

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال
(کل فصل ۱)
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
درس ۱: نسبت و تناسب در هندسه /
درس ۲: قضیه تالس
صفحه‌های ۹ تا ۳۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله (کل فصل ۱)
مثلثات (کل فصل ۲)
صفحه‌های ۴۶ تا ۱

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها
فصل ۱ تا پایان ساختار اتم و رفتار آن
صفحه‌های ۱ تا ۳۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

فیزیک و اندازه‌گیری +
ویژگی‌های فیزیکی مواد
(پایان فصل ۲)
صفحه‌های ۱ تا ۵۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

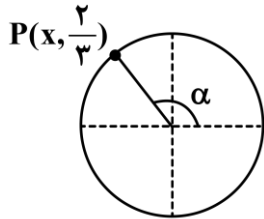
۳- **جمع‌بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)





- ۱- اگر $\sin \theta$ و $\cot \theta$ هم علامت باشند، آن گاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟
 (۱) اول یا دوم (۲) اول یا سوم (۳) اول یا چهارم (۴) دوم یا چهارم

- ۲- در دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۴) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

- ۳- خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور Xها برابر 30° و نقطه $(0, 1)$ بر روی آن قرار دارد، از کدام نقطه زیر عبور می کند؟
 (۱) $(-\sqrt{3}, -1)$ (۲) $(\sqrt{3}, 3)$ (۳) $(\sqrt{3}, 2)$ (۴) $(-\sqrt{3}, -2)$

- ۴- اگر $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه چهارم باشد، $\tan \alpha$ چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۴) $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

- ۵- اگر زاویه θ حاده و $(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta) = \frac{1}{4}$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

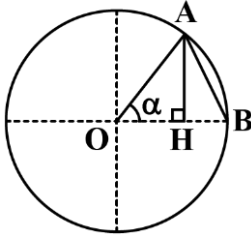
- ۶- اگر $0 < \alpha < 45^\circ$ باشد، حاصل $\frac{\tan \alpha - 1}{\cot \alpha - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\tan \alpha$ (۲) $-\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $-\cot \alpha$

محل انجام محاسبات



۷- در دایرهٔ مثلثاتی مقابل، مساحت مثلث ABH برابر $\frac{1}{4} \sin \alpha$ است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{3}$

۸- اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$ چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $-\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{9}{4}$

(۴) $\frac{4}{9}$

۹- اگر $\frac{\cos^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha + 1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\sin^2 \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{2}{3}$

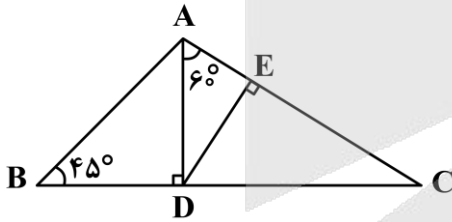
۱۰- در شکل مقابل، $CE = 3$ است. اندازهٔ ضلع AB کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

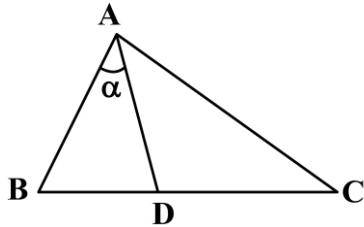
(۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



محل انجام محاسبات



- ۱۱- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A و اندازه آن برابر ۳ است. اگر مجموع دو ضلع AB و AC برابر ۶ و مساحت مثلث ABC نیز ۶ باشد، $\sin \alpha$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

- ۱۲- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 4$ باشد، حاصل $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{7}{8}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{8}{9}$ (۴) $\frac{9}{8}$

- ۱۳- اشتراک بازه‌های $[a, 3a+1)$ و $(-2a, \frac{1}{a}]$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی است. اجتماع این دو بازه شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

- ۱۴- اگر A و B دو مجموعه و $n(A \cap B) = 4n(A - B) = n(B)$ و $n(A \cup B) = 144$ باشد، $n(B - A)$ چقدر است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۶۶ (۴) ۷۲

محل انجام محاسبات



۱۵- ۲۴ دانش آموز عضو دو گروه سرود یا تئاتر مدرسه می باشند. ۵ نفر از دانش آموزان از گروه سرود انصراف می دهند و مجموع دانش آموزان دو گروه به ۲۲ نفر می رسد. اگر در حال حاضر تعداد دانش آموزانی که فقط عضو یک گروه هستند برابر ۱۷ باشد، در ابتدا چند نفر فقط عضو یک گروه بوده اند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

۱۶- با اضافه کردن k واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم یک دنباله حسابی جدید ساخته می شود. اگر اختلاف جمله هشتم دو دنباله برابر ۲۴ باشد، k کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۱۷- جمله پنجم یک دنباله هندسی برابر ۲۰ و جمله سوم آن برابر ۱۰ است. جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۸- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جمله دهم دو برابر جمله هفتم است. چندمین جمله دنباله برابر صفر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۹- در یک دنباله هندسی مجموع جملات نهم و یازدهم، هشت برابر مجموع جملات ششم و هشتم است. اگر جمله سوم دنباله برابر ۱۲ باشد، جمله اول کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۰- اگر $1 - \cos \alpha$ ، $\frac{\sqrt{\sin \alpha}}{2}$ و $1 + \cos \alpha$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی $\sin \alpha, \cos \alpha, \dots$ با جملات مثبت کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۴) $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبات

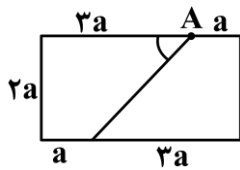
۲۱- در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} = \hat{B} + 2\hat{C}$ باشد، آن گاه نقطه هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) داخل مثلث (۲) روی محیط مثلث (۳) خارج مثلث (۴) مشخص نیست

۲۲- کدام قضیه به صورت دوشرطی قابل بیان شدن نیست؟

- (۱) مثلثی که دو ارتفاع مساوی دارد، متساوی‌الساقین است.
 (۲) در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویه 90° بزرگ‌ترین ضلع است.
 (۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه روی محیط مثلث است.
 (۴) در هر مثلث، اگر هر سه زاویه برابر باشند، آن گاه هر سه ضلع نیز با هم برابرند.

۲۳- در مستطیل شکل مقابل، زاویه \hat{A} چند درجه است؟



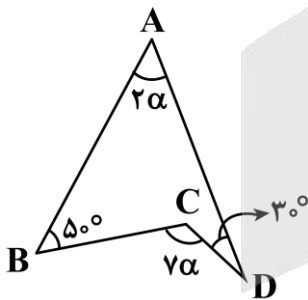
(۱) $22/5^\circ$

(۲) 30°

(۳) 45°

(۴) 60°

۲۴- در شکل مقابل، زاویه α چه کسری از زاویه قائمه است؟



(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $\frac{1}{45}$

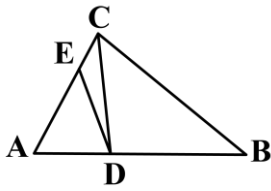
(۳) $\frac{16}{45}$

(۴) $\frac{4}{45}$

محل انجام محاسبات

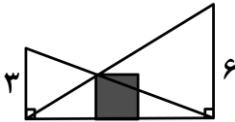


۲۵- در شکل مقابل، $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ ، $\frac{AE}{AC} = \frac{4}{5}$ و $S_{\triangle DEC} = 3$ می باشد. مساحت مثلث $\triangle BDC$ برابر کدام است؟



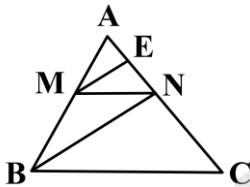
- (۱) ۲۰
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۵

۲۶- در شکل مقابل، مساحت مربع رنگ شده برابر کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۸
- (۴) ۹

۲۷- در شکل مقابل، $ME \parallel BN$ ، $MN \parallel BC$ و $\triangle ABC = \triangle MN$ است. نسبت $\frac{AN}{CE}$ برابر کدام است؟

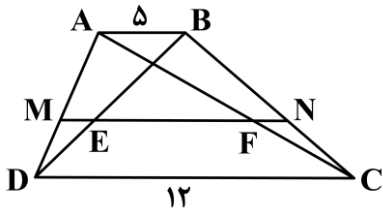


- (۱) $\frac{8}{15}$
- (۲) $\frac{5}{9}$
- (۳) $\frac{4}{17}$
- (۴) $\frac{10}{21}$

محل انجام محاسبات

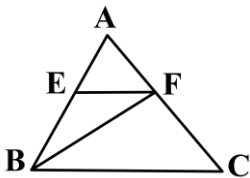


۲۸- در ذوزنقه $ABCD$ ، اگر $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{7}{3}$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{EF}{MN}$ برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{48}{99}$
- (۲) $\frac{42}{99}$
- (۳) $\frac{69}{99}$
- (۴) $\frac{49}{99}$

۲۹- در مثلث ABC ، ضلع BC موازی EF است. اگر $\frac{AE}{BE} = \frac{3}{5}$ باشد، آن گاه مساحت مثلث BEF چند درصد مساحت



مثلث BFC است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۵
- (۳) $37/5$
- (۴) $32/5$

۳۰- در مثلث ABC نقطه O روی ضلع BC ، محل تلاقی عمود منصف‌های اضلاع این مثلث است. اگر M وسط ضلع AB باشد به طوری که $AM = \frac{3}{4}$ و $AC + OM = 6$ ، آن گاه محیط مثلث ABC برابر کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۶

(۲) $\frac{25}{3}$

(۱) ۶

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال
(کل فصل ۱)
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن
درس ۱: نسبت و تناسب در هندسه /
درس ۲: قضیه تالس
صفحه‌های ۹ تا ۳۷

سهم در کنکور: ۲ سؤال

ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله (کل فصل ۱)
مثلثات (کل فصل ۲)
صفحه‌های ۴۶ تا ۱

سهم در کنکور: ۳ سؤال

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها
فصل ۱ تا پایان ساختار اتم و رفتار آن
صفحه‌های ۱ تا ۳۸

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

فیزیک و اندازه‌گیری +
ویژگی‌های فیزیکی مواد
(پایان فصل ۲)
صفحه‌های ۱ تا ۵۲

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در نیم سال اول ۱۴۰۴

۸ آزمون در ۱۰۰ روز تحصیلی مفید برای تسلط کامل بر مباحث نیم سال اول / شروع حرکت و یادگیری استفاده از ماشین پیشرفت ماز

۱- **شروع مسیر؛ آرامش و هماهنگی:** سه مرحله آزمون پوششی؛ فرصت برای شروع حرکت با ماشین پیشرفت ماز
(تکرار مباحث آزمون‌های قبل و فرصت برای شروع مسیر پیشرفت)

۲- **چالش استمرار؛ پیگیری و استقامت:** سه مرحله آزمون برای آمادگی امتحانات و تکمیل یادگیری نیم سال اول
(زمان تسلط کامل بر نیم سال اول)

۳- **جمع‌بندی پایان نیم سال اول:** دو مرحله آزمون جمع‌بندی بعد از امتحانات ترم اول و تکمیل یادگیری نیم سال اول + مرور و جمع‌بندی
(ایستگاه جمع‌بندی و جبران)





۳۱- در کدام یک از گزینه‌های زیر، تعداد کمیت‌های برداری بیش‌تر از تعداد کمیت‌های اصلی است؟

- (۱) مقدار ماده - چگالی - شتاب - جرم
 (۲) سرعت - دما - تندی - شدت جریان
 (۳) کار - طول - شدت روشنایی - نیرو
 (۴) زمان - فشار - وزن - سرعت متوسط

۳۲- جرم جسمی ۶/۲۵ خروار است. جرم این جسم در SI کدام است؟

(۱ سیر = ۱۶ مثقال، ۱ مثقال = ۴/۶ گرم، ۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۴۰ سیر)

- (۱) ۱۸۴ (۲) ۱۸۴۰ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۱۵۰



B



A

۳۳- دقت اندازه‌گیری ترازوی A و B به ترتیب چند گرم است؟

- (۱) ۵۰، ۱
 (۲) ۴۰، ۱
 (۳) ۵۰، ۱۰۰
 (۴) ۴۰، ۱۰۰

۳۴- جرم یکسانی از دو مایع A و B با چگالی‌های $\rho_A = 2/4 \times 10^3 \frac{g}{L}$ و $\rho_B = 800 \frac{kg}{m^3}$ را درون یک ظرف استوانه‌ای می‌ریزیم. کدام گزینه نحوه قرارگیری دو مایع را درست نشان می‌دهد؟



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۳۵- مخلوطی از آب و یخ به حجم 560 cm^3 در اختیار داریم. اگر نصف حجم یخ ذوب شود، حجم مخلوط V_1 می‌شود و اگر نصف حجم آب منجمد شود، حجم مخلوط V_2 می‌شود. اگر $V_2 - V_1 = 30 \text{ cm}^3$ باشد، جرم این مخلوط چند گرم است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{g}{\text{cm}^3}$)

- (۱) ۵۰۴ (۲) ۵۲۴ (۳) ۵۴۰ (۴) ۵۶۰

محل انجام محاسبات



۳۶- در چند مورد از موارد زیر، نیروی هم‌چسبی قوی‌تر از نیروی دگرچسبی است؟

الف - جیوه روی سطح شیشه‌ای

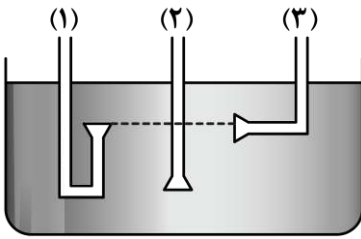
ب - آب روی سطح شیشه‌ای چرب‌شده

ج - به‌هم چسبیدن موهای قلم‌مویی که از آب بیرون کشیده شده

د - تشکیل قطرات آب بر روی برگ‌های نیلوفر آبی

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۷- مطابق شکل، سه پوسته فشارسنج کوچک درون مایعی قرار گرفته‌اند. چند مورد از موارد زیر از مقایسه فشار اندازه‌گیری شده توسط پوسته‌ها استنباط می‌شود؟



الف - فشار در یک عمق معین از مایع به جهت‌گیری سطحی که فشار به آن وارد می‌شود بستگی ندارد.

ب - در نقاط هم‌عمق فشار یکسان است.

ج - با افزایش عمق، فشار افزایش می‌یابد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۸- شهر دهدشت در ارتفاع ۸۰۰m از سطح دریای آزاد قرار دارد و چگالی متوسط هوا تا این ارتفاع، $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ می‌باشد.

شناگری در عمق ۳m از سطح آب یک استخر کشاورزی در شهر دهدشت شنا می‌کند. اگر مساحت پرده گوش را

1cm^2 فرض کنیم، بزرگی نیروی وارد بر هریک از پرده‌های گوش این شناگر، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و فشار هوا در کنار دریای آزاد 100kPa است.)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۲/۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۳/۸

۳۹- یک آکواریوم آب تا چه ارتفاعی برحسب سانتی‌متر پر شود تا فشار حاصل از آب در کف آکواریوم برابر 5cmHg

شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

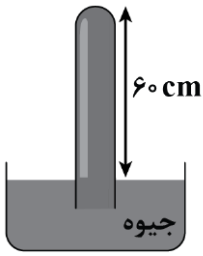
- (۱) ۰/۳۴ (۲) ۰/۶۸ (۳) ۳۴ (۴) ۶۸

محل انجام محاسبات



۴۰- در شکل زیر، سطح مقطع لوله 5cm^2 است. اگر فشار هوای محیط برابر 65cmHg باشد، نیرویی که جیوه بر انتهای

لوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

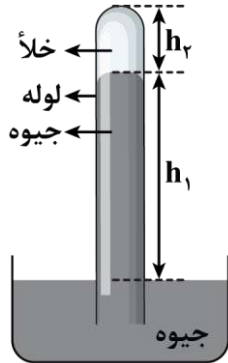


(۱) $3/4$

(۲) 340

(۳) 680

(۴) $6/8$



۴۱- کدام گزینه در مورد فشارسنج مقابل، نادرست است؟

(۱) نام این وسیله فشارسنج هوا یا بارومتر می‌باشد که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود.
 (۲) فشار هوای بیرون که بر سطح جیوه درون ظرف وارد می‌شود، جیوه را درون لوله نگه داشته است.

(۳) اگر این جوسنج را بالای کوهی ببریم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله (h_1) کاهش می‌یابد.

(۴) اگر لوله را کمی کج کنیم تا با راستای قائم زاویه بسازد ارتفاع h_2 کاهش و ارتفاع h_1 افزایش می‌یابد.

۴۲- مطابق شکل زیر، یک زودپز حاوی آب بر روی یک اجاق گاز قرار دارد و وزنه روی روزنه خروج بخار آب با جرم 40g

در حال تعادل است. فشار پیمانه‌ای گاز درون زودپز چگونه تغییر کند تا اگر جرم وزنه را از 40g به 50g برسانیم، وزنه

دوباره در حال تعادل باشد؟



(۱) 20% درصد کاهش

(۲) 25% درصد افزایش

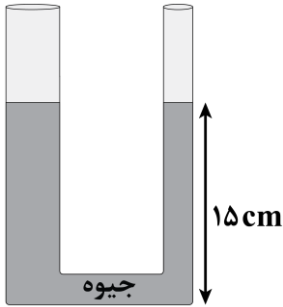
(۳) 25% درصد کاهش

(۴) 20% درصد افزایش

محل انجام محاسبات



۴۳- در لوله U شکل زیر، سطح آزاد جیوه در دو شاخه یکسان است. قطر شاخه سمت چپ ۲ برابر قطر سمت راست است. اگر در شاخه سمت راست ۳۴cm آب ریخته شود، سطح آزاد جیوه در سمت چپ لوله چند سانتی متر بالا می رود؟



$$\left(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- ۱) ۰/۵
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) ۴

۴۴- مطابق شکل در کنار دریای آزاد، توسط یک فشارسنج، فشار گاز درون یک کپسول را اندازه گرفته ایم. کدام گزینه نادرست است؟

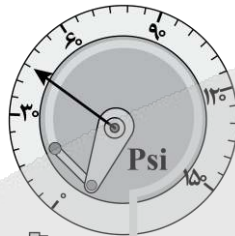
$$\left(\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, 1 \text{ psi} = 6900 \text{ Pa} \right)$$

۱) نام این وسیله، فشارسنج بوردون است که دقت اندازه گیری آن ۳۴/۵ kPa است.

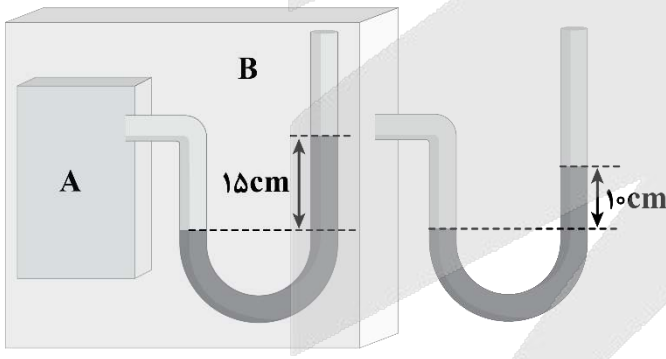
۲) فشار پیمانهای گاز درون کپسول ۲۳۰ cmHg است.

۳) اگر فشار گاز کپسول افزایش یابد (با فرض ثابت ماندن فشار هوا)، عددی که فشارسنج نشان می دهد، افزایش می یابد.

۴) اگر این مجموعه را بالای کوهی ببریم (با فرض ثابت ماندن فشار گاز کپسول)، عددی که فشارسنج نشان می دهد کاهش می یابد.



۴۵- در شکل زیر، در هر دو لوله، مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشار مخزن A، ۲۵ درصد بیش تر از فشار مخزن B باشد، فشار مخزن B در مقایسه با فشار هوای محیط (P_0) به چه صورت است؟



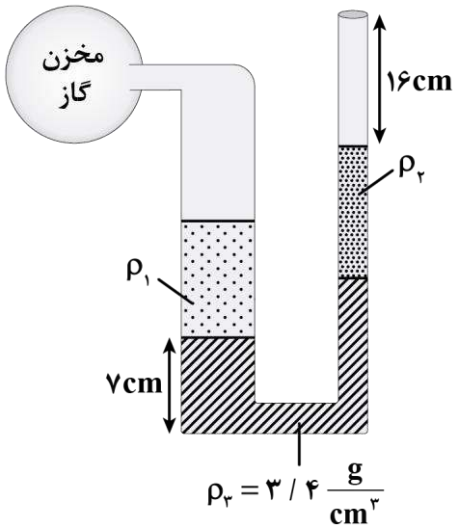
- ۱) ۲۰ درصد کم تر از P_0
- ۲) ۲۵ درصد بیش تر از P_0
- ۳) ۲۵ درصد کم تر از P_0
- ۴) ۲۰ درصد بیش تر از P_0

محل انجام محاسبات



۴۶- در شکل زیر، قطر مقطع شاخه سمت چپ، ۲ برابر قطر مقطع شاخه سمت راست است. فشار گاز درون مخزن گاز

حداکثر چند سانتی‌متر جیوه افزایش یابد تا مایع از شاخه سمت راست سرریز نشود؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



۲ (۱)

۲/۵ (۲)

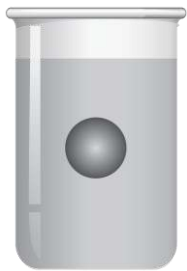
۴ (۳)

۵ (۴)

۴۷- مطابق شکل، گلوله توپر فلزی به شعاع ۵cm درون یک ظرف مایع در وضعیت غوطه‌وری در حالت تعادل قرار دارد و

نیروی شناوری وارد بر آن ۶N است. اگر این گلوله را درون یک استخر پر از آب بیندازیم، وضعیت نهایی گلوله بعد از

تعادل در آب چگونه خواهد بود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \pi = 3)$



(۱) شناور

(۲) غوطه‌ور

(۳) ته‌نشین

(۴) اظهار نظر قطعی امکان‌پذیر نیست.

محل انجام محاسبات

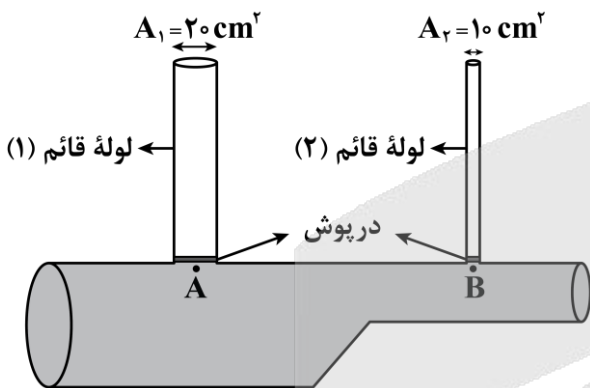


۴۸- در بازاری در اصفهان، مطابق شکل، سقف به شکل گنبدی است که حفره‌ای در بالای آن قرار دارد. هنگام وزش باد، فشار هوای داخل از فشار هوای بیرون است و همین امر باعث ایجاد یک جریان هوا از می‌شود.



- (۱) بیش‌تر، داخل به خارج
- (۲) کم‌تر، داخل به خارج
- (۳) بیش‌تر، خارج به داخل
- (۴) کم‌تر، خارج به داخل

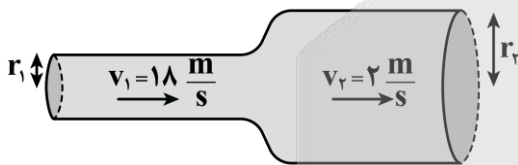
۴۹- در شکل زیر، مایعی به چگالی $\frac{8}{10} \frac{g}{cm^3}$ با جریان لایه‌ای و پایا در لوله افقی در حرکت است و اختلاف فشار مایع در قسمت‌های A و B برابر $400 Pa$ است. اگر درپوش لوله‌های قائم را بازکنیم، پس از تعادل، ارتفاع مایع در لوله قائم شماره (۱) به اندازه سانتی‌متر از ارتفاع مایع در لوله قائم شماره (۲) خواهد شد.



$$(g = 10 \frac{N}{kg})$$

- (۱) ۵، بیش‌تر
- (۲) ۵، کم‌تر
- (۳) ۲/۵، بیش‌تر
- (۴) ۲/۵، کم‌تر

۵۰- در شکل زیر، آب با جریان پایا و لایه‌ای در لوله در حال جریان است. اگر اختلاف شعاع مقطع دو طرف لوله ۴cm باشد $(r_2 - r_1 = 4cm)$ ، آهنگ شارش حجمی آب در این لوله چند متر مکعب بر ثانیه است؟ $(\pi = 3)$



- (۱) ۱/۹۴
- (۲) ۲/۱۶
- (۳) $1/94 \times 10^{-2}$
- (۴) $2/16 \times 10^{-2}$

محل انجام محاسبات



۵۱- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) در عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ پر می‌شوند.
 (۲) زیرلایه‌های لایه الکترونی چهارم، در عناصر دوره‌های چهارم و پنجم، از الکترون اشغال می‌شوند.
 (۳) در هیچ‌یک از عناصر جدول دوره‌ای، زیرلایه $3d$ در حضور زیرلایه تکمیل نشده $4s$ ، از الکترون پر نمی‌شود.
 (۴) اگر $n + l$ زیرلایه x بزرگ‌تر از زیرلایه y باشد، زیرلایه x قطعاً بعد از زیرلایه y از الکترون اشغال می‌شود.

۵۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - دو عنصر فراوان سیاره مشتری، از جمله عناصر دسته s هستند.
 ب - اتم عنصری که دارای ۵ الکترون با $l = 2$ است، قطعاً دارای ۸ الکترون با $l = 0$ است.
 ج - زیرلایه‌های $4f$ و $5f$ در عناصر دوره‌های ششم و هفتم جدول دوره‌ای، تکمیل می‌شوند.
 د - کلر گازی زرد رنگ است که در واکنش با فلزات، هر اتم آن یک الکترون به اشتراک گذاشته و بزرگ‌تر می‌شود.
 (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «د» (۴) «ب» و «ج»

۵۳- چه تعداد از موارد زیر، جمله روبه‌رو را به درستی تکمیل می‌کند؟ «مطابق قاعده آفبا، زیرلایه قبل از زیرلایه از الکترون اشغال می‌شود.»

الف - $3d - 4s$	ب - $4f - 5p$	ج - $4d - 5p$	د - $5s - 5p$
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

۵۴- مجموع $n + l$ الکترون‌های لایه ظرفیت اتم عنصری که دارای ۱۶ الکترون با $l = 1$ است، برابر با کدام است؟

۲۲ (۱)	۲۴ (۲)	۲۶ (۳)	۲۸ (۴)
--------	--------	--------	--------

۵۵- حداقل اختلاف عدد اتمی عنصری که لایه سوم الکترونی آن نیمه پر است با عنصری که ۲۵٪ لایه چهارم الکترونی آن پر می‌باشد، کدام است؟

۱۴ (۱)	۱۵ (۲)	۱۳ (۳)	۱۶ (۴)
--------	--------	--------	--------

۵۶- چند درصد از زیرلایه‌هایی که مجموع $n + l$ آن‌ها برابر با ۷ است، در عنصرهای دوره ششم جدول دوره‌ای پر می‌شوند و مجموع ظرفیت این زیرلایه‌ها برابر با کدام است؟

۳۰ - ۷۵ (۱)	۱۶ - ۵۰ (۲)	۱۶ - ۷۵ (۳)	۳۰ - ۵۰ (۴)
-------------	-------------	-------------	-------------

محل انجام محاسبات

۵۷- با توجه به آرایش الکترونی اتم‌های دو عنصر A و B ، کدام یک از مطالب زیر، در مورد این دو عنصر نادرست است؟



(۱) مجموع الکترون‌های ظرفیتی این دو عنصر، برابر با گنجایش الکترونی لایهٔ دوم اتم است.

(۲) عنصر A از عناصر دستهٔ p و عنصر B از عناصر دستهٔ d جدول دوره‌ای است.

(۳) عنصر A از عناصر گروه ۱۴ و عنصر B از عناصر گروه ۶ جدول دوره‌ای است.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی یکی از این عناصر با شمارهٔ گروه آن برابر است.

۵۸- آرایش الکترونی چند درصد از عناصر چهار دورهٔ ابتدایی جدول دوره‌ای، به ترتیب از راست به چپ، به زیرلایهٔ ns^1 و زیرلایهٔ nd^5 ختم می‌شود؟

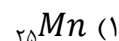
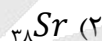
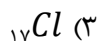
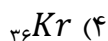
(۴) $13/8 - 8/3$

(۳) $16/6 - 5$

(۲) $13/8 - 5$

(۱) $16/6 - 8/3$

۵۹- مجموع $n + l$ برای آخرین الکترونی که وارد زیرلایه‌های اتم X می‌شود، برابر با ۵ است. کدام یک از اتم‌های زیر، فاقد شرایط گفته شده است؟



۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دورهٔ ابتدایی جدول دوره‌ای، نادرست است؟

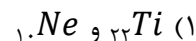
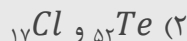
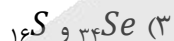
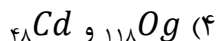
(۱) شمار عناصری که هم الکترون تک و هم الکترون جفت‌شده دارند، ۲ برابر شمار عناصری است که فقط الکترون جفت‌شده دارند.

(۲) ۹ عنصر دارای حداقل یک جفت الکترون (الکترون‌های جفت‌شده) در ساختار خود هستند.

(۳) شمار تک الکترون‌های عناصر گروه‌های سیزدهم و پانزدهم با هم برابر است.

(۴) همهٔ عناصر دستهٔ s در این سه دوره، فاقد جفت الکترون هستند.

۶۱- کدام دو عنصر متعلق به عناصر دستهٔ p جدول دوره‌ای هستند و شمار الکترون‌هایی با $l = 1$ در عنصر سمت راست، دو برابر عنصر سمت چپ است؟



۶۲- چند مورد از مطالب زیر، از جمله شباهت‌های دو عنصر لیتیم و هیدروژن است؟

الف - شمار خطوط رنگی در طیف نشری خطی هر دو عنصر برابر است.

ب - هر دو عنصر دارای دو ایزوتوپ طبیعی پایدار و غیر پرتوزا هستند.

ج - سبک‌ترین ایزوتوپ هر دو عنصر، فراوان‌ترین ایزوتوپ آن عنصر است.

د - هر دو عنصر در گروه ۱ و در میان عناصر دستهٔ s جدول دوره‌ای قرار دارند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۶۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر Cu ۲۹ درست است؟

- (۱) جرم دو مول از آن برابر با ۵۸ گرم، معادل $10^{-24} \times 1/66 \times 58$ است.
 - (۲) رنگ شعله آن همانند رنگ یکی از خطوط طیف نوری خطی عنصر هیدروژن است.
 - (۳) شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه آن با شمار الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر K ۱۹ برابر است.
 - (۴) در آرایش الکترونی فشرده آن، نماد گاز نجیبی که در نوشته‌های نورانی سرخ فام کاربرد دارد، نوشته می‌شود.
- ۶۴- مخلوطی از دو گاز هیدروژن (H_2) و هلیوم (He) دارای $10^{24} \times 4/816$ اتم است. اگر مجموع جرم این دو گاز، ۱۴ گرم باشد، مول گاز هلیوم، چند برابر مول گاز هیدروژن است؟ ($He = 4, H = 1: g.mol^{-1}$)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۶۵- نمونه‌ای طبیعی از اتم کلر به جرم اتمی میانگین $35/5 amu$ داریم. در $1/10$ مول از آن، چند اتم از ایزوتوپ فراوان‌تر وجود دارد؟

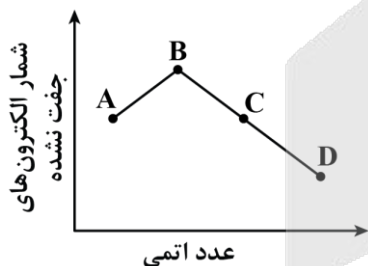
- (۱) $4/515 \times 10^{22}$ (۲) $1/505 \times 10^{22}$ (۳) $1/505 \times 10^{21}$ (۴) $4/515 \times 10^{21}$

۶۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای نادرست است؟

- (۱) در آرایش الکترونی فشرده آن، نماد گاز نجیب کریپتون نوشته می‌شود.
 - (۲) با عنصری با آرایش الکترونی فشرده $[Ar] 3d^5 4s^2$ هم‌گروه است.
 - (۳) عنصری پرتوزا از عناصر دسته d جدول دوره‌ای است.
 - (۴) عدد جرمی آن در حدود $2/5$ برابر عدد اتمی آن است.
- ۶۷- عنصر ${}_a^X$ دارای ۱۳ الکترون در لایه الکترونی سوم و ۲ الکترون در لایه الکترونی چهارم است. در نمونه‌ای از این عنصر، سه نوع ایزوتوپ ${}_a^{27}X$ ، ${}_a^{29}X$ و ${}_a^{31}X$ وجود دارد. اگر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر و سنگین‌تر به ترتیب برابر با ۶۵ و ۱۵ درصد باشد، جرم اتمی میانگین این عنصر چند amu است؟

- (۱) $51/85$ (۲) $52/85$ (۳) $52/7$ (۴) $51/7$

۶۸- اگر نمودار مقابل، نشان‌دهنده شمار الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون-نقطه‌ای ۴ عنصر متوالی از تناوب دوم باشد،



- (۱) عنصر D ، اولین نافلز فراوان در سیاره زمین است.
- (۲) عنصر C همانند عنصر سیلیسیم، یونی با بار (-۲) تشکیل می‌دهد.
- (۳) عنصر B دارای ۴ الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی خود است.
- (۴) طول موج پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم در اتم دو عنصر قبل از عنصر A ، برابر با $656 nm$ است.

محل انجام محاسبات



۶۹- در $۸/۵$ گرم از ترکیب $C_nH_{2n-2}O_2$ ، $۱۰^{۲۳} \times ۹/۰۳$ اتم وجود دارد. مقدار n برابر با کدام است؟
 ($H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g. mol^{-1}$)

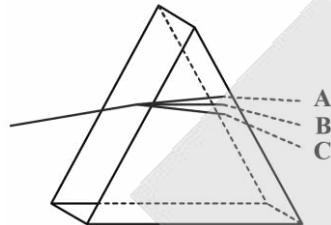
۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

۷۰- با توجه به شکل زیر، پرتوهای A ، B و C به ترتیب کدام پرتوها می‌توانند باشند؟



- (۱) A : پرتو حاصل از انتقال $n_p \rightarrow n_e$ در اتم H ، رنگ شعله مس، C : رنگ بخار سدیم
 (۲) A : پرتو حاصل از انتقال $n_p \rightarrow n_3$ در اتم H ، رنگ شعله سدیم، C : رنگ شعله مس (II) نیترات
 (۳) A : رنگ شعله لیتیم، B : رنگ شعله مس (II) کلرید، C : رنگ بخار سدیم
 (۴) A : رنگ شعله مس، B : رنگ شعله سدیم کلرید، C : رنگ شعله لیتیم

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ آذرماه

هندسه ۱

قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن
درس ۲: قضیهٔ تالس / درس ۳: تشابه مثلث‌ها
صفحه‌های ۳۴ تا ۴۴

ریاضی ۱

مثلثات
درس ۲: دایرهٔ مثلثاتی / درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
توان‌های گویا و عبارات‌های جبری
درس ۱: ریشه و توان / درس ۲: ریشهٔ n ام / درس ۳: توان‌های گویا
صفحه‌های ۳۶ تا ۶۱

شیمی ۱

کیهان زادگاه عنصرها
فصل ۱ از ابتدای ساختار اتم تا پایان فصل
صفحه‌های ۲۴ تا ۴۶

فیزیک ۱

ویژگی‌های فیزیکی مواد + کار، انرژی و توان
(از فشارسنج شاره‌ها تا قبل از کار و انرژی جنبشی)
صفحه‌های ۳۸ تا ۶۰



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دهم



تسلط بر نیم سال اول



ویژه دانش آموزان پایه دهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ آذرماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - فاطمه روان بخش مائده بادان فیروز فؤاد خیرآبادی	محمد خانگلدی - حسن محمدبیگی	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
امیررضا رضایی - نوید ذکی	مهدی پارسا - زهرا کاشفی مجید رجبی وندچالی - سجاد صادقی زاده حسین عبدوی نژاد - محمدجواد سورچی	مهدی پارسا	فیزیک
رامین رزمجو - طاها حق بین محمد دارابی جم امیرعلی حسینی فرد	مهسا بایمانی نژاد	مهسا بایمانی نژاد	شیمی

تیم اجرایی و تولید آزمون

نازنین امیری

مجتبی آدمیان

زهرة جعفری

مائده بادان فیروز

مدیر تولید آزمون: محدثه شیخعلی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ما را با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنند و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنند. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستید. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنید و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

دکتر رسول خنجری



چه زمانی باید تجدید آموزش کنیم؟

در مقاله قبلی گفتیم خیلی از دانش آموزا بعد از خوندن یک مبحث سریع می رن سراغ تست، در حالی که تمرین ها و مثال های کتاب درسی، بخش اصلی فهم واقعی هستن.

گفتیم تمرین ها مثل آینه ان؛ نشون می دن واقعاً مطلب رو فهمیدی یا فقط فکر می کنی بلدی.

و چون طراح کنکور از همین تمرین ها الهام می گیره، کسی که روی مثال های کتاب مسلط باشه، در واقع ذهن طراح رو می شناسه. بدون تمرین، وارد تست زدن شدن یعنی سردرگمی؛ ولی تمرین ها نقشه راه یادگیری ان و باعث می شن مغزت مسیر حل مسئله رو پیدا کنه.

حالا در این مقاله می خوایم بگیم:

دقیقاً چه زمانی باید آموزش یک مبحث رو دوباره انجام بدی؟

۱ تجدید آموزش در مباحث خوندنی

(زیست، زمین شناسی، و بخش های نظری فیزیک و شیمی و...)

وقتی یک مبحث خوندنی رو می خونن، مغز همون لحظه تازه و فعاله و فکر می کنی «همه چی یادم مونده»، ولی این فقط توهم تسلطه؛ حافظه کوتاه مدته و هنوز محک نخورده.

چه زمانی باید تست بزنی؟ ۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد از مطالعه.

این فاصله باعث میشه: مطالب ته نشین بشن، بخش واقعی یادگیری وارد حافظه بلند مدت بشه، و معلوم بشه چی رو واقعاً فهمیدی و چی فقط «جلو چشم بوده».

یک مثال ساده:

تازه خونن مبحث، مثل بتن تازه ست؛ تا چند ساعت اول شکل مشخصی نزاره، اما دو روز بعد سفت شده و تکلیفش معلومه. تست زدن هم بایر زمانی باشه که مغز واقعاً «سفت» شده باشه.

وقتی تست می زنی، دو حالت داری:

حالت دوم:

کمتر از نصف تست ها رو درست می زنی

اینجا اوضاع خوب نیست!

یعنی مطالب قبلیت وارد ذهن نشده و فقط «خوانده ای که خوانده باشی».

این حالت یعنی:

■ تمرکز پایین بوده،

■ فقط هایلایت کردی،

■ یا خیال کردی «آسون بود».

در این شرایط حتماً باید تجدید آموزش بدی:

برگرد دوباره از اول با تمرکز واقعی بخون؛ این بار واقعاً بفهم.

حالت اول:

بیشتر از نصف تست ها رو درست می زنی

یعنی یادگیری قابل قبوله.

غلط ها بهت نشون می دن:

■ کجا بد فهمیدی

■ کجا نکات فرار داری

■ کجا باید مرور جزئی انجام بدی

اینجا تجدید آموزش کامل لازم نیست؛ فقط

مرور هدفمند می خوای.



(ریاضی، فیزیک مسئله‌ای، شیمی محاسباتی و...)

اینجا شرایط کاملاً متفاوت است.

اینجا فهمیدن از روی درس یا ویدئو کافی نیست؛ باید دستت گرم بشه. پس تست یا تمرین رو کی بزنی؟

برای حل کردنی‌ها فاصله بزرگ نداز!!!

روند درست:

- مبحث رو از استاد / ویدئو یاد می‌گیری
- همون جلسه یا نهایتاً ۱-۲ ساعت بعد تمرین‌های کتاب رو حل می‌کنی
- بعد تست‌های همون مبحث رو می‌زنی

چرا؟

چون مغز در مباحث حل کردنی سریع دچار توهم میشه: «فرمول رو فهمیدم پس بلام!» اما موقع تست می‌فهمی حتی نمی‌دونی از کجا شروع کنی.

مثال

مثل دوچرخه‌سواریه، هیچ‌کس فقط با دیدن فیلم یاد نمی‌گیره؛ باید پا بزنه.

کی باید تجدید آموزش بدیم؟

وقتی تست‌های همون روز این‌طوری باشن:

- نمی‌تونی سؤال رو شروع کنی
- فرمول رو بلدی ولی کاربردشو نه
- زمانت زیاد می‌ره
- روی مسائل ساده هم اشتباه می‌کنی

این یعنی باید دوباره برگردی سر جزوه و مرحله‌به‌مرحله مسیر حل رو یاد بگیری.

تجدید آموزش در تحلیل آزمون ماز

همین قواعد در آزمون ماز هم صدق می‌کنه.

وقتی کارنامه بررسی مبحثی رو نگاه می‌کنی، درصد تسلط معیار تصمیم‌گیریه.

چون آزمون ماز استاندارد، مرز تجدید آموزش میاد پایین‌تر: از ۵۰٪ ← ۳۰٪

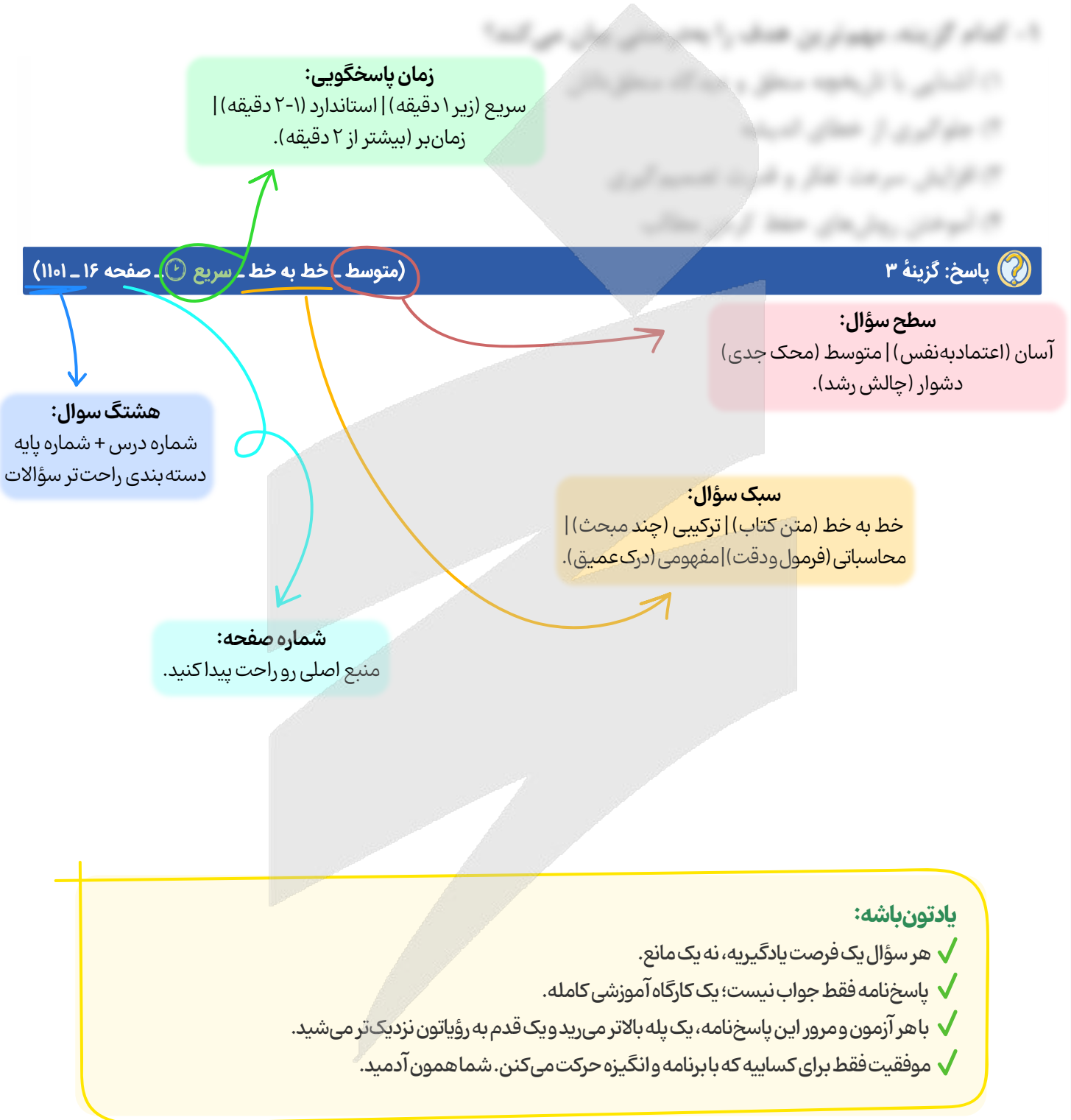
یعنی: اگر در یک مبحث کمتر از ۳۰٪ سؤال‌ها رو درست زدی، اون مبحث نیاز به تجدید آموزش داره.

جمع‌بندی آخر...

یادت باشه تجدید آموزش، تنبیه نیست؛ تصمیره. درست مثل وقتی که یک قطعه از ماشین خوب کار نمی‌کنه و تو مجبور می‌شی دوباره باز کنی و درست ببندی. مرور و تست زنی فقط نشون می‌دن کدوم بخش‌ها لقی می‌زنن؛ اما تجدید آموزش اون جاییه که واقعاً یادگیری محکم می‌شه. پس هر وقت دیری نتیجه تست‌ها با میزان تلاشت هماهنگ نیست، نترس از اینکه یک قدم برگردی عقب، چون همین یک قدم برگشته که باعث میشه سه قدم جلوتری.



راهنمای پاسخنامه آزمون‌ها





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
QRcode بالا را اسکن کنید!

ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله (کل فصل ۱)، مثلثات (کل فصل ۲)، صفحه‌های ۱ تا ۴۶
هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال (کل فصل ۱)، قضیه تالس (درس ۱ و ۲)، صفحه‌های ۹ تا ۳۷

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: این مبحث در مجموع ۳ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۱: این مبحث در مجموع ۲ تست از ۴ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۱- اگر $\sin \theta$ و $\cot \theta$ هم علامت باشند، آن‌گاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

(۱) اول یا دوم (۲) اول یا سوم (۳) اول یا چهارم (۴) دوم یا چهارم

(آسان - مفهومی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۳۸ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

فقط در ربع اول و چهارم هم علامت هستند.

روش اول

در ربع اول $\sin \theta$ و $\cot \theta$ مثبت و در ربع چهارم $\sin \theta$ و $\cot \theta$ منفی هستند.

روش دوم

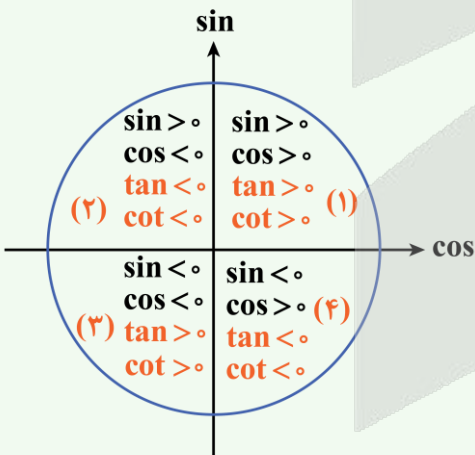
چون $\sin \theta$ و $\cot \theta$ هم علامت هستند، پس حاصل ضرب آن‌ها مثبت است.

$$\sin \theta \times \cot \theta > 0 \Rightarrow \sin \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} > 0 \Rightarrow \cos \theta > 0$$

در ربع‌های اول و چهارم، $\cos \theta$ مثبت است.

نواحی چهارگانه مثلثاتی

دایره مثلثاتی دارای ۴ ناحیه به صورت زیر می‌باشد:



راهنمای زنگ‌بازی!

برای این که علامت نسبت‌های مثلثاتی رو توی هر ناحیه یادت باشه رمز پایین رو به خاطر بسپار! 😊

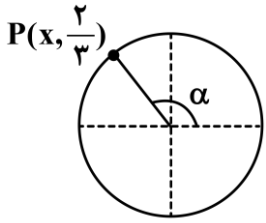
هستک
۴ ۳ ۲ ۱

۱. ناحیه اول: همه مثبت
۲. ناحیه دوم: فقط سینوس مثبت
۳. ناحیه سوم: فقط تانژانت و کتانژانت مثبت
۴. ناحیه چهارم: فقط کسینوس مثبت

با این رمز تو هر ناحیه نسبت‌هایی که علامت مثبت دارن رو سریع پیدا می‌کنی و می‌دونی که مابقی نسبت‌ها توی اون ناحیه منفی هستن.



۲- در دایرهٔ مثلثاتی مقابل، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟



- (۲) $-\frac{1}{3}$
- (۴) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

$$x^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{9} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

اگر نقطه $P(x, y)$ بر دایرهٔ مثلثاتی واقع باشد $x^2 + y^2 = 1$ است، بنابراین:

$$x^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{9} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

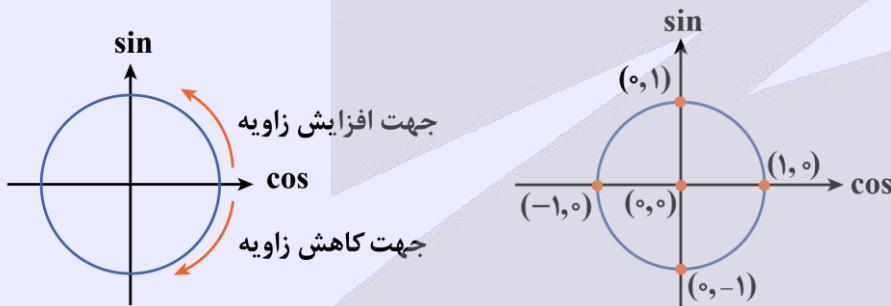
$$x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

در ناحیهٔ دوم مقدار x منفی است، در نتیجه:

مقدار $\cos \alpha$ همان x یعنی $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ است.

دایرهٔ مثلثاتی

دایره‌های است به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ که بر روی آن دو محور \sin و \cos به صورت زیر رسم می‌شوند.



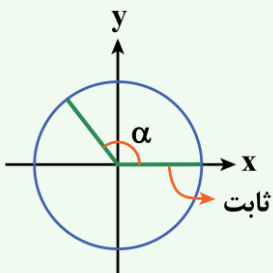
به نمونهٔ باحال ببین!

زوایای 15° و -21° را در دایرهٔ مثلثاتی رسم کنید.



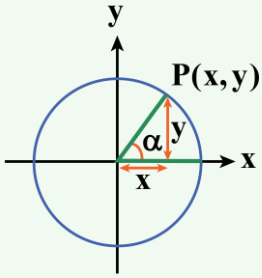
نکات دایرهٔ مثلثاتی

در دایرهٔ مثلثاتی یک ضلع زاویه همواره منطبق بر محور x ها (\cos ها) است و ضلع دیگر برای تغییر زاویه دوران می‌کند.





در دایره مثلثاتی، اگر ضلع زاویه دایره را در نقطه $P(x, y)$ قطع کند، طول نقطه همان \cos و عرض نقطه همان \sin زاویه را نشان می‌دهد.



$$\sin \alpha = \frac{y}{1} = y \qquad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{1} = x \qquad \cot \alpha = \frac{x}{y}$$

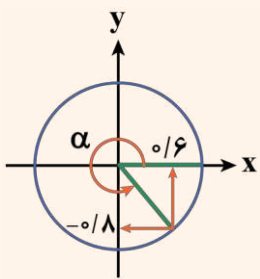
$P(x, y)$
 \uparrow $\sin \alpha$
 \downarrow $\cos \alpha$

یه نمونه باحال ببین!

اگر ضلع زاویه α ، دایره مثلثاتی را در $P(0/6, -0/8)$ قطع کند، انتهای کمان زاویه α در کدام ناحیه قرار می‌گیرد؟ نسبت‌های مثلثاتی زاویه α را به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

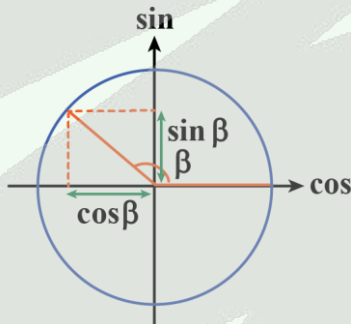
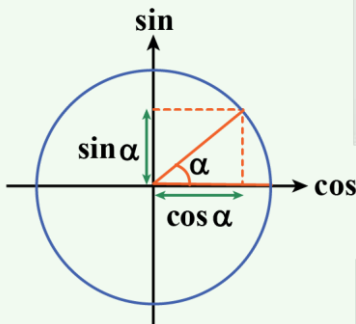
انتهای کمان زاویه α در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی است.



$$\cos \alpha = x_P = 0/6 \qquad \tan \alpha = \frac{y_P}{x_P} = -\frac{4}{3}$$

$$\sin \alpha = y_P = -0/8 \qquad \cot \alpha = \frac{x_P}{y_P} = -\frac{3}{4}$$

برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی به طور تقریبی کافی است از انتهای ضلع زاویه بر محور \sin و \cos عمود کنیم و به مبدأ وصل کنیم.



۳- خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور x ها برابر 30° و نقطه $(0, 1)$ بر روی آن قرار دارد، از کدام نقطه زیر عبور می‌کند؟

- (۱) $(-\sqrt{3}, -1)$ (۲) $(\sqrt{3}, 3)$ (۳) $(\sqrt{3}, 2)$ (۴) $(-\sqrt{3}, -2)$

(آسان - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

بررسی سریع:

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + h \xrightarrow{(0,1)} h = 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$$

فقط از نقطه $(\sqrt{3}, 2)$ عبور می‌کند.

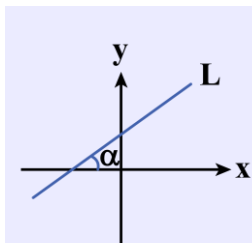
شیب خط برابر تانژانت زاویه خط با جهت مثبت محور Xهاست، بنابراین:

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + h$$

$$1 = 0 + h \Rightarrow h = 1 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$$

خط از نقطه (0, 1) عبور می کند، در نتیجه:

این خط از نقطه (√3, 2) عبور می کند.



شیب خط و تانژانت

شیب یک خط برابر است با تانژانت زاویه ای که آن خط با جهت مثبت محور Xها می سازد.

$$m_L = \tan \alpha$$



۴- اگر $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ و انتهای کمان α در ناحیه چهارم باشد، $\tan \alpha$ چقدر است؟

$$-\frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

در ناحیه چهارم $\tan \alpha < 0$ است، پس:

$$1 + \tan^2 \alpha = 9 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Rightarrow \tan \alpha = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2\sqrt{2}$$

روش اول

چون $\cos \alpha \neq 0$ است، می توانیم از اتحاد $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ استفاده کنیم:

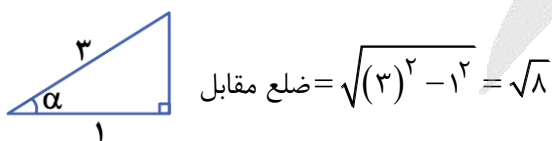
$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Rightarrow \tan \alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

انتهای کمان α در ناحیه چهارم و $\tan \alpha$ منفی است، بنابراین:

$$\tan \alpha = -2\sqrt{2}$$

روش دوم

در یک مثلث قائم الزاویه نسبت معلوم رو مشخص می کنیم و با استفاده از رابطه فیثاغورس طول ضلع مجهول را می یابیم و این گونه تمام نسبت های مثلثاتی می توانند محاسبه شوند. توجه داریم که برای تعیین علامت آن ها باید به ناحیه مثلثاتی که زاویه به آن تعلق دارد دقت کنیم:



از آن جا که در ناحیه چهارم تانژانت منفی است:

$$\tan \alpha = -\frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه ضلع مجاور}} = -\frac{\sqrt{8}}{1} = -2\sqrt{2}$$



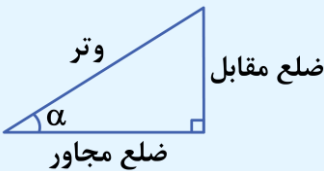
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (\cos \alpha \neq 0)$$

راهنمای زنگ بازی!

وقتی که فقط یکی از نسبت‌های مثلثاتی را داریم، برای محاسبه اندازه سایر نسبت‌های مثلثاتی می‌توان با توجه به تعریف آن‌ها، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرد و نسبت معلوم را روی دو ضلع آن نوشت. سپس با استفاده از رابطه فیثاغورس طول ضلع دیگر را به دست آورد و تمام نسبت‌ها را این گونه مشخص کرد.



$$\sin \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مقابل}}{\text{اندازه ضلع مجاور}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{اندازه ضلع مجاور}}{\text{اندازه ضلع مقابل}}$$

توجه!

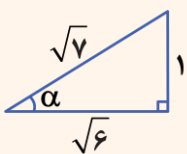
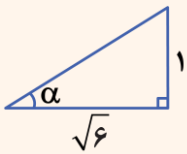
توجه داشته باشید که با روش رسم مثلث فقط اندازه نسبت به دست می‌آید و برای تعیین علامت نسبت باید به این که انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد توجه کرد.

یه نمونه باحال بین!

اگر $\tan \alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}}$ و انتهای کمان α در ناحیه دوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را برای زاویه α به دست آورید.

پاسخ تشریحی:

ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کرده و ضلع مقابل را برابر ۱ و ضلع مجاور را برابر $\sqrt{6}$ قرار می‌دهیم.



سپس با استفاده از فیثاغورس اندازه وتر را به دست می‌آوریم:

$$\text{وتر} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 1^2} = \sqrt{7}$$

حال می‌توانیم سه نسبت مثلثاتی دیگر را به راحتی به دست آوریم، توجه داریم که در ناحیه دوم تنها سینوس مثبت است.

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$$

$$\cot \alpha = -\sqrt{6}$$





۵- اگر زاویه θ حاده و $(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) = \frac{1}{4}$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۴۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

در ناحیه اول $\sin \alpha > 0$ است، پس:

$$(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ داریم:

$$(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) = 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{2}$$

برای تشخیص این که مقدار مثبت قابل قبول است یا منفی کافی است، به این که زاویه در کدام ناحیه است توجه کنیم:

$$\theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

زاویه حاده

زاویه حاده زاویه‌ای است که اندازه آن از 90° کمتر است.

نسبت‌های مثلثاتی مهم

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
$\cos \theta$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
$\tan \theta$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	ت.ن
$\cot \theta$	ت.ن	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

راهنمای ز رنگ‌بازی!

برای به خاطر سپردن نسبت‌های مثلثاتی زوایا، تکنیک متمم را به خاطر بسپارید:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta & \tan \alpha = \cot \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta & \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

برای این که نسبت‌های 30° و 60° رو درست یاد نگیری ممکنه اشتباهی گزینه ۲ رو بزنی!

سوتی‌های پرتکرار!

برای این که نسبت‌های 30° و 60° رو حفظ نکنید فقط کافیست که $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ رو بلد باشی. باقی‌ش رو می‌شه با نسبت زوایای متمم و فرمول تانژانت و کتانژانت به دست آورد.

فرمول تانژانت و کتانژانت به دست آورد.



۶- اگر $0 < \alpha < 45^\circ$ باشد، حاصل $\frac{\tan \alpha - 1}{\cot \alpha - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\tan \alpha$ (۲) $-\tan \alpha$ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $-\cot \alpha$

(آسان - محاسباتی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

روابط $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ و $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ را جای گذاری می کنیم:

$$\frac{\tan \alpha - 1}{\cot \alpha - 1} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - 1} = \frac{\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha} \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -\tan \alpha$$

روش دوم

صورت و مخرج را در $\tan \alpha$ ضرب می کنیم:

$$\frac{\tan \alpha - 1}{\cot \alpha - 1} = \frac{(\tan \alpha - 1) \times \tan \alpha}{(\cot \alpha - 1) \tan \alpha} = \frac{(\tan \alpha - 1) \times \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{-(1 - \tan \alpha) \times \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = -\tan \alpha$$

یادآوری!

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

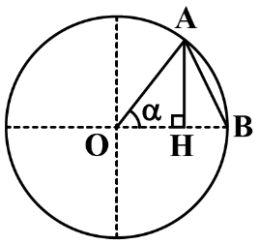
$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



۷- در دایره مثلثاتی مقابل، مساحت مثلث ABH برابر $\frac{1}{4} \sin \alpha$ است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

- (۱) ۱
(۲) $\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\sqrt{4}$



(متوسط - مفهومی - استاندارد - ریاضی ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

$$BH = 1 - \cos \alpha$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{4} \sin \alpha \Rightarrow \frac{1}{2} \sin \alpha (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{4} \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$AH = \sin \alpha$$

$$OH = \cos \alpha \Rightarrow BH = 1 - \cos \alpha$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{4} \sin \alpha \Rightarrow S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} AH \times BH = \frac{1}{2} \sin \alpha (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{4} \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 1 - \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

می دانیم:

بنابراین:



$$\alpha = 60^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \sqrt{3}$$



۸- اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$ چقدر است؟

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\underbrace{\sin \alpha \cos \alpha}_f}$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{4}{9}} = \frac{3}{4}$$

دو طرف تساوی داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{9}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{4}{9}} = \frac{3}{4}$$

قلیشو یاد بگیر!

در این گونه سؤالات که جمع سینوس و کسینوس زاویه‌ای داده شده باید با به توان ۲ رساندن طرفین و استفاده از روش زیر به اطلاعات مورد نیاز (که معمولا حاصل ضرب سینوس و کسینوس است) برسیم:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = k$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = k^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = k^2$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = k^2$$





۹- اگر $\frac{\cos^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha + 1}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\sin^2 \alpha$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

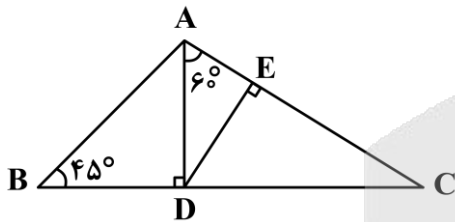
$\frac{1}{4}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۴۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

سمت چپ تساوی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha + 1}{1 + \cot^2 \alpha} &= \frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} - \frac{\sin^2 \alpha + 1}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \underbrace{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}_{\text{اتحاد مزدوج}} \\ &= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{4} \end{aligned}$$



۱۰- در شکل مقابل، $CE = 3$ است. اندازه ضلع AB کدام است؟

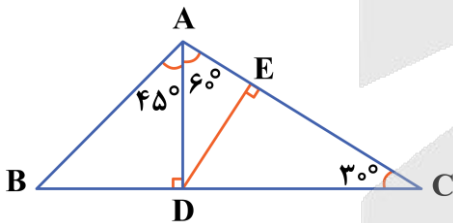
$2\sqrt{2}$ (۲)
 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۱)
 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۳)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۲ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا اندازه زوایای مورد نیاز و مجهول را با استفاده از زوایای معلوم تعیین می‌کنیم:



در مثلث CDE:

$$\frac{DE}{CE} = \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{DE}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow DE = \sqrt{3}$$

در مثلث ADE:

$$\frac{DE}{AD} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AD = 2$$

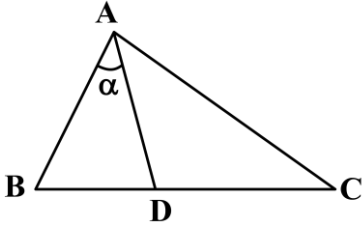
در مثلث ABD:

$$\frac{AD}{AB} = \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$





۱۱- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A و اندازه آن برابر ۳ است. اگر مجموع دو ضلع AB و AC برابر ۶ و مساحت مثلث ABC نیز ۶ باشد، $\sin \alpha$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{2}{4}$

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۳۳ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع:

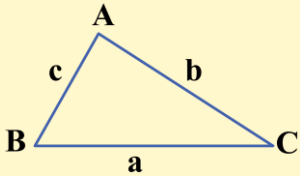
$$\frac{1}{2} AD \sin \alpha (AB + AC) = 6 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC} = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin \alpha + \frac{1}{2} AC \times AD \times \sin \alpha = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AD \sin \alpha (AB + AC) = 6 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

مساحت مثلث

مساحت هر مثلث برابر است با $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب دو ضلع در \sin زاویه بین دو ضلع. یعنی:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$$



۱۲- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 4$ باشد، حاصل $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ چقدر است؟

(۴) $\frac{9}{8}$

(۳) $\frac{8}{9}$

(۲) $\frac{7}{9}$

(۱) $\frac{7}{8}$

(متوسط - محاسباتی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 4 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$$

از طرفی:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



یک اتحاد مهم

وقتی $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ در یک سؤال دیده می‌شود به احتمال خیلی زیاد استفاده از اتحاد زیر نیاز می‌شود. دقت کنید که اثبات آن در خط آخر پاسخ آمده است.

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$



۱۳- اشتراک بازه‌های $[a, 3a+1]$ و $(-\frac{1}{a}, -2a)$ مجموعه‌ای متناهی و غیرتهی است. اجتماع این دو بازه شامل چند عدد صحیح است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۷ - ۱۰۱

بررسی سریع:

$$\frac{1}{a} = a \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \checkmark \\ a = -1 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow (-2, 1] \cup [1, 4) = (-2, 4)$$

این بازه شامل ۵ عدد صحیح است.

اگر اشتراک این دو مجموعه بخواهد متناهی باشد باید فقط در مرز مشترک باشند. در غیر این صورت اگر اشتراکشان تهی نباشد، نامتناهی می‌شود. بنابراین:

$$\frac{1}{a} = a \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \checkmark \\ a = -1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(اگر $a = -1$ باشد، هر دو بازه بی‌معنی می‌شود.)

اجتماع دو بازه را به دست می‌آوریم:

$$(-2, 1] \cup [1, 4) = (-2, 4)$$

۵ عدد صحیح $-1, 0, 1, 2, 3$ عضو این بازه می‌باشند.

دام تستی!

دقت کنید که انتهای هر دو بازه باز است. اگر به اشتباه ۴ و ۲- نیز شمرده شوند، گزینه ۴ را انتخاب می‌کنید!



۱۴- اگر A و B دو مجموعه و $n(A \cap B) = x$ و $n(A - B) = 4x$ و $n(B - A) = 3x$ باشد، $n(A \cup B) = 144$ چقدر است؟

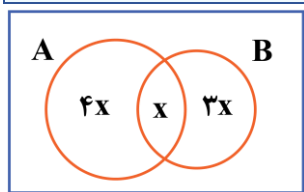
- ۵۴ (۱) ۶۰ (۲) ۶۶ (۳) ۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۱۱ - ۱۰۱

بررسی سریع:

$$n(A \cup B) = 4x + x + 3x = 144 \Rightarrow 8x = 144 \Rightarrow x = 18$$

$$n(B - A) = 3x = 54$$



اگر $n(A \cap B) = x$ باشد نتیجه می‌شود که $n(A - B) = 4x$ و $n(B - A) = 3x$ است. با توجه به این موضوع نمودار ون را رسم می‌کنیم:

بنابراین:

$$n(A \cup B) = 4x + x + 3x = 144 \Rightarrow 8x = 144 \Rightarrow x = 18$$

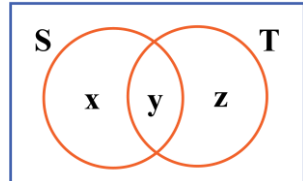
$$n(B-A) = 3x = 54$$



۱۵- ۲۴ دانش آموز عضو دو گروه سرود یا تئاتر مدرسه می باشند. ۵ نفر از دانش آموزان از گروه سرود انصراف می دهند و مجموع دانش آموزان دو گروه به ۲۲ نفر می رسد. اگر در حال حاضر تعداد دانش آموزانی که فقط عضو یک گروه هستند برابر ۱۷ باشد، در ابتدا چند نفر فقط عضو یک گروه بوده اند؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - زمان بر - ریاضی ۱ صفحه ۱۱ - ۱۰۰)



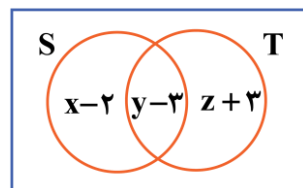
نمودار ون را رسم می کنیم:

با کم شدن ۵ عضو از مجموعه S (سرود) از تعداد کل اعضا ۲ نفر کاسته شده است، بنابراین ۲ نفر از قسمت S-T و ۳ نفر از قسمت S ∩ T کم شده اند. به بیان دیگر اگر تعداد کاهش اعضای اشتراک را k بنامیم داریم:

$$22 = n(S_{\text{جدید}}) + n(T_{\text{جدید}}) - n(S_{\text{جدید}} \cap T_{\text{جدید}}) = (n(S) - 5) + n(T) - (n(S \cap T) - k) = 24 - 5 + k$$

$$\Rightarrow 22 = 19 + k \Rightarrow k = 3$$

پس در حالت جدید نمودار به صورت زیر است:



می دانیم:

$$(x-2) + (z+3) = 17 \Rightarrow x+z = 16$$



۱۶- با اضافه کردن k واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم یک دنباله حسابی جدید ساخته می شود. اگر اختلاف جمله هشتم دو دنباله برابر ۲۴ باشد، k کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۱۲ (۳) ۸ (۲) ۳ (۱)

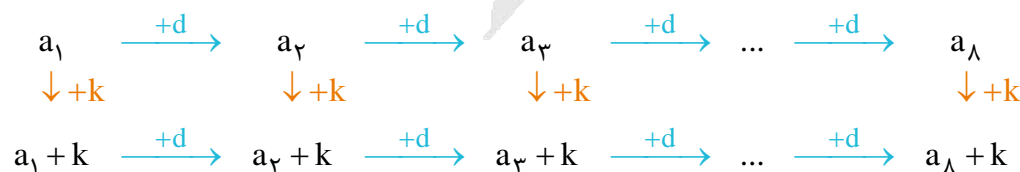
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - سریع - ریاضی ۱ صفحه ۲۲ - ۱۰۰)

بررسی سریع:

$$a'_8 - a_8 = 24 \Rightarrow k = 24$$

با اضافه شدن k واحد به جملات یک دنباله، قدرنسبت تغییر نمی کند و به تمامی جملات k واحد اضافه می شود، بنابراین اختلاف جملات هشتم نیز برابر k می باشد، یعنی:

برای درک بهتر به نمودار زیر دقت کنید:





دنباله حسابی

دنباله‌ای است که هر جمله آن از اضافه کردن یک مقدار ثابت به جمله قبلی به دست می‌آید. این مقدار ثابت را **قدرنسبت دنباله حسابی** می‌نامیم و آن را با d نشان می‌دهیم. در دنباله حسابی اختلاف جملات متوالی مقداری ثابت است.

$$3, 7, 11, 15, 19, 23, \dots \Rightarrow d = 4$$

+4 +4 +4 +4 +4

یه نمونه باحال ببین!

کدام یک از دنباله‌های زیر حسابی می‌باشد؟

الف) $7, 10, 15, 22, 29, 38, \dots$ ✗

ب) $5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, \dots$ ✓ $d = 4$

ج) $10, 8, 6, 4, 2, 0, -2, -4, \dots$ ✓ $d = -2$

د) $2^2 - 1^2, 3^2 - 2^2, 4^2 - 3^2, 5^2 - 4^2, 6^2 - 5^2, 7^2 - 6^2, \dots \Rightarrow 3, 5, 7, 9, \dots$ ✓ $\Rightarrow d = 2$

جمله عمومی در دنباله حسابی

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{array}$$

شماره جمله جمله عمومی

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جمله اول

قدرنسبت (اختلاف مشترک)

یه نمونه باحال ببین!

در دنباله حسابی زیر جمله عمومی و جمله صدم را به دست آورید.

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots$$

$$\frac{a_1=2}{d=3} \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 2 + (n-1) \times 3 \Rightarrow a_n = 3n - 1 \Rightarrow a_{100} = 299$$

محاسبه تعداد جملات در دنباله حسابی

برای محاسبه تعداد جملات در یک دنباله حسابی متناهی کافی است در جمله عمومی به جای a_n ، جمله آخر دنباله را قرار دهیم و یک معادله بر حسب n حل کنیم تا تعداد جملات (n) به دست آید.

یه نمونه باحال ببین!

چند عدد ۳ رقمی مضرب ۵ وجود دارد؟

$$100, 105, 110, 115, \dots, 995$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 995 = 100 + (n-1) \times 5 \Rightarrow 5n = 900 \Rightarrow n = 180$$





۱۷- جمله پنجم یک دنباله هندسی برابر ۲۰ و جمله سوم آن برابر ۱۰ است. جمله اول دنباله کدام است؟

۲√۵ (۴)

√۵ (۳)

۵√۲ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - ریاضی ۱ صفحه ۲۶ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع:

$$\frac{a_5}{a_3} = q^2 = 2$$

$$\Rightarrow a_1 q^2 = 10 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

اگر جمله اول a_1 و قدرنسبت q باشد، داریم:

$$\left. \begin{matrix} a_5 = a_1 q^4 = 20 \\ a_3 = a_1 q^2 = 10 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{a_5}{a_3} = q^2 = 2$$

بنابراین:

$$a_1 q^2 = 10 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

دنباله هندسی

دنباله‌ای است که هر جمله آن غیر از جمله اول از ضرب یک مقدار ثابت در جمله قبل به دست می‌آید. این مقدار ثابت را **قدرنسبت دنباله هندسی** می‌نامیم و آن را با q یا r نشان می‌دهیم. در دنباله هندسی حاصل تقسیم هر جمله بر جمله قبل، مقداری ثابت است. **جمله اول** در دنباله هندسی باید عددی **غیرصفر** باشد.

$$3, 6, 12, 24, 48, 96, \dots$$

$\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$

یه نمونه باحال ببین!

کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی می‌باشد؟

الف) $2, -6, 18, -54, 162, \dots$ ✓ $q = -3$

ب) $2, \sqrt{8}, 4, \sqrt{32}, 8, \dots$ ✓ $q = \sqrt{2}$

ج) $\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{-16}{3}, \dots$ ✓ $q = 2$

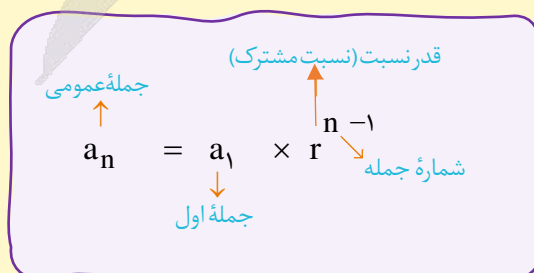
د) $3, 6, 24, 192, 3072, \dots$ ✗

ه) $3, 0/3, 0/03, 0/003, \dots$ ✓ $q = 0/1$

جمله عمومی در دنباله هندسی

$$a_1, a_1 \times q, a_1 \times q^2, a_1 \times q^3, \dots \Rightarrow a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{matrix}$$





یه نمونه بحال ببین!

در دنباله هندسی زیر، جمله عمومی و جمله ششم را به دست آورید.

۵, ۱۵, ۴۵, ...

$$\frac{a_1=5}{q=3} \rightarrow a_n = a_1 \times q^{n-1} \Rightarrow a_n = 5 \times 3^{n-1} \Rightarrow a_6 = 5 \times 3^5 = 5 \times 243 = 1215$$



۱۸- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جمله دهم دو برابر جمله هفتم است. چندمین جمله دنباله برابر صفر است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - سریع) - ریاضی ۱ صفحه ۲۱ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$a_{10} = 2a_7 \Rightarrow a_1 + 9d = 2(a_1 + 6d) \Rightarrow a_1 + 9d = 2a_1 + 12d \Rightarrow a_1 + 3d = 0 \Rightarrow a_4 = 0$$

ابتدا شرط داده شده را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$a_{10} = 2a_7 \Rightarrow a_1 + 9d = 2(a_1 + 6d) \Rightarrow a_1 + 9d = 2a_1 + 12d \Rightarrow a_1 + 3d = 0$$

حال توجه داریم که $a_1 + 3d$ همان جمله چهارم است:

$$\Rightarrow a_4 = 0$$



۱۹- در یک دنباله هندسی مجموع جملات نهم و یازدهم، هشت برابر مجموع جملات ششم و هشتم است. اگر جمله سوم دنباله برابر ۱۲

باشد، جمله اول کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - ریاضی ۱ صفحه ۲۶ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سریع:

$$a_9 + a_{11} = 8(a_6 + a_8) \Rightarrow a_1 q^8 + a_1 q^{10} = 8(a_1 q^5 + a_1 q^7) \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$a_3 = 12 \Rightarrow a_1 q^2 = 12 \Rightarrow 4a_1 = 12 \Rightarrow a_1 = 3$$

طبق مفروضات مسئله داریم:

$$a_9 + a_{11} = 8(a_6 + a_8) \Rightarrow a_1 q^8 + a_1 q^{10} = 8(a_1 q^5 + a_1 q^7)$$

$$\Rightarrow a_1 q^8 (1 + q^2) = 8a_1 q^5 (1 + q^2) \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$a_3 = 12 \Rightarrow a_1 q^2 = 12 \Rightarrow 4a_1 = 12 \Rightarrow a_1 = 3$$



بنابراین:



۲۰- اگر $1 - \cos \alpha$ ، $\frac{\sqrt{\sin \alpha}}{2}$ و $1 + \cos \alpha$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی $\sin \alpha, \cos \alpha, \dots$ با جملات مثبت کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{\sqrt{15}}$ (۴) $\frac{1}{4}$

(سخت - ترکیبی - زمان بر) - ریاضی ۱ صفحه ۲۶ و ۴۴ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۱

واسطه هندسی جملات $1 - \cos \alpha$ و $1 + \cos \alpha$ است، بنابراین:

$$\left(\frac{\sqrt{\sin \alpha}}{2}\right)^2 = (1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha) \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{4} = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{4} = \sin^2 \alpha \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \sin \alpha = \frac{1}{4}$$

قدرنسبت دنباله هندسی $\sin \alpha, \cos \alpha, \dots$ برابر $\cot \alpha$ است.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 15 \xrightarrow{\cot \alpha > 0} \cot \alpha = \sqrt{15}$$

واسطه هندسی

اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت b را «واسطه هندسی» a و c می‌گوییم و داریم:

$$b^2 = ac$$



۲۱- در مثلث ABC ، اگر $\hat{A} = \hat{B} + 2\hat{C}$ باشد، آن‌گاه نقطه همرسی ارتفاع‌های مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) داخل مثلث (۲) روی محیط مثلث (۳) خارج مثلث (۴) مشخص نیست

(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۱۹ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

از آن جایی که مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است، بنابراین:

$$\hat{A} = \hat{B} + 2\hat{C} \xrightarrow{+\hat{A}} 2\hat{A} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{C} \Rightarrow 2\hat{A} = 180^\circ + \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ + \frac{\hat{C}}{2}$$

بنابراین زاویه \hat{A} از 90° بیش‌تر بوده، بنابراین مثلث دارای زاویه منفرجه است در نتیجه محل همرسی ارتفاع‌ها خارج مثلث است.

روش دوم

می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + 2\hat{C} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2(\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - \hat{C} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2}$$

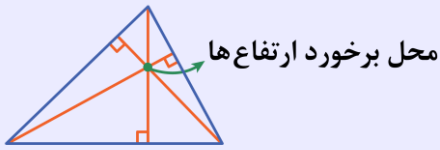
پس $\hat{B} + \hat{C}$ از 90° کوچک‌تر است. در نتیجه زاویه \hat{A} از 90° بزرگ‌تر است، بنابراین مثلث دارای زاویه منفرجه (باز) است و محل همرسی ارتفاع‌های آن، خارج مثلث قرار دارد.



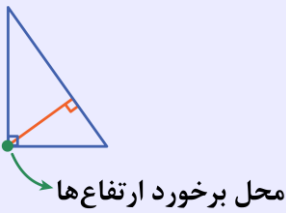
محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث

اگر در یک مثلث:

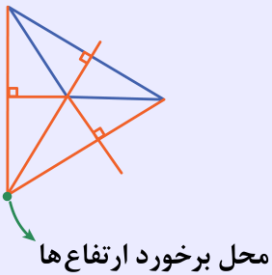
۱) همهٔ زوایا تند (حاده) باشند، محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث قرار می‌گیرد.



۲) زاویهٔ قائمه وجود داشته باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها روی محیط مثلث، در واقع روی رأس قائمه قرار می‌گیرد.



۳) یک زاویهٔ باز (منفرجه) وجود داشته باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها بیرون مثلث قرار می‌گیرد.



۲۲- کدام قضیه به صورت دوشرطی قابل بیان شدن نیست؟

- ۱) مثلثی که دو ارتفاع مساوی دارد، متساوی‌الساقین است.
- ۲) در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویه 90° بزرگ‌ترین ضلع است.
- ۳) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه روی محیط مثلث است.
- ۴) در هر مثلث، اگر هر سه زاویه برابر باشند، آن‌گاه هر سه ضلع نیز با هم برابرند.

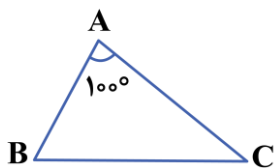
(آسان - مفهومی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۲۷ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی گزینه‌های نادرست:



عکس قضیهٔ مطرح شده در گزینهٔ (۲) به صورت «در هر مثلث بزرگ‌ترین ضلع مقابل زاویه 90° است.» می‌باشد، که این یک قضیه نیست و نادرست می‌باشد. به عنوان مثال در مثلث زیر، بزرگ‌ترین ضلع مقابل زاویه 100° است.



در ضمن عکس قضایای موجود در سایر گزینه‌ها درست است، پس می‌توان آن‌ها را به صورت قضیهٔ دوشرطی بیان کرد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱

«مثلی که دو ارتفاع مساوی دارد، متساوی‌الساقین است.» ← درست

عکس: «مثلث متساوی‌الساقین، دو ارتفاع مساوی دارد.» ← درست

۳

«محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه روی محیط مثلث است.» ← درست

عکس: «اگر محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلثی روی محیط آن بود، آن‌گاه مثلث قائم‌الزاویه است.» ← درست

۴

«در هر مثلث، اگر هر سه زاویه برابر باشند، آن‌گاه هر سه ضلع نیز با هم برابرند.» ← درست

عکس: «در هر مثلث، اگر هر سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه هر سه زاویه نیز با هم برابرند.» ← درست

گزاره

گزاره جمله‌ای است خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد.

یه نمونه باحال بین!

در زمستان هوا گرم می‌شود. ← گزاره نادرست

شب‌ها دمای هوا از روزها کمتر است. ← گزاره درست

ترکیب شرطی دو گزاره

اگر p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $(p \Rightarrow q)$ که خوانده می‌شود «اگر p آن‌گاه q » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم. در این ترکیب شرطی p را فرض و q را حکم می‌نامیم. اگر p و q دو گزاره درست باشند، ترکیب شرطی دو گزاره نیز درست بوده و نتیجه حاصل از آن را **قضیه** می‌گوییم.

یه نمونه باحال بین!

اگر یک متوازی‌الاضلاع یک زاویه 90° داشته باشد، آن متوازی‌الاضلاع مستطیل است.

عکس ترکیب شرطی دو گزاره

اگر جای فرض و حکم یک ترکیب شرطی را عوض کنیم، عکس آن ترکیب شرطی به دست می‌آید.

ترکیب شرطی: $p \Rightarrow q$

عکس ترکیب شرطی فوق: $q \Rightarrow p$

عکس ترکیب شرطی دو گزاره می‌تواند یک ترکیب شرطی درست یا نادرست باشد.

یه نمونه باحال بین!

اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه زاویه‌های روبرو به هم با یکدیگر برابرند. ← گزاره‌ای درست که به آن قضیه می‌گوییم.

حکم

فرض

اگر در یک چهارضلعی زاویه‌های روبرو برابر باشند، آن‌گاه چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. ← گزاره‌ای درست است که به آن قضیه می‌گوییم.

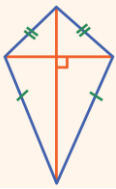
حکم

فرض

اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن‌گاه قطرهای آن بر هم عمودند. ← گزاره‌ای درست است که به آن قضیه می‌گوییم.

حکم

فرض



اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند، آن گاه چهارضلعی لوزی است. ← گزاره‌ای نادرست است. (مثال نقض: کایت)

حکم
فرض

قضیه دوشرطی

اگر یک قضیه و عکس آن همواره درست باشند، می‌توانیم آن را به صورت قضیه دوشرطی بیان کنیم، قضیه دوشرطی را می‌توانیم به صورت $p \Leftrightarrow q$ نشان دهیم و آن را به صورت «اگر p آن گاه q و برعکس» و یا «اگر و تنها اگر q» بخوانیم.

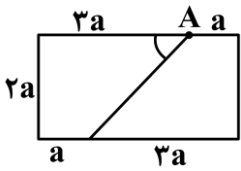
یه نمونه باحال ببین!

یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر ضلع‌های روبه‌رو با هم موازی باشند.

در مورد گزاره‌ها، ترکیب آن‌ها و موضوعاتی از این دست، در سال بعد در کتاب آمار و احتمال بیشتر می‌خوانید.



۲۳- در مستطیل شکل مقابل، زاویه \hat{A} چند درجه است؟

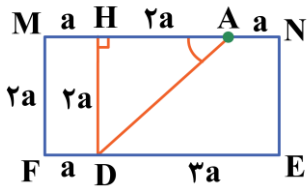


- (۱) $22/5^\circ$
- (۲) 30°
- (۳) 45°
- (۴) 60°

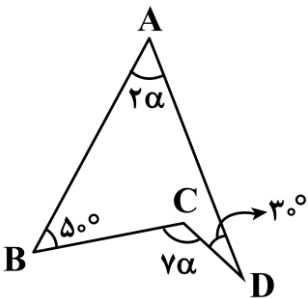
(آسان - ترکیبی - سریع) - هندسه ۱ صفحه ۱۸ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۳

از نقطه D عمود DH را بر ضلع مستطیل MNEF وارد می‌کنیم، در این صورت در مثل قائم‌الزاویه $\triangle ADH$ طول دو ضلع زاویه قائمه برابر $2a$ بوده، پس این مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است در نتیجه $\hat{A} = 45^\circ$ می‌باشد.



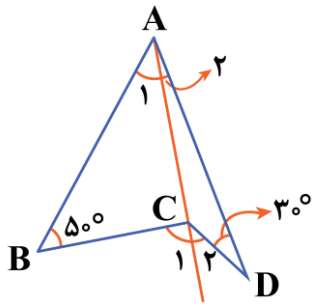
۲۴- در شکل مقابل، زاویه α چه کسری از زاویه قائمه است؟



- (۱) $\frac{1}{9}$
- (۲) $\frac{1}{45}$
- (۳) $\frac{16}{45}$
- (۴) $\frac{4}{45}$



روش اول



از A به C وصل می‌کنیم در این صورت خواهیم داشت:

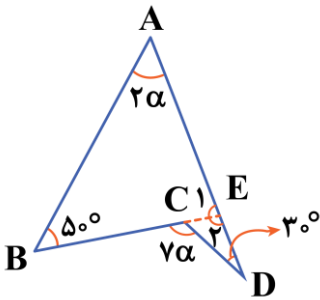
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ زاویه خارجی } \hat{C}_1 : \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B} + \hat{A}_1 \\ \triangle ADC \text{ زاویه خارجی } \hat{C}_2 : \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{D} + \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع کنیم}} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{B} + \hat{D} + \hat{A}_1 + \hat{A}_2$$

$$\Rightarrow \gamma\alpha = \hat{B} + \hat{D} + 2\alpha \Rightarrow \delta\alpha = 50^\circ + 30^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{80^\circ}{5} = 16^\circ$$

پس نسبت زاویه α به زاویه قائمه برابر $\frac{16}{90}$ یا همان $\frac{8}{45}$ است.

روش دوم

BC را امتداد می‌دهیم تا AD را در E قطع کند، بنابراین:



$$\triangle ABE : \text{زاویه خارجی } \hat{E}_\gamma = \hat{A} + \hat{B} \Rightarrow \hat{E}_\gamma = 50^\circ + 2\alpha$$

$$\triangle CED : \hat{C} = \hat{E}_\gamma + \hat{D} \Rightarrow \gamma\alpha = (50^\circ + 2\alpha) + 30^\circ$$

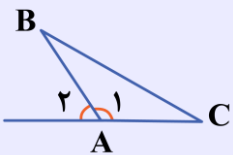
$$\Rightarrow \gamma\alpha = 80^\circ + 2\alpha \Rightarrow \alpha = 16^\circ$$

$$\frac{\alpha}{90^\circ} = \frac{16^\circ}{90^\circ} = \frac{8}{45}$$

بنابراین:

زاویه خارجی در مثلث

زاویه خارجی در مثلث زاویه‌ای است که با رسم امتداد یک ضلع ایجاد می‌شود، ببینید:



(۱) در هر مثلث، هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور برابر است. یعنی:

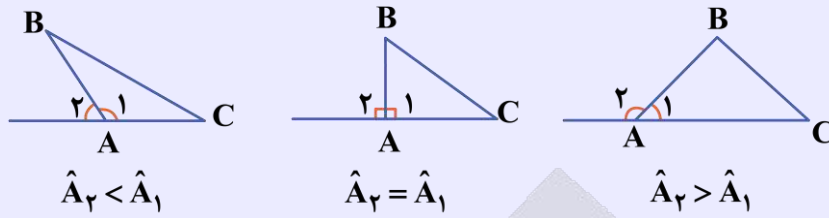
$$\hat{A}_\gamma = \hat{B} + \hat{C}$$

(۲) پس هر زاویه خارجی مثلث از هر زاویه داخلی غیرمجاور، بزرگ‌تر است.

$$\begin{cases} \hat{A}_\gamma > \hat{B} \\ \hat{A}_\gamma > \hat{C} \end{cases}$$

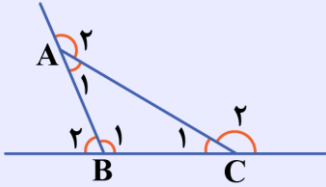


۳) هر زاویه خارجی می‌تواند با زاویه داخلی مجاور خود برابر، از آن کوچک‌تر و یا بزرگ‌تر باشد.

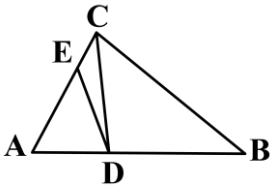


۴) مجموع زوایای خارجی هر مثلث برابر 360° است.

۵) کوچک‌ترین زاویه خارجی، مجاور بزرگ‌ترین زاویه داخلی و بزرگ‌ترین زاویه خارجی، مجاور کوچک‌ترین زاویه داخلی است.



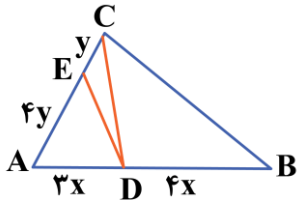
۲۵- در شکل مقابل، $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ ، $\frac{AE}{AC} = \frac{4}{5}$ و $S_{\triangle DEC} = 3$ می‌باشد. مساحت مثلث BDC برابر کدام است؟



- ۲۰ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۱۵ (۴)

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ (صفحه ۳۱ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



از فرض $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ نتیجه می‌گیریم $AD = 3x$ و $BD = 4x$ است. همچنین از فرض $\frac{AE}{AC} = \frac{4}{5}$ نتیجه می‌گیریم $AE = 4y$ و $EC = y$ می‌باشد.

اکنون دیده می‌شود دو مثلث ADC و DEC دارای ارتفاع مشترک از رأس D هستند، پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هایشان است.

$$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{EC}{AC} = \frac{y}{5y} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{3}{S_{\triangle ADC}} = \frac{1}{5} \Rightarrow S_{\triangle ADC} = 15 \quad (1)$$

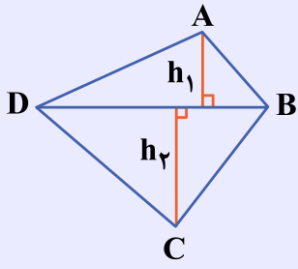
همچنین دو مثلث BDC و ADC دارای ارتفاع مشترک از رأس C هستند، پس:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{AD}{BD} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4} \xrightarrow{(1)} \frac{15}{S_{\triangle BDC}} = \frac{3}{4} \Rightarrow S_{\triangle BDC} = 20$$



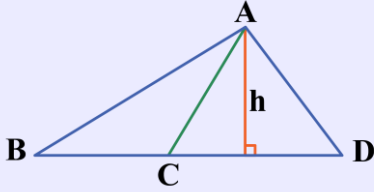
نسبت مساحت دو مثلث

اگر دو مثلث دارای قاعده برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت ارتفاع دو مثلث است.



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{h_1}{h_2}$$

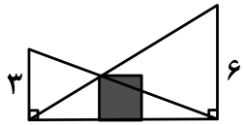
اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده دو مثلث است.



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BC}{CD}$$



۲۶- در شکل مقابل، مساحت مربع رنگ شده برابر کدام است؟



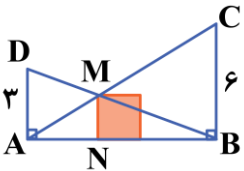
- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۸ (۳)
- ۹ (۴)

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

با استفاده از قضیه تالس می‌نویسیم:

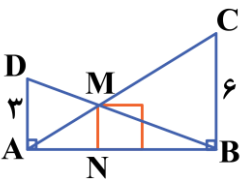


$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABD : MN \parallel AD \Rightarrow \frac{MN}{AD} = \frac{BN}{AB} \\ \triangle ABC : MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} + \\ \frac{MN}{3} + \frac{MN}{6} = \frac{AB}{AB} \Rightarrow \frac{2MN}{6} = 1 \Rightarrow MN = 2 \end{array}$$

پس مساحت مربع برابر $MN^2 = 4$ است.

روش دوم

طبق نکته انتهای سؤال MN برابر است با:



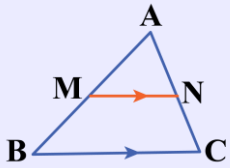
$$MN = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2$$

$$S_{\text{مربع}} = MN^2 = 2^2 = 4$$

بنابراین:

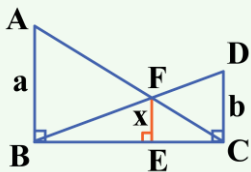


مطابق شکل زیر در مثلث $\triangle ABC$ پاره خط MN موازی ضلع BC رسم شده است. بنابراین:



$$MN \parallel BC \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} & \text{جزء به کل} \\ \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} & \text{جزء به جزء} \end{cases}$$

توجه داریم قضیه تالس به صورت دوشرطی می باشد یعنی هم خود قضیه و هم عکس آن درست می باشد.



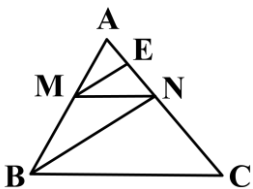
در شکل روبه رو با قضیه تالس به راحتی می توان ثابت کرد که $x = \frac{a \times b}{a + b}$ می باشد:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : EF \parallel AB &\Rightarrow \frac{CE}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{CE}{BC} \\ \triangle BCD : EF \parallel CD &\Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{EF}{CD} \Rightarrow \frac{x}{b} = \frac{BE}{BC} \end{aligned} \quad \begin{cases} (+) \\ \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{CE}{BC} + \frac{BE}{BC} = \frac{BC}{BC} = 1 \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{a+b}{a \times b} \Rightarrow x = \frac{a \times b}{a+b}$$



۲۷- در شکل مقابل، $MN \parallel BC$ ، $ME \parallel BN$ ، $\triangle BC = 5$ و $\triangle MN = 2$ است. نسبت $\frac{AN}{CE}$ برابر کدام است؟



- (۲) $\frac{5}{9}$
- (۴) $\frac{10}{21}$

- (۱) $\frac{8}{15}$
- (۳) $\frac{4}{17}$

(متوسط - ترکیبی - استاندارد) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴



با استفاده از قضیه تالس می نویسیم:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : MN \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{5} \\ \triangle ABN : ME \parallel BN &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AE}{AN} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{AE}{AN} \Rightarrow AE = 2x, AN = 5x \quad (1) \\ \triangle ABC : MN \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow{(1)} \frac{2}{5} = \frac{5x}{AC} \Rightarrow AC = \frac{25}{2}x \end{aligned}$$



در نتیجه:

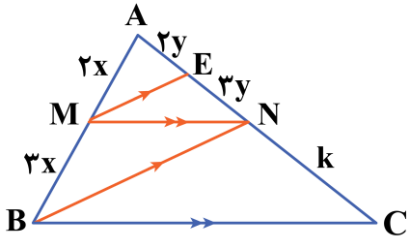
$$CE = AC - AE \Rightarrow CE = \frac{25}{2}x - 2x = \frac{21}{2}x$$

بنابراین:

$$\frac{AN}{CE} = \frac{5x}{\frac{21}{2}x} = \frac{10}{21}$$

روش دوم

مطابق شکل، $\triangle ABC = \triangle MN$ است، بنابراین:



$$\begin{aligned} \triangle ABC : MN \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} AM = 2x \\ AB = 5x \end{cases} \Rightarrow MB = 3x \\ \frac{AM}{MB} = \frac{AE}{EN} = \frac{2}{3} &\Rightarrow \begin{cases} AE = 2y \\ EN = 3y \end{cases} \end{aligned}$$

با فرض $NC = k$ و طبق درسنامه انتهای سؤال داریم:

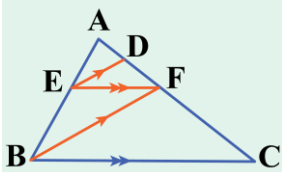
$$AN^2 = AE \times AC \Rightarrow (\Delta y)^2 = 2y \times (\Delta y + k) \Rightarrow \frac{25}{2}y = \Delta y + k \Rightarrow k = \frac{15}{2}y$$

بنابراین حاصل $\frac{AN}{CE}$ برابر است با:

$$\frac{AN}{CE} = \frac{AN}{CN + NE} = \frac{\Delta y}{\frac{15}{2}y + 3y} = \frac{\Delta y}{\frac{21}{2}y} = \frac{10}{21}$$

قلیشو یاد بگیر!

در شکل زیر، ED و BF موازی و همچنین EF و BC موازی می‌باشند، بنابراین:



$$\begin{aligned} \triangle ABF : ED \parallel BF &\Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DF} \\ \triangle ABC : EF \parallel BC &\Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \end{aligned} \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$$

همچنین:

$$\begin{aligned} \triangle ABF : ED \parallel BF &\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AF} \\ \triangle ABC : EF \parallel BC &\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \end{aligned} \Rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF^2 = AD \times AC$$

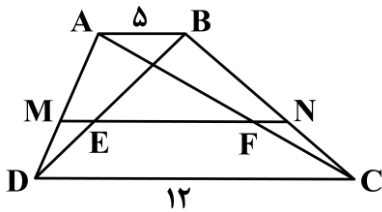
نتیجه مهم آن را به خاطر بسپارید:

$$AF^2 = AD \times AC$$





۲۸- در دوزنقه ABCD، اگر $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{7}{3}$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{EF}{MN}$ برابر کدام است؟



$\frac{42}{99}$ (۲)

$\frac{49}{99}$ (۴)

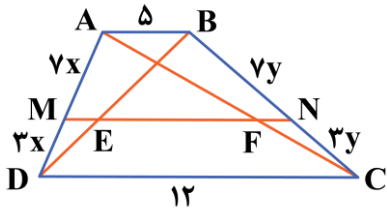
$\frac{48}{99}$ (۱)

$\frac{69}{99}$ (۳)

(متوسط - ترکیبی - زمان بَر ۵) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۳

روش اول



از فرض $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{7}{3}$ نتیجه می‌گیریم $AM = 7x, MD = 3x, BN = 7y, NC = 3y$ می‌باشد.

اکنون با استفاده از قضیه تالس و عکس آن می‌نویسیم:

$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{7}{3}$ ← عکس قضیه تالس در دوزنقه → $MN \parallel AB \parallel DC$

از طرف دیگر:

$\triangle ABD: ME \parallel AB$ ← تالس → $\frac{MD}{AD} = \frac{ME}{AB} \Rightarrow \frac{3x}{10x} = \frac{ME}{5} \Rightarrow ME = \frac{3}{2}$

$\triangle ADC: MF \parallel DC$ ← تالس → $\frac{AM}{AD} = \frac{MF}{DC} \Rightarrow \frac{7x}{10x} = \frac{MF}{12} \Rightarrow MF = \frac{42}{5}$

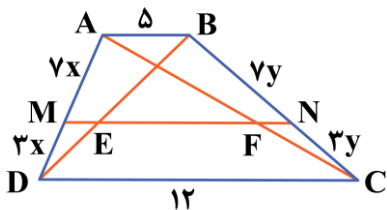
$\triangle ABC: FN \parallel AB$ ← تالس → $\frac{CN}{BC} = \frac{FN}{AB} \Rightarrow \frac{3y}{10y} = \frac{FN}{5} \Rightarrow FN = \frac{3}{2}$

$\frac{EF}{MN} = \frac{MF - ME}{MF + NF} = \frac{\frac{42}{5} - \frac{3}{2}}{\frac{42}{5} + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{84 - 15}{10}}{\frac{84 + 15}{10}} = \frac{69}{99}$

بنابراین:

روش دوم

از رابطه $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{7}{3}$ نتیجه می‌شود که $MN \parallel CD \parallel AB$ است همچنین $AM = 7x, MD = 3x, BN = 7y, NC = 3y$ است و طبق درسنامه انتهای سؤال داریم:



$MN = \frac{7x \times 12 + 3x \times 5}{7x + 3x} = \frac{84x + 15x}{10x} = 9/9$

از طرفی:

$\triangle ABD: ME \parallel AB \Rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{ME}{AB} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{ME}{5} \Rightarrow ME = 1/5$

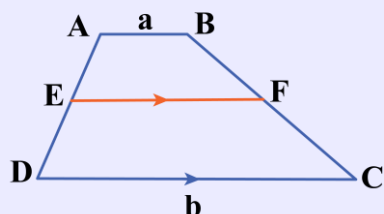
$\Rightarrow EF = MN - (ME + FN) = 9/9 - 2 \times 1/5 = 6/9$

$\triangle ABC: FN \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{BC} = \frac{FN}{AB} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{FN}{5} \Rightarrow FN = 1/5$

$$\frac{EF}{MN} = \frac{6/9}{9/9} = \frac{69}{99}$$

قضیه تالس در دوزنقه

در شکل زیر پاره‌خط EF با قاعده‌های دوزنقه موازی است، بنابراین:



$$EF \parallel AB \parallel DC \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} & \text{جزء به جزء} \\ \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} & \text{جزء به کل} \end{cases}$$

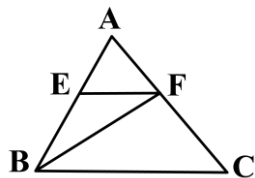
طول پاره‌خط EF چطور محاسبه می‌شه؟

می‌توانیم یکی از قطرهای دوزنقه را رسم و قضیه تالس را در دو مثلث استفاده کنیم و یا از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$EF = \frac{AE \times b + ED \times a}{AE + ED} \text{ یا } EF = \frac{BF \times b + FC \times a}{BF + FC}$$



۲۹- در مثلث ABC، ضلع BC موازی EF است. اگر $\frac{AE}{BE} = \frac{3}{5}$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث BEF چند درصد مساحت مثلث BFC است؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۵
- (۳) ۳۷/۵
- (۴) ۳۲/۵

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر) - هندسه ۱ صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

دو مثلث BFC و BEF دارای ارتفاع‌های مساوی از رأس‌های F و B هستند. در واقع این دو ارتفاع مساوی همان ارتفاع دوزنقه BCFE است، پس:

$$\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{\frac{1}{2} h \times EF}{\frac{1}{2} h \times BC} = \frac{EF}{BC} \quad (1)$$

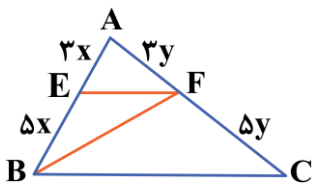
ABC: EF || BC $\xrightarrow{\text{تالس}}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ (۲)

از طرف دیگر:



بنابراین فرض: $\frac{AE}{BE} = \frac{3}{5}$ ترکیب در مخرج $\rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{3}{8}$ (۳)

(۳) و (۲)، (۱) $\Rightarrow \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$



$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} AE = 3x, EB = 5x \\ AF = 3y, FC = 5y \end{cases}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ABF}} &= \frac{EB}{AB} = \frac{5}{8} \\ \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BFC}} &= \frac{AF}{FC} = \frac{3}{5} \end{aligned} \right\}$$

$(\times) \rightarrow \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ABF}} \times \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$

بنابراین:

۳۰- در مثلث $\triangle ABC$ نقطه O روی ضلع BC ، محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث است. اگر M وسط ضلع AB باشد به طوری که $AM = \frac{3}{2}$ و $AC + OM = 6$ ، آن‌گاه محیط مثلث $\triangle ABC$ برابر کدام است؟

۱۲ (۴)

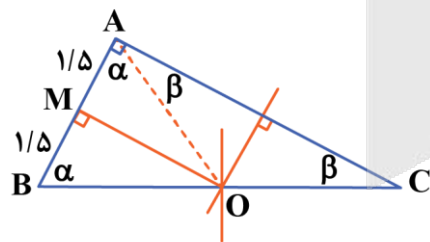
۱۶ (۳)

$\frac{25}{3}$ (۲)

۶ (۱)

(سخت - ترکیبی - زمان‌بر) - هندسه ۱ صفحه ۳۶ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴



بنابر فرض سوال، شکل مقابل را خواهیم داشت.

می‌دانیم نقطه تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است، پس $OA = OB = OC$ در نتیجه $OA = \frac{1}{2}BC$ یعنی میانه OA نصف BC است.

در نتیجه مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است. ($\hat{A} = 90^\circ$) (زیرا از $OA = OB$ نتیجه می‌شود $\hat{OAB} = \hat{B} = \hat{\alpha}$ و از $OA = OC$ نتیجه می‌شود $\hat{OAC} = \hat{C} = \hat{\beta}$ پس $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$)



چون OM عمود منصف AB است، موازی بودن OM با AC واضح است. پس:

$$\triangle ABC : OM \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OM}{AC} = \frac{BM}{BA} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{AC + OM}{AC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{6}{AC} = \frac{3}{2} \Rightarrow AC = 4$$

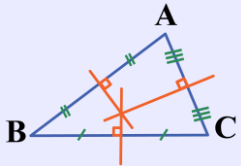
$$\triangle ABC : BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

بنابراین:

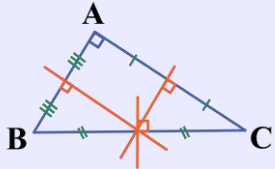
$$\triangle ABC \text{ محیط} = BC + AC + AB = 5 + 4 + 3 = 12$$

محل همرسی عمود منصف‌های یک مثلث

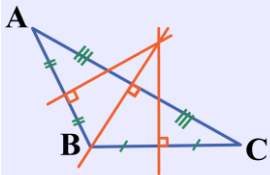
اگر تمام زوایای مثلث حاده (تند) باشند، در این صورت محل همرسی عمود منصف‌ها درون مثلث قرار دارد.



اگر مثلث یک زاویه قائمه داشته باشد، در این صورت محل همرسی عمود منصف‌ها روی محیط مثلث (وسط وتر) قرار دارد.

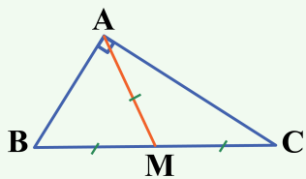


اگر مثلث یک زاویه منفرجه داشته باشد، در این صورت محل همرسی عمود منصف‌ها خارج مثلث قرار دارد.



یه نکته طلایی!

اگر در یک مثلث میانه وارد بر یک ضلع، برابر نصف طول آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه بوده و آن ضلع نیز وتر است.



$$AM = BM = MC = \frac{BC}{2} \Leftrightarrow \hat{A} = 90^\circ$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

فیزیک و اندازه‌گیری + ویژگی‌های فیزیکی مواد (پایان فصل ۲) - صفحه‌های ۱ تا ۵۲

بودجه‌بندی
این آزمون

در مجموع ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.

سهم در
کنکور

۳۱- در کدام یک از گزینه‌های زیر، تعداد کمیت‌های برداری بیش‌تر از تعداد کمیت‌های اصلی است؟

- (۱) مقدار ماده - چگالی - شتاب - جرم
(۲) سرعت - دما - تندی - شدت جریان
(۳) کار - طول - شدت روشنایی - نیرو
(۴) زمان - فشار - وزن - سرعت متوسط

(آسان - حفظی - سریع ۶ - صفحه ۷ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

- ① کمیت برداری: شتاب
② کمیت برداری: سرعت
③ کمیت برداری: نیرو
④ کمیت برداری: وزن، سرعت متوسط
کمیت اصلی: مقدار ماده، جرم
کمیت اصلی: دما، شدت جریان
کمیت اصلی: طول، شدت روشنایی
کمیت اصلی: زمان
پس در گزینه (۴)، تعداد کمیت‌های برداری بیش‌تر از تعداد کمیت‌های اصلی است.

کمیت فیزیکی

به هر چیز قابل اندازه‌گیری، کمیت گفته می‌شود؛ مانند طول، جرم و ...

کمیت‌هایی که برای بیان آن‌ها تنها به یک عدد (و یکای مناسب) نیاز داریم.
مثل جرم ($m = 2\text{kg}$)، طول ($L = 5\text{m}$) و ...

کمیت‌های نرده‌ای

کمیت‌هایی که برای مشخصات آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب، به جهت نیز نیاز داریم.
مثل نیرو ($\vec{F} = 2\hat{i}(\text{N})$)، جابه‌جایی ($\vec{\Delta x} = 10\hat{j}(\text{m})$) و ...

کمیت‌های برداری

همه نیروها (مثل نیروی وزن، نیروی الکتریکی و ...) کمیت برداری هستند.
همه انرژی‌ها (مثل کار، انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل، گرما و ...) کمیت نرده‌ای هستند.

جریان الکتریکی کمیتی نرده‌ای است.

سرعت کمیتی برداری ولی تندی کمیتی نرده‌ای است.

جابه‌جایی کمیتی برداری ولی مسافت کمیتی نرده‌ای است.

یکای واحد اندازه‌گیری

واحد شمارش هر کمیت را یکا می‌گویند. مثلاً یکاهای شمارش طول: متر، سانتی‌متر، کیلومتر و ... هستند.

کمیت‌های اصلی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف می‌شوند، کمیت اصلی و یکای آن‌ها را یکای اصلی می‌نامند.

۷ کمیت اصلی وجود دارد:

کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکای	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کندلا (cd)

توجه کنید: کمیت‌های اصلی در SI، همگی نرده‌ای هستند.

کمیت‌های فرعی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می‌شوند، کمیت فرعی و یکای آن‌ها را یکای فرعی می‌نامند. بقیه کمیت‌ها به‌جز ۷ کمیت بالا، فرعی هستند.



۳۲- جرم جسمی ۶/۲۵ خروار است. جرم این جسم در SI کدام است؟

(۱ سیر = ۱۶ مثقال، ۱ مثقال = ۴/۶ گرم، ۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۴۰ سیر)

۱۱۵۰ (۴)

۱۱۵ (۳)

۱۸۴۰ (۲)

۱۸۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - سریع - صفحه ۱۱ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

یکای جرم در SI، kg می باشد. به روش زنجیره‌ای، ۶/۲۵ خروار را به کیلوگرم تبدیل می کنیم:

$$۶/۲۵ \text{ خروار} \times \left(\frac{۱۰۰ \text{ من تبریز}}{۱ \text{ خروار}} \right) \times \left(\frac{۴۰ \text{ سیر}}{۱ \text{ من تبریز}} \right) \times \left(\frac{۱۶ \text{ مثقال}}{۱ \text{ سیر}} \right) \times \left(\frac{۴/۶ \text{ g}}{۱ \text{ مثقال}} \right) \times \left(\frac{۱ \text{ kg}}{۱۰^۳ \text{ g}} \right) = ۱۸۴ \text{ kg}$$

تبدیل یکاها به یکدیگر

در فیزیک باید گاهی یکای کمیت‌ها را به یکاهای دیگر تبدیل کرد، مثلاً cm را به m تبدیل کنیم. برای این کار از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم. در این روش ابتدا باید بین دو یکایی که قرار است به همدیگر تبدیل شوند، یک رابطه پیدا کرد؛ سپس کسری از این رابطه می‌سازیم (به این کسر که برابر با عدد یک است، ضریب تبدیل می‌گویند) و آن را در اندازه کمیت ضرب می‌کنیم.

برای مثال، می‌خواهیم ۱۵ km را به متر تبدیل کنیم. ابتدا باید بین km و m یک رابطه پیدا کنیم. بدیهی است که رابطه $۱ \text{ km} = ۱۰۰۰ \text{ m}$ برقرار است. سپس ضریب تبدیل را می‌سازیم. ضریب تبدیل باید به شکلی نوشته شود که یکای قبلی ساده شده و یکای جدید، جای آن را

بگیرد که در اینجا ضریب تبدیل $\frac{۱۰۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ km}}$ مناسب است:

$$۱۵ \text{ km} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ m}}{۱ \text{ km}} = ۱۵ \times ۱۰۰۰ \text{ m} = ۱۵۰۰۰ \text{ m}$$

یه نمونه باحال

اگر هر اینچ معادل ۲/۵ cm بوده و طول جسمی ۵۰ μm باشد، طول آن چند اینچ خواهد بود؟

پاسخ تشریحی: ابتدا عدد داده شده را به متر، سپس به سانتی‌متر و در نهایت آن را به اینچ تبدیل می‌کنیم. در نتیجه ۳ تبدیل واحد و ۳ خط کسری نیاز داریم. به صورت زیر، مراحل تبدیل واحد را انجام می‌دهیم:

$$۵۰ \mu\text{m} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ m}}{۱ \mu\text{m}} \times \frac{۱ \text{ cm}}{۱۰^{-۲} \text{ m}} \times \frac{۱ \text{ in}}{۲/۵ \text{ cm}} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ in}$$

••• i/o •••

۳۲- دقت اندازه‌گیری ترازوی A و B به ترتیب چند گرم است؟

۵۰، ۱ (۱)

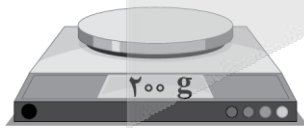
۴۰، ۱ (۲)

۵۰، ۱۰۰ (۳)

۴۰، ۱۰۰ (۴)



B



A

(آسان - مفهومی/محاسباتی - سریع - صفحه ۱۵ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند. پس:

A دقت اندازه‌گیری ترازوی = ۱g

دقت ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر کمینه درجه‌بندی آن ابزار است. پس:

B دقت اندازه‌گیری ترازوی = $\frac{۲۰۰}{۴} = ۵۰ \text{ g}$



دقت اندازه‌گیری

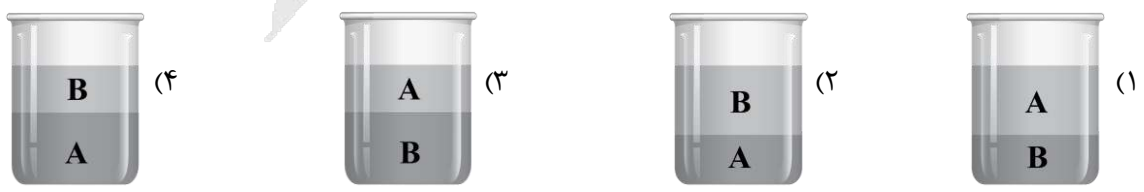
<p>دقت این ابزارها برابر کمینه درجه‌بندی آن‌ها است. برای مثال در خط‌کش زیر دقت اندازه‌گیری ۱mm است.</p> <p style="text-align: center;">۱mm</p> 	<p>ابزارهای مدرج (عقریه‌ای)</p>	
<p>دقت این ابزارها برابر یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار نشان می‌دهد. برای مثال در دماسنج زیر، دقت اندازه‌گیری 0.1°C است.</p> 	<p>ابزارهای دیجیتالی (رقمی)</p>	<p>دقت وسیله اندازه‌گیری</p>
<p>مهارت شخص آزمایشگر می‌تواند باعث افزایش دقت یک اندازه‌گیری شود. یکی از این مهارت‌ها، قرار گرفتن ناظر در جایگاه مناسب است. برای مثال در شکل زیر، شخص A، سطح آب استوانه را بالاتر از مقدار واقعی و شخص C، سطح آب استوانه را پایین‌تر از مقدار واقعی می‌بیند ولی شخص B که خط دید آن در امتداد سطح آب است، می‌تواند دید دقیق‌تری از سطح آب داشته باشد.</p> 		<p>مهارت شخص آزمایشگر</p>
<p>برای کاهش خطا، هر اندازه‌گیری را چندین بار تکرار کرده و میانگین عددها را به دست می‌آورند. در میانگین‌گیری، اعدادی که خیلی متفاوت با بقیه هستند، به حساب نمی‌آیند.</p>		<p>تعداد دفعات اندازه‌گیری</p>

عوامل مؤثر بر دقت اندازه‌گیری



۳۴- جرم یکسانی از دو مایع A و B با چگالی‌های $\rho_A = 2/4 \times 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ و $\rho_B = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ را درون یک ظرف استوانه‌ای می‌ریزیم.

کدام گزینه نحوه قرارگیری دو مایع را درست نشان می‌دهد؟



چگالی مایع A بیش تر از چگالی مایع B است به همین دلیل مایع A ته ظرف قرار می گیرد:

$$\left. \begin{aligned} \rho_A &= 2/4 \times 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \rho_B &= 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_A > \rho_B$$

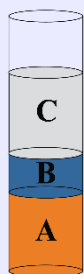
چون جرم دو مایع یکسان است، طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، مایعی که چگالی کمتری دارد، حجم بیشتری خواهد داشت؛ پس حجم مایع B بیش تر از حجم مایع A است:

$$\rho_A > \rho_B \xrightarrow[m=\text{ثابت}]{\rho = \frac{m}{V}} V_A < V_B \xrightarrow[A_A = A_B]{V = Ah} h_A < h_B$$

پس گزینه (۲) جواب صحیح است.

قرارگیری مایعات مخلوطنشده در یک ظرف

اگر در یک ظرف، دو یا چند مایع با چگالی متفاوت بریزیم، مایعی که چگالی بیشتری دارد، ته ظرف قرار می گیرد:



$$\rho_A > \rho_B > \rho_C$$

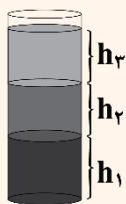
اگر در یک ظرف یکنواخت، دو یا چند مایع به جرمهای یکسان ریخته شود، مایعی که چگالی بیشتری دارد، حجم و ارتفاع کمتری خواهد داشت.



$$\left. \begin{aligned} \rho_A &> \rho_B \\ m_A &= m_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_A < V_B$$

یه نمونه باحال

مطابق شکل زیر، ۳ مایع با چگالیهای $\rho_A = 500 \frac{\text{g}}{\text{L}}$ ، $\rho_B = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_C = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ که جرم همگی، ۴۰۰g است را در داخل



لوله‌ای استوانه‌ای با مساحت قاعده 10 cm^2 می‌ریزیم، در این صورت نسبت $\frac{h_1}{h_3}$ چقدر است؟

$$\frac{1}{16} (1) \quad \frac{5}{10} (2) \quad \frac{5}{8} (3) \quad \frac{8}{10} (4)$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا حجم هرکدام از مایعات را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_A = 500 \frac{\text{g}}{\text{L}} \text{ و } \rho_B = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_C = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4 \text{ g/cm}^3$$

$$V_A = \frac{400 \text{ g}}{500 \frac{\text{g}}{\text{L}}} = \frac{4}{5} \text{ L}$$

$$V_A = \frac{4}{5} \text{ L} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 800 \text{ cm}^3$$



$$V_B = \frac{40 \cdot g}{8 g / cm^3} = 5 \cdot cm^3$$

$$V_C = \frac{40 \cdot g}{4 g / cm^3} = 10 \cdot cm^3$$

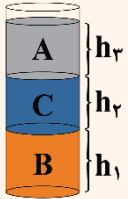
با توجه به ترتیب چگالی‌ها $(\rho_B > \rho_C > \rho_A)$ ، مایع B پایین‌تر، مایع C در وسط و مایع A بالاتر از ۲ مایع دیگر قرار می‌گیرد:

$$V_B = 5 \cdot cm^3 \xrightarrow{V=Ah} h_1 = \frac{5}{10} = 0.5 \text{ cm}$$

$$V_C = 10 \cdot cm^3 \Rightarrow h_2 = \frac{10}{10} = 1 \text{ cm}$$

$$V_A = 80 \cdot cm^3 \Rightarrow h_3 = \frac{80}{10} = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{h_1}{h_3} = \frac{0.5}{8} = \frac{1}{16}$$



پاسخ: گزینه ۱



۳۵- مخلوطی از آب و یخ به حجم $560 \cdot cm^3$ در اختیار داریم. اگر نصف حجم یخ ذوب شود، حجم مخلوط V_1 می‌شود و اگر نصف حجم آب منجمد شود، حجم مخلوط V_2 می‌شود. اگر $V_2 - V_1 = 30 \cdot cm^3$ باشد، جرم این مخلوط چند گرم است؟

$$(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$$

۵۶۰ (۴)

۵۴۰ (۳)

۵۲۴ (۲)

۵۰۴ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان‌نر - صفحه ۱۶ - ۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

در فرایند ذوب و انجماد، جرم ثابت می‌ماند. مثلاً برای آب و یخ می‌توان نوشت:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} \Rightarrow 0.9 \times V_{\text{یخ}} = 1 \times V_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{\text{آب}} = \frac{9}{10} V_{\text{یخ}} \\ V_{\text{یخ}} = \frac{10}{9} V_{\text{آب}} \end{cases}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت:

(۱) در فرایند ذوب یخ، حجم آب حاصل از ذوب یخ، $\frac{9}{10}$ برابر حجم اولیه است.

(۲) در فرایند انجماد آب، حجم یخ حاصل از انجماد آب، $\frac{10}{9}$ برابر حجم آب اولیه است.

حجم یخ اولیه را X و حجم آب اولیه را Y در نظر می‌گیریم:

$$\text{حالت اول} \left\{ \begin{array}{l} V_{\text{یخ}} = X \xrightarrow{\text{نصف حجم یخ ذوب شود}} \left\{ \begin{array}{l} V_{\text{آب حاصل}} = \frac{1}{2} X \times \frac{9}{10} \\ V_{\text{یخ باقی مانده}} = \frac{1}{2} X \end{array} \right. \\ V_{\text{آب}} = Y \Rightarrow V_{\text{آب اولیه}} = Y \end{array} \right.$$

$$\text{حجم مخلوط پس از ذوب نصف حجم یخ: } V_1 = \frac{9}{20} X + \frac{1}{2} X + Y$$



$$\text{حالت دوم} \begin{cases} V_{\text{یخ}} = x \Rightarrow V_{\text{یخ اولیه}} = x \\ V_{\text{آب}} = y \xrightarrow{\text{نصف حجم آب منجمد شود.}} \begin{cases} V_{\text{آب باقی مانده}} = \frac{1}{2}y \\ V_{\text{یخ حاصل}} = \frac{1}{2}y \times \frac{10}{9} \end{cases} \end{cases}$$

حجم مخلوط پس از انجماد نصف آب: $V_2 = x + \frac{1}{2}y + \frac{5}{9}y$

طبق داده‌های سؤال، $V_2 - V_1 = 30 \text{ cm}^3$ می‌باشد، پس:

$$(x + \frac{1}{2}y + \frac{5}{9}y) - (\frac{9}{20}x + \frac{1}{2}x + y) = 30$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20}x + \frac{1}{18}y = 30 \quad \text{معادله (۱)}$$

$$x + y = 560 \quad \text{معادله (۲)}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{20}x + \frac{1}{18}y = 30 \\ x + y = 560 \end{cases} \Rightarrow x = 200 \text{ cm}^3, y = 360 \text{ cm}^3$$

حجم مخلوط اولیه آب و یخ 560 cm^3 است، پس:

دستگاه را حل کرده و x و y را به دست می‌آوریم:

حال جرم یخ و آب را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{یخ}} = x = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = 0.9 \times 200 = 180 \text{ g}$$

$$V_{\text{آب}} = y = 360 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} = 1 \times 360 = 360 \text{ g}$$

$$m = m_{\text{یخ}} + m_{\text{آب}} = 180 + 360 = 540 \text{ g}$$



۳۶- در چند مورد از موارد زیر، نیروی هم‌چسبی قوی‌تر از نیروی دگرچسبی است؟

الف - جیوه روی سطح شیشه‌ای

ب - آب روی سطح شیشه‌ای چرب شده

ج - به هم چسبیدن موهای قلم‌مویی که از آب بیرون کشیده شده

د - تشکیل قطرات آب بر روی برگ‌های نیلوفر آبی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی/مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۳۰ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در تمامی موارد، نیروی هم‌چسبی قوی‌تر از نیروی دگرچسبی است.



جیوه روی سطح شیشه‌ای به شکل قطره باقی می‌ماند (عدم ترشوندگی) و هرچه مقدار جیوه بیش‌تر باشد، قطره تخت‌تر می‌شود؛ دلیل آن این است که نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه، بزرگ‌تر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است.



افزودن لایه دوده یا روغن به سطح شیشه سبب می‌شود که ارتباط بین مولکول‌های آب و شیشه قطع شود و به یکدیگر نیرویی وارد نکنند؛ یعنی با چرب شدن شیشه، نیروی دگرچسبی بین آب و شیشه کاهش می‌یابد و آب دیگر سطح را تر نمی‌کند و مثل جیوه به شکل قطره روی سطح باقی می‌ماند:

نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب < نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و روغن



وقتی قلم‌مویی را از آب بیرون می‌کشیم، موهای آن به هم می‌چسبند ————— دلیل ————— نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر از نیروی دگرچسبی مولکول‌های آب و موهای قلم‌مو است؛ بنابراین وقتی قلم‌مو را از آب بیرون می‌کشیم، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب سبب می‌شود تا لایه‌ای از آب در اطراف موهای قلم‌مو تشکیل شود و موهای قلم‌مو به یکدیگر بچسبند.



تشکیل قطره‌های ریزودرشت شب‌نم روی گلب‌گ‌ها ————— دلیل ————— غلبه نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب (نیروی جاذبه بین مولکول‌های آب) بر دگرچسبی بین مولکول‌های آب و گلب‌گ.

نیروهای بین‌مولکولی



نیروی بین مولکول‌های همسان که سبب پیوستگی جامد یا مایع می‌شود را نیروی هم‌چسبی گویند. با کاهش فاصله بین مولکولی، نیروی رانشی بزرگی ایجاد می‌شود که سبب تراکم‌ناپذیری مایع‌ها می‌شود. با افزایش فاصله بین مولکولی، نیروی جاذبه (ربایش) بین مولکول‌ها ظاهر می‌شود و سبب پیوستگی مایع‌ها می‌شود.

این نیرو سبب می‌گردد که آب به صورت قطره درآید. این نیرو کوتاه‌برد است.

گرما و ناخالصی (مانند مایع شوینده)، سبب کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شوند.

کشش سطحی: کشش سطحی، ناشی از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است.

نیروی ربایشی بین مولکولی سبب می‌گردد سطح مایع شبیه پوسته تحت کشش رفتار کند.

علت فروزرفتن سوزن‌های فولادی در آب و حرکت حشرات روی سطح آب، کشش سطحی است.

هنگام سقوط آب، کشش سطحی و تمایل به کمینه‌شدن سطح، آب را به صورت قطره درمی‌آورد.

نیروی جاذبه بین مولکول‌های نامشابه (مانند آب و شیشه) را نیروی دگرچسبی می‌گویند.

ترشوندگی: نیروی دگرچسبی بین مایع و جامد از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است.

آب روی شیشه، خاصیت ترشوندگی دارد ولی جیوه روی شیشه خاصیت ترشوندگی ندارد.

مویبگی: عامل ایجاد مویبگی، تفاوت در نیروی هم‌چسبی مایع و دگرچسبی بین مایع و لوله مویب است. عوامل مؤثر در مویبگی، قطر لوله، نوع مایع و جنس لوله است.

بالا و پایین‌رفتن لوله مویب در درون مایع تأثیری در ارتفاع مایع درون لوله ندارد.

اگر قطر لوله افزایش یابد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود.

اثر مویبگی در لوله‌هایی که اندازه آن‌ها بیشتر از لوله مویب است نیز قابل مشاهده است.

هم‌چسبی

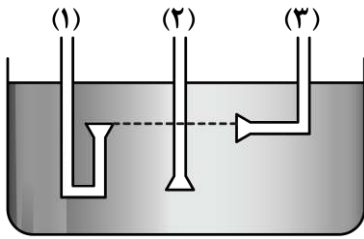
دگرچسبی

نیروهای بین‌مولکولی





۳۷- مطابق شکل، سه پوسته فشارسنج کوچک درون مایعی قرار گرفته‌اند. چند مورد از موارد زیر از مقایسه فشار اندازه‌گیری شده



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

توسط پوسته‌ها استنباط می‌شود؟

الف - فشار در یک عمق معین از مایع به جهت‌گیری سطحی که فشار به آن وارد می‌شود بستگی ندارد.

ب - در نقاط هم‌عمق فشار یکسان است.

ج - با افزایش عمق، فشار افزایش می‌یابد.

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

از این آزمایش می‌توان نتیجه گرفت که فشار در محل پوسته به جهت‌گیری پوسته بستگی ندارد و فقط به عمق آب در مکانی که پوسته در آن قرار دارد، وابسته است؛ یعنی در یک عمق معین فشار در محل پوسته در مکان‌های مختلف و در وضعیت افقی و قائم پوسته یکسان است. پس:

$$P_1 = P_3$$

از طرفی با افزایش عمق، فشار افزایش می‌یابد، پس:

$$P_2 > P_1 = P_3$$

پس همه موارد را می‌توان از این آزمایش نتیجه گرفت.

برگرفته از فعالیت ۷-۲ کتاب درسی



۳۸- شهر دهدشت در ارتفاع ۸۰۰m از سطح دریای آزاد قرار دارد و چگالی متوسط هوا تا این ارتفاع، $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ می‌باشد. شناگری در

عمق ۳m از سطح آب یک استخر کشاورزی در شهر دهدشت شنا می‌کند. اگر مساحت پرده گوش را 1cm^2 فرض کنیم، بزرگی

نیروی وارد بر هریک از پرده‌های گوش این شناگر، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و فشار هوا در کنار دریای

آزاد 10kPa است.)

۱۳/۸ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲/۲ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۳۶ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا فشار هوا را در شهر دهدشت محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{دهدشت}} = P_0 - \rho gh$$

$$\Rightarrow P = 10^5 - 1 \times 10 \times 800 = 92000 \text{ Pa}$$

شناگر در عمق ۳m از سطح آب قرار دارد. فشار در این عمق برابر است با:

$$P = \rho gh + P_{\text{دهدشت}} = 10^3 \times 10 \times 3 + 92000 = 122000 \text{ Pa}$$

حال نیروی وارد بر پرده گوش شناگر را به دست می‌آوریم:

$$F = PA = 122000 \times 10^{-4} = 12/2 \text{ N}$$



۳۹- یک آکواریوم آب تا چه ارتفاعی بر حسب سانتی‌متر پر شود تا فشار حاصل از آب در کف آکواریوم برابر 5cmHg شود؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

۶۸ (۴)

۳۴ (۳)

۰/۶۸ (۲)

۰/۳۴ (۱)

فشار ناشی از یک مایع ساکن برابر است با:

$$P = \rho gh$$

در این مسئله، فشار کف دو مایع جیوه (برای سنجش فشار) و آب (درون آکواریوم) باید برابر شوند؛ بنابراین:

$$P_{\text{آب}} = P_{\text{جیوه}}$$

$$\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

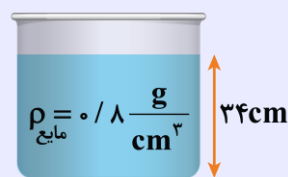
$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, h_{\text{جیوه}} = 5 \text{cm}}$$

$$1 \times h_{\text{آب}} = 13/6 \times 5 \Rightarrow h_{\text{آب}} = 68 \text{cm}$$

محاسبه فشار برحسب سانتی‌متر جیوه

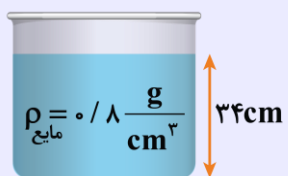
وقتی یک فشار را برحسب cmHg از ما می‌خواهند، منظور این است که چه ارتفاعی از جیوه می‌تواند فشار موردنظر را تولید کند. پس برای محاسبه فشار برحسب cmHg کافی است فشار موردنظر را با فشار جیوه فرضی برابر قرار داده و ارتفاع جیوه معادل با آن فشار را محاسبه کنیم:

$$h_{\text{جیوه}} = ? \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = \text{فشار موردنظر}$$



به‌عنوان مثال در شکل زیر، می‌خواهیم فشار مایع را برحسب cmHg محاسبه کنیم:
فشار ستون جیوه فرضی = فشار ناشی از مایع

$$\begin{aligned} \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} &= \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow 0.8 \times 34 &= 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{cm} \end{aligned}$$



پس فشار این مایع معادل 2cmHg است.

نکات نهایی مربوط به محاسبه فشار برحسب cmHg

۱- اگر فشار یک مایع را برحسب cmHg بخواهیم، باید از رابطه زیر، ارتفاع جیوه را به‌دست آوریم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}}$$



در استفاده از این رابطه حتماً لازم نیست همه یکاها برحسب SI باشند. فقط کافی است یکای دو طرف معادله باهم سازگار باشند. به‌عنوان مثال اگر فشار را برحسب mmHg بخواهند، باید یکای h در دو طرف معادله برحسب mm باشد و یکای rho در دو طرف معادله باهم سازگار باشند:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

جیوه، rho، h مایع، هر دو برحسب mm

جیوه، rho، هر دو یکای یکسان داشته باشند.

۲- برای تبدیل پاسکال به cmHg کافی است فشار موردنظر را با rho gh جیوه برابر قرار داده و h جیوه را به‌دست آوریم:

$$h_{\text{جیوه}} = ? \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} = \text{فشار موردنظر برحسب پاسکال}$$

دقت کنید که در این رابطه همه یکاها را برحسب SI قرار می‌دهیم و h هم برحسب متر به‌دست می‌آید. حال براساس خواسته سؤال h را به cm یا mm تبدیل می‌کنیم.



یه نمونه باحال

فشار هوا در یک مکان برابر $95/2 \text{ kPa}$ می باشد. این فشار چند سانتی متر جیوه است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

پاسخ تشریحی:

جیوه $gh_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{جیوه}}$ فشار مورد نظر بر حسب پاسکال

$$\Rightarrow 95/2 \times 10^3 = 13/6 \times 10^3 \times 10 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0/7 \text{ m} = 70 \text{ cm}$$

در نتیجه فشار هوا در این مکان 70 cmHg است.

نکته

برای تبدیل فشار پاسکال و سانتی متر جیوه به یکدیگر بر حسب چگالی جیوه، به روش زیر اقدام کنید:

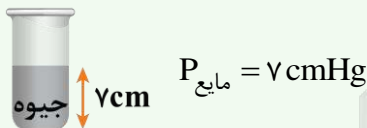
$$\rho_{\text{Hg}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{cmHg} \xrightarrow{\times 1360} \text{Pa} \quad \text{Pa} \xrightarrow{\div 1360} \text{cmHg}$$

دقت کنید که اگر در سؤال، چگالی جیوه را عوض کردند، عدد تناسب هم عوض می شود:

$$\rho_{\text{Hg}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \text{cmHg} \xrightarrow{\times 1350} \text{Pa} \quad \text{Pa} \xrightarrow{\div 1350} \text{cmHg}$$

نکته

اگر مایع درون ظرف، جیوه بود، ارتفاع خود جیوه همان فشار بر حسب سانتی متر جیوه است:



یه نمونه باحال

با توجه به شکل زیر، اگر فشار هوا در محل 75 cmHg باشد، فشار در کف ظرف چند سانتی متر جیوه است؟



$$(\rho_{\text{مایع}} = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

پاسخ تشریحی:

$$P_{\text{کف}} = P_0 + P_{\text{جیوه}} + P_{\text{مایع}}$$

برای جیوه، عدد فشار بر حسب cmHg با عدد ارتفاع جیوه مساوی است؛ بنابراین:

$$P_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}$$

اما باید فشار مایع را بر حسب cmHg به دست آوریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}$$

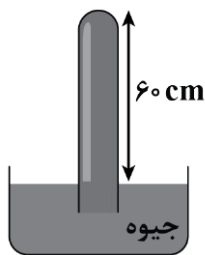
$$\Rightarrow 13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 3/4 \times 40 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 10 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 10 \text{ cmHg}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$P_{\text{کف}} = 75 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} + 10 \text{ cmHg} = 90 \text{ cmHg}$$



۴۰- در شکل زیر، سطح مقطع لوله 5cm^2 است. اگر فشار هوای محیط برابر 65cmHg باشد، نیرویی که جیوه بر انتهای لوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۳/۴

(۲) ۳۴۰

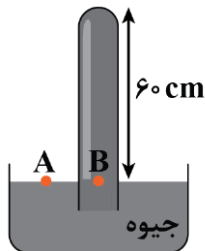
(۳) ۶۸۰

(۴) ۶/۸

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۳۷ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نقاط A و B هم‌تراز هستند، پس فشار در این نقاط باهم برابر است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_o = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{وارد بر ته لوله}}$$

$$\Rightarrow 65 = 60 + P_{\text{وارد بر ته لوله}} \Rightarrow P_{\text{وارد بر ته لوله}} = 5\text{cmHg}$$

فشار وارد بر ته لوله را به پاسکال تبدیل می‌کنیم:

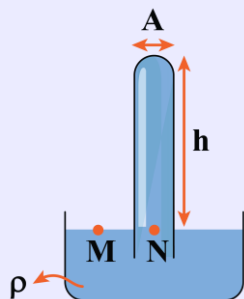
$$P_{\text{وارد بر ته لوله}} = 5\text{cmHg} = 5 \times 1360 = 6800\text{Pa}$$

حال به کمک رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، نیروی وارد بر انتهای لوله را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \times A = 6800 \times 5 \times 10^{-4} = 3/4\text{N}$$

درس‌نامه

گاهی طول لوله بارومتر کوتاه است و مایع به سقف لوله می‌رسد. در این حالت، مایع به سقف لوله نیرو و فشار وارد می‌کند. فشار وارد بر سقف لوله برابر اختلاف فشار هوا و فشار ستون مایع است.



$$P_M = P_N \Rightarrow P_o = P_{\text{مایع}} + P_{\text{سقف}}$$

$$\Rightarrow P_o = \rho gh + P_{\text{سقف}}$$

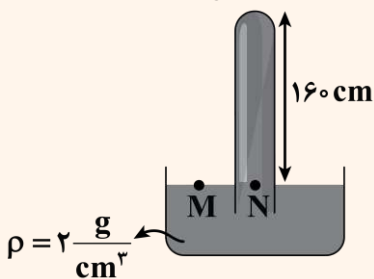
$$\Rightarrow P_{\text{سقف}} = P_o - \rho gh$$

با ضرب کردن فشار وارد بر سقف لوله در مساحت آن، نیروی وارد بر سقف لوله به دست می‌آید:

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A$$

یه نمونه باحال

در شکل زیر، مساحت مقطع انتهای لوله برابر 2cm^2 است. اگر فشار هوای محیط برابر 10^5Pa باشد، نیرویی که مایع بر انتهای لوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



پاسخ تشریحی:

با توجه به نکات فوق داریم:

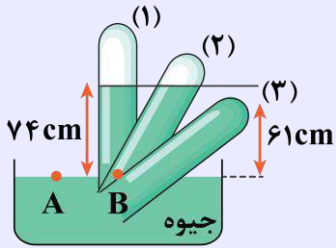
$$P_{\text{سقف}} = P_o - \rho gh = 10^5 - (2000 \times 10 \times 1/6) = 68000\text{Pa}$$

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A = 68000 \times \underbrace{2 \times 10^{-4}}_{\text{مساحت بر حسب } m^2} = 13/6\text{N}$$



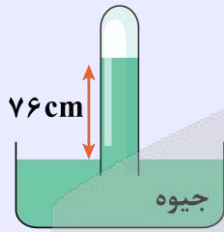
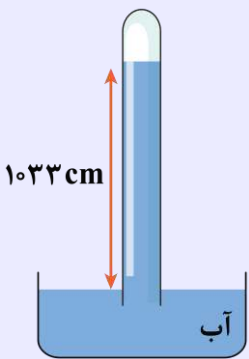
✓ اگر لوله آزمایش را کج کنیم (لوله ۲)، طول ستون جیوه داخل لوله (حجم جیوه داخل لوله) زیاد می‌شود ولی ارتفاع قائم جیوه تغییر نمی‌کند. ولی اگر لوله خیلی کج شود (لوله ۳)، جیوه به ته لوله رسیده و نمی‌تواند تا ارتفاع موردنظر بالا برود، پس به مقدار اختلاف این دو ارتفاع به ته لوله فشار وارد می‌کند.

مثلاً در شکل زیر، جیوه باید ۷۴ سانتی‌متر بالا برود، ولی فقط ۶۱ سانتی‌متر بالا رفته و باید ۱۳ سانتی‌متر دیگر بالا می‌رفت؛ پس به ته لوله ۱۳ cmHg فشار وارد می‌شود.



$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 = 74 \text{ cmHg} \text{ : فشار هوا} \\ P_3 = 74 - 61 = 13 \text{ cmHg} \text{ : فشار وارد بر ته لوله (۳)} \end{array} \right.$$

✓ دلیل استفاده توربجلی از جیوه برای محاسبه فشار هوا، چگالی زیاد جیوه است و به همین دلیل ارتفاع جیوه در لوله کم خواهد شد. مثلاً در شکل زیر، اگر به جای جیوه از آب استفاده کنیم، ارتفاع آب ۱۰۳۳ سانتی‌متر می‌شود (یعنی برای محاسبه فشار هوا به لوله‌ای با حداقل طول ۱۱ متر نیاز داشتیم!). در این حالت برای محاسبه ارتفاع مایع می‌توان نوشت:



$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}$$

✓ تمامی نکات بالا و سؤالات مربوط به بارومتر را می‌توان با برابر قراردادن فشار نقاط هم‌تراز حل کرد.

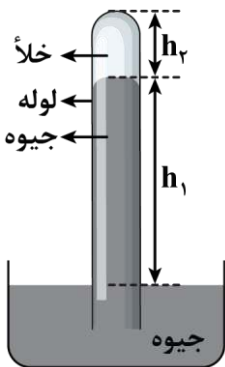


در سؤالاتی که خواسته مسئله، بزرگی نیرو است، بهتر است از همان ابتدای کار، فشار را برحسب پاسکال محاسبه کنید، نه سانتی‌متر جیوه.



۴۱- کدام گزینه در مورد فشارسنج مقابل، نادرست است؟

- (۱) نام این وسیله فشارسنج هوا یا بارومتر می‌باشد که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود.
- (۲) فشار هوای بیرون که بر سطح جیوه درون ظرف وارد می‌شود، جیوه را درون لوله نگه داشته است.
- (۳) اگر این جوسنج را بالای کوهی ببریم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله (h_1) کاهش می‌یابد.
- (۴) اگر لوله را کمی کج کنیم تا با راستای قائم زاویه بسازد ارتفاع h_2 کاهش و ارتفاع h_1 افزایش می‌یابد.





بررسی گزینه‌ها:

۱

نام این وسیله فشارسنج هوا یا بارومتر است که با اندازه‌گیری ارتفاع ستون جیوه در لوله قائم، فشار هوا در محل موردنظر را به دست می‌آوریم. (✓)

۲

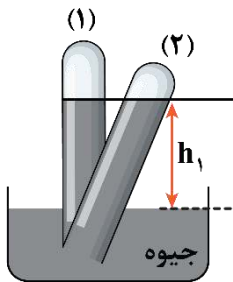
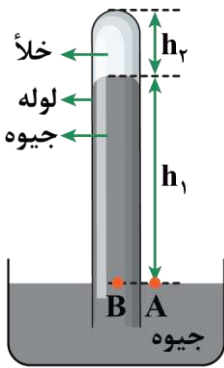
فشار هوای وارد بر سطح A باعث بالا رفتن جیوه درون لوله قائم می‌شود و جیوه تا جایی بالا می‌رود که فشار در نقاط A و B برابر شود. (✓)

۳

با افزایش ارتفاع از سطح دریای آزاد، فشار هوا کاهش می‌یابد؛ به همین دلیل ارتفاع ستون جیوه درون لوله (h_1) کاهش می‌یابد. (✓)

۴

اگر لوله را کج کنیم، حجم جیوه درون لوله افزایش می‌یابد ولی ارتفاع قائم جیوه درون لوله تغییر نخواهد کرد. (✗)



راهنمای مسیرت

این سؤال مشابه با تمرین شماره ۱۰ پایان فصل کتاب درسی است که برای تسلط بیشتر، پیشنهاد می‌کنیم که دو تست زیر را حل کنید.

یه نمونه باحال

کدام گزینه در مورد فشارسنج مقابل، نادرست است؟

(۱) معمولاً در ناحیه A، خلأ نسبی (شامل بخار جیوه با چگالی بسیار کم) وجود دارد.

(۲) اگر این جوسنج را بالای کوهی ببریم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله (h_1) کاهش می‌یابد.

(۳) با این‌که جیوه و بخار آن بسیار سمی و خطرناک است ولی به دلیل چگالی بالای جیوه، توربچلی ترجیح داد در آزمایش خود به جای آب از جیوه استفاده کند.

(۴) دلیل بالا رفتن جیوه در لوله، خاصیت مویینگی است.

پاسخ تشریحی:

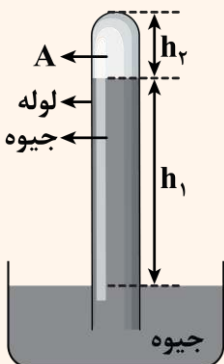
درستی گزینه‌های (۱) و (۳) که کاملاً واضح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲: هرچه ارتفاع از سطح دریا زیاد می‌شود، فشار هوا کاهش می‌یابد و به همین دلیل ارتفاع ستون جیوه درون لوله کاهش می‌یابد. (✓)

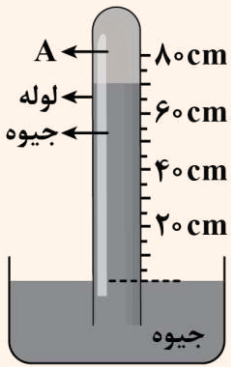
۴: این فشار هوای بیرون است که بر سطح جیوه درون ظرف وارد می‌شود و جیوه را درون لوله نگه می‌دارد. در پدیده مویینگی اولاً قطر لوله کم است و ثانیاً انتهای لوله باز است. (✗)

پاسخ: گزینه ۴





یه نمونه باحال



- کدام گزینه در مورد فشارسنج مقابل، نادرست است؟
- (۱) نام این وسیله، فشارسنج هوا یا بارومتر می‌باشد که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود.
 - (۲) اگر ناحیه A را خلاً فرض کنیم، فشار هوا در محل آزمایش ۷۰cmHg است.
 - (۳) هرچقدر قطر لوله را کاهش دهیم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله افزایش می‌یابد.
 - (۴) دقت اندازه‌گیری این فشارسنج، ۵cmHg است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که فشار مایعات ربطی به شکل ظرف و سطح مقطع ندارد، با تغییر قطر لوله، ارتفاع ستون جیوه تغییر نخواهد کرد، پس گزینه (۳) نادرست می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۴: با توجه به درجه‌بندی روی فشارسنج، دقت اندازه‌گیری ۵cmHg می‌باشد.

$$\text{دقت اندازه‌گیری فشارسنج} = \frac{20 \text{ cmHg}}{4} = 5 \text{ cmHg}$$

پاسخ: گزینه ۳



- ۴۲- مطابق شکل زیر، یک زودپز حاوی آب بر روی یک اجاق گاز قرار دارد و وزنه روی روزنه خروج بخار آب با جرم ۴۰g در حال تعادل است. فشار پیمانه‌ای گاز درون زودپز چگونه تغییر کند تا اگر جرم وزنه را از ۴۰g به ۵۰g برسانیم، وزنه دوباره در حال تعادل باشد؟



- (۱) ۲۰ درصد کاهش
- (۲) ۲۵ درصد افزایش
- (۳) ۲۵ درصد کاهش
- (۴) ۲۰ درصد افزایش

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) - صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۲

در مورد زودپز داریم:

$$P_{\text{داخل}} = P_{\text{بیرون}} \Rightarrow P_{\text{داخل}} = P_0 + \frac{mg}{A} \Rightarrow \underbrace{P_{\text{داخل}} - P_0}_{P_g} = \frac{mg}{A}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{g1} = \frac{m_1 g}{A} \\ P_{g2} = \frac{m_2 g}{A} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{g2}}{P_{g1}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{50}{40} = 1/25 \Rightarrow P_{g2} = 1/25 P_{g1}$$

$$\text{درصد تغییرات: } \frac{P_{g2} - P_{g1}}{P_{g1}} \times 100 = \frac{1/25 P_{g1} - P_{g1}}{P_{g1}} \times 100 = +25\%$$

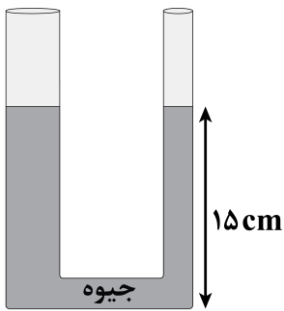
بنابراین فشار پیمانه‌ای ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

برگرفته از تمرین ۹ پایان فصل کتاب درسی





۴۳- در لوله U شکل زیر، سطح آزاد جیوه در دو شاخه یکسان است. قطر شاخه سمت چپ ۲ برابر قطر سمت راست است. اگر در شاخه سمت راست ۳۴cm آب ریخته شود، سطح آزاد جیوه در سمت چپ لوله چند سانتی متر بالا می‌رود؟



$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۰/۵ (۱)

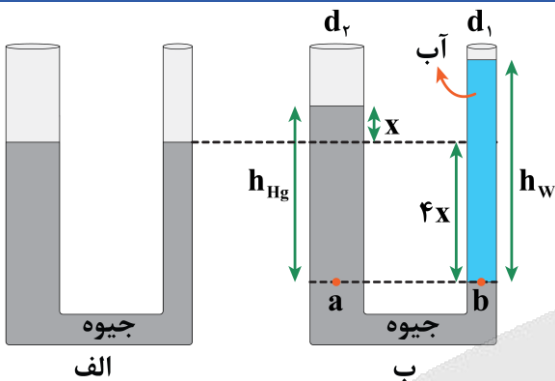
۱ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

(سخت - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



شکل «الف» وضعیت اولیه و شکل «ب» شکل نهایی را پس از اضافه کردن آب در شاخه سمت راست نشان می‌دهد. در شکل «ب» نقاط a و b هم‌تراز هستند:

$$P_a = P_b \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} \Rightarrow \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 1 \times 34 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2/5 \text{ cm}$$

چون مجموع حجم کل جیوه در ظرف در دو شاخه لوله تغییر نمی‌کند، حجمی از جیوه که زیر فشار آب، در شاخه سمت راست پایین می‌آید (V_1)، با حجم جیوه‌ای که از شاخه سمت چپ بالا می‌رود (V_2)، برابر است.

فرض می‌کنیم سطح جیوه در شاخه سمت راست به اندازه x_1 پایین بیاید و در شاخه سمت چپ به اندازه x_2 بالا رود:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 x_1 = A_2 x_2 \Rightarrow \pi r_1^2 \times x_1 = \pi r_2^2 \times x_2 \xrightarrow{r = \frac{d}{2}} \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 x_1 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 x_2$$

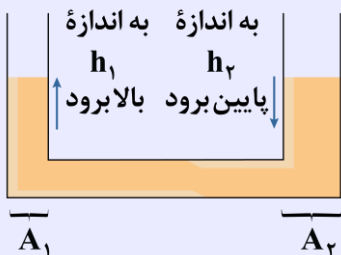
$$\xrightarrow{d_1 = \frac{d_2}{2}} \frac{d_2^2}{4} \times x_1 = d_2^2 \times x_2 \Rightarrow x_1 = 4x_2 \xrightarrow{x_2 = x} x_1 = 4x$$

همان‌طور که در شکل «ب» مشخص است، سطح جیوه در شاخه سمت راست، به اندازه $4x$ پایین و در شاخه سمت چپ به اندازه x بالا می‌رود. اختلاف تراز جیوه در شاخه سمت چپ برابر $x + 4x = 5x$ است.

$$h_{\text{جیوه}} = x + 4x = 5x \Rightarrow 2/5 = 5x \Rightarrow x = 0/5 \text{ cm}$$

اضافه کردن مایع در لوله U شکل

اگر در یکی از شاخه‌های یک لوله U شکل، مقداری از یک مایع اضافه کنیم، مایع زیرین در آن شاخه مقداری پایین‌تر رفته و در شاخه مقابل مقداری به بالا جابه‌جا خواهد شد. در این شرایط در حالت کلی، حجمی از مایع زیرین که در یک شاخه به پایین جابه‌جا می‌شود با حجمی از آن که در شاخه مقابل به بالا جابه‌جا می‌شود، برابر است.

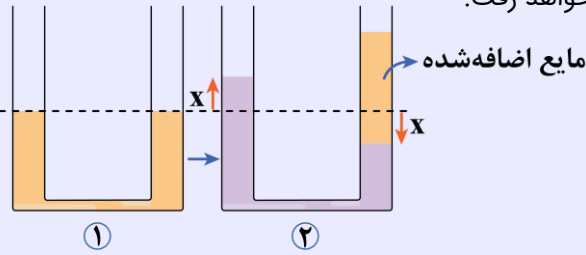


$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

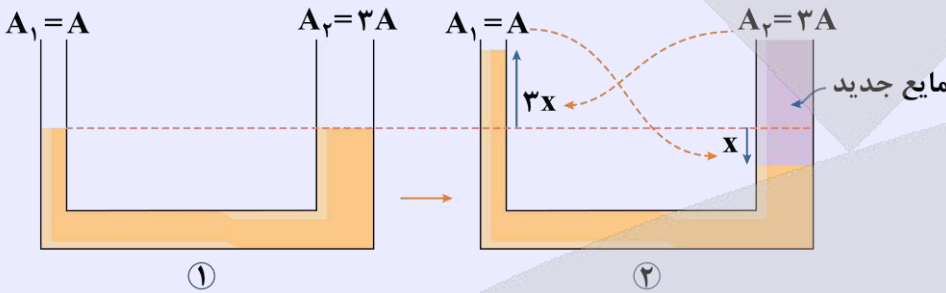


اکنون دو حالت می‌توان در نظر گرفت:

۱- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر باشد، ارتفاع مایع جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر خواهد شد؛ بنابراین در این شرایط اگر مایع زیرین در یک شاخه به‌عنوان مثال ۵cm به پایین حرکت کند، در شاخهٔ مقابل، ۵cm به بالا خواهد رفت.

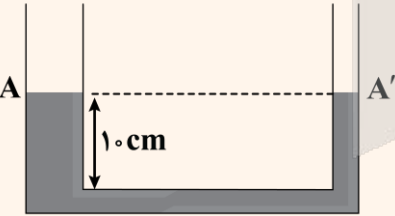


۲- اگر سطح مقطع دو شاخه برابر نباشد، ارتفاع مایع جابه‌جاشده در دو شاخه نیز برابر نخواهد بود. در این حالت، با توجه به ثابت بودن حجم مایع جابه‌جاشده، می‌توان نشان داد که ارتفاع مایع جابه‌جاشده به نسبت معکوس سطح مقطعها خواهد بود. به مثال زیر دقت کنید:



به نمونهٔ باحال

در یک لولهٔ U شکل، تا سطح AA' آب وجود دارد و قطر قاعدهٔ یکی از شاخه‌ها ۳ برابر قطر قاعدهٔ شاخهٔ دیگر است. اگر در لولهٔ سمت چپ تا ارتفاع ۵cm نفت اضافه کنیم، آب در لولهٔ باریک چند سانتی‌متر نسبت به حالت اول بالا می‌رود؟

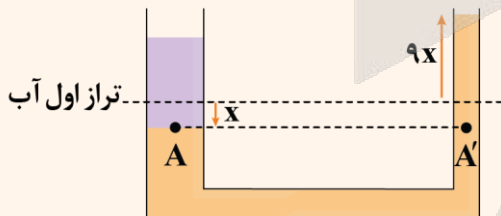


$$\left(\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

$$\begin{array}{l} 1/2 \quad (1) \\ 3/6 \quad (2) \\ 5 \quad (4) \\ 0/4 \quad (3) \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطهٔ $A = \frac{\pi}{4} d^2$ ، چون قطر قاعدهٔ شاخهٔ سمت چپ، ۳ برابر قطر قاعدهٔ شاخهٔ سمت راست است، پس مساحت شاخهٔ سمت چپ، ۹ برابر مساحت شاخهٔ سمت راست بوده و با ریختن نفت در شاخهٔ سمت چپ اگر آب در این شاخه به‌اندازهٔ x پایین رود، آب در شاخهٔ مقابل $9x$ بالا خواهد رفت. با توجه به نقاط هم‌تراز A' و A داریم:



$$P_A = P_{A'} \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{نفت}} g h_{\text{نفت}} = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{نفت}} h_{\text{نفت}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \Rightarrow 0.8 \times 5 = 1 \times 10 \times x \Rightarrow x = 0.4 \text{ cm}$$

پس آب در شاخهٔ سمت راست به‌اندازهٔ $9 \times 0.4 = 3.6 \text{ cm}$ بالا خواهد رفت.

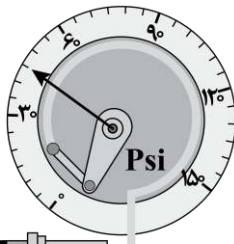
پاسخ: گزینهٔ ۲





۴۴- مطابق شکل در کنار دریای آزاد، توسط یک فشارسنج، فشار گاز درون یک کیپسول را اندازه گرفته ایم. کدام گزینه نادرست است؟

$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \text{psi} = 6900 \text{ Pa})$$



(۱) نام این وسیله، فشارسنج بوردون است که دقت اندازه‌گیری آن $34/5 \text{ kPa}$ است.

(۲) فشار پیمانهای گاز درون کیپسول 230 cmHg است.

(۳) اگر فشار گاز کیپسول افزایش یابد (با فرض ثابت ماندن فشار هوا)، عددی که فشارسنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

(۴) اگر این مجموعه را بالای کوهی ببریم (با فرض ثابت ماندن فشار گاز کیپسول)، عددی که فشارسنج نشان می‌دهد کاهش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد ۶ - صفحه ۳۹ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

۱

این شکل مربوط به فشارسنج بوردون است که برای اندازه‌گیری فشار در مخزن‌های گاز و همچنین اندازه‌گیری فشار باد لاستیک وسیله‌های نقلیه به کار می‌رود. دقت اندازه‌گیری این فشارسنج به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{30 - 0}{6} = 5 \text{ psi} = 5 \times 6900 = 34500 \text{ Pa} = 34/5 \text{ kPa} \quad (\checkmark)$$

۲

با توجه به شکل، عددی که فشارسنج نشان می‌دهد، 45 psi می‌باشد؛ پس:

$$\text{فشار پیمانهای گاز} = 45 \text{ psi} = 45 \times 6900 \text{ Pa} = \frac{45 \times 6900}{1350} \text{ cmHg} = 230 \text{ cmHg} \quad (\checkmark)$$

۳

فشارسنج‌ها، فشار پیمانهای گاز را نشان می‌دهند:

$$\text{فشار پیمانهای گاز: } P_g = P - P_0$$

با افزایش فشار گاز کیپسول (P)، فشار پیمانهای (P_g) نیز افزایش می‌یابد. (\checkmark)

۴

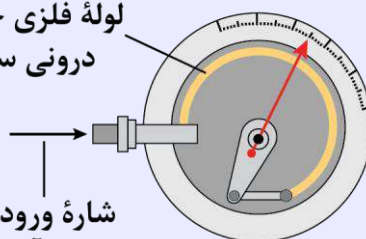
با افزایش ارتفاع از سطح دریا، فشار هوا (P_0) کاهش می‌یابد؛ به همین دلیل فشار پیمانهای افزایش می‌یابد:

$$\uparrow P_g = P - P_0 \downarrow \quad (\times)$$

فشارسنج بوردون

بسیاری از فشارسنج‌ها برای اندازه‌گیری فشار یک شاره، از یک لوله خمیده یک سر بسته و قابل انعطاف استفاده می‌کنند (شکل زیر). انتهای این لوله به عقربه‌ای متصل است که فشار را روی صفحه‌ای مدرج نشان می‌دهد. تغییر فشار پیمانهای شاره درون لوله سبب تغییر شکل لوله و در نتیجه حرکت عقربه روی صفحه مدرج می‌شود. این فشارسنج‌ها که به فشارسنج بوردون شناخته می‌شوند، معمولاً برای اندازه‌گیری فشار در مخزن‌های گاز و همچنین اندازه‌گیری فشار باد لاستیک وسیله‌های نقلیه به کار می‌روند.

لوله فلزی خمیده که با افزایش فشار درونی سعی به باز شدن می‌کند.



شاره ورودی که می‌خواهیم فشار آن را اندازه بگیریم.

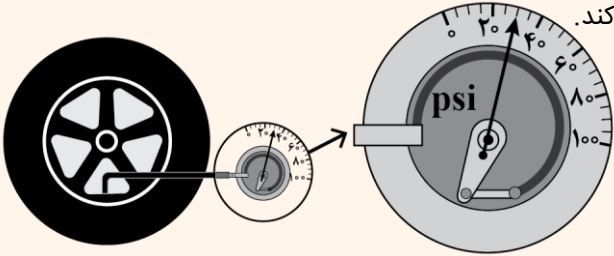


نکته

فشارسنج بردون همانند سایر فشارسنج‌ها، فشار پیمانه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند.

یه نمونه باحال

مطابق شکل زیر، توسط یک فشارسنج، فشار باد لاستیک یک خودرو را اندازه گرفته‌ایم. کدام گزینه در مورد این فشارسنج نادرست است؟
($1 \text{ psi} = 6900 \text{ Pa}$, $P_g = 100 \text{ kPa}$)



(۱) نام این فشارسنج، فشارسنج بردون است و فشار پیمانه‌ای را اندازه‌گیری می‌کند.

(۲) تغییر فشار پیمانه‌ای شاره درون لوله سبب تغییر شکل لوله و در نتیجه حرکت عقربه روی صفحه مدرج می‌شود.

(۳) دقت اندازه‌گیری این فشارسنج ۵ psi می‌باشد.

(۴) فشار مطلق باد درون لاستیک خودرو برابر 207 kPa می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

بررسی گزینه‌ها:

۱: این شکل مربوط به فشارسنج بردون هست که برای اندازه‌گیری فشار در مخزن‌های گاز و همچنین اندازه‌گیری فشار باد لاستیک وسیله‌های نقلیه به کار می‌روند. (✓)

این فشارسنج از یک لوله خمیده یک سر بسته و قابل انعطاف ساخته شده است که انتهای این لوله به عقربه‌ای متصل است که فشار پیمانه‌ای شاره را روی صفحه‌ای مدرج نشان می‌دهد.

۲: تغییر فشار پیمانه‌ای شاره درون لوله سبب تغییر شکل لوله و در نتیجه حرکت عقربه روی صفحه مدرج می‌شود. (✓)
:۳

$$4: \text{ دقت کنید که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای شاره را نشان می‌دهند؛ پس در این سؤال، فشار پیمانه‌ای } 30 \text{ psi است:}$$

$$30 \text{ psi} = 30 \times 6900 = 207000 \text{ Pa} = 207 \text{ kPa}$$

$$4: \text{ دقت کنید که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای شاره را نشان می‌دهند؛ پس در این سؤال، فشار پیمانه‌ای } 30 \text{ psi است:}$$

$$30 \text{ psi} = 30 \times 6900 = 207000 \text{ Pa} = 207 \text{ kPa}$$

$$4: \text{ دقت کنید که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای شاره را نشان می‌دهند؛ پس در این سؤال، فشار پیمانه‌ای } 30 \text{ psi است:}$$

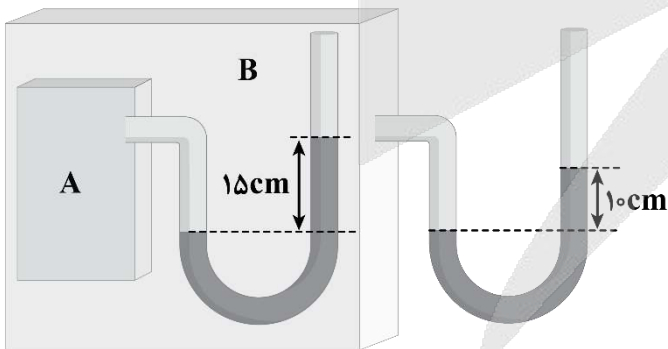
$$P_g + P_g = 207 + 100 = 307 \text{ kPa} \quad (*)$$

پاسخ: گزینه ۴



۴۵- در شکل زیر، در هر دو لوله، مایع یکسانی وجود دارد. اگر فشار مخزن A، ۲۵ درصد بیش‌تر از فشار مخزن B باشد، فشار مخزن

B در مقایسه با فشار هوای محیط (P_g) به چه صورت است؟



(۱) ۲۰ درصد کم‌تر از P_g

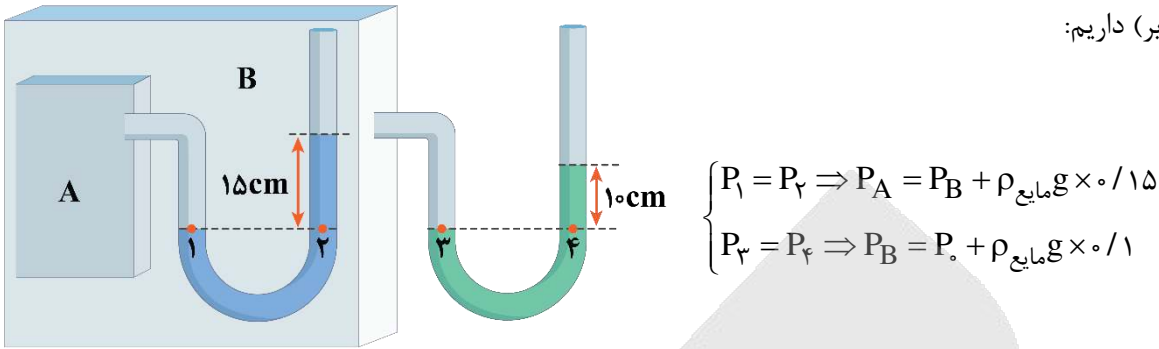
(۲) ۲۵ درصد بیش‌تر از P_g

(۳) ۲۵ درصد کم‌تر از P_g

(۴) ۲۰ درصد بیش‌تر از P_g



طبق نقاط هم تراز (شکل زیر) داریم:



$$\begin{cases} P_1 = P_2 \Rightarrow P_A = P_B + \rho_{\text{مایع}} g \times 0.15 \\ P_3 = P_4 \Rightarrow P_B = P_o + \rho_{\text{مایع}} g \times 0.1 \end{cases}$$

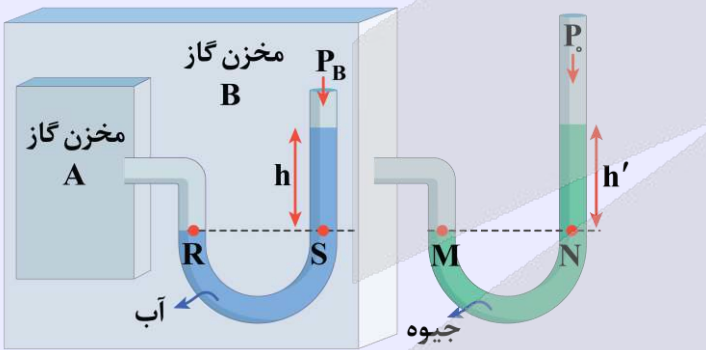
$$\Rightarrow \begin{cases} P_A - P_B = \rho_{\text{مایع}} g \times 0.15 \\ P_B - P_o = \rho_{\text{مایع}} g \times 0.1 \end{cases} \xrightarrow{P_A = 1/25 P_B} \frac{1/25 P_B - P_B}{P_B - P_o} = \frac{0.15}{0.1}$$

$$\Rightarrow 2P_B - 25P_o = 25P_B - 25P_B \Rightarrow P_B = 1/25 P_o$$

بنابراین، فشار مخزن B، ۲۰ درصد بیش تر از فشار هوای محیط است.

مانومترهای تودرتو

برای حل سؤالات مربوط به مانومترهای تودرتو، کافی است به طور جداگانه برای هر کدام از لوله های U شکل، دو نقطه هم تراز پیدا کرده و فشار آن ها را برابر هم قرار دهیم. حال با حل دو معادله حاصل از نقاط هم تراز، مجهول مسئله را به دست می آوریم.



معادله مربوط به لوله U شکل خارجی: $P_M = P_N \Rightarrow P_B = \rho_{\text{جیوه}} g h' + P_o$ (۱)

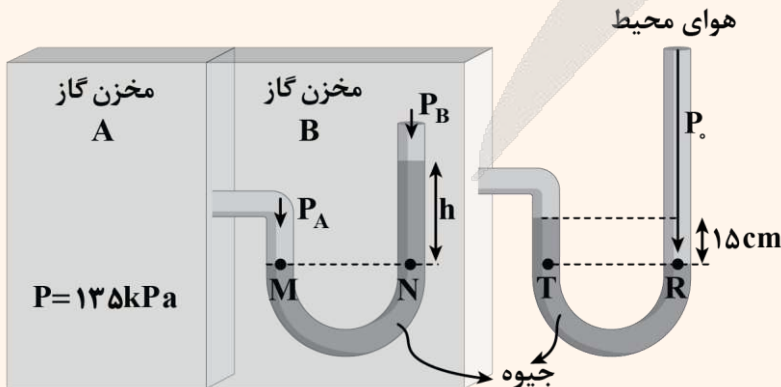
معادله مربوط به لوله U شکل داخلی: $P_R = P_S \Rightarrow P_A = \rho_{\text{آب}} g h + P_B$ (۲)

حال کافی است P_B را از معادله (۱) به دست آورده و در معادله (۲) قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.

به نمونه باحال

در شکل زیر، جیوه در هر دو لوله در حال تعادل است. ارتفاع h چند سانتی متر است؟

($P_o = 101 \text{ kPa}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \quad (1)$$

$$P_T = P_R \Rightarrow P_B + \rho_{\text{جیوه}} g \times \frac{15}{100} = P_0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)-(2)} P_A - P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} - \rho_{\text{جیوه}} g \times \frac{15}{100}$$

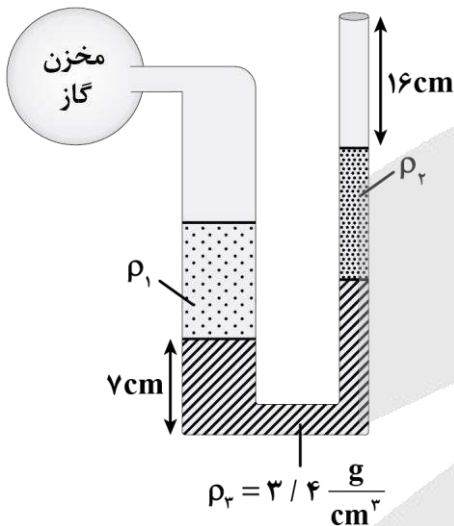
$$\Rightarrow 1350000 - 1010000 = 13600 \times 10 \left(h - \frac{15}{100} \right)$$

$$\Rightarrow h - \frac{15}{100} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \Rightarrow h = \frac{40}{100} \text{ m} \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$



۴۶- در شکل زیر، قطر مقطع شاخه سمت چپ، ۲ برابر قطر مقطع شاخه سمت راست است. فشار گاز درون مخزن گاز حداکثر چند

سانتی متر جیوه افزایش یابد تا مایع از شاخه سمت راست سرریز نشود؟ $(\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

سخت - محاسباتی - زمان بر (۵) - صفحه ۳۵ - ۱۰۰۲

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه $A = \pi r^2$ و با توجه به این که قطر مقطع شاخه سمت چپ، دو برابر شاخه سمت راست است، نتیجه می گیریم که سطح مقطع شاخه سمت چپ، ۴ برابر سطح مقطع شاخه سمت راست می باشد:

$$2 \text{ برابر} \Rightarrow \boxed{A} = \pi \boxed{r}^2 \Rightarrow 4 \text{ برابر}$$

افزایش فشار گاز باعث می شود که مقداری مایع از شاخه سمت چپ وارد شاخه سمت راست شود تا تعادل دو طرف برقرار شود. برای این که مایع از شاخه سمت راست سرریز نشود، باید مایع در این شاخه حداکثر ۱۶cm بالا رود. با توجه به این که حجم مایع جابه جاشده در دو طرف لوله یکسان است، می توان نوشت:

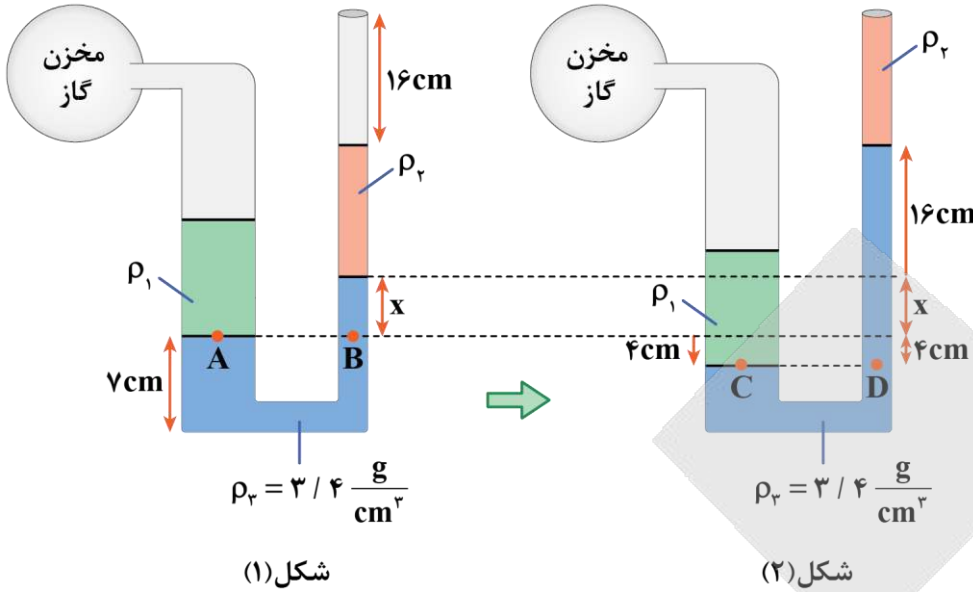
افزایش حجم در شاخه سمت راست = کاهش حجم مایع در شاخه سمت چپ

$$\Rightarrow A_1 h_1 = A_2 h_2 \Rightarrow 4A \times h_1 = A \times 16 \Rightarrow h_1 = 4 \text{ cm}$$

پس ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ ۴cm کاهش می یابد.



به شکل‌های مقابل توجه کنید:



اگر به شکل (۱) و (۲) دقت کنید، متوجه می‌شوید تفاوت بین نقاط هم‌تراز A و B در شکل (۱) با نقاط هم‌تراز C و D از شکل (۲)، فقط ۲۰ cm مایع با چگالی ρ_r است که به شاخه سمت راست اضافه شده است، پس تغییر فشار گاز، ناشی از این ۲۰ cm مایع ρ_r است که آن را به cmHg تبدیل می‌کنیم:

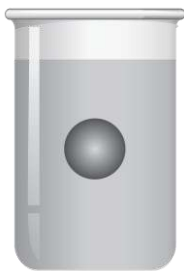
$$\rho_r h_r = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 20 = \frac{13}{6} \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm}$$

پس فشار مخزن گاز حداکثر می‌تواند ۵ cmHg تغییر کند.



۴۷- مطابق شکل، گلوله توپرفلزی به شعاع ۵ cm درون یک ظرف مایع در وضعیت غوطه‌وری در حالت تعادل قرار دارد و نیروی شناوری وارد بر آن ۶ N است. اگر این گلوله را درون یک استخر پر از آب بیندازیم، وضعیت نهایی گلوله بعد از تعادل در آب چگونه خواهد بود؟ ($\pi = 3$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



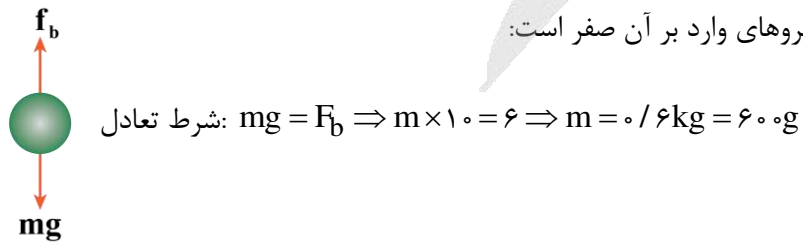
- (۱) شناور
- (۲) غوطه‌ور
- (۳) ته‌نشین
- (۴) اظهار نظر قطعی امکان‌پذیر نیست.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - استاندارد - صفحه ۴۱ - ۱۰۰۲)

حجم گلوله را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

چون گلوله درون ظرف مایع در حال تعادل است، پس برابری نیروهای وارد بر آن صفر است:



به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی گلوله را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{600}{500} = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



چگالی گلوله از چگالی آب بیش تر است، به همین دلیل وقتی گلوله را درون استخر پر از آب بیندازیم، گلوله درون آب ته‌نشین می‌شود.

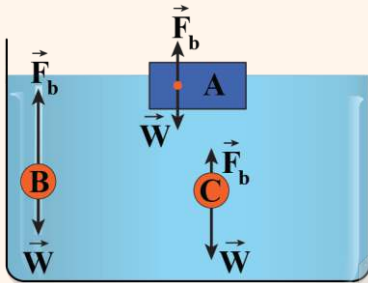
نیروی شناوری

به جدول زیر که مقایسه چگالی‌ها، نیروی شناوری و نیروی وزن را نشان می‌دهد، خوب توجه کنید: (جسم را به آرامی داخل شاره فروبرده و رها می‌کنیم.)

وضعیت	مقایسه نیروها	مقایسه چگالی‌ها
جسم ته‌نشین می‌شود.	$F_b < W$	$\rho_{\text{مایع}} > \rho_{\text{جسم}}$
جسم غوطه‌ور می‌شود.	$F_b = W$	$\rho_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جسم}}$
جسم بالا می‌آید؛ به طوری که بخشی از آن از مایع خارج شده و جسم در سطح شاره شناور می‌شود و در نهایت $F_b = W$ می‌شود.	$F_b > W$	$\rho_{\text{مایع}} < \rho_{\text{جسم}}$

به نمونه باحال

در شکل زیر، نیروی شناوری (\vec{F}_b) و نیروی وزن (\vec{W}) وارد بر سه جسم A، B و C در یک لحظه خاص نشان داده شده است. کدام گزینه درباره وضعیت این سه جسم صحیح است؟



- ۱) غوطه‌ور، B شناور می‌شود و C فرو می‌رود.
- ۲) A شناور، B غوطه‌ور می‌شود و C فرو می‌رود.
- ۳) A غوطه‌ور می‌شود، B بالا می‌رود و C غوطه‌ور می‌شود.
- ۴) A شناور می‌شود، B بالا و C فرو می‌رود.

پاسخ تشریحی:

با توجه به شکل صورت سؤال، چون اندازه نیروی شناوری وارد بر جسم A برابر با اندازه نیروی وزن جسم است، در نتیجه نیروی خالص وارد بر آن صفر است و جسم A روی سطح آب شناور می‌ماند.

چون اندازه نیروی شناوری وارد بر جسم B بزرگ‌تر از نیروی وزن آن است، در نتیجه نیروی خالص وارد بر آن به سمت بالا است و جسم B به بالا می‌رود.

اندازه نیروی وزن جسم C بزرگ‌تر از اندازه نیروی شناوری وارد بر آن است، در نتیجه جسم C در مایع فرو می‌رود.

پاسخ: گزینه ۴



۴۸- در بازاری در اصفهان، مطابق شکل، سقف به شکل گنبدی است که حفره‌ای در بالای آن قرار دارد. هنگام وزش باد، فشار هوای

داخل از فشار هوای بیرون است و همین امر باعث ایجاد یک جریان هوا از می‌شود.

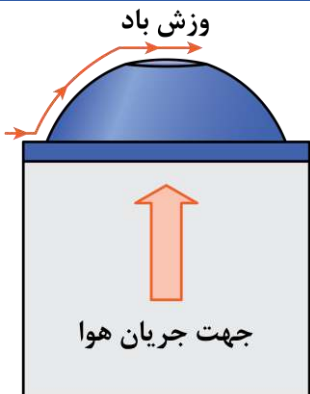


- ۱) بیشتر، داخل به خارج
- ۲) کم‌تر، داخل به خارج
- ۳) بیشتر، خارج به داخل
- ۴) کم‌تر، خارج به داخل

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۴۶ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

به علت وزش باد، تندی جریان هوا در قسمت بالای گنبد زیاد می‌شود و همین موضوع باعث می‌شود فشار هوای داخل **بیش‌تر** از فشار هوای خارج شده و جریان هوا از **داخل به خارج** صورت گیرد.





روش‌های حل سؤالات مربوط به اصل برنولی:

گام اول: ابتدا شاره یا هوای موجود را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:

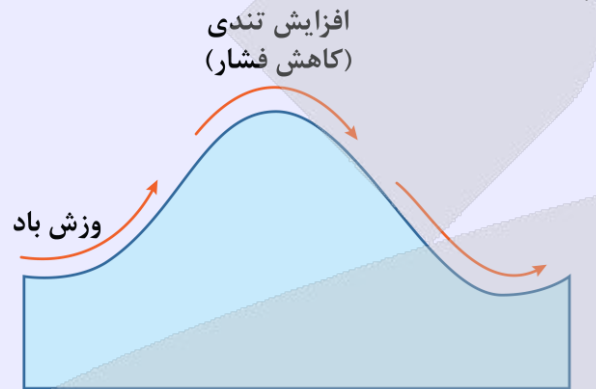
۱- ناحیه‌ای که تندی هوا زیاد است (فشار کم).

۲- ناحیه‌ای که تندی هوا کم است (فشار زیاد).

گام دوم: حال شاره باید از منطقهٔ پرفشار به منطقهٔ کم‌فشار حرکت کند و اگر جسمی جلوی حرکت آن را بگیرد، نیروی خالصی از منطقهٔ پرفشار به منطقهٔ کم‌فشار به جسم وارد شده که این نیرو حرکت جسم را توجیه می‌کند.

یک مثال از کاربرد اصل برنولی:

در روزهایی که باد می‌وزد، به دلیل افزایش تندی جریان هوای سطح آب، فشار هوای سطح آب کاهش و در نتیجه ارتفاع موج‌های دریا یا اقیانوس بالاتر از ارتفاع میانگین می‌شود.



به نمونهٔ باحال

روزهایی که باد می‌وزد، ارتفاع موج دریا نسبت به ارتفاع میانگین آن چگونه بوده و دلیل آن چیست؟

۱) بالاتر از ارتفاع میانگین - افزایش فشار وارد بر سطح آب به دلیل افزایش تندی جریان هوا

۲) پایین‌تر از ارتفاع میانگین - افزایش فشار وارد بر سطح آب به دلیل افزایش تندی جریان هوا

۳) پایین‌تر از ارتفاع میانگین - کاهش فشار وارد بر سطح آب به دلیل افزایش تندی جریان هوا

۴) بالاتر از ارتفاع میانگین - کاهش فشار وارد بر سطح آب به دلیل افزایش تندی جریان هوا

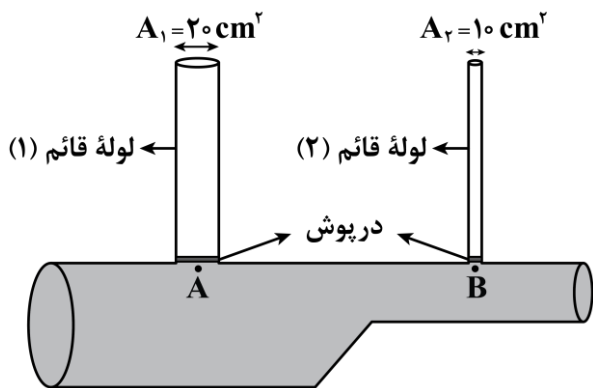
پاسخ تشریحی:

در روزهایی که باد می‌وزد، ارتفاع موج‌های دریا بیشتر از ارتفاع میانگین آن‌ها خواهد بود؛ چراکه با وزش باد، تندی جریان هوا در بالای آب افزایش یافته و طبق اصل برنولی با افزایش تندی، فشار هوا روی آب کاهش می‌یابد و این موضوع سبب افزایش ارتفاع امواج نسبت به ارتفاع میانگین خواهد شد.

پاسخ: گزینهٔ ۴



۴۹- در شکل زیر، مایعی به چگالی $\frac{g}{cm^3} = 0.8$ با جریان لایه‌ای و پایا در لوله افقی در حرکت است و اختلاف فشار مایع در قسمت‌های A و B برابر $400 Pa$ است. اگر درپوش لوله‌های قائم را بازکنیم، پس از تعادل، ارتفاع مایع در لوله قائم شماره (۱) به اندازه سانتی‌متر از ارتفاع مایع در لوله قائم شماره (۲) خواهد شد. ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۵، بیشتر
 (۲) ۵، کمتر
 (۳) ۲/۵، بیشتر
 (۴) ۲/۵، کمتر

متوسط - محاسباتی - استاندارد (۶ - صفحه ۴۴ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با باز کردن درپوش‌ها، مایع در لوله‌های قائم بالا می‌رود. طبق اصل برنولی، فشار در قسمت A بزرگ‌تر از فشار در قسمت B است، به همین دلیل ارتفاع مایع در لوله قائم (۱) بیش‌تر از ارتفاع مایع در لوله قائم (۲) خواهد شد.

$$\begin{cases} P_A = \rho g h_1 + P_0 \\ P_B = \rho g h_2 + P_0 \end{cases} \Rightarrow \Delta P_{AB} = \rho g \Delta h$$

$$\frac{\Delta P_{AB} = 400 Pa}{\rho = 0.8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}} \rightarrow 400 = 0.8 \times 10^3 \times 10 \times \Delta h$$

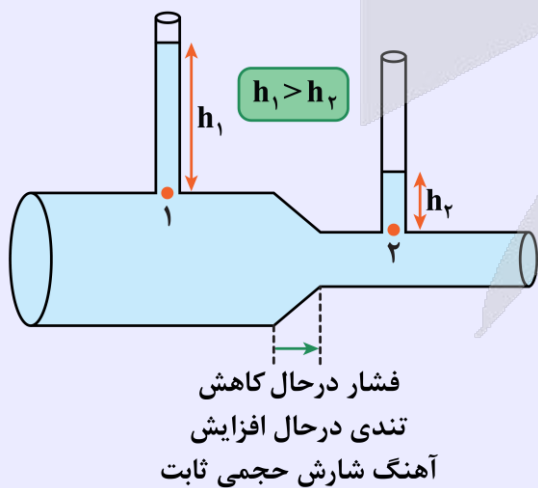
$$\Rightarrow \Delta h = 5 \times 10^{-2} m = 5 cm$$

پس ارتفاع مایع در لوله (۱) به اندازه ۵cm بیش‌تر از ارتفاع مایع در لوله (۲) خواهد شد.

نتیجه‌گیری نهایی از اصل برنولی و معادله پیوستگی

«هر چه سطح مقطع لوله کم‌تر باشد، فشار شاره در لوله کم‌تر ولی تندى شاره در لوله بیش‌تر است. (تندی ساز مخالف می‌زند).»

$$\downarrow P \propto \downarrow A \propto \frac{1}{v} \uparrow$$



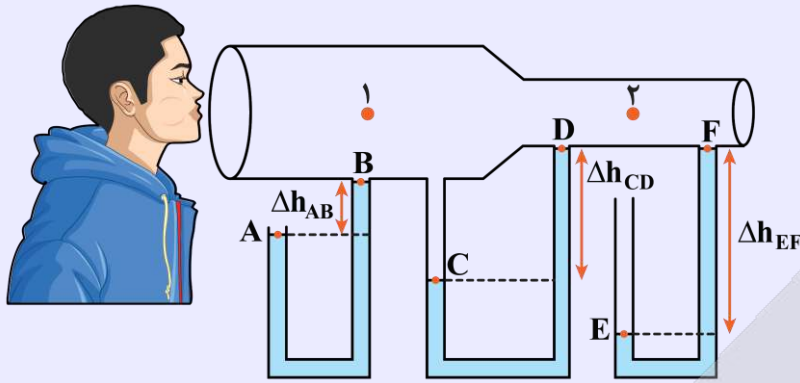
مثال ۱:
 مطابق شکل زیر، یک شاره تراکم‌ناپذیر به صورت لایه‌ای در یک لوله در جریان است. از این شکل، نتایج زیر استنباط می‌شود:

$$\begin{cases} \text{آهنگ شارش حجمی شاره: } R_1 = R_2 \\ \text{فشار: } P_1 > P_2 \\ \text{تندی: } v_1 < v_2 \end{cases} \Rightarrow h_1 > h_2$$



مثال ۲:

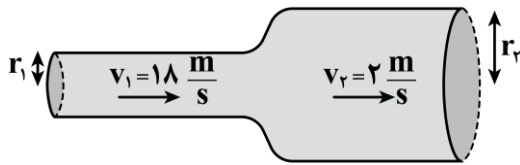
در شکل زیر، شخصی در حال دمیدن در لوله افقی است:
از این شکل، نتایج زیر استنباط می‌شود:



$$\begin{cases} P_0 > P_1 > P_2 \\ \Delta h_{EF} > \Delta h_{CD} \\ \Delta h_{EF} > \Delta h_{AB} \end{cases}$$



۵۰- در شکل زیر، آب با جریان پایا و لایه‌ای در لوله در حال جریان است. اگر اختلاف شعاع مقطع دو طرف لوله ۴cm باشد $(r_2 - r_1 = 4\text{cm})$ ، آهنگ شارش حجمی آب در این لوله چند متر مکعب بر ثانیه است؟ $(\pi = 3)$



$$(1) \quad 1/94$$

$$(2) \quad 2/16$$

$$(3) \quad 1/94 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad 2/16 \times 10^{-2}$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد - صفحه ۴۵ - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

طبق معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A = \pi r^2} \pi r_1^2 \times 18 = \pi r_2^2 \times 2$$

$$\xrightarrow{r_2 = r_1 + 4} 18 r_1^2 = 2(r_1 + 4)^2 \xrightarrow{\text{جذر}}$$

$$3r_1 = r_1 + 4 \Rightarrow r_1 = 2\text{cm}$$

$$(1) \quad \text{سطح مقطع قسمت (1): } A_1 = \pi r_1^2 = 3 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 12 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

حال به کمک رابطه $I = Av$ آهنگ شارش حجمی آب را به دست می‌آوریم:

$$(1) \quad \text{آهنگ شارش حجمی در قسمت (1): } I_1 = A_1 v_1 = 12 \times 10^{-4} \times 18 \Rightarrow I_1 = 2/16 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

آهنگ شارش حجمی و معادله پیوستگی

اگر فرض کنیم مایعی در یک لوله در حال حرکت باشد، آهنگ شارش حجمی این مایع به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{آهنگ شارش حجمی} = \frac{\text{حجم مایع}}{\text{زمان}} = Av$$

که A و v به ترتیب سطح مقطع و تندی شاره است.

چنانچه شاره تراکم‌ناپذیر، جریانی لایه‌ای داشته و فاقد اصطکاک با دیواره لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت‌های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله‌ای به نام معادله پیوستگی، می‌توان چنین نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$



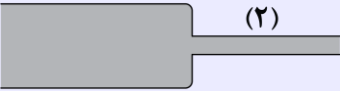
مثال:

در شکل زیر، آب درون لوله به طور پیوسته جاری است. اگر قطر قسمت (۱) سه برابر قطر قسمت (۲) و تندی آب در قسمت (۲) معادل

$\frac{13}{5} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، تندی آب در قسمت (۱) چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ خواهد بود؟

پاسخ تشریحی:

طبق معادله پیوستگی داریم:

(۱)  (۲)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow[A_1 = 9A_2]{A = \frac{\pi}{4} d^2, d_1 = 3d_2} v_2 = 9v_1 \Rightarrow 13/5 = 9v_1 \Rightarrow v_1 = 1/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$





کیهان زادگاه عنصرها (فصل ۱ تا پایان ساختار اتم و رفتار آن)
صفحه‌های ۱ تا ۳۸

بودجه‌بندی
این آزمون

سهم در
کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تست کنکور را پوشش داده است.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) در عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ پر می‌شوند.
- (۲) زیرلایه‌های لایه الکترونی چهارم، در عناصر دوره‌های چهارم و پنجم، از الکترون اشغال می‌شوند.
- (۳) در هیچ یک از عناصر جدول دوره‌ای، زیرلایه $3d$ در حضور زیرلایه تکمیل نشده $4s$ ، از الکترون پر نمی‌شود.
- (۴) اگر $n + l$ زیرلایه x بزرگ‌تر از زیرلایه y باشد، زیرلایه x قطعاً بعد از زیرلایه y از الکترون اشغال می‌شود.

(متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۲ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سریع

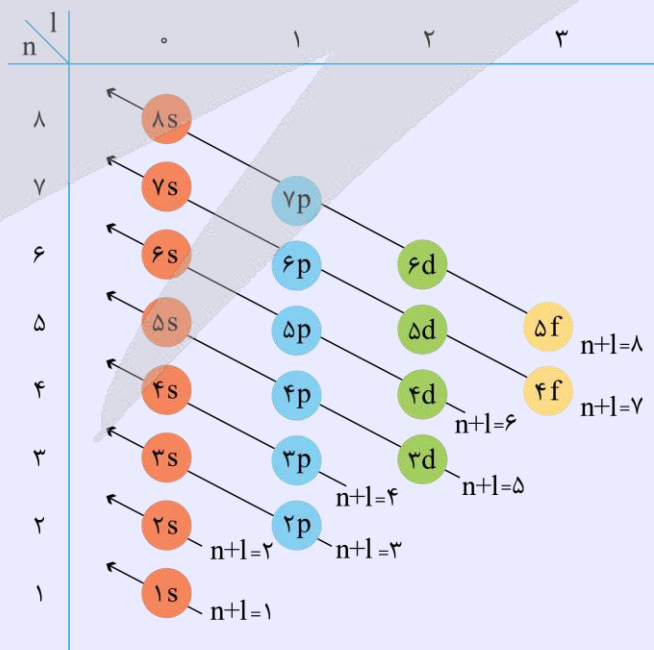
- | | |
|---|--|
| ۱ | در عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، فقط زیرلایه‌های $3s$ و $3p$ پر می‌شوند. |
| ۲ | زیرلایه‌های لایه الکترونی چهارم، در عناصر دوره‌های چهارم، پنجم و ششم، از الکترون اشغال می‌شوند. |
| ۳ | یک مثال نقض برای این گزینه، عنصر $4Cu$ است. در عنصر $4Cu$ زیرلایه $3d$ تکمیل است در حالی که زیرلایه $4s$ دارای ۱ الکترون است. |
| ۴ | اگر $n + l$ زیرلایه x بزرگ‌تر از زیرلایه y باشد، می‌توان گفت انرژی آن بیشتر بوده و دیرتر از زیرلایه y از الکترون اشغال می‌شود. |

قاعده آفبا

- طبق قاعده آفبا، الکترون‌ها تمایل دارند ابتدا زیرلایه‌هایی با انرژی کمتر را پر کنند. انرژی زیرلایه‌ها به n و مقدار $n + l$ وابسته است.
- ✿ هر چه مقدار $n + l$ برای زیرلایه‌ای کوچک‌تر باشد، آن زیرلایه انرژی کمتری دارد و زودتر از الکترون پر می‌شود.
 - ✿ اگر مقدار $n + l$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، انرژی کمتری داشته و زودتر از الکترون پر می‌شود.
 - ✿ ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را از رابطه زیر می‌توان دریافت:

$$ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np$$

دقت کنید که برای پر شدن زیرلایه f ، n باید بزرگ‌تر یا مساوی ۶ باشد (زیرلایه $4f$ در عناصر دوره ششم شروع به پر شدن می‌کند). برای پر شدن زیرلایه d نیز، n باید بزرگ‌تر یا مساوی ۴ باشد. (زیرلایه $3d$ در عناصر دوره چهارم شروع به پر شدن می‌کند).





مشاوره

برای درک بهتر ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها با دقت به شکل زیر نگاه کنید. در همه دوره‌های جدول دوره‌ای، عناصر دسته s وجود دارند. در عناصر دسته s دوره اول، زیرلایه $1s$ در حال پر شدن است. همچنین در عناصر دسته s دوره دوم، زیرلایه $2s$ در حال پر شدن می‌باشد. به همین ترتیب در دوره n جدول دوره‌ای، زیرلایه ns در حال تکمیل شدن است. در مورد عناصر دسته p نیز، که از دوره دوم به بعد وجود دارند، می‌توان گفت که در دوره n جدول دوره‌ای، زیرلایه np در حال تکمیل شدن است. به عنوان مثال عناصر دسته p دوره سوم، در حال پر کردن زیرلایه $3p$ خود هستند. در مورد عناصر دسته d ، می‌دانیم که زیرلایه $3d$ در عناصر دوره چهارم، در حال تکمیل شدن است. پس در دوره n جدول دوره‌ای ($n \geq 4$)، زیرلایه $(n-1)d$ در حال تکمیل شدن است. همچنین زیرلایه $4f$ و $5f$ به ترتیب در عناصر دوره‌های ۶ و ۷ پر می‌شوند. پس می‌توان گفت در دوره n جدول دوره‌ای ($n \geq 6$)، زیرلایه $(n-2)f$ در حال تکمیل شدن است. اگر زیرلایه‌هایی که در هر دوره پر می‌شوند را مطابق شکل زیر به خاطر بسپارید، به راحتی به سؤالات این بخش می‌توانید پاسخ دهید.

1 s				
2 s				2 p
3 s				3 p
4 s	3 d		4 p	
5 s	4 d		5 p	

اگر $l + n$ زیرلایه x بزرگ‌تر از زیرلایه y باشد، می‌توان گفت انرژی آن بیشتر بوده و دیرتر از زیرلایه y از الکترون اشغال می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- در عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های $3s$ و $3p$ پر می‌شوند. زیرلایه $3d$ در عناصر دوره چهارم جدول دوره‌ای پر می‌شود.

۲- زیرلایه‌های لایه الکترونی چهارم، $4s$ ، $4p$ ، $4d$ و $4f$ هستند. زیرلایه‌های $4s$ و $4p$ در عناصر دوره چهارم پر می‌شوند؛ همچنین زیرلایه $4d$ در عناصر دوره پنجم و زیرلایه $4f$ در عناصر دوره ششم از الکترون اشغال می‌شوند.

۳- در عنصر ${}_{29}\text{Cu}$ زیرلایه $3d$ تکمیل است در حالی که زیرلایه $4s$ دارای ۱ الکترون است. آرایش الکترونی فشرده این عنصر به صورت ${}_{29}\text{Cu}: [\text{Ar}]3d^1 4s^1$ روبه‌رو است:



۵۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - دو عنصر فراوان سیاره مشتری، از جمله عناصر دسته s هستند.

ب - اتم عنصری که دارای ۵ الکترون با $l = 2$ است، قطعاً دارای ۸ الکترون با $l = 0$ است.

ج - زیرلایه‌های $4f$ و $5f$ در عناصر دوره‌های ششم و هفتم جدول دوره‌ای، تکمیل می‌شوند.

د - کلر گازی زرد رنگ است که در واکنش با فلزات، هر اتم آن یک الکترون به اشتراک گذاشته و بزرگ‌تر می‌شود.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «د» ۴) «ب» و «ج»

(متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۳۶ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

موارد (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) دو عنصر فراوان سیاره مشتری، هیدروژن و هلیوم هستند که هر دو، از جمله عناصر دسته s جدول دوره‌ای هستند.

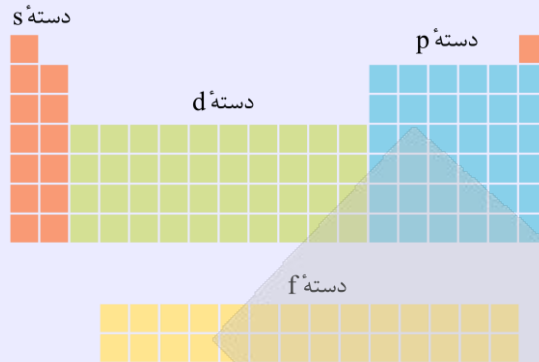
دام تستی

عنصر هلیوم در گروه ۱۸ قرار دارد اما از جمله عناصر دسته s است. پس شمار عناصر این دسته، برابر با ۱۴ است که ۱۳ تای آن در گروه‌های اول و دوم و ۱ عنصر در گروه ۱۸ قرار دارد.



آشنایی با دسته‌های s, p, d و f در جدول تناوبی

عنصرهای موجود در جدول دوره‌ای را می‌توان بر اساس زیرلایه‌های در حال پر شدن آن‌ها، به چهار دسته تقسیم کرد:



✪ عناصر دسته s: عناصری هستند که زیرلایه s آن‌ها در حال پر شدن است.

💠 این دسته دارای ۱۴ عنصر است که شامل همه عناصر گروه‌های اول و دوم و همچنین عنصر هلیم در گروه ۱۸، می‌شود.

💠 عناصر این دسته در همه دوره‌های جدول تناوبی قرار دارند و از آن‌جا که تعداد ستون‌ها در هر دسته از عناصر جدول دوره‌ای، با حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه مربوطه برابر است و گنجایش الکترونی زیرلایه s نیز، ۲ الکترون است، پس در هر دوره، ۲ عنصر از دسته s وجود دارد.

💠 شماره گروه این عناصر با تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها برابر است؛ به‌جز هلیم که ۲ الکترون ظرفیتی دارد اما در گروه ۱۸م قرار دارد.

✪ عناصر دسته p: عناصری هستند که زیرلایه p آن‌ها در حال پر شدن است.

💠 این دسته دارای ۳۶ عنصر است که شامل همه عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ به‌جز عنصر هلیم، می‌شود.

💠 عناصر این دسته در دوره‌های ۲ تا ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه p، ۶ الکترون است، پس در هر دوره، ۶ عنصر از دسته p وجود دارد.

💠 شماره گروه این عناصر ۱۰ واحد از تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها یا ۱۲ واحد از تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه p بیشتر است.

✪ عناصر دسته d: عناصری هستند که زیرلایه d آن‌ها در حال پر شدن است.

💠 این دسته دارای ۴۰ عنصر است که در گروه‌های ۳ تا ۱۲ قرار دارند.

💠 عناصر این دسته در دوره‌های ۴ تا ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه d، ۱۰ الکترون است، پس در هر دوره، ۱۰ عنصر از دسته d وجود دارد.

💠 شماره گروه این عناصر با تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها برابر است و از مجموع الکترون‌های آخرین زیرلایه s و زیرلایه d ما قبل آخر به دست می‌آید.

✪ عناصر دسته f: عناصری هستند که زیرلایه f آن‌ها در حال پر شدن است.

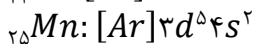
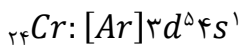
💠 این دسته دارای ۲۸ عنصر است که در دو ردیف پایین جدول قرار دارند.

💠 عناصر این دسته در دوره‌های ۶ و ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه f، ۱۴ الکترون است، پس در هر یک از دوره‌های ۶ و ۷، ۱۴ عنصر از دسته f وجود دارد.

🔍 عنصری که ۵ الکترون در زیرلایه d دارد، می‌تواند دارای ۷ یا ۸ الکترون در زیرلایه‌های s خود باشد؛ زیرا عناصر ${}_{24}Cr$ و ${}_{25}Mn$

دارای ۵ الکترون در زیرلایه d خود هستند اما شمار الکترون‌های زیرلایه s آن‌ها متفاوت است. آرایش الکترونی این دو عنصر

به‌صورت زیر است:



نکته

برای نوشتن آرایش الکترونی عناصر دسته d دوره چهارم (به‌جز عنصر Zn)، یعنی عناصر با عدد اتمی ۲۱ تا ۲۹، کافی است رقم دهگان عدد اتمی آن‌ها، یعنی عدد ۲ را به زیرلایه s و رقم یکان عدد اتمی را به زیرلایه d اختصاص دهیم. توجه داریم که آرایش الکترونی مس و کروم استثنا است و در زیرلایه s خود، دارای ۱ الکترون هستند.

مثال: در آرایش الکترونی ${}_{26}Fe$ پس از گاز نجیب آرگون، ۶ الکترون در زیرلایه d و ۳ الکترون در زیرلایه s وجود دارد؛ پس آرایش آن به صورت $[Ar]3d^6 4s^2$ است. مثالی دیگر عنصر ${}_{23}V$ است که با توجه به نکته گفته شده، آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^3 4s^2$ می‌شود.

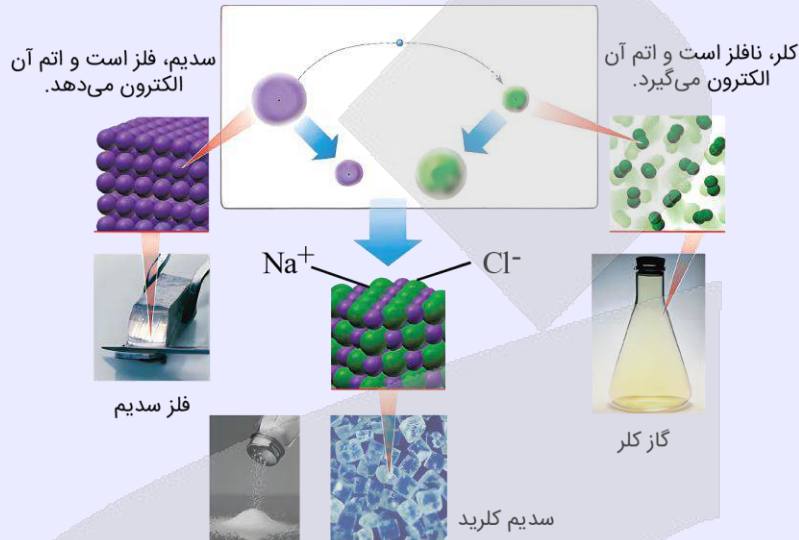
🔍 زیرلایه‌های f و ۵f در عناصر دوره‌های ششم و هفتم جدول دوره‌ای، تکمیل می‌شوند.



کلر از جمله عناصر گروه ۱۷ جدول دوره‌ای است؛ پس دارای ۷ الکترون ظرفیتی است و برای هشت‌تایی شدن، به یک الکترون دیگر احتیاج دارد؛ بنابراین به هنگام واکنش با فلزات و تشکیل یون، یک الکترون دریافت کرده (به اشتراک نمی‌گذارد) و آنیون یک بار منفی تشکیل می‌دهد. این آنیون به علت دریافت الکترون، نسبت به اتم کلر اندازه بزرگ‌تری دارد.

کلر زرد، سدیم سفید

گاز زرد رنگ کلر، خاصیت گندزدایی دارد و در واکنش با فلز سدیم، یک الکترون می‌گیرد و ماده بلوری سدیم کلرید (شفاف)، تولید می‌کند. طی این واکنش شعاع اتم کلر افزایش و شعاع اتم سدیم کاهش می‌یابد.



نکته

- ★ رنگ گاز کلر: زرد
- ★ رنگ بلور سدیم کلرید: بی‌رنگ و شفاف
- ★ رنگ فلز سدیم: نقره‌ای



۵۳- چه تعداد از موارد زیر، جمله روبه‌رو را به درستی تکمیل می‌کند؟ «مطابق قاعده آفا، زیرلایه قبل از زیرلایه از الکترون اشغال می‌شود.»

د - $5s - 5p$
۴ (۴)

ج - $4d - 5p$
۳ (۳)

ب - $4f - 6p$
۲ (۲)

الف - $3d - 4s$
۱ (۱)

(آسان - مفهومی - سریع ۲ - صفحه ۳۱ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

موارد (ب)، (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) مقدار $n + l$ برای زیرلایه $3d$ و $4s$ به ترتیب برابر با ۵ و ۴ است. پس زیرلایه $3d$ انرژی بیشتری داشته و پس از زیرلایه $4s$ از الکترون اشغال می‌شود.

پ) مقدار $n + l$ برای هر دو زیرلایه $4f$ و $6p$ برابر با ۷ است. اگر مقدار $n + l$ برای دو زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای که n کوچک‌تری دارد، زودتر از الکترون پر می‌شود. پس زیرلایه $4f$ قبل از زیرلایه $6p$ از الکترون اشغال می‌شود.

ج) مقدار $n + l$ برای هر دو زیرلایه $4d$ و $5p$ برابر با ۶ است. با توجه به مقدار $n + l$ که برای هر دو زیرلایه یکسان است، زیرلایه $4d$ که مقدار n کوچک‌تری دارد، زودتر از الکترون پر می‌شود.

د) زیرلایه $5s$ ، مقدار $n + l$ کوچک‌تری نسبت به زیرلایه $5p$ دارد؛ پس زودتر پر می‌شود.

۵۴- مجموع $n + l$ الکترون‌های لایه ظرفیت اتم عنصری که دارای ۱۶ الکترون با $l = 1$ است، برابر با کدام است؟

۲۸ (۴)

۲۶ (۳)

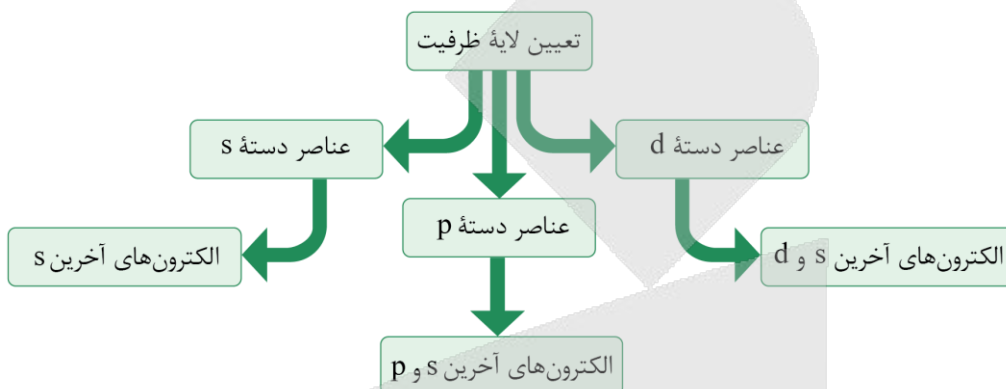
۲۴ (۲)

۲۲ (۱)

(متوسط - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۳۳ - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گنجایش زیرلایه p برابر با ۶ الکترون است. عنصری که دارای ۱۶ الکترون در زیرلایه‌های p است، یعنی دو زیرلایه $2p$ و $3p$ خود را پر کرده (مجموعاً ۱۲ الکترون) و دارای ۴ الکترون در زیرلایه $4p$ است؛ از آنجا که در حال پر کردن زیرلایه p است، می‌توان دریافت که از جمله عناصر دسته p می‌باشد. آرایش الکترونی چنین عنصری به صورت روبه‌رو است:



بنابراین الکترون‌های ظرفیت عناصر دسته p ، در آخرین زیرلایه‌های s و p قرار دارند. در مورد عنصر مورد نظر ۶ الکترون موجود در زیرلایه‌های s و $4p$ ، الکترون ظرفیتی محسوب می‌شوند. حال مجموع $n + l$ را برای آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$2(4 + 0) + 4(4 + 1) = 28$$



۵۵- حداقل اختلاف عدد اتمی عنصری که لایه سوم الکترونی آن نیمه‌پر است با عنصری که ۲۵٪ لایه چهارم الکترونی آن پر می‌باشد،

کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۳ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - سریع ۶ - صفحه ۳۰ - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گنجایش الکترونی لایه سوم، ۱۸ الکترون است. پس در حالت نیمه‌پر دارای ۹ الکترون است. به عبارتی باید ۲ الکترون در زیرلایه $3s$ ، ۶ الکترون در زیرلایه $3p$ و ۱ الکترون دیگر در زیرلایه $3d$ قرار بگیرد. از آنجا که زیرلایه d در حال پر شدن است، عنصر مورد نظر در عناصر دسته d قرار دارد. با توجه به اینکه تنها یک الکترون در این زیرلایه وجود دارد، می‌توان گفت اولین عنصر دسته d دوره چهارم است. به عبارتی عنصر مورد نظر، Sc_{21} با آرایش الکترونی فشرده $[Ar]3d^1 4s^2$ است. گنجایش الکترونی لایه چهارم برابر با ۳۲ الکترون است. ۲۵٪ آن برابر است با:

$$\frac{25}{100} \times 32 = 8$$

ترتیب پر شدن زیرلایه‌های لایه چهارم به صورت $4f \rightarrow 4d \rightarrow 4p \rightarrow 4s$ می‌باشد. پس عنصری که دارای ۸ الکترون در لایه چهارم خود باشد، باید زیرلایه‌های $4s$ و $4p$ خود را پر کرده باشد. اولین عنصری که این دو زیرلایه را پر می‌کند، Kr_{36} در انتهای دوره چهارم است. اختلاف عدد اتمی Sc_{21} و Kr_{36} برابر با ۱۵ است.





۵۶- چند درصد از زیرلایه‌هایی که مجموع $n + l$ آن‌ها برابر با ۷ است، در عنصرهای دوره ششم جدول دوره‌ای پر می‌شوند و مجموع ظرفیت این زیرلایه‌ها برابر با کدام است؟

(۴) ۵۰ - ۳۰

(۳) ۷۵ - ۱۶

(۲) ۵۰ - ۱۶

(۱) ۷۵ - ۳۰

(آسان - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۱ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

زیرلایه‌هایی که مجموع $n + l$ آن‌ها برابر با ۷ است، زیرلایه‌های s, p, d, f و $۵d$ و $۴f$ هستند.



زیرلایه‌های ns و np در عناصر دوره nm ، زیرلایه nd در عناصر دوره $(n+1)$ و زیرلایه nf در عناصر دوره $(n+2)$ از الکترون پر می‌شوند.

بنابراین زیرلایه $۷s$ در عناصر دوره هفتم و زیرلایه‌های $۶p, ۵d$ و $۴f$ در عناصر دوره ششم از الکترون پر می‌شوند؛ بنابراین ۳ زیرلایه از ۴ زیرلایه، دارای چنین شرایطی هستند. درصد آن‌ها برابر است با:

$$\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

$$6 + 10 + 14 = 30$$

مجموع گنجایش زیرلایه‌های p, d و f برابر است با:



۵۷- با توجه به آرایش الکترونی اتم‌های دو عنصر A و B ، کدام یک از مطالب زیر، در مورد این دو عنصر نادرست است؟



(۱) مجموع الکترون‌های ظرفیتی این دو عنصر، برابر با گنجایش الکترونی لایه دوم اتم است.

(۲) عنصر A از عناصر دسته p و عنصر B از عناصر دسته d جدول دوره‌ای است.

(۳) عنصر A از عناصر گروه ۱۴ و عنصر B از عناصر گروه ۶ جدول دوره‌ای است.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی یکی از این عناصر با شماره گروه آن برابر است.

(متوسط - مفهومی - سریع) - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۱

آرایش الکترونی عنصر A به زیرلایه p ختم شده است. پس از جمله عناصر دسته p بوده و الکترون‌های ظرفیت آن در آخرین زیرلایه‌های s و p قرار دارند؛ بنابراین دارای ۴ الکترون ظرفیتی است. عنصر B نیز، در دسته d قرار داشته و الکترون‌های ظرفیت آن در آخرین زیرلایه s و زیرلایه d ماقبل آن، وجود دارند؛ بنابراین دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. مجموع الکترون‌های ظرفیتی این دو عنصر، برابر با ۱۰ است در حالی که گنجایش الکترونی لایه دوم اتم برابر با ۸ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) آرایش الکترونی عنصر A به زیرلایه p ختم شده است؛ پس از جمله عناصر دسته p است.



اگر آرایش الکترونی عنصری به زیرلایه s ختم شود، آن عنصر می‌تواند در دسته s یا دسته d جدول دوره‌ای قرار داشته باشد. برای تشخیص این موضوع، به زیرلایه ماقبل آن نگاه می‌کنیم. اگر قبل از زیرلایه s ، زیرلایه d داشته باشیم، آن عنصر متعلق به عناصر دسته d است و در غیر این صورت متعلق به عناصر دسته s جدول دوره‌ای است.

در آرایش الکترونی عنصر B نیز قبل از زیرلایه s ، زیرلایه d وجود دارد. پس این عنصر از جمله عناصر دسته d است.

(۳) با استفاده از آرایش الکترونی عناصر، می‌توان موقعیت آن‌ها را در جدول تناوبی مشخص کرد.

تعیین شماره گروه

(۱) اگر آرایش الکترونی به زیرلایه p ختم شود، شماره گروه، ۱۲ عدد بیشتر از تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه p است. به‌عنوان مثال اتمی که در آخرین زیرلایه p خود دارای ۵ الکترون است، به گروه ۱۷ ($12 + 5 = 17$) تعلق دارد.

(۲) اگر آرایش الکترونی به زیرلایه s ختم شود، با دو حالت مواجه خواهیم شد:

✿ اگر در آرایش الکترونی عنصر مورد نظر، زیرلایه d قبل از زیرلایه s وجود نداشت، عنصر متعلق به دسته s بوده و تعداد الکترون‌های آخرین زیرلایه s ، برابر شماره گروه است. برای مثال اگر آرایش الکترونی عنصری به $[Ne]3s^2$ ختم شود، در گروه دوم قرار دارد.

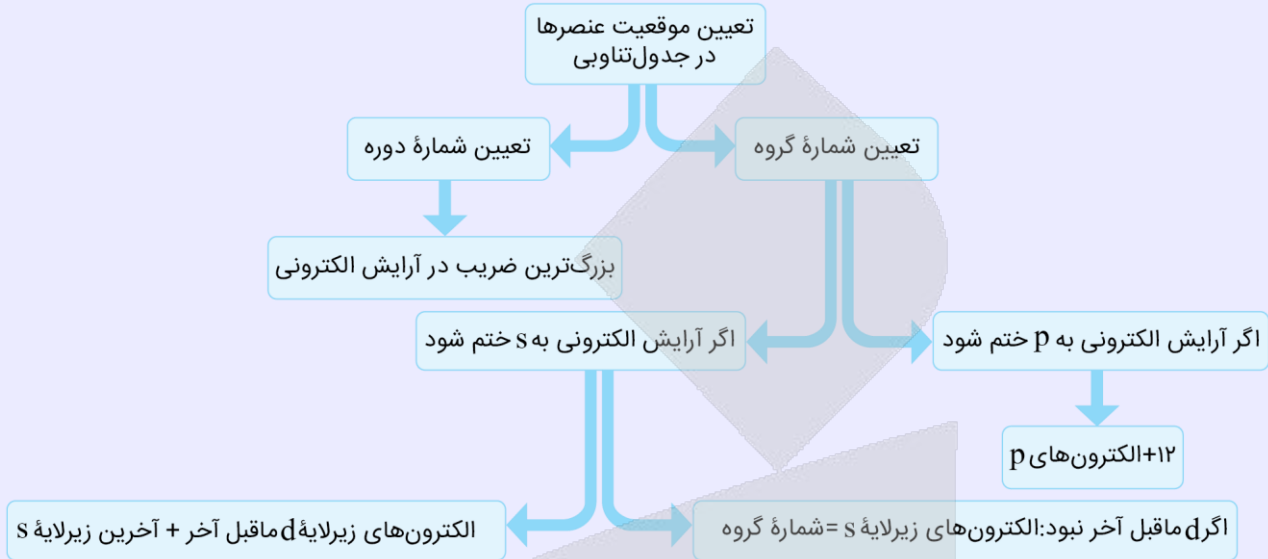
✿ اگر زیرلایه d قبل از زیرلایه s وجود داشت، شماره گروه، از مجموع تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s و زیرلایه d قبل از آن، به دست می‌آید. به‌عنوان مثال اگر آرایش الکترونی عنصری به $[Ar]3d^5 4s^1$ ختم شود، آن عنصر در گروه ۶ ($5 + 1 = 6$) قرار دارد.



تعیین شماره دوره

بزرگ‌ترین ضریب در آرایش الکترونی (بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی) برابر شماره دوره هر عنصر است. بر این اساس، عنصری با آرایش الکترونی $[Ar]3d^3 4s^2$ در دوره چهارم از جدول تناوبی قرار دارد.

نمودار زیر، مراحل کلی برای مشخص کردن شماره دوره و گروه هر عنصر را نشان می‌دهد:



آرایش الکترونی عنصر A به زیرلایه p ختم شده است. پس برای یافتن شماره گروه آن، شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه p را با عدد 12 جمع می‌کنیم:

$$2 + 12 = 14$$

پس در گروه 14 قرار دارد. عنصر B نیز، در دسته d قرار داشته و الکترون‌های ظرفیت آن در آخرین زیرلایه s و زیرلایه d ماقبل آن، وجود دارند؛ بنابراین در گروه 6 ($6 = 5 + 1$) قرار دارد.

شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دسته d دوره چهارم با شماره گروه آن‌ها برابر است؛ بنابراین عنصر B که در این دسته قرار دارد، دارای 6 الکترون ظرفیتی بوده و در گروه 6 نیز قرار دارد.



دو روش سریع برای یافتن شماره‌ی گروه عناصر دسته d دوره چهارم وجود دارد:

(۱) در عناصر این دسته، با دانستن شماره گروه می‌توان عدد اتمی عنصر و یا با داشتن عدد اتمی، شماره گروه را، به روشی سریع تعیین کرد. حاصل جمع رقم یکان و دهگان عدد اتمی این عناصر، با شماره گروه آن‌ها برابر است. به‌عنوان مثال ${}_{28}Ni$ ، در گروه 10 ($10 = 8 + 2$) قرار دارد و یا عنصری از دوره چهارم که در گروه 5 قرار دارد، دارای عدد اتمی 23 است (این روش برای ${}_{30}Zn$ صادق نیست).

(۲) آرایش الکترونی عناصر این دسته، به زیرلایه‌های $3d$ و $4s$ ختم می‌شود. مجموع الکترون‌های این دو زیرلایه، برابر شماره گروه عنصر مورد نظر است. به‌عنوان مثال در عنصری با آرایش الکترونی $[Ar]3d^3 4s^2$ ، شماره گروه برابر با 10 ($10 = 3 + 7$) است.



۵۸- آرایش الکترونی چند درصد از عناصر چهار دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، به ترتیب از راست به چپ، به زیرلایه ns^1 و زیرلایه nd^5 ختم می‌شود؟

$$8/3 - 13/8 \quad (4)$$

$$5 - 16/6 \quad (3)$$

$$5 - 13/8 \quad (2)$$

$$8/3 - 16/6 \quad (1)$$

(آسان - مفهومی - سریع - صفحه ۳۲ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

چهار دوره ابتدایی جدول دوره‌ای شامل 36 عنصر است. آرایش الکترونی عناصر گروه اول به زیرلایه ns^1 ختم می‌شود. هم‌چنین در دوره چهارم، آرایش الکترونی عناصر مس و کروم نیز، به $4s^1$ ختم می‌گردد. پس در میان 36 عنصر ابتدایی، 4 عنصر گروه اول و دو عنصر دسته d ، دارای شرایط مذکور هستند. درصد آن‌ها برابر است با:

$$\frac{6}{36} \times 100 \approx 16.6\%$$



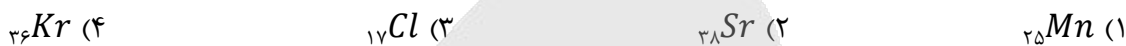
برای محاسبات سریع‌تر، معادل کسرهای زیر را حفظ باشید:

$$\frac{1}{2} = 0/5 \quad \frac{1}{4} = 0/25 \quad \frac{3}{4} = 0/75 \quad \frac{1}{6} = 0/166 \quad \frac{1}{8} = 0/125 \quad \frac{3}{8} = 0/375 \quad \frac{1}{16} = 0/625$$

آرایش الکترونی دو عنصر ${}_{24}Cr$ و ${}_{25}Mn$ دارای زیرلایه $3d^5$ است. پس درصد آن‌ها برابر است با: $\frac{2}{36} \times 100 \approx 5.5\%$



۵۹- مجموع $n + l$ برای آخرین الکترونی که وارد زیرلایه‌های اتم X می‌شود، برابر با ۵ است. کدام یک از اتم‌های زیر، فاقد شرایط گفته شده است؟



پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - سریع - صفحه ۳۱ - ۱۰۰)

اگر الکترونی دارای مجموع $n + l = 5$ باشد، می‌تواند در زیرلایه‌های $3d$ یا $4p$ یا $5s$ باشد. پس باید بررسی کنیم که در کدام اتم، آخرین الکترون وارد یکی از سه زیرلایه‌های $3d$ یا $4p$ یا $5s$ نمی‌شود:

- ۱) عنصر ${}_{25}Mn$ از جمله عناصر دسته d دوره چهارم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه $3d$ می‌شود.
- ۲) عنصر ${}_{38}Sr$ از جمله عناصر دسته s دوره پنجم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه $5s$ می‌شود.
- ۳) عنصر ${}_{17}Cl$ از جمله عناصر دسته p دوره سوم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه $3p$ می‌شود؛ پس فاقد شرایط مورد نظر است.
- ۴) عنصر ${}_{36}Kr$ از جمله عناصر دسته p دوره چهارم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه $4p$ می‌شود.



۶۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، نادرست است؟

- ۱) شمار عناصری که هم الکترون تک و هم الکترون جفت‌شده دارند، ۲ برابر شمار عناصری است که فقط الکترون جفت‌شده دارند.
- ۲) ۹ عنصر دارای حداقل یک جفت الکترون (الکترون‌های جفت‌شده) در ساختار خود هستند.
- ۳) شمار تک الکترون‌های عناصر گروه‌های سیزدهم و پانزدهم با هم برابر است.
- ۴) همه عناصر دسته s در این سه دوره، فاقد جفت الکترون هستند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - استاندارد - صفحه ۳۷ - ۱۰۰)

آرایش الکترون - نقطه‌ای اتمها

در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتمها، الکترون‌های ظرفیت هر اتم، پیرامون نماد شیمیایی آن، با نقطه نشان داده می‌شوند. شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه‌های ۱ تا ۱۲، برابر با شماره گروه آن‌ها و برای عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ (به جز هلیوم)، برابر با یکان شماره گروه آن‌ها می‌باشد؛ بنابراین عنصری که در گروه ۲ قرار دارد، دارای ۲ الکترون ظرفیتی و عنصری که در گروه ۱۵ قرار دارد، دارای ۵ الکترون ظرفیتی است. به جدول زیر دقت کنید:

شماره گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								هلیوم	بقیه عناصر
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۲	۸
آرایش الکترون - نقطه‌ای	X·	X·	·X·	·X·	·X·	·X·	·X·	X:	:X:

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) عناصر گروه ۱۵، ۱۶ و ۱۷ هم دارای الکترون جفت‌شده و هم الکترون تک در ساختار الکترون نقطه‌ای خود هستند؛ بنابراین ۶ عنصر دارای چنین شرایطی هستند. هم‌چنین عناصر هلیوم، نئون و آرگون فاقد الکترون تک بوده و فقط الکترون جفت‌شده دارند. نسبت آن‌ها برابر است با: $\frac{6}{3} = 2$
- ۲) ۹ عنصر گروه‌های ۱۵ تا ۱۸، حداقل یک جفت الکترون (الکترون‌های جفت‌شده) در ساختار الکترون نقطه‌ای خود دارند.



شمار تک الکترون‌های عناصر گروه سیزدهم و پانزدهم با هم برابر و برابر با ۳ است. ۳

نخستین عنصری که دارای الکترون جفت شده است، هلیم می‌باشد؛ از آن جا که این عنصر متعلق به دسته S است، نمی‌توان گفت همه عناصر دسته S در این سه دوره، فاقد جفت الکترون هستند. ۴



۶۱- کدام دو عنصر متعلق به عناصر دسته p جدول دوره‌ای هستند و شمار الکترون‌هایی با $l = 1$ در عنصر سمت راست، دو برابر عنصر سمت چپ است؟

(۱) $_{22}Ti$ و $_{18}Ne$ (۲) $_{52}Te$ و $_{17}Cl$ (۳) $_{34}Se$ و $_{16}S$ (۴) $_{118}Og$ و $_{48}Cd$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - استاندارد) - صفحه ۳۴ - ۱۰۰۱

عناصر $_{22}Ti$ و $_{48}Cd$ به ترتیب در گروه ۴ و ۱۲ قرار دارند، پس از جمله عناصر دسته d هستند؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند. حال دو گزینه دیگر را بررسی می‌کنیم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

عصر $_{52}Te$ ، ۲ خانه قبل از گاز نجیب $_{54}Xe$ است. پس در دوره پنجم و گروه شانزدهم قرار دارد. آرایش الکترونی آن به صورت $[Kr]4d^{10}5s^25p^4$ می‌باشد. بنابراین دارای ۳ زیرلایه p تکمیل شده و یک زیرلایه p با ۴ الکترون است. مجموع این الکترون‌ها برابر با ۲۲ است. حال عنصر $_{17}Cl$ را بررسی می‌کنیم. این عنصر در دوره سوم و گروه ۱۷ قرار دارد. آرایش الکترونی آن به صورت $[Ne]3s^23p^5$ می‌باشد. بنابراین دارای ۱ زیرلایه p تکمیل شده و یک زیرلایه p با ۵ الکترون است. مجموع این الکترون‌ها برابر با ۱۱ است. پس گزینه صحیح، گزینه ۲ است. ۲

عصر $_{34}Se$ ، ۲ خانه قبل از گاز نجیب $_{36}Kr$ است. پس در دوره چهارم و گروه شانزدهم قرار دارد. آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^{10}4s^24p^4$ می‌باشد. بنابراین دارای ۲ زیرلایه p تکمیل شده و یک زیرلایه p با ۴ الکترون است. مجموع این الکترون‌ها برابر با ۱۶ است. حال عنصر $_{16}S$ را بررسی می‌کنیم. این عنصر در دوره سوم و گروه ۱۶ قرار دارد. آرایش الکترونی آن به صورت $[Ne]3s^23p^4$ می‌باشد. بنابراین دارای ۱ زیرلایه p تکمیل شده و یک زیرلایه p با ۴ الکترون است. مجموع این الکترون‌ها برابر با ۱۰ است. پس این عناصر فاقد شرایط مورد نظر سؤال هستند. ۳

به نمونه باحال!

در آرایش الکترونی اتم کدام دو عنصر، شمار الکترون‌های زیرلایه $3d$ ، با شمار الکترون‌های موجود در لایه چهارم، برابر است؟

(۱) $_{31}Sc$ و $_{30}Zn$ (۲) $_{36}Kr$ و $_{34}Se$ (۳) $_{36}Kr$ و $_{22}Ti$ (۴) $_{40}Zr$ و $_{22}Ti$

با توجه به اینکه زیرلایه 4s زودتر از زیرلایه 3d پر می‌شود، هنگامی که این زیرلایه دارای ۲ الکترون است، زیرلایه 3d نیز، می‌تواند ۲ الکترون داشته باشد. عنصری با چنین آرایشی، $_{22}Ti$ است:

در سایر عناصر دسته d دوره چهارم، شمار الکترون‌های زیرلایه‌های 4s و 3d نمی‌توانند با هم برابر باشند. اکنون عناصر دیگر را بررسی می‌کنیم؛ این عناصر، زیرلایه 3d خود را تکمیل کرده‌اند. پس باید به دنبال عنصری با ۱۰ الکترون در لایه چهارم باشیم. لایه چهارم دارای زیرلایه‌های 4s، 4p، 4d و 4f است. می‌دانیم که ابتدا زیرلایه‌های 4s و 4p پر می‌شوند. مجموع گنجایش این دو زیرلایه، برابر با ۸ الکترون است. ۲ الکترون بعدی در زیرلایه 4d قرار می‌گیرند؛ بنابراین عنصر مورد نظر ما، دومین عنصر دسته d دوره پنجم، با عدد اتمی ۴۰ است.

پاسخ: گزینه ۴ ۴



۶۲- چند مورد از مطالب زیر، از جمله شباهت‌های دو عنصر لیتیم و هیدروژن است؟

الف - شمار خطوط رنگی در طیف نشری خطی هر دو عنصر برابر است.

ب - هر دو عنصر دارای دو ایزوتوپ طبیعی پایدار و غیر پرتوزا هستند.

ج - سبک‌ترین ایزوتوپ هر دو عنصر، فراوان‌ترین ایزوتوپ آن عنصر است.

د - هر دو عنصر در گروه ۱ و در میان عناصر دسته S جدول دوره‌ای قرار دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



موارد (الف)، (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) هر دو عنصر لیتیم و هیدروژن دارای ۴ نوار رنگی در طیف نشری خطی خود هستند.



طیف نشری خطی هیدروژن



طیف نشری خطی لیتیم

(ب) لیتیم دارای دو ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ است. هیدروژن نیز دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی ${}^1\text{H}$ ، ${}^2\text{H}$ و ${}^3\text{H}$ است که دو تای آنها پایدار بوده اما ایزوتوپ ${}^3\text{H}$ پرتوزا است و پایدار نمی‌باشد. پس می‌توان گفت هر دو عنصر دارای دو ایزوتوپ طبیعی پایدار هستند.

(ج) فراوان‌ترین ایزوتوپ لیتیم، ${}^7\text{Li}$ است که جرم بیشتری نسبت به ایزوتوپ دیگر دارد.

(د) هر دو عنصر در گروه ۱ و در میان عناصر دسته S جدول دوره‌ای قرار دارند.



۶۴- کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر ${}_{29}\text{Cu}$ درست است؟

- ۱) جرم دو مول از آن برابر با ۵۸ گرم، معادل $10^{-24} \times 1/66 \times 58$ amu است.
- ۲) رنگ شعله آن همانند رنگ یکی از خطوط طیف نشری خطی عنصر هیدروژن است.
- ۳) شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه آن با شمار الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر ${}_{19}\text{K}$ برابر است.
- ۴) در آرایش الکترونی فشرده آن، نماد گاز نجیبی که در نوشته‌های نورانی سرخ فام کاربرد دارد، نوشته می‌شود.

بررسی سریع

۱	با استفاده از عدد اتمی به تنهایی نمی‌توان جرم مولی مواد را محاسبه کرد.
۲	نوار سبز رنگ در میان خطوط طیف نشری خطی هیدروژن وجود ندارد.
۳	بیرونی‌ترین لایه این عنصر، دارای ۱ الکترون است. عنصر ${}_{19}\text{K}$ نیز دارای ۱ الکترون ظرفیتی می‌باشد.
۴	در آرایش الکترونی مس از نماد گاز نجیب آرگون (و نه نئون) استفاده می‌شود.

آرایش الکترونی مس به صورت روبه‌رو است:
 ${}_{29}\text{Cu}: [\text{Ar}]3d^{10}4s^1$
 بیرونی‌ترین لایه این عنصر، لایه چهارم است که دارای ۱ الکترون است. عنصر ${}_{19}\text{K}$ نیز در گروه ۱ قرار دارد و دارای ۱ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) برای محاسبه جرم مولی عناصر، به عدد جرمی آن‌ها نیاز داریم و با عدد اتمی نمی‌توان جرم مولی را تشخیص داد. همچنین هر 1 amu معادل $10^{-24} \times 1/66$ گرم است؛ نه بالعکس!
- ۲) رنگ شعله عنصر مس، سبز است؛ در حالی که نوار سبز رنگ در میان خطوط طیف نشری خطی هیدروژن وجود ندارد.
- ۴) گاز نجیبی که در نوشته‌های نورانی سرخ فام کاربرد دارد، نئون است؛ در حالی که در آرایش الکترونی این عنصر از نماد گاز نجیب آرگون استفاده می‌شود.





۶۴- مخلوطی از دو گاز هیدروژن (H_2) و هلیوم (He) دارای $10^{24} \times 4/816$ اتم است. اگر مجموع جرم این دو گاز، ۱۴ گرم باشد، مول گاز هلیوم، چند برابر مول گاز هیدروژن است؟ ($He = 4, H = 1 : g.mol^{-1}$)

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) 2 \quad (3) \frac{1}{2} \quad (4) \frac{1}{5}$$

(سخت - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۹ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

تعداد $10^{24} \times 4/816$ اتم، معادل ۸ مول اتم است:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{مول}}{6/0.2 \times 10^{23}} \Rightarrow \text{مول} = \frac{4/816 \times 10^{24}}{6/0.2 \times 10^{23}} = 8$$

پس مقدار اتم‌ها در این مخلوط برابر با ۸ مول است. هر مول گاز H_2 ، دو مول اتم H دارد. اگر مول گاز H_2 و He را به ترتیب x و y در نظر بگیریم، شمار مول اتم‌ها به ترتیب $2x$ و y است. پس می‌توان گفت:

$$2x + y = 8$$

اکنون جرم هر گاز را به دست می‌آوریم:

$$? g H_2 = x \text{ mol } H_2 \times \frac{2 g H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 2x$$

$$? g He = y \text{ mol } He \times \frac{4 g He}{1 \text{ mol } He} = 4y$$

$$2x + 4y = 14$$

پس داریم:

با حل دو معادله به دست آمده، به جواب می‌رسیم:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 2x + 4y = 14 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2$$

بنابراین مول گاز هلیوم، $\frac{2}{3}$ برابر مول گاز هیدروژن است.



۶۵- نمونه‌ای طبیعی از اتم کلر به جرم اتمی میانگین $35/5 \text{ amu}$ داریم. در $0/1$ مول از آن، چند اتم از ایزوتوپ فراوان‌تر وجود دارد؟

$$(1) 4/515 \times 10^{22} \quad (2) 1/505 \times 10^{22} \quad (3) 1/505 \times 10^{21} \quad (4) 4/515 \times 10^{21}$$

(متوسط - محاسباتی - استاندارد) (صفحه ۱۷ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

کلر دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl است. با استفاده از جرم اتمی میانگین داده شده، درصد فراوانی هر ایزوتوپ را به دست می‌آوریم. اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر را برابر با f_1 و ایزوتوپ دیگر را برابر با f_2 در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$f_1 + f_2 = 100 \rightarrow f_2 = 100 - f_1$$

حال از دو روش برای یافتن درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها می‌توان استفاده کرد:

روش اول

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول})}{\text{فراوانی کل}}$$

$$35/5 = \frac{(35 \times f_1) + (37 \times (100 - f_1))}{100} \rightarrow f_1 = 75\% \quad f_2 = 25\%$$

روش دوم

(اختلاف جرم دو ایزوتوپ سبک و سنگین \times درصد فراوانی ایزوتوپ متوسط) + جرم اتمی ایزوتوپ سبک = جرم اتمی میانگین

$$35/5 = 35 + (f_2 \times (37 - 35)) \Rightarrow f_1 = 75\% \quad f_2 = 25\%$$

ایزوتوپ ^{35}Cl فراوان‌تر است که دارای درصد فراوانی ۷۵ می‌باشد. پس ۷۵٪ از $0/1$ مول کلر، مربوط به ایزوتوپ ^{35}Cl است. حال شمار آن را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ } ^{35}Cl = 0/1 \text{ mol } Cl \times \frac{75 \text{ mol } ^{35}Cl}{100 \text{ mol } Cl} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ } ^{35}Cl}{1 \text{ mol } ^{35}Cl} = 4/515 \times 10^{22}$$



۶۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای نادرست است؟

- (۱) در آرایش الکترونی فشرده آن، نماد گاز نجیب کریپتون نوشته می‌شود.
- (۲) با عنصری با آرایش الکترونی فشرده $[Ar]3d^5 4s^2$ هم گروه است.
- (۳) عنصری پرتوزا از عناصر دسته d جدول دوره‌ای است.
- (۴) عدد جرمی آن در حدود $2/5$ برابر عدد اتمی آن است.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - ترکیبی - سریع - صفحه ۳۴ - ۱۰۰)

نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای، ${}^{99}Tc$ است. این عنصر پرتوزا است اما نسبت شمار نوترون به پروتون در آن، کمتر از $1/5$ می‌باشد؛ بنابراین نسبت عدد جرمی به عدد اتمی نیز کمتر از $2/5$ است:

$$\frac{99}{43} \approx 2/3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) این عنصر در دوره پنجم قرار دارد. پس در آرایش الکترونی فشرده آن، نماد گاز نجیب قبل از آن، یعنی گاز نجیب دوره چهارم (${}_{36}Kr$) نوشته می‌شود.

۲) ${}^{99}Tc$ در گروه ۷ قرار دارد. عنصری با آرایش الکترونی فشرده $[Ar]3d^5 4s^2$ نیز در گروه ۷ قرار دارد.

یادآوری

برای یافتن شماره گروه عناصر دسته d دوره چهارم، کافی است الکترون‌های دو زیرلایه s و d را با هم جمع کنیم. پس عنصری که دارای ۲ الکترون در زیرلایه s و ۵ الکترون در زیرلایه d است، در گروه $(2 + 5 = 7)$ قرار دارد.

۳) عنصر ${}^{99}Tc$ پرتوزا است و در دوره پنجم و گروه هفتم قرار دارد. پس از عناصر دسته d می‌باشد.



۶۷- عنصر aX دارای ۱۳ الکترون در لایه الکترونی سوم و ۲ الکترون در لایه الکترونی چهارم است. در نمونه‌ای از این عنصر، سه نوع ایزوتوپ ${}^{a+29}X$ ، ${}^{a+27}X$ و ${}^{a+20}X$ وجود دارد. اگر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر و سنگین‌تر به ترتیب برابر با ۶۵ و ۱۵ درصد باشد، جرم اتمی میانگین این عنصر چند amu است؟

$$51/7 \quad (4)$$

$$52/7 \quad (3)$$

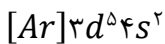
$$52/85 \quad (2)$$

$$51/85 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - زمان‌بر - صفحه ۳۱ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

عنصری که دارای ۱۳ الکترون در لایه الکترونی سوم باشد، یعنی در زیرلایه d خود دارای ۵ الکترون است. از آن‌جا که در لایه چهارم نیز دارای ۲ الکترون است، آرایش الکترونی فشرده آن به صورت روبه‌رو است:



یادآوری

همان‌طور که گفته شد برای نوشتن آرایش الکترونی عناصر دسته d دوره چهارم (به‌جز عنصر Zn ، یعنی عناصر با عدد اتمی ۲۱ تا ۲۹، کافی است رقم دهگان عدد اتمی آن‌ها، یعنی عدد ۲ را به زیرلایه s و رقم یکان عدد اتمی را به زیرلایه d اختصاص دهیم. حتماً حواستون هست که آرایش الکترونی مس و کروم استثنا است!

حال می‌توان برعکس عمل کرد! یعنی با استفاده از آرایش الکترونی، عدد اتمی عنصر را پیدا کرد؛ بنابراین عنصری با آرایش الکترونی فشرده $[Ar]3d^5 4s^2$ دارای عدد اتمی ۲۵ است. به همین راحتی! بنابراین مقدار a برابر با ۲۵ است. پس ایزوتوپ‌ها به صورت ${}^{55}X$ و ${}^{54}X$ و ${}^{52}X$ هستند. فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر و سنگین‌تر به ترتیب برابر با ۶۵ و ۱۵ درصد است. پس فراوانی ایزوتوپ ${}^{54}X$ برابر است با:

$$100 - (65 + 15) = 20$$

حال از دو روش برای یافتن جرم اتمی میانگین می توان استفاده کرد:

روش اول

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول} + \text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم} + \dots}{\text{فراوانی کل}}$$

$$\bar{M} = \frac{(65 \times 52) + (20 \times 54) + (15 \times 55)}{100} = 52/85$$

روش دوم

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1)$$

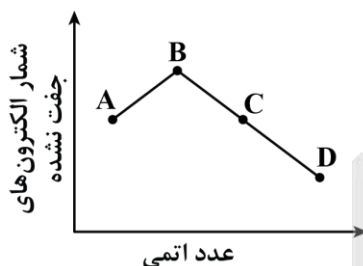
داریم:

$$\bar{M} = 52 + \frac{20}{100} (54 - 52) + \frac{15}{100} (55 - 52) = 52/85$$

بنابراین جرم اتمی میانگین برابر با $52/85 \text{ amu}$ است.



۶۸- اگر نمودار مقابل، نشان دهنده شمار الکترون های جفت نشده در آرایش الکترون-نقطه ای ۴ عنصر متوالی از تناوب دوم باشد،



- ۱) عنصر D ، اولین نافلز فراوان در سیاره زمین است.
- ۲) عنصر C همانند عنصر سیلیسیم، یونی با بار $(2-)$ تشکیل می دهد.
- ۳) عنصر B دارای ۴ الکترون در بیرونی ترین زیرلایه الکترونی خود است.
- ۴) طول موج پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم در اتم دو عنصر قبل از عنصر A ، برابر با 656 nm است.

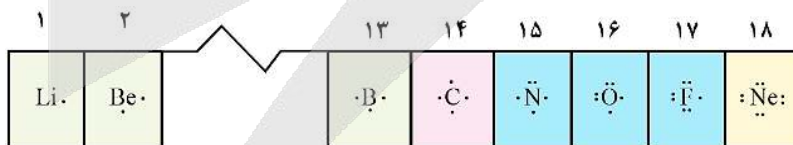
(سخت - ترکیبی - زمان بر) - صفحه ۳۷ - ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سریع

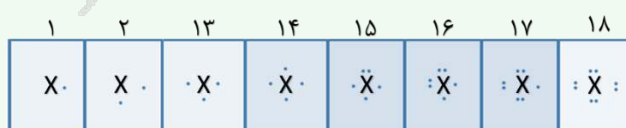
۱	اکسیژن دومین عنصر فراوان و اولین نافلز فراوان در سیاره زمین است.
۲	عنصر نیتروژن در گروه ۱۵ قرار دارد و یون N^{3-} را تشکیل می دهد.
۳	بیرونی ترین زیرلایه در اتم کربن، $2p$ است که دارای ۲ الکترون است.
۴	طول موج پرتو داده شده مربوط به انتقال $n_3 \rightarrow n_2$ در اتم H است. طول موج پرتو حاصل از این انتقال در سایر عناصر متفاوت است.

جدول زیر، آرایش الکترون-نقطه ای عناصر موجود در تناوب دوم را نشان می دهد:



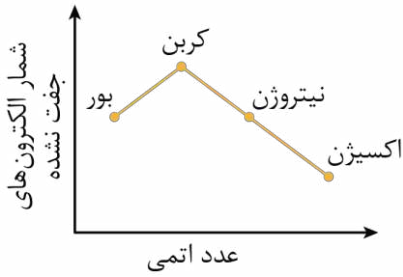
نکته

بیشترین تعداد الکترون جفت نشده مربوط به گروه ۱۴ است و از گروه ۱۵ شروع به جفت شدن الکترون ها می کنیم؛ به طوری که بیشترین تعداد الکترون جفت شده، به گروه ۱۸ تعلق دارد.





با توجه به جدول بالا، عناصر موجود در نمودار داده شده به شکل مقابل خواهند بود:



بررسی گزینه‌ها:

۱) اکسیژن دومین عنصر فراوان و اولین نافلز فراوان سیاره زمین است. فراوان‌ترین عنصر این سیاره آهن است که عنصری فلزی می‌باشد.



۲) عنصر نیتروژن در گروه ۱۵ قرار دارد و یون N^{3-} را تشکیل می‌دهد.

قاعده هشت‌تایی و تمایل اتم‌ها به پایداری

اگر لایه ظرفیت اتمی همانند آرایش الکترونی یک گاز نجیب، هشت‌تایی باشد، آن اتم پایدار بوده و تمایل چندانی به انجام واکنش با سایر عناصر ندارد؛ در حالی که سایر اتم‌ها در واکنش‌های خود، به آرایش پایدار گاز نجیب یا هشت‌تایی می‌رسند. البته دقت کنید که هلیوم نیز دارای آرایش پایدار است اما واژه هشت‌تایی در مورد آن به کار نمی‌رود و می‌گوییم آرایش پایدار دوتایی دارد. به‌عنوان مثال عناصر گروه ۱۶ دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند و با دریافت دو الکترون دیگر، به آرایش هشت‌تایی می‌رسند؛ پس به هنگام تشکیل یون، یونی دو بار منفی تشکیل می‌دهند. همچنین عناصری با ۱ تا ۳ الکترون ظرفیتی، به هنگام تشکیل یون، الکترون از دست داده و کاتیون تشکیل می‌دهند. یون حاصل از عناصر هر گروه از جدول دوره‌ای را در شکل زیر، مشاهده می‌کنید:

۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
							He
Li^+				N^{3-}	O^{2-}	F^-	Ne
Na^+	Mg^{2+}	Al^{3+}		P^{3-}	S^{2-}	Cl^-	Ar
K^+	Ca^{2+}					Br^-	Kr

همان‌طور که می‌بینید جای بعضی از عناصر خالی است. هیدروژن قادر به تشکیل هر دو نوع یون H^+ و H^- است. همچنین عناصر B ، Be ، F و عناصر گروه ۱۴، قادر به تشکیل یون نیستند.

۳) آرایش الکترونی کربن به صورت $[He]2s^2 2p^2$ است. پس بیرونی‌ترین زیرلایه در اتم کربن، $2p$ است که دارای ۲ الکترون است.

۴) دو عنصر قبل از عنصر A ، Li است. پرتو حاصل از انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم در اتم هیدروژن به رنگ قرمز بوده و طول موجی برابر با ۶۵۶ نانومتر دارد. پرتو حاصل از این انتقال در اتم لیتیم طول موج متفاوتی دارد؛ زیرا انرژی لایه‌ها در اتم عناصر مختلف، متفاوت است.





۶۹- در ۸/۵ گرم از ترکیب $C_nH_{2n-2}O_2$ ، $9/0.3 \times 10^{23}$ اتم وجود دارد. مقدار n برابر با کدام است؟

($H = 1, C = 12, O = 16 : g. mol^{-1}$)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

(سخت - محاسباتی - زمان بر - صفحه ۱۹ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

هر مول از ترکیب $C_nH_{2n-2}O_2$ دارای $3n = 2 + 2n + n$ مول اتم است. هم‌چنین جرم هر مول از آن برابر است با:
 $(n \times 12) + 1 \times (2n - 2) + (2 \times 16) = 14n + 30$

پس می‌توان نوشت:

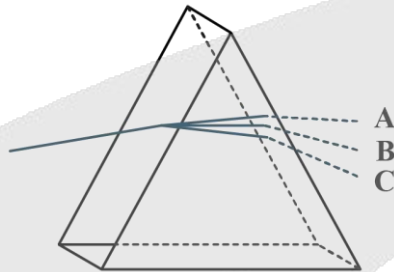
$$9/0.3 \times 10^{23} \text{ اتم} = 8/5 \text{ g } C_nH_{2n-2}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}O_2}{14n + 30 \text{ g } C_nH_{2n-2}O_2} \times \frac{3n \text{ mol اتم}}{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}O_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}}$$

$$\rightarrow n = 10$$

بنابراین مقدار n برابر با ۱۰ است.



۷۰- با توجه به شکل زیر، پرتوهای A، B و C به ترتیب کدام پرتوها می‌توانند باشند؟

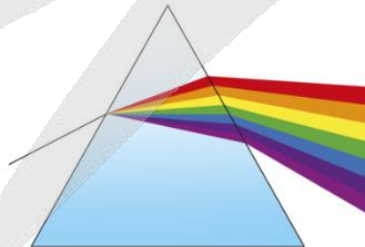
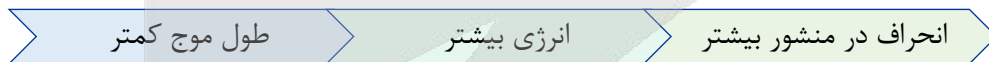


- (۱) A: پرتو حاصل از انتقال از $n_2 \rightarrow n_1$ در اتم H، B: رنگ شعله مس، C: رنگ بخار سدیم
- (۲) A: پرتو حاصل از انتقال از $n_3 \rightarrow n_2$ در اتم H، B: رنگ شعله سدیم، C: رنگ شعله مس (II) نیترات
- (۳) A: رنگ شعله لیتیم، B: رنگ شعله مس (II) کلرید، C: رنگ بخار سدیم
- (۴) A: رنگ شعله مس، B: رنگ شعله سدیم کلرید، C: رنگ شعله لیتیم

(آسان - خط به خط - سریع - صفحه ۲۷ - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

هر چه طول موج پرتویی کمتر باشد، انرژی آن بیشتر بوده و انحراف بیشتری در منشور نیز دارد.



در شکل نشان داده شده، بیشترین انحراف، مربوط به پرتو C است؛ پس بیشترین انرژی را دارد. به عبارتی ترتیب سطح انرژی پرتوهای داده شده به صورت $A < B < C$ است. به درسامه زیر، دقت کنید.

یادآوری

رنگ شعله لیتیم و ترکیب‌های آن، سدیم و ترکیب‌های آن و هم‌چنین مس و ترکیب‌های آن به ترتیب سرخ، زرد و سبز است.



بررسی گزینه‌ها:

۱ در اتم هیدروژن، انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه دوم، چهار نوع پرتو مرئی ایجاد می‌کند که در جدول زیر نشان داده شده‌اند:

انتقال	طول موج پرتو نشر شده	رنگ پرتو نشر شده
$n = 3$ به $n = 2$	۶۵۶	قرمز
$n = 4$ به $n = 2$	۴۸۶	آبی کم‌رنگ
$n = 5$ به $n = 2$	۴۳۴	آبی پررنگ
$n = 6$ به $n = 2$	۴۱۰	بنفش

پس پرتو حاصل از انتقال $n_3 \rightarrow n_2$ در اتم H ، بنفش رنگ است. این پرتو بین پرتوهای مرئی بیشترین انحراف را در منشور دارد. پس باید پرتو C باشد.

۲ پرتو حاصل از انتقال $n_3 \rightarrow n_2$ در اتم H قرمز است. پرتو قرمز در میان پرتوهای مرئی بیشترین طول موج و کمترین انرژی را دارد. پس انحراف کمتری در منشور نیز دارد. رنگ شعله سدیم و ترکیبات مس به ترتیب زرد و سبز هستند. پرتو سبز انرژی بیشتری داشته و انحراف بیشتری نیز در منشور دارد. پس این گزینه صحیح است.

۳ رنگ شعله سدیم و ترکیبات مس به ترتیب زرد و سبز هستند. پرتو سبز انرژی بیشتری داشته و انحراف بیشتری نیز در منشور دارد.

۴ پرتو سبز نسبت به پرتو زرد و قرمز انرژی بیشتر و انحراف بیشتری در منشور دارد.



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

