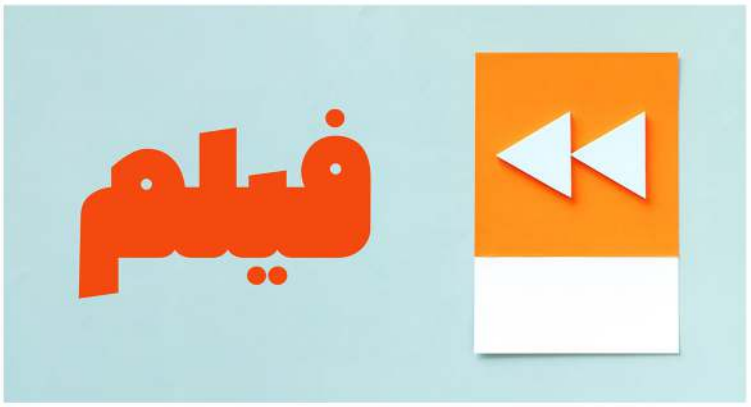
آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

فصل اول : هندسه تحلیلی و جبر

درس اول : هندسه تحلیلی ۱
مفاهیم مربوط به نقطه ۱
فاصله ها ۲
کاربرد رسم شکل در مسائل هندسه ی مختصاتی ۲
درس دوم : معادله ی درجه ی دوم و تابع درجه ی دوم ۲
معادله ی درجه ی دوم ۲
تابع درجه ی دوم ۴
درس سوم : معادلات گویا و معادلات رادیکالی ۴
معادلات گویا ۴
معادلات رادیکالی (گنگ) (اصم) ۵

فصل دوم : هندسه

ترسیم ها و مکان هندسی ۵
خواص نسبت تناسب ۵
قضیه تالس ۶
تشابه اشکال هندسی ۶
اجزای متناظر با نسبت تشابه ۶

فصل سوم : توابع

درس اول : آشنایی با برخی از انواع تابع ۸
یادآوری از تابع سال دهم ۸
توابع گویا - رادیکالی - چند ضابطه ای و دامنه ی تعریف آن ها ۸
توابع پله ای و تابع جزءصحیح ۸
درس دوم : وارون یک تابع و تابع یک به یک ۹
تابع وارون ۹

فصل چهارم : مثلثات

درس دوم : روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی ۹
فرمول های مقدماتی مثلثات ۹
محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی ۱۰

فصل پنجم : توابع نمایی و لگاریتمی

درس اول : تابع نمایی و ویژگی های آن ۱۱
تعریف و نمودار تابع نمایی ۱۱
معادلات و نامعادلات نمایی ۱۱
درس دوم : تابع لگاریتمی و ویژگی های آن ۱۱
تعریف، نمودار و دامنه ۱۱
قضایای لگاریتم ۱۲
معادلات و نامعادلات لگاریتمی ۱۲
محاسبه تقریبی مقدار لگاریتم ۱۳
درس سوم : نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی ۱۳
رسم نمودارهای توابع نمایی و لگاریتمی ۱۳
کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی ۱۳

فصل ششم : حد و پیوستگی

درس اول : فرآیندهای حدی ۱۴
بررسی حد در توابع چند ضابطه ای ۱۴
محاسبهٔ حد از روی ضابطه ۱۴
درس دوم : محاسبه ی حد توابع ۱۴
رفع ابهام از صفر صفرم ۱۴
درس سوم : پیوستگی ۱۴
پیوستگی در نقطه ۱۴
پیوستگی در بازه ۱۵

فصل هفتم : آمار و احتمال

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل ۱۵
احتمال شرطی ۱۵
پیشامدهای مستقل و وابسته ۱۵
درس دوم : آمار توصیفی ۱۶
واریانس ۱۶
ضریب تغییرات ۱۶

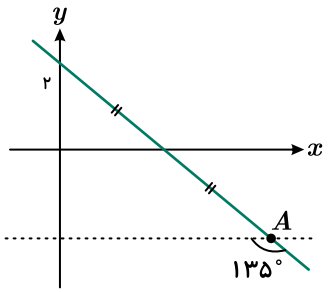
فصل اول : هندسه تحلیلی و جبر

درس اول : هندسه تحلیلی مفاهیم مربوط به نقطه

۱. فاصلهٔ نقطهٔ تلاقی منحنی‌های $۲y = x^۲$ و $x = \sqrt{y+۳} - \sqrt{y-۳}$ تا مبدأ مختصات کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۶}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۱۵}$

۲. در شکل زیر، فاصلهٔ نقطهٔ A از مبدأ مختصات کدام است؟ متوسط ۱۴۰۳



۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۳\sqrt{۶}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۵\sqrt{۲}$

۳. نقاط A و B به‌ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^۳ - ۲x - ۳$ و $y = x^۳ + x^۲ + ۱$ قرار دارند. اگر این نقاط روی خطی به موازات محور yها باشند، کمترین مقدار طول پاره‌خط AB کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۴. دو نقطه با مختصات $(-\frac{۱}{۲}, a)$ و $(-\frac{۱}{۳}, b)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط Δ برابر $\sqrt{۳}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟ آسان ۱۴۰۴

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۵. روی خطی به موازات محور yها، نقاط M و N، به‌ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^۳ - ۲x^۲ + ۱$ و $y = x^۳ + ۲x - ۳$ بین نقاط تلاقی دو منحنی قرار دارند. بیشترین مقدار طول پاره‌خط MN کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) ۲٫۵ ۲) ۳٫۵ ۳) ۴٫۵ ۴) ۵٫۵

۶. نقاط $A(-۲, k)$ و $B(۴, m)$ روی خطی با شیب $-\frac{۱}{۲}$ قرار داشته و دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. مساحت این مربع کدام است؟ آسان ۱۴۰۴

۱) $۳\sqrt{۱۰}$ ۲) $۳\sqrt{۵}$ ۳) ۴۵ ۴) ۹۰

۷. اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + ۲x = ۱۶$، $۲y - x = ۲$ و $y = ۰$ هستند. اندازهٔ میانهٔ نظیر ضلع افقی این مثلث در صفحهٔ مختصات کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) ۵ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) ۶

۸. شیب نیم‌خطی با نقطهٔ شروع $A(۲, ۴)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم که نقطهٔ B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-۳, -۱)$ باشد. محیط مستطیل کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) $۶\sqrt{۱۰}$ ۴) $۳\sqrt{۱۰}$

۹. نقطه $(۴٫۵, ۲)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $۴x + y = ۳$ و $x - ۴y = ۵$ هستند. بیشترین فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) $\frac{\sqrt{۱۷}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}$ ۳) $۲\sqrt{۱۷}$ ۴) $\sqrt{۱۷}$

WWW.ArefOnline.ir

۱۰. نقاط $A(-۱,۴)$، $B(۳,۱)$، $C(x,y)$ و $D(-۱-x,y+۳)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

فاصله ها

۱۱. مثلثی با رأس‌های $A(۱,۵), B(۷,۳)$ و $C(۲,-۲)$، مفروض است. اندازهٔ ارتفاع AH در مثلث ABC، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) ۴ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۱۲. نقطهٔ $H(۲,۱)$ را روی خط $۳x-y=۵$ در نظر بگیرید مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم به‌طوری که محیط مثلث $\sqrt{۲۷۰}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) $(\frac{۷}{۲},\frac{۱}{۲})$ ۲) $(\frac{۱۳}{۲},-\frac{۱}{۲})$ ۳) $(\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲})$ ۴) $(-\frac{۱}{۲},\frac{۱۱}{۶})$

۱۳. نقاط B، C و $M(۳,۲)$ روی خط $x+۲y=۷$ قرار دارند. مثلث متساوی‌الساقین ABC را چنان می‌سازیم که اندازهٔ میانهٔ AM برابر $۵\sqrt{۵}$ واحد و BC قاعدهٔ مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A، کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۵ ۲) -۲ ۳) -۵ ۴) -۸

۱۴. فاصلهٔ نقطهٔ A روی خط $x+y=a$ از دو نقطهٔ $B(-۳,۲)$ و $C(-۱,۴)$ به‌ترتیب برابر $\sqrt{۲۹}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟ سخت ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) -۲

۱۵. خط L در نقطهٔ $(-۴,-۳)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات مماس است. اگر خط عمود بر L در ناحیهٔ دوم بر این دایره مماس باشد، حاصل‌ضرب طول و عرض مختصات نقطهٔ برخورد دو خط کدام است؟ سخت ۱۴۰۴

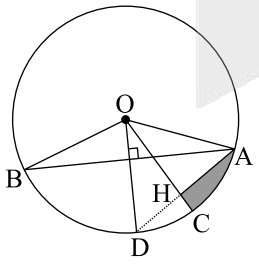
۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۶. دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y-ax=۱$ و $ay-x=a-۱$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(۱,۲)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) ۲٫۵ ۲) ۳٫۵ ۳) $\sqrt{۴۶}$ ۴) $۲\sqrt{۳۴}$

کاربرد رسم شکل در مسائل هندسه ی مختصاتی

۱۷. مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π، $A\hat{O}B=۱۲۰^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده‌شده کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲



۱) $\sqrt{۳}-\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\sqrt{۲}-\frac{\pi}{۶}$ ۳) $\pi-\sqrt{۳}$ ۴) $\pi-\sqrt{۲}$

درس دوم : معادله ی درجه ی دوم و تابع درجه ی دوم معادله ی درجه ی دوم

۱۸. در بازهٔ (a,b) عبارت $۱۵x^۲+۷۳x+۱۴$ منفی و عبارت $|\frac{x-۱}{۲}-۱|$ بزرگ‌تر از سه است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۲۳}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۶۷}{۱۵}$

WWW.ArefOnline.ir

۱۹. صفرهای تابع $y = ۲x^۲ - (m+۲)x + m$ و نقطهٔ تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^۲ - mx + ۱$ باشد؟ سخت ۱۴۰۲

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $-\frac{۳}{۴}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۲۰. معادلهٔ درجهٔ دوم $۳x^۲ + (۲m-۱)x + ۲ - m = ۰$ دارای دو ریشهٔ حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل‌ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) $\frac{۷}{۲}$ ۲) ۳ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۵}{۲}$

۲۱. معادلهٔ درجهٔ دوم $۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰$ دارای دو ریشهٔ مثبت است. بازهٔ مقادیر m، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) $(-۴, ۰)$ ۲) $(-۴, -۲)$ ۳) $(-۶, ۰)$ ۴) $(-۶, -۴)$

۲۲. فرض کنید $x_۱$ و $x_۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x = ۵ - x^۲$ باشند $\frac{۱}{(x_۲+۱)^۳}$ و $\frac{۱}{(x_۱+۱)^۳}$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟ سخت ۱۴۰۰

۱) $۱۲۵x^۲ + ۱۶x = ۱$ ۲) $۱۲۵x^۲ = ۱۶x + ۱$ ۳) $۱۲۵x^۲ = ۱۲x + ۱$ ۴) $۱۲۵x^۲ + ۱۲x = ۱$

۲۳. فرض کنید $a, b, c \in \{۱, ۲, \cdots, ۹\}$ باشد. چند معادلهٔ درجهٔ دوم به‌صورت $ax^۲ + bx - c = ۰$ می‌توان تشکیل داد به‌طوری که مجموع ریشه‌های هر معادله از حاصل‌ضرب ریشه‌های همان معادله دو واحد بیشتر باشد؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۲۴. اگر مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰$ به‌ترتیب s و p باشند حاصل عبارت $۲p^۲ - ۳sp + ۲s$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۰

۱) $۵۹ - ۷\sqrt{۶۹}$ ۲) $۷ + \sqrt{۶۹}$ ۳) ۵۰ ۴) $۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$

۲۵. فرض کنید $a, b, c \in \{۱, ۲, \cdots, ۹\}$. چند معادلهٔ درجهٔ دوم به‌صورت $ax^۲ + bx - c = ۰$ می‌توان نوشت که فاصلهٔ حاصل‌ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۲۶. اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - (a^۲ + b^۲ - ۱۲)x + a + b - ۱ = ۰$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟ سخت ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۲۷. اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ + ۲(a+۱)x + ۲a - ۱ = ۰$ باشند، به‌ازای کدام مقدار a، به‌ترتیب سه عدد α، a و β تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند؟ آسان ۱۴۰۱

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) ۱

۲۸. اختلاف ریشه‌های معادله $x^۲ + ۲kx + ۵ = ۰$ برابر $\frac{۴}{۳}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^۲}{۲}\right]$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۳

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۹. اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ - ۵x + ۲ = ۰$ باشند، مقدار $\frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲}$ کدام است؟ سخت ۱۴۰۴

۱) ۲۱ ۲) ۲۰ ۳) ۱۹ ۴) ۱۸

۳۰. اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰$ باشند، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^۲ + \beta^۲$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۳۱. مجموع جذر معکوس ریشه‌های معادلهٔ $۳۶x^۲ - (m+۱۴)x + ۱ = ۰$ برابر ۵ است. حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $mx^۲ + ۳x + ۲ = ۰$ کدام است؟ سخت ۱۴۰۴

۱) -۲ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) ۳

WWW.ArefOnline.ir

۳۲. اختلاف جذر دو ریشهٔ معادلهٔ $x^۲ - ۳mx + m = ۰$ برابر ۱ است. حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + mx - m = ۰$ کدام است؟ سخت۱۴۰۴

۱) $-\frac{۱}{۱۸}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۳۳. ریشه‌های معادله $۲x^۲ - ax + b = ۰$ نیم واحد از ریشه‌های معادلهٔ $۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰$ بیشتر است. مقدار $[\frac{ab}{۴}]$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱

۳۴. برای چند مقدار صحیح و یک‌رقمی a، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$، عددی صحیح است؟ سخت۱۴۰۳

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

تابع درجه ی دوم

۳۵. فرض کنید نقاط $(-۲,۵), (۰,۵)$ و $(۱,۱۱)$، بر سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام‌یک از نقاط زیر می‌گذرد؟ متوسط۱۳۹۹

۱) $(-۱,۳)$ ۲) $(-۱,۴)$ ۳) $(۲,۹)$ ۴) $(۲,۱۵)$

۳۶. فرض کنید $A(-۱,۹)$ رأس سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ گذرا بر نقطهٔ $(۳,۱)$ باشد. این سهمی از کدام‌یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟ متوسط۱۳۹۹

۱) $(۵,-۷)$ ۲) $(۵,-۹)$ ۳) $(۲,۵)$ ۴) $(۱,۵)$

۳۷. رأس سهمی $y = -ax^۲ + ax + ۲$ روی سهمی $y = ۲bx^۲ - bx - ۱$ قرار دارد و برعکس. مقدار $b - a$ چقدر است؟ متوسط۱۴۰۱

۱) -۶ ۲) ۶ ۳) -۱۸ ۴) ۱۸

۳۸. محور تقارن‌های سهمی‌های $y = x^۲ + ax - ۲$ و $y = -x^۲ - ۲x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = ۱$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) -۸ ۲) -۴ ۳) ۸ ۴) ۴

۳۹. به‌ازای کدام مجموعهٔ مقادیر m، سهمی به معادلهٔ $y = (۱-m)x^۲ + ۲(m-۳)x - ۱$، همواره پایین محور xها است؟ متوسط۱۳۹۸

۱) $۱ < m < ۵$ ۲) $۲ < m < ۵$ ۳) $۲ < m < ۴$ ۴) $۲ < m < ۶$

۴۰. به‌ازای چند مقدار a، سهمی $y = ax^۲ + (۳+۲a)x$ از ناحیهٔ سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ متوسط۱۴۰۱

۱) هیچ مقدار a ۲) تمام مقادیر a ۳) ۱ ۴) ۲

۴۱. نقاط $(-۴ , ۳)$ و $(-۴ , -۱٫۵)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟ متوسط۱۴۰۳

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۴۲. به‌ازای چند مقدار صحیح m، نقطهٔ مینیمم تابع $y = x^۲ - mx + ۲ - m$ در ناحیهٔ اول محورهای مختصات قرار دارد؟ آسان۱۴۰۴

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

درس سوم : معادلات گویا و معادلات رادیکالی معادلات گویا

۴۳. سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصلهٔ ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟ سخت۱۳۹۸

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۴۴. بهروز یک مجلّه را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟ متوسط۱۳۹۸

۱) ۳۲ ۲) ۳۳ ۳) ۳۵ ۴) ۳۶

WWW.ArefOnline.ir

۴۵. پرنده‌ای فاصلهٔ یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟ سخت۱۳۹۸

۱) ۱۲ ۲) ۱۲٫۵ ۳) ۱۳٫۵ ۴) ۱۵

معادلات رادیکالی (گنگ) (اصم)

۴۶. اگر $3a+\sqrt{2a^2+4a}=2$ باشد، حاصل $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟ سخت۱۳۹۸

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳٫۵ ۴) ۴٫۵

۴۷. اگر $2a+\sqrt{3a+16}=1$ باشد، عدد $4a+9$، کدام است؟ متوسط۱۳۹۸

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۵ ۴) ۲۱

۴۸. معادله $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=\frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}}-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3}$ چند ریشهٔ مثبت دارد؟ سخت۱۴۰۱

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۹. معادلهٔ $\frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}=\frac{1}{2-\sqrt{2-x}}-\frac{1}{\sqrt{2-x}+2}$ چند ریشهٔ مثبت دارد؟ متوسط۱۴۰۱

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۰. معادلهٔ $\sqrt{2x-3}=\sqrt{x+\sqrt{x-2}-\sqrt{2-x}}$ چند ریشهٔ حقیقی دارد؟ متوسط۱۴۰۲

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

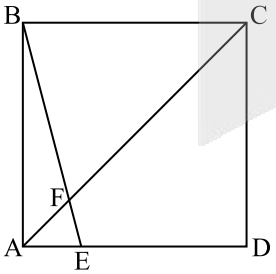
فصل دوم : هندسه

ترسیم ها و مکان هندسی

۵۱. خطوط $3y+x=-9$ و $ax-y=3$، یکدیگر را در نقطهٔ A و خط $y-x=0$ را به‌ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیهٔ اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B-C)$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۵۲. در مربع شکل زیر، اندازهٔ ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟ متوسط۱۴۰۲



۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

خواص نسبت تناسب

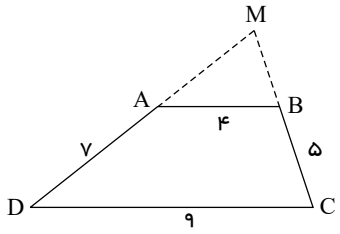
۵۳. نقاط M و N روی پاره‌خط AB قرار دارند. نقطهٔ M پاره‌خط AB را به نسبت ۱ به ۵ و نقطهٔ N این پاره‌خط را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم می‌کند. اگر $MN=22$ و هر دو نقطه به یک سر پاره‌خط نزدیک‌تر باشند، مجموع ارقام طول پاره‌خط AB چقدر است؟ سخت۱۴۰۴

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

WWW.ArefOnline.ir

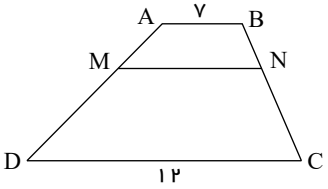
قضیه تالس

۵۴. اندازهٔ اضلاع ذوزنقه $ABCD$ مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹



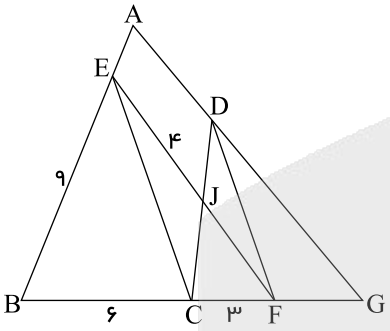
۱) ۱۳٫۲
۲) ۱۳٫۶
۳) ۱۴٫۴
۴) ۱۴٫۸

۵۵. در ذوزنقهٔ $ABCD$، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD}=\frac{۲}{۳}$ است. اندازهٔ MN، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹



۱) ۸
۲) ۸٫۷۵
۳) ۹
۴) ۹٫۵

۵۶. در شکل زیر، $AB||CD$ و $EC||DF$ است. اندازهٔ DF چقدر است؟ متوسط ۱۴۰۲

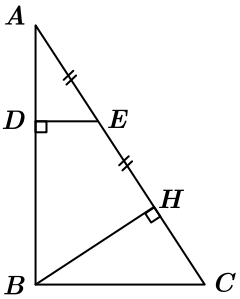


۱) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۴}$
۲) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳۳}}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$

۵۷. نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AC و BC مثلث ABC، انتخاب شده‌اند. اگر $۵AM=۳CM$ و مساحت مثلث ABC، ۲ برابر مساحت مثلث CMN باشد، مقدار $\frac{BN}{CN}$ کدام است؟ سخت ۱۴۰۳

۱) ۰٫۲۵
۲) ۰٫۷۵
۳) ۰٫۸
۴) ۰٫۲

۵۸. در شکل زیر، $AB=۱۶$، $BC=۱۲$ و زاویهٔ $\widehat{ABC}$ قائمه است. طول DE چقدر است؟ متوسط ۱۴۰۴



۱) ۳٫۸۴
۲) ۲٫۶۴
۳) ۲٫۳۶
۴) ۱٫۹۲

تشابه اشکال هندسی اجزای متناظر با نسبت تشابه

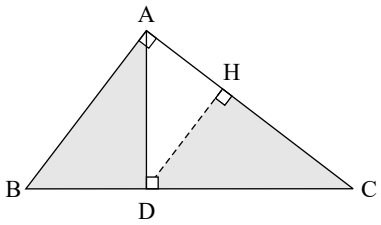
۵۹. در مثلث قائم الزاویه ABC، اضلاع قائم $AB=۳\sqrt{۵}$ و $AC=۶$ ارتفاع AH و میانهٔ AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC، چند برابر مساحت مثلث AMH، است؟ سخت ۱۳۹۸

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۸

WWW.ArefOnline.ir

۶۰. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، طول اضلاع‌قائم $AB = \sqrt{۳}$ و $AC = ۲$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD، کدام است؟

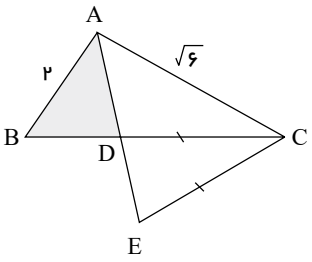
متوسط ۱۳۹۹



۱) $\frac{۳}{۷}$
۲) $\frac{۴}{۷}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۱}$
۴) $\frac{۸}{۹}$

۶۱. در شکل زیر، AD نیمساز زاویهٔ A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟

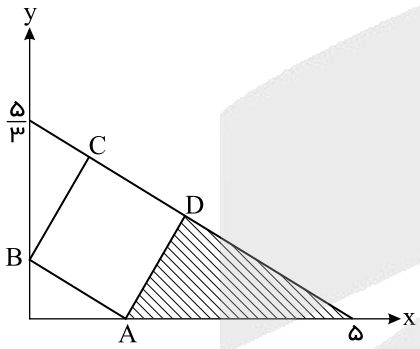
متوسط ۱۳۹۹



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۶۲. در شکل زیر، مساحت مستطیل $ABCD$ ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشورخورده چقدر است؟

متوسط ۱۴۰۲



۱) $\frac{۱۵}{۸}$
۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$
۳) $\frac{۲۵}{۱۲}$
۴) $\frac{۲۵}{۲۴}$

۶۳. در مثلث ABC، اندازهٔ زاویهٔ $\hat{A}$ دو برابر اندازهٔ زاویهٔ $\hat{B}$ است. اگر $AC = ۵$ و $BC = ۷$ باشد، اندازهٔ ضلع AB کدام است؟

متوسط ۱۴۰۴

۱) ۵٫۲
۲) ۵٫۲۵
۳) ۴٫۷۵
۴) ۴٫۸

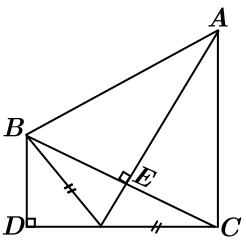
۶۴. مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و x با مثلثی با اضلاع ۳، ۷ و y متشابه است. اختلاف کمترین و بیشترین مقادیر ممکن برای y کدام است؟

سخت ۱۴۰۴

۱) ۷٫۲
۲) ۶٫۳۵
۳) ۳٫۱۵
۴) ۲٫۸

۶۵. در شکل زیر، $BD = ۲$، $CD = ۴$ و زاویهٔ $A\hat{C}D$ قائمه است. مساحت مثلث ABE کدام است؟

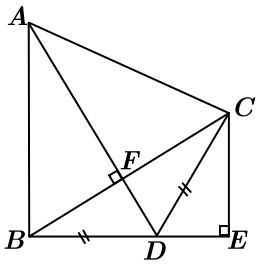
متوسط ۱۴۰۴



۱) ۱۰
۲) ۷٫۵
۳) ۵
۴) ۲٫۵

WWW.ArefOnline.ir

۶۶. در شکل زیر، $BE = ۴, CE = ۳$ و زاویهٔ ABE قائمه است. مساحت مثلث ACF کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴



۱) $\frac{۳۵}{۴}$
۲) $\frac{۲۵}{۳}$
۳) $\frac{۳۵}{۸}$
۴) $\frac{۲۵}{۶}$

فصل سوم : توابع

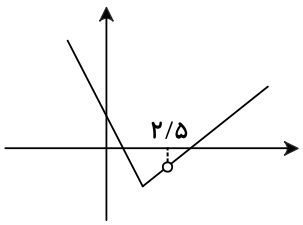
درس اول : آشنایی با برخی از انواع تابع یادآوری از تابع سال دهم

۶۷. حداقل چند عضو از مجموعهٔ $f = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{Z}, x = \frac{۷۲}{y^۲ - ۱}\}$ حذف شود تا f، یک تابع باشد؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

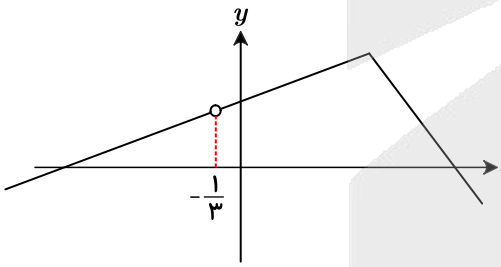
توابع گویا – رادیکالی – چند ضابطه ای و دامنه ی تعریف آن ها

۶۸. نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \frac{۲x^۲ + ax + b}{۴x - c} & x \geq ۱ \\ ۴ - \frac{c}{۲}x & x < ۱ \end{cases}$ به‌صورت زیر رسم شده است. مقدار $a + b$ کدام است؟ آسان ۱۴۰۴



۱) ۴
۲) ۱
۳) -۱
۴) -۴

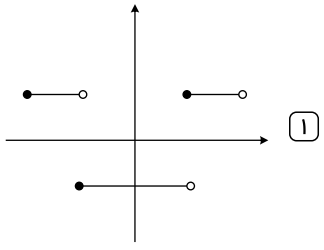
۶۹. شکل زیر، نمودار تابع f با ضابطهٔ $f(x) = \begin{cases} \frac{۳x^۲ + ax + b}{۶x + c} & x \leq ۲ \\ ۴ - \frac{c}{۲}x & x > ۲ \end{cases}$ است. مقدار ab کدام است؟ آسان ۱۴۰۴

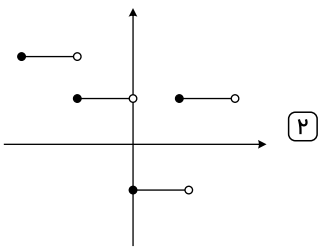


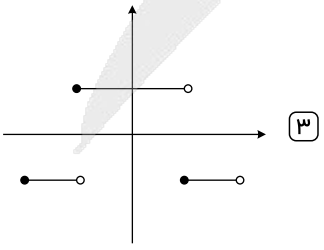
۱) ۱۴
۲) ۶
۳) -۶
۴) -۱۴

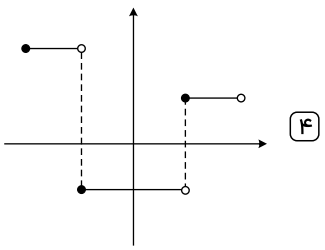
توابع پله ای و تابع جزءصحیح

۷۰. نمودار تابع $y = ۲|[۳x]| - ۱$ به ازای $-\frac{۱}{۲} \leq x < \frac{۱}{۲}$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۰

۱)


۲)


۳)


۴)


۷۱. اگر $\frac{۴ - ۲x}{۳x + ۱} \geq ۰$ باشد، مجموعه مقادیر $[۳x]$ چند عضو دارد؟ متوسط ۱۴۰۱

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

WWW.ArefOnline.ir

درس دوم : وارون یک تابع و تابع یک به یک تابع وارون

۷۲. اگر $x \geq ۱$; $f(x) = x^۲ - ۲x - ۳$ باشد، نمودارهای دو تابع $f^{-۱}(x)$ و $g(x) = \frac{x-۹}{۲}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟ سخت۱۳۹۸

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۷۳. اگر $f = \{(۱,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۶)\}$ و $g = \{(۲,۳),(۴,۲),(۵,۶),(۳,۱)\}$ باشند. تابع $\frac{g}{gof^{-۱}}$، کدام است؟ متوسط۱۳۹۸

۱) $\{(۴,۲),(۵,۲)\}$ ۲) $\{(۴,۲),(۳,۵)\}$ ۳) $\{(۵,۲),(۲,۴)\}$ ۴) $\{(۳,۵),(۲,۴)\}$

۷۴. اگر $f = \{(۱,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۶)\}$ و $g = \{(۲,۳),(۴,۲),(۵,۶),(۳,۱)\}$ دو تابع باشند، برد تابع $(g^{-۱}of) - f$، کدام است؟ آسان۱۳۹۸

۱) $\{-۱,۴\}$ ۲) $\{۲,۳\}$ ۳) $\{۳,۴\}$ ۴) $\{۲,-۱\}$

۷۵. اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(۶) + g(۱۲)$، کدام است؟ متوسط۱۳۹۹

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۷۶. تابع $f(x) = \begin{cases} ۲ - ۳x & , \quad ۲x + ۳ \leq ۰ \\ ۲ + ۲mx - x^۲ & , \quad ۲x + ۳ > ۰ \end{cases}$ روی دامنهٔ تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر $f^{-۱}$ وارون تابع f به‌ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-۱}(-۱۹)$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۷۷. به‌ازای کدام مقدار a، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^۳ + ۶x^۲ + ax + ۱$ خط $۱۰y - x = -۱۰$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟ سخت۱۴۰۳

۱) ۱۵ ۲) ۱۲ ۳) ۹ ۴) ۵

۷۸. وارون تابع $y = x^۲ + \sqrt{b - ax}$ خط $y = x - ۴$ را در نقطهٔ $(a,-۱)$ قطع می‌کند. مقدار $a - b$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۴

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) ۲ ۴) ۴

۷۹. تابع $y = \frac{x}{|x|}\sqrt{a + bx^۲}$ و وارون آن از نقطهٔ $(-\frac{۳}{۵},-\frac{۴}{۵})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟ آسان۱۴۰۴

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) -۳ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) -۱

۸۰. تابع $y = \frac{|x|}{x}\sqrt{a + bx^۲}$ و وارون آن از نقطهٔ $(۰/۶, ۰/۸)$ عبور می‌کنند. مقدار ab کدام است؟ آسان۱۴۰۴

۱) ۴/۵ ۲) ۲/۵ ۳) -۱ ۴) -۳

فصل چهارم : مثلثات

درس دوم : روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی فرمول های مقدماتی مثلثات

۸۱. اگر $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$ باشد، حاصل $\sqrt{۱ + \tan^۲ x}(۲\sin^۲ \frac{\pi}{۴} - \sin^۲ x)$، کدام است؟ آسان۱۳۹۸

۱) $\sin x$ ۲) $\cos x$ ۳) $-\sin x$ ۴) $-\cos x$

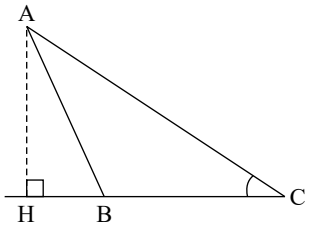
۸۲. اگر $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{۱ + \tan^۲ x}}(\frac{۱}{\sin x} - \sin x)$، کدام است؟ آسان۱۳۹۸

۱) $-\cos^۲ x$ ۲) $-\cos x$ ۳) $\cos^۲ x$ ۴) $\cos x$

WWW.ArefOnline.ir

متوسط ۱۳۹۹

۸۳. در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{۵}{۱۳}$ و $CH = ۹$، اندازهٔ ارتفاع AH، کدام است؟



۱) ۳٫۲۵
۲) ۳٫۵
۳) ۳٫۶
۴) ۳٫۷۵

آسان ۱۴۰۲

۸۴. اگر $\sin \alpha = ۲ \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

۱) $-\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $-\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۳) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۱۰}$

متوسط ۱۴۰۲

۸۵. اگر $\tan x + \cot x = -۳$ و $۳\pi < ۴x < ۴\pi$ باشد، حاصل $\frac{۱}{\cos^۳ x + \sin^۳ x}$ کدام است؟

۱) $-۰٫۵\sqrt{۶}$
۲) $۰٫۷۵\sqrt{۳}$
۳) $-۰٫۷۵\sqrt{۳}$
۴) $۰٫۵\sqrt{۶}$

محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی

متوسط ۱۳۹۸

۸۶. حاصل عبارت $\sin(\frac{۱۷\pi}{۳})\cos(\frac{-۱۷\pi}{۶}) + \tan(\frac{۱۹\pi}{۴})\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶})$، کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

آسان ۱۳۹۸

۸۷. حاصل عبارت $\tan \frac{۱۱\pi}{۴} + \sin \frac{۱۵\pi}{۴} \cos \frac{۱۳\pi}{۴}$، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

متوسط ۱۳۹۸

۸۸. حاصل عبارت $\tan \frac{۱۷\pi}{۶} \sin \frac{۱۱\pi}{۳} + \cos \frac{۱۰\pi}{۳}$، کدام است؟

۱) -۱
۲) صفر
۳) ۱
۴) $\sqrt{۳}$

متوسط ۱۳۹۸

۸۹. اگر $\tan \alpha = \frac{۴}{۳}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲})$$

۱) $-۱٫۲۳$
۲) $-۰٫۵۲$
۳) $۰٫۲۷$
۴) $۰٫۴۸$

متوسط ۱۳۹۹

۹۰. حاصل عبارت $\sin(۸۴۰)\tan(۴۸۰) + \cos(۲۱۰)\tan(۳۰۰)$، کدام است؟(اعداد داده شده برحسب درجه هستند.)

۱) $-\frac{۱}{۲}$
۲) صفر
۳) ۱
۴) ۲

متوسط ۱۳۹۹

۹۱. حاصل عبارت $\cos(۲۵۵)\cos(۱۰۹۵) - \tan(۲۸۵)\tan(-۱۶۵)$، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند.)

۱) $\sin^۲(۱۵)$
۲) $\cos^۲(۱۵)$
۳) $-\sin^۲(۱۵)$
۴) $-\cos^۲(۱۵)$

سخت ۱۴۰۰

۹۲. اگر زاویهٔ α در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی و $tan\alpha = \frac{۳}{۴}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(۲\alpha - \frac{\pi}{۲}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(۲\alpha)}$ کدام است؟

۱) $-\frac{۹۶}{۱۷۵}$
۲) $\frac{۱۰۵۶}{۱۷۵}$
۳) $\frac{۹۶}{۱۷۵}$
۴) $-\frac{۱۰۵۶}{۱۷۵}$

متوسط ۱۴۰۰

۹۳. ساده شدهٔ عبارت $\frac{\sin(\theta)}{۱ - \cos(\theta)} + \frac{۱ + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$، کدام است؟

۱) $\cos(\frac{\theta}{۲})$
۲) $\sin(\frac{\theta}{۲})$
۳) $۲\cot(\frac{\theta}{۲})$
۴) $۲\tan(\frac{\theta}{۲})$

WWW.ArefOnline.ir

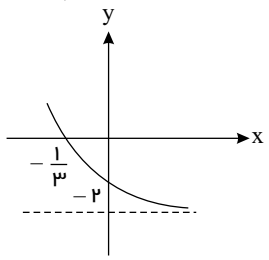
فصل پنجم : توابع نمایی و لگاریتمی

درس اول : تابع نمایی و ویژگی های آن تعریف و نمودار تابع نمایی

۹۴. نمودار یک تابع به‌صورت $f(x)=۳^{Ax+B}$، نمودار تابع $g(x)=x^{۲}$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطهٔ تلاقی تابع f با محور yها، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۸

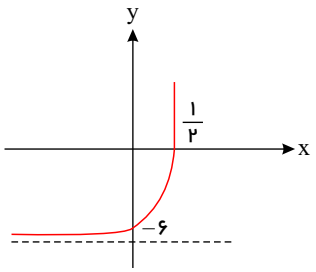
۱) $\frac{۱}{۲۷}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۹۵. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=-۴+۲^{ax+b}$ است. $f(-\frac{۵}{۳})$، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹



۱) ۵۴
۲) ۶۰
۳) ۴۸
۴) ۲۸

۹۶. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=-۹+(\frac{۱}{۳})^{ax+b}$ است. $f(۲)$، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹



۱) ۲۳۴
۲) ۱۰۸
۳) ۷۲
۴) ۱۸

۹۷. تابع $y=۲^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد xها در جهت منفی و سپس در امتداد محور yها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟ متوسط ۱۴۰۰

۱) $-\frac{۵}{۲}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

معادلات و نامعادلات نمایی

۹۸. نمودار یک تابع نمایی $f(x)=-۲+(\frac{۱}{۲})^{Ax+B}$، نمودار تابع $g(x)=x^{۲}-x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(۳)$ کدام است؟ متوسط ۱۳۹۸

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۹۹. بزرگ‌ترین عضو مجموعه $A=\{m^{۳}+n^{۲}|m,n\in\mathbb{N}, ۸^{-\frac{۲}{۳}m}\times ۴^{-n}+۴^{-m}\times ۸^{-\frac{۲}{۳}n}>\frac{۱}{۱۲۸}\}$، کدام است؟ سخت ۱۴۰۲

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۵ ۴) ۲

۱۰۰. معادلهٔ $۲^{۲|x|}=(۰/۲۵)^{x^{۲}-x}$ چند جواب دارد؟ سخت ۱۴۰۴

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

درس دوم : تابع لگاریتمی و ویژگی های آن تعریف، نمودار و دامنه

۱۰۱. دامنهٔ $f(x)=\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{۱}{۲}}x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

WWW.ArefOnline.ir

قضایای لگاریتم

۱۰۲. اگر $\log_{۴}^{۳} = ۰/۸$ باشد، مقدار $\log_{۱۲}^{۶}$، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) $\frac{۱۳}{۱۸}$ ۲) $\frac{۸}{۱۱}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

۱۰۳. اگر $\log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸}$، آن‌گاه $\log_{۱۸}^{۸}$، کدام است؟ متوسط ۱۳۹۹

۱) $\frac{۱۵}{۲۲}$ ۲) $\frac{۵}{۷}$ ۳) $\frac{۸}{۱۱}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۰۴. دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{\log_{۴}(x^{۲}-x-۲)}{\sqrt{x^{۲}-۱}+۱}$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۰

۱) $(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty)$ ۲) $(-۱,۲)$ ۳) $(-\infty,-۲)\cup(۱,+\infty)$ ۴) $(-۲,۱)$

۱۰۵. حاصل عبارت $(\log_{۲۱}^{(۳)})^{۲} + \log_{۲۱}^{(۱۴۷)}\log_{۲۱}^{(۱۳۲۳)}$ کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶. اگر $\log_{۸}۱۸ = m$ باشد، حاصل $\log_{۴}۱۲$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۱

۱) $\frac{۳}{۴}(m+۱)$ ۲) $\frac{۳m+۱}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۴}(m-۱)$ ۴) $\frac{۳m-۱}{۴}$

۱۰۷. مقدار $\log_{n}^{m} = a$ و مقدار $\log_{mn}^{m^{۲}n} = b$ است. اگر $a>۰$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟ سخت ۱۴۰۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۸. اگر $A = \{\log_{۹}x + ۳\log_{x^{۲}}۳ : x>۱\}$ باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعهٔ A کدام است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) $\sqrt{۳}$

معادلات و نامعادلات لگاریتمی

۱۰۹. اگر $\left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^{۲}} = (۰/۴)^{۲x-۱}$ باشد، $\log_{۸}^{(۹x+۱)}$ کدام است؟ متوسط ۱۳۹۸

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۱۰. اگر $۸۱^{x} = ۳^{x^{۲}-۲}$ باشد، $\log_{۶}^{(x-۲)}$ کدام است؟ متوسط ۱۳۹۸

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۱۱. اگر تساوی $\log_{y}^{x} - ۲\log_{x}^{y} = ۱$ به ازای $x,y>۱$ برقرار باشد کدام تساوی درست است؟ متوسط ۱۴۰۰

۱) $y=x^{۲}$ ۲) $y=x^{۳}$ ۳) $y=\sqrt{x}$ ۴) $xy=۲$

۱۱۲. مجموع جواب‌های معادلهٔ $\log_{۲}(۴^{x}+۱۵) = x+۳$، کدام است؟ سخت ۱۴۰۰

۱) ۸ ۲) ۱۵ ۳) $\log_{۲}۱۵$ ۴) $\log_{۴}۱۵$

۱۱۳. اگر $\log۲ \simeq ۰/۳$ و $\log۳ \simeq ۰/۴$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^{۲}(\log۳۰) + ۲x(\log۶) - \log\frac{۵}{۶} = ۰$ چقدر است؟ متوسط ۱۴۰۲

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۵ ۳) ۱/۴ ۴) ۱

۱۱۴. اگر $\log_{۲}(x-۲) + \log_{۲}(x^{۲}+۲x+۴) = ۳$ باشد، مقدار $\log\sqrt[۳]{۲}\,x$ کدام است؟ آسان ۱۴۰۳

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۳ ۴) ۴

WWW.ArefOnline.ir

محاسبه تقریبی مقدار لگاریتم

۱۱۵. اگر مقادیر تقریبی $\log_{۲} ۷ = ۲٫۸$ و $\log_{۵} ۲ = ۰٫۵$ باشد، حاصل $\log_{۱۴} ۱۰$ کدام است؟ آسان ۱۴۰۴

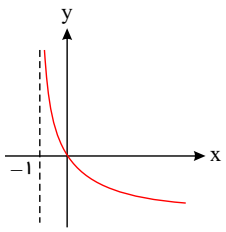
۱) $\frac{۱۵}{۱۹}$ ۲) $\frac{۱۰}{۱۹}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۴}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۱۱۶. اگر مقادیر تقریبی $\log_{۳} ۵ = ۱٫۵$ و $\log_{۲} ۳ = ۱٫۶$ باشد، حاصل $\log_{۱۵} ۶$ کدام است؟ آسان ۱۴۰۴

۱) ۰٫۸۵ ۲) ۰٫۷۵ ۳) ۰٫۶۵ ۴) ۰٫۵۵

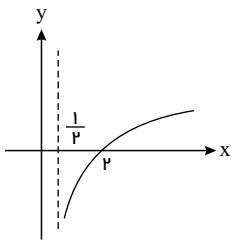
درس سوم : نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی رسم نمودارهای توابع نمایی و لگاریتمی

۱۱۷. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_{۲}^{U(x)}$ است. $U(x)$ کدام است؟ متوسط ۱۳۹۸



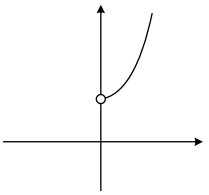
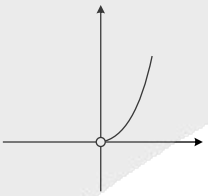
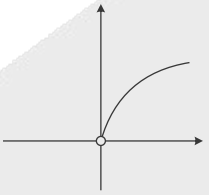
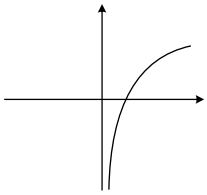
۱) $x + ۱$
۲) $(x + ۱)^{-۱}$
۳) $x - ۱$
۴) $۱ - x$

۱۱۸. شکل زیر، نمودار تابع $y = -۱ + \log_{b}^{(۲x+a)}$ است. این منحنی خط $y = ۱$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟ متوسط ۱۳۹۸



۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۶ ۴) ۷

۱۱۹. نمودار تابع $f(x) = ۹^{\log_{۳}^{x}}$ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۰

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی

۱۲۰. نمودار یک تابع به‌صورت $f(x) = ۳^{Ax+B}$، نمودار تابع $y = x^{۲}$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطهٔ تلاقی تابع f با محور yها، کدام است؟ آسان ۱۳۹۸

۱) $\frac{۱}{۲۷}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۱۲۱. مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{۱}{۱۰}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ $(\log ۳ = ۰٫۴۸)$ متوسط ۱۳۹۹

۱) ۳۶۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۷۰ ۴) ۲۴۰

۱۲۲. در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به‌جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{۱}{۳}$ غلظت اولیه می‌شود؟ $(\log ۳ = ۰٫۴۸ \ , \ \log ۲ = ۰٫۳)$ سخت ۱۳۹۹

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

WWW.ArefOnline.ir

فصل ششم : حد و پیوستگی

درس اول : فرآیندهای حدی بررسی حد در توابع چند ضابطه ای

۱۲۳ . تابع با ضابطهٔ $f(x)=۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right]+a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]$ در نقطهٔ $x=-۲$ حد دارد. مقدار $\left[\frac{a}{۳}\right]$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۴

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۲۴ . تابع با ضابطهٔ $f(x)=\left[\frac{۲-x}{۲}\right]-a\left[\frac{x+۴}{۵}\right]$ در نقطهٔ $x=-۴$ حد دارد. مقدار $[a]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.) متوسط۱۴۰۴

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

محاسبهٔ حد از روی ضابطه

۱۲۵ . حاصل $\lim\limits_{x\to-\frac{۱}{۲}}[۸x^۳-x]$ کدام است؟ آسان۱۴۰۴

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) وجود ندارد.

درس دوم : محاسبه ی حد توابع رفع ابهام از صفر صفرم

۱۲۶ . مقدار غیرصفر حد $\lim\limits_{x\to۸}\frac{b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲b}{ax-b}$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

درس سوم : پیوستگی پیوستگی در نقطه

۱۲۷ . به‌ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{۸+x^۳}{|x+۲|} & ; x\neq-۲\\ a & ; x=-۲\end{cases}$، در نقطهٔ $x=-۲$، فقط از چپ پیوسته است؟ متوسط۱۳۹۸

۱) -۱۲ ۲) -۶ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۲۸ . به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{۲\sin^۲x-\sin x-۱}{\cos^۲x} & ; x\neq\frac{\pi}{۲}\\ a & ; x=\frac{\pi}{۲}\end{cases}$، در $x=\frac{\pi}{۲}$ پیوسته است؟ متوسط۱۳۹۹

۱) ۱٫۵ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $-۱٫۵$

۱۲۹ . اگر در ریشه‌ای از معادله $۵x^۲-ax+b=۰$، حد تابع $f(x)=\frac{x^۲+ax+b}{x-۱}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $[\frac{b-۲a}{۳}]$ کدام است؟ متوسط۱۴۰۲

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۳۰ . اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{۳x^۲+(m-۱)x+(m-۴)}}{|x^۳+((m-۷)x+a)^۲|} & , x\neq a\\ \frac{۲\sin b}{۳\sqrt{x+۲}} & , x=a\end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟ سخت۱۴۰۲

۱) $\frac{\pi}{۳}$ ۲) $\frac{\pi}{۶}$ ۳) $\frac{۵\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۵\pi}{۶}$

۱۳۱ . به‌ازای چند مقدار a، تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{x+a} & x\geq a\\ \frac{a-۱}{x-۱} & x<a\end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؟ متوسط۱۴۰۴

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

WWW.ArefOnline.ir

پیوستگی در بازه

۱۳۲. فرض کنید $f(x)=\begin{cases}(x-1)[x] & ;\ |x-1|<1\\ x^2+ax+b & ;\ |x-1|\geq 1\end{cases}$**، یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار** a**، کدام است؟** متوسط ۱۳۹۹

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) -1 ۳) 1 ۴) $\frac{5}{2}$

۱۳۳. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x)=[x]\sin\pi x\ ;\ |x|\leq 2$ **کدام است؟** متوسط ۱۳۹۹

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

۱۳۴. تابع $f(x)=\begin{cases}\tan\frac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq 1\\ \frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5\\ b(x-[-x]) & x\geq 5\end{cases}$ **روی بازه** $[1,5]$ **پیوسته است. مقدار** ab **کدام است؟** متوسط ۱۴۰۲

۱) $-0/7$ ۲) $-0/5$ ۳) $0/7$ ۴) $0/5$

۱۳۵. تابع f **با ضابطهٔ** $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+mx+n}{a-x} & x\neq a\\ 2 & x=a\end{cases}$ **روی** $\mathbb{R}$ **پیوسته است. اگر** $f(2a)=0$ **باشد، مقدار** $n-m$ **کدام است؟** متوسط ۱۴۰۴

۱) -2 ۲) -4 ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۱۳۶. تابع f **با ضابطهٔ** $f(x)=\begin{cases}\frac{mx^2+n}{a-x} & x\neq a\\ 1 & x=a\end{cases}$ **روی** $\mathbb{R}$ **پیوسته است. مقدار** $\frac{a}{n}$ **کدام است؟** متوسط ۱۴۰۴

۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) -2

فصل هفتم : آمار و احتمال

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل

احتمال شرطی

۱۳۷. احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشتهٔ پزشکی، یکی از سه دانشگاه A**،** B **و** C **را انتخاب کند، به‌ترتیب، ۰/۴، ۰/۳۵ و ۰/۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های** A**،** B **و** C **را انتخاب کند، به‌ترتیب، با احتمال ۰/۲۵، ۰/۳ و ۰/۳۵ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشتهٔ پزشکی قبول شود؟** متوسط ۱۴۰۲

۱) ۲۰/۵۵ ۲) ۲۹/۵۵ ۳) ۲۰/۲۵ ۴) ۲۹/۲۵

پیشامدهای مستقل و وابسته

۱۳۸. فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال‌های ۰/۶ و ۰/۴ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آنها یک بار تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟ متوسط ۱۴۰۱

۱) $\frac{15}{19}$ ۲) $\frac{5}{6}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{17}{25}$

۱۳۹. احتمال اینکه نیلوفر در درس ریاضی قبول شود $\frac{2}{3}$ **احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال آنکه فقط دوستش در درس ریاضی قبول شود برابر** $\frac{3}{8}$ **باشد، با کدام احتمال هیچ‌کدام در درس ریاضی قبول نمی‌شوند؟** متوسط ۱۴۰۴

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{1}{4}$

WWW.ArefOnline.ir

درس دوم : آمار توصیفی واریانس

۱۴۰ . اگر انحراف ۵ دادهٔ آماری از y، به‌ترتیب برابر -۱، -۵، -۶، -۷ و ۴ باشد، واریانس داده‌های اصلی کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) ۱۵٫۶ ۲) ۱۶٫۴ ۳) ۲۴٫۶ ۴) ۲۵٫۴

۱۴۱ . میانگین و واریانس چهار عدد a، b، c و d به‌ترتیب ۳ و ۱٫۵ است. واریانس داده‌های a، b، c، d و ۵ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) ۰٫۷۵ ۲) ۰٫۹۴ ۳) ۱٫۶۵ ۴) ۱٫۸۴

ضریب تغییرات

۱۴۲ . ضریب تغییرات داده‌های آماری به‌صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴

سخت ۱۳۹۹

۱) ۰٫۱۲ ۲) ۰٫۱۵ ۳) ۰٫۱۷ ۴) ۰.۱۸

۱۴۳ . داده‌های آماری ۵, ۷, ۸, ۸, ۸, ۱۰ و ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $(\sqrt{\frac{۲}{۷}} \cong ۰٫۵۳۴)$ متوسط ۱۳۹۹

۱) ۰٫۱۵ ۲) ۰٫۲۰ ۳) ۰٫۲۵ ۴) ۰٫۳۰

۱۴۴ . کوچک‌ترین ضریب تغییرات دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی دورقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟ سخت ۱۴۰۲

۱) $۳\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۲) $\frac{۱}{۳}\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲\sqrt{۶}}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴\sqrt{۶}}$

۱۴۵ . ضریب تغییرات داده‌های ۱٫۱۶, ۱٫۱۶, ۱٫۲, ۱٫۰۸, ۱, کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) $\frac{۱}{۲\sqrt{۳}}$ ۲) $\frac{۱}{۳\sqrt{۵}}$ ۳) $\frac{۱}{۶\sqrt{۳}}$ ۴) $\frac{۱}{۷\sqrt{۵}}$

۱۴۶ . ضریب تغییرات داده‌های ۷۳, ۲۹۲, ۱۴۶, ۱۴۶, ۵۸۴, ۷۳ کدام است؟ متوسط ۱۴۰۴

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۴ کافی است دو معادله را در یک دستگاه حل کنیم تا محل تلاقی به‌دست آید. دقت کنید $y \geq ۳$ است.

$$\begin{cases} ۲y = x^۲ \\ x = \sqrt{y+۳} - \sqrt{y-۳} \end{cases} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^۲ = y+۳+y-۳-۲\sqrt{y^۲-۹} \xrightarrow{x^۲=۲y} \sqrt{y^۲-۹} = ۰ \Rightarrow y = \pm ۳$$

$$\xrightarrow{y\geq ۳} y = ۳ \Rightarrow x = \sqrt{۶} \Rightarrow \text{محل تلاقی} : A(\sqrt{۶}, ۳)$$

نکته: فاصلهٔ هر نقطه با فرم $A(x,y)$ تا مبدأ مختصات برابر است با: $\sqrt{x^۲+y^۲}$.

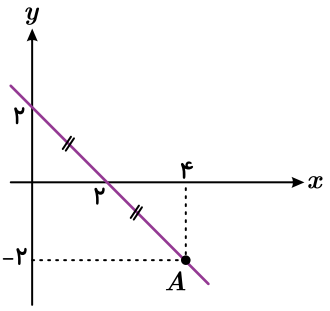
$$\xrightarrow{\text{فاصله}} d = \sqrt{(\sqrt{۶})^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۱۵}$$

---

۲ گزینه ۱

توجه: اگر مختصات یک نقطه روی محور مختصات (a,b) باشد آنگاه فاصلهٔ آن نقطه تا مبدا برابر است با: $d = \sqrt{a^۲+b^۲}$

معادلهٔ خط داده‌شده $y = ۲ - x$ است؛ زیرا شیب آن برابر $\tan ۱۳۵^\circ = -۱$ است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطهٔ A به صورت $A(۴,-۲)$ است و فاصلهٔ آن از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$ است.



---

۳ گزینه ۲ فرض کنید A و B روی خط $x = \alpha$ قرار دارند که موازی محور y است.

$$A \left| \begin{matrix} \alpha \\ \alpha^۳ - ۲\alpha - ۳ \end{matrix} \right. \qquad B \left| \begin{matrix} \alpha \\ \alpha^۳ + \alpha^۲ + ۱ \end{matrix} \right.$$

$$\overline{AB} = \alpha^۲ + ۲\alpha + ۴ = (\alpha+۱)^۲ + ۳ \Rightarrow \min(\overline{AB}) = ۳$$

---

۴ گزینه ۱

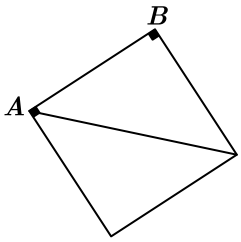
$$A(-\frac{۱}{۲}, a) \quad B(-\frac{۱}{۳}, b)$$

$$m_{AB} = \frac{b-a}{-\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}} = ۶(b-a) = \sqrt{۳} \Rightarrow b-a = \frac{\sqrt{۳}}{۶}$$

$$AB = \sqrt{(\frac{۱}{۶})^۲ + (b-a)^۲} = \sqrt{\frac{۱}{۳۶} + \frac{۳}{۳۶}} = \sqrt{\frac{۱}{۹}} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{طول قطر} = \sqrt{۲} \times AB = \frac{\sqrt{۲}}{۳}$$

WWW.ArefOnline.ir



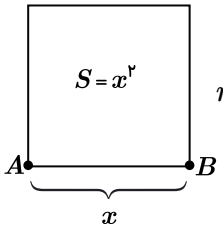
۵ گزینه ۳ معادلهٔ مختص به طول پاره‌خط MN از اختلاف معادلهٔ دو منحنی حاصل می‌شود:

$$|MN| = x^۳ + ۲x - ۳ - x^۳ + ۲x^۲ - ۱ = ۲x^۲ + ۲x - ۴$$

$$\text{نقطهٔ ماکزیمم } x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۲}{۴} = \frac{-۱}{۲}$$

$$\Rightarrow |MN|_{max} = ۲(\frac{-۱}{۲})^۲ + ۲(\frac{-۱}{۲}) - ۴ = -۴/۵$$

۶ گزینه ۳



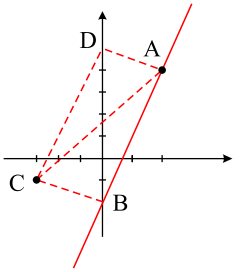
$$m_{AB} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{m-k}{۶} = \frac{-۱}{۲} \Rightarrow m - k = -۳$$

$$x = |AB| \Rightarrow x = \sqrt{(m-k)^۲ + ۶^۲} = \sqrt{۹ + ۳۶} \Rightarrow x^۲ = ۴۵ \Rightarrow S = ۴۵$$

۷ گزینه ۲

۸ گزینه ۳ ابتدا معادلهٔ خط گذرنده از A را می‌یابیم: $A(۲, ۴)$ و $m = ۳$.

$$y - ۴ = ۳(x - ۲) \Rightarrow y = ۳x - ۲$$



حال فاصلهٔ نقطهٔ C از خط فوق که A و B روی آن قرار دارند محاسبه می‌کنیم.

این مقدار طول یا عرض مستطیل است.

$$|CH| \text{یا} |CB| = \frac{|y - ۳x + ۲|}{\sqrt{۱ + ۹}} \xrightarrow{(-۳,-۱)} \frac{|-۱ - ۳(-۳) + ۲|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۱۰}} = \sqrt{۱۰}$$

قطر مستطیل AC است آن را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$|AC| = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲} = \sqrt{(۲ - (-۳))^۲ + (۴ - (-۱))^۲} = \sqrt{۵۰}$$

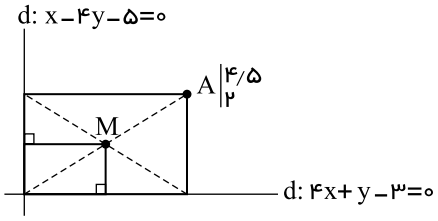
$$\overset{\Delta}{ABC} : AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۵۰ = AB^۲ + ۱۰ \Rightarrow |AB| = \sqrt{۴۰}$$

و در آخر محیط مستطیل برابر است با:

$$\text{محیط} : ۲\sqrt{۱۰} + ۲\sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰} + ۴\sqrt{۱۰} = ۶\sqrt{۱۰}$$

۹ گزینه ۱ مختصات نقطه $(۴/۵, ۲)$ در هیچ‌یک از معادلات داده‌شده، صدق نمی‌کند و شکل به‌صورت روبه‌روست:

WWW.ArefOnline.ir



مطابق شکل فاصلهٔ M (وسط قطر) از اضلاع برابر نصف طول و عرض مستطیل است. لذا طول و عرض مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \frac{|۴/۵-۸-۵|}{\sqrt{۱+(-۴)^۲}}=\frac{۸/۵}{\sqrt{۱۷}}=\frac{\frac{۱۷}{۲}}{\sqrt{۱۷}}=\frac{\sqrt{۱۷}}{۲} \\ \frac{|۱۸+۲-۳|}{\sqrt{۴^۲+۱^۲}}=\frac{۱۷}{\sqrt{۱۷}}=\sqrt{۱۷} \end{cases} \Rightarrow \text{فاصلهٔ } M \text{ از اضلاع} \begin{cases} \frac{\sqrt{۱۷}}{۴}: \min \\ \frac{\sqrt{۱۷}}{۲}: \max \end{cases}$$

---

۱۰ گزینه ۳

$$AB\text{ خط شیب} = \frac{۴-۱}{-۱-۳}=-\frac{۳}{۴}$$

$$CD\text{ خط شیب} = \frac{y+۳-y}{-۱-x-x}=\frac{۳}{-۱-۲x}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲x+۱=۴ \Rightarrow x=\frac{۳}{۲}$$

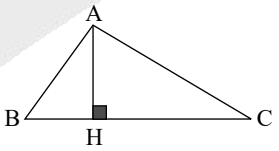
$$BC\text{ خط شیب} = \frac{y-۱}{x-۳}=\frac{y-۱}{-\frac{۳}{۲}} \xrightarrow{AB\perp BC} \frac{y-۱}{-\frac{۳}{۲}}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow y=-۱$$

$$AB\text{ طول} = \sqrt{(۳+۱)^۲+(۴-۱)^۲}=۵ \qquad BC\text{ طول} = \sqrt{(۱+۱)^۲+(۳-\frac{۳}{۲})^۲}=\frac{۵}{۲}$$

$$ABCD\text{ محیط} = ۲(۵+\frac{۵}{۲})=۱۵$$

---

۱۱ گزینه ۴ شکل فرضی را در نظر می‌گیریم. ابتدا معادلهٔ خطی را که از دو نقطهٔ B و C می‌گذرد می‌نویسیم و سپس فاصلهٔ نقطهٔ A از خط را به‌دست می‌آوریم.



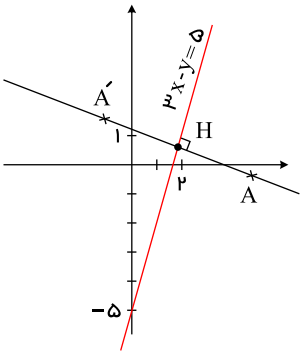
$$BC: \frac{y-y_B}{x-x_B}=\frac{y_B-y_C}{x_B-x_C} \Rightarrow \frac{y-۳}{x-۷}=\frac{۳+۲}{۷-۲}=۱ \Rightarrow y-۳=x-۷ \Rightarrow x-y-۴=۰$$

$$\begin{cases} A\left|\begin{matrix}۱\\۵\end{matrix}\right. \\ x-y-۴=۰ \end{cases} \Rightarrow AH=\frac{|۱-۵-۴|}{\sqrt{۱+۱}}=\frac{۸}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=۴\sqrt{۲}$$

توجه کنید فاصلهٔ نقطهٔ $A\left|\begin{matrix}\alpha\\\beta\end{matrix}\right.$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=۰$ از رابطهٔ $AH=\frac{|a\alpha+b\beta+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ به‌دست می‌آید.

WWW.ArefOnline.ir

۱۲ گزینه ۲



محیط مثلث مدنظر $۳\sqrt{۳۰}=\sqrt{۲۷۰}$ است پس طول هر ضلع آن $\sqrt{۳۰}$ خواهد بود و از طرفی می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ضلع است یعنی: $AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\sqrt{۳۰}=\frac{\sqrt{۹۰}}{۲}$.

پس باید فاصلهٔ A تا H برابر با $\frac{\sqrt{۹۰}}{۲}$ باشد. دقت کنید A روی خط عمود بر $۳x-y=۵$ است.

$$\Rightarrow y=۳x-۵\Rightarrow m=۳\xrightarrow{\text{عکس و قرینه}}m'=-\frac{۱}{۳}$$

معادلهٔ خط گذرنده از A و H را می‌یابیم مختصات $H(۲,۱)$ و $m'=-\frac{۱}{۳}$ را داریم.

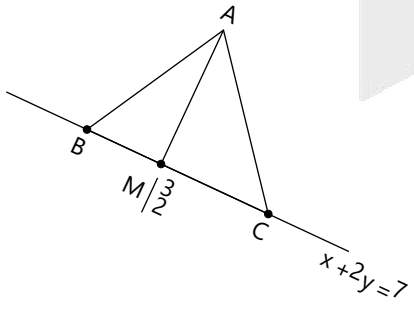
$$y-۱=-\frac{۱}{۳}(x-۲)\Rightarrow ۳y+x=۵$$

پس A روی خط $۳y+x=۵$ است که می‌توان مختصات A را به‌صورت پارامتری $(\alpha,\frac{۵-\alpha}{۳})$ در نظر گرفت AH را برابر با $\frac{\sqrt{۹۰}}{۲}$ قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow |AH|\Rightarrow(\alpha-۲)^۲+(\underbrace{\frac{۵-\alpha}{۳}-۱}_{(\frac{۲-\alpha}{۳})})^۲=\frac{۹۰}{۴}\Rightarrow(\alpha-۲)^۲(۱+\tfrac{۱}{۹})=\frac{۹۰}{۴}$$

$$\Rightarrow(\alpha-۲)^۲=\frac{۸۱}{۴}\Rightarrow\alpha-۲=\pm\frac{۹}{۲}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\frac{۱۳}{۲}\Rightarrow A(\frac{۱۳}{۲},-\frac{۱}{۲})\\ \alpha=-\frac{۵}{۲}\Rightarrow \text{در گزینهٔ ها نیست.}\end{cases}$$

۱۳ گزینه ۲



چون فاصلهٔ نقطهٔ A از دو رأس B و C با هم برابر است بنابراین نقطهٔ A روی عمودمنصف پاره‌خط BC قرار دارد.

$$x+۲y=۷\rightarrow m_{\text{خط}}=-\frac{۱}{۲}\rightarrow m_{\text{عمودمنصف}}=۲$$

بنابراین معادلهٔ عمودمنصف $y-۲=۲(x-۳)\rightarrow y=۲x-۴$ است. نقطهٔ $A\left|\begin{matrix}\alpha\\ ۲\alpha-۴\end{matrix}\right.$ را روی آن در نظر می‌گیریم که فاصله‌اش از نقطهٔ

WWW.ArefOnline.ir

$M\begin{vmatrix}۳\\۲\end{vmatrix}$ باید برابر $۵\sqrt{۵}$ باشد.

$$AM = ۵\sqrt{۵} \to \sqrt{(\alpha-۳)^۲+(۲\alpha-۴-۲)^۲} = \sqrt{(\alpha-۳)^۲+(۲\alpha-۶)^۲} = \sqrt{(\alpha-۳)^۲+۴(\alpha-۳)^۲}$$
$$= \sqrt{۵(\alpha-۳)^۲} = \sqrt{۵}|\alpha-۳| = ۵\sqrt{۵} \to |\alpha-۳| = ۵ \to \begin{cases} \alpha-۳=۵ \to \alpha=۸ \\ \alpha-۳=-۵ \to \alpha=-۲ \end{cases}$$

---

۱۴ گزینه ۱

$$x+y=a \Rightarrow y=a-x$$

نقطهٔ A روی خط $y=a-x$ به‌صورت $A(k,a-k)$ است. حال طبق فرض سؤال داریم:

$$B(-۳,۲) \Rightarrow AB=\sqrt{۲۹} \Rightarrow \sqrt{(k+۳)^۲+(a-k-۲)^۲}=\sqrt{۲۹} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (k+۳)^۲+(a-k-۲)^۲=۲۹ \quad (۱)$$
$$C(-۱,۴) \Rightarrow AC=۵ \Rightarrow \sqrt{(k+۱)^۲+(a-k-۴)^۲}=۵ \xrightarrow{\text{توان ۲}} (k+۱)^۲+(a-k-۴)^۲=۲۵ \quad (۲)$$

طرفین روابط ۱ و ۲ را از هم کم می‌کنیم.

$$k^۲+۶k+۹+(a-k-۲)^۲-(k^۲+۲k+۱+(a-k-۴)^۲)=۲۹-۲۵$$
$$\Rightarrow k^۲+۶k+۹+(a-k-۲)^۲-k^۲-۲k-۱-(a-k-۴)^۲=۴$$
$$\Rightarrow ۴k+۸+(a-k-۲)^۲-(a-k-۴)^۲=۴ \Rightarrow ۴k+۸+(a-k-۲-a+k+۴)(a-k-۲+a-k-۴)=۴$$
$$\Rightarrow ۴k+۸+۲(۲a-۲k-۶)=۴ \Rightarrow ۴k+۸+۴a-۴k-۱۲=۴ \Rightarrow ۴a=۸ \Rightarrow a=۲$$

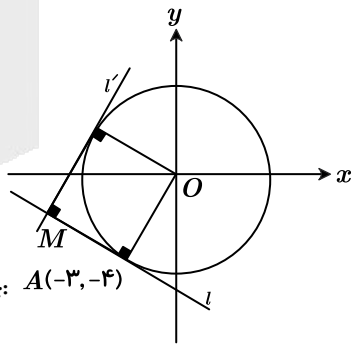
---

۱۵ طبق شکل داریم گزینه ۲:

$$m_{OA}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow m_l=-\frac{۳}{۴}$$

معادلهٔ خط l: $y+۴=-\frac{۳}{۴}(x+۳)$

$$y=-\frac{۳}{۴}x-\frac{۲۵}{۴}$$



چون خط l' بر خط l عمود است؛ پس خواهیم داشت:

معادلهٔ l': $y=\frac{۴}{۳}x+k$

توجه شود که شعاع دایره $OA=\sqrt{۹+۱۶}=۵$ است؛ پس فاصلهٔ O تا خط l' نیز برابر ۵ است و داریم:

$$Ol'=\frac{|۰-۰+k|}{\sqrt{۱+\frac{۱۶}{۹}}}=\frac{|k|}{\frac{۵}{۳}}=\frac{۳|k|}{۵}$$
$$\Rightarrow \frac{۳|k|}{۵}=۵ \Rightarrow |k|=\frac{۲۵}{۳} \xrightarrow{k>۰} k=\frac{۲۵}{۳} \Rightarrow \begin{cases} l: ۳x+۴y=-۲۵ \\ l': -۴x+۳y=۲۵ \end{cases} \Rightarrow x=۷y \Rightarrow \begin{cases} x=-۷ \\ y=-۱ \end{cases} \Rightarrow xy=۷$$

---

۱۶ گزینه ۲ با توجه به فرض، باید دو خط داده‌شده با هم موازی باشند:

$$\begin{cases} d_۱: y-ax=۱ \Rightarrow m_۱=a \\ d_۲: ay-x=a-۱ \Rightarrow m_۲=\frac{۱}{a} \end{cases} \xrightarrow{d_۱ \| d_۲} m_۱=m_۲ \Rightarrow a=\frac{۱}{a} \Rightarrow \begin{cases} a=۱ \\ a=-۱ \end{cases}$$

نقطه $(۱,۲)$ یک رأس مستطیل است، پس روی یکی از خطوط $d_۱$ و $d_۲$ قرار دارد:

WWW.ArefOnline.ir

$$a=۱:\begin{cases} y=x \\ y=x+۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{شامل}(۱,۲)} ۲=۱+۱$$

$$a=-۱:\begin{cases} y=-x+۱ \\ y=-x+۲ \end{cases} \rightarrow (\text{غ ق ق})$$

اندازهٔ یک ضلع مستطیل، برابر با فاصلهٔ دو خط $y=x$ و $y=x+۱$ است:

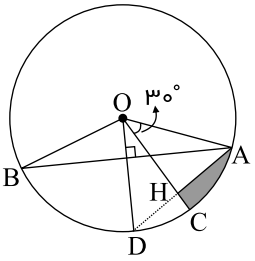
$$h=\frac{۱}{\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

قطر مستطیل برابر ۵ است، لذا اندازهٔ ضلع دیگر مستطیل را از قضیهٔ فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$k^۲+h^۲=۵^۲ \Rightarrow k=\sqrt{۲۵-\frac{۱}{۲}}=\sqrt{\frac{۴۹}{۲}}=\frac{۷}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \text{مساحت مستطیل}=k\cdot h=\frac{۷}{\sqrt{۲}}\times\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{۷}{۲}=۳٫۵$$

---

۱۷ گزینه ۱



$$\text{دایره}S=\pi \Rightarrow \text{شعاع}R=۱ \Rightarrow |OA|=۱ \Rightarrow |AH|=\frac{۱}{۲}|OA|=\frac{۱}{۲}$$

$$(OH)^۲+(AH)^۲=(OA)^۲ \Rightarrow |OH|^۲=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow |OH|=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\text{طول کمان}AC=R\alpha=۱\times\frac{\pi}{۶}=\frac{\pi}{۶} \qquad |HC|=|OC|-|OH|=۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\text{اختلاف محیطها}=(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{۱}{۲})-(\frac{۱}{۲}+۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\pi}{۶})=\sqrt{۳}-\frac{\pi}{۶}$$

---

۱۸ گزینه ۱ طبق فرض داریم:

$$۱۵x^۲+۷۳x+۱۴<۰ \Rightarrow \underbrace{(۵x+۱)}_{x=-\frac{۱}{۵}}\ \underbrace{(۳x+۱۴)}_{x=-\frac{۱۴}{۳}}<۰ \Rightarrow \frac{-۱۴}{۳}<x<\frac{-۱}{۵} \quad (I)$$

$$|\frac{x-۱}{۲}-۱|>۳ \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{x-۱}{۲}-۱>۳ \Rightarrow \frac{x-۱}{۲}>۴ \Rightarrow x>۹ \\ \frac{x-۱}{۲}-۱<-۳ \Rightarrow \frac{x-۱}{۲}<-۲ \Rightarrow x<-۳ \end{array}\right\} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}(I),(II)} -\frac{۱۴}{۳}<x<-۳ \Rightarrow max(b-a)=-۳-(-\frac{۱۴}{۳})=\frac{۵}{۳}$$

---

۱۹ گزینه ۴ $y=۲x^۲-(m+۲)x+m \Leftarrow$ مجموع ضرایب معادلهٔ روبه‌رو صفر است. $\Rightarrow \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=\frac{m}{۲} \end{cases}$

$$x=۰ \Rightarrow y=m \qquad S=\frac{۱}{۲}|m(\frac{m}{۲}-۱)|=\frac{۳}{۴} \Rightarrow |m(\frac{m}{۲}-۱)|=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow |m(m-۲)|=۳ \Rightarrow \begin{cases} m=-۱ \\ m=۳ \end{cases} \qquad \text{رأس سهمی } y=x^۲-mx+۱ \begin{cases} \frac{m}{۲}=-\frac{۱}{۲} \\ \frac{m}{۲}=\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

---

۲۰ گزینه ۱ اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادلهٔ درجهٔ‌دوم داده شده باشند طبق فرض داریم:

$$\alpha+\beta=\frac{۱}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{-b}{a}=\frac{۱}{\frac{c}{a}} \rightarrow \frac{-b}{a}=\frac{a}{c} \rightarrow a^۲=-bc \rightarrow a^۲+bc=۰ \rightarrow ۹+(۲m-۱)(۲-m)=۰$$

WWW.ArefOnline.ir

$\rightarrow ۹ + ۴m - ۲m^۲ - ۲ + m = ۰ \rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} m = -۱, m = -\frac{c}{a} = \frac{۷}{۲}$

$m = -۱ \xrightarrow{\text{معادله}} ۳x^۲ - ۳x + ۳ = ۰ \rightarrow \Delta = ۹ - ۳۶ < ۰$ ریشهٔ حقیقی ندارد

$m = \frac{۷}{۲} \xrightarrow{\text{معادله}} ۳x^۲ + ۶x - \frac{۳}{۲} = ۰ \rightarrow \Delta = ۳۶ + ۱۸ > ۰$ قابل قبول

---

۲۱ گزینه ۴ برای این منظور باید $P > ۰, S > ۰, \Delta > ۰$ باشد.

$\Delta > ۰ \rightarrow b^۲ - ۴ac > ۰ \rightarrow m^۲ - ۸(m + ۶) > ۰ \rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ > ۰ \rightarrow (m - ۱۲)(m + ۴) > ۰$

$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -۴ \text{یا} m > ۱۲ \quad (I)$

$S > ۰ \rightarrow -\frac{b}{a} > ۰ \rightarrow -\frac{m}{۲} > ۰ \rightarrow -m > ۰ \rightarrow m < ۰ \quad (II)$

$P > ۰ \rightarrow \frac{c}{a} > ۰ \rightarrow \frac{m + ۶}{۲} > ۰ \rightarrow m + ۶ > ۰ \; m > -۶ \quad (III)$

از اشتراک I, II, III به جواب $-۶ < m < -۴$ می‌رسیم.

---

۲۲ گزینه ۱ معادله به‌صورت $x^۲ + x = ۵$ است که در آن $S = x_۱ + x_۲ = -۱$ و $P = x_۱ x_۲$ است. از طرفی $x(x + ۱) = ۵$ است.

$\Rightarrow \frac{۱}{x_۱ + ۱} = \frac{x_۱}{۵}, \; \frac{۱}{x_۲ + ۱} = \frac{x_۲}{۵}$

پس معادله‌ای پیدا می‌کنیم که ریشه‌هاش $\frac{x_۲^۳}{۱۲۵}$ و $\frac{x_۱^۳}{۱۲۵}$ باشد:

$$\begin{cases} S' = \frac{۱}{۱۲۵}(x_۱^۳ + x_۲^۳) = \frac{۱}{۱۲۵}(S^۳ - ۳SP) = \frac{-۱۶}{۱۲۵} \\ P' = \frac{۱}{۵^۶}(x_۱ x_۲)^۳ = \frac{۱}{۵^۶}P^۳ = -\frac{۱}{۱۲۵} \end{cases}$$

پس معادلهٔ موردنظر به‌صورت $x^۲ + \frac{۱۶}{۱۲۵}x - ۱ = ۰$ است:

$\Rightarrow ۱۲۵x^۲ + ۱۶x = ۱$

---

۲۳ گزینه ۳

$S = P + ۲ \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-c}{a} + ۲ \xrightarrow{\times a} -b = -c + ۲a \Rightarrow c - b = ۲a$

دقت کنید صورت سؤال $ax^۲ + bx - c = ۰$ داده شده است و با فرض مثبت بودن c معادلهٔ همواره جواب دارد $(\Delta > ۰)$ در ضمن $P = \frac{-c}{a}$ می‌شود.

$if \; a = ۱ \Rightarrow$ باشد b از بزرگتر واحد ۲ باید $c \Rightarrow \begin{cases} c = ۳, ۴, \cdots, ۹ \\ b = ۱, ۲, \cdots, ۷ \end{cases}$ حالت ۷

$if \; a = ۲ \Rightarrow$ باشد. b از بزرگتر واحد ۴ باید $c \Rightarrow \begin{cases} c = ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ \\ b = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ \end{cases}$ حالت ۵

$if \; a = ۳ \Rightarrow$ باشد. b از بزرگتر واحد ۶ باید $c \Rightarrow \begin{cases} c = ۷, ۸, ۹ \\ b = ۱, ۲, ۳ \end{cases}$ حالت ۳

WWW.ArefOnline.ir

$if\ a=۴ \Rightarrow \Rightarrow$. باید c واحد بزرگتر از b باشد. $\Rightarrow \begin{cases} c=۹ \\ b=۱ \end{cases}$ حالت ۱

در مجموع ۱۶ حالت یا ۱۶ معادله خواهیم داشت.

---

۲۴ گزینه ۴

برای حل معادلهٔ دو مجذوری از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$x^۲=t \Rightarrow t^۲-۷t-۵=۰ \Rightarrow \Delta=b^۲-۴ac \Rightarrow \Delta=\sqrt{۶۹} \Rightarrow t=\frac{۷\pm\sqrt{۶۹}}{۲} \xrightarrow{t=x^۲>۰} x^۲=\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۱=-\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \\ x_۲=\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}} \end{cases}$$

چون دو ریشه قرینهٔ یکدیگرند پس جمع آنها صفر است و برای حاصلضرب داریم:

$$P=x_۱\cdot x_۲=-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s=۰ \\ p=-\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow p^۲=\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}=\frac{۵۹+۷\sqrt{۶۹}}{۲} \end{cases} ۲p^۲=۵۹+۷\sqrt{۶۹}$$

توجه: چون $S=۰$ است بنابراین $۲P^۲-۳(۰)P+۲(۰)=۲P^۲$

---

۲۵ گزینه ۳ چون a و c مختلف‌العلامت هستند حتماً $\Delta>۰$ است. مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $-\frac{c}{a}$ است.

$$\text{فاصله}=\left|\frac{-c}{a}-(\frac{-b}{a})\right|=|\underbrace{\frac{b-c}{a}}_{+}|=۲ \rightarrow |b-c|=۲a$$

بنابراین b و c باید طوری انتخاب شوند که تفاضلشان زوج باشد یعنی یا هر دو باید زوج باشند (دو زوج از بین ۲، ۴، ۶ و ۸) یا هر دو باید فرد باشند (دو فرد از بین ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹)

$$\binom{۴}{۲}+\binom{۵}{۲}=۶+۱۰=۱۶$$

چون $b-c$ داخل قدرمطلق است پس b و c می‌توانند با هم جابه‌جا شوند یعنی ۳۲ حالت.

---

۲۶ گزینه ۲ چون a و b ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-(a^۲+b^۲-۱۲)x+a+b-۱=۰$ هستند، داریم:

ضرب ریشه‌ها : $a-b=\frac{a+b-۱}{۱} \Rightarrow ab=a+b-۱\ (۱)$

جمع ریشه‌ها : $a+b=\frac{-(a^۲+b^۲-۱۲)}{۱}=a^۲+b^۲-۱۲$

از اتحاد $a^۲+b^۲=(a+b)^۲-۲ab$ استفاده می‌کنیم:

$$a+b=(a+b)^۲-۲ab-۱۲ \xrightarrow{(۱)} a+b=(a+b)^۲-۲(a+b-۱)-۱۲$$

با فرض $a+b=t$ داریم:

$$t=t^۲-۲(t-۱)-۱۲=t^۲-۲t+۲-۱۲ \Rightarrow t^۲-۳t-۱۰=۰$$

$$(t-۵)(t+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۵ \\ t=-۲ \end{cases}$$

WWW.ArefOnline.ir

۲۷ گزینه ۴ با نوشتن شرط تشکیل دنبالهٔ هندسی داریم:

$$x^۲ + ۲(a+۱)x + ۲a - ۱ = ۰$$

$$\alpha, a, \beta \xrightarrow{\text{دنبالهٔ هندسی}} a^۲ = \alpha \cdot \beta = p \Rightarrow a^۲ = \frac{۲a-۱}{۱} = ۲a - ۱ \Rightarrow a^۲ - ۲a + ۱ = ۰ \Rightarrow (a-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

توجه کنید که به‌ازای $a = ۱$ معادلهٔ حاصل دارای دو ریشهٔ متمایز است.

$$x^۲ + ۴x + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۱۶ - ۴ = ۱۲ > ۰$$

۲۸ گزینه ۴ در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ اختلاف ریشه‌های معادله برابر $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |x_۲ - x_۱| = \frac{\sqrt{۴k^۲ - ۲۰}}{۱} = ۲\sqrt{k^۲ - ۵}$$

که باید برابر $\frac{۴}{۳}K$ قرار دهیم:

$$۲\sqrt{k^۲ - ۵} = \frac{۴}{۳}k \Rightarrow \sqrt{k^۲ - ۵} = \frac{۲k}{۳} \Rightarrow k^۲ - ۵ = \frac{۴k^۲}{۹} \Rightarrow k^۲ = ۹$$

$$\Rightarrow [\frac{k^۲}{۲}] = [۴/۵] = ۴$$

۲۹ گزینه ۳

$$A = \frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۴\alpha}{۵\beta^۲} + \frac{\beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۴\alpha^۳}{۵\beta^۲\alpha^۲} + \frac{\beta^۳}{۵}$$

$$x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \Rightarrow S = \alpha + \beta = ۵ \ , \ P = \alpha\beta = ۲ \Rightarrow$$

$$A = \frac{۴\alpha^۳}{۵ \times ۴} + \frac{\beta^۳}{۵} = \frac{\alpha^۳ + \beta^۳}{۵} = \frac{S^۳ - ۳PS}{۵} = \frac{۱۲۵ - ۳(۵)(۲)}{۵} = ۱۹$$

۳۰ گزینه ۲ فرم کلی معادله‌ای که مجموع ریشه‌ها S و حاصل‌ضرب ریشه‌ها P باشد، به‌صورت: $x^۲ - Sx + P = ۰$ است؛ پس:

$$x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} S = -۱ \\ P = -۱ - m^۲ \end{cases}$$

$$\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۲\alpha\beta = S^۲ - ۲P = (-۱)^۲ - ۲(-۱ - m^۲) = ۳ + ۲m^۲$$

بدیهی است که همواره $۲m^۲ \geq ۰$؛ بنابراین کمترین مقدار عبارت $\alpha^۲ + \beta^۲$ برابر ۳ است.

WWW.ArefOnline.ir

۳۱ گزینه ۱

$$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵ \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵ \quad (۱)$$

فرض : $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=t \Rightarrow \alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}=t^۲ \Rightarrow$

$$s+۲\sqrt{p}=t^۲ \Rightarrow \frac{m+۱۴}{۳۶}+۲\times\frac{۱}{۶}=t^۲ \Rightarrow$$

$$\frac{m+۲۶}{۳۶}=t^۲ \Rightarrow t=\frac{\sqrt{m+۲۶}}{۶}$$

$$(۱) \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{m+۲۶}}{۶}}{\frac{۱}{۶}}=۵ \Rightarrow \sqrt{m+۲۶}=۵ \Rightarrow m+۲۶=۲۵$$

$$\Rightarrow m=-۱ \Rightarrow mx^۲+۳x+۲=۰ \Rightarrow -x^۲+۳x+۲=۰$$

$$\Rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها}=-۲$$

---

۳۲ گزینه ۲ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۳mx+m=۰$ را برابر با α و β در نظر می‌گیریم. بنابر فرض داریم:

$$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=۱ \xrightarrow{\text{طرفین به توان۲}} \alpha+\beta-۲\sqrt{\alpha\beta}=۱ \xrightarrow[\alpha\beta=\frac{m}{۱}=m]{\alpha+\beta=\frac{-(-۳m)}{۱}=۳m} ۳m-۲\sqrt{m}-۱=۰ \xrightarrow{\sqrt{m}=t}$$

$$۳t^۲-۲t-۱=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۱ \\ t=-\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{m}=۱ \checkmark \\ \text{یا} \\ \sqrt{m}=-\frac{۱}{۳}<۰ \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow m=۱ (*)$$

حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲+mx-m=۰$ برابر است با:

$$P=\frac{-m}{۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} P=-\frac{۱}{۲}$$

---

۳۳ گزینه ۳ با توجه به اینکه ریشه‌های معادلهٔ اولی، نیم واحد از ریشه‌های معادلهٔ دومی بیشتر است بنابراین مجموع ریشه‌های معادلهٔ اولی، یک واحد از مجموع ریشه‌های معادلهٔ دومی بیشتر است.

$$\alpha+\beta=\frac{a}{۲} \ , \ \alpha'+\beta'=\frac{-a}{۲a}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{a}{۲}=-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha=۱$$

$$\alpha\beta=\frac{b}{۲} \ , \ \alpha'\beta'=(\alpha-۰/۵)(\beta-۰/۵)=\alpha\beta-۰/۵\underbrace{(\alpha+\beta)}_{۰/۵}+۰/۲۵=-\frac{۶}{۲\alpha}=-۳$$

$$\Rightarrow \alpha\beta=\frac{b}{۲}=-۳ \Rightarrow b=-۶ \Rightarrow [\frac{ab}{۴}]=[-\frac{۶}{۴}]=-۲$$

---

۳۴ گزینه ۳ در ابتدا باید بگوئیم $a=۰$ قابل قبول است؛ زیرا در این صورت $x=۰$ جواب صحیح معادله است.

حال اگر $a\neq ۰$ باشد، داریم:

WWW.ArefOnline.ir

$$\sqrt{x}=a-\sqrt{x-a}\xrightarrow{\text{توان ۲}}x=a^{۲}+x-a-۲a\sqrt{x-a}\Rightarrow\sqrt{x-a}=\frac{a-۱}{۲}$$

$$\rightarrow x=(\frac{a+۱}{۲})^{۲}$$

برای اینکه x عددی صحیح باشد، لازم است a عددی فرد باشد که در بین اعداد طبیعی تک‌رقمی مقادیر ۱, ۳, ۵, ۷, ۹ قابل قبول‌اند.

پس در مجموع ۶ مقادیر صحیح و تک‌رقمی برای a قابل قبول است.

---

۳۵ گزینه ۱ کافی است که مختصات سه نقطهٔ داده شده را در تابع صدق دهیم.

$$A\left|\begin{matrix}۰\\۵\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۵=۰+۰+c\rightarrow c=۵$$

$$\left.\begin{matrix}B\left|\begin{matrix}-۲\\۵\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۵=۴a-۲b+۵\rightarrow ۴a-۲b=۰\\C\left|\begin{matrix}۱\\۱۱\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}۱۱=a+b+۵\rightarrow a+b=۶\end{matrix}\right\}\rightarrow a=۲\ ,\ b=۴$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=۲x^{۲}+۴x+۵$ است که نقطهٔ $\left|\begin{matrix}-۱\\۳\end{matrix}\right.$ روی این تابع قرار دارد.

---

۳۶ گزینه ۲

در تابع درجهٔ دوم $y=ax^{۲}+bx+c$ رأس سهمی از رابطهٔ $x_S=-\frac{b}{۲a}$ به‌دست می‌آید و این طول را در تابع قرار می‌دهیم عرض آن به دست می‌آید.

$$-\frac{b}{۲a}=-۱\rightarrow ۲a=b$$

$$f(-۱)=۹\rightarrow a-b+c=۹\xrightarrow{b=۲a}-a+c=۹$$

$$\left|\begin{matrix}۳\\۱\end{matrix}\right.\xrightarrow{\text{صدق}}=۱=۹a+۳b+c\xrightarrow{b=۲a}۱۵a+c=۱\rightarrow\left\{\begin{matrix}-a+c=۹\\۱۵a+c=۱\end{matrix}\right.\rightarrow ۱۶a=-۸\rightarrow a=-\frac{۱}{۲}$$

$$,b=-۱,c=\frac{۱۷}{۲}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=-\frac{۱}{۲}x^{۲}-x+\frac{۱۷}{۲}$ است که نقطهٔ $\left|\begin{matrix}۵\\-۹\end{matrix}\right.$ روی این تابع قرار دارد.

---

۳۷ گزینه ۲ رأس سهمی $y=-ax^{۲}+ax+۲$ را می‌یابیم:

$$x_{\text{رأس}}=-\frac{a}{۲(-a)}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow y=-\frac{a}{۴}+\frac{a}{۲}+۲=\frac{a}{۴}+۲$$

$$\text{رأس}(\frac{۱}{۲},\frac{a}{۴}+۲)$$

نقطهٔ فوق بر روی سهمی $y=۲bx^{۲}-bx-۱$ قرار دارد.

$$\frac{a}{۴}+۲=۲b\times\frac{۱}{۴}-\frac{b}{۲}-۱\Rightarrow\frac{a}{۴}+۲=-۱\Rightarrow\frac{a}{۴}=-۳\Rightarrow a=-۱۲$$

حال رأس سهمی $y=۲bx^{۲}-bx-۱$ را می‌یابیم:

$$x_{\text{رأس}}=-\frac{-b}{۲\times ۲b}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow y=۲b\times\frac{۱}{۱۶}-\frac{b}{۴}-۱=\frac{b}{۸}-\frac{b}{۴}-۱\Rightarrow y=-\frac{b}{۸}-۱\Rightarrow\text{رأس}(\frac{۱}{۴},-\frac{b}{۸}-۱)$$

نقطهٔ فوق بر روی سهمی $y=-ax^{۲}+ax+۲$ قرار دارد.

WWW.ArefOnline.ir

$$-\frac{b}{۸}-۱=-\frac{۹}{۱۶}+\frac{۹}{۴}+۲=\frac{۳۹}{۱۶}+۲\xrightarrow{a=-۱۲}-\frac{b}{۸}-۱=\frac{-۳۶}{۱۶}+۲\Rightarrow-\frac{b}{۸}-۱=-\frac{۹}{۴}+۲$$

$$\Rightarrow-\frac{b}{۸}=۳-\frac{۹}{۴}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow b=-۶\Rightarrow b-a=-۶-(-۱۲)=۶$$

---

۳۸ گزینه ۳ محور تقارن دو سهمی یکسان است، پس:

$$\begin{cases}y=x^۲+ax-۲\to\text{محور تقارن}:x=\dfrac{-a}{۲(۱)}\\ y=-x^۲-۲x+b\to\text{محور تقارن}:x=\dfrac{-(-۲)}{۲(-۱)}\end{cases}\Rightarrow\frac{-a}{۲}=-۱\Rightarrow a=۲$$

طبق فرض، دو سهمی در دو نقطه به عرض ۱ مشترک‌اند، پس:

$$\text{سهمی اول}:y=x^۲+۲x-۲=۱\Rightarrow x^۲+۲x-۳=۰\Rightarrow(x+۳)(x-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=-۳\\ x=۱\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری }x=۱\text{ در سهمی دوم}}۱=-۱^۲-۲(۱)+b\Rightarrow b=۴$$

توجه: می‌توانستیم به‌جای $x=۱$، ریشه $x=-۳$ را در معادلهٔ سهمی دوم جایگذاری کنیم.

---

۳۹ گزینه ۲

شرط آنکه سهمی همواره پایین محور xها باشد، آن است که $a<۰$ و $\Delta<۰$ باشد:

$$a<۰\Rightarrow ۱-m<۰\Rightarrow m>۱\quad(I)$$

$$\Delta<۰\xrightarrow{b^۲-۴ac<۰}۴(m-۳)^۲-۴(۱-m)(-۱)<۰\xrightarrow{\div۴}(m-۳)^۲+(۱-m)<۰$$

$$\Rightarrow m^۲-۶m+۹+۱-m<۰\Rightarrow m^۲-۷m+۱۰<۰\Rightarrow(m-۲)(m-۵)<۰\Rightarrow ۲<m<۵\quad(II)$$

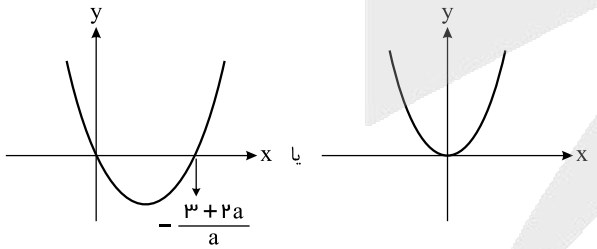
از اشتراک I و II به جواب $۲<m<۵$ می‌رسیم.

---

۴۰ گزینه ۱ سهمی $y=ax^۲+(۳+۲a)x$ مبدأ گذر است، زیرا:

$$y=۰\Rightarrow ax^۲+(۳+۲a)x=۰\Rightarrow x(ax+۳+۲a)=۰\Rightarrow x=۰,ax+۳+۲a=۰\Rightarrow x=-\frac{۳+۲a}{a}$$

برای آن که سهمی از ناحیهٔ سوم عبور نکند، باید رو به بالا بوده و ریشهٔ معادله $y=۰$ یعنی $x=-\dfrac{۳+۲a}{a}$ بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.



$$\text{سهمی رو به بالا}\Rightarrow a>۰\Rightarrow-\frac{۳+۲a}{a}\geq۰\Rightarrow\frac{۳+۲a}{a}\leq۰\xrightarrow{a>۰}۳+۲a\leq۰\Rightarrow ۲a\leq-۳\Rightarrow a\leq-\frac{۳}{۲}$$

چون اشتراک $a>۰$ و $a\leq-\dfrac{۳}{۲}$ سهمی است، پس هیچ مقداری برای a وجود ندارد.

---

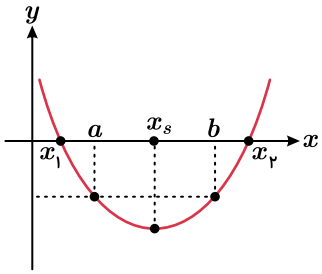
۴۱ گزینه ۱ توجه: با توجه به شکل زیر در هر سهمی، اگر a, b دو نقطهٔ هم‌عرض باشند آنگاه:

WWW.ArefOnline.ir

$$x_s = \frac{a+b}{۲}$$

و اگر $x_۱, x_۲$ ریشه‌ها (صفرها) سهمی باشند آنگاه:

$$x_۱ + x_۲ = ۲x_s$$



در یک سهمی، اگر دو نقطهٔ هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این دو نقطه است. در این سؤال طول رأس سهمی $x_s = \frac{۳}{۴}$ است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر $۲x_s = \frac{۳}{۲}$ است.

---

۴۲ گزینه ۲ مختصات نقطهٔ مینیمم تابع مختصات نقطهٔ رأس سهمی است؛ پس داریم:

$$y = x^۲ - mx + ۲ - m \Rightarrow S \left| \begin{matrix} \frac{m}{۲} \\ \frac{۴(۲-m)-m^۲}{۴} \end{matrix} \right. \quad \text{رأس سهمی}$$

باید طول و عرض نقطهٔ رأس سهمی مثبت باشد تا در ناحیهٔ اول باشد.

$$\begin{cases} \frac{m}{۲} > ۰ \Rightarrow m > ۰ \quad (I) \\ \frac{۸ - ۴m - m^۲}{۴} > ۰ \Rightarrow m^۲ + ۴m - ۸ < ۰ \end{cases}, \Delta = ۱۶ + ۳۲ = ۴۸ \Rightarrow m = \frac{-۴ \pm \sqrt{۴۸}}{۲}$$

$$m = \frac{-۲ \pm \sqrt{۱۲}}{۱} = -۲ \pm ۲\sqrt{۳} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -۲ - ۲\sqrt{۳} < m < -۲ + ۲\sqrt{۳} \quad (II)$$

$$(I)\ ,(II) \xrightarrow{\text{اشتراک}} ۰ < m < -۲ + ۲\sqrt{۳}$$

بنابراین تنها عدد صحیحی که در این بازه وجود دارد، $m = ۱$ است.

---

۴۳ گزینه ۳ می‌دانیم که $x = vt$ و از آنجا $t = \frac{x}{v}$ است. اگر سرعت جریان آب را v درنظر بگیریم سرعت قایق در جهت حرکت آب $۱۰۰ + v$ و در خلاف جهت حرکت آب $۱۰۰ - v$ است.

$$\begin{cases} \text{مسیر رفت } t_۱ = \frac{۱۲۰۰}{۱۰۰ + v} \\ \text{مسیر برگشت } t_۲ = \frac{۱۲۰۰}{۱۰۰ - v} \end{cases} \Rightarrow t_۲ - t_۱ = ۵ \Rightarrow \frac{۱۲۰۰}{۱۰۰ - v} - \frac{۱۲۰۰}{۱۰۰ + v} = ۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲۰۰(۱۰۰ + v) - ۱۲۰۰(۱۰۰ - v)}{(۱۰۰ - v)(۱۰۰ + v)} = \frac{۱۲۰۰۰۰ + ۱۲۰۰v - ۱۲۰۰۰۰ + ۱۲۰۰v}{۱۰۰۰۰ - v^۲} = ۵$$

$$\Rightarrow ۲۴۰۰v = ۵(۱۰۰۰۰ - v^۲) \Rightarrow ۴۸۰v = ۱۰۰۰۰ - v^۲$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\Rightarrow v^{۲}+۴۸۰v-۱۰۰۰۰=(v-۲۰)(v+۵۰۰)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v=۲۰ \text{ ق} \\ v=-۵۰۰ \text{ غ ق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به‌راحتی به جواب $v=۲۰$ برسید.

---

۴۴ گزینه ۴ اگر بهروز بتواند به تنهایی این کار را در k ساعت انجام دهد، فرهاد همان کار را به‌تنهایی در $k+۹$ ساعت انجام می‌دهد؛ آنگاه داریم:

$$\frac{۱}{k}+\frac{۱}{k+۹}=\frac{۱}{۲۰}\Rightarrow\frac{۲k+۹}{k\cdot(k+۹)}=\frac{۱}{۲۰}$$

$$\Rightarrow k^{۲}+۹k=۴۰k+۱۸۰\Rightarrow k^{۲}-۳۱k-۱۸۰=(k-۳۶)(k+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases} k=۳۶ \\ k=-۵ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

---

۴۵ گزینه ۴ می‌دانیم که $x=vt$ و از آنجا $t=\frac{x}{v}$ است. اگر سرعت پرواز پرنده را v درنظر بگیریم، در این صورت سرعت رفت $v+۵$ و سرعت برگشت $v-۵$ است.

$$\begin{cases} t_{۱}=\frac{۱}{v+۵} \text{ مسیر رفت} \\ t_{۲}=\frac{۱}{v-۵} \text{ مسیر برگشت} \end{cases}\Rightarrow t_{۱}+t_{۲}=\underbrace{۹}_{\text{دقیقه}}\rightarrow\frac{۱}{v+۵}+\frac{۱}{v-۵}=\frac{۹}{\underbrace{۶۰}_{\text{ساعت}}}$$

$$\Rightarrow\frac{v-۵+v+۵}{(v+۵)(v-۵)}=\frac{۲v}{v^{۲}-۲۵}=\frac{۳}{۲۰}\Rightarrow ۳v^{۲}-۷۵=۴۰v$$

$$\Rightarrow ۳v^{۲}-۴۰v-۷۵=۰\xrightarrow{\Delta=b^{۲}-۴ac=۱۶۰۰+۹۰۰=۲۵۰۰}\begin{cases} v_{۱}=\frac{۴۰+۵۰}{۶}=۱۵ \text{ ق} \\ v_{۲}=\frac{۴۰-۵۰}{۶}=\frac{-۵}{۳} \text{ غ ق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به‌راحتی به جواب $v=۱۵$ برسید.

---

۴۶ گزینه ۴ برای حل معادلات گنگ طرفین را به توان مناسب می‌رسانیم تا رادیکال‌ها از بین بروند.

$$۳a+\sqrt{۲a^{۲}+۴a}=۲\Rightarrow\sqrt{۲a^{۲}+۴a}=۲-۳a\xrightarrow{\text{توان ۲}}۲a^{۲}+۴a=۴+۹a^{۲}-۱۲a\rightarrow ۷a^{۲}-۱۶a+۴=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=b^{۲}-۴ac=۲۵۶-۱۱۲=۱۴۴}\begin{cases} a=\frac{۱۶+۱۲}{۱۴}=۲ \text{ (غ ق ق (در معادله صدق نمی‌کند.} \\ a=\frac{۱۶-۱۲}{۱۴}=\frac{۲}{۷} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{a+۱}{a}=\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}}=\frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}}=\frac{۹}{۲}=۴/۵$$

---

۴۷ گزینه ۱

$$۲a+\sqrt{۳a+۱۶}=۱\rightarrow\sqrt{۳a+۱۶}=۱-۲a\xrightarrow{\text{توان ۲}}۳a+۱۶=۱+۴a^{۲}-۴a$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\rightarrow ۴a^۲ - ۷a - ۱۵ = ۰ \xrightarrow{\Delta = b^۲ - ۴ac = ۴۹ + ۲۴۰ = ۲۸۹} \begin{cases} a = \frac{۷ + ۱۷}{۸} = ۳ \text{ (در معادله صدق نمی‌کند) غ‌ق‌ق} \\ a = \frac{۷ - ۱۷}{۸} = \frac{-۵}{۴} \text{ ق} \end{cases}$$

پس : $۴a + ۹ = ۴(\frac{-۵}{۴}) + ۹ = ۴$

---

۴۸ گزینه ۲ $x > ۱$: شرط معادله

$$\frac{\sqrt{x+۱}}{۳+\sqrt{x-۱}} - \frac{\sqrt{x+۱}}{۳-\sqrt{x-۱}} = \frac{x-۱}{\sqrt{x-۱}} \Rightarrow \sqrt{x+۱}(\frac{۱}{۳+\sqrt{x-۱}} - \frac{۱}{۳-\sqrt{x-۱}}) = \frac{x-۱}{(x-۱)^{\frac{۱}{۲}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+۱}(\frac{۳-\sqrt{x-۱}-۳-\sqrt{x-۱}}{(۳+\sqrt{x-۱})(۳-\sqrt{x-۱})}) = (x-۱)^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \sqrt{x+۱} \times \frac{-۲\sqrt{x-۱}}{۹-(x-۱)} = \sqrt{x-۱}$$

$$\Rightarrow \frac{-۲\sqrt{x-۱} \times \sqrt{x+۱}}{۹-x+۱} = \sqrt{x-۱}$$

با توجه به معادلهٔ اصلی ۱ $x \neq ۱$ است و می‌توان $\sqrt{x-۱}$ را در معادله فوق از طرفین ساده کرد.

$$\frac{-۲\sqrt{x+۱}}{۱۰-x} = ۱ \Rightarrow ۲\sqrt{x+۱} = x - ۱۰ \quad (۱) \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴(x+۱) = (x-۱۰)^۲ \Rightarrow x^۲ - ۲۰x + ۱۰۰ = ۴x + ۴$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۲۴x + ۹۶ = ۰ \Rightarrow \Delta = (-۲۴)^۲ - ۴ \times ۱ \times ۹۶ = ۱۹۲$$

$$x = \frac{۲۴ \pm \sqrt{۱۹۲}}{۲} = \frac{۲۴ \pm ۸\sqrt{۳}}{۲} = ۱۲ \pm ۴\sqrt{۳}$$

در معادله (۱) باید $x \geq ۱۰$ باشد که در این صورت فقط $x = ۱۲ + ۴\sqrt{۳}$ قابل قبول است. پس معادله فوق فقط یک ریشهٔ مثبت دارد.

---

۴۹ گزینه ۱

$$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲} - \frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$$

با استفاده از تغییر متغیر $\sqrt{۲-x} = t$ داریم:

$$\frac{۱}{۲+t} - \frac{۱}{۲-t} = \frac{t^۲}{۵t} = \frac{t}{۵} \Rightarrow \frac{۲-t-(۲+t)}{(۲+t)(۲-t)} = \frac{t}{۵} \Rightarrow \frac{-۲t}{۴-t^۲} = \frac{t}{۵}$$

یکی از ریشه‌های معادلهٔ فوق $t = ۰$ است، داریم:

$$\frac{-۲}{۴-t^۲} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow ۴ - t^۲ = -۱۰ \Rightarrow t^۲ = ۱۴ \Rightarrow t = \pm\sqrt{۱۴}$$

چون $t = \sqrt{۲-x} \geq ۰$، پس $t = -\sqrt{۱۴}$ غیرقابل قبول است، داریم:

$$t = ۰ \Rightarrow \sqrt{۲-x} = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

$$t = \sqrt{۱۴} \Rightarrow \sqrt{۲-x} = \sqrt{۱۴} \Rightarrow ۲ - x = ۱۴ \Rightarrow x = -۱۲$$

توجه کنید که $x = ۲$ غیرقابل قبول است، زیرا در سمت راست معادله مخرج را صفر می‌کند، بنابراین معادله جواب مثبت ندارد.

---

۵۰ گزینه ۴ می‌دانیم عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج، مقداری نامنفی است، پس:

$$\begin{cases} \sqrt{x-۲} \rightarrow x - ۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۲ \\ \sqrt{۲-x} \rightarrow ۲ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۲ \end{cases} \Rightarrow x = ۲$$

WWW.ArefOnline.ir

یعنی فقط $x = ۲$ می‌تواند قابل قبول باشد که آن را امتحان می‌کنیم.

$$\underbrace{\sqrt{۲ \times ۲ - ۳}}_{۱} = \underbrace{\sqrt{۲ + \sqrt{۲ - ۲}}}_{\sqrt{۲}} - \underbrace{\sqrt{۲ - ۲}}_{۰} \quad \text{غ ق ق} \times$$

در نتیجه معادلهٔ داده‌شده، فاقد ریشهٔ حقیقی است.

---

۵۱ گزینه ۲

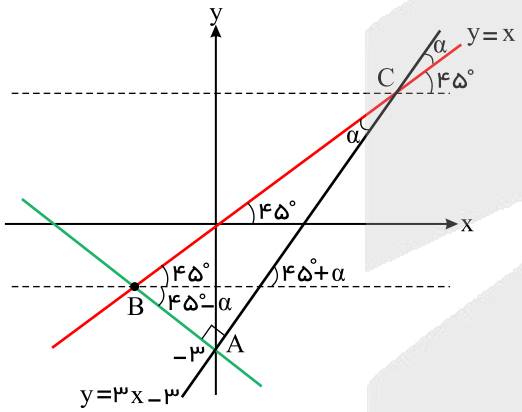
$$\begin{cases} ۳y + x = -۹ \\ ax - y = ۳ \Rightarrow y = ax - ۳ \end{cases} \Rightarrow ۳(ax - ۳) + x = -۹ \Rightarrow ۳ax - ۹ + x = -۹ \Rightarrow x = ۰$$
$$\Rightarrow A(۰, -۳) \Rightarrow y = -۳$$

$$\begin{cases} ۳y + x = -۹ \\ y - x = ۰ \Rightarrow y = x \end{cases} \Rightarrow ۳x + x = -۹ \Rightarrow x = -\frac{۹}{۴} = y \Rightarrow B(-\frac{۹}{۴}, -\frac{۹}{۴})$$

$$\begin{cases} ax - y = ۳ \\ y - x = ۰ \Rightarrow y = x \end{cases} \Rightarrow ax - x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{a - ۱} = y \Rightarrow c(\frac{۳}{a - ۱}, \frac{۳}{a - ۱})$$

از آنجایی که مرکز دایره بر نیمساز اول و سوم واقع است می‌توان نتیجه گرفت مرکز دایره بر روی خط گذرنده از نقاط B و C است. بنابراین

$$\hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow (a = ۳)$$



شیب خط $\tan(۴۵ + \alpha) = (۳x - ۳)$

$$\tan(۴۵ + \alpha) = ۳$$

$$\tan ۲(۴۵ + \alpha) = \frac{۲\tan(۴۵ + \alpha)}{۱ - \tan^۲(۴۵ + \alpha)} = \frac{۲ \times ۳}{۱ - ۹} = -\frac{۶}{۸} = -\frac{۳}{۴}$$

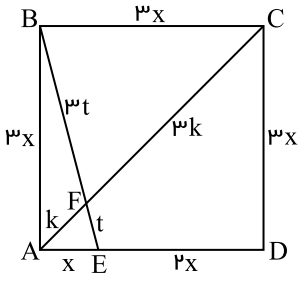
$$\tan(۹۰ + ۲\alpha) = -\cot(۲\alpha) = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow \cot(۲\alpha) = \frac{۳}{۴}$$

$$\hat{B} - \hat{C} = (۹۰ - \alpha) - (\alpha) = ۹۰ - ۲\alpha \Rightarrow \tan(۹۰ - ۲\alpha) =$$

$$\cot ۲\alpha = \frac{۳}{۴}$$

---

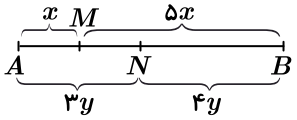
۵۲ گزینه ۱



$$\frac{t}{k} = \frac{BE}{AC} = \frac{۴t}{۴k} = \frac{\sqrt{۱۰x^۲}}{\sqrt{۱۸x^۲}} = \sqrt{\frac{۱۰}{۱۸}} = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

---

۵۳ گزینه ۳



طبق شکل باید $x + ۵x = ۳y + ۴y$ باشد؛ بنابراین داریم:

WWW.ArefOnline.ir

$$۶x = ۷y \Rightarrow x = \frac{۷}{۶}y \quad (I)$$

ازطرفی طبق فرض $MN = ۲۲$؛ بنابراین خواهیم داشت:

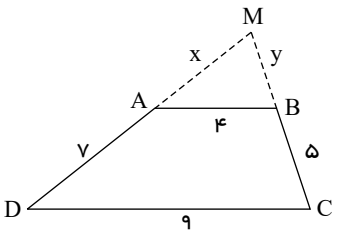
$$MN = ۳y - x = ۲۲ \quad (II)$$

$$(I)\ ,(II) \Rightarrow ۳y - \frac{۷}{۶}y = ۲۲ \Rightarrow \frac{۱۱y}{۶} = ۲۲ \Rightarrow y = ۱۲$$

ABطول پاره‌خط $= ۷ \times ۱۲ = ۸۴ \Rightarrow AB$مجموع ارقام طول پاره‌خط $= ۸ + ۴ = ۱۲$

---

۵۴ گزینه ۲ شکل مقابل را در نظر بگیرید:



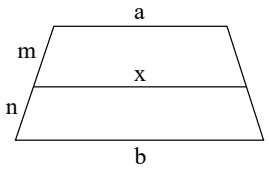
$$AB||CD \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{x}{۷+x} = \frac{y}{۵+y} = \frac{۴}{۹} \rightarrow \begin{cases} \frac{x}{۷+x} = \frac{۴}{۹} \rightarrow ۹x = ۴x + ۲۸ \rightarrow x = \frac{۲۸}{۵} \\ \frac{y}{۵+y} = \frac{۴}{۹} \rightarrow ۹y = ۲۰ + ۴y \rightarrow y = ۴ \end{cases}$$

$$MAB\text{محیط مثلث} = x + y + ۴ = \frac{۲۸}{۵} + ۴ + ۴ = \frac{۶۸}{۵} = ۱۳٫۶$$

---

۵۵ گزینه ۳

می‌دانیم اگر در یک ذوزنقه خطی موازی دو قاعده رسم شود طول پاره‌خط رسم شده از این رابطه به‌دست می‌آید:

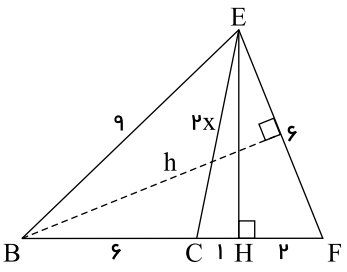


$$\rightarrow x = \frac{mb + na}{m + n}$$

پس : $MN = \frac{(۲ \times ۱۲) + (۳ \times ۷)}{۲ + ۳} = \frac{۴۵}{۵} = ۹$

---

۵۶ گزینه ۴



$$AB \parallel CD \rightarrow \frac{CF}{BF} = \frac{CJ}{BE} = \frac{JF}{FE}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۳}{۹} = \frac{CJ}{۹} \rightarrow CJ = ۳ \\ \frac{۳}{۹} = \frac{JF}{۴ + FJ} \rightarrow FJ = ۲ \end{cases}$$

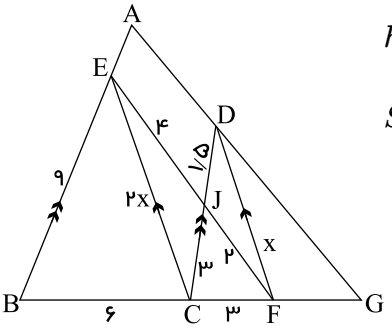
$$JDF \sim EJC \Rightarrow \frac{EJ}{JF} = \frac{CJ}{JD} \Rightarrow \frac{۴}{۲} = \frac{۳}{JD} \Rightarrow JD = ۱٫۵$$

و چون نسبت تشابه دو مثلث EJC و JDF برابر ۲ است، داریم:

$$DF = x\ ,\ EC = ۲x$$

حال مثلث BEF را در نظر می‌گیریم:

WWW.ArefOnline.ir



$$h = \sqrt{۹^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۸۱ - ۹} = ۶\sqrt{۲}$$

$$S_{BEF} = \frac{۶ \times h}{۲} = \frac{۶ \times ۶\sqrt{۲}}{۲} = ۱۸\sqrt{۲}$$

از طرفی:

$$S_{BEF} = \frac{BF \times EH}{۲} \Rightarrow ۱۸\sqrt{۲} = \frac{۹ \times EH}{۲} \rightarrow EH = ۴\sqrt{۲}$$

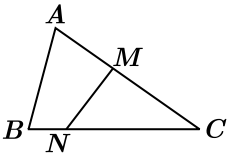
$$BH^۲ = BE^۲ - EH^۲ \Rightarrow BH = \sqrt{۹^۲ - (۴\sqrt{۲})^۲} = ۷ \rightarrow CH = ۱$$

$$EC^۲ = EH^۲ + CH^۲ \Rightarrow EC = \sqrt{(۴\sqrt{۲})^۲ + ۱} = \sqrt{۳۳}$$

$$DF = \frac{۱}{۲}EC = \frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$$

---

۵۷ گزینه ۱



$$۵AM = ۳CM \Rightarrow AM = \frac{۳}{۵}CM \Rightarrow AM + MC = \frac{۸}{۵}CM$$

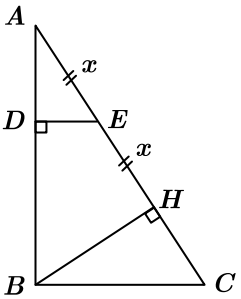
$$\Rightarrow AC = \frac{۸}{۵}CM$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNC}} = \frac{BC \cdot AC \cdot \sin\widehat{C}}{CN \cdot CM \cdot \sin\widehat{C}} = \frac{BC}{CN} \cdot \frac{۸}{۵} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{CN} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{BN}{CN} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

---

۵۸ گزینه ۱



WWW.ArefOnline.ir

$\overset{\Delta}{ABC}$ فیثاغورس در مثلث: $AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ = ۱۶^۲ + ۱۲^۲$

$AC^۲ = ۲۵۶ + ۱۴۴ = ۴۰۰ \Rightarrow AC = ۲۰$

$\overset{\Delta}{ABC} : BH \times AC = AB \times BC \Rightarrow BH \times ۲۰ = ۱۶ \times ۱۲ \Rightarrow BH = ۹٫۶$

$\overset{\Delta}{BHC}$ فیثاغورس در مثلث: $HC^۲ = BC^۲ - BH^۲ = ۱۲^۲ - (۹٫۶)^۲$

$= ۱۴۴ - ۹۲٫۱۶ = ۵۱٫۸۴ \Rightarrow HC = ۷٫۲$

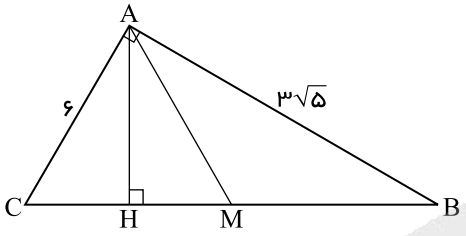
$\Rightarrow HC + ۲x = ۲۰ \Rightarrow x = ۶٫۴$

تالس: $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{۱۲} = \frac{۶٫۴}{۲۰} \Rightarrow ۷۶٫۸ = ۲۰DE \Rightarrow DE = ۳٫۸۴$

---

۵۹ گزینه ۴

ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



$\overset{\Delta}{ABC} : (AC)^۲ + (AB)^۲ = (BC)^۲ \rightarrow ۳۶ + ۴۵ = (BC)^۲ \rightarrow ۸۱ = (BC)^۲ \rightarrow BC = ۹ \rightarrow BM = CM = ۴٫۵$

می دانیم : $(AB)^۲ = BH \cdot BC \rightarrow ۴۵ = ۹BH \rightarrow BH = ۵ \rightarrow MH = ۰٫۵$

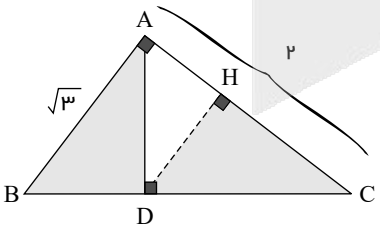
$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMH}} = \frac{(\frac{۱}{۲})(h)(BC)}{(\frac{۱}{۲})(h)(MH)} = \frac{۹}{۰٫۵} = ۱۸$$

---

۶۰ گزینه ۳ دو مثلث ABD و HDC متشابه هستند، پس نسبت مساحت‌های آنها برابر با مجذور نسبت تشابه است.

$$(BC)^۲ = (AB)^۲ + (AC)^۲ = ۳ + ۴ = ۷ \rightarrow BC = \sqrt{۷}$$

$$(AC)^۲ = BC \times DC \rightarrow ۴ = \sqrt{۷} \times DC \rightarrow DC = \frac{۴}{\sqrt{۷}}$$



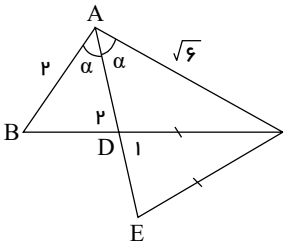
$$\frac{S_{\overset{\Delta}{HDC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABD}}} = (\frac{DC}{AB})^۲ = (\frac{\frac{۴}{\sqrt{۷}}}{\sqrt{۳}})^۲ = (\frac{۴}{\sqrt{۲۱}})^۲ = \frac{۱۶}{۲۱}$$

---

۶۱ گزینه ۲

WWW.ArefOnline.ir

شکل مقابل را در نظر بگیرید:



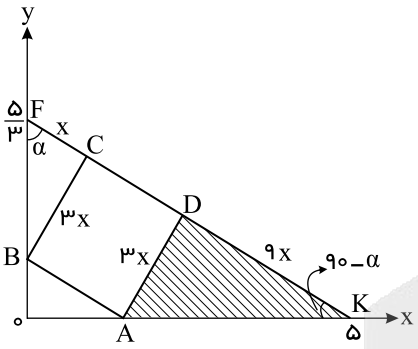
$$\begin{cases} CD = CE \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_۱ = \hat{D}_۲ \\ B\hat{A}D = E\hat{A}C = \alpha \end{cases}$$

بنابراین دو مثلث ABD و ACE در حالت دو زاویهٔ مساوی با هم متشابه هستند و می‌دانیم که نسبت مثلث‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABD}}}{S_{\overset{\triangle}{ACE}}} = (\frac{AB}{AC})^۲ = (\frac{۲}{\sqrt{۶}})^۲ = (\frac{۲}{\sqrt{۶}})^۲ = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

---

۶۲ گزینه ۲



$$\text{در مثلث } KOF \quad \tan\alpha = \frac{۵}{\frac{۵}{۳}} = ۳ = \frac{BC}{CF}$$

$$\Rightarrow BC = ۳CF \xrightarrow{CF=x} BC = ۳x$$

$$(\frac{۵}{۳})^۲ + (۵)^۲ = (Fk)^۲ \Rightarrow (Fk)^۲ = \frac{۲۵۰}{۹} \Rightarrow Fk = \frac{۵\sqrt{۱۰}}{۳}$$

$$\tan(۹۰ - \alpha) = \cot\alpha = \frac{۱}{۳} = \frac{AD}{Dk} \Rightarrow Dk = ۹x$$

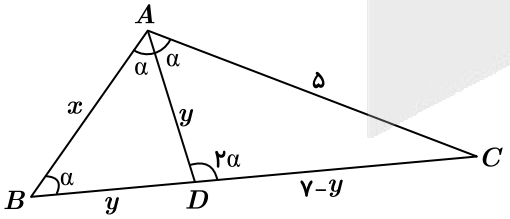
$$\Rightarrow S = ۳x(\frac{۵\sqrt{۱۰}}{۳} - x - ۹x) = ۳x(\frac{۵\sqrt{۱۰}}{۳} - ۱۰x) = ۵\sqrt{۱۰}x - ۳۰x^۲$$

$$S' = ۵\sqrt{۱۰} - ۶۰x = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵\sqrt{۱۰}}{۶۰} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۲}$$

$$\text{مساحت هاشور خورده } S = \frac{۱}{۲} \times ۳x \times ۹x = \frac{۲۷}{۲} \times \frac{۱۰}{(۱۲)^۲} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۲۷}} \times ۵}{\underset{۴}{\cancel{۱۲}} \times \underset{۴}{\cancel{۱۲}}} = \frac{۱۵}{۱۶}$$

---

۶۳ گزینه ۴



نیمساز زاویه $\hat{A}$ را رسم می‌کنیم تا BC را در D قطع کند. از آن‌جایی که $\hat{A} = ۲\hat{B}$، بنابراین

$\overset{\triangle}{ADB}$ متساوی‌الساقین بوده و $AD = BD$.

مثلث‌های $\overset{\triangle}{ABC}$ و $\overset{\triangle}{DAC}$ متشابه اند. با استفاده از نسبت تشابه حاصل داریم:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۵}{۷ - y} = \frac{۷}{۵}$$

ابتدا اندازه‌ی $BD = y$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از مقدار به‌دست‌آمده و نسبت تشابه، $AB = x$ را محاسبه می‌کنیم.

WWW.ArefOnline.ir

$$\frac{۵}{۷-y}=\frac{۷}{۵}\Rightarrow y=\frac{۲۴}{۷}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{۷}{۵}\Rightarrow x=\frac{۷}{۵}y=\frac{۲۴}{۵}=۴/۸$$

---

۶۴ گزینه ۳ بیشترین مقدار y در حالت $\frac{x}{۳}=\frac{۴}{۷}=\frac{۵}{y}$ به دست می‌آید که برابر است با $y=\frac{۳۵}{۴}$.

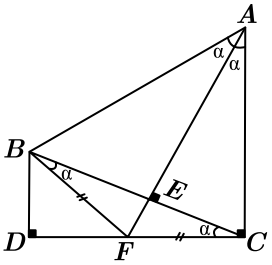
کمترین مقدار y در حالت $\frac{۴}{y}=\frac{x}{۳}=\frac{۵}{۷}$ به دست می‌آید که برابر است با $y=\frac{۲۸}{۵}$.

بنابراین اختلاف مطلوب برابر است با: $\frac{۳۵}{۴}-\frac{۲۸}{۵}=\frac{۶۳}{۲۰}=۳/۱۵$

توجه شود که در بعضی حالات شرط نامساوی مثلث برقرار نیست.

---

۶۵ گزینه ۳



F از دو سر BC به یک فاصله است، بنابراین AE عمودمنصف BC است. در نتیجه زوایای مشخص‌شده در شکل با هم برابر بوده و مثلث‌های BDC و ABE متشابه‌اند. می‌دانیم $DC=۲BD$، پس $AE=۲BE$.

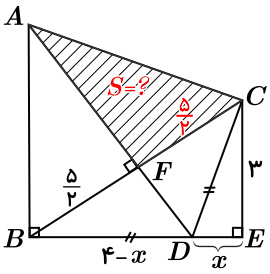
برای محاسبهٔ مساحت ABE کافی است اندازهٔ BE را محاسبه کنیم.

$$BC^۲=BD^۲+CD^۲=۴+۱۶=۲۰\longrightarrow BC=۲\sqrt{۵}\longrightarrow BE=\frac{BC}{۲}=\sqrt{۵},\ AE=۲\sqrt{۵}$$

$$\longrightarrow S_{ABE}=\frac{۱}{۲}BE\cdot AE=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۵}\times۲\sqrt{۵}=۵$$

---

۶۶ گزینه ۴ D از دو سر پاره‌خط BC به یک فاصله است. پس DF عمودمنصف است و $DF=FC$



$$BC=\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۵$$

$$CD=BD, FD\perp BC\Rightarrow CF=BF=\frac{۵}{۲}$$

$$DC^۲=x^۲+۹$$

$$BD^۲=DC^۲=(۴-x)^۲$$

$$\Rightarrow x^۲+۹=x^۲-۸x+۱۶\Rightarrow x=\frac{۷}{۸}\Rightarrow BD=DC=\frac{۲۵}{۸}$$

$$FD=\sqrt{\frac{۶۲۵}{۶۴}-\frac{۲۵}{۴}}=\frac{۱۵}{۸}$$

اکنون در مثلث $\overset{\Delta}{ABD}$ داریم:

WWW.ArefOnline.ir

$$DF \times AF = BF^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۵}{۸} \times AF = \frac{۲۵}{۴} \Rightarrow AF = \frac{۱۰}{۳}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ACF}} = \frac{AF \times FC}{۲} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ACF}} = \frac{\frac{۱۰}{۳} \times \frac{۵}{۲}}{۲} = \frac{۲۵}{۶}$$

---

۶۷ گزینه ۲ $y^{۲} - ۱$ شمارندهٔ ۷۲ است؛ بنابراین:

$$y^{۲} = ۰, ۴, ۹, ۲۵ \rightarrow y = ۰, \pm ۲, \pm ۳, \pm ۵$$

بنابراین با حذف ۳ زوج مرتب عضو که زوج مرتب‌های f تابع می‌شود.

---

۶۸ گزینه ۱ $x = ۲/۵$ ریشهٔ مخرج کسر است؛ پس $c = ۱۰$.

چون تابع در $x = ۱$ پیوسته است، پس داریم:

$$\frac{۲ + a + b}{۴ - ۱۰} = ۴ - ۵$$

$$\Rightarrow a + b = ۴$$

---

۶۹ گزینه ۱ با توجه به نمودار تابع، f در $x = \frac{-۱}{۳}$ حد دارد؛ اما تعریف‌نشده است. بنابراین طبق ضابطه، $x = \frac{-۱}{۳}$ هم ریشهٔ صورت و هم ریشهٔ مخرج عبارت $\frac{۳x^{۲} + ax + b}{bx + c}$ است.

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳(\frac{-۱}{۳})^{۲} - \frac{a}{۳} + b = ۰ \Rightarrow ۳b - a = -۱ \quad (۱) \\ , \\ b(\frac{-۱}{۳}) + c = ۰ \Rightarrow c = ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تابع در } x = ۲ \text{ پیوسته است.} \quad \frac{۱۲ + ۲a + b}{۱۴} = ۲ \Rightarrow b + ۲a = ۱۶ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} b = ۲, a = ۷ \Rightarrow ab = ۱۴$$

---

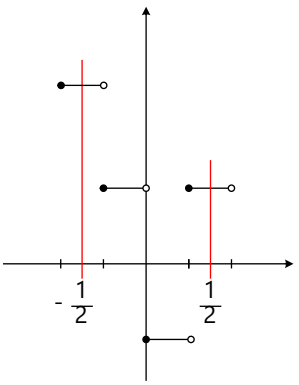
۷۰ گزینه ۲ روش اول: چون داخل براکت $۳x$ داریم طول پله‌ها $\frac{۱}{۳}$ است تابع را در بازی $-\frac{۲}{۳} \leq x < \frac{۲}{۳}$ رسم می‌کنیم که بازهٔ سؤال را شامل می‌شود.

اگر $-\frac{۲}{۳} \leq x < \frac{۱}{۳} \Rightarrow [۳x] = -۲ \Rightarrow y = ۳$

اگر $-\frac{۱}{۳} \leq x < ۰ \Rightarrow [۳x] = -۱ \Rightarrow y = ۱$

اگر $۰ \leq x < \frac{۱}{۳} \Rightarrow [۳x] = ۰ \Rightarrow y = -۱$

اگر $\frac{۱}{۳} \leq x < \frac{۲}{۳} \Rightarrow [۳x] = ۱ \Rightarrow y = ۱$



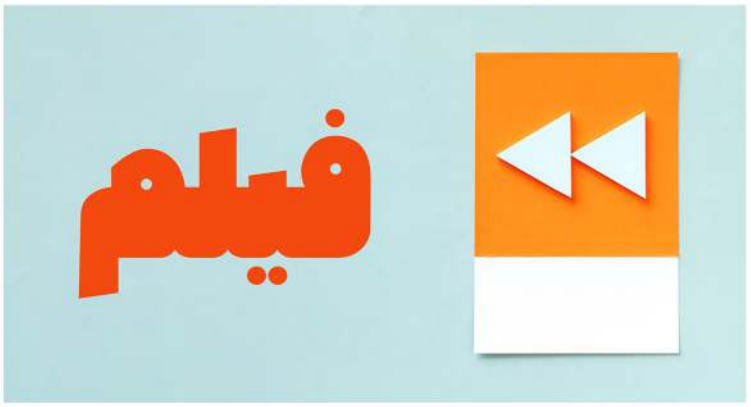
روش دوم: کافی است در حوالی صفر تابع را بررسی کنیم:

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه

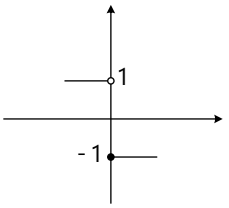

فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف

$if: x \to ۰^+ \Rightarrow [۳x] = ۰ \Rightarrow y = -۱$

$if: x \to ۰^- \Rightarrow [۳x] = -۱ \Rightarrow y = ۱$



فقط در گزینهٔ ۲ تابع در نقطهٔ $x = ۰$ ناپیوسته است.

---

۷۱ گزینه ۴

$$\frac{۴ - ۲x}{۳x + ۱} \geq ۰$$

با تعیین علامت عبارت $\frac{۴ - ۲x}{۳x + ۱}$، نامعادلهٔ داده‌شده را حل می‌کنیم:

$$۴ - ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

$$۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳}$$

x	$-\infty$		$-\frac{۱}{۳}$		۲		$+\infty$
$\frac{۴-۲x}{۳x+۱}$		$-$	ن ت	$+$	۰	$-$	

بنابراین $-\frac{۱}{۳} < x \leq ۲$ و داریم:

$$-\frac{۱}{۳} < x \leq ۲ \xrightarrow{\times ۳} -۱ < ۳x \leq ۶ \Rightarrow [۳x] = -۱, ۰, ۱, ۲, \cdots, ۶$$

مجموعه مقادیر $[۳x]$ شامل ۸ عضو است.

---

۷۲ گزینه ۴ برای پیدا کردن تابع وارون، کافی است x را برحسب y به‌دست آورده و سپس جای x و y را عوض کنیم.

$$y = f(x) = x^۲ - ۲x - ۳ = (x-۱)^۲ - ۱ - ۳ = (x-۱)^۲ - ۴ \Rightarrow (x-۱)^۲ = y + ۴$$

$$\xrightarrow{x \geq ۱} x - ۱ = \sqrt{y+۴} \Rightarrow x = ۱ + \sqrt{y+۴} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} f^{-۱}(x) = ۱ + \sqrt{x+۴}$$

حال با خط $g(x) = \frac{x-a}{۲}$ قطع می‌دهیم:

$$f^{-۱}(x) = g(x) \Rightarrow ۱ + \sqrt{x+۴} = \frac{x-۹}{۲} \xrightarrow{\text{بررسی گزینه‌ها}} x = ۲۱$$

توجه کنید حل معادلهٔ آخر بدین صورت است:

$$۲\sqrt{x+۴} = x - ۱۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴x + ۱۶ = x^۲ + ۱۲۱ - ۲۲x \Rightarrow x^۲ - ۲۶x + ۱۰۵ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۲۱)(x-۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲۱ & \text{ق ق} \\ x = ۵ & \text{غ ق ق (در معادله صدق نمی‌کند)} \end{cases}$$

WWW.ArefOnline.ir

۷۳ گزینه ۱

می‌دانیم: $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\}$

$D_{fog} = \{x | x \in D_g \, , \, g(x) \in D_f\}$

ابتدا $f^{-۱}$ را می‌نویسیم:

$f^{-۱} = \{(۲, ۱), (۵, ۲), (۴, ۳), (۶, ۴)\}$

و سپس $gof^{-۱}$ را محاسبه می‌کنیم:

$gof^{-۱} = \{(۵, ۳), (۴, ۱), (۶, ۲)\}$

حال زوج‌مرتب $\frac{g}{gof^{-۱}}$ را پیدا می‌کنیم:

$\frac{g}{gof^{-۱}} = \{(۵, ۲), (۴, ۲)\}$

---

۷۴ گزینه ۴

$f = \{(۱ \, , ۲) \, , (۲ \, , ۵) \, , (۳ \, , ۴) \, , (۴ \, , ۶)\} \quad , \backslash quadg = \{(۲ \, , ۳) \, , (۴ \, , ۲) \, , (۵ \, , ۶) \, , (۳ \, , ۱)\}$

$g^{-۱} = \{(۳ \, , ۲) \, , (۲ \, , ۴) \, , (۶ \, , ۵) \, , (۱ \, , ۳)\} \Rightarrow g^{-۱}of = \{(۱ \, , ۴) \, , (۴ \, , ۵)\}$

$g^{-۱}of - f = \{(۱ \, , ۴ - ۲) \, , (۴ \, , ۵ - ۶)\} = \{(۱ \, , ۲) \, , (۴ \, , -۱)\} \Rightarrow$ برد $= \{۲ \, , -۱\}$

---

۷۵ گزینه ۳ می‌دانیم که $f(a) = b \rightarrow f^{-۱}(b) = a$ است. سؤال در حقیقت $f^{-۱}(۶) + f^{-۱}(۱۲)$ را خواسته است.

$f^{-۱}(۶) = a \rightarrow f(a) = ۶ \rightarrow a + \sqrt{a} = ۶ \rightarrow a = ۴$
$f^{-۱}(۱۲) = b \rightarrow f(b) = ۱۲ \rightarrow b + \sqrt{b} = ۱۲ \rightarrow b = ۹$ $\rightarrow a + b = ۱۳$

---

۷۶ گزینه ۱

$$f(x) = \begin{cases} ۲ - ۳x & x \leq -\frac{۳}{۲} \Rightarrow R_f = [\frac{۱۳}{۲} \, , \, \infty) \\ ۲ + ۲mx - x^{۲} & x > -\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲ + ۲m(-\frac{۳}{۲}) - (-\frac{۳}{۲})^{۲} \leq \frac{۱۳}{۲} \end{cases}$$

$\Rightarrow ۲ - \frac{۹}{۴} - ۳m \leq \frac{۱۳}{۲} \Rightarrow -۳m \leq \frac{۱۳}{۲} + \frac{۱}{۴} \Rightarrow -۳m \leq \frac{۲۷}{۴} \Rightarrow m \geq -\frac{۹}{۴} \quad (۱)$

رأس سهمی $x = m \Rightarrow ۲ + ۲m^{۲} - m^{۲} + ۲ < \frac{۱۳}{۲} \Rightarrow m^{۲} + ۲ < \frac{۱۳}{۲}$

$\Rightarrow m^{۲} < \frac{۹}{۲} \Rightarrow -\frac{۳}{\sqrt{۲}} < m < \frac{۳}{\sqrt{۲}} \quad (۲)$

$(۱), (۲) \Rightarrow m = -۲$

$f^{-۱}(-۱۹) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = -۱۹$

$\Rightarrow ۲ - ۴\alpha - \alpha^{۲} = -۱۹ \Rightarrow \alpha^{۲} + ۴\alpha - ۲۱ = ۰ \Rightarrow (\alpha + ۷)(\alpha - ۳) = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = -۷ & \text{غ ق ق} \\ \alpha = ۳ & \text{ق ق} \end{cases}$$

WWW.ArefOnline.ir

۷۷ گزینه ۲ ابتدا عرض نقطهٔ برخورد را در خط قرار داده تا طول نقطه برخورد به دست آید: $y=۱ \xrightarrow{\text{خط}} x=۲۰$

خط از نقطه $(۱,۲۰)$ می‌گذرد، پس وارون تابع هم از این نقطه می‌گذرد، در نتیجه تابع f از نقطهٔ $(۲۰,۱)$ عبور می‌کند.

$$\Rightarrow f(۱)=a+۸=۲۰ \Rightarrow a=۱۲$$

توجه: اگر f و $f^{-۱}$ وارون یکدیگر باشند آنگاه:

$$f(a)=b \Rightarrow f^{-۱}(b)=a$$

---

۷۸ گزینه ۳ چون وارون تابع y خط $y=x-۴$ را در نقطهٔ $(a,-۱)$ قطع می‌کند؛ پس تابع y خط $y=x+۴$ (وارون تابع $y=x-۴$) را در نقطهٔ $(-۱,a)$ قطع می‌کند؛ بنابراین باید مختصات نقطهٔ $(-۱,a)$ هم در معادلهٔ خط $y=x+۴$ و هم در معادلهٔ تابع y صدق کند، یعنی داریم:

$$(-۱,a) \xrightarrow{y=x+۴} a=-۱+۴ \Rightarrow a=۳$$

$$(-۱,a)=(-۱,۳) \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در تابع}} ۳=۱+\sqrt{b+۳} \Rightarrow \sqrt{b+۳}=۲$$

$$\Rightarrow b+۳=۴ \Rightarrow b=۱ \Rightarrow a-b=۲$$

---

۷۹ گزینه ۴ باید مختصات نقطهٔ $(-\frac{۳}{۵},-\frac{۴}{۵})$ و همچنین نقطهٔ $(-\frac{۴}{۵},-\frac{۳}{۵})$ در معادلهٔ تابع y صدق کند.

$$\begin{cases} f(-\frac{۳}{۵})=-\frac{۴}{۵} & \Rightarrow -\frac{۴}{۵}=-\sqrt{a+\frac{۹}{۲۵}b} \\ f(-\frac{۴}{۵})=-\frac{۳}{۵} & \Rightarrow -\frac{۳}{۵}=-\sqrt{a+\frac{۱۶}{۲۵}b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a+\frac{۹}{۲۵}b}=\frac{۴}{۵} & \Rightarrow a+\frac{۹}{۲۵}b=\frac{۱۶}{۲۵} \\ \sqrt{a+\frac{۱۶}{۲۵}b}=\frac{۳}{۵} & \Rightarrow a+\frac{۱۶}{۲۵}b=\frac{۹}{۲۵} \end{cases} \Rightarrow b=-۱, a=۱$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=-۱$$

---

۸۰ گزینه ۳ طبق فرض مسئله:

$$f(۰/۶)=۰/۸, f(۰/۸)=۰/۶$$

$$\begin{cases} \sqrt{a+۰/۳۶b}=۰/۸ \\ \sqrt{a+۰/۶۴b}=۰/۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+۰/۳۶b=۰/۶۴ \\ a+۰/۶۴b=۰/۳۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را از هم کم می‌کنیم}} -۰/۲۸b=۰/۲۸ \Rightarrow b=$$

$$-۱ \Rightarrow a=۱$$

$$\Rightarrow ab=(۱)(-۱)=-۱$$

---

۸۱ گزینه ۴ می‌دانیم که $۱+\tan^۲ x=\frac{۱}{\cos^۲ x}$ و چون $\pi < x < \frac{۳\pi}{۲}$ است، انتهای کمان در ناحیهٔ سوم دایرهٔ مثلثاتی است و داریم:

$$\sqrt{۱+\tan^۲ x}(۲\sin^۲ \frac{\pi}{۴}-\sin^۲ x)=\sqrt{\frac{۱}{\cos^۲ x}}\left(۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲-\sin^۲ x\right)=\frac{۱}{\underbrace{|\cos x|}_{-}}(۱-\sin^۲ x)=\frac{-۱}{\cos x}(\cos^۲ x)$$

$$=-\cos x$$

WWW.ArefOnline.ir

۸۲ گزینه ۱ می‌دانیم که $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$ و چون $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ است، انتهای کمان در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی است و داریم:

$$\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}\left(\frac{1}{\sin x}-\sin x\right)=\frac{\tan x}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}}\left(\frac{1-\sin^2 x}{\sin x}\right)=\frac{\tan x}{\underbrace{|\cos x|}_{-}}\left(\frac{\cos^2 x}{\sin x}\right)=-\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)(\cos x)\left(\frac{\cos^2 x}{\sin x}\right)$$

$$=-\cos^2 x$$

---

۸۳ گزینه ۴

$$1+\cot^2 C=\frac{1}{\sin^2 C}\rightarrow 1+\cot^2 C=\frac{169}{25}\rightarrow \cot^2 C=\frac{144}{25}\rightarrow \cot C=\frac{12}{5}$$

$$\overset{\Delta}{AHC}:\cot C=\frac{CH}{AH}\rightarrow \frac{12}{5}=\frac{9}{AH}\rightarrow 12AH=45\rightarrow AH=3/75$$

---

۸۴ گزینه ۲ با توجه به رابطهٔ داده‌شده، مقدار کسینوس را به دست می‌آوریم:

$$\sin\alpha=2\cos\alpha\Rightarrow\tan\alpha=2$$

می‌دانیم:

$$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Rightarrow\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+4=5\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow[\cos\alpha<0]{\text{ربع سوم}}\cos\alpha=\frac{-1}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$$

---

۸۵ گزینه ۳

$$\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=-3\Rightarrow\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin x\cos x}=-3\Rightarrow\sin x\cos x=-\frac{1}{3}$$

$$(\sin x+\cos x)^2=\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\Rightarrow\sin x\cos x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$3\pi<4x<4\pi\Rightarrow\frac{3}{4}\pi<x<\pi\Rightarrow\sin x+\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow\sin^3 x+\cos^3 x=(\sin x+\cos x)(\sin^2 x+\cos^2 x-\sin x\cos x)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\left(1+\frac{1}{3}\right)=-\frac{4}{9}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\sin^3 x+\cos^3 x}=\frac{1}{-\frac{4}{9}\sqrt{3}}=\frac{-9}{4\sqrt{3}}=-\frac{3\sqrt{3}}{4}=-0/75\sqrt{3}$$

---

۸۶ گزینه ۳ هرکدام از نسبت‌های مثلثاتی داده‌شده را حساب می‌کنیم.

$$\sin\frac{17\pi}{3}=\sin\left(6\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-17\pi}{6}\right)=\cos\frac{17\pi}{6}=\cos\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\frac{19\pi}{4}=\tan\left(5\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\tan\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\tan\frac{\pi}{4}=-1$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶}) = -\sin\frac{۱۱\pi}{۶} = -\sin(۲\pi - \frac{\pi}{۶}) = -\sin(\frac{-\pi}{۶}) = \sin\frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

بنابراین خواستهٔ سؤال به‌صورت زیر است:

$$\sin(\frac{۱۷\pi}{۳})\cos(\frac{-۱۷\pi}{۶}) + \tan(\frac{۱۹\pi}{۴})\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶}) = (\frac{-\sqrt{۳}}{۲})(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}) + (-۱)(\frac{۱}{۲}) = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

---

۸۷ گزینه ۲ زاویه‌ها را شکسته و برحسب $\frac{\pi}{۴}$ می‌نویسیم.

$$A = \tan\frac{۱۱\pi}{۴} + \sin\frac{۱۵\pi}{۴}\cos\frac{۱۳\pi}{۴}$$

$$\tan(\frac{۱۱\pi}{۴}) = \tan(\frac{۱۲\pi - \pi}{۴}) = \tan(۳\pi - \frac{\pi}{۴}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{۴}) = -\tan\frac{\pi}{۴} = -۱$$

$$\sin(\frac{۱۵\pi}{۴}) = \sin(\frac{۱۶\pi - \pi}{۴}) = \sin(۴\pi - \frac{\pi}{۴}) = -\sin(\frac{\pi}{۴}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos(\frac{۱۳\pi}{۴}) = \cos(\frac{۱۲\pi + \pi}{۴}) = \cos(۳\pi + \frac{\pi}{۴}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{۴}) = -\cos\frac{\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$A = -۱ + (-\frac{\sqrt{۲}}{۲})\cdot(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = -۱ + \frac{۱}{۲} = -\frac{۱}{۲}$$

---

۸۸ گزینه ۲

$$\tan\frac{۱۷\pi}{۶}\sin\frac{۱۱\pi}{۳} + \cos\frac{۱۰\pi}{۳} = \tan(۳\pi - \frac{\pi}{۶})\sin(۴\pi - \frac{\pi}{۳}) + \cos(۳\pi + \frac{\pi}{۳})$$

$$= \tan(-\frac{\pi}{۶})\sin(-\frac{\pi}{۳}) + \cos(\pi + \frac{\pi}{۳}) = (-\tan\frac{\pi}{۶})(-\sin\frac{\pi}{۳}) - \cos\frac{\pi}{۳}$$

$$= \tan\frac{\pi}{۶}\sin\frac{\pi}{۳} - \cos\frac{\pi}{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶} - \frac{۱}{۲} = ۰$$

---

۸۹ گزینه ۳ به‌کمک روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan\alpha = \frac{۴}{۳} \rightarrow \begin{cases} ۱ + \tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \rightarrow ۱ + \frac{۱۶}{۹} = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \cos\alpha = -\frac{۳}{۵} \\ \sin^۲\alpha = ۱ - \cos^۲\alpha \rightarrow \sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \sin\alpha = -\frac{۴}{۵} \\ \cot\alpha = \frac{۳}{۴} \end{cases}$$

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha) = \sin(۴\pi + \frac{\pi}{۲} + \alpha) = \sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha) = \cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$$

$$\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) = \cos(۲\pi + \frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\sin\alpha = \frac{۴}{۵}$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\tan(\alpha-\frac{۳\pi}{۲})=-\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)=-\cot\alpha=-\frac{۳}{۴}$$

$$\text{پس : } \sin(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha)-\tan(\alpha-\frac{۳\pi}{۲})=(-\frac{۳}{۵})(\frac{۴}{۵})+\frac{۳}{۴}=-\frac{۱۲}{۲۵}+\frac{۳}{۴}$$
$$=\frac{-۴۸+۷۵}{۱۰۰}=\frac{۲۷}{۱۰۰}=۰/۲۷$$

---

۹۰ گزینه ۲

$$\tan ۳۰۰^\circ=\tan(۳۶۰^\circ-۶۰^\circ)=\tan(-۶۰^\circ)=-\tan ۶۰^\circ=-\sqrt{۳}$$
$$\cos ۲۱۰^\circ=\cos(۲۷۰^\circ-۶۰^\circ)=-\sin(۶۰^\circ)=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$
$$\tan ۴۸۰^\circ=\tan(۳۶۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\tan(۱۲۰^\circ)=\tan(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)=-\tan(۶۰^\circ)=-\sqrt{۳}$$
$$\sin ۸۴۰^\circ=\sin(۴\times ۳۶۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\sin(۱۲۰^\circ)=\sin(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)=\sin(۶۰^\circ)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\text{پس : } \tan(۳۰۰^\circ)\cos(۲۱۰^\circ)+\tan(۴۸۰^\circ)\sin(۸۴۰^\circ)=(-\sqrt{۳})(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})+(-\sqrt{۳})(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=\frac{۳}{۲}-\frac{۳}{۲}=۰$$

---

۹۱ گزینه ۴

$$\tan ۲۸۵^\circ=\tan(۲۷۰^\circ+۱۵^\circ)=-\cot ۱۵^\circ$$
$$\tan(-۱۶۵^\circ)=-\tan ۱۶۵^\circ=-\tan(۱۸۰^\circ-۱۵^\circ)=\tan ۱۵^\circ$$
$$\sin(۱۰۹۵^\circ)=\sin(۶\times ۱۸۰^\circ+۱۵^\circ)=\sin ۱۵^\circ$$
$$\cos(۲۵۵^\circ)=\cos(۲۷۰^\circ-۱۵^\circ)=-\sin ۱۵^\circ$$

$$\text{پس : } \tan(۲۸۵^\circ)\cdot\tan(-۱۶۵^\circ)-\sin(۱۰۹۵^\circ)\cos(۲۵۵^\circ)=(-\cot ۱۵^\circ)(\tan ۱۵^\circ)-(\sin ۱۵^\circ)(-\sin ۱۵^\circ)$$
$$=-۱+\sin^۲ ۱۵^\circ=-(۱-\sin^۲ ۱۵^\circ)=-\cos^۲ ۱۵^\circ$$

---

۹۲ گزینه ۲ ابتدا کمی عبارت را ساده کنیم.

$$\frac{\cos(۲\alpha-\frac{\pi}{۲})+\cos(\alpha+\pi)}{\cot(۲\alpha)}=\frac{\sin ۲\alpha-\cos\alpha}{\cot(۲\alpha)}$$

دقت کنید که: $\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$ و $\cos(۲\alpha-\frac{\pi}{۲})=\sin ۲\alpha$.

برای حل سؤال مقادیر $\cos\alpha$، $\sin\alpha$، $\sin ۲\alpha$، $\cos ۲\alpha$ و $\cot ۲\alpha$ را نیاز داریم، که آنها را محاسبه می‌کنیم.

$$۱)\ ۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow ۱+(\frac{۳}{۴})^۲=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\cos^۲\alpha=\frac{۱۶}{۲۵}\xrightarrow{\alpha\text{ در ربع سوم}}\cos\alpha=-\frac{۴}{۵}$$

$$۲)\ \sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha\Rightarrow\sin^۲\alpha=۱-(-\frac{۴}{۵})^۲=\frac{۹}{۲۵}\xrightarrow{\alpha\text{ در ربع سوم}}\sin\alpha=-\frac{۳}{۵}$$

$$۳)\ \sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha=۲(-\frac{۳}{۵})(-\frac{۴}{۵})=\frac{۲۴}{۲۵}$$

WWW.ArefOnline.ir

$$۴)\ \cos ۲\alpha = \cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = (-\frac{۴}{۵})^۲ - (-\frac{۳}{۵})^۲ = \frac{۷}{۲۵}$$

$$۵)\ \cot ۲\alpha = \frac{\cos ۲\alpha}{\sin ۲\alpha} = \frac{\frac{۷}{۲۵}}{\frac{۲۴}{۲۵}} = \frac{۷}{۲۴}$$

حال خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin ۲\alpha - \cos\alpha}{\cot(۲\alpha)} = \frac{\frac{۲۴}{۲۵} - (-\frac{۴}{۵})}{\frac{۷}{۲۴}} = \frac{۴۴ \times ۲۴}{۲۵ \times ۷} = \frac{۱۰۵۶}{۱۷۵}$$

---

۹۳ گزینه ۳ راه‌حل اول:

مخرج مشترک گرفته و ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta} + \frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^۲\theta + (۱-\cos^۲\theta)}{(۱-\cos\theta)\sin\theta} = \frac{۲\sin^۲\theta}{(۱-\cos\theta)\sin\theta} = \frac{۲\sin\theta}{۱-\cos\theta} = \frac{۲ \times ۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}}$$

$$= ۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta} + \frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^۲\frac{\theta}{۲}} + \frac{۲\cos^۲\frac{\theta}{۲}}{۲\sin\frac{\theta}{۲}\cos\frac{\theta}{۲}} = \cot\frac{\theta}{۲} + \cot\frac{\theta}{۲} = ۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

---

۹۴ گزینه ۳ چون دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ محل برخورد این دو تابع است؛ پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(۱) = g(۱) \to ۳^{A+B} = ۱ = ۳^۰ \to A+B = ۰ \\ f(۳) = g(۳) \to ۳^{۳A+B} = ۹ = ۳^۲ \to ۳A+B = ۲ \end{array} \right\} \to A = ۱\ ,\ B = -۱$$

پس: $f(x) = ۳^{x-۱} \to f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$

---

۹۵ گزینه ۲ دو نقطهٔ داده شده را در تابع $f(x) = -۴ + ۲^{ax+b}$ صدق می‌دهیم.

$$\left| \begin{array}{c} ۰ \\ -۲ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{صدق}} -۲ = -۴ + ۲^b \to ۲^b = ۲ \to b = ۱$$

$$\left| \begin{array}{c} \frac{-۱}{۳} \\ ۰ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{صدق}} ۰ = -۴ + ۲^{\frac{-۱}{۳}a+۱} \to ۲^{\frac{-۱}{۳}a+۱} = ۲^۲ \to -\frac{۱}{۳}a + ۱ = ۲ \to a = -۳$$

پس : $f(x) = -۴ + ۲^{-۳x+۱} \to f(\frac{-۵}{۳}) = -۴ + ۲^{۵+۱} = -۴ + ۶۴ = ۶۰$

---

۹۶ گزینه ۱ دو نقطهٔ داده شده را در تابع $f(x) = -۹ + (\frac{۱}{۳})^{ax+b}$ صدق می‌دهیم.

$$\left| \begin{array}{c} ۰ \\ -۶ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{صدق}} -۶ = -۹ + (\frac{۱}{۳})^b \to ۳ = ۳^{-b} \to -b = ۱ \to b = -۱$$

WWW.ArefOnline.ir

$$\left|\begin{matrix}\frac{1}{2}\\ 0\end{matrix}\right. \xrightarrow{\text{صدق}} 0=-9+(\frac{1}{3})^{\frac{a}{2}}-1 \to 9=(\frac{1}{3})^{\frac{a}{2}}-1 \to 3^2=3^{-\frac{a}{2}}+1 \to -\frac{a}{2}+1=2 \to -\frac{a}{2}=1$$

$$\to a=-2$$

$$\text{پس}: f(x)=-9+(\frac{1}{3})^{-2x-1} \to f(2)=-9+(\frac{1}{3})^{-5}=-9+3^5=-9+243=234$$

---

۹۷ گزینه ۱

$$y=2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{۳واحد چپ}} y_1=2^{x+3+|x+3|} \xrightarrow{\text{۲واحد پایین}} y_2=2^{x+3+|x+3|}-2$$

$$\xrightarrow{y=0} 2^{x+3+|x+3|}=2^1 \to x+3+|x+3|=1 \to x+|x+3|=-2 \xrightarrow{\text{چک کردن گزینه‌ها}} x=-\frac{5}{2}$$

---

۹۸ گزینه ۴ چون دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ محل برخورد این دو تابع است؛ پس:

$$\begin{cases} f(1)=g(1) \to -2+(\frac{1}{2})^{A+B}=1-1 \to (\frac{1}{2})^{A+B}=2 \to 2^{-A-B}=2 \to -A-B=1 \\ f(2)=g(2) \to -2+(\frac{1}{2})^{2A+B}=4-2 \to (\frac{1}{2})^{2A+B}=4 \to 2^{-2A-B}=2^2 \to -2A-B=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -A-B=1 \\ -2A-B=2 \end{cases} \to A=-1\ ,\ B=0 \to f(x)=-2+(\frac{1}{2})^{-x}$$

$$\Rightarrow f(3)=-2+(\frac{1}{2})^{-3}=-2+2^3=-2+8=6$$

---

۹۹ گزینه ۲ برای شرط داده‌شده در مجموعهٔ A داریم:

$$8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n}+4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n}+2^{-2m-2n} > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n+1} > 2^{-7} \xrightarrow{\text{پایه بزرگتر از ۱}} -2m-2n+1 > -7 \Rightarrow m+n < 4$$

$$\xrightarrow{m,n \in \mathbb{N}} (m,n)=(1,1)(1,2)(2,1)$$

$$A=\{1^3+1^2, 1^3+2^2, 2^3+1^2\}=\{2, 5, \underset{\downarrow}{9}\}_{max}$$

---

۱۰۰ گزینه ۲

$$2^{2|x|}=(0/25)^{x^2-x} \Rightarrow (2^2)^{|x|}=(\frac{1}{4})^{x^2-x}$$

$$\Rightarrow 4^{|x|}=4^{-x^2+x} \Rightarrow |x|=-x^2+x$$

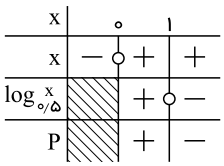
$$\begin{cases} x \geq 0: & x=-x^2+x \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0 \\ x<0: & -x=-x^2+x \Rightarrow x^2-2x=0 \Rightarrow x=0\ ,\ x=2 \end{cases}$$

اما پاسخ $x=2$ غیرقابل‌قبول است، چراکه در این صورت $|x|=2$ و $-x^2+x=-2$ که برابر نخواهند شد؛ بنابراین تنها جواب این معادله $x=0$ است. یعنی معادله یک جواب دارد.

---

۱۰۱ گزینه ۱ عبارت زیر رادیکال با فرجهٔ زوج، باید نامنفی باشد. جدول تعیین علامت عبارت زیر رادیکال به صورت زیر است:

WWW.ArefOnline.ir



$D_f = (۰, ۱)$

در دامنهٔ تابع f، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

---

۱۰۲ گزینه ۱ می‌دانیم که $\log_k^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^k}$ و $\log_k^{ab} = \log_k^a + \log_k^b$ و $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_{۱۲}^{۶} = \frac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} = \frac{\log_۴^۲ + \log_۴^۳}{\log_۴^۴ + \log_۴^۳} = \frac{\log_{۲۲}^۲ + ۰/۸}{۱ + ۰/۸} = \frac{\frac{۱}{۲} + ۰/۸}{۱/۸} = \frac{۱/۳}{۱/۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

---

۱۰۳ گزینه ۲ می‌دانیم که $\log_k^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^k}$ و $\log_k^{ab} = \log_k^a + \log_k^b$ و $\log_k^{a^n} = n\log_k^a$ است.

$$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \frac{\log_۳^{۲^۳}}{\log_۳^۹ + \log_۳^۲} = \frac{۳\log_۳^۲}{۲ + \log_۳^۲} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{۲ + \frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$$

---

۱۰۴ گزینه ۱ روش اول:

(شرط اول:شرط رادیکالی) $\Rightarrow x^۲ - ۱ \geq ۰ \Rightarrow |x| \geq ۱ \Rightarrow x \in (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty) \quad (۱)$

(شرط دوم:شرط لگاریتمی) $\Rightarrow x^۲ - x - ۲ > ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_۱ = -۱ \\ x_۲ = ۲ \end{cases}$

x		-۱		۲
$x^۲ - x - ۲$	$+$		$-$		$+$

$\Rightarrow x \in (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty) \quad (۲)$

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)} x \in (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$

روش دوم: عددگذاری

اگر $x = ۲ \Rightarrow \log^{(۲^۲ - ۲ - ۲)} = \log^{۰} \Rightarrow$ غیرقابل‌قبول

پس عدد ۲ در دامنهٔ عبارت نیست فقط گزینهٔ ۳ حذف می‌شود.

گزینهٔ ۲ و ۴ نیز حذف می‌شوند. اگر $x = ۰ \Rightarrow \sqrt{x^۲ - ۱} = \sqrt{-۱} \Rightarrow$ غیرقابل‌قبول

---

۱۰۵ گزینه ۴

چون پایهٔ لگاریتم عدد ۲۱ می‌باشد بنابراین اعداد ۱۴۷ و ۱۳۲۳ را به ۲۱ تقسیم می‌کنیم.

$$۱۳۲۳ = ۲۱^۲ \times ۳ \quad , \quad ۱۴۷ = ۲۱ \times ۷ \Rightarrow A = (\log_{۲۱}^۳)^۲ + \log_{۲۱}^{(۲۱\times۷)} \ \log_{۲۱}^{(۲۱^۲\times۳)}$$

$$A = (\log_{۲۱}^۳)^۲ + (\underbrace{\log_{۲۱}^{۲۱}}_{۱} + \log_{۲۱}^۷)(\underbrace{\log_{۲۱}^{۲۱^۲}}_{۱} + \log_{۲۱}^۳) \quad A = (\log_{۲۱}^۳)^۲ + (۱ + \log_{۲۱}^۷)\cdot(۲\log_{۲۱}^{۲۱} + \log_{۲۱}^۳)$$

WWW.ArefOnline.ir

می‌دانیم:

$$۳ \times ۷ = ۲۱ \Rightarrow \log_{۲۱}^{۳} + \log_{۲۱}^{۷} = \log_{۲۱}^{۲۱} \Rightarrow \log ۷ = ۱ - \log ۳$$

$$A = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۱ + ۱ - \log_{۲۱}^{۳}) \cdot (۲ + \log_{۲۱}^{۳}) = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + (۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^{۲})$$

$$A = (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} + ۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^{۲} = ۴$$

---

۱۰۶ گزینه ۱ با استفاده از خواص لگاریتم داریم:

$$\log_{۸} ۱۸ = m \Rightarrow \log_{۲^{۳}}(۲ \times ۳^{۲}) = \frac{۱}{۳}\log_{۲}(۲ \times ۳^{۲}) = m \Rightarrow \log_{۲} ۲ + \log_{۲} ۳^{۲} = ۳m \Rightarrow ۱ + ۲\log_{۲} ۳ = ۳m$$

$$\Rightarrow \log_{۲} ۳ = \frac{۳m - ۱}{۲}$$

خواستهٔ سؤال به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\log_{۴} ۱۲ = \log_{۲^{۲}}(۲^{۲} \times ۳) = \frac{۱}{۲}\log_{۲}(۲^{۲} \times ۳) = \frac{۱}{۲}(\log_{۲}^{۲^{۲}} + \log_{۲} ۳) = \frac{۱}{۲}(۲ + \log_{۲} ۳) = \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{۳m - ۱}{۲})$$

$$= \frac{۱}{۲}(\frac{۴ + ۳m - ۱}{۲}) = \frac{۳m + ۳}{۴} = \frac{۳}{۴}(m + ۱)$$

---

۱۰۷ گزینه ۱ داریم:

$$\log_{n}^{m} = a \xrightarrow{\text{تغییر مبنا}} \frac{\log^{m}}{\log^{n}} = a \Rightarrow \log m = a \cdot \log n$$

$$b = \log_{mn}^{m^{۲}n} \xrightarrow{\text{تغییر مبنا}} \frac{\log^{m^{۲}n}}{\log^{mn}} = \frac{۲\log m + \log n}{\log m + \log n} = \frac{۲a\log n + \log n}{a\log n + \log n}$$

$$\Rightarrow b = \frac{۲a + ۱}{a + ۱} = \frac{a + ۱ + a}{a + ۱} = ۱ + \frac{a}{a + ۱}$$

چون $۰ < a < a + ۱$، پس داریم:

$$۰ < \frac{a}{a + ۱} < ۱ \Rightarrow ۱ < b < ۲ \Rightarrow [b] = ۱$$

---

۱۰۸ گزینه ۴

$$\log_{۹} x + ۳\log_{x^{۲}} ۳ = \underbrace{\frac{\log x}{۲\log ۳}}_{a} + \underbrace{\frac{۳\log ۳}{۲\log x}}_{b}$$

$$ab = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{a,b>۰} a = b = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\min\{a + b\} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

---

۱۰۹ گزینه ۱

$$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^{۲}} \rightarrow (\frac{۴}{۱۰})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^{۲}} \rightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۲}{۵})^{-۳x^{۲}}$$

$$\rightarrow ۲x - ۱ = -۳x^{۲} \rightarrow ۳x^{۲} + ۲x - ۱ = ۰ \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -۱ \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

WWW.ArefOnline.ir

در عبارت خواسته‌شده نمی‌توانیم به‌جای x عدد -۱ را قرار دهیم چون جلوی لگاریتم منفی می‌شود و می‌دانیم که $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_{۸}^{۹x+۱} \xrightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸}^{۴} = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

---

۱۱۰ گزینه ۳ می‌دانیم:

$$y = \log_{۶}^{x-۲} \xrightarrow{\text{دامنه}} x-۲ > ۰ \rightarrow \boxed{x > ۲}$$

$$۳^{x^۲-۲} = ۸۱^{x} \rightarrow ۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \rightarrow x^۲ - ۲ = ۴x \rightarrow x^۲ - ۴x = ۲$$

$$\rightarrow (x-۲)^۲ - ۴ = ۲ \rightarrow (x-۲)^۲ = ۶ \rightarrow x-۲ = \pm\sqrt{۶} \rightarrow \begin{cases} x = ۲+\sqrt{۶} \\ x = ۲-\sqrt{۶} < ۲ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

می‌دانیم $\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a$ است.

$$\log_{۶}^{x-۲} \xrightarrow{x=۲+\sqrt{۶}} \log_{۶}^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \log_{۶}^{\sqrt{۶}} = \log_{۶}^{۶^{\frac{۱}{۲}}} = \frac{۱}{۲}$$

---

۱۱۱ گزینه ۱ می‌دانیم:

$$\log_y x = \frac{۱}{\log_x^y}$$

$$\Rightarrow \log_x^y - \frac{۲}{\log_x^y} = ۱ \xrightarrow{\log_x^y = t} t - \frac{۲}{t} = ۱ \xrightarrow{\times t} t^۲ - t - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -۱ \Rightarrow \log_x^y = -۱ \Rightarrow x^{-۱} = y \Rightarrow y = \frac{۱}{x} \\ t = ۲ \Rightarrow \log_x^y = ۲ \Rightarrow x^۲ = y \end{cases}$$

---

۱۱۲ گزینه ۳

$$\log_۲(۴^x + ۱۵) = x+۳ \Rightarrow ۴^x + ۱۵ = ۲^{x+۳} \Rightarrow ۴^x + ۱۵ = ۲^x \times ۲^۳ \Rightarrow ۴^x + ۱۵ = ۸ \times ۲^x$$

$$\Rightarrow (۲^x)^۲ - ۸ \times ۲^x + ۱۵ = ۰ \Rightarrow (۲^x - ۳)(۲^x - ۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲^x = ۳ \Rightarrow x_۱ = \log_۲ ۳ \\ ۲^x = ۵ \Rightarrow x_۲ = \log_۲ ۵ \end{cases} \Rightarrow x_۱ + x_۲$$

$$= \log_۲ ۳ + \log_۲ ۵ = \log_۲ ۱۵$$

---

۱۱۳ گزینه ۴

$$\log ۳۰ = \log ۳ + \log ۱۰ = ۱/۴ \ , \ \log ۶ = \log ۲ + \log ۳ = ۰/۷$$

$$\log \frac{۵}{۶} = \log ۵ - \log ۶ = (\log ۱۰ - \log ۲) - (\log ۲ + \log ۳) = ۰/۷ - ۰/۷ = ۰$$

$$\Rightarrow ۱/۴x^۲ + ۱/۴x = ۰ \Rightarrow ۱/۴x(x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۱ \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف ریشه‌ها} = ۱$$

---

۱۱۴ گزینه ۴ می‌دانیم: $\log_b^a = c \Rightarrow b^c = a$ و $\log_n^A + \log_n^B = \log_n^{A \cdot B}$

ابتدا معادله را حل می‌کنیم:

$$\log_۲((x-۲)(x^۲+۲x+۴)) = \log_۲(x^۳ - ۸) = ۳ \Rightarrow x^۳ - ۸ = ۸ \Rightarrow x = \sqrt[۳]{۱۶} = ۲^{\frac{۴}{۳}}$$

پس داریم:

WWW.ArefOnline.ir

$$\log_{\sqrt[3]{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} = 4$$

۱۱۵ گزینه ۱

$$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 5 + 1}{log_2 7 + 1} = \frac{\frac{1}{\log_5 2} + 1}{\log_2 7 + 1}$$
$$= \frac{2 + 1}{2/8 + 1} = \frac{3}{3/8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19}$$

۱۱۶ گزینه ۳

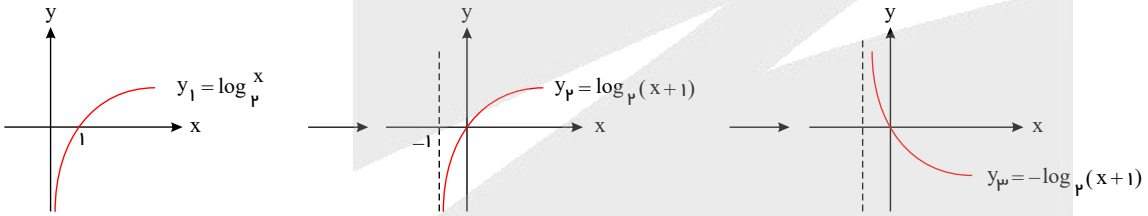
$$\log_2^3 = 1/6 \Rightarrow \log_3^2 = \frac{1}{1/6} = \frac{5}{8}$$

با استفاده از رابطهٔ $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$ و قرار دادن $c = 3$ داریم:

$$\log_{15}^6 = \frac{\log_3^6}{\log_3^{15}} = \frac{\log_3^2 + \log_3^3}{\log_3^5 + \log_3^3} = \frac{\frac{5}{8} + 1}{\frac{3}{2} + 1} = \frac{\frac{13}{8}}{\frac{20}{8}} = \frac{13}{20} = 0/65$$

۱۱۷ گزینه ۲ روش اول:

نمودار تابع داده‌شده $y = \log_2^x$ است که یک واحد به‌سمت چپ برده شده و سپس نسبت به محور xها قرینه شده است.



پس: $y = -\log_2^{(x+1)} \rightarrow y = \log_2^{(x+1)^{-1}} \rightarrow U(x) = (x+1)^{-1}$

روش دوم:

با توجه به شکل، دامنهٔ تابع داده‌شده $x > -1$ است بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. با توجه به شکل وقتی $x \rightarrow (-1)^+$ نمودار تابع به‌سمت $+\infty$ می‌رود.

گزینهٔ اول: $\lim_{x \to (-1)^+} \log_2(x+1) = \log_2 0^+ = -\infty$: نادرست

گزینهٔ دوم: $\lim_{x \to (-1)^+} \log_2 \frac{1}{x+1} = \log_2 \frac{1}{0^+} = \log_2(+\infty) = +\infty$: درست

توجه کنید اگر $a > 1$ باشد $\log_a^{+\infty} = +\infty$ و $\log_a^{0^+} = -\infty$ است.

۱۱۸ گزینه ۲

دامنهٔ تعریف لگاریتم: $2x + a > 0 \rightarrow 2x > -a \rightarrow x > -\frac{a}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل } x > \frac{1}{2}} a = -1$

بنابراین تابع به‌صورت $y = -1 + \log_b^{(2x-1)}$ است، از طرفی مقدار تابع در $x = 2$ برابر صفر است.

WWW.ArefOnline.ir

$$۰ = -۱ + \log_b^۳ \to \log_b^۳ = ۱ \to b = ۳ \to y = -۱ + \log_۳^{(۲x-۱)}$$

اکنون کافی است که به‌جای y مقدار ۱ را قرار دهیم.

$$۱ = -۱ + \log_۳^{(۲x-۱)} \to \log_۳^{(۲x-۱)} = ۲ \xrightarrow{\log_b^a = c \to a = b^c} ۲x - ۱ = ۳^۲ \to ۲x - ۱ = ۹ \to ۲x = ۱۰ \to x = ۵$$

---

۱۱۹ گزینه ۲

می‌دانیم:

$$a^{\log_a^b} = b$$

ابتدا دامنهٔ تابع را می‌یابیم:

$$y = ۹^{\log_۳^a} \Rightarrow \begin{array}{l} x > ۰ \\ D_f = (۰\ ,\ +\infty) \end{array}$$

$$f(x) = ۹^{\log_۳^x} = ۳^{۲\log_۳^x} = ۳^{\log_۳^{x^۲}} = x^۲$$

$$D_f : (۰, +\infty)$$

البته دقت کنید که دامنهٔ تابع $x > ۰$ است.

---

۱۲۰ گزینه ۳

$$y = x^۲ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \Rightarrow y = ۱ \Rightarrow M(۱, ۱) \\ x = ۳ \Rightarrow y = ۹ \Rightarrow N(۳, ۹) \end{cases}$$

نقاط M و N در تابع $f(x) = ۳^{Ax+B}$ صدق می‌کنند، پس داریم:

$$f(۱) = ۱ \Rightarrow ۳^{A+B} = ۱ \Rightarrow A + B = ۰ \quad , \quad f(۳) = ۹ \Rightarrow ۳^{۳A+B} = ۹ \Rightarrow ۳A + B = ۲$$

$$- \quad \begin{cases} A + B = ۰ \\ ۳A + B = ۲ \end{cases}$$
$$۲A = ۲ \Rightarrow A = ۱ \Rightarrow B = -۱$$

$$\Rightarrow f(x) = ۳^{x-۱} \Rightarrow f(۰) = ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳}$$

---

۱۲۱ گزینه ۱ در هر مدت یک ماه (۳۰ روز) $\frac{۱}{۱۰}$ جرم را از دست می‌دهد. بنابراین $\frac{۹}{۱۰}$ جرم باقی می‌ماند. پس بعد از ۲ ماه مقدار $۲۴ \times \frac{۹}{۱۰} \times \frac{۹}{۱۰}$ باقی می‌ماند و پس از n ماه مقدار $\underbrace{\cdots \times \frac{۹}{۱۰} \times \frac{۹}{۱۰}}_{n \text{ تا}} \times ۲۴$ جرم باقی می‌ماند، پس:

$$۲۴ \times (\frac{۹}{۱۰})^n = ۸ \Rightarrow (\frac{۹}{۱۰})^n = \frac{۱}{۳}$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(\frac{۹}{۱۰})^n = \log \frac{۱}{۳} \Rightarrow n \cdot \log \frac{۹}{۱۰} = \log ۱ - \log ۳$$

$$n(\log ۳^۲ - \log ۱۰) = ۰ - \log ۳ \Rightarrow n(۲\log ۳ - ۱) = -\log ۳$$

$$n(۰/۹۶ - ۱) = -۰/۴۸ \Rightarrow n = \frac{۰/۴۸}{۰/۰۴} = ۱۲ \quad \text{ماه}$$

WWW.ArefOnline.ir

روز $۱۲ \times ۳۰ = ۳۶۰$

۱۲۲ گزینه ۲ چون در هر روز ۴ لیتر از محلول ۱۰۰ لیتری کم می‌شود، پس غلظت آن هر روز به $\frac{۹۶}{۱۰۰}$ غلظت قبل می‌رسد. پس:

$$a_n = a \cdot (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n$$

که a_n غلظت در روز mام و a غلظت اولیه و n تعداد روزها می‌باشد.

$$a \cdot (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n = \frac{۱}{۳}a \to (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n = \frac{۱}{۳}$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(\frac{۹۶}{۱۰۰})^n = \log\frac{۱}{۳} \to n(\log ۹۶ - \log ۱۰۰) = \log ۱ - \log ۳ \to n(\log ۲^۵ \times ۳ - ۲) = -\log ۳$$

$$\to n(۵\log ۲ + \log ۳ - ۲) = -۰/۴۸ \to n = \frac{\frac{۴۸}{۱۰۰}}{\frac{۲}{۱۰۰}} = ۲۴$$

۱۲۳ گزینه ۴

$$\lim_{x\to(-۲)^+} f(x) = \lim_{x\to(-۲)^+} ۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right] + a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]$$
$$= ۲\left[۲^-\right] + a\left[۰^+\right] = ۲$$
$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x) = \lim_{x\to(-۲)^-} ۲\left[\frac{۲-x}{۲}\right] + a\left[\frac{x+۲}{۳}\right]$$
$$= ۲\left[۲^+\right] + a\left[۰^-\right] = ۴ - a$$
$$۴ - a = ۲ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow \left[\frac{a}{۳}\right] = \left[\frac{۲}{۳}\right] = ۰$$

۱۲۴ گزینه ۳ حد تابع در $x = -۴$ موجود است؛ بنابراین حد راست و حد چپ باید در این نقطه موجود و برابر باشند.

$$\begin{cases} \lim_{x\to-۴^+} f(x) = \lim_{x\to-۴^+} [\frac{۲-x}{۲}] - a[\frac{x+۴}{۵}] = [۳^-] - a[۰^+] = ۲ \\ \lim_{x\to-۴^-} f(x) = \lim_{x\to-۴^-} [\frac{۲-x}{۲}] - a[\frac{x+۴}{۵}] = [۳^+] - a[۰^-] = ۳ + a \end{cases}$$
$$۳ + a = ۲ \Rightarrow a = -۱ \Rightarrow [a] = -۱$$

۱۲۵ گزینه ۲ ابتدا توجه می‌کنیم که داریم:

$$۸x^۳ - x = x(۸x^۲ - ۱)$$
$$x \to -\frac{۱}{۲}^- : x < -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x^۲ > \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۸x^۲ - ۱ > ۱ \Rightarrow x(۸x^۲ - ۱) < -\frac{۱}{۲} \Rightarrow [x(۸x^۲ - ۱)] = -۱ \quad (I)$$
$$x \to -\frac{۱}{۲}^+ : x > -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x^۲ < \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۸x^۲ - ۱ < ۱ \Rightarrow x(۸x^۲ - ۱) > -\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۸x^۳ - x = -\frac{۱}{۲} + \varepsilon < ۰$$
$$\Rightarrow [x(۸x^۲ - ۱)] = -۱ \quad (II)$$

بنابراین طبق (I) و (II) داریم:

$$\lim_{x\Rightarrow-\frac{۱}{۲}} [۸x^۳ - x] = -۱$$

WWW.ArefOnline.ir

۱۲۶ گزینه ۲

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۸} \frac{b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲b}{ax-b} = \frac{۰}{۸a-b} \Rightarrow ۸a-b=۰ \Rightarrow b=۸a$$

راه اول $= \lim_{x\to ۸} \frac{۸a(\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲)}{a\cdot(x-۸)} = \lim \frac{(۸\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲)(\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}+۳)}{(x-۸)(\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}+۲)}$

$$\lim_{x\to ۸} \frac{۸(\sqrt[۳]{x}-۲)}{(x-۸)\times ۴} = \lim_{x\to ۸} \frac{۲\times(\sqrt[۳]{x}-۲)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}{۴(x-۸)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}$$

$$\lim_{x\to ۸} \frac{۲}{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴} = \frac{۱}{۶}$$

راه دوم $\xrightarrow{HOP} \lim_{x\to ۸} \frac{b\frac{\frac{۱}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}}}{۲\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}}}{a} = \frac{۸a\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}}{۴a} = \frac{۱}{۶}$

---

۱۲۷ گزینه ۱ کافی است حد چپ تابع در $x=-۲$ و مقدار تابع در $x=-۲$ با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x) = \lim_{x\to(-۲)^-} \frac{۸+x^۳}{\underbrace{|x+۲|}_{-}} = \lim_{x\to(-۲)^-} \frac{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}{-(x+۲)} = -۱۲$$

درضمن $f(-۲)=a$ است پس $a=-۱۲$ است.

---

۱۲۸ گزینه ۴ شرط آن‌که تابع f در $x=a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=a$ موجود و متناهی و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{۲\sin^۲x-\sin x-۱}{\cos^۲x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{(۲\sin x+۱)(\sin x-۱)}{۱-\sin^۲x}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{(۲\sin x+۱)(\sin x-۱)}{(۱+\sin x)(۱-\sin x)}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{-(۲\sin x+۱)(۱-\sin x)}{(۱+\sin x)(۱-\sin x)} = \frac{-(۲+۱)}{۲+۰} = -۱/۵$$

توجه کنید که $f(\frac{\pi}{۲})=a$ است، پس $a=-۱/۵$ است.

---

۱۲۹ گزینه ۱ طبق فرض، تابع $f(x)=\frac{x^۲+ax+b}{x-۱}$ در نقطه‌ای حد دارد ولی در آن نقطه پیوسته نیست؛ این نقطه اولاً $x=۱$ بوده و ثانیاً $x=۱$ ریشهٔ صورت f نیز هست، پس:

$$x^۲+ax+b \Big|_{x=۱}^{=۰} \Rightarrow ۱+a+b=۰ \Rightarrow a+b=-۱ (I)$$

همچنین $x=۱$ ریشهٔ معادلهٔ داده‌شده است:

$$۵x^۲-ax+b \Big|_{x=۱}^{=۰} \Rightarrow ۵-a+b=۰ \Rightarrow a-b=۵ (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} a+b=-۱ \\ a-b=۵ \end{cases} \Rightarrow a=۲\ ,\ b=-۳$$

WWW.ArefOnline.ir

$$[\frac{b-۲a}{۳}]=[\frac{-۳-۴}{۳}]=[\frac{-۷}{۳}]=-۳$$

---

۱۳۰ گزینه ۱

$$x=a \text{ پیوستگی در نقطهٔ } \Rightarrow \frac{۲\sin b}{۳\sqrt{a+۲}}=\lim_{x\to a}\frac{\sqrt{۳x^۲+(m-۱)x+(m-۴)}}{|x^۳+((m-۷)x+a)^۲|}=\frac{\sqrt{۳a^۲+(m-۱)a+(m-۴)}}{|a^۳+((m-۷)a+a)^۲|}$$

$$\Rightarrow a^۳+((m-۶)a)^۲=a^۳+(m-۶)^۲a^۲=a^۲(a+m-۶)=۰\begin{cases}a=۰\\a=۶-m\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳(۶-m)^۲+(m-۱)(۶-m)+m-۴=۳(۳۶+m^۲-۱۲m)+(-m^۲-۷m-۶)+m-۴=۲(m-۷)^۲=۰$$

$$\Rightarrow m=۷\Rightarrow a=۶-m=۱\Rightarrow \lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt{۳x^۲+۶x+۳}}{|x^۳+۱|}=\lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt{۳}|x+۱|}{|x^۳+۱|}=$$

$$\lim_{x\to -۱}\frac{\sqrt{۳}\cancel{|x+۱|}}{\cancel{|x+۱|}|x^۲-x+۱|}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\frac{۲\sin b}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\sin b=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow b=\frac{\pi}{۳}$$

---

۱۳۱ گزینه ۱ شرط این که تابع f روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، این است که در نقطهٔ $x=a$ نیز پیوسته باشد. یعنی باید داشته باشیم:

$$f(a)=\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^+}\frac{۳}{x+a}=\frac{۳}{۲a}\\ \lim\limits_{x\to a^-}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}\frac{a-۱}{x-۱}=\frac{a-۱}{a-۱}=۱\end{cases}$$

حال داریم:

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)\to\frac{۳}{۲a}=۱\Rightarrow a=\frac{۳}{۲}$$

اما توجه شود که به‌ازای $a=\frac{۳}{۲}$، ضابطهٔ تابع f به‌صورت زیر خواهد بود:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{x+\frac{۳}{۲}} & , \quad x\geq\frac{۳}{۲}\\ \frac{\frac{۱}{۲}}{x-۱} & , \quad x<\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

پس به‌ازای هیچ مقدار a تابع f نمی‌تواند در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد.

---

۱۳۲ گزینه ۱ می‌دانیم که $|f(x)|\leq k\xrightarrow{k>۰}-k\leq f(x)\leq k$ و $|f(x)|\geq k\xrightarrow{k>۰}\begin{cases}f(x)\geq k\\ \text{یا}\\ f(x)\leq -k\end{cases}$ است.

$$f(x)=\begin{cases}(x-۱)[x] & -۱<x-۱<۱\\ x^۲+ax+b & x-۱\geq ۱ \text{ یا } x-۱\leq -۱\end{cases}\to f(x)=\begin{cases}(x-۱)[x] & ۰<x<۲\\ x^۲+ax+b & x\geq ۲ \text{ یا } x\leq ۰\end{cases}$$

چون تابع همواره پیوسته است، پس حتماً در $x=۰$ و $x=۲$ نیز پیوسته است.

WWW.ArefOnline.ir

$$x=0\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x-1)[x]=-1[0^+]=0\\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x^2+ax+b)=b & \to b=0\\ f(0)=b\end{cases}$$

$$x=2\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x^2+ax+b)=4+2a\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x-1)[x]=1[2^-]=1 & \to 4+2a=1\to a=\frac{-3}{2}\\ f(2)=4+2a\end{cases}$$

---

۱۳۳ گزینه ۴

$$f(x)=[x]\sin\pi x\ ,\ -2\le x\le 2$$

اعداد $-1, 0, 1$ داخل جزءصحیح را صحیح کرده و باعث ناپیوستگی آن می‌شوند ولی چون این سه عدد $\sin\pi x$ را صفر می‌کنند (ضریب صفرشونده) نقاط ناپیوستگی محسوب نمی‌شوند. همچنین در ابتدای بازه پیوستگی راست و در انتهای بازه پیوستگی چپ برقرار است. پس این تابع روی بازهٔ مورد نظر پیوسته است و نقطهٔ ناپیوستگی ندارد.

---

۱۳۴ گزینه ۱ تابع f در نقاط $x=1$ و $x=5$ پیوسته است، پس:

$$x=1 \text{ پیوستگی در } : \tan\frac{3\pi}{4}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\overbrace{|x^2+x-2|}^{(x+2)(x-1)}}{a(1-x)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(x+2)(x-1)}{a(1-x)}\Rightarrow -1=\frac{3}{-a}\Rightarrow a=3$$

$$x=5 \text{ پیوستگی در } : b(5-[-5])=\lim_{x\to 5^-}\frac{|x^2+x-2|}{a(1-x)}\Rightarrow 10b=\frac{28}{3(-4)}\Rightarrow b=\frac{-7}{30}$$

$$a\times b=3\times(\frac{-7}{30})=(\frac{-7}{10})=-0/7$$

---

۱۳۵ گزینه ۴ برای اینکه تابع در نقطهٔ $x=a$ پیوسته باشد، باید حد صورت کسر نیز در $x=a$ برابر صفر باشد؛ از طرفی $2a$ نیز ریشهٔ f است، بنابراین معادلهٔ درجهٔ دوم $x^2+mx+n=0$ قابل بازنویسی به‌صورت $(x-2a)(x-a)=0$ است.

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)=2\longrightarrow \lim_{x\to a}\frac{x^2+mx+n}{a-x}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(x-2a)}{-(x-a)}=a$$

$$\longrightarrow a=2$$

$$\longrightarrow (x-2)(x-4)=x^2-6x+8=x^2+mx+n$$

$$\Rightarrow m=-6\ ,\ n=8\ \Rightarrow n-m=14$$

---

۱۳۶ گزینه ۱

$$f(x)=\begin{cases}\frac{mx^2+n}{a-x} & ;\quad x\neq a\\ 1 & ;\quad x=a\end{cases}$$

a ریشهٔ مخرج است و f روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؛ بنابراین حد f در $x=a$ موجود است و a باید ریشهٔ صورت نیز باشد.

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)=1$$

$$ma^2+n=0\ (1)$$

$$\text{قاعدهٔ هوپیتال}\Rightarrow \frac{2mx}{-1}=1\Rightarrow 2ma=-1\Rightarrow a=\frac{-1}{2m}$$

WWW.ArefOnline.ir

(قاعدهٔ هوپیتال: برای رفع ابهام $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ می‌توان از صورت جدا و مخرج جدا مشتق گرفت. حد کسر جدید برابر حد اولیه است.)

$$\xrightarrow{(1)} m(\frac{-1}{2m})^2 + n = 0 \Rightarrow n = \frac{-1}{4m}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{n} = \frac{\frac{-1}{2m}}{\frac{-1}{4m}} = 2$$

---

۱۳۷ گزینه ۴

$$p = 0/4 \times 0/25 + 0/35 \times 0/3 + 0/25 \times 0/35 = 29/25$$

---

۱۳۸ گزینه ۱ فرض کنید پیشامدهای اصابت تیرهای علی و حسن به هدف را به ترتیب با A و B نمایش دهیم. با توجه به مستقل بودن این دو پیشامد داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0/6 + 0/4 - 0/6 \times 0/4 = 0/76$$

طبق رابطهٔ احتمال شرطی داریم:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{0/6}{0/76} = \frac{15}{19}$$

---

۱۳۹ گزینه ۲ پیشامد قبولی نیلوفر را A و پیشامد قبولی دوستش را B در نظر می‌گیریم:

طبق فرض: $P(A) = \frac{2}{3}P(B)$

فقط قبولی دوستش: $P(B - A) = \frac{3}{8} \Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8}$

$$\xrightarrow[\text{مستقل‌اند}]{B \ , \ A} P(B) - P(A)P(B) = \frac{3}{8} \Rightarrow P(B)(1 - P(A)) = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow P(B)(1 - \frac{2}{3}P(B)) = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{2}{3}(P(B))^2 - P(B) + \frac{3}{8} = 0$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(\frac{3}{8})(\frac{2}{3})}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{مستقل‌اند}]{B' \ , \ A'} P(A' \cap B') = P(A')P(B') = (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

---

۱۴۰ گزینه ۲ می‌دانیم مجموع انحراف از میانگین‌ها همیشه صفر است چون مجموع اعداد داده شده برابر -15 است، پس اگر همهٔ اعداد داده‌شده را ۳ واحد به راست شیفت بدهیم انحراف از میانگین‌ها به دست می‌آید:

$$2 \ , -2 \ , -3 \ , -4 \ , 7$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{2^2 + (-2)^2 + (-3)^2 + (-4)^2 + (7)^2}{5} = \frac{82}{5} = 16/4$$

البته اگر واریانس پنج دادهٔ مسأله را هم به دست آورید، برابر با همین عدد می‌شود؛ چون اگر به هر داده‌ای y واحد اضافه کنید واریانس تغییر نمی‌کند.

---

۱۴۱ گزینه ۴

WWW.ArefOnline.ir

میانگین: $\overline{X}=\frac{a+b+c+d}{۴}=۳\Rightarrow a+b+c+d=۱۲$

واریانس: $\sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{n}-\overline{X}^۲\Rightarrow\frac{a^۲+b^۲+c^۲+d^۲}{۴}-۹=۱/۵\Rightarrow a^۲+b^۲+c^۲+d^۲=۴۲$

میانگین جدید: $\overline{X}=\frac{a+b+c+d+۵}{۵}=\frac{۱۷}{۵}$

واریانس جدید: $\sigma^۲=\frac{a^۲+b^۲+c^۲+d^۲+۲۵}{۵}-(\frac{۱۷}{۵})^۲=\frac{۶۷}{۵}-\frac{۲۸۹}{۲۵}$

واریانس جدید: $\sigma^۲=\frac{۴۶}{۲۵}=۱/۸۴$

---

۱۴۲ گزینه ۲

$\bar{x}=\frac{۵(۱۰)+۴(۱۱)+۷(۱۴)}{۱۶}=\frac{۱۹۲}{۱۶}=۱۲$

$\sigma^۲=\frac{۱}{N}((x_i-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_N-\bar{x})^۲)=\frac{۱}{۱۶}(۵(۱۰-۱۲)^۲+۴(۱۱-۱۲)^۲+۷(۱۴-۱۲)^۲)$

$=\frac{۱}{۱۶}(۲۰+۴+۲۸)=\frac{۵۲}{۱۶}=\frac{۱۳}{۴}\to\sigma=\frac{\sqrt{۱۳}}{۲}\sim ۱/۸$

$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۱/۸}{۱۲}=۰۱۵$

---

۱۴۳ گزینه ۲

$\bar{x}=\frac{۲(۱۰)+۳(۸)+۷+۵}{۷}=\frac{۵۶}{۷}=۸$

$\sigma^۲=\frac{۱}{N}((x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_N-\bar{x})^۲)=\frac{۱}{۷}(۲(۱۰-۸)^۲+۳(۸-۸)^۲+(۷-۸)^۲+(۵-۸)^۲)$

$=\frac{۱}{۷}(۸+۰+۱+۹)=\frac{۱۸}{۷}\to\sigma=\sqrt{\frac{۱۸}{۷}}=۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}$

$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۳\sqrt{\frac{۲}{۷}}}{۸}=\frac{۳(۰/۵۳۴)}{۸}\simeq ۰/۲$

---

۱۴۴ گزینه ۴ در دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی، انحراف معیار مقداری ثابت بوده و برابر زیر است:

واریانس: $\sigma^۲=\frac{۲^۲+۰^۲+۲^۲}{۳}=\frac{۸}{۳}\Rightarrow$ انحراف معیار: $\sigma=\sqrt{\frac{۸}{۳}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$

در نتیجه ضریب تغییرات $(C\cdot V)$ موقعی کوچک‌ترین مقداری می‌شود که میانگین $(\overline{x})$ تا حد امکان زیاد شود، که با توجه به فرض باید اعداد دورقمی ۹۴، ۹۶ و ۹۸ را انتخاب کنیم:

$\overline{x}=\frac{۹۴+۹۶+۹۸}{۳}=۹۶\Rightarrow min(C\cdot V)=\frac{\sigma}{\overline{x}}=\frac{۲\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}}{۹۶}=\frac{\sqrt{۲}}{۴۸\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۲۴\sqrt{۶}}$

---

۱۴۵ گزینه ۴ ابتدا داده‌ها را ۱۰۰ برابر کرده سپس از هریک ۱۰۰ واحد کم می‌کنیم.

۰, ۸, ۲۰, ۱۶, ۱۶

WWW.ArefOnline.ir

$$\bar{X}_{\text{جدید}} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲ \qquad \delta^{۲}_{\text{جدید}} = \frac{۱۴۴ + ۱۶ + ۶۴ + ۱۶ + ۱۶}{۵} = \frac{۲۵۶}{۵}$$

$$\delta_{\text{جدید}} = \frac{۱۶}{\sqrt{۵}} \qquad \Rightarrow \bar{X}_{\text{اولیه}} = ۱٫۱۲ \ , \ \delta_{\text{اولیه}} = \frac{۱}{۱۰۰}\frac{۱۶}{\sqrt{۵}}$$

$$cv_{\text{اولیه}} = \frac{\frac{۱۶}{۱۰۰\sqrt{۵}}}{۱٫۱۲} = \frac{\frac{۱۶}{۱۰۰\sqrt{۵}}}{\frac{۱۱۲}{۱۰۰}} = \frac{۱}{۷\sqrt{۵}}$$

---

۱۴۶ گزینه ۴ نکته: درصورتی‌که تمامی داده‌ها را بر عددی ثابت تقسیم کنیم، ضریب تغییرات داده‌ها تغییر نمی‌کند. به کمک این نکته، تمامی داده‌ها را بر ۷۳ تقسیم کرده و محاسبات را تسهیل می‌کنیم. داده‌ها پس از تقسیم عبارت‌اند از:

$$۱, ۸, ۲, ۲, ۴, ۱ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۸}{۶} = ۳$$

$$\sigma^{۲} = \frac{۲(۴) + ۲۵ + ۲(۱) + ۱}{۶} = \frac{۳۶}{۶} = ۶ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۶}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۳} \Rightarrow CV = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

WWW.ArefOnline.ir

پاسخنامه کلیدی

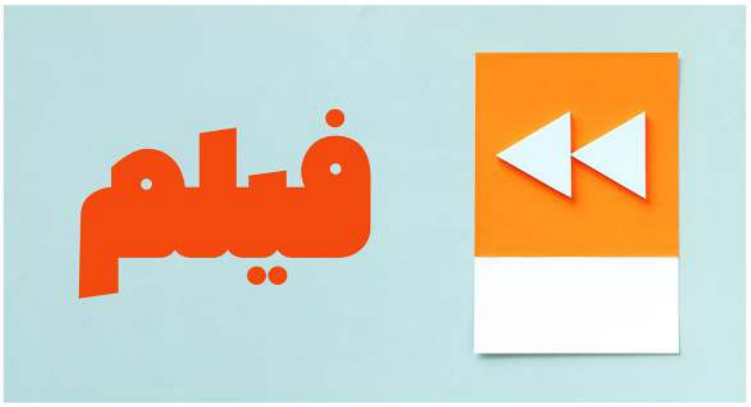
۱	۴	۲۲	۱	۴۳	۳	۶۴	۳	۸۵	۳	۱۰۶	۱	۱۲۷	۱
۲	۱	۲۳	۳	۴۴	۴	۶۵	۳	۸۶	۳	۱۰۷	۱	۱۲۸	۴
۳	۲	۲۴	۴	۴۵	۴	۶۶	۴	۸۷	۲	۱۰۸	۴	۱۲۹	۱
۴	۱	۲۵	۳	۴۶	۴	۶۷	۲	۸۸	۲	۱۰۹	۱	۱۳۰	۱
۵	۳	۲۶	۲	۴۷	۱	۶۸	۱	۸۹	۳	۱۱۰	۳	۱۳۱	۱
۶	۳	۲۷	۴	۴۸	۲	۶۹	۱	۹۰	۲	۱۱۱	۱	۱۳۲	۱
۷	۲	۲۸	۴	۴۹	۱	۷۰	۲	۹۱	۴	۱۱۲	۳	۱۳۳	۴
۸	۳	۲۹	۳	۵۰	۴	۷۱	۴	۹۲	۲	۱۱۳	۴	۱۳۴	۱
۹	۱	۳۰	۲	۵۱	۲	۷۲	۴	۹۳	۳	۱۱۴	۴	۱۳۵	۴
۱۰	۳	۳۱	۱	۵۲	۱	۷۳	۱	۹۴	۳	۱۱۵	۱	۱۳۶	۱
۱۱	۴	۳۲	۲	۵۳	۳	۷۴	۴	۹۵	۲	۱۱۶	۳	۱۳۷	۴
۱۲	۲	۳۳	۳	۵۴	۲	۷۵	۳	۹۶	۱	۱۱۷	۲	۱۳۸	۱
۱۳	۲	۳۴	۳	۵۵	۳	۷۶	۱	۹۷	۱	۱۱۸	۲	۱۳۹	۲
۱۴	۱	۳۵	۱	۵۶	۴	۷۷	۲	۹۸	۴	۱۱۹	۲	۱۴۰	۲
۱۵	۲	۳۶	۲	۵۷	۱	۷۸	۳	۹۹	۲	۱۲۰	۳	۱۴۱	۴
۱۶	۲	۳۷	۲	۵۸	۱	۷۹	۴	۱۰۰	۲	۱۲۱	۱	۱۴۲	۲
۱۷	۱	۳۸	۳	۵۹	۴	۸۰	۳	۱۰۱	۱	۱۲۲	۲	۱۴۳	۲
۱۸	۱	۳۹	۲	۶۰	۳	۸۱	۴	۱۰۲	۱	۱۲۳	۴	۱۴۴	۴
۱۹	۴	۴۰	۱	۶۱	۲	۸۲	۱	۱۰۳	۲	۱۲۴	۳	۱۴۵	۴
۲۰	۱	۴۱	۱	۶۲	۲	۸۳	۴	۱۰۴	۱	۱۲۵	۲	۱۴۶	۴
۲۱	۴	۴۲	۲	۶۳	۴	۸۴	۲	۱۰۵	۴	۱۲۶	۲		

WWW.ArefOnline.ir

آزمون

کارنامه
رتبه های
برتر
رتبه های ۱ تا ۳۰۰۰

جزوه


فیلم

مشاوره

www.
arefonline.ir
مرکز مشاوره عارف