

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



# آزمون خیلی سبز؛ یک آزمون استراتژیک





# مثل کنکورترین آزمون آزمایشی

دفترچه سوالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه آرای، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سوالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.



مرحله ۶ دوازدهم تجربی | زیست‌شناسی

صفحه ۲

- ۱- در بخشی از کتاب درسی، آزمایشات دانشمندی در سه مرحله کلی آورده شده است که به بحث‌ها و پژوهش‌های چندساله درباره ماهیت ماده ژنتیک خاتمه داد. در هر مرحله‌ای از این آزمایشات که از پروتئازها استفاده شد، کدام مورد زیر مشاهده می‌شود؟
  - (۱) عدم تجزیه ماده وراثتی
  - (۲) انتقال صفت بین یاخته‌های زنده
  - (۳) عدم استفاده از گریزانه (سانتریفیوژ)
  - (۴) قرارگیری باکتری‌ها در چهار ظرف متمایز
- ۲- کدام ویژگی، درباره هیچ‌یک از کاتالیزورهای زیستی فعال در یاخته‌های کبدمی انسان صادق نیست؟
  - (۱) در طی شرکت در واکنش‌های شیمیایی مصرف می‌شوند.
  - (۲) پس از قرار گرفتن مواد سمی در جایگاه فعال آن‌ها، به فعالیت صحیحشان ادامه می‌دهند.
  - (۳) با اثر بر یک نوع پیش‌ماده خاص، قادر به تولید چند نوع فرآورده مختلف در درون یاخته می‌باشند.
  - (۴) بدون نیاز به شکل‌گیری جایگاه فعال در نتیجه تشکیل ساختار سوم پروتئینی، به انجام واکنش‌های شیمیایی می‌پردازند.
- ۳- کدام مورد برای تکمیل عبارت زیر، مناسب است؟  
 حفظ یکی از آنزیم‌های شرکت‌کننده در فرایند همانندسازی دنا که بلافاصله بعد از تشکیل دوراهی همانندسازی، فعالیت خود را آغاز می‌کند.....
  - (۱) ماریپج دنا و دو رشته آن را از هم باز می‌کند
  - (۲) در ساخت یک رشته دنا در مقابل رشته الگو نقش دارد
  - (۳) بین گروه فسفات و گروه هیدروکسیل، پیوند اشتراکی می‌سازد
  - (۴) فاقد توانایی شکستن پیوند اشتراکی در فعالیت بسیارازی خود است
- ۴- با توجه به اطلاعات کتاب درسی درباره انواع نوکلئیک اسیدهای دورشته‌ای نو یاخته‌های مورولا، نوکلئیک اسیدی که ساختار حلقوی دارد نسبت به نوکلئیک اسیدی که ساختار خطی دارد، چه مشخصه‌ای دارند؟ (در نظر بگیرید هر یک در زمان مشابهی همانندسازی می‌شوند).
  - (۱) توسط تعداد غشای کم‌تری محصور شده است.
  - (۲) همانندسازی را در جهات بیشتری انجام می‌دهد.
  - (۳) تعداد دوراهی‌های همانندسازی بیشتری دارد.
  - (۴) برای تکثیر آن، مقدار نوکلئوتیدهای آزاد کم‌تری مصرف می‌شود.
- ۵- کدام مورد، در خصوص آزمایشات یا نتایج کارهای گریفیت، نادرست است؟
  - (۱) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم استفاده از باکتری‌های زنده بدون پوشینه، سبب مرگ موش شد.
  - (۲) در یکی از آزمایشات خود، علی‌رغم تزریق باکتری‌های زنده به موش، شاهد زنده ماندن موش بود.
  - (۳) در یکی از آزمایشات خود، باکتری‌های پوشینه‌دار زنده را در محلی غیر از خون موش‌های مرده مشاهده کرد.
  - (۴) در یکی از آزمایشات خود، بدون بی‌بردن به ماهیت ماده ژنتیک، نحوه انتقال آن بین یاخته‌های زنده را متوجه شد.
- ۶- کدام عبارت در خصوص پیوندهایی که در ساختار عوامل اصلی انتقال صفات وراثتی، حضور دارند، نادرست است؟
  - (۱) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
  - (۲) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
  - (۳) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.
  - (۴) پیوندی که بین قندهای دو نوکلئوتید مجاور برقرار است.



# Green Page

- سؤال‌هایی که با توجه به تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی و سؤال‌های امتحان‌های نهایی برگزار شده، تو آزمون خیلی سبز براتون شبیه‌سازی شدن، البته سؤال‌های خاص امتحان نهایی؛ همون سؤال‌هایی که تضمین می‌کنه ۲۰ بگیری
- (سبک و نوع نگارش سؤال‌ها مشابهت دقیق با امتحان‌های نهایی دارن)
- تقریباً تو هر آزمون، برای هر درس ۲ یا ۳ تا سؤال شبیه‌ساز نهایی (Green Page) داریم.
- رنگ زمینه صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها سبزرنگه به همین دلیل معروفن به (Green page)

**فیزیک**

۶۲ هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

۱) ۵ / ۲۶  
۲) ۸ / ۷۶  
۳) ۵۲ / ۶  
۴) ۸۷ / ۶

**پاسخ: گزینه ۳**

**تبدیل یکای زنجیره‌ای؛** برای تبدیل یکای یک کمیت به یکاهای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای نمونه، برای این که بینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، تا کسر تبدیل مناسب به دست آید:

$$\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 1$$

ب) سپس به کمک کسر تبدیل مناسب، تبدیل یکای زنجیره‌ای را می‌نویسیم:

$$20 \text{ in} = 20 \cdot \text{in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 50.8 \text{ cm}$$

**پاسخ خیلی تشریحی ✓** از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$\frac{60 \text{ دقیقه}}{1 \text{ ساعت}} \times \frac{24 \text{ ساعت}}{1 \text{ روز}} \times \frac{365 \text{ روز}}{1 \text{ سال}} \times \frac{100 \text{ سال}}{1 \text{ قرن}} \times \frac{10^{-6} \text{ قرن}}{1 \text{ میکروقرن}} = 1 \text{ میکروقرن}$$

$$= 10^{-6} \times 100 \times 365 \times 24 \times 60 = 52.6 \text{ دقیقه} = 52/6 \text{ دقیقه}$$

**کتاب درسی**

الف) هر میکروقرن، تقریباً چند دقیقه است؟

فیزیک (۱) - تمرین ۶ پایان فصل صفحه ۹ کتاب درسی

پایین صفحه پاسخنامه این سؤال‌ها، سؤال اصلی که تو امتحان نهایی اومده (یا تمرین و مثال کتاب) با ذکر آدرسش نوشته شده.



# Red Page

- برای این که با سبک سؤال‌های کنکور خیلی دقیق آشنا بشین؛ خیلی سبز تو هر آزمون برای هر درس ۲ یا ۳ تا از سؤال‌های کنکور رو شبیه‌سازی می‌کنه.
- همیشه سعی میشه که این مدل شبیه‌سازی‌ها از بین (سؤال‌های کنکور) که معمولاً تکرار میشن انجام بشه
- توی پاسخنامه صفحه مربوط به پاسخ این سؤال‌ها رنگ زمینه قرمز داره به خاطر همین بهش می‌گیم (Red page)
- اگه دقت کنید می‌بینید که سبک و مدل این سؤال‌های شبیه‌سازی شده دقیقاً مثل همون سؤال کنکوره



**فیزیک**

**۴۵** معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت  $v = t^2 - 4t + 5$  است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به  $\vec{v} = (1 \text{ m/s})\vec{i}$  می‌رسد، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱)  $4\vec{i}$   
 ۲)  $2\vec{i}$   
 ۳)  $-4\vec{i}$   
 ۴)  $-2\vec{i}$

**پاسخ: گزینه ۴**

**Hint** سرعت در مبدأ زمان ( $v_0$ ) و لحظه  $t_1$  که بردار سرعت در آن لحظه برابر  $\vec{v}_1 = (1 \text{ m/s})\vec{i}$  است را به دست آورید و سپس از رابطه  $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  خواسته سؤال را حساب کنید.

**درس Box** بردار شتاب متوسط متحرک از رابطه زیر به دست می‌آید:  
 بردار سرعت متحرک (m/s)  
 t: زمان (s)

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5 \text{ m/s}$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک 1 m/s است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی 0 تا 2 ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2 - 0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

معادله سرعت - زمان متحرکی در SI به صورت  $v = 2t^2 - 8$  است. شتاب متوسط آن در 2 ثانیه دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۳۰۴ - توبت اول)

۱) ۱۸  
 ۲) ۱۲  
 ۳) ۸  
 ۴) ۴

سؤال اصلی کنکور که این سؤال از درشش شبیه‌سازی شده رو می‌تونن پایین صفحه پاسخنامه ببینید.

# Purple Page

- مرسومه كه هر سال سؤال هاي يكي دو تا درس توكنكور سراسري سخت تر (يا خاص تر) طراحي ميشن
- مثلاً كنگور سال ۱۴۰۴ تو رشته رياضي و تجربی درس های رياضي و شیمی اینجوری بودن و برای رشته انسانی این اتفاق برای علوم و فنون و فلسفه (کمی هم جغرافیا) افتاده بود.
- خیلی سبز این مدل سؤال های خاص رو هم تو هر آزمون شبیه سازی می کنه (۱ یا ۲ سؤال برای هر درس)
- صفحه پاسخ هر کدوم از این سؤال ها رنگ زمینه بنفش داره.
- Purple Page برای همه درس ها نیست و فقط برای درس هایی که سؤال خاص تر (یا سخت تر) تو كنگور همون سال داشتن از این مدل شبیه سازی ها داریم.

مشابه كنگور ۱۴۰۴

ریاضی

۱۱۴ تابع  $f$  ثابت و تابع  $g$  همانی است. اگر  $2f(2x-1) + 3g(2x+1) = 6x$  باشد، حاصل  $(\frac{g}{f})(3)$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۲)  
 $-\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۱)  
 $2$  (۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول، ضابطه تابع  $f$  را  $f(x) = c$  و ضابطه تابع  $g$  را  $g(x) = x$  در نظر می گیریم. حالا طبق رابطه مفروض داریم:

$$2c + 3(2x+1) = 6x \Rightarrow 6x + 2c + 3 = 6x$$

برای این که تساوی بالا همواره برقرار باشد، لازم است  $2c + 3$  برابر صفر باشد:

$$c = -\frac{3}{2}$$

گام دوم: یعنی  $f(x) = -\frac{3}{2}$  است و داریم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{3}{-\frac{3}{2}} = -2$$

اگر  $f$  تابعی همانی و  $g$  تابع ثابت بوده و  $2f(3+x) + 3g(3+x) = 3 + 2x$  باشد، مقدار  $\frac{f(-1)}{g(4)}$  کدام است؟

(سؤال ۱۱۶ كنگور تهری ۱۳۰۳ - نوبت دوم)

$\frac{1}{3}$  (۲)  
 $-\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۱)  
 $-\frac{1}{4}$  (۳)

سؤال اصلی كنگور كه این سؤال با توجه به اون شبیه سازی شده هم پایین صفحه پاسخنامه سؤال آورده شده كه بتونی بلافاصله بعد از حل كردنش سؤال اصلی كنگورش رو هم ببینی و این مدل سؤال خاص رو دقیقاً به ذهن بسپری.

# پاسخنامه‌های برای تحمیل یادگیری

- پاسخنامه خیلی سبز فقط یک پاسخنامه معمولی نیست، بلکه به مسیره؛ به مسیر فکر شده و مرحله به مرحله برای تکمیل یادگیری.
- هر سؤال و پاسخ رو تو به صفحه میاریم که دسترسی به هر سؤال راحت‌تر باشه.

گاهی وقت‌ها دلیل اینکه نتونستی به جواب برسی اینه که صورت سؤال رو خوب متوجه نشدی، **تعبیر سؤال** (که دقیقاً رو قسمت خاص فهم سؤال نوشته می‌شه) به فهم دقیق سؤال کمک می‌کنه.

**صورت سؤال** رو دوباره اینجا میاره که حین بررسی پاسخنامه صورت سؤال هم دم دست باشه.

## زیست‌شناسی

۱۶ شکل زیر، ترسیمی ساده مربوط به یکی از انواع الگوهای پیشنهادی برای همانندسازی دنا است. کد به این شکل، درست بیان شده است؟ (فرض کنید تمام نوکلئوتیدهای دنا A معمولی هستند، در فرآیند همانندسازی حفاظتی برابر با یک رشته پلی‌نوکلئوتیدی در نظر بگیرید.)

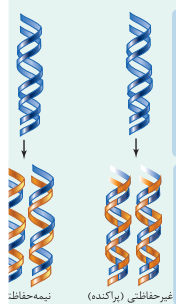
(۱) شکستن پیوند اشتراکی در این الگو تنها به واسطه فعالیت نوکلئازی دنباسپاراز محتمل است.  
 (۲) در این الگو برخلاف الگوی تأییدشده توسط مزلسون و استال، تغییر ساختار رشته الگو محتمل نیست.  
 (۳) به دنبال ۲ دور همانندسازی دنا B با این الگو و در شرایطی مشابه با آزمایش مزلسون و استال، تشکیل نوار در میانه لوله محتمل است.  
 (۴) در پی ۴ دور همانندسازی دنا C با این الگو و در محیط دارای  $^{15}N$ ، فقط یک نوار در لوله تشکیل می‌شود.

### پاسخ: گزینه ۴

زیرمبحث: زیست دوازدهم - فصل ۱ - طرح‌های همانندسازی

شکل، نشان‌دهنده طرح همانندسازی حفاظتی است، چراکه در آن، هر دو رشته دنا اولیه به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل می‌شوند. دو رشته دنا جدید هم، با هم، وارد یاخته دیگر می‌شوند. از طرفی، دارای نیتروژن ۱۴ هستند و دنا C هم فقط دارای نیتروژن ۱۵ است.

Hint



حفاظتی: هر دو رشته دنا قبلی (اولیه) به صورت دست‌نخورده باقی مانده، وارد یکی از یاخته‌های حاصل از تقسیم می‌شوند، دو رشته دنا جدید هم وارد یاخته دیگر می‌شوند؛ چون دنا اولیه به صورت دست‌نخورده در یکی از یاخته‌ها حفظ شده است.

نیمه‌حفاظتی: در این طرح در هر یاخته یکی از دو رشته دنا مربوط به دنا اولیه است و رشته دیگر با نوکلئوتیدهای جدید ساخته شده است، چون در هر یاخته حاصل، فقط یکی از دو رشته دنا قبلی وجود دارد.

طرح‌های پیشنهادی همانندسازی دنا

غیرحفاظتی (براکنده): هر کدام از رشته‌های دناهای حاصل، قطعاتی از رشته قبلی و صورت پراکنده در خود دارند.

اگر دنا با نیتروژن ۱۵ (دنا C)، یک بار در محیط دارای نیتروژن ۱۵ به روش حفاظتی همانندسازی شود، در دنا با نوکلئوتیدهای حاوی نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. اگر این دو دنا جدید دوباره به صورت حفاظتی همانندسازی دناهای دارای نیتروژن ۱۵ ایجاد می‌شود. پس در نهایت، فقط یک نوار در سانتیفریوژ ایجاد می‌شود که دناهای بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): طی همانندسازی دنا، هنگام اضافه شدن هر نوکلئوتید سه فسفات به انتهای رشته پلی‌نوکلئوتیدی در طی فعالیت بسپارازی دنباسپاراز، دوتا از فسفات‌های آن از نوکلئوتید جدا می‌شوند. طی فعالیت نوکلئازی د فسفودی‌استر برای رفع اشتباه شکسته می‌شود. پس هم طی همانندسازی دنا (فعالیت بسپارازی) و هم طی دنباسپاراز شکستن پیوند اشتراکی رخ می‌دهد.

اگر همانندسازی دنا در آزمایش‌های مزلسون و استال با الگوی حفاظتی ممکن باشد، به ازای هر دور همانندسازی تشکیل شده دارای چگالی سبک یا سنگین هستند و در لوله آزمایش هیچ‌گاه دناهایی با چگالی متوسط تشکیل

هدف اصلی این مدل پاسخنامه اینه که فقط پاسخنامه رو نخونی و رد بشی بلکه مرحله به مرحله بهت کمک بکنه خودت سؤال رو حل کنی. **Hint** به اشاره دقیقیه برای اینکه بدونی برای جواب دادن به این سؤال از کجا شروع کنی و چیکار کنی.

**دزنی Box** به درسنامه کامل در عین حال جمع‌وجوره برای یادآوری درسنامه مربوط به اون سؤال. اگه تا این مرحله هنوز به جواب نرسیدی درس باکس کمک می‌کنه به یادآوری و تلاش مجدد برای حل سؤال.

**پاسخ خیلی تشریحی** به پاسخنامه خیلی خیلی تشریحی که هم پاسخ درست رو کامل تشریح می‌کنه و هم تکتک گزینه‌ها رو بررسی می‌کنه. معمولاً این پاسخنامه گام به گام و برای اینکه با خوندن گام اول دوباره سعی کنی ادامه راه حل رو خودت پیدا کنی.

**نکته** نکته‌های خیلی خاص (کنکوری)

نکته



سورس، رپ، و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

(الف) یون‌ها با قرارگیری در مدار الکتریکی به سوی قطب‌های ناهمنام خود حرکت می‌کنند، نه قطب‌های همنام!  
(ب) گرافیت، رسانای الکترونی است و دو مادهٔ دیگر، رسانای جریان برق نیستند.

ترکیب‌های یونی در حالت جامد، رسانای جریان برق نیستند؛ زیرا یون‌ها در حالت جامد نمی‌توانند آزادانه جابه‌جا شوند.

**گول نخوری**

**پاسخ خیلی تشریحی**

**گام اول:** برای این که نمودار سهمی پایین‌تر از خط قرار گیرد باید  $(-2, 3)$  مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ زیر باشد:  
 $b < 2ax + 4b \Rightarrow x^2 - 2ax - 5b < 0$

**گام دوم:** با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۲، می‌توان نتیجه گرفت که  $x = 3$  و  $x = -2$  جواب  $x^2 - 2ax - 5b = 0$  هستند، در نتیجه:

$$\begin{cases} 9a - 5b = 0 \\ 4a - 5b = 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{کم می‌کنیم.}]{\text{بالایی را از پایینی}} \begin{cases} 5a = 0 \\ 5a - 15a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = \frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$4a - 5b = 0 \Rightarrow b = \frac{4}{5}$$

می‌تونستی برای مشخص کردن  $a$  و  $b$  از  $S$  و  $P$  استفاده کنی.

**په‌جور دیگه**

**گام اول:** از جدول تعیین علامت استفاده می‌کنیم؛ زیرا دامنهٔ تابع  $f$  مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ  $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$  است.

$$\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1}$$

و بر اساس روابط درس‌پاکس، جدول تعیین علامت عبارت  $\sqrt{x}-1$  را می‌نویسیم:

$$\frac{1}{-}$$

+	-	-	
-	-	+	
-	+	-	

**گام دوم:** حالا جدول هم‌زمان این دو عبارت را داریم:

با توجه به جدول بالا، مجموعهٔ جواب‌های نامعادلهٔ  $\frac{1-2x}{\sqrt{x}-1} \geq 0$  که همان دامنهٔ تابع  $f$  است، بازهٔ  $(\frac{1}{4}, 1)$  خواهد هیچ عدد صحیحی را شامل نمی‌شود.

اگر  $x \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه  $[x] = x$  و ضابطهٔ تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \sqrt{x}-1$  خواهد شد که غیر قابل قبول است؛ پس شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

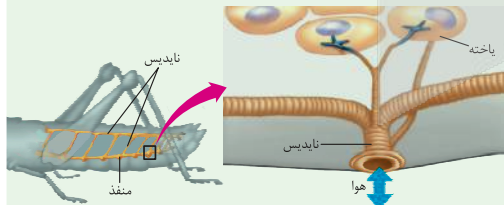
**پاسخ خیلی تشریحی**

**تیزبازی**

**شکل‌نامه**

(۱) قطر نایدیس‌ها با میزان انشعابات آن‌ها، رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی هر چه قدر از بخش‌های ابتدایی به سمت انت می‌رویم، قطر کاهش می‌یابد.

(۲) جهت جریان هوا درون نایدیس‌ها دوطرفه است.



(۳) از یک نایدیس می‌تواند انشعاباتی با قطر متفاوت جدا شود. این انشعابات می‌توانند به بخش‌های مختلف بدن بروند، گ به سمت منافذ تنفسی دیگر می‌روند تا با انشعابات آن‌ها یکی شوند، گروهی هم می‌توانند بروند و انشعابات پایانی نایدیس در مجاورت هر یاخته، ممکن است بیش از یک انشعاب پایانی وجود داشته باشد.

درون سیتوپلاسم کروموزوم کمکی نیز حضور دارد و از نظر تعداد جایگاه آغاز همانندسازی و یک یا دو همانند اغلب پروکاریوت‌ها است.)

(الف) ساختاری متشکل از دو رشتهٔ موازی است که در جهتی خاص حول محور فرضی پیچیده شده‌اند.  
(ب) در یک نقطهٔ ویژه از دنا، فرایند همانندسازی، آغاز شده و با رسیدن مجدد به آن پایان می‌یابد.

(ج) مشابه دنا، کمکی، از طریق بخش مشترکی به غشای یاخته اتصال می‌یابد.

(د) تعداد ساختارهای Y شکل آن‌ها در حین همانندسازی کم‌تر از دنا اصلی آغازیان است.

(۲) «الف»، «ب» و «د»

(۱) «الف» و «د»

(۴) «الف»، «ب»، «ج» و «د»

(۳) «ب»، «ج» و «د»

**مشاوره**

کنکور که تیب مشابهی با سؤال ما داشت، یکی از موارد تو همهٔ گزینه‌ها تکرار شده بود (مثل مورد (د) تو این‌جا) خب این یعنی این گزینه درست و لازم نیست بخونیش، پس با خیالت راحت برو سراغ بقیهٔ گزینه‌ها و زمانت رو save کن.

**گول نخوری** سعی کردیم اشتباهات متدوالی که تو هر سؤال اتفاق می‌افته رو تحت عنوان گول نخوری برای هر سؤال بیاریم.

این قراره بهت کمک کنه که تو دام سؤال‌ها نیفتی و بعد از به مدتی دام سؤال‌ها رو بشناسی.

**په‌جور دیگه** اگر سؤال رو درست حل کردی، به راه حل متفاوت هم اینجا ببین.

په‌جور دیگه نگاه کردن به هر سؤال کمک زیادی به بالا بردن سرعت حل تست‌ها می‌کنه.

**تیزبازی** حتی اگر یکی دوتا سؤال رو بتونی سر جلسه آزمون (مخصوصاً کنکور) سریع و خاص حل کنی علاوه بر ذخیره کردن زمان از نظر روحی هم خیلی خیلی بهت کمک می‌کنه. تیزبازی به آیتم جذابه برای یاد گرفتن و تمرین کردن حل سؤال‌ها باروش‌های تند و تیز.

**شکل‌نامه** شکل‌های کتاب تو بعضی از درس‌ها (مخصوصاً زیست‌شناسی) خیلی خیلی مهمه. موشکافی شکل‌های مهم کتاب درسی رو اینجا ببین.

**مشاوره** اهمیت تست‌ها توی کنکور، پرتکرار بودنشون و توضیحات تخصصی به طراح حرفه‌ای رو توی مشاوره هر تست دقیق بخون.

**این همه آیتم توی پاسخنامه به خاطر اینه که هر کسی متناسب با نیاز خودش از اون بهره‌مند بشه.**

**مثلاً کسی که به به سؤال جواب درست داده فقط می‌تونه په‌جور دیگه یا تیزبازی سؤال رو ببینه نه همه پاسخنامه رو.**



# آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله یازدهم

پایه یازدهم

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۳ و ۴ (درس ۱ و ۲) صفحه ۷۱ تا ۱۰۴
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۱ از ابتدای تجانس و درس ۲) صفحه ۴۳ تا ۵۸
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (درس ۳ و ۴) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۴۸ تا ۷۹
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) و فصل ۳ (تا ابتدای نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی) صفحه ۶۷ تا ۸۸
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است تا ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش از دیدگاه کفی) صفحه ۶۵ تا ۸۵
مجموع	۸۰ سؤال			۱۲۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مسئول درس - گزینشگر
حسابان	طراحان: فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهرابی - محسن علی نجاری محمد گودرزی کارشناس علمی: محمد گودرزی	محسن علی نجاری
هندسه	طراحان: امیرحسین ابومحبوب - حسین هاشمی طاهری کارشناس علمی: سید عباس حسینی	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناسان علمی: امیرحسین ابومحبوب - علیرضا کاظمی بقا	مسعود شفیعی
فیزیک	طراحان: یاشار انگوتی - نوید شاهی کارشناسان علمی: سعید محبی - هادی نجفی	نوید شاهی - یاشار انگوتی
شیمی	طراحان: ارزنگ خانلری - پیمان خواجوی مجد - یاسر راش - پارسا طاهری منزله یاسر عبداللهی - محمد عظیمیان زواره - امیرحسین مسلمی - عرفان نریمانی کارشناسان علمی: یاشار ذریه - محمدمهدی کریمیان - مرتضی نصیرزاده	یاسر عبداللهی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیپور

این آزمون نمره منشی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینش ها، نوع صفحه آرایی، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور، سراسری طراحی می شود.



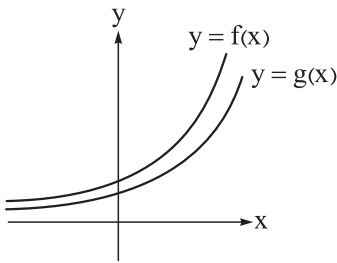


حسابان یازدهم

۱- انتهای کمان‌های  $(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$ ،  $(\frac{5\pi}{4})$  و  $(\frac{10\pi}{3})$  روی دایره مثلثاتی، به ترتیب از راست به چپ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارند؟

- (۱) اول - سوم - دوم (۲) دوم - دوم - دوم (۳) اول - سوم - سوم (۴) دوم - سوم - سوم

۲- در شکل زیر، نمودار توابع  $f$  و  $g$  رسم شده‌اند. اگر  $f(x) = a^x + a^2 - 2a$  و  $g(x) = a^x + 3a - 6$  باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $a$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟



- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۳- عدد کدام گزینه نسبت به اعداد سایر گزینه‌ها، بزرگ‌تر است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{2}$  (۲)  $\sqrt[4]{3}$  (۳)  $\sqrt[6]{5}$  (۴)  $\sqrt[12]{6}$

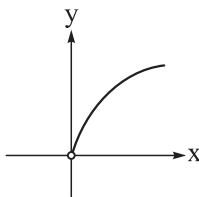
۴- اگر  $2^{\sqrt{x}} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5y}{y+1}$  و  $9^{y^2} = 3^{3y-1}$  باشند، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

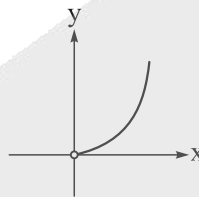
۵- مقدار  $[\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{300}]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۵ (۲) ۴ (۳) -۶ (۴) ۵

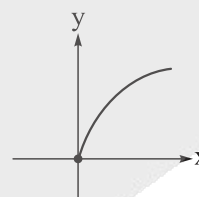
۶- نمودار تابع  $f(x) = 2^{\log_4 x}$  کدام است؟



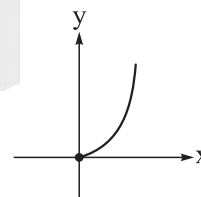
(۴)



(۳)

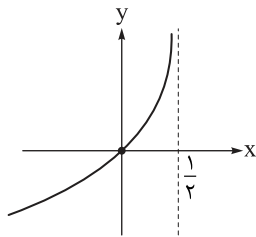


(۲)



(۱)

۷- نمودار تابع  $f(x) = \log_2 \frac{1}{ax+b}$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $a+b$  کدام است؟



- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)  $-\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات



۸- اگر  $3^t = 2^{f(t)} = 12$  باشد، ضابطه تابع  $f$  کدام می‌تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x+1}{2x} \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{2x}{x-1} \quad (3)$$

۹- جواب معادله  $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$  در کدام بازه قرار دارد؟

$$\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right) \quad (4)$$

$$\left(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad (1)$$

۱۰- اگر  $2 + \log_3 x = \log_3(x^2 + 3x + 9) + \log_3(x-3)$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt[3]{x}}$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{16}{3} \quad (1)$$

۱۱- امیرعلی قصد داشت ۲۰ لیتر آب نمک با غلظت ۱۵ درصد تولید کند، اما با محاسبه اشتباه محلول با غلظت ۳۰ درصد تولید شد. او اکنون با یک ظرف چهار لیتری، هر بار ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کند.

او تقریباً چند مرتبه این کار را انجام دهد تا غلظت محلول ۱۵ درصد شود؟ ( $\log 2 \approx 0.3$ )

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۱۲- ساعت  $11:30'$  است؛ حداقل زاویه طی شده توسط عقربه ساعت‌شمار برحسب رادیان کدام باشد، تا عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار بر هم منطبق شوند؟

$$\frac{\pi}{18} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{15} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{10} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (1)$$

۱۳- روی یک دایره به شعاع  $r$ ، دو نقطه  $A$  و  $B$  متناظر با زاویه‌های  $\theta_1 = \frac{\pi}{9}$  و  $\theta_2 = \frac{5\pi}{9}$  از یک مبدأ هستند. اختلاف طول بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین کمان روی دایره بین دو نقطه  $A$  و  $B$  برحسب  $r$  کدام است؟

$$\frac{2\pi r}{9} \quad (4)$$

$$\frac{14\pi r}{9} \quad (3)$$

$$\frac{10\pi r}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi r}{9} \quad (1)$$

۱۴- طول برف پاک‌کن عقب خودرویی ۱۵ سانتی‌متر است. فرض کنید برف پاک‌کن کمانی به اندازه  $120^\circ$  طی می‌کند. طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک‌کن برحسب سانتی‌متر کدام است؟

$$6\pi \quad (4)$$

$$15\pi \quad (3)$$

$$10\pi \quad (2)$$

$$12\pi \quad (1)$$

۱۵- در یک دایره به شعاع ۵ سانتی‌متر، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی  $40^\circ$ ، برحسب سانتی‌متر کدام است؟

$$\frac{2\pi}{9} \quad (4)$$

$$\frac{5\pi}{18} \quad (3)$$

$$\frac{5\pi}{9} \quad (2)$$

$$\frac{10\pi}{9} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۱۶- مقدار عبارت  $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) - \cos(66^\circ)$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (۴)       $-\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (۳)       $-\frac{\sqrt{2}+1}{2}$  (۲)       $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$  (۱)

۱۷- اگر انتهای کمان  $\alpha$  روی دایره مثلثاتی در ناحیه چهارم دستگاه مختصات و  $\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = -\frac{4}{5}$  باشد، مقدار

$\cot(3\pi - \alpha)$  کدام است؟

$-\frac{4}{3}$  (۴)       $-\frac{3}{4}$  (۳)       $\frac{3}{4}$  (۲)       $\frac{4}{3}$  (۱)

۱۸- اگر  $\tan 5^\circ \approx 1/11$  باشد، حاصل  $\frac{\cos 14^\circ + \sin 22^\circ}{-2 \sin 5^\circ + \cos 13^\circ}$  به صورت تقریبی کدام است؟

$-\frac{21}{32}$  (۴)       $\frac{21}{32}$  (۳)       $-\frac{1}{32}$  (۲)       $\frac{1}{32}$  (۱)

۱۹- حاصل عبارت  $\sin\left(\frac{-17\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{22\pi}{3}\right) \tan\left(\frac{43\pi}{4}\right) \cot\left(\frac{-19\pi}{3}\right)$  کدام است؟

$-\frac{\sqrt{3}}{12}$  (۴)       $\frac{\sqrt{3}}{12}$  (۳)       $\frac{\sqrt{3}}{6}$  (۲)       $-\frac{\sqrt{3}}{6}$  (۱)

۲۰- اگر انتهای کمان  $\alpha$  روی دایره مثلثاتی در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، حاصل عبارت  $(\sin\alpha + 1)\left(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha}\right)$

کدام است؟

$\sin \alpha$  (۴)       $-\sin \alpha$  (۳)       $-\cos \alpha$  (۲)       $\cos \alpha$  (۱)

هندسه یازدهم

۲۱- مثلث  $ABC$  با اضلاع  $AB = \sqrt{2}$ ،  $AC = \sqrt{6}$  و  $BC = 2\sqrt{2}$  مفروض است. مجانس این مثلث را به مرکز نقطه همرسی

میانهای آن و نسبت  $k = -\sqrt{3}$  رسم می‌کنیم. مساحت مثلث جدید کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۳ (۳)  $3\sqrt{3}$  (۴) ۹

۲۲- ترکیب کدام دسته از تبدیل‌های زیر لزوماً یک تبدیل همانی نیست؟

(۱) دو دوران متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با زوایای  $\theta$  و  $\theta - 18^\circ$

(۲) دو تجانس متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با نسبت‌های  $k$  و  $\frac{1}{k}$

(۳) دو انتقال متوالی با بردارهای  $\vec{v}$  و  $(-\vec{v})$

(۴) دو بازتاب متوالی نسبت به خط  $d$

۲۳- اگر تبدیل  $D$  یک تجانس مستقیم و انبساطی به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  و فاصله  $(D(A))$  از نقطه  $A$ ،  $\frac{16}{9}$  برابر  $OA$  باشد، آن‌گاه مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

۲۴- در دوزنقه  $ABCD$ ، قاعده  $AB$  کوچک‌تر از قاعده  $CD$  است. اگر در یک تجانس، رأس  $C$  مجانس رأس  $A$  و رأس  $D$  مجانس رأس  $B$  باشد، آن‌گاه کدام مقدار زیر می‌تواند نسبت این تجانس باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) ۳ (۴) -۳

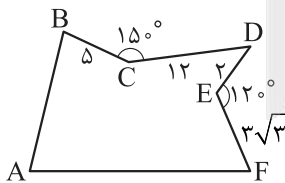
۲۵- طول خط‌المركزین دو دایره  $C(O, 3)$  و  $C'(O', 6)$  برابر ۴ است. اگر این دو دایره، مجانس مستقیم یکدیگر در

تجانس با مرکز  $M$  باشند، طول  $OM$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲۶- زمینی مطابق شکل زیر در اختیار داریم. اگر بخواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط و

تعداد اضلاع، مساحت زمین را تا حد ممکن افزایش دهیم، حداکثر میزان افزایش مساحت چه قدر است؟



(۱) ۳۳

(۲) ۳۹

(۳) ۴۵

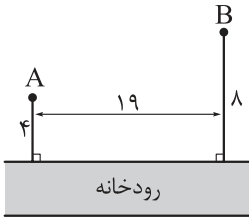
(۴) ۵۱

محل انجام محاسبات

۲۷- احمد می خواهد از منزلش که در ۲ کیلومتری ساحل واقع است، به منزل بهرام که در یک کیلومتری همان ساحل قرار دارد برود، ولی ابتدا باید در مسیر خود در نقطه‌ای از ساحل با منصور ملاقات کند. اگر فاصله پای عمودهایی که از دو منزل بر ساحل رسم می شوند، ۴ کیلومتر باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟

- ۴ / ۵ (۱)                      ۵ (۲)                      ۵ / ۵ (۳)                      ۶ (۴)

۲۸- در شکل زیر، نقاط A و B در یک طرف رودخانه قرار دارند. می خواهیم از A به ساحل برویم و در امتداد ساحل به اندازه ۱۴ واحد پیش رفته و سپس به نقطه B برویم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



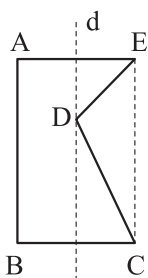
- ۲۷ (۱)  
۲۹ (۲)  
۳۱ (۳)  
۳۳ (۴)

۲۹- دو مستطیل متشابه‌اند. در چه تعداد از حالت‌های زیر، این دو مستطیل مجانس یکدیگر نیز هستند؟

- (الف) هرگاه ضلع‌های نظیر در دو مستطیل با هم موازی باشند.  
(ب) هرگاه هر خطی که رأس‌های نظیر دو مستطیل را به هم وصل می کند، از مرکز یکی از مستطیل‌ها بگذرد.  
(پ) هرگاه تمام خط‌هایی که رأس‌های متناظر دو مستطیل را به هم وصل می کنند، در یک نقطه هم‌رس باشند.  
(ت) هرگاه خطی که مرکزهای دو مستطیل را به هم وصل می کند، از وسط‌های دو ضلع نظیر نیز بگذرد.

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۳۰- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD مستطیل و خط d یک محور تقارن آن و نقطه D روی d و درون مستطیل است. اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی ABCDE، مساحت آن را افزایش دهیم و نسبت مساحت پنج‌ضلعی جدید به مساحت پنج‌ضلعی اولیه، برابر با k باشد، کدام گزینه درست است؟



- (۱)  $k = \frac{5}{4}$  و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر نمی کند.  
(۲)  $k = \frac{5}{4}$  و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر می کند.  
(۳)  $k = \frac{5}{3}$  و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر نمی کند.  
(۴)  $k = \frac{5}{3}$  و با تغییر مکان D، مقدار k تغییر می کند.

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال

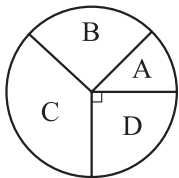
۳۱- از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای ..... و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای ..... استفاده می‌شود. کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- (۱) پیوسته - گسسته و کیفی  
 (۲) گسسته - پیوسته و کیفی  
 (۳) کیفی - گسسته و پیوسته  
 (۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

۳۲- درصد فراوانی نسبی دسته‌ای ۶۵٪ است. اگر ۲ داده از این دسته کم کنیم، فراوانی نسبی این دسته  $\frac{11}{18}$  می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۳- نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D، ۷۲ دانش‌آموز در درس «آمار و احتمال» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، سه برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند و  $\frac{3}{5}$  برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره C گرفته‌اند، در این صورت تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، چه قدر بیشتر از تعداد دانش‌آموزانی است که نمره A گرفته‌اند؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵  
 (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۳۴- در نمودار دایره‌ای برای چهار داده A، B، C و D مجموع زاویه‌های مرکزی متناظر با داده‌های A و B، هفت برابر زاویه مرکزی متناظر با داده D است. زاویه مرکزی متناظر با دسته‌های A و C با هم برابرند. اگر زاویه مرکزی متناظر با دسته A برابر مجموع زوایای مرکزی متناظر با دسته‌های B و D باشد، فراوانی نسبی داده‌های دسته B چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۳۵- از دانشجویان یک کلاس، رنگ مورد علاقه آن‌ها را پرسیده‌ایم و نمودار میله‌ای آن را رسم کرده‌ایم. در نمودار دایره‌ای متناظر با آن، اختلاف زاویه مرکزی رنگ‌های سبز و آبی چه قدر است؟



- (۱)  $18^\circ$   
 (۲)  $36^\circ$   
 (۳)  $54^\circ$   
 (۴)  $72^\circ$

محل انجام محاسبات

۳۶- در مدرسه‌ای، ۶۵ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۳۵ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه،  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان رشته تجربی و  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. اگر دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب کنیم و معدل او بالای ۱۸ باشد، احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد چه قدر است؟

$\frac{13}{20}$  (۴)       $\frac{26}{33}$  (۳)       $\frac{8}{11}$  (۲)       $\frac{13}{15}$  (۱)

۳۷- در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۵۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند که در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۴۰ درصد است. اگر این بازیکن پنالتی اول را گل نکند، احتمال گل شدن پنالتی دوم ۱۰ درصد است. با چه احتمالی، پنالتی دوم گل می‌شود؟

$\frac{2}{5}$  (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

۳۸- دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد A، B و C را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد»، «حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد» و «اختلاف دو عدد رو شده، مضرب صحیح ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

(۱) B و A      (۲) A و C      (۳) B و C      (۴) هر سه پیشامد مستقل‌اند.

۳۹- دو تاس را آن قدر می‌اندازیم تا مجموع اعداد رو شده آن‌ها مضرب ۴ شود. با کدام احتمال، در پرتاب سوم آزمایش متوقف می‌شود؟

$\frac{27}{64}$  (۱)       $\frac{9}{64}$  (۲)       $\frac{3}{64}$  (۳)       $\frac{1}{64}$  (۴)

۴۰- در آزمایش پرتاب دو تاس، دو پیشامد A و B مستقل‌اند به طوری که  $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ ، در این صورت حداقل مقدار  $P(A \cup B)$  کدام است؟

$\frac{31}{36}$  (۴)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $\frac{23}{36}$  (۲)       $\frac{11}{18}$  (۱)



فیزیک یازدهم

۴۱- در آهنربای شکسته شده شکل زیر، قطب‌های مغناطیسی ناحیه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



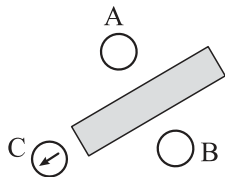
(۴) N, N

(۳) S, S

(۲) S, N

(۱) N, S

۴۲- در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و سه عقربه مغناطیسی در یک صفحه قرار دارند. جهت‌گیری عقربه‌های A و B



به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

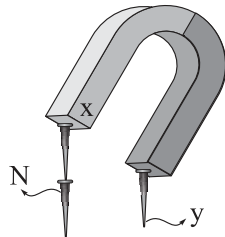
(۱) ↗, ↗

(۲) ↘, ↘

(۳) ↘, ↗

(۴) ↗, ↘

۴۳- در شکل زیر، سه میخ آهنی توسط آهنربا جذب شده‌اند. با توجه به قطب القاشده در یکی از میخ‌ها، نوع قطب‌های



X و Y به ترتیب کدام است؟

(۱) N, N

(۲) S, S

(۳) S, N

(۴) N, S

۴۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درباره میدان مغناطیسی زمین درست است؟

(الف) طرح خط‌های آن مانند طرح خط‌های یک آهنربای میله‌ای است.

(ب) جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم به طور کامل، وارون می‌شود.

(پ) قطب‌های مغناطیسی زمین، منطبق بر قطب‌های جغرافیایی آن است.

(ت) در بیشتر نقاط، خطوط این میدان، با سطح افقی زمین، موازی نیست.

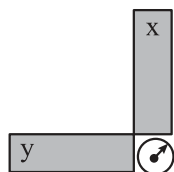
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۵- در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای مشابه، عمود بر هم قرار دارند. با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب‌های



X و Y به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۲) S, S

(۱) N, N

(۴) S, N

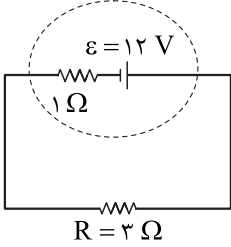
(۳) N, S

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر یک بخاری برقی به مقاومت الکتریکی  $880 \Omega$  به مدت یک شبانه‌روز به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $220 \text{ V}$  وصل باشد، انرژی الکتریکی مصرفی آن در این مدت چند کیلووات ساعت است؟

- (۱)  $1320$       (۲)  $132$       (۳)  $13/2$       (۴)  $1/32$

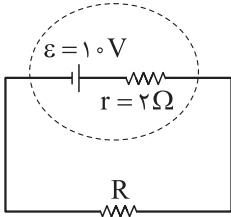
۴۷- در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت  $R = 3 \Omega$  چند وات است؟



- (۱) ۹  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۸  
(۴) ۲۷

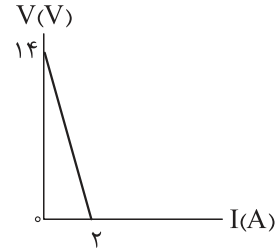
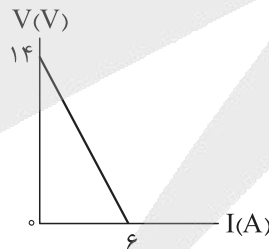
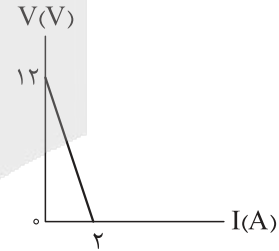
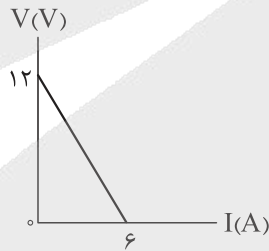
۴۸- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت  $R$  برابر  $4 \text{ V}$  باشد، توان خروجی باتری برابر

چند وات است؟



- (۱) ۹  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۸

۴۹- توان خروجی یک باتری به ازای جریان  $4 \text{ A}$  برابر  $16 \text{ W}$  و به ازای جریان  $3 \text{ A}$  برابر  $18 \text{ W}$  است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر این باتری بر حسب جریان گذرنده از آن کدام است؟

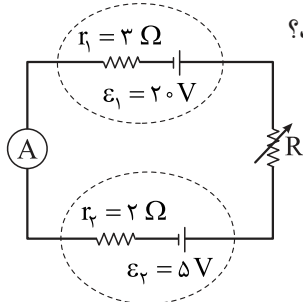


محل انجام محاسبات

۵۰- اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر دو درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

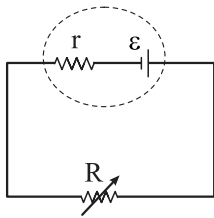
- (۱) دو درصد کاهش می یابد.  
 (۲) چهار درصد کاهش می یابد.  
 (۳) دو درصد افزایش می یابد.  
 (۴) چهار درصد افزایش می یابد.

۵۱- در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا در حالتی تنظیم شده که با وجود برقراری جریان در مدار، توان خروجی باتری (۱) با توان ورودی باتری (۲) برابر است. در این حالت آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می دهد؟



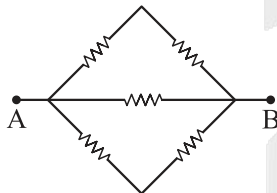
- (۱) ۵  
 (۲) ۴  
 (۳) ۳  
 (۴) ۲

۵۲- در مدار شکل زیر، جریان عبوری از باتری برابر ۲A و توان خروجی آن، بیشینه است. با افزایش مقاومت متغیر R، جریان عبوری از باتری چند آمپر باشد تا توان خروجی باتری، ۲۵ درصد کم تر از بیشینه توان خروجی آن باشد؟



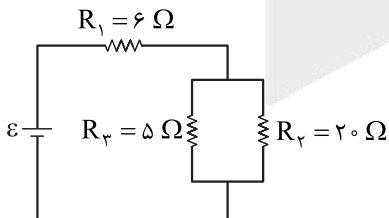
- (۱) ۰/۵  
 (۲) ۱  
 (۳) ۱/۵  
 (۴) ۳

۵۳- در شکل زیر، مقدار هر یک از مقاومت ها یکسان و برابر با ۱۲ Ohm است. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۱۲

۵۴- در مدار شکل زیر، اگر اختلاف توان مصرفی مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  برابر با ۱۳۰ W باشد، نیروی محرکه باتری آرمانی برابر چند ولت است؟

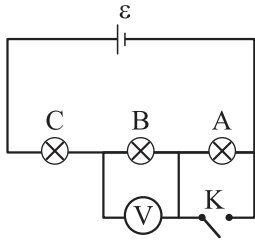


- (۱) ۵۰  
 (۲) ۶۰  
 (۳) ۱۰۰  
 (۴) ۱۲۰

محل انجام محاسبات



۵۵- در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند. با بستن کلید K، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد  $3V$  تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی باتری چند ولت است؟



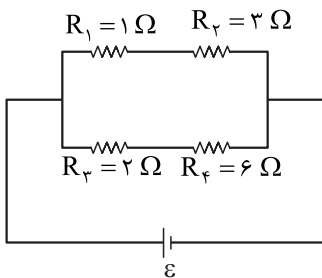
۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

۵۶- در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومتی که کم‌ترین توان مصرفی را دارد، برابر با  $5W$  است. توان مصرفی در



مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، چند وات است؟

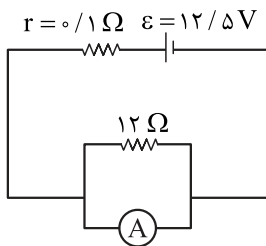
۶۰ (۱)

۴۵ (۲)

۳۰ (۳)

۱۵ (۴)

۵۷- در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیرآرمانی، جریان  $4A$  را نشان می‌دهد. مقاومت الکتریکی این آمپرسنج چند اهم است؟



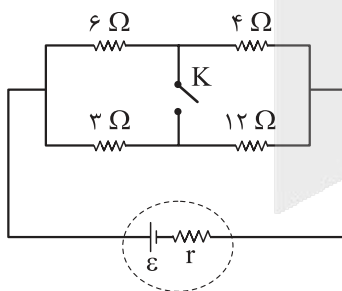
۶ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

۵۸- در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

$\sqrt{20}$  (۳)

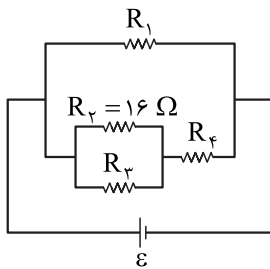
$\sqrt{30}$  (۴)

محل انجام محاسبات



۵۹- در مدار شکل زیر، توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها، برابر است. اگر توان خروجی باتری آرمانی برابر با  $144 \text{ W}$  باشد،

نیروی محرکه آن چند ولت است؟



۱۲ (۱)

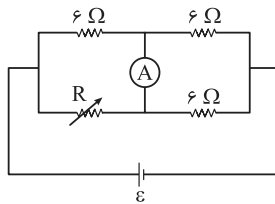
۲۴ (۲)

۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

۶۰- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا از مقدار  $R_1 = 0$  تا  $R_1 = 10 \Omega$ ، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد

چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.

(۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

شیمی یازدهم

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) آنتالپی یک سامانه را می‌توان هم‌ارز با محتوای گرمایی آن در نظر گرفت.
- (۲) علامت مثبت و منفی  $\Delta H$  یک فرایند، نقشی در تعیین بزرگی آن ندارد.
- (۳) مقدار معینی ماده با دما و فشار معین درون یک ظرف را می‌توان یک سامانه در نظر گرفت.
- (۴) ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، تنها دارای انرژی جنبشی هستند.

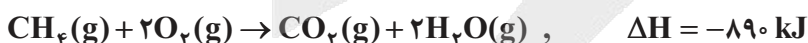
۶۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نماد Q در واکنش  $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$  در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرد و با افزایش دما، غلظت گاز قهوه‌ای‌رنگ افزایش می‌یابد.
- (۲) در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزادشده در واکنش  $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$ ، کم‌تر از مقدار گرمای آزادشده در واکنش  $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$  است.
- (۳) اگر واکنش  $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$  در یک ظرف در بسته انجام شود، گرمای مبادله‌شده معادل آنتالپی واکنش است.
- (۴) واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، با جذب انرژی همراه بوده و در این واکنش، سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

۶۳- مفهوم میانگین آنتالپی پیوند برای کدام یک از پیوندهای زیر قابل استفاده است؟

- (۱)  $C \equiv O$  در کربن مونوکسید
- (۲)  $H - Br$  در هیدروژن برمید
- (۳)  $N - H$  در هیدرازین
- (۴)  $O = O$  در اکسیژن

۶۴- اگر ۶۰ درصد از گرمای تولیدشده طی فرایند سوختن مقداری متان، گرمای لازم برای تجزیه مقدار مشخصی کلسیم کربنات را تأمین کند و مجموع جرم گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده در این دو واکنش برابر  $17/6$  گرم باشد، پس از پایان واکنش‌ها چند گرم فرآورده جامد تولید می‌شود؟ ( $Ca = 40, O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )



۲۵ / ۲ (۴)

۱۸ / ۶ (۳)

۱۶ / ۸ (۲)

۵ / ۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۵- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$ )  
 • اگر آنتالپی پیوند  $C - H$  در مولکول  $CH_4$  برابر  $415 kJ.mol^{-1}$  باشد،  $\Delta H$  واکنش  $CH_4(g) \rightarrow C(s) + 4H(g)$  برابر  $1660 kJ$  است.

• اگر آنتالپی پیوند  $C - C$  برابر  $348 kJ.mol^{-1}$  باشد، آنتالپی پیوند  $C = C$  می تواند بیشتر از  $696 kJ.mol^{-1}$  باشد.  
 • اگر  $a, b, c, d$  به ترتیب آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم کربن باشند، مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آنها به صورت  $|\Delta H_a| > |\Delta H_b| > |\Delta H_c| > |\Delta H_d|$  است.

• اگر ارزش سوختی متان  $2/5$  برابر ارزش سوختی متانول باشد، گرمای آزاد شده از سوختن  $32$  گرم متان با گرمای آزاد شده از سوختن  $2/5$  مول متانول در شرایط یکسان برابر است.

- (۱) نادرست - درست - نادرست - نادرست  
 (۲) نادرست - نادرست - نادرست - درست  
 (۳) درست - نادرست - نادرست - درست  
 (۴) نادرست - نادرست - نادرست - درست

۶۶- کدام مورد، عبارت زیر را به درستی کامل می کند؟

«در ساختار مولکول ..... ، ..... مولکول ..... وجود دارد.»

- (۱) ۲ - هپتانون - برخلاف - اتانول - پیوند  $C - O$   
 (۲) نخستین عضو خانواده الکلها - همانند - نخستین عضو خانواده اترها - ۴ اتم هیدروژن  
 (۳) بنزآلدهید - برخلاف - بنزوئیک اسید - ۴ پیوند دوگانه  
 (۴) نخستین عضو خانواده آلدهیدها - همانند - کربن مونوکسید - ۴ الکترون ناپیوندی

۶۷- اگر مجموع آنتالپی پیوندهای  $H - H$  و  $Cl - Cl$  برابر  $678$  و مجموع آنتالپی پیوندهای  $H - H$  و  $F - F$  برابر  $595$  کیلوژول بر مول باشد، با توجه به معادلههای زیر، تفاوت آنتالپی پیوندهای  $H - Cl$  و  $H - F$ ، چند کیلوژول بر مول است؟

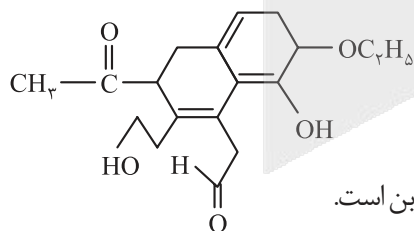


۱۰۱ / ۵ (۴)

۲۲۰ / ۵ (۳)

۱۷۳ / ۵ (۲)

۱۳۷ / ۵ (۱)



۶۸- با توجه به ساختار ترکیب آلی روبهرو، کدام عبارت درست است؟

- (۱) در ساختار آن، گروه عاملی کتونی برخلاف آلدهیدی یافت نمی شود.  
 (۲) هر مول از آن در واکنش با  $3$  مول گاز هیدروژن، به یک آلکان تبدیل می شود.  
 (۳) ترکیبی آروماتیک بوده و شمار اتمهای هیدروژن در آن،  $1/5$  برابر شمار اتمهای کربن است.  
 (۴) ترکیبی با فرمول مولکولی مشابه، اما ساختار متفاوت با آن، سطح انرژی متفاوتی با ترکیب داده شده دارد.

محل انجام محاسبات

۶۹- فرمول شیمیایی  $C_3H_8O$  را می‌توان به ..... نوع الکل و ..... نوع اتر نسبت داد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(۲) ۱ - ۲

(۱) ۲ - ۲

(۴) ۱ - ۱

(۳) ۲ - ۱

۷۰- در کدام گزینه مقایسه ارزش سوختی چربی (a)، پروتئین (b) و کربوهیدرات (c) به درستی آمده است؟

(۲)  $b > c > a$

(۱)  $a > b > c$

(۴)  $c > a = b$

(۳)  $a > b = c$

۷۱- یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۳۰ گرم نان و ۱۶ گرم پنیر است. با انرژی حاصل از این وعده غذایی، حدود چند ساعت می‌توان پیاده‌روی کرد؟ (آهنگ مصرف انرژی در پیاده‌روی حدود ۸۰۰ کیلوژول در هر ساعت است.)

خوراکی	ارزش سوختی ( $\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ )
نان	۱۱/۵
پنیر	۲۰/۰
تخم مرغ	۶/۰

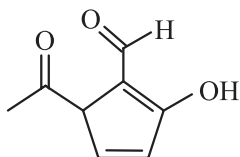
(۴) ۸

(۳) ۵

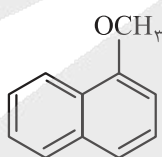
(۲) ۴

(۱) ۳

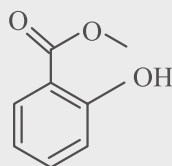
۷۲- با توجه به ساختارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



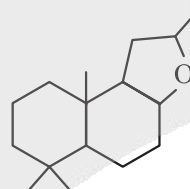
(A)



(B)



(X)



(D)

(۱) A و X، ایزومر یکدیگرند.

(۲) در ساختار مولکول‌های B و D، گروه عاملی اتری وجود دارد.

(۳) تفاوت جرم مولی مولکول‌های B و D، با جرم مولی پنتان برابر است.

(۴) ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه‌شده سوختن کامل مولکول B، برابر ۱۳ است.

محل انجام محاسبات

۷۳- اگر آنتالپی سوختن دو گاز متان و پروپان به ترتیب  $890 -$  و  $2230 -$  کیلوژول بر مول باشد، بر اثر جذب گرمای حاصل از سوختن  $1/5$  گرم گاز اتان،  $10$  کیلوگرم از کدام ماده، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت و این تغییر به تقریب برابر چند درجه سلسیوس است؟ ( $H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$ )

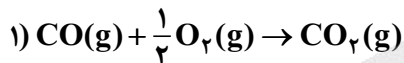
آهن	آلومینیم	ماده
۰/۴۵	۰/۹	ظرفیت گرمایی ویژه ( $J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$ )

(۱) آلومینیم،  $17/33$  آهن، (۲) آهن،  $17/33$  (۳) آلومینیم،  $8/66$  (۴) آهن،  $8/66$

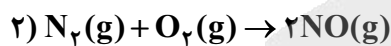
۷۴- کدام مورد درست است؟

- گرماسنج لیوانی برای تعیین  $\Delta H$  فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.
- متان به گاز مرداب معروف است و در آزمایشگاه می‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد.
- با افزودن محلول سدیم نیترات به نقره کلرید، یک واکنش سریع انجام شده و نوعی رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود.
- در دمای اتاق، الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

۷۵- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام مورد نا درست است؟



$\Delta H_1 = -283 \text{ kJ}$

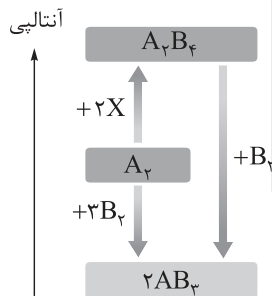


$\Delta H_2 = +181 \text{ kJ}$



- برای محاسبه آنتالپی واکنش (۳)، باید واکنش (۱) را در ۲ ضرب کرده و واکنش (۲) را وارونه کنیم.
- واکنش (۳) یک واکنش گرماده است و آنتالپی آن برابر  $747 \text{ kJ} -$  است.
- واکنش تجزیه  $NO$  به عنصرهای سازنده، یک واکنش گرماگیر است.
- مطابق واکنش‌های (۱) و (۲)، گرمای آزادشده در تشکیل ۲ مول  $CO_2$ ، بیشتر از گرمای مبادله‌شده در تشکیل ۴ مول  $NO$  است.

۷۶- با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نا درست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل‌اند.)



- مولکول  $X$  مانند مولکول کربن مونوکسید، دواتمی است.
- فرایند تشکیل  $A_2B_4$  از عناصر سازنده‌اش، یک فرایند گرماگیر است.
- مجموع آنتالپی پیوندها در ۲ مول  $AB_3$ ، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در ۱ مول  $A_2$  و ۳ مول  $B_2$  است.
- مولکول  $A_2B_4$  از  $AB_3$  ناپایدارتر است.

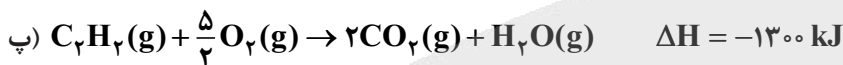
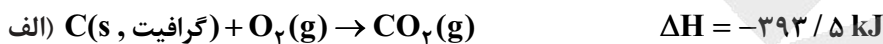
محل انجام محاسبات

۷۷- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (الف) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، مرطوب و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.  
 (ب) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی است که با کاهش تبخیر آب موجود در این مواد غذایی، زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.  
 (پ) با گرم کردن محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق، محلول با سرعت بیشتری بی‌رنگ می‌شود.  
 (ت) افزایش سرعت واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، همانند واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور چند قطره پتاسیم هیدروکسید، به دلیل وجود کاتالیزگر در این واکنش‌ها است.

(۱) الف - ب      (۲) ب - پ      (۳) الف - پ      (۴) الف - ب - ت

۷۸- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی واکنش  $\text{H}_2(\text{g}) + \frac{1}{2}\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$  چند کیلوژول است؟



(۱)  $-394 / 5$       (۲)  $-286 / 3$       (۳)  $-124 / 5$       (۴)  $-266 / 4$

۷۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در صنعت، هیدروژن پراکسید را از واکنش هیدروژن و اکسیژن در دماهای بالا به دست می‌آورند.  
 (۲) شیمی‌دان‌های هواکره واکنشی طراحی کرده‌اند تا از واکنش CO و NO، گازهایی با آلاینده‌گی کم‌تر و پایداری بیشتر به دست آید.  
 (۳) جرم  $\text{CO}_2$  حاصل از سوختن یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول کم‌تر است، زیرا جرم مولی اتان از اتانول کم‌تر است.  
 (۴) هیدرازین نسبت به آمونیاک ناپایدارتر است، اما علامت آنتالپی تشکیل هر دو ماده از گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{H}_2$  یکسان است.

۸۰- چه تعداد از عوامل زیر، سبب کاهش سرعت واکنش  $2\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$  می‌شود؟

- کاهش دمای محلول
- کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید
- اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید
- اضافه کردن آب به ظرف واکنش

(۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱



پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# آزمون‌های تشریحی خیلی سبز



۵ مرحله در طول سال

## شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخ‌برگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عیناً مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



## پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

## تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

## کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی



# باسح نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله یازدهم

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

۱۴۰۴/۰۸/اسفند

رشته ریاضی

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	فرشاد حسن زاده - محمد خان گلدی - علی شهرابی - محسن علی نجاری - محمد گودرزی
هندسه	امیرحسین ابومحجوب - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	ارژنگ خانلری - پیمان خواجهی مجد - یاسر راش - پارسا طاهری منزه - یاسر عبداللہی - محمد عظیمیان زواره امیرحسین مسلمی - عرفان نریمانی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	محمد رضا راسخ	محمد گودرزی	وحید جعفری عادل حسینی منصور زرکش
هندسه	امیرحسین ابومحجوب	امیرحسین ابومحجوب	امیرحسین ابومحجوب	سید عباس حسینی	زهره جالینوسی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	علیرضا کاظمی بقا	امیرحسین ابومحجوب علیرضا کاظمی بقا	منصور زرکش اصفهانی ماهان فنی فر ابوالفضل ناصری مریم نظری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	مریم گلی حسنلو	سعید محبی هادی نجفی	آیدین طهماسبقی زاده پوریا علاقه مند سعید محبی امیر محمودی انزلی محمد رضا یاری
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی پارسا طاهری منزه	محمد مهدی کریمیان مرتضی نصیرزاده یاشار ذریه	ارژنگ خانلری یلدا رزاق زاده امیرمحمد شکوهی آرمین عظیمی

مدیر تألیف آزمون: فاطمه آقاچانیور





# آزمون آزمایشی خیلی سبز

بیتا ابراهیمی - علیرضا جعفری - عادل حسینی

تیم اجرایی و تألیف آزمون

الناز علی یاری زاده

سرپرست تولید

نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی  
زهرا صفری - الهه صفری - فاطمه علی اکبری  
محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - نادره ناز آوری  
ساعده نمازی

ویراستاران فنی

ندا فخاری  
سارا گنجی آزادپور

رسام

صدف امام - مریم حسین زاده  
سپیده سخائی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد  
مانده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند  
مهدیه گل پور - دریا لطفی

صفحه آرایی



۱) انتهای کمان‌های  $(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})$ ،  $(\frac{5\pi}{4})$  و  $(\frac{10\pi}{3})$  روی دایره مثلثاتی، به ترتیب از راست به چپ در کدام ناحیه دستگاه مختصات قرار دارند؟

- (۱) اول - سوم - دوم  
(۲) دوم - دوم - دوم  
(۳) اول - سوم - سوم  
(۴) دوم - سوم - سوم

پاسخ: گزینه ۳

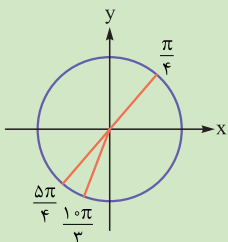
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زاویه‌های داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{10\pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3}$$

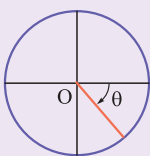
گام دوم: حال انتهای کمان زاویه‌ها را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم:



بنابراین  $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$  در ناحیه اول،  $\frac{5\pi}{4}$  در ناحیه سوم و  $\frac{10\pi}{3}$  در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

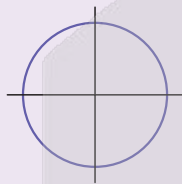
برای هر یک از زاویه‌های زیر مشخص کنید که انتهای کمان در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد و سپس شکل تقریبی زاویه را همانند نمونه رسم کنید.

(سابان ۱) - تمرین ۱ صفحه ۹۶ کتاب درسی



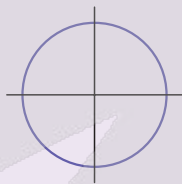
$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

انتهای کمان در ربع ... است.



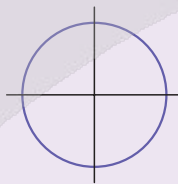
$$\alpha = \pi + \frac{\pi}{3} =$$

انتهای کمان در ربع ... است.



$$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} =$$

انتهای کمان در ربع ... است.



$$\gamma = \pi - \frac{\pi}{6} =$$

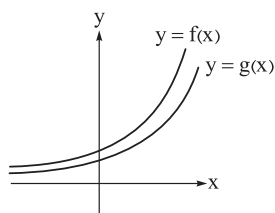
انتهای کمان در ربع ... است.

کتاب  
درسی



در شکل زیر، نمودار توابع  $f$  و  $g$  رسم شده‌اند. اگر  $f(x) = a^x + a^2 - 2a$  و  $g(x) = a^x + 3a - 6$  باشد، مجموعه

۲



هر دو تابع ویژگی‌های تابع نمایی را دارند.

مقادیر قابل قبول برای  $a$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع  $f$  همواره بالاتر از نمودار تابع  $g$  هستش. شرط نمایی بودن هم یادت نره.

Hint

کرتس Box

تابع نمایی:

اگر  $a$  عددی حقیقی مثبت و مخالف ۱ باشد ( $a > 0, a \neq 1$ )، تابع  $f(x) = a^x$  را تابع نمایی می‌نامند.

دامنه این تابع مجموعه اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ ) است.

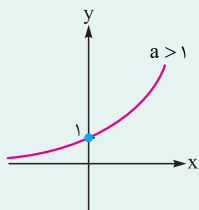
برد این تابع مجموعه اعداد حقیقی مثبت ( $\mathbb{R}^+$  یا  $(0, +\infty)$ ) است (خروجی تابع نمایی هرگز صفر یا منفی نمی‌شود).

نقطه ثابت: همه نمودارهای نمایی از نقطه  $(0, 1)$  عبور می‌کنند، زیرا  $a^0 = 1$ .

نمودارهای تابع نمایی: نمودار تابع نمایی براساس مقدار  $a$  به دو حالت تقسیم می‌شود:

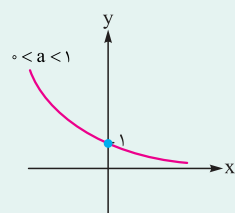
حالت اول:  $a > 1$  (تابع صعودی)

اگر پایه  $a$  بزرگ‌تر از ۱ باشد، تابع اکیداً صعودی است (یعنی با افزایش  $x$ ، مقدار  $y$  نیز افزایش می‌یابد).



حالت دوم:  $0 < a < 1$  (تابع نزولی)

اگر پایه  $a$  بین ۰ و ۱ باشد، تابع اکیداً نزولی است (یعنی با افزایش  $x$ ، مقدار  $y$  کاهش می‌یابد).



گام اول: با توجه به شکل، نمودار تابع  $f$  همواره بالاتر از نمودار تابع  $g$  است، در نتیجه:

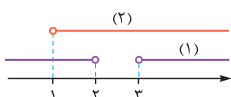
$$a^x + a^2 - 2a > a^x + 3a - 6 \Rightarrow a^2 - 2a > 3a - 6 \Rightarrow a^2 - 5a + 6 > 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(a-3) > 0 \xrightarrow{\text{خارج ریشه‌ها}} a < 2 \text{ یا } a > 3 \quad (1)$$

$$a > 1 \quad (2)$$

گام دوم: هم‌چنین تابع  $f$  و  $g$ ، تابع نمایی افزایشی هستند؛ پس:

گام سوم: با اشتراک حدود به‌دست‌آمده برای  $a$  داریم:



$$a \in (1, 2) \cup (3, +\infty)$$

بنابراین مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $a$ ، شامل ۳ عدد طبیعی  $\{1, 2, 3\}$  نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۳ عدد کدام گزینه نسبت به اعداد سایر گزینه‌ها، بزرگ‌تر است؟

$$\sqrt[4]{6} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{5} \quad (3)$$

$$\sqrt[2]{3} \quad (2)$$

$$\sqrt[2]{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

توان‌های همه رو یکی کن!

Hint

تأثیر توان بر جهت نامساوی:

نکته

فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی و مثبت باشند به طوری که  $a < b$  و همچنین  $x$  یک عدد حقیقی غیرصفر باشد، هنگام به توان رساندن این نامساوی، باید به علامت توان ( $x$ ) توجه کنیم:

الف) اگر توان مثبت باشد ( $x > 0$ )، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند (هم‌جهت می‌ماند):

$$a^x < b^x$$

ب) اگر توان منفی باشد ( $x < 0$ )، جهت نامساوی برعکس می‌شود:

$$a^x > b^x$$

گام اول: ابتدا اعداد موجود در گزینه‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}}, \quad \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}, \quad \sqrt[2]{5} = 5^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[2]{6} = 6^{\frac{1}{2}}$$

گام دوم: حالا همه اعداد را به توان ۱۲ که ک.م.م فرجه‌هاست می‌رسانیم و سپس به کمک ویژگی تابع نمایی که «اگر  $a^x > b^x$  باشد، آن‌گاه  $a > b$  است»، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt[4]{6})^{12} = 6^3 = 216 \\ (\sqrt[3]{5})^{12} = 5^4 = 625 \\ (\sqrt[2]{5})^{12} = 5^6 = 15625 \\ (\sqrt[2]{6})^{12} = 6^6 = 46656 \end{array} \right\} \xrightarrow{(\sqrt[4]{6})^{12} > (\sqrt[3]{5})^{12} > (\sqrt[2]{6})^{12} > (\sqrt[2]{5})^{12}} 216 > 625 > 15625 > 46656 \Rightarrow \sqrt[4]{6} > \sqrt[3]{5} > \sqrt[2]{6} > \sqrt[2]{5}$$



۴ اگر  $2\sqrt{x} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5y}{y+1}$  و  $9^{y^2} = 3^{2y-1}$  باشند، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

$2^{-\sqrt{x}} = (2^{\sqrt{x}})^{-1} = \frac{1}{2^{\sqrt{x}}}$

پاسخ: گزینه ۲

پایه‌های معادله دومی رو یکی کن! به مقادیر قابل قبول برای معادله اول توجه کن!



درس‌Box

معادلات نمایی و روش‌های حل:

- تعریف معادله نمایی: معادله‌ای که در آن مجهول (متغیر) در توان قرار گرفته باشد، معادله نمایی نامیده می‌شود.
- قانون اصلی حل (هم‌پایه کردن): اگر بتوانیم دو طرف معادله را به پایه‌های مساوی تبدیل کنیم، توان‌ها نیز باید برابر باشند. به بیان ریاضی، اگر  $a$  عددی حقیقی، مثبت و مخالف یک باشد ( $a > 0, a \neq 1$ ):

$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

گاهی برای رسیدن به این ساختار، باید ابتدا با استفاده از ویژگی‌های توان، عبارات را ساده کنیم.

۳ تکنیک تغییر متغیر: در برخی معادلات پیچیده‌تر (معمولاً آن‌هایی که شبیه معادلات درجه دوم هستند)، استفاده از یک متغیر کمکی (مثلاً  $a^x = t$ ) کار را بسیار ساده می‌کند و معادله نمایی را به یک معادله جبری معمولی تبدیل می‌نماید.

۴ دستگاه معادلات نمایی: برای حل دستگاه‌ها، استراتژی اصلی تبدیل آن‌ها به دستگاه‌های معادلات خطی یا ساده‌تر است که روش حلشان را از قبل می‌دانیم (معمولاً با حذف یا جای گذاری).



اگر  $A > 0 \Rightarrow A + \frac{1}{A} \geq 2$

اگر  $A < 0 \Rightarrow A + \frac{1}{A} \leq -2$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا می‌رویم سراغ معادله دوم:

$9^{y^2} = 3^{2y-1} \Rightarrow 3^{2y^2} = 3^{2y-1} \Rightarrow 2y^2 = 2y-1 \Rightarrow 2y^2 - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

گام دوم: حال با توجه به این که  $2\sqrt{x} > 0$  است، باید  $2\sqrt{x} + 2^{-\sqrt{x}} \geq 2$  باشد؛ در نتیجه:

غ ق ق  $y = \frac{1}{2}: 2\sqrt{x} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5}{3} < 2$

$y = 1: 2\sqrt{x} + 2^{-\sqrt{x}} = \frac{5}{2} \checkmark$

گام سوم: با تغییر متغیر  $2\sqrt{x} = t$  داریم:

$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=5^2-4 \times 2 \times 2=9} t = \frac{5 \pm 3}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = -1 \text{ غ ق ق} \\ t = 2 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow x+y = 1+1 = 2$



مقدار  $[\log_4 \frac{1}{300}]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

۵

۵ (۴)

-۶ (۳)

۴ (۲)

-۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس: Box

تعریف و ویژگی‌های لگاریتم:

(۱) تعریف لگاریتم:

اگر  $a$  عددی حقیقی، مثبت و مخالف  $1$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) و  $b$  عددی مثبت باشد، لگاریتم عدد  $b$  در مبنای  $a$  را عددی حقیقی مانند  $x$  تعریف می‌کنیم که  $a^x = b$  باشد، به عبارت دیگر:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

(۲) ویژگی‌های لگاریتم:

به شرطی که تمام عبارات معنی داشته باشند (اعداد جلوی لگاریتم مثبت و مبنایها مثبت و مخالف  $1$  باشند):

$$\log_a 1 = 0 \quad (1)$$

$$\log_a a = 1 \quad (2)$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \quad (3) \text{ لگاریتم ضرب:}$$

$$\log_a (x_1 x_2 \dots x_n) = \log_a x_1 + \dots + \log_a x_n \quad (4) \text{ (تعمیم ضرب):}$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \quad (4) \text{ لگاریتم تقسیم:}$$

$$\log_a (x^n) = n \cdot \log_a x \quad (5) \text{ لگاریتم توان:}$$

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x \quad (6) \text{ توان در مبنای:}$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a} \quad (7) \text{ قاعده معکوس:}$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \quad (8) \text{ قاعده تغییر مبنای:}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad (9) \text{ هویت لگاریتمی (۱):}$$

$$b^{\log_a x} = x^{\log_a b} \quad (9) \text{ هویت لگاریتمی (۲):}$$

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_4 \frac{1}{300} = \log_4 300^{-1} = -\log_4 300$$

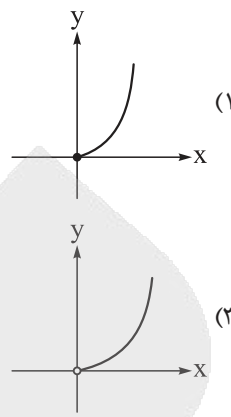
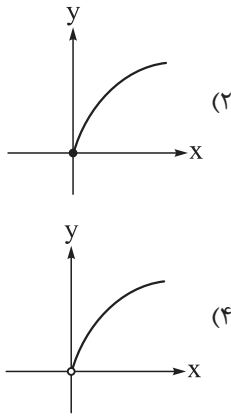
گام دوم: حال به کمک توان‌های صحیح عدد ۴ داریم:

$$256 < 300 < 1024 \Rightarrow 4^4 < 300 < 4^5 \xrightarrow{\text{در مبنای ۴ لگاریتم می‌گیریم.}} \log_4 4^4 < \log_4 300 < \log_4 4^5$$

$$\Rightarrow 4 < \log_4 300 < 5 \Rightarrow -5 < -\log_4 300 < -4 \Rightarrow [-\log_4 300] = -5$$



۶ نمودار تابع  $f(x) = 2^{\log_2 x}$  کدام است؟



پاسخ: گزینه ۴

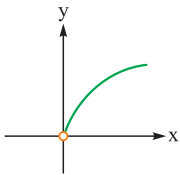
گام اول: ابتدا دامنه تابع  $f$  را مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$$

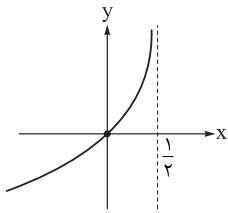
گام دوم: حال به کمک ویژگی (۹) در درس باکس پاسخ قبل، ضابطه تابع را به صورت ساده‌تر بازنویسی کرده و نمودار آن را روی دامن‌اش رسم می‌کنیم:

$$f(x) = 2^{\log_2 x} = x^{\log_2 2} = x^{\frac{1}{\log_2 2}} = \sqrt{x}$$





۷ نمودار تابع  $f(x) = \log_2 \frac{1}{ax+b}$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $a+b$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴)  $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

درس Box

تابع لگاریتمی:

چون تابع نمایی  $f(x) = a^x$  (با  $a > 0, a \neq 1$ ) یک تابع یک‌به‌یک است، پس وارون‌پذیر است.

• وارون این تابع را تابع لگاریتم در مبنای  $a$  می‌نامند و با  $f^{-1}(x) = \log_a x$  نشان می‌دهند.

• رابطه اساسی:  $f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$

دامنه و برد تابع لگاریتمی براساس جابه‌جایی دامنه و برد در توابع وارون:

• چون برد تابع نمایی بازه  $(0, +\infty)$  است، دامنه تابع لگاریتمی، بازه  $(0, +\infty)$  است.

• برد تابع لگاریتمی برابر دامنه تابع نمایی، یعنی  $\mathbb{R}$  است.

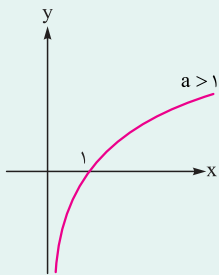
نمودار تابع لگاریتمی: نمودار تابع  $f^{-1}(x) = \log_a x$ ، قرینه نمودار  $f(x) = a^x$  نسبت به خط  $y = x$  است.

• نقطه ثابت: همه نمودارهای لگاریتمی با ضابطه  $y = \log_a x$  از نقطه  $(1, 0)$  عبور می‌کنند (چون  $a^0 = 1$ ).

• مجانب: محور عرض‌ها ( $x = 0$ ) مجانب (خط‌چین) قائم نمودار است.

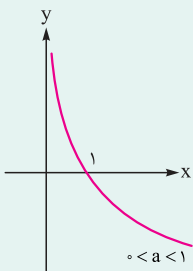
حالت اول:  $a > 1$  (تابع صعودی)

اگر  $a > 1$  باشد (مانند  $\log_2 x$ )، تابع اکیداً صعودی است.



حالت دوم:  $0 < a < 1$  (تابع نزولی)

اگر  $0 < a < 1$  باشد (مانند  $\log_{1/2} x$ )، تابع اکیداً نزولی است.





پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به نمودار،  $D_f = (-\infty, \frac{1}{2})$ ، در نتیجه:

$$\frac{1}{ax+b} > 0 \Rightarrow ax+b > 0 \xrightarrow{a < 0} x < -\frac{b}{a} \xrightarrow{\text{مقایسه با دامنه صورت سؤال}} \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -2b \quad (*)$$

گام دوم: هم‌چنین نقطه  $(0, 0)$  روی نمودار تابع قرار دارد:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \log_2 \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = 1 \xrightarrow{(*)} a = -2$$

و در نهایت داریم:

$$a + b = -2 + 1 = -1$$

اگر  $3^t = 2^{f(t)} = 12$  باشد، ضابطه تابع  $f$  کدام می‌تواند باشد؟

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{x+1}{2x} \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{2x}{x-1} \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۳

گام اول: ابتدا توجه کنید که هر دو عبارت برابر ۱۲ هستند، در نتیجه:

$$3^t = 2^{f(t)} \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم می‌گیریم.}} \log_3(3^t) = \log_3(2^{f(t)}) \Rightarrow t \cdot \log_3 3 = f(t)$$

گام دوم: حال به کمک تساوی اول مقدار  $\log_3 3$  را برحسب  $t$  به دست می‌آوریم:

$$3^t = 12 \Rightarrow \frac{3^t}{3} = 4 \Rightarrow 3^{t-1} = 2^2 \xrightarrow{\text{از طرفین لگاریتم می‌گیریم.}} \log_3 3^{t-1} = \log_3 2^2 \Rightarrow (t-1) \log_3 3 = 2$$

$$\Rightarrow \log_3 3 = \frac{2}{t-1}$$

گام سوم: حالا با جای‌گذاری مقدار  $\log_3 3$  داریم:

$$f(t) = t \times \frac{2}{t-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

تساوی داده‌شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$3^t = 2^2 \times 3 \Rightarrow 3^{t-1} = 2^2 \quad (1)$$

$$2^{f(t)} = 2^2 \times 3 \Rightarrow 2^{f(t)-2} = 3 \quad (2)$$

طرفین تساوی (۲) را به توان  $t-1$  می‌رسانیم:

$$2^{(f(t)-2)(t-1)} = 3^{t-1} \xrightarrow{(1)} 2^{(f(t)-2)(t-1)} = 2^2$$

$$\Rightarrow (f(t)-2)(t-1) = 2 \Rightarrow f(t)-2 = \frac{2}{t-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

په‌چور دیگه

(سؤال ۱۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۱)

فرض کنید  $5^x = 10$  است. اگر  $2^{f(x)} = 20$  باشد، ضابطه  $f$  کدام است؟

$$\frac{x+1}{2x+1} \quad (4)$$

$$\frac{2x-1}{x-1} \quad (3)$$

$$\frac{x-1}{2x-1} \quad (2)$$

$$\frac{2x+1}{x+1} \quad (1)$$

کنکور



جواب معادله  $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$  در کدام بازه قرار دارد؟

(۴)  $(\frac{9}{2}, \frac{11}{2})$

(۳)  $(\frac{7}{2}, \frac{9}{2})$

(۲)  $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

(۱)  $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

### پاسخ: گزینه ۳

معادله‌های لگاریتمی:

درس Box

معادله‌ای را که در آن مجهول در آرگومان (جلوی) لگاریتم قرار دارد، معادله لگاریتمی می‌نامند. راهبرد اصلی حل: با استفاده از «ویژگی‌های لگاریتم» (مانند تبدیل جمع به ضرب، تفریق به تقسیم و ...)، معادله را ساده می‌کنیم تا در دو طرف تساوی، لگاریتم‌هایی با پایه یکسان داشته باشیم (فرم  $\log_a A = \log_a B$ ).

ویژگی کلیدی حل:

چون تابع لگاریتمی ( $y = \log_a x$ ) یک تابع یک‌به‌یک است، از ویژگی زیر برای حل معادلات استفاده می‌کنیم:

$$\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$$

(به عبارت دیگر، اگر لگاریتم‌ها با مبنای یکسان با هم برابر باشند، آرگومان‌های آن‌ها نیز با هم برابر هستند.)

توجه بسیار مهم: بررسی دامنه (شرط لگاریتم)

اعدادی که با حل کردن معادله  $x = y$  به دست می‌آیند، لزوماً جواب نهایی معادله نیستند.

باید این مقادیر را در معادله اصلی قرار دهیم و بررسی کنیم که آرگومان (جلوی) تمام لگاریتم‌ها را مثبت ( $> 0$ ) نگه می‌دارند.

جواب‌هایی که این شرط را نقض کنند (آرگومان را صفر یا منفی کنند)، قابل قبول نیستند.

به کمک ویژگی‌های لگاریتم داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Rightarrow \log_3\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Rightarrow 3x-3 = 2x+1 \Rightarrow x = 4$$

با توجه به جواب به‌دست‌آمده و گزینه‌ها، پاسخ صحیح گزینه ۳ است.



۱۰ اگر  $\log_2(x-3) + \log_2(x^2 + 3x + 9) = 3 + \log_2 2$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt[4]{3}} x$  کدام است؟

۳ (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{16}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: عدد ۳ را در سمت راست تساوی،  $\log_2 3^2$  می‌بینیم و به کمک ویژگی‌های لگاریتم معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_2((x-3)(x^2 + 3x + 9)) = \log_2(3^2 \times 2) \Rightarrow \log_2(x^2 - 27) = \log_2 54$$

$$\Rightarrow x^2 - 27 = 54 \Rightarrow x^2 = 81 = 3^4 \Rightarrow x = 3^{\frac{4}{2}}$$

گام دوم: حالا برای محاسبه مقدار خواسته شده داریم:

$$\log_{\sqrt[4]{3}} x = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}} 3^{\frac{4}{2}} = \frac{4}{3} \times 4 \log_2 3 = \frac{16}{3}$$

اگر  $\log_2(x-2) + \log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x-2) = 3$  باشد، مقدار  $\log_{\sqrt[3]{2}} x$  کدام است؟

(سوال ۹ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت اول)

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

کنکور



امیرعلی قصد داشت ۲۰ لیتر آب نمک با غلظت ۱۵ درصد تولید کند، اما با محاسبه اشتباه محلول با غلظت ۳۰ درصد تولید شد. او اکنون با یک ظرف چهار لیتری، هر بار ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کند. او تقریباً چند مرتبه این کار را انجام دهد تا غلظت محلول ۱۵ درصد شود؟ ( $\log 2 \approx 0.3$ )

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

### پاسخ: گزینه ۱

**گام اول:** ابتدا توجه کنید که اگر حجم ظرف  $V$  و حجم برداشت ما و جایگزین کردن با آب خالص  $x$  باشد، غلظت  $(C)$  باقی‌مانده پس از  $n$  بار برداشتن برابر است با:

$$C_{\text{new}} = C_{\text{old}} \left(1 - \frac{x}{V}\right)^n$$

**گام دوم:** حال با جای‌گذاری اعداد داریم:

$$15 = 30 \times \left(1 - \frac{4}{20}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{4}\right)^n \xrightarrow{\text{در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم.}} \log \frac{1}{2} = n \log \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \log 1 - \log 2 = n(\log 3 - \log 4) \Rightarrow n = \frac{-\log 2}{\log 3 - \log 4} = \frac{\log 2}{1 - 2 \log 2}$$

**گام سوم:** حالا مقدار تقریبی  $0.3$  را به جای  $\log 2$  جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n = \frac{0.3}{1 - 0.6} = \frac{0.3}{0.4} = 0.75 \approx 1$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



ساعت  $11:30'$  است؛ حداقل زاویه طی شده توسط عقربه ساعت‌شمار بر حسب رادیان کدام باشد، تا عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار بر هم منطبق شوند؟

$$\frac{\pi}{18} (4)$$

$$\frac{\pi}{15} (3)$$

$$\frac{\pi}{10} (2)$$

$$\frac{\pi}{12} (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

هر دقیقه، عقربه ساعت‌شمار  $0.5^\circ$  حرکت می‌کند!

**Hint**

**درسی Box**

زاویه طی شده توسط عقربه‌های ساعت:

برای محاسبه زاویه‌ای که عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار طی می‌کنند، باید سرعت چرخش هر کدام را بدانیم:

● عقربه دقیقه‌شمار: این عقربه در هر  $60$  دقیقه، یک دور کامل ( $360^\circ$ ) می‌چرخد؛ بنابراین در هر دقیقه به اندازه  $6^\circ$  جابه‌جا می‌شود.

$$\omega_m = 6^\circ / \text{min}$$

● عقربه ساعت‌شمار: این عقربه در هر  $12$  ساعت ( $720$  دقیقه)، یک دور کامل می‌زند؛ بنابراین در هر دقیقه تنها  $0.5^\circ$  پیش می‌رود.

$$\omega_h = 0.5^\circ / \text{min}$$

**نتیجه مهم:** سرعت حرکت عقربه دقیقه‌شمار، همواره  $12$  برابر سرعت عقربه ساعت‌شمار است. یعنی اگر در یک مدت‌زمان مشخص، عقربه ساعت‌شمار  $\alpha$  درجه طی کند، عقربه دقیقه‌شمار  $12\alpha$  درجه طی خواهد کرد.

در ساعت  $h : m'$  زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار، بر حسب درجه، از رابطه  $|30h - \frac{11m}{2}|$  به دست می‌آید.

**گام اول:** برای این که عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار بر هم منطبق شوند، باید ساعت  $12:00'$  شود. پس  $30$  دقیقه باید زمان بگذرد.

**گام دوم:** طبق درس‌بکس عقربه ساعت‌شمار در هر ساعت  $30^\circ$  و در هر دقیقه  $0.5^\circ$  حرکت می‌کند. در نتیجه:

$$30 \times 0.5 = 15^\circ = \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

**نکته**

**پاسخ خیلی تشریحی ✓**



روی یک دایره به شعاع  $r$ ، دو نقطه  $A$  و  $B$  متناظر با زاویه‌های  $\theta_1 = \frac{\pi}{9}$  و  $\theta_2 = \frac{5\pi}{9}$  از یک مبدأ هستند. اختلاف طول

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین کمان روی دایره بین دو نقطه  $A$  و  $B$  برحسب  $r$  کدام است؟

جهت مثبت محور  $x$

$$\frac{2\pi r}{9} \quad (4)$$

$$\frac{14\pi r}{9} \quad (3)$$

$$\frac{10\pi r}{9} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi r}{9} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

زاویه روبه‌رو به هر کمان رو حساب کن و بذار تو فرمول طول کمان!

Hint

محاسبه طول کمان:

نکته

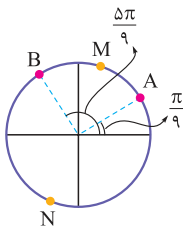
برای به دست آوردن طول یک کمان ( $L$ ) در دایره‌ای به شعاع  $r$  کافی است اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن کمان ( $\theta$ ) را در شعاع ضرب کنیم؛ بنابراین رابطه زیر برقرار است:

$$L = r \cdot \theta$$

در استفاده از این فرمول دقت کنید که واحد زاویه ( $\theta$ ) حتماً باید رادیان باشد (نه درجه).

گام اول: ابتدا شکل، زیر را در نظر بگیرید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام دوم: با توجه به شکل زاویه مرکزی روبه‌روی کمان کوچک ( $\widehat{AMB}$ ) و کمان بزرگ ( $\widehat{ANB}$ ) را مشخص می‌کنیم و طول کمان‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\theta_{\min} = \frac{5\pi}{9} - \frac{\pi}{9} = \frac{4\pi}{9} \xrightarrow{\widehat{AMB}} L_{\min} = r \times \frac{4\pi}{9}$$

$$\theta_{\max} = 2\pi - \frac{4\pi}{9} = \frac{14\pi}{9} \xrightarrow{\widehat{ANB}} L_{\max} = r \times \frac{14\pi}{9}$$

گام سوم: اختلاف طول کمان بزرگ‌تر و کوچک‌تر برابر است با:

$$L_{\max} - L_{\min} = \left| \frac{14\pi r}{9} - \frac{4\pi r}{9} \right| = \frac{10\pi r}{9}$$

۱۴ طول برف پاک کن عقب خودرویی ۱۵ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن کمانی به اندازه  $12^\circ$  طی می کند. طول

کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن برحسب سانتی متر کدام است؟

۶π (۴)

۱۵π (۳)

۱۰π (۲)

۱۲π (۱)

پاسخ: گزینه ۲



اگر D اندازه زاویه ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن گاه:

$$\frac{D}{18^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زاویه داده شده را به رادیان تبدیل می کنیم:

$$12^\circ : \frac{12^\circ}{18^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

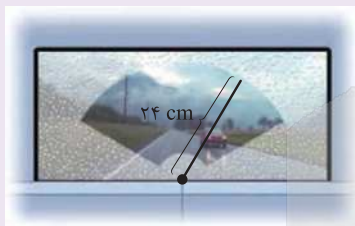
گام دوم: حال به کمک رابطه طول کمان داریم:

$$L = r\theta \Rightarrow L = 15 \times \frac{2\pi}{3} = 10\pi$$



طول برف پاک کن عقب خودرویی ۲۴ سانتی متر است. فرض کنید برف پاک کن، کمانی به اندازه  $12^\circ$  طی می کند. ( $\pi \approx 3/14$ )

(مسئله (۱) - تمرین ۲ صفحه ۹۶ کتاب درسی)



الف) اندازه کمان را برحسب رادیان به دست آورید.

ب) طول کمان طی شده توسط نوک برف پاک کن چند سانتی متر است؟



۱۵

در یک دایره به شعاع ۵ سانتی‌متر، طول کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی  $40^\circ$ ، برحسب سانتی‌متر کدام است؟

$\frac{2\pi}{9}$  (۴)

$\frac{5\pi}{18}$  (۳)

$\frac{5\pi}{9}$  (۲)

$\frac{10\pi}{9}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا زاویه  $40^\circ$  را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{40^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{9}$$

گام دوم: حال با استفاده از رابطه طول کمان داریم:

$$L = r\theta \Rightarrow L = 5 \times \frac{2\pi}{9} = \frac{10\pi}{9}$$

در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی  $20^\circ$  را تعیین کنید.

(سوال ۱۳ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

امتحان  
نهایی

۱۶ مقدار عبارت  $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) - \cos(66^\circ)$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{-\sqrt{2}-1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{-\sqrt{2}+1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}+1}{2} \quad (۱)$$

### پاسخ: گزینه ۲

#### درس Box

روش محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زوایا با استفاده از زوایای مرتبط:

برای به دست آوردن نسبت‌های مثلثاتی یک زاویه، می‌توانیم از روش گام‌به‌گام زیر پیروی کنیم:

(۱) تبدیل زاویه: ابتدا زاویه مورد نظر را به شکل  $k\frac{\pi}{4} \pm \alpha$  بازنویسی می‌کنیم، به طوری که  $k$  یک عدد صحیح باشد (زوج یا فرد بودن  $k$  مهم است).

(۲) تعیین ربع دایره: با فرض این که  $\alpha$  یک زاویه تند (حاده) است، مشخص می‌کنیم که انتهای کمان مربوط به زاویه اصلی  $(k\frac{\pi}{4} \pm \alpha)$  در کدام ربع (ناحیه) دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد.

(۳) تعیین علامت نسبت: با توجه به ربعی که در مرحله قبل مشخص شد، علامت  $(+)$  یا  $(-)$  نسبت مثلثاتی مورد نظر (سینوس، کسینوس، تانژانت یا کتانژانت) را برای آن ربع تعیین می‌کنیم.

(۴) حذف مضرب  $\frac{\pi}{4}$ : بخش  $k\frac{\pi}{4}$  را از عبارت  $k\frac{\pi}{4} \pm \alpha$  حذف می‌کنیم.

(۵) تبدیل یا حفظ نسبت:

• اگر  $k$  در مرحله ۱ زوج بود، نوع نسبت مثلثاتی تغییر نمی‌کند (سینوس به سینوس، کسینوس به کسینوس و ...).

• اگر  $k$  در مرحله ۱ فرد بود، نوع نسبت مثلثاتی به نسبت همنام خود تبدیل می‌شود (سینوس به کسینوس، کسینوس به سینوس، تانژانت به کتانژانت و کتانژانت به تانژانت).

#### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا عبارت را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) - \cos(66^\circ) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \cos(72^\circ - 6^\circ)$$

گام دوم: حال داریم:

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) - \cos 66^\circ = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos(6^\circ) = \frac{-\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{-\sqrt{2}-1}{2}$$

(سؤال ۱۴ قسمت الف) - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳

مقدار عددی هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ)$$



۱۷ اگر انتهای کمان  $\alpha$  روی دایره مثلثاتی در ناحیه چهارم دستگاه مختصات و  $\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\frac{4}{5}$  باشد، مقدار  $\cot(3\pi - \alpha)$  کدام است؟

فقط کسینوس مثبت است.

$$\frac{-4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

### درس Box

تعیین علامت نسبت‌های مثلثاتی:

برای تعیین علامت  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  و  $\cot$  کافی است بدانیم زاویه  $\alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد. جدول زیر وضعیت علامت‌ها را در چهار ناحیه نشان می‌دهد:

ناحیه	ناحیه (۱)	ناحیه (۲)	ناحیه (۳)	ناحیه (۴)
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

خلاصه برای به خاطر سپاری (هستک):

- در ناحیه اول، همه نسبت‌ها مثبت‌اند.
- در ناحیه دوم، فقط سینوس مثبت است.
- در ناحیه سوم، تانژانت و کتانژانت مثبت‌اند.
- در ناحیه چهارم، فقط کسینوس مثبت است.

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه چهارم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

گام دوم: حال برای محاسبه مقدار خواسته شده داریم:

$$\cot(3\pi - \alpha) = -\cot \alpha = \frac{-\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۱۸ اگر  $\tan 5^\circ \approx 1/1$  باشد، حاصل  $\frac{\cos 14^\circ + \sin 22^\circ}{-2 \sin 5^\circ + \cos 13^\circ}$  به صورت تقریبی کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{32}$

(۲)  $-\frac{1}{32}$

(۳)  $\frac{21}{32}$

(۴)  $-\frac{21}{32}$

**مشاوره** در عبارت‌هایی به

صورت  $\frac{a \sin \theta + b \cos \theta}{a' \sin \theta + b' \cos \theta}$

صورت و مخرج را بر  $\cos \theta$  تقسیم

کنید تا عبارت برحسب  $\tan \theta$

بازنویسی شود. با تقسیم صورت و

مخرج بر  $\sin \theta$  نیز می‌توانید عبارت

را برحسب  $\cot \theta$  بازنویسی کنید.

**پاسخ: گزینه ۳**

همه نسبت‌ها رو برحسب زاویه  $5^\circ$  بنویس.



Hint

**گام اول:** ابتدا عبارت خواسته شده را برحسب نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $5^\circ$  بازنویسی می‌کنیم:

$$T = \frac{\cos(9^\circ + 5^\circ) + \sin(27^\circ - 5^\circ)}{-2 \sin 5^\circ + \cos(18^\circ - 5^\circ)} = \frac{-\sin 5^\circ - \cos 5^\circ}{-2 \sin 5^\circ - \cos 5^\circ} \Rightarrow T = \frac{\sin 5^\circ + \cos 5^\circ}{2 \sin 5^\circ + \cos 5^\circ}$$

**گام دوم:** حال با تقسیم صورت و مخرج عبارت به دست آمده بر  $\cos 5^\circ$  داریم:

$$T = \frac{\frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\cos 5^\circ}}{2 \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\cos 5^\circ}} = \frac{\tan 5^\circ + 1}{2 \tan 5^\circ + 1}$$

و سپس با جای گذاری مقدار تقریبی داده شده برای  $\tan 5^\circ$ ، حاصل عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow T \approx \frac{1/1 + 1}{2/2 + 1} = \frac{2/1}{3/1} = \frac{2}{3}$$

**پاسخ خیلی تشریحی**



۱۹ حاصل عبارت  $\sin\left(\frac{-17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{-19\pi}{3}\right)$  کدام است؟

$$-\frac{\sqrt{3}}{12} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۲)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

ضریب صحیح  $\pi$  یا  $\frac{\pi}{۳}$  رو از کمان‌ها بندها دور و ساده کن!

Hint

گام اول: ابتدا توجه کنید که:

پاسخ خیلی تشریحی

$$P = \sin\left(\frac{-17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{-19\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\left(-\cot\left(\frac{19\pi}{3}\right)\right)$$

$$\Rightarrow P = \sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{22\pi}{3}\right)\tan\left(\frac{43\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{19\pi}{3}\right)$$

گام دوم: حال با توجه به درس باکس پاسخ ۱۶، عبارت را به صورت زیر بازنویسی و ساده می‌کنیم.

$$P = \sin\left(۳\pi - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(۷\pi + \frac{\pi}{3}\right)\tan\left(۱۱\pi - \frac{\pi}{4}\right)\cot\left(۶\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)\left(-\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\cot\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow P = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)(-1)\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{12}$$



۲۰

اگر انتهای کمان  $\alpha$  روی دایره مثلثاتی در ناحیه سوم دستگاه مختصات باشد، حاصل عبارت  $(\sin \alpha + 1)(\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha})$  کدام است؟

همان  $\tan \alpha$  است.

۲)  $-\cos \alpha$

۱)  $\cos \alpha$

۴)  $\sin \alpha$

۳)  $-\sin \alpha$

**مشاوره** معمولاً در سؤالاتی که معادل یا ساده شده یک عبارت در حالت کلی خواسته می شود، با عددگذاری و محاسبه عبارت در حالت های خاص، گزینه های نادرست را حذف و به ترتیب به گزینه درست برسید. در این کار ممکن است شما چند بار عددگذاری یا محاسبه کنید.

**پاسخ: گزینه ۲**

روابط و اتحاد های طلایی مثلثاتی:

اگر مخرج کسرها صفر نباشد، روابط زیر همواره بین نسبت های مثلثاتی یک زاویه برقرارند:  
الف) روابط اصلی (تعریف و معکوس):

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

ب) روابط فیثاغورسی (مربع نسبت ها)، مهم ترین رابطه مثلثات عبارت است از:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

که از آن نتیجه می شود:  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$  و  $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ .

هم چنین روابط بین تانژانت / کتانژانت با معکوس ها به صورت زیر است:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

ج) اتحاد های کسری مفید (برای تبدیل و ساده سازی):

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

گام اول: با توجه به اتحاد  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ، رابطه داده شده را بازنویسی می کنیم:

$$(\sin \alpha + 1) \left( \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha}} \right) = (\sin \alpha + 1) \left( \frac{1}{|\cos \alpha|} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

گام دوم: حال چون انتهای کمان زاویه  $\alpha$  در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد، پس  $\cos \alpha < 0$  و داریم:

$$(\sin \alpha + 1) \left( \frac{-1}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = (\sin \alpha + 1) \left( \frac{\sin \alpha - 1}{\cos \alpha} \right) = \frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos \alpha} = \frac{-\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = -\cos \alpha$$

طبق فرض سؤال، انتهای کمان در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است، پس می توانیم  $\alpha$  را مقدار خاص  $180^\circ + 30^\circ$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\sin \alpha = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \alpha = \tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha + 1) \left( \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{1}{\cot \alpha} \right) = \left( -\frac{1}{2} + 1 \right) \left( \sqrt{1 + \frac{1}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} \times \left( \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

که برابر  $-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\cos \alpha$  است.

**درس Box**

**پاسخ خیلی تشریحی**

**په جور دیگه**



اگر انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $(1 + \cos \alpha) \left( \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} \right)$  کدام است؟

(سؤال ۱۲ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

$\sin \alpha$  (۲)

$\cos \alpha$  (۱)

$-\sin \alpha$  (۴)

$-\cos \alpha$  (۳)





۲۱

مثلث  $ABC$  با اضلاع  $AB = \sqrt{2}$ ،  $AC = \sqrt{6}$  و  $BC = 2\sqrt{2}$  مفروض است. مجانس این مثلث را به مرکز نقطه همرسی میانه‌های آن و نسبت  $k = -\sqrt{3}$  رسم می‌کنیم. مساحت مثلث جدید کدام است؟

۹ (۴)

 $3\sqrt{3}$  (۳)

۳ (۲)

 $\sqrt{3}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

برای محاسبه مساحت مثلث  $ABC$ ، ابتدا نوع آن را مشخص کنید.

Hint

در تجانس به مرکز نقطه دلخواه  $O$  و با نسبت  $k$ :

درس Box

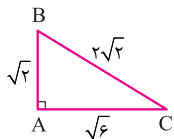
(۱) طول پاره‌خطها،  $|k|$  برابر می‌شود.

(۲) مساحت شکل‌های هندسی،  $k^2$  برابر می‌شود.

گام اول: طول اضلاع مثلث  $ABC$  در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند، یعنی داریم:

$$(2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$

بنابراین  $\hat{A} = 90^\circ$  و مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است؛ در نتیجه مساحت این مثلث برابر است با:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{3}$$

گام دوم: می‌دانیم در تجانس با نسبت  $k$ ، مساحت‌ها  $k^2$  برابر می‌شود، پس اگر مثلث  $A'B'C'$  مجانس مثلث  $ABC$  با

نسبت  $k = -\sqrt{3}$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{A'B'C'}}{\sqrt{3}} = (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow S_{A'B'C'} = 3\sqrt{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



ترکیب کدام دسته از تبدیل‌های زیر لزوماً یک تبدیل همانی نیست؟

- (۱) دو دوران متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با زوایای  $\theta$  و  $\theta - 18^\circ$
- (۲) دو تجانس متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با نسبت‌های  $k$  و  $\frac{1}{k}$
- (۳) دو انتقال متوالی با بردارهای  $\vec{v}$  و  $(-\vec{v})$
- (۴) دو بازتاب متوالی نسبت به خط  $d$

### پاسخ: گزینه ۱

در تبدیل همانی هر نقطه باید بر خودش منطبق شود.



Hint

### تبدیل همانی:



کرتی Box

تبدیل  $T$  را تبدیل همانی گوئیم، هرگاه به ازای هر نقطه  $A$  از صفحه  $P$  داشته باشیم  $T(A) = A$ ؛ به عبارت دیگر تبدیل همانی، هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند.

(۱) انتقال با بردار صفر، یک تبدیل همانی است.

(۲) دوران با زاویه‌ای مضرب  $36^\circ$ ، یک تبدیل همانی است.

(۳) تجانس با نسبت  $k = 1$ ، یک تبدیل همانی است.

بررسی گزینه‌ها:



پاسخ خیلی تشریحی

گزینه (۱): ترکیب دو دوران متوالی حول یک نقطه تحت زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$ ، دورانی است حول همان نقطه با زاویه  $\theta_1 + \theta_2$ ؛ بنابراین دو دوران متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با زوایای  $\theta$  و  $\theta - 18^\circ$ ، دورانی به مرکز  $O$  و زاویه  $18^\circ$  است که لزوماً یک تبدیل همانی نمی‌باشد.

گزینه (۲): ترکیب دو تجانس متوالی با یک مرکز و نسبت‌های  $k_1$  و  $k_2$ ، تجانسی است با همان مرکز و نسبت  $k_1 k_2$ ؛ بنابراین ترکیب دو تجانس متوالی به مرکز نقطه  $O$  و با نسبت‌های  $k$  و  $\frac{1}{k}$ ، تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $1$  است که تبدیل همانی است.

گزینه (۳): ترکیب دو انتقال متوالی با بردارهای  $\vec{v}_1$  و  $\vec{v}_2$ ، انتقالی با بردار  $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$  است؛ بنابراین ترکیب دو انتقال متوالی با بردارهای  $\vec{v}$  و  $(-\vec{v})$ ، انتقالی با بردار صفر است که یک تبدیل همانی است.

گزینه (۴): ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به یک محور بازتاب، یک تبدیل همانی است، چون هر نقطه وقتی دو بار نسبت به یک خط بازتاب پیدا کند، بر خودش منطبق است.



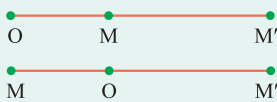
۲۳ اگر تبدیل  $D$  یک تجانس مستقیم و انبساطی به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  و فاصله  $D(D(A))$  از نقطه  $A$ ،  $\frac{16}{9}$  برابر  $OA$  باشد، آن‌گاه مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{3}$       (۲)  $\frac{4}{3}$       (۳) ۲      (۴)  $\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

شکل مناسبی برای مسئله رسم کرده و نقاط  $A' = D(A)$  و  $A'' = D(D(A))$  را در شکل مشخص کنید.

**تعریف تجانس:** اگر  $O$  نقطه‌ای ثابت در صفحه و  $k \neq 0$  یک عدد حقیقی باشد، نقطه  $M'$  را مجانس نقطه  $M$  در تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  گوئیم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:  
الف) سه نقطه  $O, M, M'$  روی یک خط راست باشند.  
ب)  $OM' = |k| OM$ .



پ) اگر  $k$  مثبت باشد، نقاط  $M$  و  $M'$  در یک طرف نقطه  $O$  قرار می‌گیرند.  
اگر  $k$  منفی باشد، نقاط  $M$  و  $M'$  در دو طرف نقطه  $O$  قرار می‌گیرند.

Hint

درس‌Box

نکته

در تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k$ :

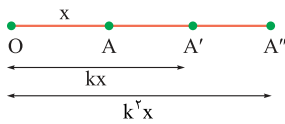
اگر  $k > 0$ ، تجانس را تجانس مستقیم می‌نامیم.

اگر  $k < 0$ ، تجانس را تجانس معکوس می‌نامیم.

اگر  $|k| < 1$ ، تصویر شکل کوچک‌تر می‌شود و آن را انقباض می‌نامیم.

اگر  $|k| > 1$ ، تصویر شکل بزرگ‌تر می‌شود و آن را انبساط می‌نامیم.

گام اول: فرض کنید  $A' = D(A)$  و  $A'' = D(D(A))$  باشد، در این صورت طبق تعریف تجانس داریم:



$$\frac{OA'}{OA} = k \xrightarrow{OA=x} OA' = kx \quad \text{و} \quad \frac{OA''}{OA'} = k \xrightarrow{OA'=kx} OA'' = k^2x$$

گام دوم: طبق فرض  $AA'' = \frac{16}{9} OA$ ، پس داریم:

$$OA'' - OA = \frac{16}{9} OA \Rightarrow OA'' = \frac{25}{9} OA \Rightarrow k^2x = \frac{25}{9}x \Rightarrow k^2 = \frac{25}{9} \xrightarrow{k>0} k = \frac{5}{3}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۲۴

در دوزنقه  $ABCD$ ، قاعده  $AB$  کوچک‌تر از قاعده  $CD$  است. اگر در یک تجانس، رأس  $C$  مجانس رأس  $A$  و رأس  $D$  مجانس رأس  $B$  باشد، آن‌گاه کدام مقدار زیر می‌تواند نسبت این تجانس باشد؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

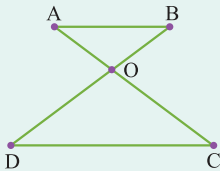
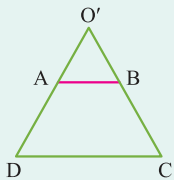
 $-\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا مرکز تجانس را مشخص کنید و سپس از تشابه مثلث‌ها کمک بگیرید.

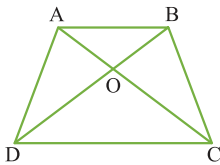
Hint

درس‌Box

هر دو پاره‌خط موازی، مجانس یکدیگرند. اگر پاره‌خط  $CD$  مجانس پاره‌خط  $AB$  باشد، آن‌گاه:(۱) مرکز تجانس معکوس، محل برخورد پاره‌خط‌های  $AC$  و  $BD$  است؛ در این حالت  $C$  مجانس  $A$  و  $D$  مجانس  $B$  است.(۲) مرکز تجانس مستقیم، محل برخورد امتداد پاره‌خط‌های  $AD$  و  $BC$  است. در این حالت  $D$  مجانس  $A$  و  $C$  مجانس  $B$  است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

**گام اول:** طبق فرض نقاط  $C$  و  $D$  به ترتیب مجانس نقاط  $A$  و  $B$  هستند، پس مرکز تجانس، محل برخورد قطرهای  $AC$  و  $BD$ ، یعنی نقطه  $O$  است. با توجه به این‌که نقاط  $A$  و  $C$  در دو طرف نقطه  $O$  قرار دارند، نسبت تجانس عددی منفی و تجانس معکوس است.

**گام دوم:** دو قاعده  $AB$  و  $CD$  موازی یکدیگرند، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث  $OAB$  و  $OCD$  متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = k$$

طبق فرض  $CD > AB$ ، پس تجانس انبساطی است و  $|k| > 1$ ؛ بنابراین از میان مقادیر داده‌شده در گزینه‌ها، تنها مقدار  $k = -3$  می‌تواند قابل قبول باشد.



۲۵

طول خط‌المركزين دو دایره  $C(O, 3)$  و  $C'(O', 6)$  برابر ۴ است. اگر این دو دایره، مجانس مستقیم یکدیگر در تجانس با مرکز  $M$  باشند، طول  $OM$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

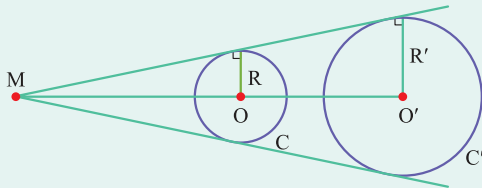
ابتدا وضعیت دو دایره را نسبت به یکدیگر مشخص کنید.

Hint

درس‌Box

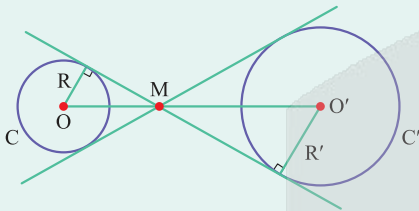
دو دایره در هر حال مجانس یکدیگرند.

(۱) اگر دو دایره نابرابر و دارای مماس مشترک خارجی باشند، محل تلاقی این مماس مشترک با خط‌المركزين دو دایره، مرکز تجانس مستقیم دو دایره است و نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.



تجانس مستقیم با نسبت  $\frac{R'}{R}$

(۲) اگر دو دایره دارای مماس مشترک داخلی باشند، محل تلاقی این مماس مشترک با خط‌المركزين دو دایره، مرکز تجانس معکوس دو دایره است و قدرمطلق نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است.



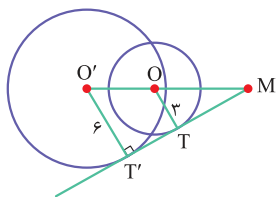
تجانس معکوس با نسبت  $-\frac{R'}{R}$

(۳) در صورتی که مماس مشترک داخلی یا خارجی دو دایره وجود نداشته باشد، قدرمطلق نسبت تجانس، برابر نسبت شعاع‌های دو دایره است و مرکز تجانس، نقطه‌ای روی خط‌المركزين دو دایره است که می‌توان آن را با توجه به وضعیت دو دایره نسبت به هم به دست آورد.

گام اول: با فرض  $R = 3$ ،  $R' = 6$  و  $OO' = 4$  داریم:

$$6 - 3 < 4 < 6 + 3 \Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع‌اند.}$$

گام دوم: محل برخورد مماس مشترک خارجی دو دایره با خط‌المركزين، همان نقطه  $M$  (مرکز تجانس) است. طبق تعمیم قضیه تالس و با فرض  $OM = x$  داریم:

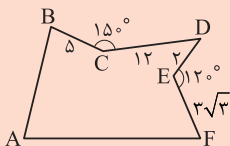


$$OT \parallel O'T' \Rightarrow \frac{OM}{O'M} = \frac{OT}{O'T'} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{3}{6} \Rightarrow x = 4$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

زمینی مطابق شکل زیر در اختیار داریم. اگر بخواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، مساحت زمین را تا حد ممکن افزایش دهیم، حداکثر میزان افزایش مساحت چه قدر است؟

۲۶



۳۳ (۱)

۳۹ (۲)

۴۵ (۳)

۵۱ (۴)

**مشاوره** این سؤال مشابه سؤال ۳۱ کنکور ریاضی داخل نوبت دوم ۱۴۰۳ طراحی شده است.

## پاسخ: گزینه ۲

بازتاب رأس C نسبت به BD و رأس E نسبت به DF را رسم کنید.

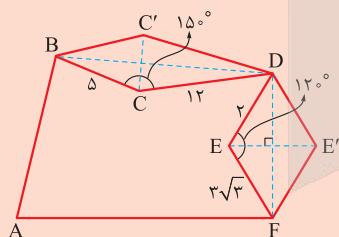
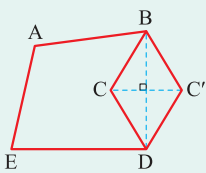
Hint

درسی Box

مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی:

هرگاه بخواهیم مساحت یک چندضلعی را که یک یا چند زاویه در آن بزرگتر از  $180^\circ$  هستند، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هر کدام از رأس‌هایی که زاویه آن‌ها بزرگتر از  $180^\circ$  است را نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن رسم کنیم.

به عنوان مثال در شکل زیر، میزان افزایش مساحت چندضلعی مقعر ABCDE بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط این چندضلعی، برابر مساحت چهارضلعی BCDC' خواهد بود که C' بازتاب C نسبت به BD است.



گام اول: ابتدا بازتاب رأس C را نسبت به پاره‌خط BD و بازتاب رأس E نسبت به پاره‌خط DF یافته و نقاط حاصل را به ترتیب C' و E' می‌نامیم.

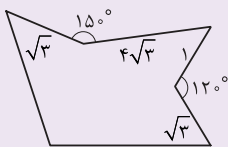
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: میزان افزایش مساحت زمین برابر مجموع مساحت دو چهارضلعی BCDC' و DEFE' است. با توجه به اندازه‌های روی شکل داریم:

$$\begin{aligned} S_{BCDC'} + S_{DEFE'} &= 2S_{BCD} + 2S_{DEF} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times CD \times \sin 15^\circ + 2 \times \frac{1}{2} \times DE \times EF \times \sin 12^\circ \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \\ &= 30 + 9 = 39 \end{aligned}$$

میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟

(سؤال ۳۱ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ - نوبت دوم)



۹ (۲)

۱۵ (۱)

۴ / ۵ (۴)

۷ / ۵ (۳)

کنکور

احمد می خواهد از منزلش که در ۲ کیلومتری ساحل واقع است، به منزل بهرام که در یک کیلومتری همان ساحل قرار دارد برود، ولی ابتدا باید در مسیر خود در نقطه‌ای از ساحل با منصور ملاقات کند. اگر فاصله پای عمودهایی که از دو منزل بر ساحل رسم می‌شوند، ۴ کیلومتر باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟

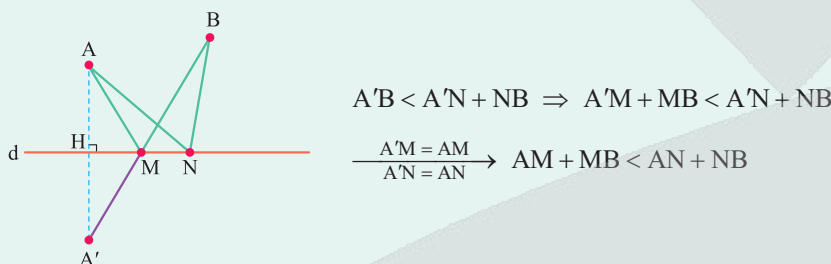
- ۴ / ۵ (۱)      ۵ (۲)      ۵ / ۵ (۳)      ۶ (۴)

**مشاوره** این سؤال براساس مسئله هرون و مشابه سؤال ۱۱ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ طراحی شده است.

**پاسخ: گزینه ۲**

مسئله هرون:

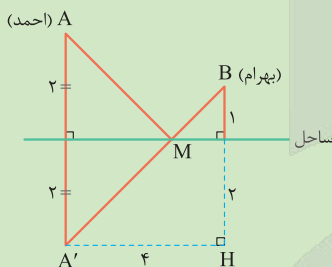
فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d باشند و بخواهیم از A به نقطه‌ای روی خط d رفته و از آن‌جا به B برویم. برای پیدا کردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای این مسیر، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا کنیم (نقطه A') و سپس از این نقطه به B وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطه M جواب مسئله و AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. برای اثبات این ادعا، نقطه‌ای مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث A'NB داریم:



درس‌Box

**گام اول:** مطابق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر، بازتاب A را نسبت به ساحل، A' می‌نامیم. از A' به B وصل می‌کنیم تا ساحل را در نقطه M قطع کند. اگر احمد با منصور در نقطه M ملاقات کند و سپس به منزل بهرام برود، آن‌گاه طول مسیر شکسته AMB، کم‌ترین مقدار ممکن است.

**پاسخ خیلی تشریحی**

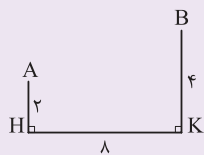


**گام دوم:** طول مسیر AMB برابر طول پاره‌خط A'B است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث A'BH داریم:

$$A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow A'B = 5$$

(سؤال ۱۱ - امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

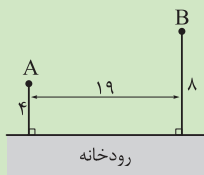
با توجه به شکل، نقطه M روی پاره‌خط HK = ۸ را به گونه‌ای بیابید که:  
الف) مسیر AMB کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد.  
ب) کم‌ترین مقدار عددی AM + MB را محاسبه کنید.



امتحان نهایی

۲۸

در شکل زیر، نقاط  $A$  و  $B$  در یک طرف رودخانه قرار دارند. می‌خواهیم از  $A$  به ساحل برویم و در امتداد ساحل به اندازه  $۱۴$  واحد پیش رفته و سپس به نقطه  $B$  برویم. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟



۲۷ (۱)

۲۹ (۲)

۳۱ (۳)

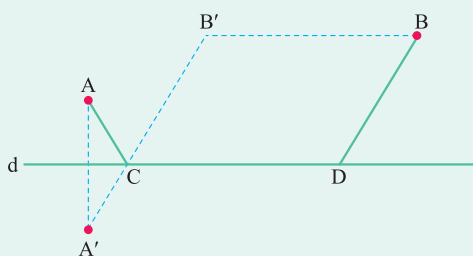
۳۳ (۴)

**مشاوره** این سؤال مشابه مسئله (ب) صفحه ۵۳ کتاب درسی هندسه (۲) طراحی شده است و یکی از سوالات مورد انتظار برای امتحان نهایی محسوب می‌شود.

## پاسخ: گزینه ۱

مسئله جاده ساحلی:

درس Box

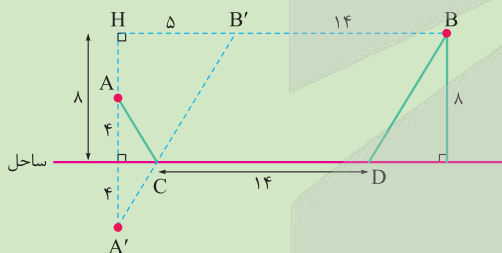


فرض کنید بخواهیم از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  برویم به گونه‌ای که بخشی از مسیر به طول  $CD = m$  روی خط  $d$  باشد. در این صورت طبق مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر  $ACDB$ ، کافی است ابتدا نقطه  $B$  را به اندازه  $m$  واحد موازی با خط  $d$  به سمت نقطه  $A$  انتقال دهیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود و سپس  $B'$  را به نقطه  $A'$  (بازتاب نقطه  $A$  نسبت به خط  $d$ ) وصل کنیم تا  $A'B'$ ، خط  $d$  را در نقطه  $C$  قطع نماید. آن‌گاه طول کوتاه‌ترین مسیر برابر است با:

$$ACDB = A'B' + m$$

**گام اول:** مطابق شکل نقطه  $B$  را موازی با ساحل رودخانه،  $۱۴$  واحد به سمت چپ جابه‌جا می‌کنیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود. هم‌چنین بازتاب نقطه  $A$  را نسبت به ساحل رودخانه یافته و آن را  $A'$  می‌نامیم. از  $A'$  به  $B'$  وصل می‌کنیم تا ساحل را در نقطه  $C$  قطع کند و از  $C$  به اندازه  $۱۴$  واحد به سمت راست حرکت می‌کنیم تا نقطه  $D$  حاصل شود. مسیر  $ACDB$  کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



**گام دوم:** طول مسیر  $ACDB$  برابر است با:

$$AC + CD + DB = A'C + BB' + CB' = (A'C + CB') + BB' = A'B' + BB'$$

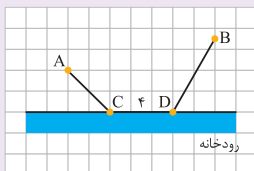
بنابراین کافی است طول پاره‌خط  $A'B'$  را پیدا کنیم. مطابق شکل، طبق قضیه فیثاغورس در مثلث  $A'B'H$  داریم:

$$A'B'^2 = A'H^2 + B'H^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر} = A'B' + BB' = 13 + 14 = 27$$

دو شهر  $A$  و  $B$  مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند. می‌خواهیم جاده‌ای از  $A$  و  $B$  بسازیم به طوری که  $۴$  کیلومتر از این جاده در ساحل رودخانه ساخته شود. این  $۴$  کیلومتر را در چه قسمتی از رودخانه بسازیم تا مسیر  $ACDB$  کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟

(هندسه (۲) - تمرین صفحه ۵۳ کتاب درسی)


 کتاب  
درسی



۲۹

دو مستطیل متشابه‌اند. در چه تعداد از حالت‌های زیر، این دو مستطیل مجانس یکدیگر نیز هستند؟  
الف) هرگاه ضلع‌های نظیر در دو مستطیل با هم موازی باشند.

- ب) هرگاه هر خطی که رأس‌های نظیر دو مستطیل را به هم وصل می‌کند، از مرکز یکی از مستطیل‌ها بگذرد.  
پ) هرگاه تمام خط‌هایی که رأس‌های متناظر دو مستطیل را به هم وصل می‌کنند، در یک نقطه هم‌رس باشند.  
ت) هرگاه خطی که مرکزهای دو مستطیل را به هم وصل می‌کند، از وسط‌های دو ضلع نظیر نیز بگذرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

تمام خطوطی که هر دو نقطهٔ مجانس را به هم وصل می‌کنند، همواره از مرکز تجانس عبور می‌کنند.

Hint

درس‌Box

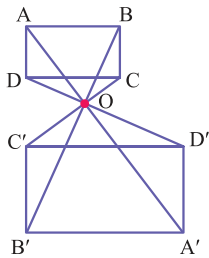
۱) مجانس هر چندضلعی، یک چندضلعی متشابه با آن است، اما عکس این مطلب همواره صحیح نیست، یعنی هر دو چندضلعی متشابه لزوماً مجانس یکدیگر نیستند.

۲) هر دو چندضلعی متشابه، فقط زمانی مجانس یکدیگرند که اضلاع متناظر آن‌ها، دوه‌دو موازی یکدیگر باشند.

۳) اگر دو چندضلعی متشابه باشند، در صورتی مجانس یکدیگرند که خطوطی که از رأس‌های متناظر آن‌ها را به هم وصل می‌کنند، در یک نقطه هم‌رس باشند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

**گام اول:** مطابق مورد (۲) درس‌باکس، در صورتی دو مستطیل متشابه  $ABCD$  و  $A'B'C'D'$  مجانس یکدیگرند که اضلاع نظیر آن‌ها دوه‌دو موازی یکدیگر باشند. در این صورت تمام خط‌هایی که رأس‌های متناظر آن‌ها را به هم وصل می‌کنند، مطابق شکل در یک نقطه مانند  $O$  (مرکز تجانس) هم‌رس باشند (مورد (۳)).

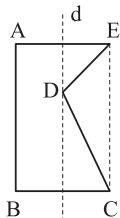


**گام دوم:** همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره‌های «الف» و «پ» درست هستند، ولی مطابق شکل دلیلی برای درستی گزاره‌های «ب» و «ت» وجود ندارد.



۳۰

در شکل زیر، چهارضلعی  $ABCE$  مستطیل و خط  $d$  یک محور تقارن آن و نقطه  $D$  روی  $d$  و درون مستطیل است. اگر بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی  $ABCDE$ ، مساحت آن را افزایش دهیم و نسبت مساحت پنج‌ضلعی جدید به مساحت پنج‌ضلعی اولیه، برابر با  $k$  باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱)  $k = \frac{5}{4}$  و با تغییر مکان  $D$ ، مقدار  $k$  تغییر نمی‌کند.

(۲)  $k = \frac{5}{4}$  و با تغییر مکان  $D$ ، مقدار  $k$  تغییر می‌کند.

(۳)  $k = \frac{5}{3}$  و با تغییر مکان  $D$ ، مقدار  $k$  تغییر نمی‌کند.

(۴)  $k = \frac{5}{3}$  و با تغییر مکان  $D$ ، مقدار  $k$  تغییر می‌کند.

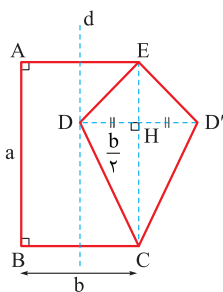
پاسخ: گزینه ۲

نسبت مساحت مثلث  $DEC$  به مساحت مستطیل  $ABCE$  را به دست آورید.



پاسخ خیلی تشریحی

**گام اول:** برای افزایش مساحت پنج‌ضلعی  $ABCDE$ ، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن، بازتاب رأس  $D$  را نسبت به محور  $CE$  پیدا کرده و آن را  $D'$  می‌نامیم. پنج‌ضلعی  $ABCD'E$  همان پنج‌ضلعی مورد نظر است.



**گام دوم:** مساحت مثلث  $DEC$ ، یک‌چهارم مساحت مستطیل  $ABCE$  است، زیرا داریم:

$$S_{DEC} = \frac{1}{2} DH \times CE = \frac{1}{2} \times \frac{b}{4} \times a = \frac{1}{4} ab = \frac{1}{4} S_{ABCE}$$

می‌دانیم  $S_{CDED'} = 2S_{DEC}$  است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABCD'E}}{S_{ABCE}} = \frac{S_{ABCE} + 2S_{DEC}}{S_{ABCE}} = \frac{\frac{3}{4} S_{ABCE} + \frac{2}{4} S_{ABCE}}{\frac{3}{4} S_{ABCE}} = \frac{\frac{5}{4} S_{ABCE}}{\frac{3}{4} S_{ABCE}} = \frac{5}{3}$$

**گام سوم:** با تغییر جای نقطه  $D$  روی خط  $d$ ، اندازه ارتفاع  $DH$  و قاعده  $CE$  تغییر نمی‌کند، پس مساحت مثلث  $DEC$  با جابه‌جاشدن  $D$  روی خط  $d$  ثابت می‌ماند و نسبت مساحت شکل جدید به مساحت شکل اولیه نیز ثابت است.



از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای ..... و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای ..... استفاده می‌شود.

کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- (۱) پیوسته - گسسته و کیفی  
 (۲) گسسته - پیوسته و کیفی  
 (۳) کیفی - گسسته و پیوسته  
 (۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

### پاسخ: گزینه ۱

بعد از گردآوری داده‌ها، به تنظیم، رده‌بندی و خلاصه کردن آن‌ها می‌پردازیم. به این منظور می‌توان از روش‌های زیر استفاده نمود:

(الف) تنظیم و طبقه‌بندی داده‌ها در یک جدول به نام جدول فراوانی

(ب) رسم کردن نمودارهای مختلف براساس مقادیر جدول فراوانی

• برای متغیرهای پیوسته از نمودار بافت‌نگاشت استفاده می‌شود.

• برای متغیرهای گسسته از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.

• برای متغیرهای کیفی از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.

با توجه به نکته‌ها، جای خالی اول با پیوسته و جای خالی دوم با «گسسته و کیفی» تکمیل می‌شود.

### کارت Box

### نکته

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



درصد فراوانی نسبی دسته‌ای ۶۵٪ است. اگر ۲ داده از این دسته کم کنیم، فراوانی نسبی این دسته  $\frac{11}{18}$  می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

## درس Box

فراوانی یک داده: تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را فراوانی آن داده می‌گویند.

فراوانی نسبی یک داده: با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید.

اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آن‌گاه درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید.

گام اول: در درس بکس گفتیم که اگر فراوانی نسبی داده‌ها را در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید، فرض می‌کنیم  $n$  تعداد کل داده‌ها و  $x$  تعداد داده‌های این دسته باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{x}{n} \times 100 = 65 \Rightarrow \frac{x}{n} = \frac{65}{100} \Rightarrow n = \frac{100}{65} x \Rightarrow n = \frac{20}{13} x$$

گام دوم: اگر دو داده از داده‌های این دسته کم کنیم، از تعداد کل داده‌ها نیز دو واحد کم می‌شود. فراوانی نسبی جدید  $\frac{11}{18}$  است، پس:

$$\frac{x-2}{n-2} = \frac{11}{18} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 18x - 36 = 11n - 22 \xrightarrow{n = \frac{20}{13}x} 18x - 36 = 11\left(\frac{20}{13}x\right) - 22$$

$$18x - 36 = \frac{220}{13}x - 22 \Rightarrow 18x - \frac{220}{13}x = 36 - 22 \Rightarrow \frac{234 - 220}{13}x = 14$$

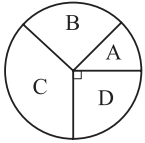
$$\frac{14x}{13} = 14 \Rightarrow \frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13$$

در نتیجه تعداد داده‌های این دسته ۱۳ تا بوده است.

## پاسخ خیلی تشریحی ✓



نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به نمرات A، B، C و D، ۷۲ دانش‌آموز در درس «آمار و احتمال» است. اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، سه برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره A گرفته‌اند و  $\frac{3}{5}$  برابر تعداد دانش‌آموزانی باشد که نمره C گرفته‌اند، در این صورت تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند، چه قدر بیشتر از تعداد دانش‌آموزانی است که نمره A گرفته‌اند؟



۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

فراوانی نمره D،  $\frac{1}{4}$  کل فراوانی است. فراوانی نمرات A و C رو برحسب B بنویسین و با توجه به مجموع فراوانی‌ها خواسته سؤال رو به دست بیارین.



زاویه مرکزی مربوط به هر داده در نمودار دایره‌ای از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\left( ۳۶۰^\circ \times \frac{\text{فراوانی نسبی آن}}{\text{تعداد کل داده}} \right) = \text{زاویه مرکزی مربوط به هر داده}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: اگر تعداد دانش‌آموزانی که نمره B گرفته‌اند x باشد، با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

تعداد نفراتی که نمره A گرفته‌اند:  $\frac{1}{3}x$

تعداد نفراتی که نمره C گرفته‌اند:  $\frac{5}{3}x$

گام دوم: در نمودار دایره‌ای داده شده زاویه مربوط به کسانی که نمره D گرفته‌اند  $۹۰^\circ$  است، تعداد کل دانش‌آموزان ۷۲ نفر است، در نتیجه:

$$\frac{n_D}{72} \times ۳۶۰^\circ = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{n_D}{72} = \frac{1}{4} \Rightarrow n_D = ۱۸$$

گام سوم: پس تعداد کل نفراتی که نمره A و B و C گرفته‌اند برابر می‌شود با  $۵۴ = ۷۲ - ۱۸$  و خواهیم داشت:

با توجه به گام اول  $n_A + n_B + n_C = ۵۴ \rightarrow x + \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}x = ۵۴$

$$\Rightarrow \frac{3x + x + 5x}{3} = ۵۴ \Rightarrow \frac{9x}{3} = ۵۴ \Rightarrow 3x = ۵۴ \Rightarrow x = \frac{۵۴}{3} = ۱۸$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow n_C = \frac{5}{3}(۱۸) = ۳۰, n_A = \frac{1}{3}(۱۸) = ۶, n_B = ۱۸$$

گام چهارم: پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$n_B - n_A = ۱۸ - ۶ = ۱۲$$



در نمودار دایره‌ای برای چهار داده A، B، C و D مجموع زاویه‌های مرکزی متناظر با داده‌های A و B، هفت برابر زاویه مرکزی متناظر با داده D است. زاویه مرکزی متناظر با دسته‌های A و C با هم برابرند. اگر زاویه مرکزی متناظر با دسته A برابر مجموع زوایای مرکزی متناظر با دسته‌های B و D باشد، فراوانی نسبی داده‌های دسته B چه قدر است؟

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$\frac{1}{4} (3)$$

$$\frac{2}{5} (2)$$

$$\frac{1}{5} (1)$$

### پاسخ: گزینه ۳



Hint

با توجه به روابط داده‌شده، زاویه مرکزی داده‌های A و B و C رو بر حسب زاویه مرکزی دسته D بنویسین و جمع زاویه همه دسته‌ها رو برابر  $360^\circ$  قرار بدین.

گام اول: اگر  $x_A$ ،  $x_B$ ،  $x_C$  و  $x_D$  زوایای مربوط به داده‌های A، B، C و D در نمودار دایره‌ای باشند، با توجه به اطلاعات سؤال خواهیم داشت:

$$x_A + x_B = 7x_D \quad (1)$$

$$x_A = x_C \quad (2)$$

$$x_A = x_B + x_D \quad (3)$$

گام دوم: با توجه به رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$x_A = x_B + x_D \Rightarrow x_B = x_A - x_D$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در (۱)}} x_A + (x_A - x_D) = 7x_D \Rightarrow 2x_A = 8x_D$$

$$\Rightarrow x_A = 4x_D \xrightarrow{\text{طبق (۲)}} x_C = 4x_D$$

گام سوم: مجدداً از رابطه (۳) استفاده می‌کنیم:

$$x_A = x_B + x_D \xrightarrow{\substack{x_A = 4x_D \\ \text{از گام قبیل}}} 4x_D = x_B + x_D \Rightarrow x_B = 3x_D$$

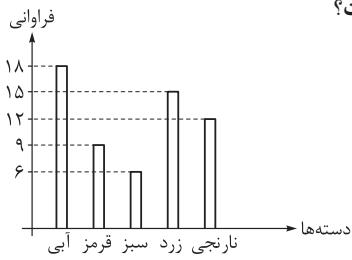
گام چهارم: حال طبق تساوی‌های به دست آمده، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی دسته B} = \frac{x_B}{x_A + x_B + x_C + x_D} = \frac{3x_D}{4x_D + 3x_D + 4x_D + x_D} = \frac{3x_D}{12x_D} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



۳۵ از دانشجویان یک کلاس، رنگ مورد علاقه آنها را پرسیده‌ایم و نمودار میله‌ای آن را رسم کرده‌ایم. در نمودار

دایره‌ای متناظر با آن، اختلاف زاویه مرکزی رنگ‌های سبز و آبی چه قدر است؟



$$۱۸^\circ (۱)$$

$$۳۶^\circ (۲)$$

$$۵۴^\circ (۳)$$

$$۷۲^\circ (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فراوانی کل برابر می‌شود با  $۱۸ + ۹ + ۶ + ۱۵ + ۱۲ = ۶۰$ .

گام دوم: زوایای مرکزی متناظر با رنگ‌های سبز و آبی را به دست می‌آوریم:

$$\text{زوایای مرکزی مربوط به رنگ سبز} = \frac{۶}{۶۰} \times ۳۶۰^\circ = ۳۶^\circ$$

$$\text{زوایای مرکزی مربوط به رنگ آبی} = \frac{۱۸}{۶۰} \times ۳۶۰^\circ = ۱۰۸^\circ$$

گام سوم: پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$۱۰۸^\circ - ۳۶^\circ = ۷۲^\circ$$

۳۶

در مدرسه‌ای، ۶۵ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۳۵ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه،  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان رشته تجربی و  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. اگر دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب کنیم و معدل او بالای ۱۸ باشد، احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد چه قدر است؟

$$\frac{13}{20} \text{ (۴)}$$

$$\frac{26}{33} \text{ (۳)}$$

$$\frac{8}{11} \text{ (۲)}$$

$$\frac{13}{15} \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۳

احتمال معدل بالای ۱۸ داشتن دانش‌آموزان رو در مخرج و احتمال این که دانش‌آموزان معدل بالای ۱۸ داشته باشن و تجربی باشن رو در صورت قرار بدین.

Hint

درسی Box

## قانون احتمال کل:

فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه  $A$ ، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

قانون بیز:

فرض کنید  $B_1, B_2, \dots, B_n$  پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه  $A$  و هر  $i \leq n$  داریم:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$

در این جا مخرج را به کمک قانون احتمال کل به دست می‌آوریم.

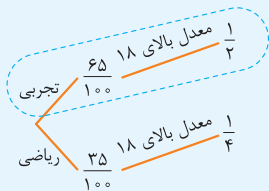
گام اول:  $A$  را پیشامد داشتن معدل بالای ۱۸،  $B_1$  را پیشامد دانش‌آموز رشته تجربی و  $B_2$  را پیشامد دانش‌آموز رشته ریاضی بودن در نظر می‌گیریم، خواسته سؤال  $P(B_1|A)$  است:

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)}$$

گام دوم: حال با جای‌گذاری احتمال‌ها خواهیم داشت:

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{65}{100} \times \frac{1}{2}}{\frac{65}{100} \times \frac{1}{2} + \frac{35}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{65}{200} + \frac{35}{400}} = \frac{65}{200} = \frac{65}{200} = \frac{13}{40} = \frac{26}{80} = \frac{26}{33}$$

نمودار درختی مربوط به سؤال را رسم می‌کنیم و احتمال شاخه مطلوب را بر احتمال شاخه‌های معدل ۱۸ داشتن تقسیم می‌کنیم:



$$P(\text{معدل بالای ۱۸} | \text{رشته تجربی}) = \frac{\frac{65}{100} \times \frac{1}{2}}{\frac{65}{100} \times \frac{1}{2} + \frac{35}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{65}{200}}{\frac{65}{200} + \frac{35}{400}} = \frac{65}{200} = \frac{65}{200} = \frac{13}{40} = \frac{26}{80} = \frac{26}{33}$$

به‌جور دیگر

در مدرسه‌ای، ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه،  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان رشته تجربی و  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است. احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید.

(سؤال ۱۲ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

 امتحان  
نهایی



در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۵۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند که در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۴۰ درصد است. اگر این بازیکن پنالتی اول را گل نکند، احتمال گل شدن پنالتی دوم ۱۰ درصد است. با چه احتمالی، پنالتی دوم گل می‌شود؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{1}{4}$       (۳)  $\frac{1}{5}$       (۴)  $\frac{2}{5}$

پاسخ: گزینه ۳

درتس Box

پاسخ خیلی تشریحی

اگر A و B دو پیشامد باشند که  $P(A) > 0$ ، آن‌گاه  $P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$ .

گام اول: احتمال گل شدن پنالتی اول را  $P(A_1)$  و احتمال گل شدن پنالتی دوم را  $P(A_2)$  در نظر می‌گیریم،  $P(A_2)$  برابر می‌شود با:

$$P(A_2) = \underbrace{P(A_1 \cap A_2)}_{\text{پنالتی اول گل نشود و پنالتی دوم گل شود.}} + \underbrace{P(A_1' \cap A_2)}_{\text{پنالتی اول گل نشود و پنالتی دوم گل نشود.}}$$

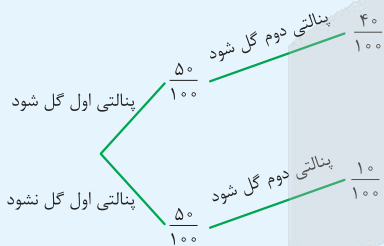
گام دوم: با توجه به قانون ضرب احتمال خواهیم داشت:

$$P(A_2) = P(A_1)P(A_2 | A_1) + P(A_1')P(A_2 | A_1')$$

گام سوم: حال با توجه به اطلاعات سؤال، احتمال‌ها را جای گذاری می‌کنیم:

$$P(A_2) = \frac{50}{100} \times \frac{40}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

با استفاده از نمودار درختی مطلوب سؤال، خواسته سؤال را پیدا می‌کنیم:



$$P(\text{گل شدن پنالتی دوم}) = \frac{50}{100} \times \frac{40}{100} + \frac{50}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{4}$$

در جریان یک مسابقه، بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

(سؤال ۲۴ کنکور سراسری ۱۴۰۳ - نوبت دوم ۴)

- (۱)  $\frac{1}{44}$       (۲)  $\frac{2}{24}$       (۳)  $\frac{3}{6}$       (۴)  $\frac{3}{3}$



دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد»، «حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد» و «اختلاف دو عدد رو شده، مضرب صحیح ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

- (۱)  $A$  و  $B$       (۲)  $A$  و  $C$   
 (۳)  $B$  و  $C$       (۴) هر سه پیشامد مستقل‌اند.

## پاسخ: گزینه ۱

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند، یعنی وقوع یکی بر وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد، خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

گام اول: فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس شامل  $6 \times 6 = 36$  عضو است، احتمال وقوع پیشامدهای  $A$  و  $B$  و  $C$  را به دست می‌آوریم:

$$A: \text{مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد} \rightarrow P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$B: \text{حاصل ضرب اعداد رو شده زوج باشد} \rightarrow P(B) = \frac{36-9}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$C: \text{اختلاف اعداد رو شده مضرب صحیح ۳ باشد} \rightarrow P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: حاصل  $P(A \cap B)$ ،  $P(A \cap C)$  و  $P(B \cap C)$  را به دست می‌آوریم:

$$A \cap B = \{(2, 2)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$A \cap C = \{(2, 2)\} \Rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

$$B \cap C = \{(1, 4), (4, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 6), (6, 3), (2, 2), (4, 4), (6, 6)\} \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

گام سوم: حال، مستقل بودن یا وابسته بودن پیشامدها را دوباره بررسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{12} \times \frac{3}{4} \neq \frac{1}{36} \Rightarrow P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B) \quad \checkmark \text{وابسته هستند.}$$

$$\frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36} \Rightarrow P(A) \times P(C) = P(A \cap C) \quad \times \text{مستقل هستند.}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(B) \times P(C) = P(B \cap C) \quad \times \text{مستقل هستند.}$$

پس گزینه (۱) صحیح است.

در پرتاب دو تاس، فرض کنید  $A$  پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و  $B$  پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای  $A$  و  $B$  را بررسی کنید. (سؤال ۱۳ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)



۳۹ دو تاس را آن قدر می‌اندازیم تا مجموع اعداد رو شده آن‌ها مضرب ۴ شود. با کدام احتمال، در پرتاب سوم آزمایش متوقف می‌شود؟

$$\frac{1}{64} (۴)$$

$$\frac{3}{64} (۳)$$

$$\frac{9}{64} (۲)$$

$$\frac{27}{64} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint در هر بار پرتاب دو تاس، احتمال این که مجموع اعداد رو شده مضرب ۴ بشه  $\frac{9}{36}$  هست، در این جا باید دفعه‌های اول و دوم مجموع، مضرب ۴ نشه و دفعه سوم بشه.

گام اول: مجموع دو تاس در ۹ حالت مضرب ۴ است:

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

پس احتمال موفقیت در هر بار پرتاب دو تاس  $\frac{3+5+1}{36} = \frac{1}{4}$  است.

گام دوم: باید بار اول و دوم نشود و بار سوم بشود:

$$\underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{بار اول}} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{بار دوم}} \underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)}_{\text{بار سوم}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$



۴۰ در آزمایش پرتاب دو تاس، دو پیشامد A و B مستقل اند به طوری که  $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ ، در این صورت حداقل مقدار  $P(A \cup B)$  کدام است؟

$$\frac{31}{36} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{23}{36} \quad (2)$$

$$\frac{11}{18} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

**Hint** تعداد اعضای پیشامد A رو X و تعداد اعضای پیشامد B رو Y در نظر بگیرین و رابطه  $\frac{X}{36} \times \frac{Y}{36} = \frac{5}{36}$  رو تشکیل بدین. حالت‌های مختلف X و Y رو پیدا کنین و مناسب‌ترینش رو برای سؤال انتخاب کنین.

**گام اول:** فرض می‌کنیم پیشامد A دارای X عضو و پیشامد B دارای Y عضو باشد. فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس دارای  $6 \times 6 = 36$  عضو است، پس  $P(A) = \frac{X}{36}$  و  $P(B) = \frac{Y}{36}$ ، برای این دو پیشامد مستقل خواهیم داشت:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \xrightarrow{P(A \cap B) = \frac{5}{36}} \frac{5}{36} = \frac{X}{36} \times \frac{Y}{36}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{XY}{36} \Rightarrow XY = 5 \times 36 \Rightarrow XY = 180$$

**گام دوم:** دیدیم که  $XY = 180$ . حالت‌های مختلف XY را می‌نویسیم:

X	Y
۱	۱۸۰ ✗
۲	۹۰ ✗
۳	۶۰ ✗
۴	۴۵ ✗
۵	۳۶ ✓
۶	۳۰ ✓
۹	۲۰ ✓
۱۰	۱۸ ✓
۱۲	۱۵ ✓

**توجه!** توجه کنید که X و Y باید کوچک‌تر از ۳۶ باشند، پس حالت‌هایی که X یا Y از ۳۶ بزرگ‌تر باشند، نادرست است. ضمناً جابجایی X و Y تغییری در جواب ایجاد نمی‌کند.

**گام سوم:** حال  $P(A \cup B)$  را تشکیل می‌دهیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{X}{36} + \frac{Y}{36} - \frac{5}{36} = \frac{X + Y - 5}{36}$$

**گام چهارم:** حداقل مقدار  $P(A \cup B)$  را می‌خواهیم، پس باید کم‌ترین مقدار  $X + Y$  را انتخاب کنیم. با توجه به جدول گام دوم، کم‌ترین مقدار  $X + Y$  با  $X = 12$  و  $Y = 15$  به دست می‌آید، پس خواسته سؤال برابر می‌شود با:

$$\text{Min}(P(A \cup B)) = \frac{12 + 15 - 5}{36} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$$



۴۱ در آهنربای شکسته شده شکل زیر، قطب‌های مغناطیسی ناحیه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



N، N (۴)

S، S (۳)

S، N (۲)

N، S (۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این که تک قطبی مغناطیسی نداریم، قطب‌های آهنرباها را مشخص کنید.

Hint

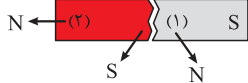
در طبیعت تک قطبی مغناطیسی نداریم و با شکستن آهنربا، دو آهنربای جدید با قطب‌های N و S داریم.

کرتس Box

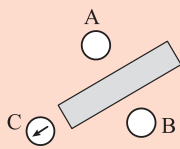


با توجه به این که قطب‌های N و S آهنربا همواره کنار هم قرار دارند، قبل از شکستن آهنربا، سمت چپ آهنربا (قطب ۲) قطب N آهنربا و پس از شکسته شدن آهنربا، قطب (۱)، قطب N آهنربای سمت راست می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی



در شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و سه عقربه مغناطیسی در یک صفحه قرار دارند. جهت گیری عقربه‌های A و B به ترتیب



از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) ↗ , ↗
- (۲) ↘ , ↘
- (۳) ↘ , ↗
- (۴) ↗ , ↘

پاسخ: گزینه ۱

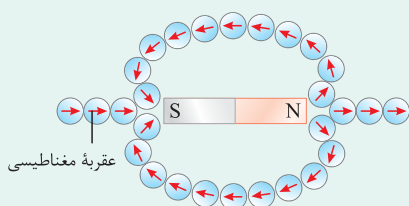
با توجه به جهت عقربه مغناطیسی، قطب‌های آهنرباها را مشخص کنید و سپس جهت عقربه‌های A و B را به دست آورید.

Hint

کرتس Box

خطوط میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا در جهت عقربه مغناطیسی‌اند.

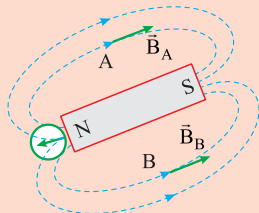
در بیرون آهنربا خطوط میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



با توجه به این که جهت عقربه مغناطیسی سمت چپ به سمت خارج آهنربا است، پس قطب‌های آهنربا به صورت شکل زیر هستند،

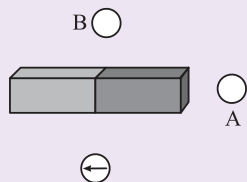
پاسخ خیلی تشریحی ✓

حالا با رسم خطوط میدان مغناطیسی اطراف آهنربا، جهت گیری عقربه‌ها در نقاط A و B مشخص می‌شود.



شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و دو عقربه مغناطیسی A و B را نشان می‌دهد. به ترتیب، جهت گیری عقربه‌های A و B

کدام‌اند؟ (سوال ۷۴ کنکور تهری ۱۴۰۴ (فارج از کشور))



- (۱) → , ←
- (۲) → , →
- (۳) ← , ←
- (۴) ← , →

در شکل زیر، سه میخ آهنی توسط آهنربا جذب شده‌اند. با توجه به قطب القاشده در یکی از میخ‌ها، نوع قطب‌های X و Y

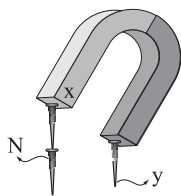
به ترتیب کدام است؟

(۱) N, N

(۲) S, S

(۳) S, N

(۴) N, S



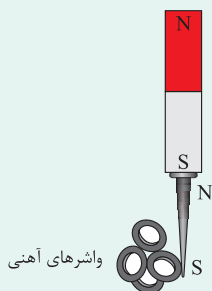
### پاسخ: گزینه ۴

با توجه به پدیده القای مغناطیسی، قطب‌ها را مشخص کنید.

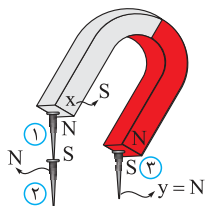


### درس‌Box

آهنربا در هر قطعه آهنی که نزدیکش باشد، خاصیت مغناطیسی القا می‌کند و آن قطعه را به صورت موقت به آهنربا تبدیل می‌کند. قطعه آهنی نیز اجسام آهنی کنار خود را جذب می‌کند، به این پدیده، القای مغناطیسی می‌گویند. در پدیده القای مغناطیسی همواره قطعات یکدیگر را جذب می‌کنند، یعنی آهنربا قطب ناهمنام در قطعه آهنی القا می‌کند و باعث جذب قطعه آهنی توسط آهنربا می‌شود.



میخ آهنی (۱) توسط آهنربا جذب شده است و میخ آهنی (۱)، میخ آهنی (۲) را جذب کرده است، پس قطب‌های ناهمنام میخ‌ها باید کنار هم باشند، در نتیجه ترتیب قطب‌ها به صورت شکل مقابل است:



از آنجایی که آهنربا میخ (۱) را جذب کرده، پس قطب X آهنربا، قطب S و قطب دیگر آهنربا قطب N است، در نتیجه قطب ناهمنام آهنربا در میخ (۳) القا می‌شود و Y قطب N می‌شود.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۴

چه تعداد از عبارتهای زیر درباره میدان مغناطیسی زمین درست است؟

(الف) طرح خطهای آن مانند طرح خطهای یک آهنربای میلهای است.

(ب) جهت این میدان در بازههای زمانی نامنظم به طور کامل، وارون می شود.

(پ) قطبهای مغناطیسی زمین، منطبق بر قطبهای جغرافیایی آن است.

(ت) در بیشتر نقاط، خطوط این میدان، با سطح افقی زمین، موازی نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ زمین مانند یک آهنربای بزرگ رفتار می کند و طرح خطهای میدان مغناطیسی آن مانند طرح خطهای آهنربای میلهای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد.

(ب) درست؛ شواهد زمین شناسی نشان می دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین در بازههای زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می شود.

(پ) نادرست؛ قطبهای مغناطیسی زمین بر قطبهای جغرافیایی آن منطبق نیستند، در واقع قطبهای مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.

(ت) درست؛ در بیشتر نقاط زمین عقربه مغناطیسی به طور افقی قرار نمی گیرد و امتداد آن با سطح افقی زمین، زاویه ای می سازد که به آن شیب مغناطیسی می گویند.

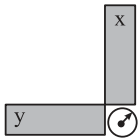
پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای مشابه، عمود بر هم قرار دارند. با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، قطب‌های X و Y

۴۵

به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



S, S (۲)

N, N (۱)

S, N (۴)

N, S (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

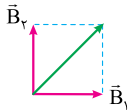


Hint

ابتدا با توجه به جهت عقربه مغناطیسی، بردارهای میدان مغناطیسی دو آهنربا را مشخص کنید، سپس با توجه به جهت هر بردار، قطب‌های آهنربا را تعیین کنید.

با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی، بردارهای میدان مغناطیسی در آهنربا به صورت شکل زیر هستند:

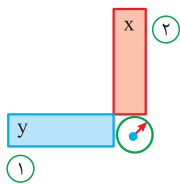
پاسخ خیلی تشریحی ✓



(الف)

به کمک شکل (الف) نتیجه می‌گیریم که خطوط میدان مغناطیسی به آهنربای قائم (۲) وارد شده، پس قطب نزدیک به عقربه مغناطیسی در آهنربای (۲) قطب S و X، قطب N آهنربا است.

مطابق شکل (الف) خطوط میدان مغناطیسی از آهنربای (۱) خارج شده‌اند، پس قطب نزدیک به عقربه مغناطیسی در آهنربای (۱) قطب N و Y، قطب S آهنربا است.



(ب)



- ۴۶ اگر یک بخاری برقی به مقاومت الکتریکی  $880 \Omega$  به مدت یک شبانه‌روز به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $220 V$  وصل باشد، انرژی الکتریکی مصرفی آن در این مدت چند کیلووات ساعت است؟
- (۱)  $1320$  (۲)  $132$  (۳)  $13/2$  (۴)  $1/32$

## پاسخ: گزینه ۴

گزینه‌های Box

(۱) توان مصرفی در یک مصرف‌کننده، از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$P = VI \text{ و } P = RI^2 \text{ و } P = \frac{V^2}{R}$$

●  $V$ : اختلاف پتانسیل دو سر مصرف‌کننده (V)●  $R$ : مقاومت الکتریکی مصرف‌کننده ( $\Omega$ )●  $I$ : جریان الکتریکی عبوری از مصرف‌کننده (A)(۲) انرژی مصرفی در یک مصرف‌کننده در مدت زمان  $t$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$U = P \times t$$

● اگر در رابطه بالا، توان را برحسب کیلووات (kW) و زمان را برحسب ساعت (h) جای‌گذاری کنیم، انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت (kWh) به دست می‌آید.

گام اول: توان مصرفی بخاری برقی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2 \times 220}{880} = 55 \text{ W} = 55 \times 10^{-3} \text{ kW}$$

گام دوم: به کمک رابطه  $P = \frac{U}{t}$ ، انرژی الکتریکی مصرفی را در مدت یک شبانه‌روز به دست می‌آوریم:

$$U = P \times t = 55 \times 10^{-3} \times 24 = 1/32 \text{ kWh}$$

اگر حواست به یکای خواسته‌شده سؤال نباشد و توان رو برحسب وات در رابطه انرژی الکتریکی قرار بدی، توی دام گزینه (۱) می‌افتی.

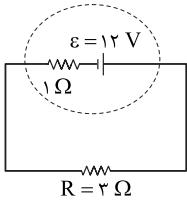
پاسخ خیلی تشریحی ✓

گول نخوری ✗



در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت  $R = 3 \Omega$  چند وات است؟

۴۷



- ۹ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا جریان عبوری از مدار را به کمک رابطه  $I = \frac{\epsilon}{R+r}$  محاسبه کنید، سپس طبق رابطه  $P = RI^2$  توان مصرفی را به دست آورید.

درس Box

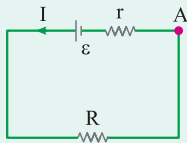
(۱) در دورزدن یک حلقه حامل جریان، با عبور از هر یک از اجزای مدار، اختلاف پتانسیل طبق دستور زیر تغییر می‌کند:

$I$   $\xrightarrow{A}$   $\xrightarrow{R}$   $B$   $V_B - V_A = -IR$

$I$   $\xleftarrow{A}$   $\xleftarrow{R}$   $B$   $V_B - V_A = +IR$

$I$   $\xrightarrow{A}$   $\xrightarrow{\epsilon}$   $\xrightarrow{r}$   $B$   $V_B - V_A = +\epsilon - Ir$  و  $I$   $\xrightarrow{A}$   $\xleftarrow{\epsilon}$   $\xleftarrow{r}$   $B$   $V_B - V_A = -\epsilon - Ir$

$I$   $\xleftarrow{A}$   $\xleftarrow{\epsilon}$   $\xleftarrow{r}$   $B$   $V_B - V_A = +\epsilon + Ir$  و  $I$   $\xleftarrow{A}$   $\xrightarrow{\epsilon}$   $\xrightarrow{r}$   $B$   $V_B - V_A = -\epsilon + Ir$



(۲) در مدار مقابل با یک دور کامل می‌توانیم رابطه جریان الکتریکی را پیدا کنیم:

$V_A - Ir + \epsilon - IR = V_A \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{r+R}$

گام اول: جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$I = \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{12}{3+1} = 3 \text{ A}$

گام دوم: توان مصرفی مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$P = RI^2 = 3 \times (3)^2 = 27 \text{ W}$





۴۸

در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R برابر ۴ V باشد، توان خروجی باتری برابر چند

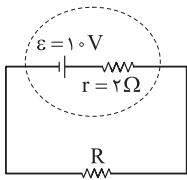
وات است؟

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۱۸ (۴)



پاسخ: گزینه ۲



Hint

با ترکیب دو رابطه  $V = RI$  و  $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ ، مقاومت R و جریان عبوری را محاسبه کنید، سپس داده‌ها را در رابطه  $P = \epsilon I - rI^2$  جای‌گذاری کنید تا توان خروجی باتری به دست آید.



کسب Box

هرگاه جریان از قطب منفی وارد باتری شود، باتری به مدار انرژی می‌دهد و داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \epsilon I - rI^2$$

توان کل باتری ↑  
توان اتلافی باتری ↓

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با ترکیب دو رابطه  $V = RI$  و  $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ ، مقاومت R را محاسبه می‌کنیم:

$$V = R \left( \frac{\epsilon}{R+r} \right) \Rightarrow 4 = R \left( \frac{1.0}{R+2} \right) \Rightarrow 1.0R = 4R + 8 \Rightarrow R = \frac{4}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{1.0}{\frac{4}{3} + 2} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: توان خروجی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \epsilon I - rI^2 = 1.0 \times 3 - 2(3)^2 = 12 \text{ W}$$



په چور دیگه

گام اول: اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است، پس:

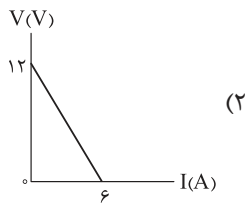
$$V_{\epsilon} = V_R \Rightarrow \epsilon - Ir = V_R \xrightarrow{\frac{V_R = 4 \text{ V}, \epsilon = 1.0 \text{ V}}{r = 2 \Omega}} 1.0 - I \times 2 = 4 \Rightarrow I = \frac{6}{3} = 3 \text{ A}$$

گام دوم: توان خروجی باتری و مقاومت برابر هستند، پس:

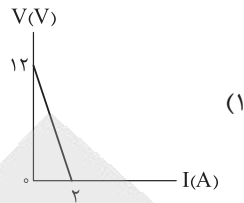
$$P = VI = 4 \times 3 = 12 \text{ W}$$



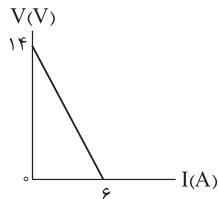
۴۹ توان خروجی یک باتری به ازای جریان ۴ A برابر ۱۶ W و به ازای جریان ۳ A برابر ۱۸ W است. نمودار اختلاف پتانسیل دو سر این باتری بر حسب جریان گذرنده از آن کدام است؟



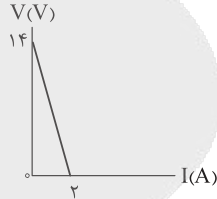
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

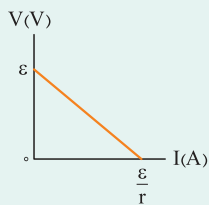
پاسخ: گزینه ۲

با جای گذاری داده‌ها در رابطه  $P = \varepsilon I - rI^2$  و حل دو معادله - دو مجهول،  $\varepsilon$  و  $r$  را به دست آورید. سپس نمودار  $V - I$  را رسم کنید.

Hint

درس Box

نمودار ولتاژ دو سر باتری بر حسب شدت جریان عبوری از آن را طبق رابطه  $V = \varepsilon - Ir$  رسم می‌کنیم.



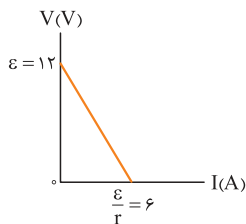
$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = \varepsilon \\ V = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

گام اول: توان خروجی باتری از رابطه  $P = \varepsilon I - rI^2$  به دست می‌آید، پس:

پاسخ خیلی تشریحی

$$P = \varepsilon I - rI^2 \Rightarrow \begin{cases} P = 16 \text{ W} \xrightarrow{I=4A} 16 = 4\varepsilon - 16r \\ P = 18 \text{ W} \xrightarrow{I=3A} 18 = 3\varepsilon - 9r \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دو معادله - دو مجهول}} r = 2 \Omega, \varepsilon = 12 \text{ V}$$

گام دوم: نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب جریان را رسم می‌کنیم:





اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر دو درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

- (۱) دو درصد کاهش می یابد.
- (۲) چهار درصد کاهش می یابد.
- (۳) دو درصد افزایش می یابد.
- (۴) چهار درصد افزایش می یابد.

## پاسخ: گزینه ۲



Hint

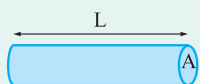
ابتدا به کمک رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$ ، با توجه به ثابت بودن مقاومت ویژه و طول سیم، رابطه مقاومت را با قطر سیم پیدا کنید، سپس به کمک رابطه توان مصرفی ( $P = \frac{V^2}{R}$ ) به صورت نسبتی،  $\frac{P_2}{P_1}$  را حساب کرده و در آخر درصد تغییرات توان را به دست آورید.

## درس Box

اگر سطح مقطع جسم در تمام طول آن یکسان باشد، مقاومت آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

طول رسانا (m)  $\rightarrow L$   
 مساحت مقطع جسم ( $m^2$ )  $\rightarrow A$   
 مقاومت ویژه ( $\Omega \cdot m$ )



گام اول: رابطه مقاومت الکتریکی را بر حسب قطر سیم به دست می آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} R = \rho \frac{L}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4\rho L}{\pi D^2} \xrightarrow{\text{ثابت: } \rho, L} R \propto \frac{1}{D^2}$$

گام دوم: با توجه به این که ولتاژ دو سر لامپ ثابت است، از رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان را به صورت مقایسه ای می نویسیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \xrightarrow{D_2 = 0.98 D_1} \frac{P_2}{P_1} = (0.98)^2 \approx 0.96$$

گام سوم: درصد تغییرات توان مصرفی برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{0.96 P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = -4\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش توان است.

## پاسخ خیلی تشریحی ✓

اگر قطر سیم مقاومت یک لامپ بر اثر تبخیر یک درصد کاهش یابد، با ثابت ماندن ولتاژ دو سر لامپ و مقاومت ویژه سیم، توان مصرفی آن تقریباً چگونه تغییر می کند؟

(سوال ۴۵ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

- (۱) دو درصد کاهش
- (۲) یک درصد کاهش
- (۳) دو درصد افزایش
- (۴) یک درصد افزایش

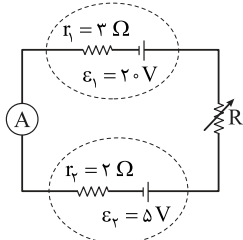


کنکور



۵۱

در مدار شکل زیر، مقاومت رُوستا در حالتی تنظیم شده که با وجود برقراری جریان در مدار، توان خروجی باتری (۱) با توان ورودی باتری (۲) برابر است. در این حالت آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

## پاسخ: گزینه ۳



Hint

با توجه به این که جهت مولدها برعکس هم است، پس یکی از آن‌ها مصرف‌کننده و دیگری تولیدکننده انرژی است. رابطه توان را برای مولدها نوشته و با هم برابر قرار دهید تا جریان عبوری در مدار را که همان جریان عبوری از آمپرسنج است به دست آورید.

توان خروجی باتری از رابطه زیر محاسبه می‌شود و برابر است با توان تولیدی، منهای توان تلف‌شده:

$$P_{\text{توان تولیدی}} = \varepsilon I - r I^2$$

توان خروجی

اگر باتری مصرف‌کننده انرژی باشد، توان ورودی آن برابر است با:

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon I + r I^2$$

از آنجایی که  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  است، پس باتری (۱) به مدار انرژی می‌دهد و باتری (۲) دریافت‌کننده است. رابطه توان دو باتری را نوشته و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \varepsilon_1 I - r_1 I^2 \\ P_2 &= \varepsilon_2 I + r_2 I^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow[r_1=3\Omega, r_2=2\Omega]{\varepsilon_1=20V, \varepsilon_2=5V} 20I - 3I^2 = 5I + 2I^2$$

$$\Rightarrow 5I^2 - 15I = 0 \Rightarrow 5I(I - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \\ I = 3 \text{ A} \end{cases}$$

با توجه به پایداری انرژی، داریم:



په‌چور دیگه

توان مصرفی مقاومت  $R$  + توان ورودی باتری (۱) = توان خروجی باتری (۱)

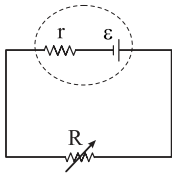
با توجه به داده‌های سؤال و رابطه بالا، توان مصرفی مقاومت  $R$  برابر صفر است. پس طبق رابطه  $P = I^2 R$ ، باید برابر صفر باشد ( $I \neq 0$ )، پس در این حالت جریان عبوری از مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} = \frac{20 - 5}{3 + 2} = \frac{15}{5} = 3 \text{ A}$$



۵۲

در مدار شکل زیر، جریان عبوری از باتری برابر  $2A$  و توان خروجی آن، بیشینه است. با افزایش مقاومت متغیر  $R$ ، جریان عبوری از باتری چند آمپر باشد تا توان خروجی باتری، ۲۵ درصد کم‌تر از بیشینه توان خروجی آن باشد؟



(۱)  $0.5$

(۲)  $1$

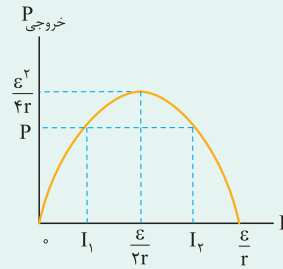
(۳)  $1.5$

(۴)  $3$

پاسخ: گزینه ۲

کرتس Box

نمودار توان خروجی برحسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - Ir)I = \varepsilon I - rI^2$$

$$I_{\text{max}} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$$\xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{2r}} P_{\text{max}} = \varepsilon I - rI^2 = \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right) - r \left(\frac{\varepsilon}{2r}\right)^2$$

توان بیشینه به ازای  $I = \frac{\varepsilon}{2r}$  رخ می‌دهد پس:

$$\Rightarrow P_{\text{max}} = \frac{\varepsilon^2}{2r} - \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

گام اول: به ازای جریان عبوری  $I_1 = 2A$  توان خروجی باتری بیشینه است، پس:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 2 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \varepsilon = 4r \quad (1)$$

حالا به کمک رابطه  $P_{\text{max}} = \varepsilon I_1 - rI_1^2$  و رابطه (۱) داریم:

$$\xrightarrow{I_1 = 2A} P_{\text{max}} = (4r)(2) - r(2)^2 = 8r - 4r = 4r \quad (2)$$

گام دوم: توان خروجی باتری در حالت دوم ۲۵ درصد کم‌تر از توان بیشینه است، یعنی:

$$P'_{\text{max}} = \frac{3}{4} P_{\text{max}} \xrightarrow{(2)} P'_{\text{max}} = \frac{3}{4} \times 4r = 3r \quad (3)$$

$$P'_{\text{max}} = \varepsilon I_2 - rI_2^2 \xrightarrow{(1), (2)} 3r = (4r)I_2 - rI_2^2$$

$$\Rightarrow 3 = 4I_2 - I_2^2 \Rightarrow I_2^2 - 4I_2 + 3 = 0 \Rightarrow (I_2 - 1)(I_2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_2 = 3A \end{cases}$$

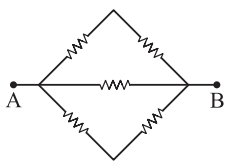
در حالت توان بیشینه، مقاومت  $R$  برابر مقاومت درونی باتری است ( $R = r$ ) و جریان  $2A$  از مدار عبور می‌کند، با افزایش مقدار مقاومت متغیر، جریان کل مدار باید کاهش یابد، پس  $I_2 < 2A$  بوده و در نتیجه  $I_2 = 1A$  جواب سؤال است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۳

در شکل زیر، مقدار هر یک از مقاومت‌ها یکسان و برابر با  $12 \Omega$  است. مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

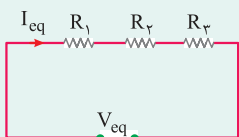
دو مقاومت بالا با هم و دو مقاومت پایین با هم به صورت متوالی بسته شده‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت وسطی موازی است.

Hint

درس‌باکس

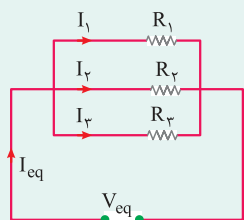
به هم بستن مقاومت‌ها:

(۱) اتصال متوالی (سری): در این حالت مطابق شکل زیر، جریان عبوری از تمام مقاومت‌ها یکسان است و داریم:



$$\left. \begin{aligned} I_1 = I_2 = I_3 = I_{eq} \\ V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

(۲) اتصال موازی: مطابق شکل در اتصال موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با هم برابر است، پس:



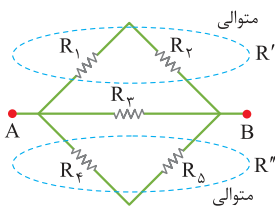
$$\left. \begin{aligned} I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 \\ V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

برای حالتی که مقاومت معادل دو مقاومت موازی را محاسبه می‌کنیم، می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

طبق شکل روبه‌رو داریم:

پاسخ خیلی تشریحی



متوالی  $R_1$  و  $R_2$ :  $R' = 12 + 12 = 24 \Omega$

متوالی  $R_4$  و  $R_5$ :  $R'' = 12 + 12 = 24 \Omega$

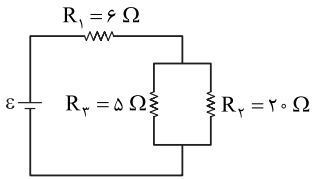
موازی  $R_3, R'', R'$ :  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} = \frac{4}{24} \Rightarrow R_{eq} = 6 \Omega$



در مدار شکل زیر، اگر اختلاف توان مصرفی مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  برابر با  $130 \text{ W}$  باشد، نیروی محرکه باتری آرمانی

۵۴

برابر چند ولت است؟



۵۰ (۱)

۶۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به رابطه  $P = RI^2$  و  $\Delta P = 130 \text{ W}$  رابطه بین جریان کل مدار و جریان عبوری از مقاومت  $R_2$  را بنویسید، سپس به کمک قاعده انشعاب و تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌ها را به دست آورده و جریان کل را محاسبه کنید.

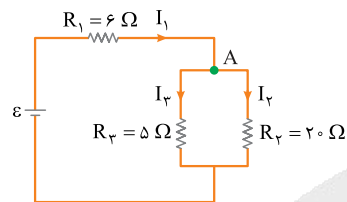


پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: طبق رابطه توان مصرفی مقاومت داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \Delta P = P_1 - P_2 = R_1 I_1^2 - R_2 I_2^2 \Rightarrow 130 = 6 I_1^2 - 20 I_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر و به کمک قاعده تسهیم جریان به نسبت عکس مقاومت‌های موازی داریم:



$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{I_2}{I_3} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{I_2}{I_3} \Rightarrow I_2 = 4 I_3$$

$$\text{قاعده انشعاب در گره A: } I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 4 I_3 + I_3 = 5 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{I_1}{5} \quad (2)$$

گام سوم: رابطه (۲) را در رابطه (۱) جای‌گذاری می‌کنیم تا جریان کل عبوری از مدار را محاسبه کنیم:

$$130 = 6 I_1^2 - 20 \left(\frac{I_1}{5}\right)^2 = 6 I_1^2 - \frac{4}{5} I_1^2 = \frac{26}{5} I_1^2 \Rightarrow I_1^2 = \frac{5 \times 130}{26} = 25 \Rightarrow I_1 = 5 \text{ A}$$

گام چهارم: به کمک رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، نیروی محرکه باتری آرمانی ( $r = 0$ ) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{موازی } R_2, R_3: R' = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \Omega$$

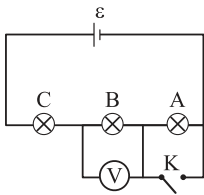
$$\text{متوالی } R_1, R': R_{eq} = R_1 + R' = 6 + 4 = 10 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow 5 = \frac{\varepsilon}{10} \Rightarrow \varepsilon = 50 \text{ V}$$



۵۵

در مدار شکل زیر، لامپ‌های A، B و C مشابه‌اند. با بستن کلید K، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد ۳ V تغییر می‌کند. نیروی محرکه الکتریکی باتری چند ولت است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

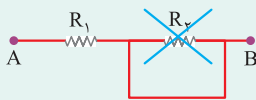
پاسخ: گزینه ۳



در هر دو حالت، مقاومت معادل و جریان عبوری از مقاومت‌ها را محاسبه کنید و با توجه به این که ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را نشان می‌دهد از رابطه  $V = IR$ ، اختلاف پتانسیل را در حالت کلید باز و کلید بسته برحسب  $\varepsilon$  نوشته و به کمک  $\Delta V = 3V$ ، نیروی محرکه الکتریکی باتری را به دست آورید.



اگر دو سر یک مقاومت توسط یک سیم به هم وصل شود، مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



گام اول: در حالتی که کلید باز است، سه مقاومت به صورت متوالی به هم بسته شده‌اند:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \xrightarrow{R_1=R_2=R_3=R} R_{eq} = 3R$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{3R}$$

پس جریان عبوری از مقاومت‌ها یکسان و برابر با  $\frac{\varepsilon}{3R}$  است.

گام دوم: ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را نشان می‌دهد، پس:

$$V_B = IR_B = \frac{\varepsilon}{3R} \times R = \frac{\varepsilon}{3}$$

گام سوم: اگر کلید بسته شود، دو سر مقاومت A اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود:

$$R'_{eq} = R_1 + R_2 = 2R$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}} = \frac{\varepsilon}{2R}$$

مانند گام دوم اختلاف پتانسیل دو سر لامپ B را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

$$V'_B = I'R_B = \frac{\varepsilon}{2R} \times R = \frac{\varepsilon}{2}$$

گام چهارم: طبق صورت سؤال عدد ولت‌سنج با بستن کلید ۳ V تغییر می‌کند، پس:

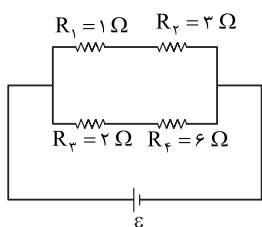
$$V'_B - V_B = \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow \varepsilon = 18V$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۶

در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومتی که کم‌ترین توان مصرفی را دارد، برابر با  $5\text{ W}$  است. توان مصرفی در مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، چند وات است؟



۶۰ (۱)

۴۵ (۲)

۳۰ (۳)

۱۵ (۴)

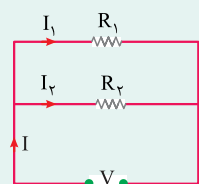
پاسخ: گزینه ۳



ابتدا به کمک تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌های عبوری از شاخه‌ها را به دست آورید و توان مصرفی هر مقاومت را برحسب جریان‌ها بنویسید و کم‌ترین توان را برابر  $5\text{ W}$  قرار دهید و در نهایت توان مصرفی مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد محاسبه کنید.

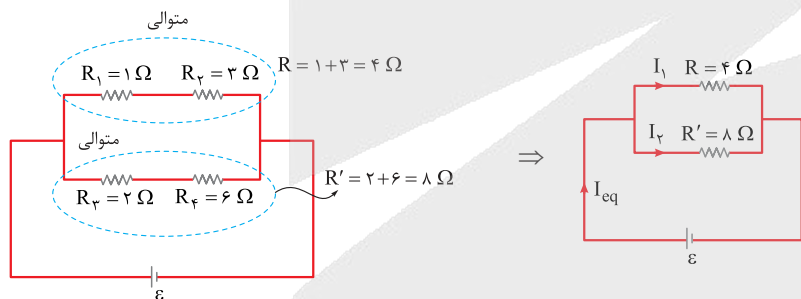


با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها برابر است، داریم:



$$V_1 = V_2 = V \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

گام اول: مقاومت معادل شاخه بالایی مدار  $4\Omega$  و مقاومت معادل شاخه پایینی مدار  $8\Omega$  است، با توجه به تسهیم جریان در مقاومت‌های موازی داریم:



$$\frac{R}{R'} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 2I_2 = I_1$$

گام دوم: به کمک رابطه  $P = RI^2$ ، توان مصرفی مقاومت‌ها را برحسب  $I$  به دست می‌آوریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 1 \times (2I_2)^2 = 4I_2^2 \quad \text{و} \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 2(2I_2)^2 = 8I_2^2$$

$$P_3 = R_3 I_2^2 = 2I_2^2 \quad \text{و} \quad P_4 = R_4 I_2^2 = 6I_2^2$$

کم‌ترین توان مصرفی مربوط به مقاومت  $R_3$  است، پس:

$$P_{\min} = P_3 = 2I_2^2 = 5 \Rightarrow I_2^2 = 2.5 \quad (1)$$

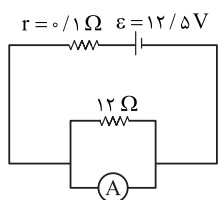
گام سوم: بیشترین توان مصرفی مربوط به مقاومت  $R_4$  است:

$$P_{\max} = P_4 = 6I_2^2 \xrightarrow{(1)} P_{\max} = 12(2.5) = 30\text{ W}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۵۷ در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیر آرمانی، جریان  $4\text{ A}$  را نشان می‌دهد. مقاومت الکتریکی این آمپرسنج چند اهم است؟



۶ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

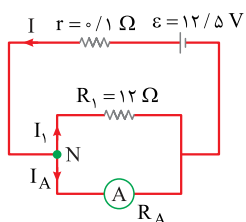


Hint

ابتدا با توجه به موازی بودن آمپرسنج و مقاومت  $R_1 = 12\ \Omega$ ، نسبت جریان‌ها را به دست آورده و جریان کل مدار را برحسب  $R_A$  (مقاومت آمپرسنج) بنویسید و در قدم بعدی از برابری اختلاف پتانسیل دو سر باتری با آمپرسنج،  $R_A$  را محاسبه کنید.

گام اول: مقاومت آمپرسنج را برابر با  $R_A$  در نظر می‌گیریم، از آن جایی که  $R_1 = 12\ \Omega$  و آمپرسنج موازی بسته شده‌اند، داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$I_A R_A = I_1 R_1 \Rightarrow 4 R_A = 12 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{R_A}{3}$$

$$\text{قاعده انشعاب در گره N: } I = I_A + I_1 = 4 + \frac{R_A}{3}$$

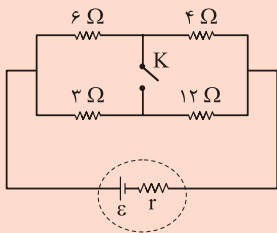
گام دوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج برابر است، پس:

$$V_{\text{باتری}} = V_{\text{آمپرسنج}} \Rightarrow \varepsilon - Ir = R_A I_A \Rightarrow 12/5 - (4 + \frac{R_A}{3})(0/1) = R_A \times 4$$

$$\Rightarrow 12/5 - 0/4 - \frac{R_A}{3} = 4 R_A \Rightarrow R_A = 3\ \Omega$$



در مدار شکل زیر، با بستن کلید K، توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟

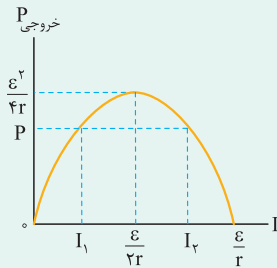


- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- $\sqrt{۳۰}$  (۳)
- $\sqrt{۳۰}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس Box

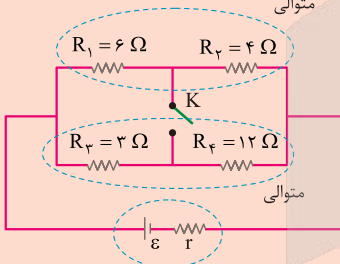
نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان عبوری از مدار به صورت شکل زیر است:



همان‌طور که از نمودار مشخص است به ازای دو جریان  $I_1$  و  $I_2$  توان خروجی مولد بدون تغییر است، از این رو به ازای دو مقدار مقاومت معادل خارجی، توان خروجی مولد بدون تغییر است و داریم:

$$r^2 = R_{eq} \times R'_{eq}$$

طبق رابطه  $r^2 = R_1 R_2$ ، باید در هر دو حالت مقاومت معادل مدار را به دست آوریم. متوالی

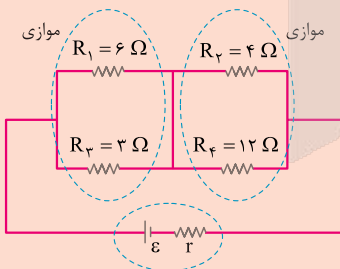


گام اول: حالتی که کلید باز است:

$$\text{متوالی } R_1 \text{ و } R_2 : R'_1 = 6 + 4 = 10 \Omega$$

$$\text{متوالی } R_3 \text{ و } R_4 : R''_1 = 3 + 12 = 15 \Omega$$

$$\text{موازی } R'_1 \text{ و } R''_1 : R_{eq} = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = 6 \Omega$$



گام دوم: حالتی که کلید بسته است:

$$\text{موازی } R_1 \text{ و } R_3 : R'_2 = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$\text{موازی } R_4 \text{ و } R_2 : R''_2 = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

$$\text{متوالی } R'_2 \text{ و } R''_2 : R'_{eq} = 2 + 3 = 5 \Omega$$

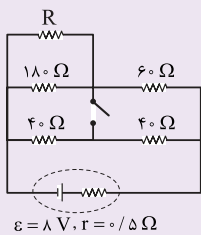
گام سوم: حالا مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$r^2 = R_{eq} \times R'_{eq} = 6 \times 5 = 30 \Rightarrow r = \sqrt{30} \Omega$$

پاسخ خیلی تشریحی

در مدار زیر، با بستن کلید توان خروجی باتری تغییری نمی‌کند. مقاومت  $R$  چند اهم است؟

(سؤال ۷۰ کنکور تجربی ۱۴۰۴ - نوبت اول)



۴۵ (۱)

۶۰ (۲)

۹۰ (۳)

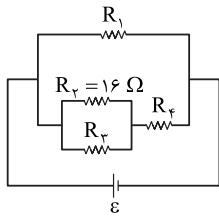
۱۸۰ (۴)



۵۹

در مدار شکل زیر، توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها، برابر است. اگر توان خروجی باتری آرمانی برابر با  $144\text{ W}$  باشد،

نیروی محرکه آن چند ولت است؟



۱۲ (۱)

۲۴ (۲)

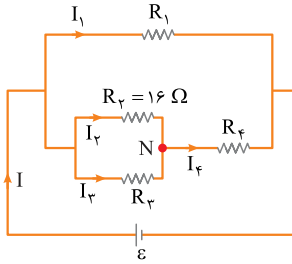
۳۶ (۳)

۴۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  موازی هستند، پس:



$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{I_3}{I_4} \Rightarrow R_3 I_3 = R_4 I_4 \Rightarrow 16 I_3 = R_4 I_4 \quad (1)$$

گام دوم: از برابری توان مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 I_3^2 = R_4 I_4^2 \Rightarrow 16 I_3 I_4 = R_4 I_4^2$$

$$\xrightarrow{(1)} R_3 I_3 I_4 = R_4 I_4^2 \Rightarrow I_3 = I_4$$

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت مساوی تقسیم شده است، پس اندازه مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  برابر است،

$$R_3 = R_4 = 16 \Omega$$

یعنی:

گام سوم: به کمک قاعده انشعاب در گره N و برابری توان‌های مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$\left. \begin{aligned} I_3 + I_4 = I_5 \Rightarrow 2I_3 = I_5 \\ P_3 = P_5 \Rightarrow R_3 I_3^2 = R_5 I_5^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_3 (2I_3)^2 = 16 I_3^2 \Rightarrow R_5 = 4 \Omega$$

گام چهارم: مقاومت معادل شاخه پایین را حساب می‌کنیم:

$$\text{موازی } R_3 \text{ و } R_4 : R' = \frac{16}{2} = 8 \Omega$$

$$\text{متوالی } R_5 \text{ و } R' : R'' = 8 + 4 = 12 \Omega$$

گام پنجم: گام اول را برای مقاومت‌های موازی  $R_1$  و  $R''$  تکرار می‌کنیم:

$$R_1 I_1 = R'' I'' \Rightarrow R_1 I_1 = 12 I'' \quad (3)$$

حالا به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  در دو مقاومت موازی  $R_1$  و  $R''$  داریم:

$$\frac{P_1}{P''} = \frac{R''}{R_1} \xrightarrow{P_1=P_2} \frac{P}{3P} = \frac{12}{R_1} \Rightarrow R_1 = 36 \Omega$$

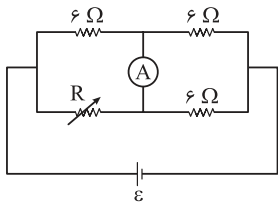
گام ششم: حالا کافی است  $R_{eq}$  را محاسبه کرده و در رابطه  $P_{کل} = \frac{\epsilon^2}{R_{eq}}$  قرار دهیم:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R''}{R_1 + R''} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = 9 \Omega$$

$$P_{کل} = \frac{\epsilon^2}{R_{eq}} \Rightarrow 144 = \frac{\epsilon^2}{9} \Rightarrow \epsilon = 36\text{ V}$$



۶۰ در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستا از مقدار  $R_1 = 0 \Omega$  تا  $R_2 = 10 \Omega$ ، مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد چگونه تغییر می‌کند؟

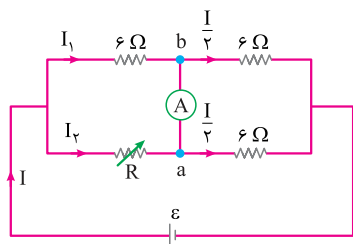


- (۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- (۲) به طور پیوسته افزایش می‌یابد.
- (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل زیر، اگر  $R = 0$  باشد، تمام جریان  $I$  از رئوستا عبور می‌کند. با افزایش مقدار  $R$ ، جریان رفته‌رفته کاهش پیدا می‌کند و وقتی  $R = 6 \Omega$  شود جریان عبوری از آن برابر  $\frac{I}{3}$  می‌شود، یعنی اگر  $6 \Omega \leq R \leq 10 \Omega$  تغییر کند، جریان عبوری از رئوستا از  $\frac{I}{3}$  تا  $\frac{I}{6}$  کاهش می‌یابد:



به کمک قاعده انشعاب در گره a داریم:

$$I_1 = I_A + \frac{I}{3} \Rightarrow I_A = I_1 - \frac{I}{3}$$

چون مقدار  $I_1$  کاهش می‌یابد، پس مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد هم کاهش می‌یابد.

اگر مقاومت رئوستا از  $6 \Omega$  بیشتر شود ( $6 \Omega < R < 10 \Omega$ )، جریان عبوری از رئوستا از  $\frac{I}{3}$  کم‌تر شده و چون جریان عبوری از

مقاومت  $6 \Omega$  (پایین سمت راست)،  $\frac{I}{3}$  است، جریان در آمپرسنج باید از  $b$  به سمت  $a$  باشد، پس:

$$I_1 + I_A = \frac{I}{3} \Rightarrow I_A = \frac{I}{3} - I_1$$

با کاهش  $I_1$ ، مقدار  $I_A$  افزایش می‌یابد.



کدام گزینه نادرست است؟

۶۱

- (۱) آنتالپی یک سامانه را می‌توان هم‌ارز با محتوای گرمایی آن در نظر گرفت.
- (۲) علامت مثبت و منفی  $\Delta H$  یک فرایند، نقشی در تعیین بزرگی آن ندارد.
- (۳) مقدار معینی ماده با دما و فشار معین درون یک ظرف را می‌توان یک سامانه در نظر گرفت.
- (۴) ذره‌های سازنده یک نمونه ماده، تنها دارای انرژی جنبشی هستند.

## پاسخ: گزینه ۴

## پاسخ خیلی تشریحی ✓

ذرات سازنده ماده علاوه بر انرژی جنبشی (ناشی از حرکت)، دارای انرژی پتانسیل نیز هستند که به دلیل نیروهای بین مولکولی یا درون مولکولی (مانند پیوندهای شیمیایی) پدید می‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در بسیاری از منابع علمی معتبر، از آنتالپی با نام محتوای گرمایی یاد می‌شود.

گزینه (۲): علامت مثبت و منفی به ترتیب گرماگیربودن و گرماده‌بودن واکنش را تعیین می‌کند. مقدار عددی  $\Delta H$ ، بزرگی آن را مشخص می‌کند.

گزینه (۳): یک نمونه ماده با مقدار آن در دما و فشار معین توصیف می‌شود، به طوری که  $20^\circ$  گرم آب در دما و فشار اتاق را می‌توان یک نمونه ماده دانست. حالا ظرفی را در نظر بگیرید که محتوی این نمونه ماده باشد، چنین مجموعه‌ای یک سامانه به شمار می‌رود.



### ۶۲ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نماد Q در واکنش  $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$  در سمت واکنش دهنده‌ها قرار می‌گیرد و با افزایش دما، غلظت گاز قهوه‌ای‌رنگ افزایش می‌یابد.
- (۲) در شرایط یکسان، مقدار گرمای آزاد شده در واکنش  $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$ ، کم‌تر از مقدار گرمای آزاد شده در واکنش  $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$  است.
- (۳) اگر واکنش  $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$  در یک ظرف دربسته انجام شود، گرمای مبادله‌شده معادل آنتالپی واکنش است.
- (۴) واکنش فتوسنتز برخلاف اکسایش گلوکز، با جذب انرژی همراه بوده و در این واکنش، سطح انرژی فرآورده‌ها از واکنش دهنده‌ها بیشتر است.

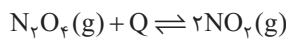
### پاسخ: گزینه ۳

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

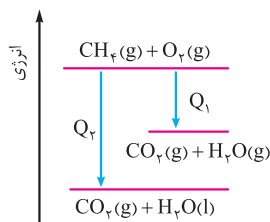
تغییر آنتالپی یک واکنش هم‌ارز با گرمایی است که هنگام انجام واکنش در فشار ثابت، با محیط پیرامون مبادله می‌شود. در واکنش  $2O_3(g) \rightarrow 3O_2(g)$  شمار مول گازهای دو طرف واکنش برابر نیست؛ بنابراین طی این واکنش فشار ثابت نبوده و گرمای مبادله‌شده طی این واکنش برابر آنتالپی آن نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

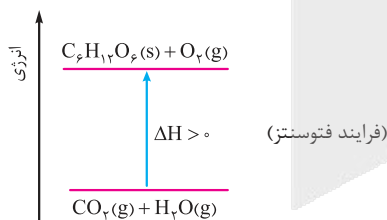
گزینه (۱): تجزیه  $N_2O_4$  یک واکنش گرماگیر است؛ بنابراین نماد Q در سمت واکنش دهنده‌ها قرار می‌گیرد. با افزایش دما، واکنش تجزیه  $N_2O_4$  با سرعت بیشتری انجام می‌شود و مقدار بیشتری  $NO_2$  (گاز قهوه‌ای‌رنگ) تولید می‌شود؛ بنابراین غلظت آن در مخلوط واکنش افزایش می‌یابد:



گزینه (۲): گرمای یک واکنش به حالت فیزیکی گونه‌های شرکت‌کننده در آن بستگی دارد. مطابق نمودار زیر، مقدار گرمای آزاد شده طی واکنش  $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)$  بیشتر است.

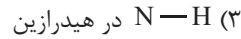
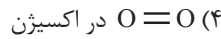
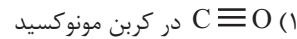
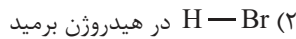


گزینه (۴): فتوسنتز یک واکنش گرماگیر بوده و با جذب انرژی همراه است و سطح انرژی فرآورده‌ها در آن از واکنش دهنده‌ها بیشتر است، در حالی که واکنش اکسایش گلوکز، گرماده بوده و سطح انرژی واکنش دهنده‌ها در آن از فرآورده‌ها بیشتر است.





مفهوم میانگین آنتالپی پیوند برای کدام یک از پیوندهای زیر قابل استفاده است؟

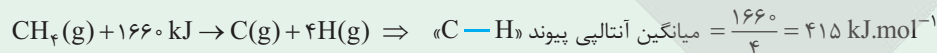


### پاسخ: گزینه ۳

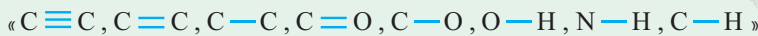


برای مولکول‌هایی مانند  $\text{NH}_3$ ،  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{CH}_4$  که در آن‌ها، اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل است، به کار بردن «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر است؛ به عبارت دیگر میانگین آنتالپی پیوند برای پیوندهایی که حداقل ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌توانند در یک مولکول وجود داشته باشند، اطلاق می‌شود.

**مثال** مولکول متان ( $\text{CH}_4$ ) از چهار پیوند کاملاً یکسان « $\text{C}-\text{H}$ » تشکیل شده است، ولی چون انرژی لازم برای شکستن همه پیوندهای « $\text{C}-\text{H}$ » در این ترکیب یکسان نیست، برای پیوند « $\text{C}-\text{H}$ » از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود.



مهم‌ترین پیوندهایی که برای آن‌ها از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود، عبارت‌اند از:



در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارد، مثل « $\text{H}-\text{H}$ » در  $\text{H}_2$ ، « $\text{N}\equiv\text{N}$ » در  $\text{N}_2$ ، « $\text{O}=\text{O}$ » در  $\text{O}_2$ ، « $\text{Cl}-\text{Cl}$ » در  $\text{Cl}_2$ ، « $\text{Br}-\text{Br}$ » در  $\text{Br}_2$ ، « $\text{H}-\text{F}$ » در  $\text{HF}$ ، « $\text{H}-\text{Cl}$ » در  $\text{HCl}$  و ... چون فقط همین یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

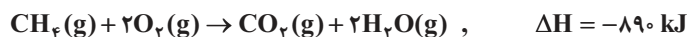
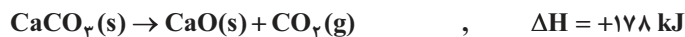
برای  $\text{N}-\text{H}$  در مولکول هیدرازین ( $\text{N}_2\text{H}_4$ ) باید از میانگین آنتالپی پیوند استفاده کرد. سایر پیوندهای داده‌شده، مربوط به مولکول‌های دواتمی بوده و نیازی به استفاده از «میانگین آنتالپی پیوند» برای آن‌ها نیست.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



۶۴

اگر ۶۰ درصد از گرمای تولید شده طی فرایند سوختن مقداری متان، گرمای لازم برای تجزیه مقدار مشخصی کلسیم کربنات را تأمین کند و مجموع جرم گاز کربن دی اکسید تولید شده در این دو واکنش برابر ۱۷/۶ گرم باشد، پس از پایان واکنش‌ها چند گرم فراورده جامد تولید می‌شود؟ ( $\text{Ca} = 40, \text{O} = 16, \text{C} = 12; \text{g.mol}^{-1}$ )



۲۵/۲ (۴)

۱۸/۶ (۳)

۱۶/۸ (۲)

۵/۶ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فرض می‌کنیم X مول کلسیم کربنات و Y مول متان طی واکنش‌های گفته شده مصرف می‌شوند.

گام اول: ابتدا گرمای مبادله شده در هر دو واکنش را به دست می‌آوریم:

$$Q_{\text{CaCO}_3 \text{ تجزیه}} = x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 178x \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{CH}_4 \text{ سوختن}} = y \text{ mol CH}_4 \times \frac{890 \text{ kJ}}{1 \text{ mol CH}_4} = 890y \text{ kJ}$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، ۶۰ درصد از گرمای تولید شده در واکنش سوختن متان طی واکنش تجزیه کلسیم کربنات مصرف می‌شود؛ بنابراین:

$$Q_{\text{CH}_4 \text{ سوختن}} \times \frac{60}{100} = Q_{\text{CaCO}_3 \text{ تجزیه}} \Rightarrow 890y \times 0.6 = 178x \Rightarrow 3y = x \quad (1)$$

گام سوم: از جرم  $\text{CO}_2$  تولید شده، مقدار مول آن را به دست می‌آوریم:

$$17.6 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} = 0.4 \text{ mol CO}_2$$

گام چهارم: با استفاده از X و Y مقدار مول  $\text{CO}_2$  تولید شده در این دو واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} &= x \text{ mol CO}_2 \\ y \text{ mol CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CH}_4} &= y \text{ mol CO}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 0.4 \quad (2)$$

گام پنجم: با استفاده از ۲ معادله به دست آمده، دستگاه تشکیل می‌دهیم و مقادیر X و Y را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 3y = x \\ x + y = 0.4 \end{cases} \Rightarrow 4y = 0.4 \Rightarrow y = 0.1 \text{ mol}, x = 0.3 \text{ mol}$$

گام ششم: تنها فراورده جامد تولید شده در این دو واکنش CaO است. در نهایت با استفاده از مول کلسیم کربنات، جرم CaO تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$0.3 \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaO}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{56 \text{ g CaO}}{1 \text{ mol CaO}} = 16.8 \text{ g CaO}$$



- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )
- اگر آنتالپی پیوند  $C-H$  در مولکول  $CH_4$  برابر  $415 kJ \cdot mol^{-1}$  باشد،  $\Delta H$  واکنش  $CH_4(g) \rightarrow C(s) + 4H(g)$  برابر  $1660 kJ$  است.
  - اگر آنتالپی پیوند  $C-C$  برابر  $348 kJ \cdot mol^{-1}$  باشد، آنتالپی پیوند  $C \equiv C$  می‌تواند بیشتر از  $696 kJ \cdot mol^{-1}$  باشد.
  - اگر  $a, b, c, d$  به ترتیب آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم‌کربن باشند، مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آن‌ها به صورت  $|\Delta H_a| > |\Delta H_b| > |\Delta H_c| > |\Delta H_d|$  است.
  - اگر ارزش سوختی متان  $2/5$  برابر ارزش سوختی متانول باشد، گرمای آزاد شده از سوختن  $32$  گرم متان با گرمای آزاد شده از سوختن  $2/5$  مول متانول در شرایط یکسان برابر است.

(۲) نادرست - نادرست - نادرست - درست

(۱) نادرست - درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - نادرست - نادرست - درست

### پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول تا سوم، نادرست و عبارت چهارم، درست است.  
بررسی موارد:

مورد اول: با توجه به تعریف آنتالپی پیوند، به کار بردن آنتالپی‌های پیوند برای تعیین  $\Delta H$  واکنش‌هایی مناسب است که همه مواد شرکت‌کننده در آن به حالت گازند؛ بنابراین آنتالپی واکنش  $CH_4(g) \rightarrow C(g) + 4H(g)$ ،  $4$  برابر آنتالپی پیوند  $C-H$  و برابر  $4 \times 415 = 1660 kJ$  است؛ در حالی که در معادله داده شده، حالت فیزیکی کربن، جامد است.

مورد دوم: هر چه تعداد پیوند بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود؛ به عبارت دیگر آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه نیز بیشتر از یگانه است.

آنتالپی پیوند:  $C \equiv C > C = C > C - C$   
(۳۴۸) (۶۱۴) (۸۳۹)

**توجه:** آنتالپی پیوند « $C \equiv C$ » کم‌تر از  $3$  برابر و آنتالپی پیوند « $C = C$ » کم‌تر از  $2$  برابر آنتالپی پیوند « $C - C$ » است؛ بنابراین آنتالپی پیوند  $C = C$  کم‌تر از  $696 kJ \cdot mol^{-1}$  ( $2 \times 348 =$ ) خواهد بود.

مورد سوم: مقایسه قدرمطلق آنتالپی سوختن آلکان، آلکن، آلکین و الکل هم‌کربن به صورت زیر است:

آلکین > الکل > آلکن > آلکان = آنتالپی سوختن |

بنابراین مقایسه درست در این مورد به صورت زیر است:

$|\Delta H_a| > |\Delta H_b| > |\Delta H_d| > |\Delta H_c|$

مورد چهارم: ارزش سوختی همان گرمای حاصل از سوختن یک گرم ماده است.

مطابق فرض سؤال، ارزش سوختی متانول را  $a$  و ارزش سوختی متان را  $2/5a$  در نظر می‌گیریم و گرمای آزاد شده به ازای سوختن  $32 g$  متان را برحسب  $a$  به دست می‌آوریم:

$$32 g CH_4 \times \frac{2/5a kJ}{1 g CH_4} = 80a kJ$$

از آنجایی که گرمای تولید شده در اثر سوختن این مقدار متان و متانول با هم برابر است، مقدار مول متانول را به دست می‌آوریم:

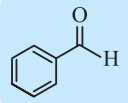
$$80a kJ \times \frac{1 g CH_4O}{a kJ} \times \frac{1 mol CH_4O}{32 g CH_4O} = 2/5 mol CH_4O$$

### پاسخ خیلی تشریحی



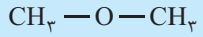
کدام مورد، عبارت زیر را به درستی کامل می کند؟

«در ساختار مولکول ..... ، ..... مولکول ..... وجود دارد.»

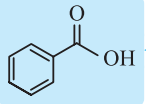


(۱) ۲ - هپتانون - برخلاف - اتانول - پیوند  $\text{C}-\text{O}$

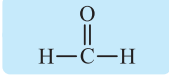
(۲) نخستین عضو خانواده الکلها - همانند - نخستین عضو از خانواده اترها - ۴ اتم هیدروژن



(۳) بنزالدهید - برخلاف - بنزوئیک اسید - ۴ پیوند دوگانه



(۴) نخستین عضو خانواده آلدهیدها - همانند - کربن مونوکسید - ۴ الکترون ناپیوندی



پاسخ: گزینه ۴

به آرایش منظمی از اتمها که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می دهد، گروه عاملی می گویند.

گروه های عاملی که در فصل (۲) یازدهم می فونین و ویژگی های اون ها رو فلامه وار و جمع و جور آوردیم براتون!

درس Box

نام خانواده	آلدهیدها	کتونها	الکلها	اترها	کربوکسیلیک اسیدها
فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ آلدهیدی	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{R}'$ کتونی	$\text{R}-\text{OH}$ هیدروکسیل	$\text{R}-\text{O}-\text{R}'$ اتری	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ کربوکسیل
فرمول کلی	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$ R هیدروژن یا گروه هیدرو کربنی است.	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{R}'$ R و R' گروه هیدرو کربنی هستند.	$\text{R}-\text{OH}$ R گروه هیدرو کربنی است.	$\text{R}-\text{O}-\text{R}'$ R و R' گروه هیدرو کربنی هستند.	$\text{R}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$ R هیدروژن یا گروه هیدرو کربنی است.
فرمول ساختاری ساده ترین عضو خانواده	$\text{H}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{H}$	$\text{CH}_3-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{CH}_3$	$\text{CH}_3-\text{OH}$	$\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$	$\text{H}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{OH}$

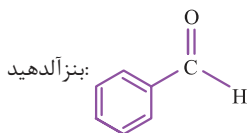
بررسی گزینه ها:

پاسخ خیلی تشریحی

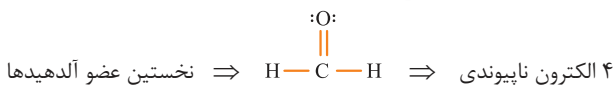
گزینه (۱): ۲ - هپتانون یک کتون ۷ کربنی ( $\text{C}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}$ ) است و در ساختار آن پیوند  $\text{C}-\text{O}$  وجود ندارد، در حالی که اتانول ( $\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{OH}$ )، دارای پیوند  $\text{C}-\text{O}$  می باشد.

گزینه (۲): نخستین عضو خانواده الکلها (متانول،  $\text{CH}_3\text{OH}$ )، ۴ اتم هیدروژن و نخستین عضو خانواده اترها (دی متیل اتر،  $\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$ )، ۶ اتم هیدروژن دارد.

گزینه (۳): هر دو مولکول بنزالدهید و بنزوئیک اسید، ۴ پیوند دوگانه دارند:



گزینه (۴): ساختار لوویس هر دو مولکول را ببینید:





۶۷ اگر مجموع آنتالپی پیوندهای  $H-H$  و  $Cl-Cl$  برابر  $۶۷۸$  و مجموع آنتالپی پیوندهای  $H-F$  و  $F-F$  برابر  $۵۹۵$  کیلوژول بر مول باشد، با توجه به معادله‌های زیر، تفاوت آنتالپی پیوندهای  $H-Cl$  و  $H-F$ ، چند کیلوژول بر مول است؟



۱۰۱/۵ (۴)

۲۲۰/۵ (۳)

۱۷۳/۵ (۲)

۱۳۷/۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه  $\Delta H$  واکنش‌های گازی به کمک آنتالپی‌های پیوند از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$\Delta H$  (واکنش) = [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده]

رابطه  $\Delta H$  را برای هر دو واکنش می‌نویسیم:

$$۱) -186 = \underbrace{[\Delta H(H-H) + \Delta H(Cl-Cl)]}_{678} - 2\Delta H(H-Cl) \Rightarrow \Delta H(H-Cl) = \frac{678 + 186}{2} = 432 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

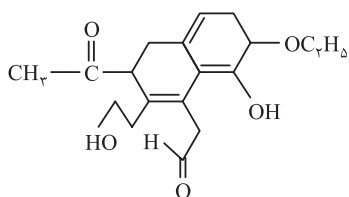
$$۲) -544 = \underbrace{[\Delta H(H-H) + \Delta H(F-F)]}_{595} - 2\Delta H(H-F) \Rightarrow \Delta H(H-F) = \frac{595 + 544}{2} = 569.5 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta H(H-F) - \Delta H(H-Cl) = 569.5 - 432 = 137.5 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

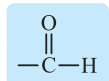


نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به ساختار ترکیب آلی روبه‌رو، کدام عبارت درست است؟



(۱) در ساختار آن، گروه عاملی کتونی برخلاف آلدهیدی یافت نمی‌شود.

(۲) هر مول از آن در واکنش با ۳ مول گاز هیدروژن، به یک آلکان تبدیل می‌شود.

(۳) ترکیبی آروماتیک بوده و شمار اتم‌های هیدروژن در آن، ۱/۵ برابر شمار اتم‌های کربن است.

(۴) ترکیبی با فرمول مولکولی مشابه، اما ساختار متفاوت با آن، سطح انرژی متفاوتی با ترکیب داده‌شده دارد.

### پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۱): در ساختار ترکیب مورد نظر، هم گروه عاملی کتونی ( $\text{>C=O}$ ) و هم گروه عاملی آلدهیدی ( $\text{-CHO}$ ) وجود دارد.

گزینه (۲): ترکیب داده‌شده، ۳ پیوند  $\text{C=C}$  دارد و هر مول از آن می‌تواند با ۳ مول گاز هیدروژن واکنش دهد، اما با این واکنش، تبدیل به آلکان ( $\text{C}_n\text{H}_{2n+2}$ ) نمی‌شود، زیرا هم‌چنان هم حلقه دارد و هم اتم اکسیژن!

گزینه (۳): در ساختار ترکیب، حلقه بنزنی وجود ندارد؛ بنابراین آروماتیک محسوب نمی‌شود. در ضمن فرمول مولکولی این ترکیب به صورت  $\text{C}_{18}\text{H}_{24}\text{O}_5$  است.

گزینه (۴): ترکیباتی با فرمول مولکولی مشابه، اما با ساختار متفاوت، ایزومر (همپار) یکدیگر محسوب می‌شوند. به دلیل ساختار متفاوت، سطح انرژی ایزومرها با یکدیگر یکسان نیست.



فرمول شیمیایی  $C_3H_8O$  را می‌توان به ..... نوع الکل و ..... نوع اتر نسبت داد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

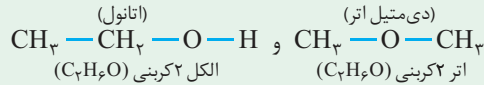
- ۱ - ۲ (۱)      ۲ - ۲ (۱)      ۱ - ۲ (۲)      ۲ - ۱ (۳)      ۱ - ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



الکل‌ها و اترهایی که تعداد کربن برابر دارند، به شرطی که هر دو یک‌عاملی و سیرشده خطی (غیرحلقوی) باشند، ایزومر یکدیگرند. فرمول عمومی الکل‌ها و اترهای یک‌عاملی سیرشده و خطی با  $n$  اتم کربن، به صورت  $C_nH_{2n+2}O$  است.

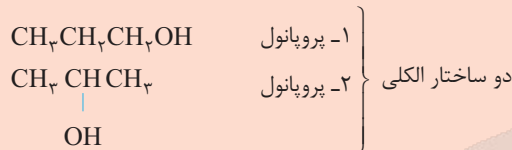
فرمول عمومی:  $C_nH_{2n+2}O$  → در تعداد کربن برابر و به شرط این‌که  $R$  و  $R'$  زنجیر آلکیل باشند.



فرمول  $C_3H_8O$  را می‌توان به دو الکل و یک اتر نسبت داد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک ساختار اتری  $CH_3CH_2 - O - CH_3$



اگر آنتالپی سوختن ترکیب آلی با فرمول  $(C_nH_{2n+2}O)$ ، برابر  $۱۳۶۰$  کیلوژول بر مول باشد و از سوختن  $۱۱/۵$  گرم از آن،  $۳۴۰$  کیلوژول گرما آزاد شود، این ترکیب کدام و فرمول مولکولی آن، دارای چند ساختار متفاوت است؟  
 $(H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

(سؤال ۹۲ کنکور تهری ۱۴۰۴ - نوبت اول)

- ۱)  $C_2H_6O$ ، دو      ۲)  $C_3H_8O$ ، دو  
 ۳)  $C_2H_6O$ ، یک      ۴)  $C_3H_8O$ ، یک



۷۰ در کدام گزینه مقایسه ارزش سوختی چربی (a)، پروتئین (b) و کربوهیدرات (c) به درستی آمده است؟

$$b > c > a \text{ (۲)}$$

$$a > b > c \text{ (۱)}$$

$$c > a = b \text{ (۴)}$$

$$a > b = c \text{ (۳)}$$

### پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓

مقایسه ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، این‌طور است:

پروتئین = کربوهیدرات > چربی  
 $۱۷ \text{ kJ.g}^{-۱}$     $۱۷ \text{ kJ.g}^{-۱}$     $۳۸ \text{ kJ.g}^{-۱}$

پس بدانید و آگاه باشید! که ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها با پروتئین‌ها برابر بوده و ارزش سوختی چربی بیش از دو برابر این دو ماده غذایی است.



یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۳۰ گرم نان و ۱۶ گرم پنیر است. با انرژی حاصل از این وعده غذایی، حدود چند ساعت می توان پیاده روی کرد؟ (آهنگ مصرف انرژی در پیاده روی حدود ۸۰۰ کیلوژول در هر ساعت است.)

خوراکی	ارزش سوختی ( $\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ )
نان	۱۱/۵
پنیر	۲۰/۰
تخم مرغ	۶/۰

۸ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به ارزش سوختی خوراکی ها، انرژی حاصل از وعده غذایی را حساب می کنیم:

$$\text{انرژی} = \left( \frac{۲۰ \text{ kJ}}{۱ \text{ g}} \times ۱۶ \text{ g پنیر} \right) + \left( \frac{۱۱/۵ \text{ kJ}}{۱ \text{ g}} \times ۱۳۰ \text{ g نان} \right) + \left( \frac{۶ \text{ kJ}}{۱ \text{ g}} \times ۱۰۰ \text{ g تخم مرغ} \right)$$

$$= ۶۰۰ + ۱۴۹۵ + ۳۲۰ = ۲۴۱۵ \text{ kJ}$$

گام دوم: با توجه به مقدار انرژی و آهنگ مصرف انرژی در پیاده روی، زمان را حساب می کنیم:

$$۲۴۱۵ \text{ kJ} \times \frac{۱ \text{ h}}{۸۰۰ \text{ kJ}} = ۳ \text{ h}$$

یک وعده غذایی شامل ۱۰۰ گرم تخم مرغ، ۱۴۶ گرم نان و ۵۰ گرم سیب زمینی، به تقریب برای چند روز می تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان ۷۵ بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش را ۱ J در نظر بگیرید،  $۱ \text{ cal} = ۴/۲ \text{ J}$ )

(سوال ۲۵۲ کنکور تهری ۱۳۹۹)

ارزش سوختی ۱۰۰ g	kcal
تخم مرغ	۱۴۰
نان	۲۵۰
سیب زمینی	۷۰

۲۳ (۴)

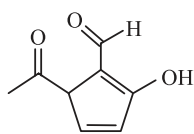
۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

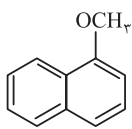
۱۷ (۱)



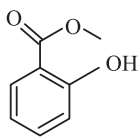
۷۲ با توجه به ساختارهای زیر، کدام مورد نادرست است؟



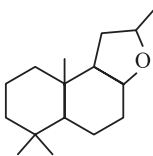
(A)



(B)



(X)



(D)

(۱) A و X، ایزومر یکدیگرند.



(۲) در ساختار مولکول‌های B و D، گروه عاملی اتری وجود دارد.



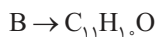
(۳) تفاوت جرم مولی مولکول‌های B و D، با جرم مولی پنتان برابر است.

(۴) ضریب گاز اکسیژن در معادله موازنه‌شده سوختن کامل مولکول B، برابر ۱۳ است.

### پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی ترکیب‌های داده‌شده به صورت زیر است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



بررسی گزینه‌ها:

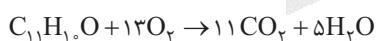
گزینه (۱): A و X فرمول مولکولی یکسان، اما ساختار متفاوت دارند؛ بنابراین ایزومر یکدیگر محسوب می‌شوند.

گزینه (۲): در ساختار هر دو مولکول B و D، گروه عاملی اتری ( $-O-$ ) وجود دارد.

گزینه (۳): با کم کردن فرمول مولکولی B و D از یکدیگر، فرمول پنتان به دست نمی‌آید:



گزینه (۴): معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل B به صورت زیر است:





اگر آنتالپی سوختن دو گاز متان و پروپان به ترتیب  $-۸۹۰$  و  $-۲۲۳۰$  کیلوژول بر مول باشد، بر اثر جذب گرمای حاصل از سوختن  $۱/۵$  گرم گاز اتان،  $۱۰$  کیلوگرم از کدام ماده، تغییر دمای بیشتری خواهد داشت و این تغییر به تقریب برابر چند درجه سلسیوس است؟ ( $H = ۱, C = ۱۲: g.mol^{-1}$ )

آهن	آلومینیم	ماده
۰/۴۵	۰/۹	ظرفیت گرمایی ویژه ( $J.g^{-1}.^{\circ}C^{-1}$ )

(۲) آهن،  $۱۷/۳۳$

(۱) آلومینیم،  $۱۷/۳۳$

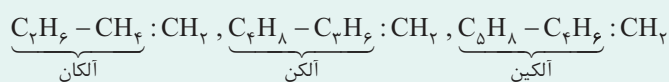
(۴) آهن،  $۸/۶۶$

(۳) آلومینیم،  $۸/۶۶$

### پاسخ: گزینه ۲

### درس Box

اگر به فرمول مولکولی چند عضو خانواده آلکانها، آلکنها و آلکینها دقت کنید، می بینید که هر دو عضو متوالی از این خانوادهها در یک گروه  $CH_2$  با هم اختلاف دارند:



بنابراین می توان گفت تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت است. به طور مثال، اختلاف آنتالپی سوختن متان و اتان با اختلاف آنتالپی سوختن اتان و پروپان تقریباً برابر است؛ پس اگر ما آنتالپی های سوختن متان و اتان را داشته باشیم، می توانیم آنتالپی سوختن پروپان را پیش بینی کنیم. آنتالپی های سوختن متان و اتان به ترتیب  $-۸۹۰$  و  $-۱۵۶۰$  کیلوژول بر مول است؛ بنابراین خواهیم داشت:

آنتالپی سوختن متان - آنتالپی سوختن اتان = آنتالپی سوختن اتان - آنتالپی سوختن پروپان

$$-۲۲۳۰ \text{ kJ.mol}^{-1} = \text{آنتالپی سوختن پروپان} \Rightarrow (-۸۹۰) - (-۱۵۶۰) = (-۱۵۶۰) - \text{آنتالپی سوختن پروپان}$$

به یور دیگه هم می شد گفت، متان و اتان در یک گروه  $CH_2$  با هم اختلاف دارند؛ پس اختلاف آنتالپی سوختن آن ها مربوط به گرمای حاصل از سوختن یک گروه  $CH_2$  است:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(CH_2) = -۱۵۶۰ - (-۸۹۰) = -۶۷۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

اتان و پروپان هم در یک گروه  $CH_2$  با هم اختلاف دارند، پس کافی است  $-۶۷۰ \text{ kJ}$  به آنتالپی سوختن اتان اضافه کنیم تا آنتالپی سوختن پروپان به دست آید:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(CH_2) = -۱۵۶۰ - ۶۷۰ = -۲۲۳۰ \text{ kJ} + \Delta H_{\text{سوختن}}(\text{اتان}) = \text{آنتالپی سوختن پروپان}$$

اگر دو عضو غیرمتوالی آلکانها رو هم به ما دادن، می شه از این روش استفاده کرد، به طور مثال می توان نوشت:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(C_8H_{18}) = \Delta H_{\text{سوختن}}(C_7H_{16}) + 6\Delta H_{\text{سوختن}}(CH_2) = -۱۵۶۰ + 6(-۶۷۰) = -۵۵۸۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

**گام اول:** ابتدا آنتالپی سوختن اتان را به دست می آوریم، برای این کار ابتدا لازم است آنتالپی سوختن گروه  $(CH_2)$  را محاسبه کرده و سپس مقدار آن را با آنتالپی سوختن متان جمع کنیم:

$$|\Delta H(CH_2)| = \frac{|\Delta H(C_7H_{16})| - |\Delta H(C_6H_{14})|}{2} = \frac{۲۲۳۰ - ۸۹۰}{2} = ۶۷۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

$$|\Delta H(C_7H_{16})| = |\Delta H(C_6H_{14})| + |\Delta H(CH_2)| = ۸۹۰ + ۶۷۰ = ۱۵۶۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

**گام دوم:** گرمای آزاد شده به ازای سوختن  $۱/۵$  گرم گاز اتان را به دست می آوریم:

$$Q = ۱/۵ \text{ g } C_7H_{16} \times \frac{۱ \text{ mol } C_7H_{16}}{۳۰ \text{ g } C_7H_{16}} \times \frac{۱۵۶۰ \text{ kJ}}{۱ \text{ mol } C_7H_{16}} = ۷۸ \text{ kJ}$$

قسمت اول: هر چه ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده کم تر باشد، تغییر دمای آن به ازای گرمای برابر بیشتر است؛ بنابراین تغییر دمای یک نمونه  $۱۰$  کیلوگرمی آهن به ازای گرمای برابر بیشتر است.

قسمت دوم: با استفاده از رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  مقدار تغییر دما را به دست می آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q=78 \text{ kJ}, c=0.45, m=10 \text{ kJ}} 78 = 10 \times 0.45 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{78}{4.5} = \frac{78 \times 2}{9} \approx 17/3^{\circ}C$$

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



کدام مورد درست است؟

۷۴

- (۱) گرماسنج لیوانی برای تعیین  $\Delta H$  فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.  
 (۲) متان به گاز مرداب معروف است و در آزمایشگاه می‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد.  
 (۳) با افزودن محلول سدیم نیترات به نقره کلرید، یک واکنش سریع انجام شده و نوعی رسوب سفیدرنگ تولید می‌شود.  
 (۴) در دمای اتاق، الیاف آهن در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.

## پاسخ: گزینه ۱

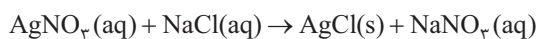
پاسخ خیلی تشریحی ✓

از گرماسنج لیوانی برای تعیین گرمای واکنش در فشار ثابت، به روش تجربی استفاده می‌شود. مانند تعیین  $\Delta H$  فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند و فشار سامانه در آن‌ها ثابت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): متان به گاز مرداب معروف است، اما در آزمایشگاه نمی‌توان آن را از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن تهیه کرد، زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار است.

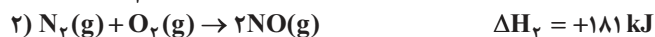
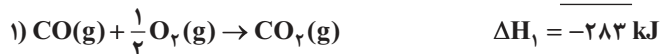
گزینه (۳): واکنش زیر یک واکنش سریع است و با تولید رسوب سفید نقره کلرید ( $\text{AgCl}$ ) همراه است:



گزینه (۴): الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در هوا نمی‌سوزد، در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ‌شده در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد، زیرا غلظت  $\text{O}_2$  در هوا بسیار کم است و هرچند دما بالاست، ولی واکنش سوختن الیاف آهنی انجام نمی‌شود. این موضوع اثر غلظت بر سرعت واکنش را نشان می‌دهد.



با توجه به واکنش‌های داده شده، کدام مورد نادرست است؟



(۱) برای محاسبه آنتالپی واکنش (۳)، باید واکنش (۱) را در ۲ ضرب کرده و واکنش (۲) را وارونه کنیم.

(۲) واکنش (۳) یک واکنش گرماده است و آنتالپی آن برابر  $-747 \text{ kJ}$  است.

(۳) واکنش تجزیه  $\text{NO}$  به عنصرهای سازنده، یک واکنش گرماگیر است.

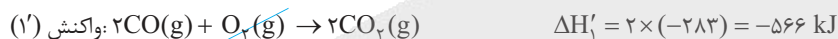
(۴) مطابق واکنش‌های (۱) و (۲)، گرمای آزاد شده در تشکیل ۲ مول  $\text{CO}_2$ ، بیشتر از گرمای مبادله شده در تشکیل ۴ مول  $\text{NO}$  است.

### پاسخ: گزینه ۳

واکنش  $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}$  گرماگیر ( $\Delta H > 0$ ) است؛ بنابراین وارونه آن یعنی تجزیه  $\text{NO}$  به عنصرهای سازنده، گرماده ( $\Delta H < 0$ ) می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های (۱) و (۲): ضریب  $\text{CO}$  در واکنش (۳) برابر ۲ است؛ بنابراین معادله واکنش (۱) را باید در ۲ ضرب کنیم. همچنین ( $2\text{NO}$ ) در سمت چپ معادله (۳) قرار دارد، از این رو معادله واکنش (۲) را باید وارونه کنیم:

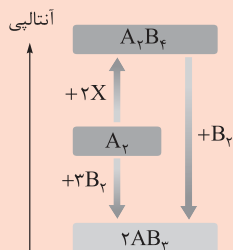


گزینه (۴): مطابق واکنش (۱) در تشکیل ۲ مول  $\text{CO}_2$ ،  $566 = 2 \times 283$  کیلوژول و مطابق واکنش (۲) در تشکیل ۴ مول  $\text{NO}$ ،  $362 = 2 \times 181$  کیلوژول گرما مبادله خواهد شد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به نمودار زیر، کدام مورد نادرست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل اند).



- (۱) مولکول X مانند مولکول کربن مونوکسید، دواتمی است.
- (۲) فرایند تشکیل  $A_p B_q$  از عناصر سازنده‌اش، یک فرایند گرماگیر است.
- (۳) مجموع آنتالپی پیوندها در ۲ مول  $AB_p$ ، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در ۱ مول  $A_p$  و ۳ مول  $B_p$  است.
- (۴) مولکول  $A_p B_q$  از  $AB_p$  ناپایدارتر است.

### پاسخ: گزینه ۲

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به نمودار، واکنش  $A_p + 3B_p \rightarrow 2AB_p$  گرماده است؛ بنابراین طبق رابطه محاسبه  $\Delta H$  واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده بزرگ‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده است.

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده } (y)] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده } (x)] = \Delta H (\text{واکنش})$$

$$\Delta H < 0 \rightarrow x < y$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): معادله واکنش تشکیل  $A_p B_q$  را ببینید:



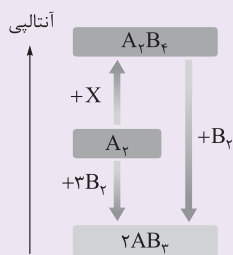
X، مولکول  $B_p$  است که مانند کربن مونوکسید (CO)، دواتمی است.

گزینه (۲): با توجه به نمودار، واکنش  $A_p + 2B_p \rightarrow A_p B_q$ ، گرماگیر است.

گزینه (۴):  $A_p B_q$  سطح انرژی بالاتری نسبت به  $AB_p$  دارد؛ بنابراین ناپایدارتر است.

(سوال ۲۲۸ کنکور تیرماه ۱۳۹۱)

با توجه به نمودار زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (همه گونه‌ها گازی شکل اند).



(۴) پنج

(۳) چهار

(۲) سه

(۱) دو

- به جای X می‌توان  $2B_p$  را قرار داد.
- به یک واکنش سه مرحله‌ای مربوط است.
- محتوای انرژی  $A_p$  از  $A_p B_q$  کم‌تر و از  $AB_p$  بیشتر است.
- علامت  $\Delta H$  واکنش تشکیل  $A_p B_q$  و  $AB_p$  مخالف یکدیگر است.
- مولکول  $A_p B_q$  از  $AB_p$  پایدارتر است، زیرا پیوندهای بیشتری دارد.



کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، مرطوب و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.  
 ب) پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی است که با کاهش تبخیر آب موجود در این مواد غذایی، زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.  
 پ) با گرم کردن محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق، محلول با سرعت بیشتری بی‌رنگ می‌شود.  
 ت) افزایش سرعت واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، همانند واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید در حضور چند قطره پتاسیم هیدروکسید، به دلیل وجود کاتالیزگر در این واکنش‌ها است.

- (۱) الف - ب  
 (۲) ب - پ  
 (۳) الف - پ - ت  
 (۴) الف - ب - ت

### پاسخ: گزینه ۴

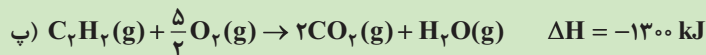
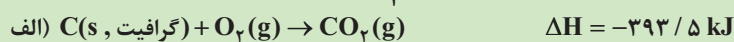
موارد «الف»، «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- الف) محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر است.  
 ب) وجود پوست و پوشش میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی برای افزایش زمان ماندگاری است، زیرا مانع از ورود اکسیژن و جانداران ذره‌بینی به درون آن‌ها می‌شود.  
 پ) محلول بنفش‌رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم‌شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.  
 ت) کاتالیزگرها باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند، برای مثال در سوختن قند آغشته به خاک باغچه و اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید (نه پتاسیم هیدروکسید!) به محلول هیدروژن پراکسید، حضور کاتالیزگر سرعت این واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۷۸ با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی واکنش  $\text{H}_2(\text{g}) + \frac{1}{2}\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{g})$  چند کیلوژول است؟



-286 / 3 (۲)

-394 / 5 (۱)

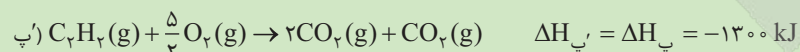
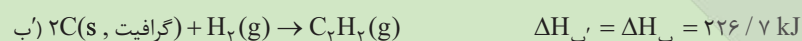
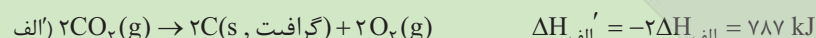
-266 / 4 (۴)

-124 / 5 (۳)

پاسخ: گزینه ۲

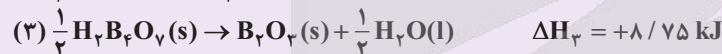
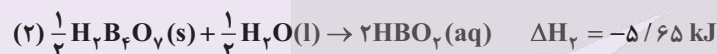
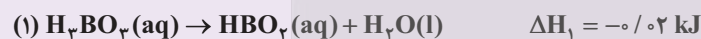
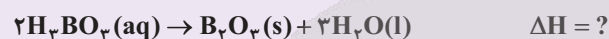
پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای رسیدن به واکنش اصلی، به واکنش‌های «ب» و «پ» دست نمی‌زنیم و به خاطر  $\text{O}_2$  و حذف  $\text{CO}_2$ ، واکنش «الف» را وارونه و در ۲ ضرب می‌کنیم (به خاطر حذف  $2\text{CO}_2$  در واکنش «پ»):



(سوال ۱۲ - امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

با توجه به اطلاعات داده‌شده، آنتالپی واکنش زیر را حساب کنید.





کدام مطلب درست است؟

۷۹

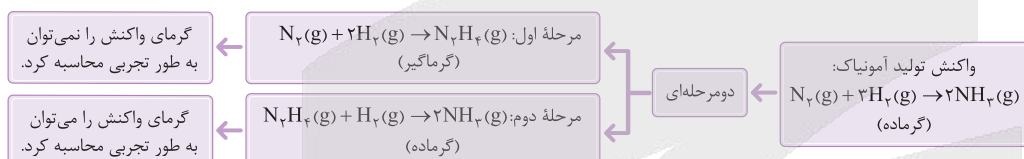
- (۱) در صنعت، هیدروژن پراکسید را از واکنش هیدروژن و اکسیژن در دماهای بالا به دست می‌آورند.
- (۲) شیمی‌دان‌های هواکره واکنشی طراحی کرده‌اند تا از واکنش  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$ ، گازهایی با آلایندگی کم‌تر و پایداری بیشتر به دست آید.
- (۳) جرم  $\text{CO}_2$  حاصل از سوختن یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول کم‌تر است، زیرا جرم مولی اتان از اتانول کم‌تر است.
- (۴) هیدرازین نسبت به آمونیاک ناپایدارتر است، اما علامت آنتالپی تشکیل هر دو ماده از گازهای  $\text{N}_2$  و  $\text{H}_2$  یکسان است.

## پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

- گزینه (۱): تهیه  $\text{H}_2\text{O}_2$  از واکنش  $\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}_2$  ممکن نیست، زیرا از این واکنش، آب تولید می‌شود که پایدارتر است.
- گزینه (۲): طراحی واکنش زیر، باعث تبدیل آلاینده‌های  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$  به گازهایی با آلایندگی کم‌تر و پایداری بیشتر می‌شود.
- $$2\text{CO}(\text{g}) + 2\text{NO}(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2(\text{g}) + 2\text{CO}_2(\text{g})$$
- گزینه (۳): جرم  $\text{CO}_2$  تولیدشده از سوختن  $1 \text{ g}$  اتانول نسبت به  $1 \text{ g}$  اتان کم‌تر است.
- گزینه (۴): علامت  $\Delta H$  واکنش  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$  مثبت و علامت  $\Delta H$  واکنش  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$  منفی است.





۸۰ چه تعداد از عوامل زیر، سبب کاهش سرعت واکنش  $2\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$  می شود؟

- کاهش دمای محلول
- کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید
- اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید
- اضافه کردن آب به ظرف واکنش

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

سه مورد (کاهش دمای محلول، کاهش غلظت مولی هیدروژن پراکسید و اضافه کردن آب به ظرف واکنش) باعث کاهش سرعت واکنش می شوند. در این واکنش، محلول پتاسیم یدید نقش کاتالیزگر را دارد و سرعت واکنش را افزایش می دهد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

