d}{2} = 0.1 \text{ m}, \quad h = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} (3)(0.1)^2 (0.2) = 0.002 \text{ m}^3$$

گام دوم: جرم مخروط را از رابطه $m = \rho V$ به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V = \frac{18000 \text{ kg/m}^3}{0.002 \text{ m}^3} \rightarrow m = (18000)(0.002) = 36 \text{ kg}$$

شعاع قاعده یک مخروط توپر برابر 10 cm و ارتفاع آن 20 cm است. اگر جرم این مخروط $5/4 \text{ kg}$ باشد، چگالی

کنکور

(سوال ۷۲ کنکور تهرمی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

مخروط در SI چه قدر است؟ ($\pi = 3$)

۸۱۰۰ (۲)

۲۷۰۰ (۱)

۸/۱ (۴)

۲/۷ (۳)



۳۹

آلیاژی به چگالی $16/2 \text{ g/cm}^3$ و حجم 5 cm^3 از طلا و مس تشکیل شده است. اگر چگالی طلای خالص را 18 g/cm^3 و چگالی مس را 9 g/cm^3 در نظر بگیریم، چند گرم مس در ساخت این آلیاژ استفاده شده است؟

۹ (۱) ۲۷ (۲) ۵۴ (۳) ۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

Hint

ابتدا جرم کل را از رابطه $V_{\text{آلیاژ}} \rho_{\text{آلیاژ}} = m_{\text{مس}} + m_{\text{طلا}} = m_{\text{کل}}$ به دست آورید و سپس رابطه دوم بین جرم طلا و مس را $5 = \frac{m_{\text{مس}}}{\rho_{\text{مس}}} + \frac{m_{\text{طلا}}}{\rho_{\text{طلا}}}$ به دست آورید. در نهایت با تشکیل دستگاه از دو رابطه به دست آمده، جرم مس را حساب کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جرم آلیاژ، برابر مجموع جرم طلا (Au) و جرم مس (Cu) است:

$$m_{\text{آلیاژ}} = \rho_{\text{آلیاژ}} V_{\text{آلیاژ}} = (16/2)(5) = 81 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}} = 81 \text{ g} \quad (\text{I})$$

گام دوم: با داشتن حجم آلیاژ، رابطه دیگری بین جرم طلا و مس به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{آلیاژ}} = V_{\text{Au}} + V_{\text{Cu}} = 5 \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} + \frac{m_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}} = 5 \Rightarrow \frac{m_{\text{Au}}}{18} + \frac{m_{\text{Cu}}}{9} = 5 \xrightarrow{\times 18} m_{\text{Au}} + 2m_{\text{Cu}} = 90 \quad (\text{II})$$

گام سوم: با تشکیل دستگاه دو معادله - دو مجهولی از روابط (I) و (II)، جرم مس را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}} = 81 \\ m_{\text{Au}} + 2m_{\text{Cu}} = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m_{\text{Au}} - m_{\text{Cu}} = -81 \\ m_{\text{Au}} + 2m_{\text{Cu}} = 90 \end{cases}$$

$$m_{\text{Cu}} = 9 \text{ g}$$



۴۰

در بین عبارتهای زیر، چند مورد نادرست وجود دارد؟

الف) فلزات نیز در شرایطی، ویژگیهای جامد بی شکل از خود بروز می دهند.

ب) فاصله ذرات سازنده مایع و جامد تقریباً یکسان است.

پ) ذرات سازنده مواد، همواره در حرکت اند و به یکدیگر نیرو وارد می کنند.

ت) ذرات جسم جامد به سبب نیروی الکتریکی که به هم وارد می کنند، در کنار یکدیگر می مانند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

حالت های ماده

درس Box

ذره های سازنده مواد همواره در حرکت اند و به یکدیگر نیرو وارد می کنند. حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره ها و اندازه نیروی بین آنها بستگی دارد.

● جامد، مایع و گاز سه حالت آشنای ماده هستند. حالت چهارم ماده، پلاسما نامیده می شود که یکی از روش های تولید آن گرم کردن گاز تا دماهای بسیار بالا است به طوری که اتمها به یون های مثبت و الکترون ها تجزیه شوند.

● ذرات جسم جامد به سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می کنند، در کنار یکدیگر می مانند.

● وقتی مایعی را به آهستگی سرد کنیم، اغلب جامدهای بلورین تشکیل می شوند.

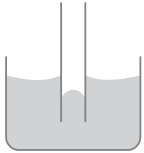
● ذرات سازنده جامدهای بی شکل (آمورف) برخلاف جامدهای بلورین، در طرح های منظمی کنار هم قرار ندارند. گروه دیگری از مواد هستند که وقتی در حالت مایع یا بخار به سرعت سرد شوند، جامد بی شکل به وجود می آید. فلزات، مثالی از این دسته مواد هستند.

با توجه به درس پاکس بالا، همه موارد درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



شکل مقابل، یک لوله شیشه‌ای مویین را نشان می‌دهد.



(۱) تمیز در آب

(۲) با سطح داخلی چرب‌شده در آب

(۳) تمیز در جیوه

(۴) با سطح خارجی چرب‌شده در جیوه

پاسخ: گزینه ۲

درس‌Box

اثر مویینگی: لوله‌هایی که قطر داخلی آن‌ها حدود یک‌دهم میلی‌متر باشد، معمولاً لوله مویین نامیده می‌شوند. واژه مویین به معنی «موماند» است. اگر چند لوله مویین شیشه‌ای و تمیز را وارد یک ظرف آب کنیم، آب در لوله‌های مویین بالا می‌رود و سطح آن بالاتر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین سطح آب به صورت فرورفته است.

● اگر همین آزمایش‌ها را با جیوه انجام دهیم، مشاهده می‌کنیم جیوه در لوله‌های مویین مقداری بالا می‌رود، ولی سطح آن پایین‌تر از سطح جیوه ظرف قرار می‌گیرد. افزون بر این‌ها، سطح جیوه در لوله مویین برآمده است.

● برای توجیه فیزیکی این پدیده باید به تفاوت نیروهای هم‌چسبی و دگرچسبی توجه کرد. اگر نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع، بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی مایع و لوله باشد، سطح مایع در لوله پایین‌تر از سطح مایع در ظرف و به صورت برآمده است. هم‌چنین اگر نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و لوله مویین، بزرگ‌تر از نیروی هم‌چسبی باشد، مایع درون لوله بالاتر از سطح مایع داخل ظرف قرار می‌گیرد و به حالت فرورفته است.

● اگر سطح شیشه چرب یا دوداندود شود، دگرچسبی آب با شیشه به شدت کاهش می‌یابد. به طوری که دگرچسبی بین آب و شیشه چرب یا دوداندودشده، از هم‌چسبی مولکول‌های آب کم‌تر است.

با توجه به این‌که سطح بیرونی مایع به صورت فرورفته، به لوله مویین چسبیده است، مایع مورد نظر آب است.

از طرفی چون در سطح داخلی لوله مویین، حالت برآمده و پایین‌تر از سطح آزاد مایع است، پس سطح داخلی لوله چرب شده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۲

اگر فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزنی برابر با ۱۹ kPa باشد، فشار مطلق گاز درون مخزن چند میلی‌متر جیوه است؟

$(g = 10 \text{ N/kg}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3, P_0 = 10^5 \text{ Pa})$

۶۲۵ (۲)

۵۰۰ (۱)

۸۷۵ (۴)

۷۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

از رابطه $P_g = P - P_0$ ، فشار مطلق گاز را به دست آورید. در مرحله بعد فشار را به کمک رابطه $\frac{P}{\rho_{\text{جیوه}}g}$ بر حسب متر جیوه و سپس میلی‌متر جیوه حساب کنید.

درس‌Box

اگر فشار هوا را از فشار مطلق گاز، کسر کنیم، فشار پیمانه‌ای به دست می‌آید:

$$P_g = P - P_0$$

فشار پیمانه‌ای فشار مطلق فشار هوا

ثابت گرانش (m/s^2)

$$P_{\text{مطلق}} = \rho g h + P_0 \rightarrow \text{فشار هوا}$$

ارتفاع ستون چگالی مایع (m) چگالی مایع (kg/m^3)

روش تبدیل یکای فشار از پاسکال به متر جیوه:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h \Rightarrow h_{\text{جیوه}} (\text{m}) = \frac{P(\text{Pa})}{\rho_{\text{جیوه}} (\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) g}$$

می‌دانیم یکای چگالی در SI، کیلوگرم بر متر مکعب ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) است. دو یکای رایج دیگر، گرم بر سانتی‌متر مکعب $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و گرم بر لیتر ($\frac{\text{g}}{\text{L}}$) است.

نحوه تبدیل این یکاها به صورت زیر است:

$$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\begin{matrix} \times 1000 \\ \div 1000 \end{matrix}} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا فشار مطلق گاز را به دست می‌آوریم:

$$P_g = P - P_0 \Rightarrow 19 = P - 100 \Rightarrow P = 119 \text{ kPa}$$

گام دوم: فشار مطلق را بر حسب میلی‌متر جیوه به دست می‌آوریم:

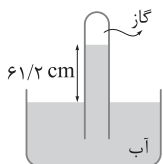
$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{P}{\rho_{\text{جیوه}} g} = \frac{P=119000 \text{ Pa}}{\rho_{\text{جیوه}}=13600 \text{ kg/m}^3} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{119000}{13600 \times 10} = 0.875 \text{ m}$$

$$\Rightarrow P = 875 \text{ mmHg}$$



۴۴

در شکل زیر، فشار گاز جمع شده در انتهای لوله، 71 cmHg است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف $61/2 \text{ cm}$ باشد، فشار هوا چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)



۷۵ (۱)

۷۵/۵ (۲)

۷۶ (۳)

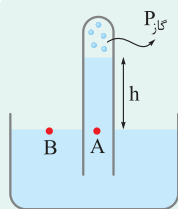
۷۶/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

دو نقطه هم‌تراز A و B را یکی در سطح آزاد مایع و دیگری را درون لوله انتخاب کنید. سپس با نوشتن رابطه برابری فشار این دو نقطه ($P_A = P_B$)، فشار هوا را به دست آورید.



درس‌Box

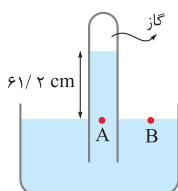


- فشارسنج هوا (بارومتر): وسیله‌ای ساده که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود.
- در مسائل مربوط به بارومتر، از اصل برابری فشار در نقاط هم‌تراز استفاده می‌کنیم.

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g h + P_{\text{گاز}} = P_0$$

گام اول: دو نقطه هم‌تراز A و B را انتخاب می‌کنیم و از برابری فشارهای این دو نقطه استفاده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho g h = P_0 \Rightarrow P_0 = 71 \text{ cmHg} + (\rho g h)_{\text{آب}} \quad (I)$$

گام دوم: فشار ستون آب را برحسب cmHg به دست می‌آوریم و در معادله (I) قرار می‌دهیم:

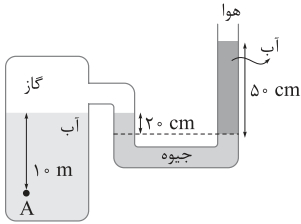
$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{1000 \times 61/2}{13600} = 4/5 \text{ cm} \xrightarrow{(I)} P_0 = 71 + 4/5 = 75/5 \text{ cmHg}$$



۴۵

در شکل زیر، اگر فشار هوای محیط 10^5 Pa باشد، فشار در نقطه A چند کیلوپاسکال است؟

$(g = 10 \text{ N/kg}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3)$



۱۰۸ / ۲ (۱)

۸۷ / ۸ (۲)

۱۷۷ / ۸ (۳)

۱۴۸ / ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

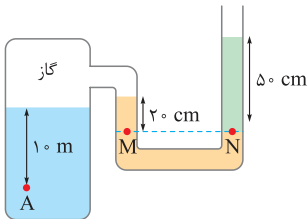
ابتدا از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، فشار گاز محبوس در مخزن را به دست آورید. سپس فشار نقطه A را $(P_A = (\rho g h)_{\text{آب}} + P_{\text{گاز}})$ محاسبه کنید.



Hint

گام اول: فشار گاز درون مخزن را از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز M و N به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + (\rho g h)_{\text{جیوه}} = P_{\text{هوای}} + (\rho g h)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + (13600 \times 10 \times 0.02) = 10^5 + (1000 \times 10 \times 0.05)$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + 27200 = 10^5 + 5000 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 77800 \text{ Pa}$$

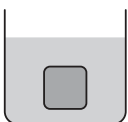
گام دوم: اکنون فشار نقطه A را به راحتی حساب می‌کنیم:

$$P_A = (\rho g h)_{\text{آب}} + P_{\text{گاز}} = (1000 \times 10 \times 1.0) + 77800 = 177800 \text{ Pa} = 177.8 \text{ kPa}$$



۴۶

مطابق شکل، مکعبی درون یک مایع، غوطه‌ور و در حال تعادل است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد آن نادرست است؟



- (۱) چگالی جسم با چگالی مایع برابر است.
- (۲) اندازه نیروی ناشی از فشار مایع بر وجه پایینی آن، بیشتر از وجه بالایی است.
- (۳) نیروی شناوری وارد بر مکعب بالاسو است.
- (۴) هر جسمی که از این مکعب وزن بیشتری داشته باشد، درون این مایع ته‌نشین می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

وضعیت جسم درون شاره

درس Box

اگر جسمی با چگالی ρ را به طور کامل داخل مایعی با چگالی ρ_0 قرار دهیم، سه حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد:

نتیجه	مقایسه چگالی جسم و مایع	نحوه حرکت جسم	شکل	مقایسه نیروهای وارد بر جسم
اگر چگالی جسم بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع ته‌نشین می‌شود.	$\rho > \rho_0$	جسم به سمت پایین حرکت می‌کند.		$W > F_b$
اگر چگالی جسم و مایع برابر باشند، جسم در مایع غوطه‌ور می‌شود.	$\rho = \rho_0$	جسم سر جای خود باقی می‌ماند.		$W = F_b$
اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم به سمت بالا حرکت کرده و در نهایت بر سطح مایع شناور می‌ماند.	$\rho < \rho_0$	جسم به سمت بالا حرکت می‌کند.		$W < F_b$

مطابق درس باکس، فقط مورد (۴) نادرست است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در گزینه (۴) توجه داشته باشید که معیار تعیین وضعیت جسم، چگالی است نه فقط وزن.



۴۷ اگر جریان خون در یک رگ، به قسمتی برسد که قطر مقطع آن نصف به سایر قسمت‌های رگ باشد، تندی جریان خون چند برابر شده و فشار آن چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ۴، کاهش
 (۲) ۴، افزایش
 (۳) $\frac{1}{4}$ ، کاهش
 (۴) $\frac{1}{4}$ ، افزایش

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به رابطه $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$ و معادله پیوستگی $A_1 v_1 = A_2 v_2$ ، نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ را به دست آورید و در آخر، تغییرات فشار را با توجه به اصل برنولی تعیین کنید.

Hint

اگر مطابق شکل زیر، شاره‌ای با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت کند، در حالت پایا و در مدت زمان یکسان، جرم یکسانی از شاره، از هر سطح مقطع دلخواه لوله می‌گذرد:

درس‌Box

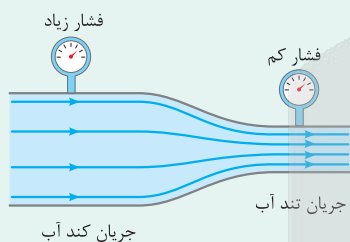


از این موضوع به سادگی می‌توان به معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر دست یافت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2$$

اصل برنولی

در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: از معادله پیوستگی، نسبت تندی‌ها را به دست می‌آوریم:

$$v_1 d_1^2 = v_2 d_2^2 \xrightarrow{d_1 = 2d_2} v_1 (2d_2)^2 = v_2 d_2^2 \Rightarrow 4v_1 d_2^2 = v_2 d_2^2 \Rightarrow v_2 = 4v_1$$

گام دوم: طبق اصل برنولی، چون تندی افزایش یافته است، فشار کاهش می‌یابد.

طبق رابطه پیوستگی، مساحت کاهش پیدا کرده است، پس تندی افزایش می‌یابد (رد گزینه‌های (۳) و (۴)).

تیزبازی

طبق اصل برنولی با افزایش تندی، فشار کاهش می‌یابد (رد گزینه (۲)).

بر اثر رسوبات، قطر قسمتی از یک رگ نسبت به سایر قسمت‌ها ۴۰ درصد کاهش یافته است. اگر خون از این قسمت وارد قسمت گشاد همان رگ شود، تندی آن چگونه تغییر می‌کند؟

(سؤال ۷۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)

- (۱) ۶۴ درصد کاهش می‌یابد.
 (۲) ۱۶ درصد افزایش می‌یابد.
 (۳) ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.
 (۴) ۴۰ درصد افزایش می‌یابد.





۴۸ از یک لوله افقی انتقال آب، در هر دقیقه ۴۰۰۰ لیتر آب با تندی 8 km/h می‌گذرد. قطر مقطع این لوله چند سانتی‌متر است؟ ($\pi = 3$)

۳۶ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به رابطه $Av = \frac{\text{حجم}}{\text{زمان}}$ ، قطر مقطع لوله را به دست آورید.

Hint

برای شاره تراکم‌ناپذیر، اگر در بازه زمانی Δt ، حجم معینی از شاره ($\Delta V = AL$) از مقطع A این لوله عبور کند، آهنگ شارش حجمی شاره از این مقطع فرضی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{حجم شاره} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{AL}{\Delta t} = Av$$

با توجه به ثابت بودن آهنگ شارش حجمی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = Av \rightarrow \frac{\Delta V = 4000 \text{ L} = 4 \text{ m}^3}{\Delta t = 60 \text{ s}, v = \frac{8}{3.6} \text{ m/s} = \frac{20}{9} \text{ m/s}} \rightarrow \frac{4}{60} = A \times \frac{20}{9}$$

$$\Rightarrow A = 0.03 \text{ m}^2 = \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow d^2 = 0.04 \text{ m}^2 \Rightarrow d = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$



۴۹ در شکل زیر، قطر مقطع ورودی لوله، $1/5$ برابر قطر مقطع خروجی آن است. اگر اختلاف تندی حرکت آب در این دو مقطع برابر با 10 m/s باشد، تندی آب در مقطع خروجی چند متر بر ثانیه است؟



۴ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به معادله پیوستگی $A_1 v_1 = A_2 v_2$ و $v_2 - v_1 = 10 \text{ m/s}$ ، تندی مقطع خروجی (v_2) را به دست آورید.

Hint

گام اول: از رابطه پیوستگی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ورودی $\rightarrow 1$ خروجی $\rightarrow 2$

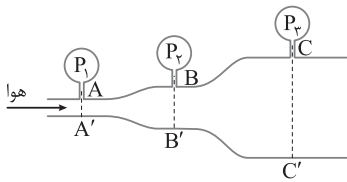
$$d_1 = 1/5 d_2 \xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} A_1 = \frac{1}{25} A_2 \text{ و } A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{25} v_1$$

گام دوم: با داشتن اختلاف تندی‌های دو مقطع، v_2 را به دست می‌آوریم:

$$v_2 - v_1 = 10 \text{ m/s} \xrightarrow{v_1 = \frac{1}{25} v_2} v_2 - \frac{1}{25} v_2 = 10 \Rightarrow \frac{24}{25} v_2 = 10 \Rightarrow v_2 = 10.4 \text{ m/s}$$



۵۰ در شکل زیر، هوا به طور پیوسته درون لوله افقی در جریان است. بر اساس کمترین تندی هوا در مقطع است و بر اساس فشارسنج در این مقطع عدد بزرگ تری را نشان می دهد.



(۱) معادله پیوستگی، AA' ، اصل برنولی

(۲) معادله پیوستگی، CC' ، اصل برنولی

(۳) اصل برنولی، AA' ، معادله پیوستگی

(۴) اصل برنولی، CC' ، معادله پیوستگی

پاسخ: گزینه ۲

مطابق معادله پیوستگی ($A_1 v_1 = A_2 v_2$)، هر چه قدر سطح مقطع بزرگ تر باشد ($A \uparrow$)، تندی سیال کم تر است ($v \downarrow$)؛ بنابراین در مقطع C، تندی سیال کم ترین است. از طرف دیگر، مطابق اصل برنولی، رابطه فشار و تندی عکس یکدیگر است، پس در مقطع C، فشارسنج عدد بزرگ تری را نمایش می دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓





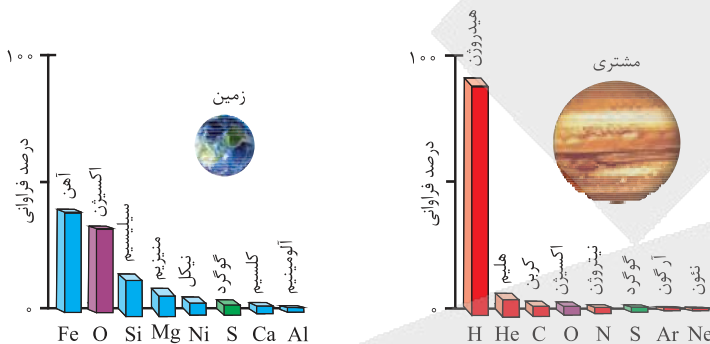
کدام مورد به یقین، درست است؟

- (۱) اتم‌هایی که در شمار نوترون با یکدیگر تفاوت دارند، ایزوتوپ هم هستند.
- (۲) تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم، کم‌تر از تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی کلر است.
- (۳) هر چه نسبت شمار نوترون به پروتون در هسته اتمی بیشتر باشد، آن اتم به یقین ناپایدارتر است.
- (۴) درصد فراوانی عنصرهای گوگرد و اکسیژن در سیاره زمین، بیشتر از سیاره مشتری است.

پاسخ: گزینه ۴

طبق نمودار کتاب درسی، درصد فراوانی این دو عنصر مشترک، در سیاره زمین بیشتر از سیاره مشتری است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



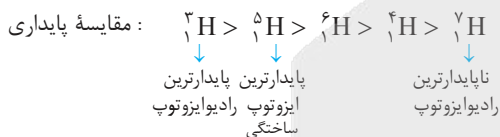
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): هر دو اتمی با شمار نوترون‌های متفاوت که ایزوتوپ هم نیستند، باید عدد اتمی شون یکسان باشه! مثلاً $^{14}_7\text{N}$ و $^{12}_6\text{C}$. شمار نوترون متفاوتی دارند، ولی ایزوتوپ یکدیگر محسوب نمی‌شوند.

گزینه (۲): درصد فراوانی دو ایزوتوپ طبیعی لیتیم (^7_3Li)، 6 و 94 درصد (^7_3Li ، ^6_3Li) و درصد فراوانی دو ایزوتوپ طبیعی کلر ($^{35}_{17}\text{Cl}$)، به تقریب 25 و 75 ($^{35}_{17}\text{Cl}$ ، $^{37}_{17}\text{Cl}$) درصد است.

$$94 - 6 = 88 > 75 - 25 = 50$$

گزینه (۳): کی گفته! مثلاً در ایزوتوپ‌های هیدروژن، ^1_1H و ^2_1H با این که شمار نوترون‌های بیشتری از ^1_1H دارند، اما پایدارترند. ببینین:



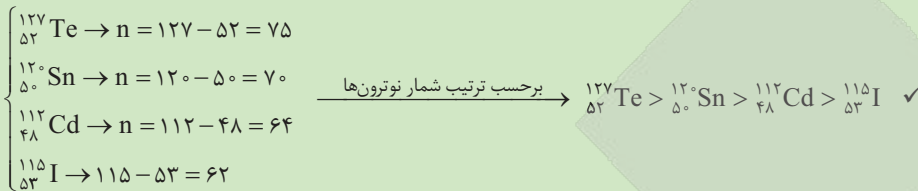


کدام مقایسه دربارهٔ شمار نوترون‌های اتم‌های داده شده درست است؟



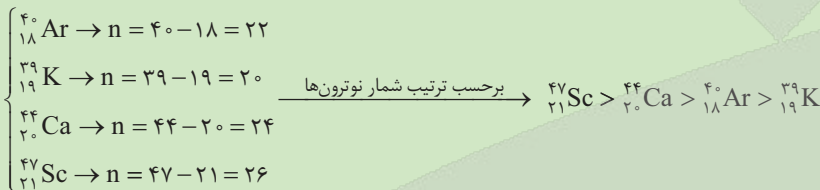
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ برای محاسبهٔ تعداد نوترون‌ها، کافی است عدد اتمی را از عدد جرمی کم کنیم:

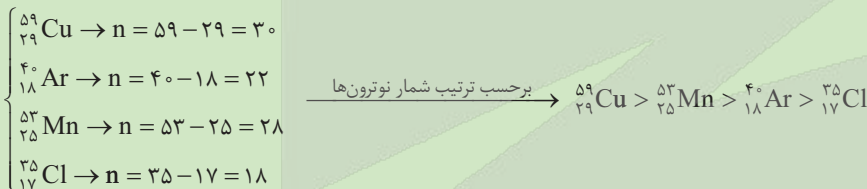


بررسی سایر گزینه‌ها:

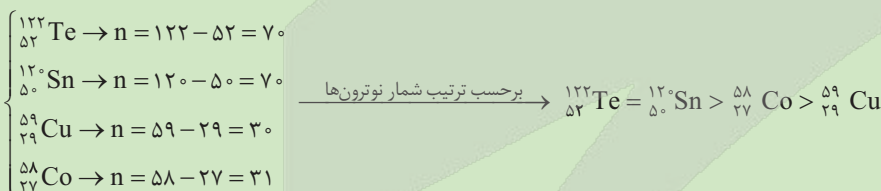
گزینه (۱):



گزینه (۲):

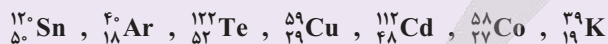


گزینه (۴):



(شیمی (۱) - تمرین ۱۵ صفحه ۴۶ کتاب درسی)

اتم‌های زیر را برحسب کاهش تعداد نوترون مرتب کنید.





درستی یا نادرستی کدام گزینه با درستی یا نادرستی عبارت زیر، متفاوت است؟

«در یک نمونه طبیعی از عنصر هیدروژن، درصد فراوانی ایزوتوپ ^1H ، بیش از ۹۰ درصد و درصد فراوانی ایزوتوپ ^2H

بسیار ناچیز است.» ^1H ، ^2H و ^3H

(۱) پس از مهبانگ، در فشارها و دماهای بالا، با متراکم شدن گازهای هیدروژن و هلیوم، مجموعه‌ای گازی به نام سحابی به وجود آمد.

(۲) مطالعه کیهان به‌ویژه سامانه‌های خورشیدی برای دریافت پاسخ قانع کننده به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است»، کمک شایانی می‌کند.

(۳) جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای، جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ هر عنصر است.

(۴) نماد سه عنصر آرگون، طلا و آلومینیم با حرف A آغاز می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت داده شده و گزینه‌های (۱) تا (۳) نادرست بوده، اما گزینه (۴) درست است.

در یک نمونه طبیعی، ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن (^1H تا ^3H) وجود ندارند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): سحابی‌ها بر اثر کاهش دما و متراکم شدن گازهای هیدروژن و هلیوم به وجود آمده‌اند.

گزینه (۲): پاسخ به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است»، در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد و هر فرد تنها با مراجعه به بینش

عقلانی و آموزه‌های الهی، می‌تواند به پاسخی جامع برای آن دست یابد.

سه سؤال اساسی و مهم در مورد جهان هستی و نحوه توجیه آن‌ها به صورت زیر است:



سؤال اساسی	نحوه توجیه
(۱) هستی چگونه پدید آمده است؟	در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد و انسان با بینش عقلانی و آموزه‌های الهی می‌تواند به پاسخ آن برسد.
(۲) جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟	با علوم تجربی و با استفاده از پدیده‌های طبیعی قابل توجیه است.
(۳) پدیده‌های طبیعی، چگونه و چرا رخ می‌دهند؟	

گزینه (۳): جرم نشان داده شده در جدول تناوبی جرم اتمی میانگین عنصرها است و نه جرم اتمی فراوان‌ترین ایزوتوپ آن! برای

نمونه خانه شماره هفت به عنصر نیتروژن تعلق دارد و اطلاعات آن به صورت زیر است:

عدد اتمی	۷
نماد شیمیایی	N
نام	نیتروژن
جرم اتمی میانگین	۱۴/۰۱

گزینه (۴): کاملاً درست! ببینید: آلومینیم: Al، آرگون: Ar، طلا: Au



۵۴

عنصر X دارای سه ایزوتوپ ^{100}X ، ^{101}X و ^{102}X است. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ دوم، چهار برابر درصد فراوانی ایزوتوپ اول و درصد فراوانی ایزوتوپ سوم، برابر با تفاوت درصد فراوانی ایزوتوپ اول و دوم باشد، جرم اتمی میانگین X کدام است؟ (عدد جرمی را معادل با جرم اتمی در نظر بگیرید.)

$$101/5 \quad (4)$$

$$101/75 \quad (3)$$

$$101/25 \quad (2)$$

$$100/75 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

فرمول محاسبه جرم اتمی میانگین:

● استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots}{F_1 + F_2 + \dots}$$

● استفاده از فرمول تستی:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{F_{\text{کل}}} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{F_{\text{کل}}} (M_3 - M_1) + \dots$$

تفاوت جرم اتمی ایزوتوپ سوم با ایزوتوپ سبکتر
تفاوت جرم اتمی ایزوتوپ دوم با ایزوتوپ سبکتر
جرم اتمی

اگر درصد فراوانی ایزوتوپ‌های ^{100}X ، ^{101}X ، ^{102}X را به ترتیب F_1 ، F_2 و F_3 در نظر بگیریم، با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$F_2 = 4F_1, \quad F_3 = F_2 - F_1 \Rightarrow F_3 = 3F_1$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \Rightarrow F_1 + 4F_1 + 3F_1 = 100 \Rightarrow 8F_1 = 100 \Rightarrow F_1 = 12.5\%$$

$$\Rightarrow F_2 = 50\%, \quad F_3 = 37.5\%$$

استفاده از فرمول کتاب درسی:

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{(100 \times 12.5) + (101 \times 50) + (102 \times 37.5)}{100} = 101/25$$

استفاده از فرمول تستی:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) \Rightarrow M = 100 + \frac{50}{100} (101 - 100) + \frac{37.5}{100} (102 - 100)$$

$$\Rightarrow M = 100 + 0.5 + 0.75 = 101/25$$



نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓



په چور دیکه

کدام موارد زیر درست است؟ **۵۵**

الف) در اتم هیدروژن، طول موج پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایه پنجم به سوم بیشتر از 700nm است.

ب) الکترون‌های یک اتم با جذب انرژی به لایه‌های بالاتر یا پایین‌تر از حالت پایه انتقال می‌یابند. **سبز**

پ) تفاوت انرژی نور نشرشده از فلز سدیم با فلز لیتیم در شعله، بیشتر از این تفاوت در فلز مس با فلز لیتیم است.

زرد

سرخ

ت) دلیل منحصربه‌فرد بودن طیف نشری خطی هر عنصر، متفاوت بودن انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم **سرخ** عناصر مختلف است.

- (۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف)

طول موج پرتوهای حاصل از انتقال‌های الکترونی در اتم هیدروژن:

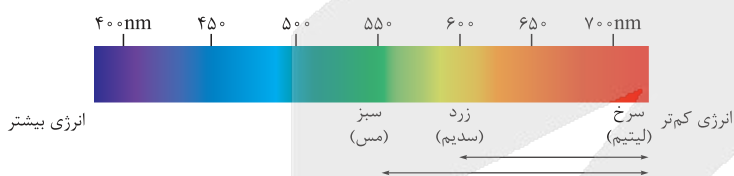


فرابنفش	نور مرئی	فروسرخ
انتقال از لایه‌های بالاتر به لایه اول (مانند $n=5 \rightarrow n=1$) و انتقال از لایه هفتم به لایه دوم ($n=7 \rightarrow n=2$)	انتقال از لایه‌های $5, 4, 3$ به لایه دوم ($n=6, 5, 4, 3 \rightarrow n=2$)	انتقال از لایه‌های بالاتر به یکی از لایه‌های سوم تا پنجم (مانند $n=4 \rightarrow n=3$)

خطوط مرئی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن (محدوده طول موج $400 - 700$ نانومتر)، نتیجه بازگشت الکترون‌های برانگیخته از لایه‌های $n = 3, 4, 5, 6$ به لایه $n = 2$ هستند. در اتم هیدروژن، انرژی پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایه $n = 5$ به $n = 2$ ، بیشتر از انرژی پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایه $n = 5$ به $n = 3$ است؛ بنابراین طول موج پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایه $n = 5$ به $n = 3$ بلندتر از محدوده طول موج مرئی بوده و مربوط به محدوده فرسرخ ($\lambda > 700\text{nm}$) است.

ب) الکترون‌ها با جذب انرژی تنها به لایه‌های بالاتر از حالت پایه منتقل می‌شوند. (پایین‌تر از حالت پایه که نمی‌تونه بره!) پ) رنگ شعله فلزهای لیتیم، سدیم و مس و همه ترکیبات آن‌ها به ترتیب سرخ، زرد و سبز است. با توجه به انرژی نورهای رنگی،

تفاوت انرژی نور سبز و سرخ (فلز مس و لیتیم)، بیشتر از تفاوت انرژی نور زرد و سرخ (فلز سدیم و لیتیم) است.



ت) کاملاً درسته! از آن‌جا که انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است، انرژی لایه‌ها و تفاوت انرژی میان آن‌ها در اتم عنصرهای گوناگون، متفاوت است و انتظار می‌رود هر عنصر، طیف نشری خطی منحصربه‌فردی ایجاد کند.



۵۶

اگر شمار نوترون های E^{79} ، $1/25$ برابر شمار پروتون های چهارمین گاز نجیب جدول دوره ای باشد، اتم E دارای چند

الکترون ظرفیتی است؟

36 Kr			
۸ (۴)	۶ (۳)	۴ (۲)	۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا شمار نوترون ها و بعد شمار پروتون ها در اتم E^{79} را به دست می آوریم:

چهارمین گاز نجیب جدول دوره ای، کریپتون (36 Kr) است؛ بنابراین با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

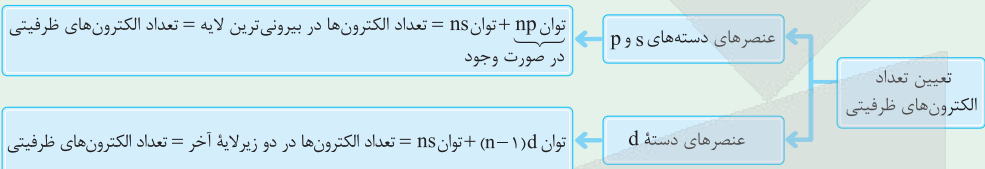
$$n = 1/25 \times 36 = 45$$

پس عدد اتمی عنصر E^{79} ، برابر با $79 - 45 = 34$ است.

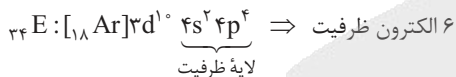
گام دوم:

تعیین تعداد الکترون های ظرفیتی از روی آرایش الکترونی:

نکته



حالا شمار الکترون های ظرفیت اتم E^{34} را از روی آرایش الکترونی آن به دست می آوریم:

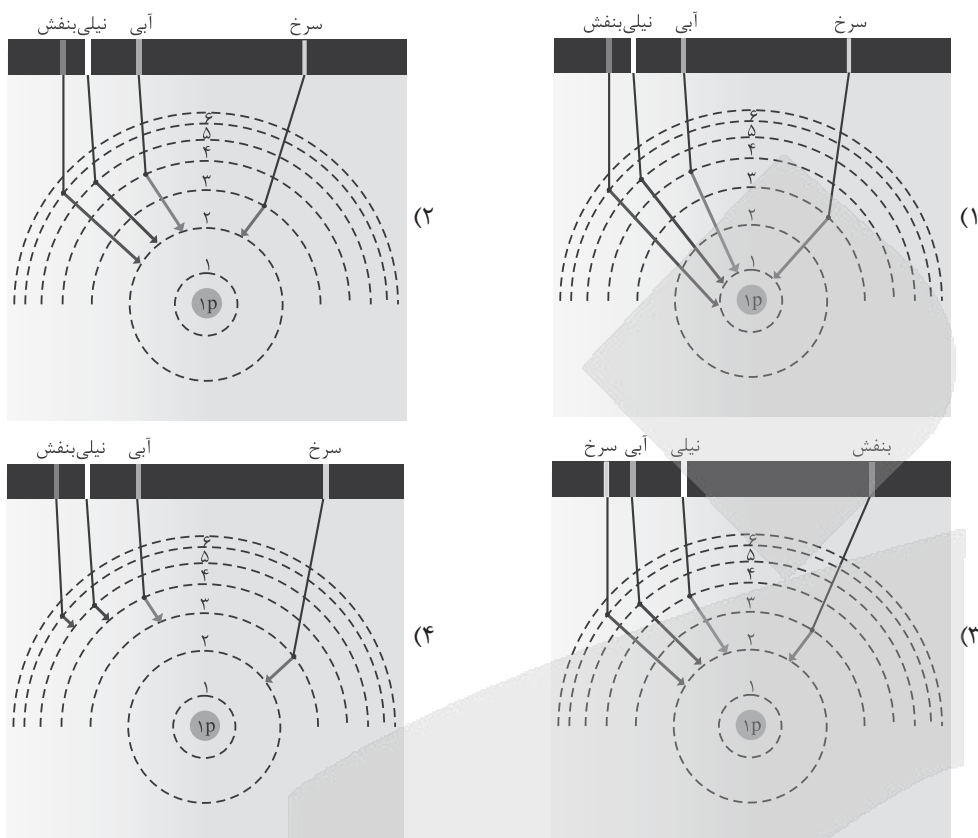


یه جور دیگه

شمار الکترون های ظرفیت در اتم عنصرهای گروه های ۱ تا ۱۲ برابر با شماره گروه و گروه های ۱۳ تا ۱۸ برابر با یکان شماره گروه آن هاست (البته به جز He). با توجه به این که عدد اتمی عنصر E^{34} ، ۲ واحد کم تر از عدد اتمی گاز نجیب 36 Kr است، پس در گروه ۱۶ قرار دارد و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است.



کدام شکل، چگونگی ایجاد خطوط مرئی طیف نشری خطی اتم هیدروژن را به درستی نشان می‌دهد؟



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

خط مرئی در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، مربوط به بازگشت الکترون از لایه‌های ۶، ۵، ۴ و ۳ به لایه ۲ است، پس تا این‌جا گزینه‌های (۱) و (۴) پُر! از طرفی می‌دانیم که کم‌ترین و بیشترین انرژی در بین ۴ خط مرئی طیف نشری خطی هیدروژن به ترتیب مربوط به رنگ سرخ و بنفش است؛ بنابراین نوار رنگی سرخ مربوط به انتقال الکترون با کم‌ترین انرژی (از $n = 3$ به $n = 2$) و نوار بنفش مربوط به انتقال الکترون با بیشترین انرژی (از $n = 6$ به $n = 2$) در محدوده مرئی است. پس گزینه (۳) هم پُر و جواب می‌شه گزینه (۲).



- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟
- حداکثر مقدار برای عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های یک لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی n ، برابر n است.
 - a آمین نوع زیرلایه یک اتم دارای عدد کوانتومی فرعی برابر a است.
 - حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه، از چهار برابر عدد کوانتومی فرعی آن، 2 واحد بزرگ‌تر است.
 - شمار عنصرهای موجود در دوره چهارم جدول تناوبی، برابر با حداکثر گنجایش چهارمین لایه الکترونی است.
- (۱) درست - درست - درست - درست
 (۲) نادرست - نادرست - درست - نادرست
 (۳) درست - نادرست - نادرست - درست
 (۴) نادرست - درست - نادرست - نادرست

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های اول، دوم و چهارم، نادرست و عبارت سوم، درست است.
 بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: برای لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی n ، حداکثر مقدار عدد کوانتومی فرعی (l) برابر $n-1$ است.

رابطه‌های مهم لایه‌ها و زیرلایه‌ها:



- $n =$ تعداد زیرلایه‌ها در هر لایه الکترونی
- $2n^2 =$ حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه
- $2l+1 = 2(2l+1) = 4l+2 =$ حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه
- $0, 1, \dots, n-1 =$ مقدار مجاز l در هر لایه

عبارت دوم: عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌ها از $l=0$ شروع می‌شود؛ بنابراین a آمین نوع زیرلایه الکترونی اتم دارای $l = a - 1$ است. مثلاً 5 آمین نوع زیرلایه الکترونی اتم دارای $l = 5 - 1 = 4$ است.

عبارت سوم: حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l+2$ به دست می‌آید؛ یعنی اگر عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌ای را 4 برابر کرده و به عدد حاصل دو واحد اضافه کنیم، حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه به دست می‌آید.

عبارت چهارم: حداکثر گنجایش الکترونی لایه چهارم ($n=4$) برابر $2n^2 = 2(4)^2 = 32$ است، اما در دوره چهارم جدول تناوبی، فقط و فقط 18 عنصر وجود دارد.



- الزاماً همه زیرلایه‌های لایه n الکترونی اتم‌ها، در دوره n ام جدول دوره‌ای پر نمی‌شوند.
- شمار عنصرهای موجود در هر دوره جدول تناوبی، برابر با حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های در حال پر شدن در آن دوره است.
- برای این که بفهمیم در هر دوره 1 تا 7 جدول، چه زیرلایه‌هایی در حال پر شدن هستند، کافی است در فرمول زیر (ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها طبق قاعده آفبا)، n را به ترتیب از 1 تا 7 قرار دهیم:

$$ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 $n \geq 1$ $n \geq 6$ $n \geq 4$ $n \geq 2$

مثال زیرلایه‌های در حال پر شدن در دوره چهارم جدول دوره‌ای عبارت‌اند از:

$$4s \rightarrow 3d \rightarrow 4p$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 2 10 $6 \Rightarrow$ 18 عنصر در دوره ۴ جدول قرار دارند.



شمار اتم‌ها در $2/95$ گرم از عنصر X با شمار اتم‌ها در $0/8$ گرم گاز اکسیژن برابر است. شمار نوترون‌های اتم عنصر X کدام است؟ (عدد جرمی را برابر با جرم مولی در نظر بگیرید و عدد اتمی اکسیژن به ترتیب برابر با ۱۶ و ۸ است.)

۲۸ (۴)

۵۹ (۳)

۳۳ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

شمار اتم‌ها در $0/8$ گرم گاز اکسیژن برابر است با:

$$0/8 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } O_{\text{اتم}}}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol } O_{\text{اتم}}} = 0/05 N_A \text{ اتم}$$

جرم مولی عنصر X را a برابر در نظر می‌گیریم. شمار اتم‌ها در $2/95$ گرم از این عنصر برابر است با:

$$2/95 \text{ g } X \times \frac{1 \text{ mol } X}{a \text{ g } X} \times \frac{N_A \text{ اتم}}{1 \text{ mol } X} = \frac{2/95 N_A}{a}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$0/05 N_A = \frac{2/95 N_A}{a} \Rightarrow a = \frac{2/95}{0/05} = 59$$

اگر عدد جرمی را به تقریب با جرم مولی برابر در نظر بگیریم، نماد عنصر X به صورت ${}^{59}_{26}X$ خواهد بود، پس شمار نوترون‌ها در اتم این عنصر برابر با 33 ($59 - 26 = 33$) است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شمار اتم‌ها در $1/8$ گرم آب، برابر با شمار مولکول‌ها در چند گرم گاز کربن مونوکسید است و این مقدار گاز، در شرایط STP،

(سؤال ۷۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ (فارج از کشور))

چند لیتر حجم دارد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۶/۷۲، ۲/۸ (۲)

۶/۷۲، ۸/۴ (۱)

۲/۲۴، ۲/۸ (۴)

۲/۲۴، ۸/۴ (۳)

کنکور



۶۰. کدام موارد زیر درست هستند؟

الف) در یک اتم، لایه اول و دوم یکپارچه هستند و حداکثر گنجایش این لایه‌ها به ترتیب برابر ۲ و ۸ الکترون است.

ب) یکی از راه‌های تعیین آرایش الکترونی اتم‌ها، تعیین دقیق طول موج‌ها در طیف نشری خطی آن‌هاست.

پ) طبق مدل کوانتومی، الکترون میان دو لایه، انرژی معین و تعریف‌شده‌ای ندارد.

ت) انرژی در مقیاس میکروسکوپی، پیوسته و در مقیاس ماکروسکوپی، گسسته است.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

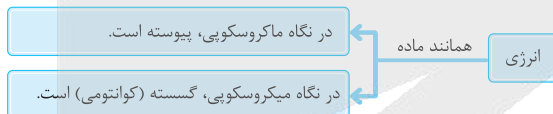
بررسی عبارت‌ها:

الف) لایه الکترونی اول یکپارچه است، زیرا فقط یک نوع زیرلایه (۱s) در آن وجود دارد، اما در لایه دوم، دو نوع زیرلایه (۲p, ۲s) وجود دارد و این لایه یکپارچه محسوب نمی‌شود.

ب) کاملاً درست! با تعیین دقیق طول موج‌ها در طیف نشری خطی عنصرها، می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و در واقع آرایش الکترونی اتم‌ها دست یافت.

پ) طبق مدل کوانتومی اتم، الکترون با جذب یا نشر مقدار معینی انرژی، بین لایه‌ها جابه‌جا می‌شود و میان دو لایه الکترونی، انرژی معین و تعریف‌شده‌ای برای آن وجود ندارد.

ت) برعکس گفته! ببینید:



پاسخ خیلی تشریحی ✓



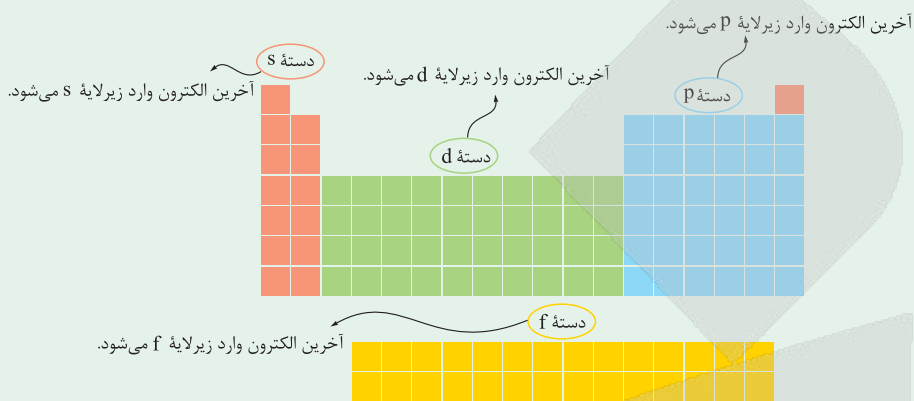
۶۱

بین نخستین عنصر دسته p و عنصری که در گروه ۷ و دوره پنجم جدول تناوبی قرار دارد، چند عنصر (به لحاظ عدد اتمی) وجود دارد؟



پاسخ: گزینه ۳

عنصرهای جدول دوره‌های را براساس این که آخرین الکترون آن‌ها به کدام زیرلایه وارد می‌شود، به چهار دسته s, p, d و f تقسیم می‌کنند.



برای تعیین تعداد عناصر موجود میان دو عنصر از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$-1 - [\text{اختلاف عدد اتمی دو عنصر}] = \text{تعداد عناصر موجود میان دو عنصر}$$

$B_{\Delta} (1s^2 / 2s^2 2p^1)$ ، نخستین عنصر دسته p است. در دوره‌های چهارم و پنجم جدول تناوبی، عدد اتمی عناصر گروه ۷، ۷ واحد بیشتر از گازهای نجیب دوره پیش از خود است، بنابراین با توجه به این که گاز نجیب دوره چهارم جدول، Kr_{36} است، عدد اتمی عنصر گروه ۷ در دوره پنجم برابر $36 + 7 = 43$ است.

گروه ۷	عدد اتمی گاز نجیب
دوره اول	۲
دوره دوم	۱۰
دوره سوم	۱۸
دوره چهارم	۳۶
دوره پنجم	۴۳

بنابراین خواهیم داشت:

$$37 = 43 - 5 - 1 = 37$$

می‌توانستیم از فرمول زیر برای تعیین عدد اتمی عنصر گروه ۷ در دوره پنجم استفاده کنیم:

$$7 = 18 - [54 - X] \Rightarrow X = 43$$

عدد اتمی گاز نجیب دوره پنجم (Xe_{54})



پاسخ خیلی تشریحی ✓

په‌چور دیگه



توصیف زیر نشان دهنده یکی از عنصرهای جدول تناوبی است. کدام مطلب در مورد آن درست است؟

«عنصری که اختلاف عدد اتمی آن با عدد اتمی فراوان ترین عنصر سیاره زمین برابر با ۵ است و شمار الکترون‌ها در

آخرین لایه الکترونی اشغال شده اتم آن، برابر با عدد کوانتومی فرعی زیرلایه f است.» آهن (۲۶ Fe)

(۱) عنصری از گروه ۱۳ جدول تناوبی عنصرها بوده که دارای ۱۳ الکترون با $l=1$ است. $l=3$

(۲) دارای ۱۰ الکترون با $n+l=5$ است.

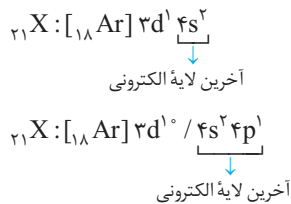
(۳) عنصری از دسته d جدول دوره‌ای است که بار یون پایدار آن در ترکیب‌هایش همانند کاتیون آلومینیم است.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن، نصف شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اشغال شده اتم ${}_{17}M$ است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی

اول باید عنصر مورد نظر را پیدا کنیم. فراوان ترین عنصر سیاره زمین، Fe ۲۶ است؛ بنابراین با توجه به این که اختلاف عدد اتمی عنصر مورد نظر با Fe ۲۶ برابر ۵ است، عدد اتمی آن می‌تواند $26 - 5 = 21$ یا $26 + 5 = 31$ باشد. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه f برابر ۳ است، با توجه به این که شمار الکترون‌ها در آخرین لایه الکترونی این عنصر برابر با ۳ است، با رسم آرایش الکترونی عناصر ${}_{21}X$ و ${}_{31}X$ خواهیم داشت:



پس عنصر مورد نظر، همان گالیم (${}_{31}Ga$) است.

عدد اتمی گالیم، ۵ واحد از گاز نجیب Kr ۳۶ کم‌تر است؛ بنابراین در گروه ۱۳ جدول تناوبی جای دارد؛ همچنین $l=1$ همان زیرلایه p است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): $n+l=5$ زیرلایه‌های $5s$ ($5+0=5$)، $4p$ ($4+1=5$) و $3d$ ($3+2=5$) برابر ۵ است. با توجه به آرایش الکترونی ${}_{31}Ga$ ، زیرلایه ۵s که خالی از الکترون است، ولی زیرلایه‌های $4p$ و $3d$ در آن از الکترون اشغال شده‌اند و مجموع شمار الکترون‌ها در این دو زیرلایه برابر با ۱۱ است. ($3d^1, 4p^1$)

گزینه (۳): گالیم (${}_{31}Ga$) در گروه ۱۳ جدول تناوبی قرار دارد و جزء عنصرهای دسته p است.

گزینه (۴): گالیم (${}_{31}Ga$)، ۳ الکترون ظرفیتی دارد و آخرین زیرلایه اشغال شده اتم ${}_{17}M$ ، ۵ الکترون دارد.





۶۳ نماد الکترون به صورت است و جرم این ذره زیراتمی در مقیاس جرم اتمی به تقریب برابر است.

$${}^0_0e, -1e(2)$$

$$\frac{1}{3000}, -1e(1)$$

$$\frac{1}{200}, -1e(4)$$

$$0/0005, -1e(3)$$

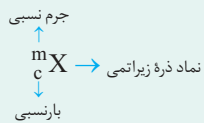
پاسخ: گزینه ۳

درسی Box

در جدول زیر، نماد، بار و جرم نسبی ذرات زیراتمی موجود در اتم یعنی الکترون، پروتون و نوترون را می‌بینید:

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)
الکترون	$-1e$	-۱	۰/۰۰۰۵
پروتون	$+1p$	+۱	۱/۰۰۷۳
نوترون	$0n$	۰	۱/۰۰۸۷

در نماد مربوط به ذره‌های زیراتمی، عددهای سمت چپ از بالا به پایین، به ترتیب جرم نسبی و بار نسبی ذره را مشخص می‌کنند.



در نماد یک ذره زیراتمی، به ترتیب از بالا به پایین، جرم نسبی و بار نسبی در سمت چپ نوشته می‌شود. جرم نسبی الکترون برابر با صفر (۰) و بار نسبی آن برابر با -۱ است ($-1e$)، پس تا این جا گزینه‌های (۱) و (۴) پر! اما جرم آن در مقیاس جرم اتمی حدود $0/0005 \text{ amu}$ یا $\frac{1}{3000} \text{ amu}$ می‌باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۶۴

عنصرهای A و B به ترتیب اولین و دومین عنصر جدول دوره‌ای هستند که آرایش الکترونی آن‌ها از قاعده آفیا

۲۹ Cu , ۲۴ Cr

پیروی نمی‌کند. با توجه به این عناصر، کدام مورد درست است؟

(۱) در آرایش الکترونی اتم هر دو عنصر، دو زیرلایه نیمه پر وجود دارد.

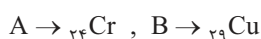
(۲) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم B برخلاف A، با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم هیچ عنصری از دوره چهارم برابر نیست.

(۳) تفاوت شمار الکترون‌ها با $I = 1$ در اتم دو عنصر برابر ۵ است.

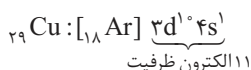
(۴) نسبت شمار زیرلایه‌های اشغال شده به شمار لایه‌های الکترونی پر شده در B بیشتر از A است.

پاسخ: گزینه ۲

اولین و دومین عنصرهای جدول تناوبی که آرایش الکترونی آن‌ها از قاعده آفیا پیروی نمی‌کند، به ترتیب عنصرهای کروم (۲۴ Cr) و مس (۲۹ Cu) هستند؛ بنابراین:

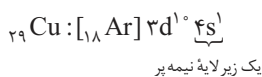
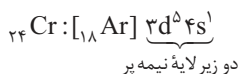


در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت ۲۴ Cr همانند عنصر ۳۴ Se (از گروه ۱۶)، برابر با ۶ است، اما شمار الکترون‌های ظرفیت ۲۹ Cu برابر با ۱۱ بوده و مشابه هیچ‌یک از دیگر عناصر در این دوره نمی‌باشد:

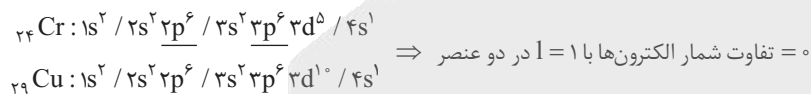


بررسی سایر گزینه‌ها:

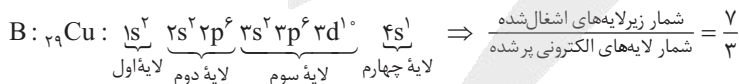
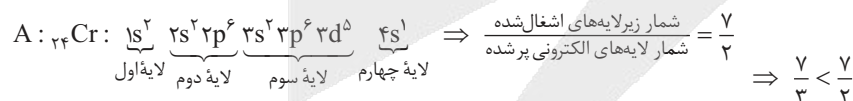
گزینه (۱): اتم عنصر ۲۹ Cu در آرایش الکترونی خود، فقط یک زیرلایه نیمه پر دارد:



گزینه (۳): $I = 1$ مربوط به زیرلایه p است و شمار الکترون‌های زیرلایه p در هر دو عنصر برابر است.



گزینه (۴): در هر دو عنصر، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده ولی در ۲۴ Cr دو لایه و در ۲۹ Cu سه لایه الکترونی پر شده است.



هواستون باشد که یک لایه الکترونی، زمانی پر شده محسوب می‌شود که همه زیرلایه‌های الکترونی آن به طور کامل از الکترون پر شده باشند.



۶۶ اگر در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصری ۲ الکترون وجود داشته باشد، کدام مورد به یقین درباره آن درست است؟
 (۱) در گروه ۲ جدول دوره‌ای قرار دارد. **گروه ۲ یا هلیوم**
 (۲) واکنش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.
 (۳) متعلق به دسته p جدول دوره‌ای است.
 (۴) عدد اتمی آن، عددی زوج است.

پاسخ: گزینه ۴



Hint

عناصر گروه دوم جدول تناوبی و هلیوم، ۲ الکترون در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود دارند.
 هلیوم (${}^2\text{He}$) و عناصر گروه دوم جدول تناوبی که عدد اتمی آن‌ها، ۲ واحد بیشتر از عدد اتمی گاز نجیب دوره پیش از خود است، عدد اتمی زوج دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عدد اتمی گازهای نجیب	عدد اتمی گروه ۲	دوره
۲	—	دوره ۱
۱۰	۴	دوره ۲
۱۸	۱۲	دوره ۳
۳۶	۲۰	دوره ۴
۵۴	۳۸	دوره ۵
⋮	⋮	⋮

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): هلیوم (${}^2\text{He}$) در گروه ۱۸ جدول تناوبی جای دارد.

گزینه (۲): عناصر گروه دوم جدول تناوبی برخلاف هلیوم (${}^2\text{He}$)، واکنش‌پذیرند.

گزینه (۳): ${}^2\text{He}$ و عناصر گروه دوم جدول تناوبی، متعلق به دسته s جدول می‌باشند.



۶۷ با کدام گزینه زیر، مفهوم علمی جمله داده شده به درستی کامل نمی‌گردد؟

«در میان عنصرهای سه دوره اول جدول تناوبی،»

- ۱) شمار عنصرهای دسته p که در طبیعت به صورت یون تک‌اتمی در ترکیبات یافت می‌شوند، کم‌تر از شمار عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی است
- ۲) شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه اتم همه عنصرها با شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها، برابر است
- ۳) شمار عنصرهایی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود الکترون جفت‌شده دارند، بیشتر از عنصرهایی است که فاقد الکترون جفت‌شده هستند
- ۴) آرایش الکترونی کاتیون پایدار همه فلزها، شبیه آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود است

پاسخ: گزینه ۳

آرایش الکترون - نقطه‌ای و یون پایدار

کرتی Box

● آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم عنصرهای دسته s و p جدول دوره‌ای، به صورت زیر است (در این عنصرها، تعداد الکترون‌های ظرفیت با عدد یکان شماره گروه برابر می‌باشد، البته به جز اتم هلیم):

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیه عنصرها
آرایش الکترون - نقطه‌ای	\dot{X}	\ddot{X}	$\cdot\dot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	He:	$:\ddot{X}:$

● از آن‌جا که گاز نجیب هلیم، تمایلی برای انجام واکنش ندارد، در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، الکترون‌ها به صورت جفت نشان داده می‌شوند؛ یعنی آرایش الکترون - نقطه‌ای هلیم به صورت (He:) درست است و نه He·!

با توجه به آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر، می‌توان نماد یون پایدار آن‌ها را تعیین کرد:

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
آرایش الکترون - نقطه‌ای	A·	·A·	·A·	·A·	·A·	·A·	·A·
فرمول کلی یون پایدار	A ⁺	A ²⁺	A ³⁺		A ³⁻	A ²⁻	A ⁻

گاز نجیب همان دوره	گروه دوره	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	گاز نجیب قبل دوره
$\Rightarrow {}_{10}\text{Ne}$	۲	${}_{3}\text{Li}^{+}$	${}_{4}\text{Be}^{2+}$ نداریم	${}_{5}\text{B}^{3+}$ نداریم		${}_{7}\text{N}^{3-}$	${}_{8}\text{O}^{2-}$	${}_{9}\text{F}^{-}$	${}_{2}\text{He} \leftarrow$
$\Rightarrow {}_{18}\text{Ar}$	۳	${}_{11}\text{Na}^{+}$	${}_{12}\text{Mg}^{2+}$	${}_{13}\text{Al}^{3+}$		${}_{15}\text{P}^{3-}$	${}_{16}\text{S}^{2-}$	${}_{17}\text{Cl}^{-}$	${}_{10}\text{Ne} \leftarrow$
$\Rightarrow {}_{36}\text{Kr}$	۴	${}_{19}\text{K}^{+}$	${}_{20}\text{Ca}^{2+}$	${}_{31}\text{Ga}^{3+}$			${}_{34}\text{Se}^{2-}$	${}_{35}\text{Br}^{-}$	${}_{18}\text{Ar} \leftarrow$
$\Rightarrow {}_{54}\text{Xe}$	۵	${}_{37}\text{Rb}^{+}$	${}_{38}\text{Sr}^{2+}$					${}_{53}\text{I}^{-}$	${}_{36}\text{Kr} \leftarrow$
	۶	${}_{55}\text{Cs}^{+}$	${}_{56}\text{Ba}^{2+}$						${}_{54}\text{Xe} \leftarrow$
(به جز گالیم) به آرایش گاز نجیب پیش (قبل) از خود می‌رسند.					به آرایش گاز نجیب بعد از خود (یا هم‌دوره) خود می‌رسند.				



پاسخ خیلی تشریحی ✓

در آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصرهای سه دوره اول جدول تناوبی، شمار عنصرهایی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود، الکترون جفت شده دارند، با شمار عنصرهایی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود فاقد الکترون جفت شده هستند، برابر است.

۱																	۱۸
H·																	He·
Li·	Be·			B·	C·	N·	O·	F·	Ne·								
Na·	Mg·			Al·	Si·	P·	S·	Cl·	Ar·								

۹ عنصر فاقد الکترون جفت شده ۹ عنصر دارای الکترون جفت شده

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ جدول تناوبی (به جز هلیوم)، جزء عناصر دسته p هستند. در سه دوره اول جدول تناوبی فقط ۷ عنصر دسته p، یون تک‌اتمی پایدار دارند و در طبیعت می‌توانند به صورت یون در ترکیبات یونی وجود داشته باشند و این تعداد، کم‌تر از شمار عناصر دوره سوم جدول تناوبی که ۸ عنصر است، می‌باشد.

۱																	۱۸
H ⁻																	^۲ He
Li ⁺						N ^{۳-}	O ^{۲-}	F ⁻	^{۱۰} Ne								
Na ⁺	Mg ^{۲+}			Al ^{۳+}		P ^{۳-}	S ^{۲-}	Cl ⁻	^{۱۸} Ar								

دسته s دسته p

دوره سوم جدول (شامل ۲ عنصر دسته s و ۶ عنصر دسته p) ⇒

Si^{۱۴} و C^۶ و B^۵ و Be^۴ یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهند الکترون به اشتراک می‌گذارند.

گول نخوری ✗

گزینه (۲): در همه عناصر سه دوره اول جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت اتم برابر با شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه است. مثلاً فسفر (P^{۱۵}) دارای ۵ الکترون ظرفیتی است و در لایه سوم خود که بیرونی‌ترین لایه آن است، ۵ الکترون دارد.



گزینه (۴): آرایش الکترونی کاتیون همه فلزهای دسته s مانند گاز نجیب قبل از خودشان است، اما در بین فلزهای دسته p فقط کاتیون پایدار آلومینیم (${}_{13}\text{Al}^{3+}$) به آرایش گاز نجیب قبل از خود (${}_{10}\text{Ne}$) می‌رسد و کاتیون سایر فلزهای دسته p (مثل ${}_{31}\text{Ga}^{3+}$)، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد. در سه دوره اول جدول تناوبی، سه فلز دسته s (${}_{3}\text{Li}$ و ${}_{11}\text{Na}$ و ${}_{19}\text{K}$) و یک فلز دسته p (${}_{13}\text{Al}$) یون پایدار تک‌اتمی تشکیل می‌دهند و کاتیون آن‌ها به آرایش گاز نجیب دوره قبلشان می‌رسد.



پایه دهم ریاضی
هفتم آذرماه ۱۴۰۴
مرحله پنجم



۶۸

اگر شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه الکترونی در اتم X از دسته d جدول تناوبی، برابر با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم Z از دسته s باشد، کدام مورد نادرست است؟ (هر دو عنصر در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند.)

(۱) تفاوت عدد اتمی X و Z نمی‌تواند برابر با ۴ یا ۹ باشد.

(۲) شمار الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر X ، می‌تواند با شمار زیرلایه‌های اشغال‌شده اتم Z ، برابر باشد.

(۳) شمار عنصرهای بین دو اتم X و Z در جدول تناوبی، حداکثر برابر با ۹ است.

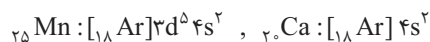
(۴) اگر اتم X هم‌گروه با نخستین عنصر ساخته شده در واکنشگاه هسته‌ای باشد، هر دو عنصر X و Z یک زیرلایه نیمه‌پر در آرایش الکترونی خود دارند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عنصر Z می‌تواند یکی از دو عنصر K ($[18Ar]4s^1$) و Ca ($[18Ar]4s^2$) باشد؛ در میان 10 عنصر واسطه دسته d جدول تناوبی در دوره چهارم، دو عنصر Cr (24) و Cu (29) در بیرونی‌ترین لایه خود (لایه چهارم)، یک الکترون و 8 عنصر دیگر در بیرونی‌ترین لایه خود (لایه چهارم)، دو الکترون دارند.

نخستین عنصر ساخته‌شده در واکنشگاه هسته‌ای، تکنسیم ($93Tc$) است که در گروه 7 جدول تناوبی جای دارد؛ بنابراین عنصر X همان $25Mn$ است. با توجه به این که شمار الکترون‌های لایه آخر $25Mn$ (2 الکترون) باید با شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه عنصر Z یکسان باشد، پس عنصر Z کلسیم (Ca) است، که برخلاف $25Mn$ ، زیرلایه نیمه‌پر ندارد!

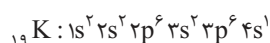


بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): اگر Z ، K ($[18Ar] 4s^1$) باشد، عنصر X یکی از دو عنصر Cr ($[18Ar] 3d^5 / 4s^1$) و Cu ($[18Ar] 3d^10 / 4s^1$) خواهد بود که اختلاف عدد اتمی این دو عنصر با K ، به ترتیب برابر با 5 و 10 است. از طرفی اگر Z ، Ca ($[18Ar] 4s^2$) باشد، عنصر X یکی از عنصرهای واسطه با عددهای اتمی 21 تا 30 ، به جز Cr (24) و Cu (29) می‌تواند باشد. اختلاف عدد اتمی هر یک از این عنصرها با عنصر Ca نیز برابر با 4 یا 9 نخواهد بود.



گزینه (۲): اگر X را $24Cr$ ($[18Ar] 3d^5 / 4s^1$) در نظر بگیریم، Z همان $19K$ ($[18Ar] 4s^1$) خواهد بود. 6 الکترون ظرفیتی و $19K$ نیز 6 زیرلایه الکترونی اشغال‌شده دارد:



گزینه (۳): اگر Z را $19K$ در نظر بگیریم، X یکی از دو عنصر Cr (24) یا Cu (29) خواهد بود، که در این صورت حداکثر 9 عنصر بین دو عنصر X و Z وجود خواهد داشت:

$$9 = (29 - 19) - 1 = 9 \quad \text{شمار عنصرهای بین دو عنصر } 19K \text{ و } 29Cu$$

هم‌چنین اگر Z را Ca (20) در نظر بگیریم، X یکی از عنصرهای واسطه دسته d با عدد اتمی 21 تا 30 ، به جز Cr (24) و Cu (29) خواهد بود که در این صورت نیز، حداکثر 9 عنصر بین دو عنصر X و Z وجود خواهد داشت:

$$9 = (30 - 20) - 1 = 9 \quad \text{شمار عنصرهای بین دو عنصر } 20Ca \text{ و } 30Zn$$



کدام مورد درباره گازهای نجیب، درست است؟ ← عنصرهای گروه ۱۸ جدول

- (۱) کاملاً واکنش ناپذیر هستند و در هیچ واکنش شیمیایی شرکت نمی‌کنند.
- (۲) در طبیعت به شکل گازهای تک‌اتمی یافت می‌شوند.
- (۳) همگی به دسته p جدول تناوبی تعلق دارند.
- (۴) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام، از لامپ حاوی سومین عنصر این گروه استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گازهای نجیب در طبیعت به صورت تک‌اتمی یافت می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه (۱): برخی گازهای نجیب، واکنش ناپذیرند و برخی از آن‌ها، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند.
- گزینه (۳): عنصر هلیم برخلاف سایر گازهای نجیب، به دسته s جدول تناوبی تعلق دارد.
- گزینه (۴): از دومین عنصر گروه ۱۸ یعنی Ne ، برای ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های سرخ‌فام استفاده می‌شود.



۷۰

در مخلوطی از مولکول‌های H_2O ، CO_2 و N_2 به جرم ۹۵ گرم، $30/1 \times 10^{23}$ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر شمار اتم‌های نیتروژن چهار برابر شمار اتم‌های کربن باشد، درصد مولی گاز نیتروژن در این مخلوط کدام است؟

($\text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۳۵ (۴)

۲۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

اول با توجه به تعداد اتم‌های هیدروژن، جرم H_2O در مخلوط را به دست بیار! به این ترتیب مجموع جرم N_2 و CO_2 به دست می‌آید و با توجه به شمار اتم‌های نیتروژن و کربن، رابطه تعداد مول N_2 و CO_2 را به دست بیار و در آخر با توجه به اطلاعات مربوط به مول هر ماده، درصد مولی N_2 رو حساب کن!

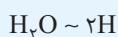
گام اول: جرم H_2O موجود در مخلوط را به دست می‌آوریم:

استفاده از کسر تبدیل:

اتم هیدروژن فقط در ساختار H_2O وجود دارد؛ بنابراین می‌توان از روی شمار اتم‌های هیدروژن، جرم H_2O موجود در مخلوط را حسابید:

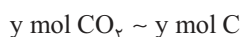
$$30/1 \times 10^{23} \text{ atom H} \times \frac{1 \text{ mol H}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom H}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol H}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 45 \text{ g H}_2\text{O}$$

استفاده از کسر تناسب:



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد اتم}}{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{18} = \frac{30/1 \times 10^{23}}{2 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 45 \text{ g H}_2\text{O}$$

گام دوم: رابطه تعداد مول N_2 و CO_2 را به دست می‌آوریم. شمار اتم‌های نیتروژن در مخلوط، چهار برابر شمار اتم‌های کربن است، یا به عبارت دیگر، شمار مول اتم‌های نیتروژن، چهار برابر شمار مول اتم‌های کربن است. مول‌های N_2 و CO_2 را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم:



$$\frac{\text{N مول}}{\text{C مول}} = \frac{2x}{y} = 4 \Rightarrow 2x = 4y \Rightarrow x = 2y$$

گام سوم: با توجه به مجموع جرم N_2 و CO_2 و رابطه تعداد مول آن‌ها، مول آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم N}_2 + \text{جرم CO}_2 = \text{جرم کل مخلوط} = 95 - 45 = 50 \text{ g}$$

با توجه به این که جرم مولی N_2 و CO_2 به ترتیب برابر ۲۸ و ۴۴ گرم بر مول است، خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}$$

$$\text{جرم N}_2 + \text{جرم CO}_2 = 50 \Rightarrow 28x + 44y = 50 \xrightarrow{x=2y} 28(2y) + 44y = 50$$

$$\Rightarrow 100y = 50 \Rightarrow y = 0/5 (\text{مول CO}_2)$$

$$\text{مول N}_2 = x = 2y = 2(0/5) = 1 \text{ mol}$$

جرم H_2O را به مول آن تبدیل می‌کنیم:

$$\text{مول H}_2\text{O}: 45 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} = 2/5 \text{ mol}$$

گام چهارم: درصد مولی گاز نیتروژن در مخلوط را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد مولی N}_2 \text{ در مخلوط} = \frac{\text{مول N}_2}{\text{مجموع مول مواد در مخلوط}} \times 100 = \frac{1}{0/5 + 1 + 2/5} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

$$\text{مول H}_2\text{O} + \text{مول N}_2 + \text{مول CO}_2$$

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

په‌چور دیگه

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

