

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۷ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه	۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکانشاپور مارف

شیمی ۱ آب، آهنگ زندگی (تا قبل از انحلال پذیری نمک‌ها) صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۱ دما و گرما صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶ سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال	آمار و احتمال آمار استنباطی صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱ سهم در کنکور: —	ریاضی پایه مجموعه، الگو و دنباله ریاضی ۱: صفحه‌های ۲ تا ۲۷ حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۳ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۲ القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰ سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال	هندسه ۲ روابط طولی در مثلث صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴ سهم در کنکور: ۲ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)
 (مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ (بیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار





۱- اگر $A = [-3, 5]$ و مجموعه اعداد حقیقی را مرجع در نظر بگیریم، آن گاه مجموعه $A' \cap (-7, 1]$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف) مجموعه سلول‌های عصبی مغز انسان مجموعه‌ای نامتناهی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ ، $U = \mathbb{R}$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، مجموعه $A' \cup B'$ نامتناهی است.

ج) مجموعه‌های $(A \cap B')$ و $(A' \cap B)$ جدا از هم هستند.

د) اگر $A = (-4, 2]$ و $B = [-1, 3)$ باشد، طول بازه $A - B$ برابر ۴ است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳- اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، مجموعه $(\mathbb{R} - Z') \cup (N - Q') \cap (W \cap Q)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

- (۱) $(Z - W) \cap (Q - Z')$ (۲) $(Z \cup W) \cup (Q \cap Q')$
 (۳) $(Q' - Q) \cap (Z - Q)$ (۴) $(W \cap Q) \cup (Z \cap Q')$

۴- اگر دو بازه $[3x - 2, 3x]$ و $(7x - 2, 7x]$ دارای اشتراک غیر تهی باشند، چند مقدار صحیح به جای x می‌توان قرار داد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۵- اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A - B$ (۳) $B - A$ (۴) $A \cup (B \cap A)$

۶- اگر $B' \subseteq A'$ باشد، متمم مجموعه $((A - B) \cup (B - A)) \cup (A \cap B)$ برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۷- فرض کنید $3n(A) = 4n(B)$ و $n(A \cap B) = 2n(A - B)$. اگر $n(A \cup B) = 26$ باشد، آن گاه $n(B)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

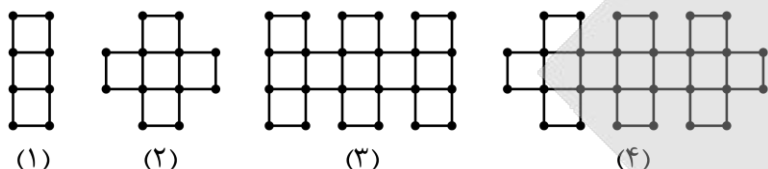
محل انجام محاسبات



۸- در یک کلاس ۷۵ نفری، دانش آموزان عضو تیم فوتبال یا والیبال هستند یا در هیچ کدام از این دو رشته فعالیت نمی کنند. تعداد کسانی که ورزشکار هستند، دو برابر تعداد کسانی است که فقط یکی از دو رشته فوتبال یا والیبال را انجام می دهند و تعداد فوتبالیست ها ۵ برابر تعداد کسانی است که فقط والیبال بازی می کنند. اگر ۱۵ نفر هیچ ورزشی انجام ندهند، چند نفر فقط فوتبال بازی می کنند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۹- با توجه به شکل های زیر، تعداد چوب کبریت ها در مرحله یازدهم کدام است؟



- (۱) ۱۲۶ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۰۶ (۴) ۸۲

۱۰- جمله دهم الگوی خطی $1, 3, \dots$ با جمله چندم الگوی درجه دوم $1, 4, 9, 16, \dots$ برابر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۱- اعداد طبیعی را به صورت $\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \{11, \dots, 18\}, \dots$ دسته بندی می کنیم. مجموع جملات دسته ششم به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۹

۱۲- در دنباله حسابی t_n ، اگر $t_1 = -29$ و $t_{13} = -44$ باشد، چندمین جمله این دنباله برابر -204 است؟

- (۱) ۴۳ (۲) ۴۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶

۱۳- در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، رابطه $a_4 - a_1 = a_3 \times a_5$ برقرار است. قدرنسبت دنباله چند برابر جمله اول است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

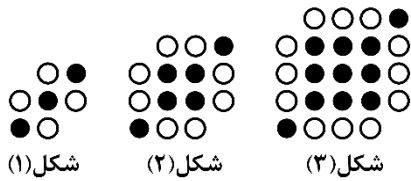
۱۴- دو دنباله حسابی زیر چند جمله مشترک کوچک تر از ۴۵۹ و بزرگ تر از ۳۵۹ دارند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$$\begin{cases} 1, 7, 13, \dots \\ 1, 8, 15, \dots \end{cases}$$

محل انجام محاسبات

۱۵- در یک دنباله حسابی، اگر جمله یازدهم دنباله برابر تعداد دایره‌های سفید در شکل ششم الگوی زیر و جمله چهاردهم دنباله برابر با تعداد دایره‌های سیاه در شکل چهارم الگوی زیر باشد، جمله چندم دنباله حسابی برابر صفر است؟



(۱) ۲۱

(۲) ۲۳

(۳) ۲۲

(۴) ۲۴

۱۶- جمله سوم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت برابر ۷۲ و جمله پنجم آن برابر ۱۶۲ است. مجموع جملات اول و دوم آن کدام است؟

(۴) ۹۲

(۳) ۸۰

(۲) ۹۶

(۱) ۸۴

۱۷- بین دو عدد $\frac{1}{4}$ و ۲۵۶، هشت واسطه هندسی درج می‌کنیم. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه کدام است؟ (جمله اول برابر $\frac{1}{4}$ است.)

(۴) ۲۵۵

(۳) ۱۲۷

(۲) ۶۳

(۱) ۳۱

۱۸- در دنباله هندسی و غیر حسابی $\dots, 2, 5x, 3x, 1-x, 2x$ واسطه حسابی جملات چهارم و هفتم کدام است؟

(۴) ۱۱۲

(۳) ۱۰۶

(۲) ۱۰۸

(۱) ۱۱۰

۱۹- جملات سوم و پنجم یک دنباله هندسی، به ترتیب جمله دوم و پنجم یک دنباله حسابی غیر ثابت هستند. اگر جمله اول دنباله حسابی برابر صفر باشد، جمله ششم دنباله هندسی، چند برابر جمله دوم آن است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۴

(۲) ۹

(۱) ۸۱

۲۰- در دنباله هندسی t_n با شرط $t_n > 0$ ، اگر $t_8 + t_6 = 20$ و $t_6 - t_1 = 60$ باشند، جمله دوم این دنباله کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{8}$

محل انجام محاسبات

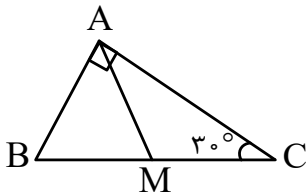
۲۱- اگر در مثلث $\triangle ABC$ ، همواره $\hat{A} = 2\hat{B} = 30^\circ$ باشد، آن گاه ضلع BC چند برابر ضلع AB است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۲- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=6$ و $AC=10$ است. اگر زاویه بین نیمسازهای زوایای B و C برابر 150° باشد، طول ضلع BC کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۲۳- در شکل مقابل، مثلث $\triangle ABC$ قائم الزاویه در رأس A ، $\hat{C} = 30^\circ$ و M وسط BC است. شعاع دایره‌ای که از نقاط A ، B و C می‌گذرد، چند برابر شعاع دایره‌ای است که از نقاط A ، M و B می‌گذرد؟



- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) ۲

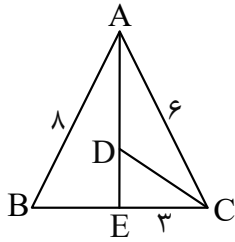
۲۴- در مثلث $\triangle ABC$ داریم $\hat{A} + \hat{C} = 60^\circ$ و $AB = 2BC = 12$. اندازه نیمساز داخلی زاویه B کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۲۵- در یک مثلث با اضلاع ۶، ۱۲ و ۱۴، طول میانه وارد بر ضلع بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{27}$ (۲) $\sqrt{33}$ (۳) $\sqrt{41}$ (۴) $\sqrt{52}$

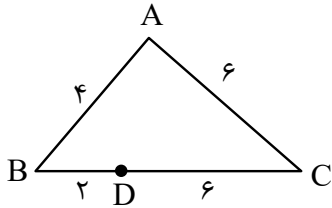
محل انجام محاسبات



۲۶- در شکل مقابل، AE و CD نیمساز زوایا هستند. طول نیمساز CD کدام است؟

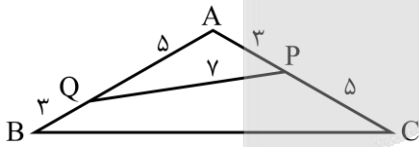
- (۱) $\sqrt{10}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) ۴

۲۷- در مثلث ABC ، طول اضلاع AC و AB به ترتیب ۶ و ۴ است و نقطه D روی BC طوری قرار دارد که فاصله آن از B و C به ترتیب ۲ و ۶ است. فاصله نقطه D از A کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

۲۸- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی $PQBC$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{49\sqrt{3}}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

۲۹- در مثلث ABC ، $AC = 2AB = 4$ و زاویه $\hat{A} = 120^\circ$ است، فاصله پای میانه تا پای نیمساز وارد بر ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۳۰- در مثلث ABC ، اگر $c = 3\sqrt{3}$ و $a \cos \hat{B} = b \cos \hat{A}$ و $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

- (۱) $3(2 + \sqrt{3})$
- (۲) $6(1 + \sqrt{3})$
- (۳) $3 + \sqrt{3}$
- (۴) $6 + \sqrt{3}$

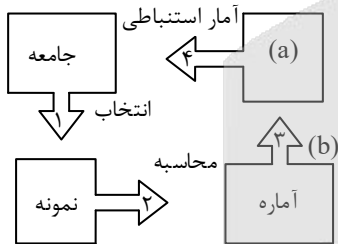
محل انجام محاسبات

- ۳۱- چه تعداد از متغیرهای زیر، کیفی اسمی است؟
 الف) گروه خونی افراد یک کلاس
 ب) نمرات آمار و احتمال دانش آموزان یک کلاس
 ج) قد دانش آموزان یک کلاس
 د) تعداد سرنشینان خودروهای عبوری
 ه) میزان بارندگی در یک فصل شهر تهران
 و) تعداد خودروهای تولیدی شهر تهران در هر سال
- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

- ۳۲- برای بررسی «تعداد قهرمانی تیم‌های مختلف اسپانیایی در لالیگا طی ۳۰ سال گذشته» و نیز برای بررسی «تعداد خودروهای تک‌سرنشین عبوری از خیابان اصلی یک شهر در یک ساعت» به ترتیب کدام یک از روش‌های آماری زیر مناسب‌تر است؟

- ۱) مشاهده - پرسش‌نامه
 ۲) دادگان - مشاهده
 ۳) مصاحبه - دادگان
 ۴) پرسش‌نامه - مصاحبه

- ۳۳- با توجه به شکل مقابل، مکان‌های a و b جانشین کدام یک از موارد زیر هستند؟



- ۱) برآورد a ، گردآوری b
 ۲) برآورد a ، تخمین b
 ۳) پارامتر a ، برآورد b
 ۴) میانگین a ، برآورد b

- ۳۴- در نمونه‌گیری خوشه‌ای معمولاً تفاوت از خوشه‌ای به خوشه‌ی دیگر و در نمونه‌گیری طبقه‌ای معمولاً تفاوت در اعضای درون هر طبقه است.

- ۱) کم - کم ۲) کم - زیاد ۳) زیاد - کم ۴) زیاد - زیاد

محل انجام محاسبات

- ۳۵- از بین ۲۴۰ دانش آموز مدرسه که لیست آن ها را در اختیار داریم، می خواهیم ۱۲ نفر انتخاب کنیم. اگر نمونه گیری به روش سیستماتیک باشد و دانش آموز شماره ۵۳ انتخاب شده باشد، کدام شماره حتماً انتخاب شده است؟
- (۱) ۲۱۳ (۲) ۲۰۳ (۳) ۱۶۳ (۴) ۸۳
- ۳۶- از جامعه ۲,۳,۳,۵,۷,۷,۹,۱۲ نمونه ای به اندازه ۶ انتخاب می کنیم. احتمال آن که برآورد میانگین با پارامتر، یکسان باشد تقریباً چند درصد است؟
- (۱) ۳۵ (۲) ۲۸ (۳) ۲۱ (۴) ۱۴
- ۳۷- داده های ۱,۲,۳,۴,...,۶۰ مفروض اند. تمام نمونه های چهار عضوی را در نظر گرفته و آماره های به دست آمده برای میانگین را به صورت دنباله ای صعودی می نویسیم. مجموع پنج عضو اول از آن دنباله، کدام است؟
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴/۷۵ (۳) ۱۴/۵ (۴) ۱۴/۲۵
- ۳۸- در یک مدرسه ۵۷۸ دانش آموز در ۱۷ کلاس ۳۴ نفری مشغول به تحصیل هستند، a و b هم کلاس بوده ولی c در کلاس دیگری است. اگر نمونه ای ۶۸ نفری به شیوه خوشه ای از آن مدرسه انتخاب شود، احتمال آن که a و b هر دو در آن نمونه باشند ولی c در آن نمونه حضور نداشته باشد، تقریباً چند درصد است؟
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۱ (۴) ۶
- ۳۹- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه ای به صورت (۲/۹۳, ۳/۸۱) و انحراف معیار جامعه برابر ۲/۲ باشد، اندازه نمونه کدام است؟
- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۲۵۰
- ۴۰- در جامعه ای با واریانس ۷/۸۴، حداقل اندازه نمونه ها چقدر باشد تا یقین حاصل کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین ها کمتر یا مساوی ۰/۵۶ باشد؟
- (۱) ۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکورهای ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی		ردیف
		تا	از				
۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه	۲۵ دقیقه	۶۰	۴۱	۲۰	فیزیک دهم	انتخاب یک	۱
	۲۵ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک یازدهم	درس به دلخواه	
	۲۰ دقیقه	۱۰۰	۸۱	۲۰	شیمی دهم	انتخاب یک	۲
	۲۰ دقیقه	۱۲۰	۱۰۱	۲۰	شیمی یازدهم	درس به دلخواه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استانداردهای دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره ماز

<p>شیمی ۱</p> <p>آب، آهنگ زندگی (تا قبل از انحلال پذیری نمک‌ها) صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰</p> <p>سهم در کنکور: ۲ سؤال</p>	<p>فیزیک ۱</p> <p>دما و گرما صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶</p> <p>سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال</p>	<p>آمار و احتمال</p> <p>آمار استنباطی صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱</p> <p>سهم در کنکور: —</p>	<p>ریاضی پایه</p> <p>مجموعه، الگو و دنباله ریاضی ۱: صفحه‌های ۲ تا ۲۷ حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶</p> <p>سهم در کنکور: ۱ سؤال</p>
<p>شیمی ۲</p> <p>پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۳</p> <p>سهم در کنکور: ۲ سؤال</p>	<p>فیزیک ۲</p> <p>القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰</p> <p>سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال</p>	<p>آمار و احتمال</p> <p>آمار استنباطی صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱</p> <p>سهم در کنکور: —</p>	<p>هندسه ۲</p> <p>روابط طولی در مثلث صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴</p> <p>سهم در کنکور: ۲ سؤال</p>

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ (بیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشتر



فیزیک پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۴۱- دمای هوای شهرستان آباده در یک روز زمستانی 1°C - می‌باشد، این دما برحسب کلونین و فارنهایت به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۲۶۳ و ۵۰ (۲) ۲۸۳ و ۵۰ (۳) ۲۶۳ و ۱۴ (۴) ۲۸۳ و ۱۴

۴۲- مساحت یک ورقه مسی 100cm^2 است. اگر دمای ورقه را 20°C افزایش دهیم، مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ $(\alpha_{\text{مس}} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}})$

- (۱) ۰/۰۶۸ (۲) ۶/۸ (۳) ۰/۰۳۴ (۴) ۳/۴

۴۳- تکه فلزی به جرم 1000g و چگالی $\frac{25\text{g}}{\text{cm}^3}$ را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $\frac{5700\text{J}}{\text{C}}$ که حاوی $1/5\text{kg}$ آب است، می‌اندازیم. فلز گرمای Q را از دست می‌دهد و دمای آب و ظرف 5°C افزایش می‌یابد تا مجموعه به تعادل گرمایی برسد. در صورتی که تغییر حجم فلز در این فرایند 0.6cm^3 باشد، ضریب انبساط حجمی آن چند واحد SI است؟

$(c_{\text{آب}} = \frac{4200\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, c_{\text{فلز}} = \frac{600\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}})$

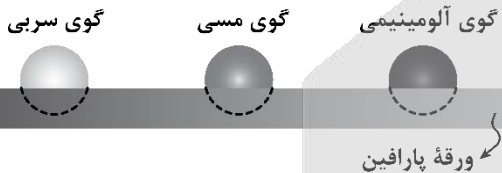
- (۱) $1/5 \times 10^{-4}$ (۲) 5×10^{-4} (۳) 5×10^{-5} (۴) $1/5 \times 10^{-5}$

۴۴- سه گوی فلزی از جنس‌های مختلف که همگی جرم یکسانی دارند را توسط ریسمان‌هایی داخل ظرف آبی که در حال جوشیدن است، قرار داده و پس از مدتی طولانی، گوی‌ها را بیرون آورده و آن‌ها را مطابق شکل، روی یک ورقه پارافین قرار می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: دمای اولیه هر سه گوی، یکسان و مقدار پارافین ذوب‌شده توسط هر سه گوی نیز، یکسان است.

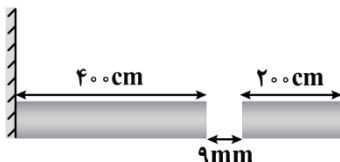
ب: گوی با ظرفیت گرمایی بالاتر، دمای نهایی بیش‌تری دارد.

پ: گوی‌ها، ورقه پارافین را در زمان‌های یکسان ذوب می‌کنند.



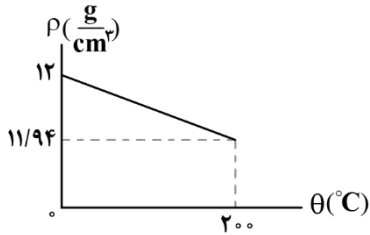
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۵- در شکل زیر، دو میله فلزی هم‌جنس در دمای 35°C - به صورت افقی، با فاصله 9mm مقابل هم قرار گرفته‌اند. اگر دمای میله‌ها را حداقل به 65°C برسانیم، دو میله به یکدیگر می‌رسند. ضریب انبساط طولی میله‌ها چند بر درجه فارنهایت است؟ (میلۀ سمت چپ به یک دیوار قائم ثابت وصل شده است).



- (۱) 10^{-5} (۲) $\frac{9}{5} \times 10^{-5}$ (۳) $\frac{3}{2} \times 10^{-5}$ (۴) $\frac{5}{6} \times 10^{-5}$

۴۶- نمودار تقریبی تغییر چگالی فلزی بر حسب تغییر دمای آن مطابق شکل است. اگر دمای این فلز را ۱۶۰ کلوین کاهش دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می کند؟



- (۱) ۰/۴، کاهش
 (۲) ۰/۴، افزایش
 (۳) ۴، افزایش
 (۴) ۴، کاهش

۴۷- چند کیلوژول گرما لازم است تا یک قطعه ۵۰ گرمی مس در نقطه ذوب خود به طور کامل ذوب شود؟ ($L_F = 134 \frac{kJ}{kg}$)

- (۱) ۶۷ (۲) ۶/۷ (۳) ۷۶ (۴) ۷/۶

۴۸- ۴۰۰ گرم نقره با دمای ۷۱۰°C درون یک کوره با توان ۵kW و راندمان ۶۰ درصد قرار دارد. چند ثانیه طول می کشد تا کل نقره به طور کامل ذوب شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۲۰۰

نقطه ذوب نقره (°C)	گرمای نهان ذوب نقره ($\frac{kJ}{kg}$)	گرمای ویژه نقره ($\frac{J}{kg \cdot K}$)
۹۶۰	۹۰	۲۴۰

۴۹- توجیه فیزیکی چه تعداد از موارد زیر، مربوط به تبخیر سطحی است؟

الف: کوزه های سفالی می توانند آب درون خود را خنک کنند.

ب: برای جلوگیری از سرد شدن بیش از حد یک سالن، یک تشت بزرگ پر از آب را در سالن قرار می دهند.

پ: تمیز کردن محل تزریق سرم با الکل، سبب احساس خنکی در آن محل می شود.

ت: در گروهی از جانوران خونگرم و انسان، تعریق بدن باعث تنظیم دمای بدن آنها می شود.

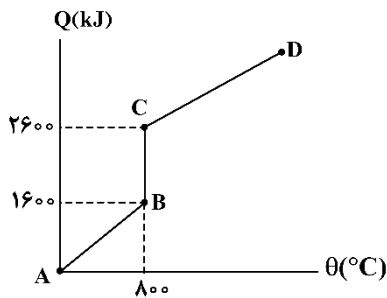
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۰- در یک گلخانه برای جلوگیری از سرد شدن بیش از حد سالن در شب هنگام، یک تشت بزرگ آب به دمای ۱۷°C را در سالن قرار داده اند. اگر ۱۰ درصد آب درون تشت یخ بزند و $12/6 MJ$ گرما به محیط پیرامونش منتقل شود، جرم آب باقی مانده در تشت چند kg است؟ ($L_F = 336 \frac{kJ}{kg}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot C}$)

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

محل انجام محاسبات

۵۱- به جسم جامدی با دمای صفر درجه سلسیوس گرما می‌دهیم. نمودار گرما بر حسب دما برای این جسم مطابق شکل می‌باشد. اگر گرمای ویژه این جسم در حالت جامد $400 \frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای نهان ذوب آن چند $\frac{J}{kg}$ است؟



- (۱) 10^2
 (۲) 2×10^2
 (۳) 10^5
 (۴) 2×10^5

۵۲- یک گرمکن الکتریکی به طور کامل در 100 گرم آب درون یک گرماسنج قرار داده می‌شود. این گرمکن ابتدا در مدت یک دقیقه دمای آب و گرماسنج را از $36^\circ C$ به $46^\circ C$ و سپس، در مدت 18 دقیقه، $\frac{1}{3}$ از جرم آب درون گرماسنج را به بخار تبدیل می‌کند. توان گرمکن چند وات است؟ ($L_V = 2268 \frac{kJ}{kg}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg^\circ C}$)

- (۱) 50 (۲) 100 (۳) 150 (۴) 200

۵۳- مقدار گرمایی که $100g$ آب $40^\circ C$ را به بخار آب $100^\circ C$ تبدیل می‌کند، چند گرم یخ $0^\circ C$ را می‌تواند به آب $0^\circ C$ تبدیل کند؟ ($L_V = 540 \text{ cal/g}$, $L_F = 80 \text{ cal/g}$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

- (۱) 750 (۲) 1500 (۳) 650 (۴) 1300

۵۴- گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $840 \frac{J}{K}$ دارای $200g$ آب $50^\circ C$ است. اگر $100g$ یخ $-20^\circ C$ را وارد گرماسنج کنیم، پس از مدتی، دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2100 \frac{J}{kg.K}$, $L_F = 336 \frac{J}{g}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

- (۱) 22 (۲) 18 (۳) 15 (۴) 25

۵۵- مخلوط $300g$ آب و $100g$ یخ در تعادل گرمایی هستند. با انداختن فلزی به جرم $4kg$ و دمای $100^\circ C$ در این مخلوط، آب و یخ $67200J$ گرما دریافت کرده و هر سه به تعادل گرمایی می‌رسند. گرمای ویژه فلز چند واحد SI است؟

(مجموعه، هیچ تبادل گرمایی با محیط ندارد و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg^\circ C}$, $L_F = 336 \frac{kJ}{kg}$)

- (۱) 210 (۲) 160 (۳) 230 (۴) 150

محل انجام محاسبات

۵۶- وقتی یک تیر چوبی و یک میله فلزی را لمس می‌کنیم، میله فلزی سردتر به نظر می‌رسد؛ زیرا در میله فلزی بیش‌تر است.

- (۱) تابش گرمایی
 (۲) رسانش گرمایی
 (۳) جریان همرفتی طبیعی
 (۴) جریان همرفتی واداشته

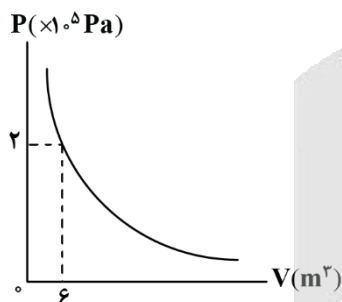
۵۷- در یک فرایند هم‌حجم، دمای مطلق گازی را $\frac{4}{5}$ برابر می‌کنیم. فشار گاز چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) $\frac{4}{5}$
 (۳) ۱
 (۴) $\frac{5}{4}$

۵۸- فشار مطلق هوای درون لاستیک یک دوچرخه در شرایطی که دمای هوا 27°C است، 2atm است. دوچرخه‌سوار مدت ۴۰ دقیقه دوچرخه‌سواری می‌کند. سپس دوباره فشار هوای لاستیک را با فشارسنج اندازه می‌گیرد و فشارسنج عدد $1/2\text{atm}$ را نمایش می‌دهد. دمای هوای درون لاستیک در این شرایط چند درجه سلسیوس است؟ ($P_0 = 1\text{atm}$) و حجم هوا ثابت می‌ماند.

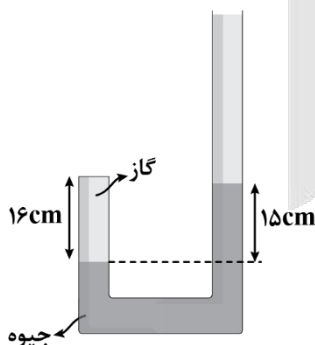
- (۱) ۱۷۷
 (۲) -۹۳
 (۳) ۲۰۰
 (۴) ۵۷

۵۹- نمودار فشار برحسب حجم در دمای ثابت برای یک مول گاز، مطابق شکل می‌باشد. زمانی که حجم گاز 16m^3 است. فشار گاز چند کیلوپاسکال است؟



- (۱) ۱۰۰
 (۲) ۷۵
 (۳) ۵۰
 (۴) ۲۵

۶۰- در شکل زیر، داخل لوله U شکلی به سطح مقطع 5cm^2 مقداری جیوه قرار دارد و ارتفاع گاز محبوس برابر 16cm است. در دمای ثابت، چند سانتی‌متر مکعب جیوه درون لوله بریزیم تا ارتفاع گاز محبوس در طرف بسته لوله 12cm شود؟ ($P_0 = 75\text{cmHg}$ و شاخه سمت راست به حد کافی بلند است).



- (۱) ۳۸
 (۲) ۱۹۰
 (۳) ۴۵
 (۴) ۲۲۵

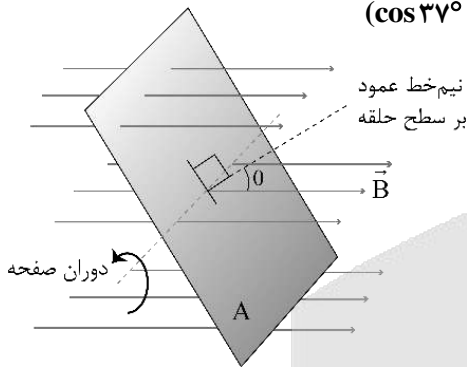
محل انجام محاسبات

فیزیک پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۶۱- اگر حلقه‌ای دایره‌ای که سطح آن عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار دارد را به صورت قابی مربعی در آوریم و دوباره سطح آن را عمود بر خطوط همان میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چه تغییری خواهد کرد؟ ($\pi = 3$)

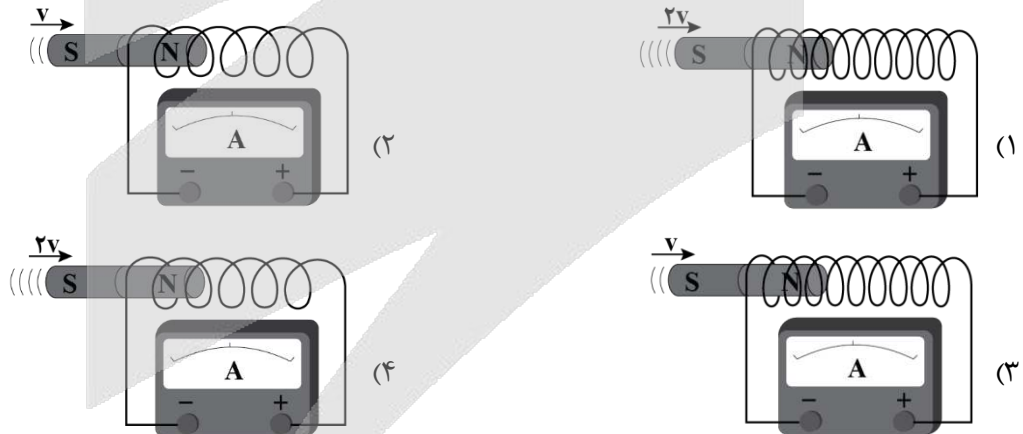
- (۱) ۵۶ درصد کاهش می‌یابد.
 (۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.
 (۳) ۱۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
 (۴) ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۶۲- در شکل زیر، یک صفحه به مساحت 0.6m^2 در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 0.2T در جهت نشان داده شده در حال دوران است. در مبداء زمان $\theta = 37^\circ$ بوده و در مدت 0.3s به اندازه 83° دوران می‌کند. تغییرات شار مغناطیسی در این صفحه در این مدت چند میلی‌وهر بوده است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) ۱۵۶
 (۲) -۱۵۶
 (۳) ۳۱۲
 (۴) -۳۱۲

۶۳- مطابق شکل‌های زیر، یک آهنربا را با تندی‌های مختلف وارد سیملوله‌های متفاوت می‌کنیم. در کدام گزینه جریان اندازه‌گیری شده توسط گالوانومتر بزرگ‌تر است؟

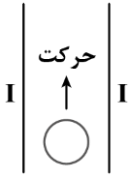


محل انجام محاسبات

۶۴- کدام یک از یکاهای زیر معادل وبر بر میلی ثانیه است؟

- (۱) ولت بر میلی آمپر (۲) میلی ولت بر اهم (۳) کیلوولت (۴) کیلوژول بر ولت

۶۵- در شکل زیر، دو سیم راست و بسیار بلند باهم موازی اند و حامل جریان ثابت و یکسان I هستند. یک حلقه رسانا بین دو سیم و به موازات آنها به سمت بالا در حال حرکت است. در چه تعداد از موارد زیر، جریان القایی در حلقه به وجود می آید؟



الف: جهت جریان هر دو سیم به سمت بالا باشد.

ب: جهت جریان هر دو سیم به سمت پایین باشد.

پ: جریان های دو سیم، خلاف جهت هم باشد.

ت: حلقه به صورت شتاب دار حرکت کند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۶- کدام گزینه قانون لنز را به درستی بیان کرده است؟

(۱) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچ در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می کند.

(۲) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچ در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، موافقت می کند.

(۳) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچ در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، موافقت می کند.

(۴) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچ در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، مخالفت می کند.

۶۷- معادله شار مغناطیسی گذرنده از سطح یک پیچ در SI به صورت $\phi = 2t^2 - 3t + 5$ است. اگر نیروی محرکه القایی متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر ۱۱۰ ولت باشد، این پیچ چند حلقه دارد؟ (یکاهای SI)

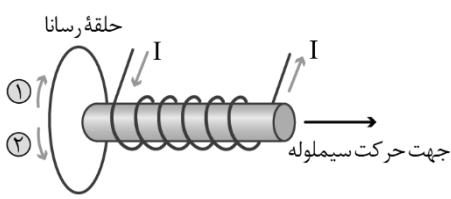
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

۶۸- سیملوله ای با ۱۰۰ دور و مساحت سطح مقطع 20 cm^2 عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $\frac{T}{s} = 0.8$ و شدت جریان القا شده در سیملوله 2 mA باشد، مقاومت الکتریکی سیملوله چند اهم است؟

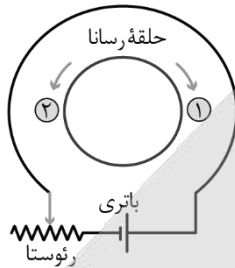
- (۱) ۰/۴ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۰/۸

محل انجام محاسبات

۶۹- در شکل (۱)، سیملوله حامل جریان از حلقه دور می‌شود و در شکل (۲) لغزنده رئوستا در حال حرکت به سمت چپ است. جهت جریان القایی در حلقه‌ها در هریک از شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



شکل (۱)



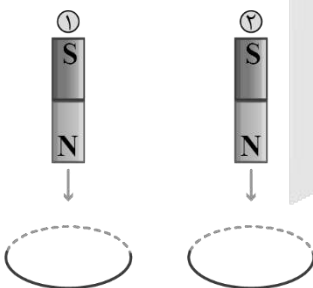
شکل (۲)

- (۱) ۱، ۱
- (۲) ۲، ۱
- (۳) ۱، ۲
- (۴) ۲، ۲

۷۰- یک قاب رسانای مستطیل شکل به ابعاد $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی 10^3 G به گونه‌ای قرار گرفته است که خطوط میدان با نیم‌خط عمود بر حلقه زاویه 37° ساخته‌اند. اگر در مدت 2 ms اندازه میدان مغناطیسی به $6 \times 10^3 \text{ G}$ رسیده و قاب طوری بچرخد که زاویه بین خطوط میدان و سطح حلقه به 30° برسد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این بازه زمانی چند ولت خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)

- (۱) $2/2$
- (۲) $1/8$
- (۳) $3/9$
- (۴) $5/4$

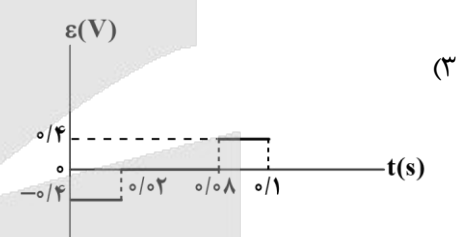
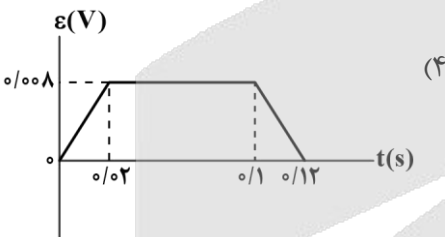
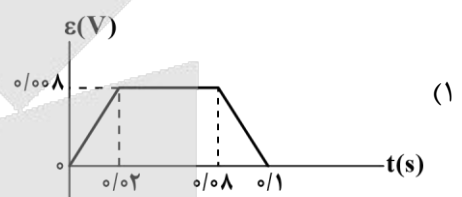
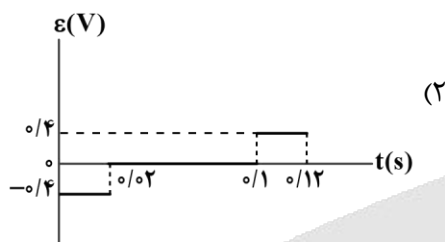
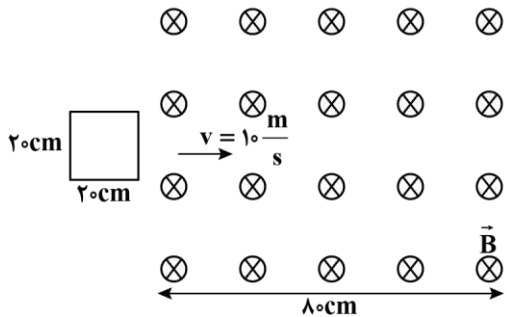
۷۱- دو آهنربای میله‌ای مشابه را مطابق شکل، به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک به سطح زمین به طور همزمان رها می‌کنیم به طوری که در حین سقوط آهنربای شماره (۱) از حلقه‌ای رسانا و آهنربای شماره (۲) از حلقه‌ای نارسانا عبور می‌کند. اگر سطح زمین در محل برخورد آهنربا نرم باشد، کدام گزینه درست است؟ (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید)



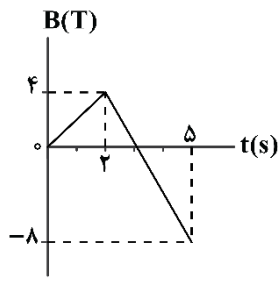
- (۱) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۱) نسبت به آهنربای شماره (۲) بیشتر است.
- (۲) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۲) نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر است.
- (۳) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است.
- (۴) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است.

محل انجام محاسبات

۷۲- مطابق شکل زیر، حلقهٔ رسانای مربع شکلی به ضلع 20cm در لحظه $t=0$ با تندی ثابت $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی درون سوی \vec{B} به بزرگی 0.2T می‌شود. کدام گزینه، نمودار نیروی محرکه القایی در حلقه را بر حسب زمان به درستی نشان می‌دهد؟ (بردار عمود بر سطح حلقه را درون سو در نظر بگیرید.)



۷۳- نمودار تغییرات میدان مغناطیسی گذرنده از یک پیچۀ دارای 100 حلقه به مساحت 200cm^2 مطابق شکل زیر است. اگر میدان با سطح پیچۀ زاویه 60° بسازد، اندازهٔ بار الکتریکی شارش شده در پیچۀ از $t=1\text{s}$ تا $t=4\text{s}$ چند کولن است؟ (مقاومت هر حلقه 0.3Ω است.)



- (۱) ۲
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $4\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

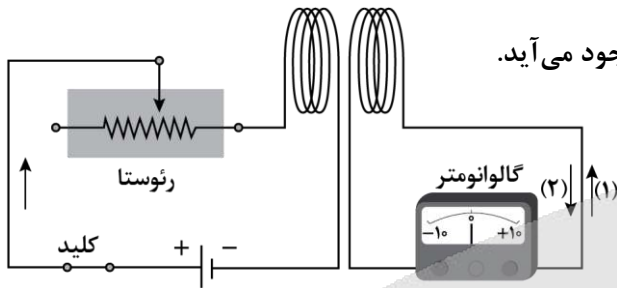
۷۴- کدام یک از موارد زیر، نادرست است؟

- الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می‌شود.
 ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می‌شود.
 پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می‌شود.

- (۱) «الف» و «ب»
 (۲) «ب» و «پ»
 (۳) «الف» و «پ»
 (۴) «الف» و «ب» و «پ»

۷۵- در شکل زیر، لغزنده رؤستا را به سمت چپ حرکت می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

- الف: جریان الکتریکی گذرنده از پیچۀ سمت چپ کاهش می‌یابد.
 ب: شار گذرنده از پیچۀ سمت راست، کاهش می‌یابد.



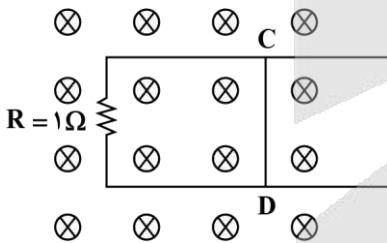
پ: در پیچۀ سمت راست، جریان القایی در جهت (۲) به‌وجود می‌آید.

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۷۶- شکل زیر، رسانای U شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $0.2T$ که عمود بر صفحه و درون سو است، نشان

می‌دهد. اگر میله CD به طول $2m$ با سرعت $5 \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت کند، اندازه و جهت جریان القایی در میله

کدام است؟ (به جز مقاومت R، مقاومت سایر اجزا صفر است.)



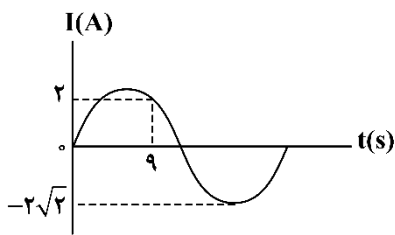
- (۱) ۱A، از D به C
 (۲) ۱A، از C به D
 (۳) ۲A، از D به C
 (۴) ۲A، از C به D

محل انجام محاسبات

۷۷- در انتقال توان الکتریکی از نیروگاه به محل مصرف، دلیل افزایش ولتاژ در ابتدای مسیر و کاهش ولتاژ در انتهای مسیر، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، افزایش امنیت در محل مصرف
- (۲) افزایش سرعت انتقال انرژی، صرفه‌جویی در مصرف انرژی
- (۳) افزایش سرعت انتقال انرژی، افزایش امنیت در محل مصرف
- (۴) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، صرفه‌جویی در مصرف انرژی

۷۸- نمودار تغییرات جریان سینوسی متناوب عبوری از مقاومت $R = 5\Omega$ بر حسب زمان، مطابق شکل است. توان مصرفی مقاومت در لحظه $t = 20s$ چند وات است؟



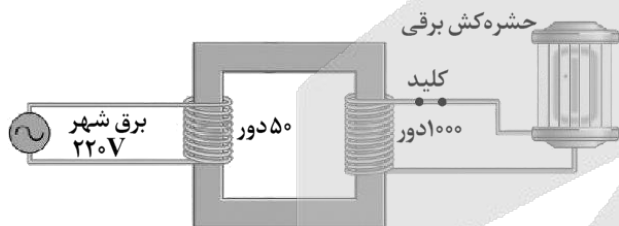
- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۰

۷۹- طول یک سیملوله بدون هسته، $30cm$ و سطح هر حلقه آن $40cm^2$ است. این سیملوله دارای 3000 حلقه نزدیک به هم است و از آن جریان الکتریکی $5A$ می‌گذرد. ضریب القاوری سیملوله چند میلی‌هنری است؟

$$\left(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}\right)$$

- (۱) ۷۵
- (۲) ۷/۵
- (۳) ۱۵۰
- (۴) ۱۵

۸۰- شکل زیر، یک مبدل آرمانی را نشان می‌دهد که ولتاژ لازم برای کار یک دستگاه حشره‌کش برقی را فراهم می‌کند. پیچۀ اولیه 50 دور دارد و به برق شهر (ولتاژ $220V$) وصل است. اگر پیچۀ ثانویه شامل 1000 دور باشد، مبدل ولتاژ چند ولت را برای کار کردن دستگاه حشره‌کش تأمین می‌کند؟



- (۱) ۴۴۰۰
- (۲) ۱۱
- (۳) ۴۱۸۰
- (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



شیمی پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۸۱- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در یون نیترات، برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی موجود در مولکول NO_2Cl بوده و چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در این یون مشابه به چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در است.

- (۱) ۲/۶۶ - گوگرد تری‌اکسید
(۲) ۲ - گوگرد تری‌اکسید
(۳) ۲/۶۶ - آمونیاک
(۴) ۲ - آمونیاک

۸۲- مقدار ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول منیزیم نیترات با غلظت 74 ppm و چگالی $1/25$ گرم بر میلی‌لیتر را با 250 میلی‌لیتر محلول منیزیم کلرید با غلظت 190 ppm و چگالی 1 گرم بر میلی‌لیتر مخلوط می‌کنیم. غلظت یون منیزیم در محلول حاصل از این فرایند برابر با چند ppm می‌شود؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $N = 14$, $O = 16$, $Mg = 24$, $Cl = 35/5$)

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۳۶



۸۳- تصویر مقابل، محلولی از اتانول در آب به حجم 125 میلی‌لیتر را نشان می‌دهد. اگر هریک از گوی‌های نشان داده شده در این محلول معادل با $10^{23} \times 1/505$ مولکول اتانول باشد، برای تهیه 800 میلی‌لیتر محلول $0/2$ مولار اتانول، باید چند میلی‌لیتر از این محلول را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۵ (۴) ۷۵

۸۴- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، 1 لیتر محلول $0/2$ مولار سدیم کلرید با 8 لیتر محلول نقره نیترات با چگالی $1/25$ گرم بر میلی‌لیتر و غلظت معین به‌طور کامل واکنش می‌دهد. غلظت محلول نقره نیترات مصرف شده در این فرایند بر حسب ppm کدام است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $N = 14$, $O = 16$, $Ag = 108$)

- (۱) ۸۵۰ (۲) ۳۴۰۰ (۳) ۲۲۵۰ (۴) ۱۷۰۰

۸۵- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، نسبت میان شمار اتم‌ها به شمار عناصر در مقایسه با سایر ترکیب‌ها بیشتر است؟ (فرمول شیمیایی یون سیلیکات به صورت SiO_4^{4-} است.)

- (۱) آلومینیم سولفات (۲) آهن (III) نیترات (۳) کلسیم هیدروکسید (۴) مس (II) سیلیکات

۸۶- درصد جرمی سدیم در مخلوطی به جرم 125 گرم از منیزیم سولفات و سدیم سولفات برابر با $18/4\%$ است. این مخلوط جامد را در مقداری آب حل می‌کنیم. اگر غلظت مولی یون سولفات در محلول حاصل برابر با $0/5$ مول بر لیتر باشد، حجم این محلول برابر با چند لیتر است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $O = 16$, $Na = 23$, $Mg = 24$, $S = 32$)

- (۱) ۱/۴ (۲) ۳/۲ (۳) ۱/۹ (۴) ۲/۵

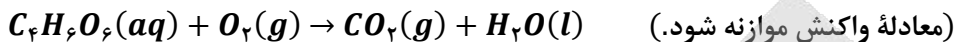
۸۷- غلظت یون فلوئورید در محلول $0/045$ مولار کلسیم فلوئورید با چگالی $1/14$ گرم بر میلی‌لیتر، بر حسب ppm کدام است؟ ($F = 19 \text{ g} \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۷۵۰

محل انجام محاسبات

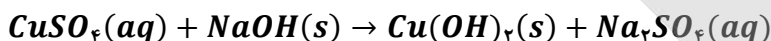
۸۸- برای اکسایش بخشی از تارتاریک اسید ($C_4H_6O_6$) موجود در ۲۰۰ میلی لیتر از محلول آبی آن، ۴۰ گرم گاز اکسیژن مصرف می شود. در صورتی که غلظت آغازی تارتاریک اسید در محلول، $3/4$ برابر غلظت پایانی آن باشد، به تقریب چند درصد از تارتاریک اسید موجود در محلول اولیه در این واکنش شرکت کرده است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$



(۱) ۷۵/۴ (۲) ۶۶/۷ (۳) ۸۲/۸ (۴) ۵۶/۲

۸۹- به ۴ کیلوگرم محلول $7500 ppm$ مس (II) سولفات، مقدار لازم سدیم هیدروکسید جامد اضافه می کنیم تا واکنش موازنه نشده زیر به طور کامل انجام شود. درصد جرمی یون سدیم در محلول به دست آمده در پایان واکنش پس از جدا کردن رسوب تقریباً چقدر می شود؟ ($Cu = 64, S = 32, O = 16 : g.mol^{-1}$)



(۱) ۰/۱۲۵ (۲) ۰/۲۱۶ (۳) ۰/۲۸ (۴) ۰/۴۳

۹۰- در ۲۵۰ میلی لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی سولفوریک اسید با چگالی $0.98 g.mL^{-1}$ ، چند گرم سولفوریک اسید وجود دارد و این محلول چند مولار است؟ ($S = 32, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱ - ۴۹ (۲) ۲ - ۴۹ (۳) ۱ - ۹۸ (۴) ۲ - ۹۸

۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف - به آب آشامیدنی مقدار بسیار کمی یون فلئورید می افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندان ها می شود.

ب - آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون های گوناگون است.

ج - چهار کاتیون فراوان آب کره، به صورت یون های تک اتمی هستند.

د - سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ کره وارد آب کره می شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۲- چند مورد از مطالب زیر، در مورد واکنش محلول باریوم کلرید و محلول سدیم سولفات درست هستند؟

الف - از این واکنش برای شناسایی یون باریوم می توان استفاده کرد.

ب - رنگ رسوب تولید شده با رنگ نمک کلسیم فسفات مشابه است.

ج - ساختار فضایی یون چند اتمی موجود در این واکنش، مشابه یون نیترات است.

د - اگر یک مول از هر واکنش دهنده وارد واکنش شود، مجموع مول یون ها در محلول ۱ واحد کاهش می یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب حاصل از فراوان ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، نادرست است؟

(۱) دارای دو نوع پیوند یونی و اشتراکی است.

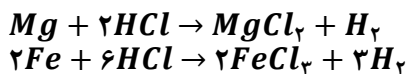
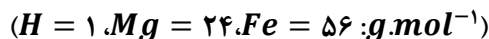
(۲) به هنگام تشکیل هر مول از این ترکیب، ۲ مول الکترون مبادله می شود.

(۳) در هر مول از این ترکیب، مشابه ترکیب کلسیم کربنات، ۲ مول یون وجود دارد.

(۴) ساختار فضایی فراوان ترین آنیون چند اتمی آب دریا، مشابه ساختار فضایی کاتیون موجود در آن است.

محل انجام محاسبات

۹۴- اگر ۲۱۶ گرم آلیاژی شامل منیزیم و آهن با هیدروکلریک اسید واکنش دهد و در شرایطی که چگالی گاز هیدروژن برابر با ۰/۲۵ گرم بر لیتر است، ۵۲ لیتر گاز هیدروژن تولید شود، جرم آهن موجود در آلیاژ چند گرم است؟



۵۶ (۴)

۸۴ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۶۸ (۱)

۹۵- فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، درست است؟

(۲) نقره هیدروکسید: $AgOH$

(۱) مس(I) سولفات: Cu_2S

(۴) کروم(III) فسفات: $CrPO_3$

(۳) پتاسیم(I) کربنات: K_2CO_3

۹۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

(۱) کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.

(۲) جرم کل آب‌های روی کره زمین، به تقریب ۳۰ برابر جرم کل نمک‌های موجود در آن است.

(۳) در ترکیب حاصل از فراوان‌ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، دو نوع پیوند یونی و اشتراکی وجود دارد.

(۴) مخلوطی از گازهای O_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند.

۹۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در چه تعداد از ترکیب‌های زیر، با هم برابر است؟

ج - مس(I) نیتريد

ب - منیزیم نیترات

الف - آمونیوم سولفید

و - آهن(II) فسفات

ه - نقره سولفات

د - پتاسیم کربنات

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۹۸- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

(۱) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها، شربت معده، سود سوزآور و کنسرو تن ماهی کاربرد دارد.

(۲) نمک خوراکی را با روش شیمیایی و منیزیم را با روش فیزیکی از آب دریا استخراج می‌کنند.

(۳) به پیوند میان اتم هیدروژن با عناصر F ، O و N ، در یک مولکول، پیوند هیدروژنی می‌گویند.

(۴) دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمک‌های حل شده در آن بسیار زیاد است.

۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد استخراج فلز منیزیم از آب دریا نادرست است؟

(۱) در مرحله نهایی، نمکی سه اتمی را به کمک جریان برق، به عناصر سازنده‌اش تبدیل می‌کنند.

(۲) در مرحله نهایی، فلز منیزیم به صورت مذاب به همراه گازی زرد رنگ با خاصیت گندزدایی تولید می‌شود.

(۳) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با فراوان‌ترین آنیون آب دریا با هم واکنش می‌دهند تا نمکی نامحلول تولید شود.

(۴) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با آنیونی دو اتمی که دارای پیوند اشتراکی است، با هم واکنش می‌دهند تا ماده‌ای جامد تولید شود.

۱۰۰- چند لیتر محلول ۱۰ مولار منیزیم نیترات، باید با ۲/۵ لیتر محلول ۴ مولار آن مخلوط شود تا پس از رقیق شدن تا

حجم ۲۰ لیتر، به محلول ۲/۵ مولار این نمک تبدیل شود؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

شیمی پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۱۰۱- مولکول‌های موجود در یک نمونه از عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، مجموعاً شامل $10^{24} \times 1/204$ اتم در ساختار خود می‌شوند. برای تجزیه این ترکیب به اسید و الکل سازنده آن، به چند گرم آب نیاز است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۷/۲ (۴)

۵/۴ (۳)

۳/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

۱۰۲- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) پارچه خام به کمک عمل ریسندگی بر روی نخ تولید شده و پس از فراوری، به پارچه قابل استفاده تبدیل می‌شود.
- (۲) پنتیل اتانوات، عامل ایجاد کننده بو و طعم موز بوده و در هر مولکول از آن، ۶ پیوند اشتراکی کربن-کربن وجود دارد.
- (۳) پنبه از کنار هم قرار گرفتن الیاف سلولزی ساخته شده و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود.
- (۴) از پلی پروپن در تهیه پتو استفاده شده و همانند پلی وینیل کلرید، در ساختار آن هر اتم کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده است.

۱۰۳- فرمول شیمیایی پلی آمیدی که از واکنش میان ساده‌ترین عضو خانواده دی‌آمین‌ها و ساده‌ترین عضو خانواده دی‌اسیدها به دست می‌آید، به چه صورت است؟

($C_4H_6O_4N_2$)_n (۴)

($C_3H_4O_4N_2$)_n (۳)

($C_6H_8O_2N_2$)_n (۲)

($C_7H_8O_2N_2$)_n (۱)

۱۰۴- کدام یک از عبارات داده شده نادرست است؟

- (۱) پلی پروپن در شرایط اتاق به حالت جامد بوده و برخلاف مونومر خود، یک هیدروکربن سیرشده محسوب می‌شود.
- (۲) اتانول با فرمول C_2H_5OH دومین عضو از خانواده الکل‌های یک عاملی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
- (۳) مو، پوست بدن، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله پلیمرهای طبیعی هستند که فقط شامل عناصر O, C و H می‌شوند.
- (۴) از پلی استیرن برای تولید ظرف یکبار مصرف استفاده شده و در مولکول آن با n واحد تکرار شونده، $3n$ پیوند دوگانه وجود دارد.

۱۰۵- اگر فراورده‌های حاصل از سوختن کامل ساده‌ترین عضو خانواده آمین‌ها معادل با بخار آب و گازهای نیتروژن و کربن دی‌اکسید باشند، در فرایند سوختن کامل ۹۳ گرم متیل آمین، چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی $0/8$ گرم بر لیتر مصرف می‌شود؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۳۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۷۰ (۲)

۹۰ (۱)

۱۰۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) پلی اتن سنگین ظاهری کدر داشته و برخی از اتم‌های کربن آن، فقط به یک اتم H توسط پیوند اشتراکی متصل شده‌اند.
- (۲) پلی لاکتیک اسید، نوعی پلیمر زیست‌تخریب پذیر است که به کمک فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت و نیشکر تهیه می‌شود.
- (۳) مولکول‌های ویتامین (دی) از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند و همانند ۱-دکانول، نامحلول در آب هستند.
- (۴) همه عناصر موجود در ساختار پلی استرها، در ساختار مولکول‌های سازنده ویتامین‌ها نیز حضور دارند.

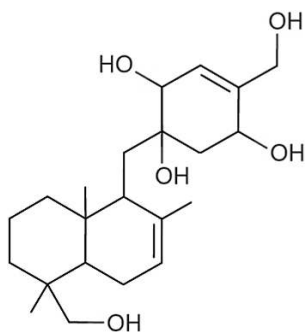
محل انجام محاسبات



۱۰۷- کدام مطلب در رابطه با بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول، درست است؟

- (۱) در ساختار هر دو، یک اتم هیدروژن متصل به اکسیژن وجود دارد.
- (۲) شماره اتم‌های کربن سازنده مولکول این دو ترکیب آلی با هم برابر است.
- (۳) هر دو مولکول در میدان الکتریکی جهت گیری کرده و انحلال پذیری آن‌ها در آب زیاد است.
- (۴) در ساختار مولکولی این دو ماده، اتم کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.

۱۰۸- با توجه به ساختار مولکول مقابل، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

الف - چهار اتم کربن در آن، تنها به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

ب - بیشتر از ۲۵٪ اتم‌های کربن، با اتم‌های اکسیژن پیوند دارند.

ج - شماره گروه‌های CH_2 در آن، ۲ برابر شماره گروه‌های CH_3 است.

د - شماره جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، ۵ برابر متیل آمین است.

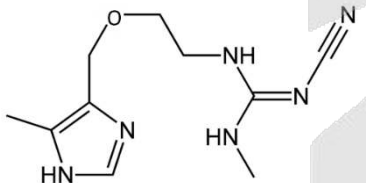
ه - اگر پیوندهای $C = C$ آن به پیوند یگانه تبدیل شود، جرم مولی آن ۴ واحد افزایش می‌یابد.

۱۰۹- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با سلولز درست است؟

- الف - برخلاف کولار، یک پلیمر زیست تخریب پذیر است.
- ب - مونومر سازنده آن، از تجزیه ذرات مالتوز تولید می‌شود.
- ج - نوعی پلی استر بوده و در ساختار آن، حلقه‌های شش ضلعی وجود دارد.
- د - عناصر موجود در ساختار این پلیمر، در ساختار ذرات پلی لاکتیک اسید نیز یافت می‌شود.
- ه - در طول سال‌های اخیر، روند تولید الیاف ساخته شده از این پلیمر، روند افزایشی داشته است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۰- درباره ترکیبی که ساختار مولکول آن نشان داده شده، کدام مطلب، نادرست است؟
($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



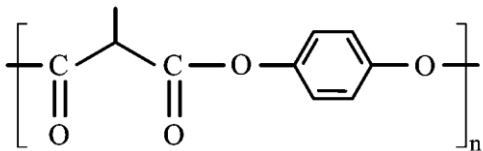
- (۱) این ترکیب می‌تواند در تهیه پلی آمیدها به کار رود.
- (۲) درصد جرمی دو عنصر از عناصر سازنده آن با هم برابر است.
- (۳) اختلاف تعداد پیوندهای $C - N$ و $C - H$ در آن، برابر تعداد اتم‌های نیتروژن است.
- (۴) شماره جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در این مولکول، نصف شماره اتم‌های هیدروژن است.

۱۱۱- همه عبارتهای زیر درست‌اند، به جز

- (۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی الکل‌ها، میزان انحلال پذیری این مواد در آب کاهش و نقطه جوش آن‌ها افزایش می‌یابد.
- (۲) تمام فراورده‌های تجزیه مواد زیست تخریب پذیر، در ساختار مولکولی خود شامل دومین عنصر فراوان زمین هستند.
- (۳) در مولکول‌هایی از پلی وینیل کلرید و پلی سیانواتن با شماره واحدهای تکرار شونده برابر، تعداد اتم‌های هیدروژن برابر است.
- (۴) سرعت تجزیه یک نمونه از کولار در طبیعت از سرعت تجزیه پلی لاکتیک اسید در طبیعت کمتر خواهد بود.

محل انجام محاسبات

۱۱۲- در یک ظرف آب در دمای معین، ۳۸/۴ گرم از پلیمر با ساختار زیر را قرار می‌دهیم. اگر در هر چهل دقیقه، ۱۲ درصد از مقدار اولیه پلیمر به مونومرهای سازنده‌اش تجزیه شود، بعد از گذشت دو ساعت به تقریب چند گرم دی‌اسید تولید شده و در دی‌الکل تولید شده در مجموع در حدود چند اتم H وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)
($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)



(۱) $۲/۱ \times ۱۰^{۲۳} - ۵/۸$

(۲) $۲/۱ \times ۱۰^{۲۳} - ۸/۵$

(۳) $۲/۶ \times ۱۰^{۲۳} - ۵/۸$

(۴) $۲/۶ \times ۱۰^{۲۳} - ۸/۵$

۱۱۳- کدامیک از عبارتهای زیر در مورد ترکیب‌های آلی و گروه‌های عاملی موجود در آنها نادرست است؟

- (۱) از واکنش ساده‌ترین آمین با متانوئیک اسید، ساده‌ترین ترکیب آمیدی تولید می‌شود.
 - (۲) کربوکسیلیک اسیدها نسبت به استرهای هم‌کربن با خود، نقطه جوش بالاتری خواهند داشت.
 - (۳) به شرط سیر شده و غیر حلقوی بودن یک آلدهید n کربنه، این ماده نسبت به یک کتون n کربنه همپار می‌شود.
 - (۴) ترکیب آلی موجود در دارچین، همانند ترکیب موجود در زردچوبه، قابلیت ایجاد پیوند هیدروژنی با ذرات خود را ندارد.
- ۱۱۴- در مورد استری که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- این ماده نسبت به هگزانوئیک اسید همپار (ایزومر) است.

- بین ذرات سازنده آن، دو نوع نیروی بین مولکولی وجود دارد.

- از واکنش ۱- بوتانول با پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید به دست می‌آید.

- آنتالپی واکنش شیمیایی تولید آن توسط یک نوع ترکیب اسیدی کاهش پیدا می‌کند.

- شمار پیوندهای کربن-کربن موجود در ساختار آن با شمار این پیوندها در ۲-متیل پنتان برابر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- کدامیک از عبارتهای داده شده در رابطه با گاز اتان درست است؟

(۱) یک نمونه از این ماده در مقایسه با متیل آمین دمای جوش پایین‌تری دارد.

(۲) گاز اتان آزاد شده از میوه‌های رسیده، سبب رسیدن سایر میوه‌ها می‌شود.

(۳) این ماده در آب محلول بوده و در دمای اتاق به حالت گاز دیده می‌شود.

(۴) استنشاق مقدار کمی از این ماده، سبب مسمومیت و مرگ انسان می‌شود.

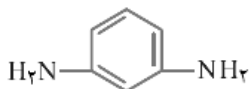
۱۱۶- کدامیک از عبارتهای داده شده نادرست است؟

(۱) گروه عاملی موجود در کولار، مشابه گروه عاملی موجود در مولکول‌های سازنده مو است.

(۲) نشاسته، پلی‌ساکاریدی با ساختار مارپیچی بوده و از مونومرهای گلوکز ساخته شده است.

(۳) از واکنش میان مولکول مقابل با دی‌الکل‌ها، می‌توان برای تولید نوعی پلیمر استفاده کرد.

(۴) پلاستیک‌ها و ظروف ساخته شده از پلی‌لاکتیک اسید، امکان تبدیل شدن به کود را دارند.



محل انجام محاسبات



۱۱۷- پلی سیانواتن به علت استحکام بالا در ساخت پارچه‌های کششی استفاده می‌شود. اگر درصد جرمی اتم نیتروژن در یک نمونه از این پارچه برابر ۱۹/۶ درصد باشد، برای تولید ۱۰۰ توپ از این پارچه به جرم ۲۰ کیلوگرم در فرایند پلیمری شدن با بازده ۷۰ درصد چند هزار مول مونومر مصرف می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, N = 14: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۰

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر در مورد پلی اتن درست است؟

- الف - پلی اتن شفاف برخلاف پلی اتن کدر هیدروکربن راست‌زنجیر سیرشده است.
 ب - درصد جرمی هیدروژن در پلی اتن سبک، پلی اتن سنگین و پلی پروپین برابر است.
 ج - پلی اتن شاخه‌دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه هم جرم خود، حجم بیشتری دارد.
 د - واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا انجام می‌گردد که منجر به تولید جامد بی‌رنگ می‌شود.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد تترافلورو اتن نادرست هستند؟

- الف - تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در این ماده برابر ۶ است.
 ب - یکی از کاربردهای این هیدروکربن سیرنشده، گاز سردکننده بوده است.
 ج - درصد جرمی کربن در این ماده و پلیمر ساخته شده از آن یکسان است.
 د - حلال مناسب پلیمر تولیدشده از آن، حلال‌های آلی ناقطبی هستند.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

۱۲۰- کدام یک مطالب زیر در رابطه با استری با فرمول فشرده $CH_3(CH_2)_7COO(CH_2)_7CH_3$ درست هستند؟

- الف - برای رسم ساختار این استر به روش فرمول پیوند-خط، به ۹ خط نیاز است.
 ب - شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار آن با شمار این پیوندها در هر مولکول پنتان برابر است.
 ج - مجموع شمار اتم‌ها در هر مولکول از کربوکسیلیک اسید سازنده این استر برابر با ۱۴ عدد است.
 د - قدرت پیوند هیدروژنی در بین ذرات الکل سازنده این استر، بیشتر از قدرت نیروی واندروالسی در آن است.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف» و «د»

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۳ مهرماه

<p>شیمی ۱</p> <p>شیمی ۱ (تا قبل از انحلال پذیری نمکها) صفحه های ۱ تا ۱۰۰</p>	<p>فیزیک ۱</p> <p>فیزیک ۱ کل کتاب</p>	<p>آمار و احتمال</p> <p>آمار و احتمال کل کتاب</p>	<p>ریاضی پایه</p> <p>کل مباحث آزمون های ۲ مرداد تا ۲۷ شهریور</p>
<p>شیمی ۲</p> <p>شیمی ۲ کل کتاب</p>	<p>فیزیک ۲</p> <p>فیزیک ۲ کل کتاب</p>		<p>هندسه ۲</p> <p>هندسه ۲ کل کتاب</p>

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایه دهم یا یازدهم است.



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکورهای ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال ۷۵ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۷ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
	۱۳ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	فیزیک	۴
	۱۰ دقیقه	۵۰	۴۱	۱۰	شیمی	۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه های ۱ تا ۳۰

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۲۷ تا ۳۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

حسابان ۲

تابع
صفحه های ۱ تا ۲۲

سهم در کنکور: —

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از ثابت تعادل)
صفحه های ۱ تا ۲۰

سهم در کنکور: ۲-۳ سؤال

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
صفحه های ۱۵ تا ۲۱

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه دوازدهم

پنج آزمون پیش خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم ریافت می کنید.



۱- اگر تابع f را ابتدا دو واحد به سمت راست انتقال داده، سپس طول نقاط را دو برابر کنیم، تابع $g(x) = x^2 - x$ حاصل می‌شود. اگر در تابع f ابتدا طول نقاط را دو برابر کرده، سپس دو واحد به سمت راست انتقال دهیم، به کدام ضابطه خواهیم رسید؟

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= x^2 - x \\ (2) \quad y &= x^2 + x \\ (3) \quad y &= x^2 + 3x + 2 \\ (4) \quad y &= x^2 + 3x - 2 \end{aligned}$$

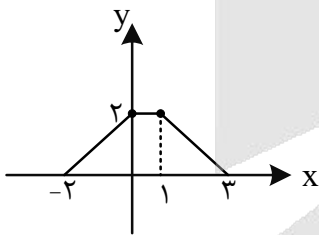
۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+k}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس طول نقاط آن را دو برابر می‌کنیم. اگر نمودار حاصل را k واحد به سمت راست انتقال دهیم، نمودار $f(x)$ را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. کدام است؟

$$(1) \quad 2 \qquad (2) \quad 4 \qquad (3) \quad 6 \qquad (4) \quad 3$$

۳- تابع $f(x) = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{4}x$ را با ضریب ۳ در جهت محور طول‌ها منبسط و نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. در انتها تابع را $\frac{3}{4}$ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. نمودار حاصل از کدام نواحی محورهای مختصات عبور می‌کند؟

$$(1) \quad \text{دوم و چهارم} \qquad (2) \quad \text{دوم، سوم و چهارم} \qquad (3) \quad \text{اول، دوم و چهارم} \qquad (4) \quad \text{اول، سوم و چهارم}$$

۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. مساحت ناحیه محصور به تابع $y = f(-3|x|+1)$ و محور x ها کدام است؟



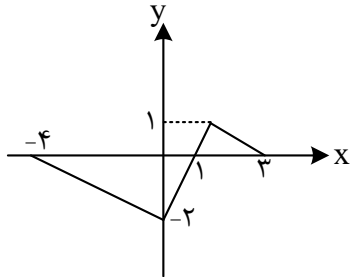
$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{7}{3} \\ (2) \quad & \frac{8}{3} \\ (3) \quad & 2 \\ (4) \quad & 3 \end{aligned}$$

محل انجام محاسبات

۵- نقطه $A(3,4)$ روی تابع $y=f(x)$ قرار دارد. با رسم تابع $y = \frac{-f(-2x+1)-2}{3}$ به نقطه A به نقطه B منتقل می‌شود. فاصله نقاط A و B از هم چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{11}$ (۲) $2\sqrt{13}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{19}$

۶- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = -2f(-2x-3) + 1$ در کدام فاصله نزولی است؟



- (۱) $(-3, -2)$
 (۲) $(-1, 0)$
 (۳) $(-2, 0)$
 (۴) $(-1, 1)$

۷- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{8}{5\sqrt{5}})^{x^2-3} \leq (\frac{8}{5})^{x-4}$ به صورت $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\beta - 3\alpha$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) 1 (۳) 2 (۴) صفر

۸- با فرض $f(x) = x^3|x|$ مجموعه جواب نامعادله $f(x) \leq f(x^2)$ به صورت $(-\infty, \alpha]$ است. مقدار $[-\frac{3}{4}\alpha]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) 1 (۴) صفر

۹- چند جمله‌ای $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax - 6$ بر $x-3$ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم $f(x-a) + f(x+a)$ بر $x-1$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 2 (۳) صفر (۴) -4

۱۰- مقدار عددی عبارت $P = \frac{1+x^2+x^4+x^6+x^8}{(1+x+x^2+x^3+x^4)(1-x+x^2-x^3+x^4)}$ به ازای $x = \sqrt{2}-1$ چقدر است؟

- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}+1$ (۳) $\sqrt{2}-1$ (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۱- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & m - \frac{1}{2} \\ 2 & m \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، دترمینان ماتریس $2A - I$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۲- اگر $2A + 3I = \begin{bmatrix} |A| + 3 & 1 \\ -|A| & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|-5A|^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲۰۵ (۳) ۶۲۵ (۴) ۱۲۵

۱۳- اگر A یک ماتریس از مرتبه n باشد و $|kA| = 243|A|$ ، در این صورت، حاصل دترمینان $3 \begin{bmatrix} k+n & 3k \\ 4k & 2n \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۲۵۲ (۲) -۳۵۶ (۳) -۵۲۵ (۴) -۶۳۵

۱۴- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i \geq j \\ i & i < j \end{cases}$ باشد، حاصل $|2A|$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۱۵- مساحت محدود به نمودار به معادله $\begin{vmatrix} x & 5 & y \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -60$ و محورهای مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{2}$ (۲) $\frac{25}{8}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ و $C = AB$ باشد، حاصل $|3C^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{8}{10}$ (۴) $-\frac{8}{10}$

۱۷- کدام درایه ماتریس A را اگر تغییر دهیم، دترمینان ماتریس تغییر نمی‌کند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

- (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸- اگر $|B| = 4$ و $|B + 2I| = -\frac{3}{2}$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس $AB^2A^{-1} + 2ABA^{-1}$ چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۶

۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2|A| & |2A| \\ 3|A| & |3A| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ باشد، $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- اگر $4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases} |A|x - 3y = 2|A| \\ 6y - 16x = 20 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبات

- ۲۱- از بین اعداد $x+y$ و $x-y$ ، یکی گنگ و دیگری گویا است. کدام نتیجه‌گیری درست است؟
 (۱) x و y اعدادی گنگ هستند.
 (۲) از x و y یکی گنگ و دیگری گویا است.
 (۳) $x^2 - y^2$ عددی گنگ است.
 (۴) $3x + 3y$ و $2x - 2y$ اعدادی گنگ هستند.
- ۲۲- چند عدد طبیعی وجود دارد که به ازای حداقل یک مقدار صحیح x ، هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ را بشمارد؟
 (۱) ۶
 (۲) ۵
 (۳) ۲
 (۴) ۱
- ۲۳- در یک تقسیم مقسوم برابر ۷۲۱ و خارج‌قسمت ۱۳ است. تفاضل حداقل و حداکثر مقدار قابل قبول برای مقسوم‌علیه کدام است؟
 (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴
- ۲۴- با توجه به نمادهای m و k ، مجموع ارقام عدد حاصل از $(5, 1, 7, 8!) + [15, 192, 15]$ کدام است؟
 (۱) ۳۴
 (۲) ۲۸
 (۳) ۳۵
 (۴) ۲۹
- ۲۵- باقی‌مانده تقسیم 1688^{8861} بر ۱۷ کدام است؟
 (۱) ۳
 (۲) ۴
 (۳) ۷
 (۴) ۱۱
- ۲۶- چند عدد به صورت $12a6$ و مضرب ۱۲ موجود است؟
 (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۲۷- اگر هر دو هم‌نهشتی $۱۶۳ \equiv ۷۹۳^{m+1}$ و $۳۱۳ \equiv ۴۵۱^{m+2}$ برقرار باشند، آن‌گاه مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۸- دو عدد $۲a-1$ و $a+2$ رقم‌های یکان یکسانی دارند، معادله $(a-1)x \equiv ۹۰^{10}$ چه تعداد جواب طبیعی دو رقمی برای x دارد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۲ (۳) ۱۸ (۴) ۴۵

۲۹- اگر دوم خرداد در سالی جمعه باشد، سومین پنج‌شنبه آذر در این سال، چندم آذر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۳۰- معادله سیاله خطی $۷x+17y=1404$ در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

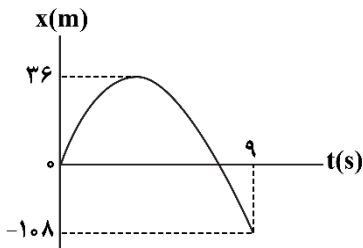
- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

۳۱- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 9$ است. به ترتیب، نوع حرکت این متحرک چگونه است و در چه لحظه‌ای متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد؟

- (۱) با سرعت ثابت، پایان ثانیه سوم
 (۲) با سرعت ثابت، پایان ثانیه چهارم
 (۳) با شتاب ثابت، پایان ثانیه سوم
 (۴) با شتاب ثابت، پایان ثانیه چهارم

۳۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟



- (۱) ۳
 (۲) $\frac{20}{3}$
 (۳) $\frac{10}{3}$
 (۴) $\frac{2}{5}$

۳۳- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x_1 = 10m$ سرعت متحرک $126 \frac{km}{h}$ و در

مکان $x_2 = 65m$ سرعت متحرک $72 \frac{km}{h}$ باشد، بردار شتاب متحرک در SI کدام است؟

- (۱) $-\vec{5i}$
 (۲) $\vec{5i}$
 (۳) $-\vec{7/5i}$
 (۴) $\vec{7/5i}$

۳۴- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t + 23$ است. تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) صفر

۳۵- خودرویی با تندی $90 \frac{km}{h}$ در جاده‌ای مستقیم در حرکت است که ناگهان راننده مانعی را در فاصله ۱۰۰ متری خود

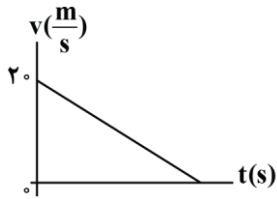
می‌بیند و با کمی تأخیر ترمز می‌گیرد. اگر حرکت خودرو با شتابی به اندازه $5 \frac{m}{s^2}$ کند شود، حداکثر مدت زمان تأخیر

راننده در واکنش چند ثانیه باشد تا خودرو به مانع برخورد نکند؟

- (۱) ۱
 (۲) $\frac{1}{5}$
 (۳) ۲
 (۴) $\frac{2}{5}$

محل انجام محاسبات

۳۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل است. اگر متحرک ۱۸ متر ابتدایی حرکت را در مدت t ثانیه و ۱۸ متر پایانی حرکت را در مدت $3t$ طی کند، تندی متوسط متحرک در ۱۸ متر پایانی چند متر بر ثانیه است؟

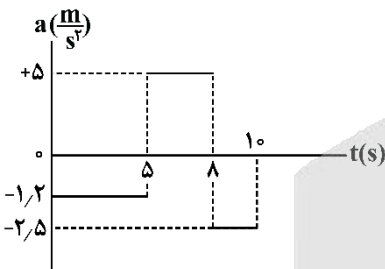


- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۳
(۴) ۴/۵

۳۷- معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می کند در SI به صورت $v = -1/8t + 7/2$ است. در ۳ ثانیه دوم حرکت، بزرگی سرعت متوسط متحرک چند برابر تندی متوسط آن است؟

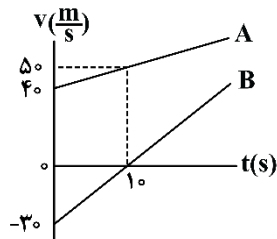
- (۱) ۳/۵
(۲) ۵/۳
(۳) ۴/۵
(۴) ۵/۴

۳۸- مطابق شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی رسم شده که در مبدأ زمان در مکان $x = 8m$ بوده و دارای سرعت $(-4 \frac{m}{s})\hat{i}$ است. در ۱۰ ثانیه اول حرکت، بیشترین فاصله متحرک از محل شروع حرکت، چند متر است؟



- (۱) ۳۷
(۲) ۲۹/۵
(۳) ۴۵
(۴) ۲۹

۳۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از یک مکان بر روی محور x شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه $t = 1s$ ، فاصله دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟



- (۱) ۱۵۰
(۲) ۳۰۰
(۳) ۴۵۰
(۴) ۶۰۰

۴۰- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ از حال سکون، شروع به حرکت می کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36 \frac{km}{h}$ از آن سبقت می گیرد. پس از گذشت چند ثانیه، خودرو به کامیون می رسد؟

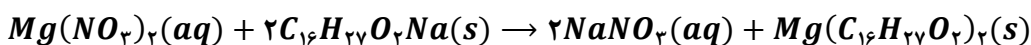
- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۸
(۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

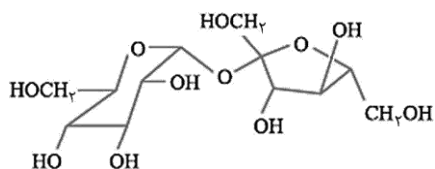


۴۱- اگر ۰/۰۸ مول نیتریک اسید با مقدار کافی فلز منیزیم واکنش دهد، از واکنش نمک حاصل از این فرایند با مقدار کافی صابون با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{27}O_2Na$ در یک واکنش با بازده ۸۰٪، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟

($Mg = 24$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)



۱) ۱۶/۸۳۲ (۲) ۲۱/۰۴ (۳) ۸/۴۱۶ (۴) ۱۰/۵۲



۴۲- درباره ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف - تعداد اتم هیدروژن این ماده با دهمین عضو آلکن‌ها برابر است.

ب - شمار پیوندهای $C-O$ در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH است.

ج - شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن، برابر با شمار کربن در نفتالن است.

د - اگر اتم H در گروه‌های هیدروکسیل آن با گروه‌های متیل جایگزین شوند، انحلال‌پذیری آن در آب افزایش می‌یابد.

۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «د» (۳) «ج» و «د» (۴) فقط «الف»

۴۳- کدام مورد درست است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱) جرم مولی نوعی صابون جامد با بخش ناقطبی سیرشده که ۱۴ گروه CH_2 در ساختار خود دارد، $278 g \cdot mol^{-1}$ است.

۲) با افزایش دما، همانند استفاده از پارچه پلی‌استری بجای پارچه نخی، درصد لکه باقی‌مانده روی لباس کاهش پیدا می‌کند.

۳) اگر ماده $C_{57}H_{104}O_6$ استر سه عاملی فاقد حلقه باشد، در هر واحد آن حداکثر ۳ پیوند دوگانه حضور دارد.

۴) به منظور افزایش خاصیت میکروبی‌کشی صابون، به آن مواد گوگرددار اضافه می‌کنند.

۴۴- در شرایط استاندارد، ۸۹/۶ لیتر مخلوط گازی از گوگرد تری‌اکسید و اکسیژن که درصد حجمی هر گاز در آن برابر با

۵۰٪ است را در مقداری آب حل کرده و جرم محلول را به $50 kg$ می‌رسانیم. غلظت یون سولفات در محلول ایجاد

شده بر حسب ppm کدام است؟ ($S = 32$ و $O = 16$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱) ۱۹۲۰ (۲) ۳۸۴۰ (۳) ۹۶۰ (۴) ۲۸۸۰

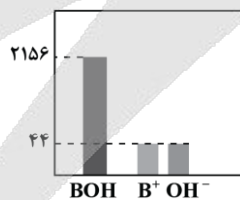
۴۵- محلولی از اسید HA با غلظت ۰/۴ مول بر لیتر در اختیار داریم که درجه یونش اسید در آن برابر با ۰/۲ است. غلظت

یون هیدروژن در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده و اگر حجم محلول برابر با ۵ لیتر باشد، چند گرم اسید

یونیده نشده در این محلول وجود دارد؟ ($HA = 40 g \cdot mol^{-1}$)

۱) ۰/۰۸ - ۶۴ (۲) ۰/۸ - ۶۴ (۳) ۰/۰۸ - ۳۲ (۴) ۰/۸ - ۳۲

۴۶- نمودار زیر، شمار نسبی ذره‌ها را در محلولی از باز BOH بعد از یونش نمایش می‌دهد:



در محلولی با غلظت ۲ مول بر لیتر از باز مورد نظر، درجه یونش چقدر بوده و غلظت یون هیدروکسید چند مول بر لیتر است؟

۱) ۰/۰۲ - ۰/۰۴ (۲) ۰/۰۴ - ۰/۰۴ (۳) ۰/۰۸ - ۰/۰۲ (۴) ۰/۰۸ - ۰/۰۴

محل انجام محاسبات



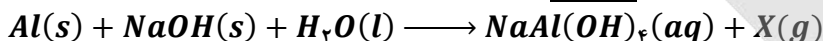
۴۷- کدام یک از مطالب زیر درباره پاک کننده‌ای با فرمول $CH_3(CH_2)_n(CH)_2 - C_6H_4 - SO_3Na$ درست است؟

- الف - سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک، جزو مواد اولیه لازم برای تولید این ماده است.
 ب - شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار آن، $3/75$ برابر شمار پیوندهای $C = C$ در آن است.
 ج - با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب دریا واکنش می‌دهد و رسوبی به رنگ سفید تولید می‌کند.
 د - این ماده، نوعی ترکیب مولکولی بوده و ذرات چربی، به سمت بخش باردار این ماده جهت‌گیری می‌کنند.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۴۸- محلول 0.04 مولار باریوم هیدروکسید در آب، فلز منیزیم، رسانای الکتریسیته از نوع بوده و

- رسانایی الکتریکی آن در مقایسه با محلول 0.04 مولار سدیم یدید، است.
- (۱) برخلاف - یونی - بیشتر (۲) همانند - الکترونی - بیشتر
 (۳) برخلاف - یونی - کمتر (۴) همانند - الکترونی - کمتر

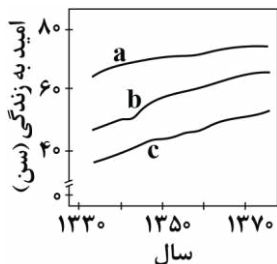
۴۹- کدام یک از عبارتهای داده شده در رابطه با واکنش زیر نادرست است؟



- (۱) فراورده گازی تولید شده در این واکنش، انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به گاز نیتروژن مونوکسید در آب دارد.
 (۲) با انجام واکنش، دمای آب افزایش یافته و فراورده‌های واکنش، پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.
 (۳) یکی از واکنش‌دهنده‌های این واکنش، می‌تواند در واکنش با اسیدهای چرب، صابون جامد تولید کند.
 (۴) با ریختن این مخلوط در آب، همانند انحلال لیتیم اکسید در آب، یک محلول رسانا ایجاد می‌شود.

۵۰- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف - در نمودار مقابل، b شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار را نشان می‌دهد.
 ب - هنگام انحلال اتانول در آب، ماهیت ساختاری حل‌شونده حفظ می‌شود.
 ج - قدرت پاک‌کنندگی صابون آنزیم‌دار روی پارچه نخی بیشتر از صابون بدون آنزیم است.
 د - در صابون جامد، برخلاف صابون مایع، آرایش الکترونی کاتیون به زیرلایه S ختم می‌شود.



- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د»
 (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



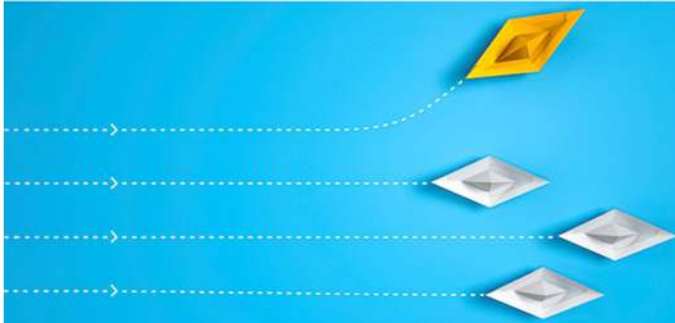
جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۳ مهرماه

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه های ۱ تا ۳۰

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۹ تا ۳۱

حسابان ۲

تابع
صفحه های ۱ تا ۲۲

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از ثابت تعادل)
صفحه های ۱ تا ۲۰

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
صفحه های ۲ تا ۲۸

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات پایه دوازدهم به صورت اختیاری است.



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
مهرداد اسپیدکار مائده بادان فیروز فؤاد خیرآبادی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمدرضا جمشیدی ماهان فرهمندفر سجاد سیف‌اللهی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی مهسا بایمانی نژاد - عالیه میرزایی فرهنگ امیری - بنیامین بهرامی حسین ایروانی - سعیده محبی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

اتفاقات شناختی احتمالی در جلسه آزمون و راه‌های مدیریت آن

اتفاقات شناختی چیزایی هستن که مستقیم با یادگیری و مغزت در ارتباطن؛ مثل حافظه، تمرکز، تصمیم‌گیری و ... این اتفاقات ممکنه برای هر کسی توی جلسه کنکور رخ بدن. فرق رتبه‌برترها با بقیه در این نیست که براشون پیش نیاد، بلکه در اینه که بلدن چطور مدیریتش کنن. اینجا ۵ اتفاق مهم رو بررسی می‌کنیم و برای هر کدوم، هم راه‌حل فوری (توی همون لحظه) می‌گیم، هم راه‌حل مهارتی (با تمرین قبل از کنکور).

۱ فراموشی آنی (احساس خالی شدن ذهن)

ناگهان حس می‌کنی همه‌چی یادت رفته. حتی ساده‌ترین فرمول‌ها برات غریبه می‌شن. این حالت بیشتر به خاطر اضطراب و ترشح آدرنالین که حافظه کوتاه‌مدت رو موقتاً مختل می‌کنه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **نفس عمیق:** مداد رو بذار زمین، چشمتو ببند و ۳ تا ۵ بار عمیق نفس بکش.
- **تغییر موقت:** از اون سؤال بگذر و یکی آسون‌تر رو جواب بده تا اعتماد به نفس برگرده.
- **یادآوری زمینه‌ای:** سعی کن موقعیت مطالعات رو به یاد بیاری (مثلاً پشت میزت یا کتابخونه). این تصویر گاهی جرقه یادآوری رو می‌زنه.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با کاهش استرس، استرس مثل تاریکی باغه: وقتی چیزی رو نمی‌بینی، هر صدایی برات ترسناک میشه. ولی اگه چراغی همراهت باشه، ترست می‌ریزه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و مبهمه، اما ما توی ماز سعی کردیم چراغ دستت بدیم تا راهو ببینی. چون این مسیر رو هم خودمون رفتیم، هم بارها با بچه‌ها طی کردیم و می‌دونیم ته باغ به یه کلبه روشن و گرم می‌رسی.

۲ حواس‌پرتی و کاهش تمرکز

وسط حل سؤال، فکرت می‌ره سمت نتیجه کنکور، سؤال قبلی، یا حتی صدای سالن.

چطور مدیریتش کنم؟

- **تکنیک "اینجا و اکنون":** به خودت بگو «فقط همین یک سؤال مهمه».
- **یادداشت کردن:** اگه فکری ذهنتو درگیر کرد، یه کلمه کلیدی حاشیه دفترچه بنویس و بذار بعداً برگردی سراغش.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با تکنیک رکورد زدن. به جای اینکه بگی «من تمرکز ندارم»، مدت تمرکزت رو مثل رکورد ورزشی بالا ببر. امروز ۱۰ دقیقه، فردا ۱۵، بعد ۲۰ و ... توقع یک‌بارۀ یک ساعت تمرکز نداشته باش.



یهو ذهنت می‌ره سمت بدترین سناریو: «اگه این تستو غلط بزنی چی؟»، «رتبه‌م خراب میشه».

چطور مدیریتش کنم؟

- **توقف فکر:** توی ذهنت محکم بگو «بسه!».
- **جایگزینی افکار:** بگو «حتی رتبه یک هم همه رو درست نزد»، یا «این فقط یه مسابقه‌ست».
- **تمرکز روی فرآیند:** به جای رتبه، حواستو بذار روی کار درست: خوندن دقیق، مدیریت زمان، حل مرحله به مرحله.

چیکار کنم پیش نیاد؟

کتابای انگیزشی بخون، روش مطالعات رو اصلاح کن و به جای غرغر، دنبال راه حل باش.

چند سؤال سخت پشت سر هم

یهو چندتا سؤال میاد که نمی‌تونی جواب بدی. روحیه‌ات می‌ریزه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **پیچ انتظار رو تنظیم کن.** یعنی از قبل بدون که ممکنه چند سؤال سخت پشت سر هم بیاد. وقتی آمادگی داری، دیگه غافلگیر نمی‌شی.

چیکار کنم پیش نیاد؟

این اتفاق برای همه می‌افته. حتی رتبه ۱ سال ۱۳۸۸، هفت سؤال اول کنکورشو نتونست جواب بده! ولی چون مدیریت کرد، در نهایت رتبه ۱ شد. پس بدون این شرایط طبیعی.

خستگی و تحلیل رفتن ذهن

در ساعات پایانی، مغزت کم‌کم خسته میشه. سرعت میاد پایین و بی‌دقتی زیاد میشه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **استراحت میکرو:** چشمتو ببند، یه کم کشش انجام بده، آب بخور.
- **تقویت انرژی:** یه خوراکی شیرین مثل خرما یا شکلات بخور.
- **تغییر وضعیت بدن:** صاف بشین، شونه‌ها عقب. این حالت هوشیاری میاره.

چیکار کنم پیش نیاد؟

تمرین! توی آزمونای آزمایشی ماز، نشستن سه ساعته رو بارها تجربه می‌کنی. مدرسه معمولاً امتحان طولانی نداره، پس لازمه خودتو به این شرایط عادت بدی. حتی با لباس رسمی و صندلی شبیه‌سازی کن تا بدن و مغزت روز کنکور آماده باشن.

جمع‌بندی آخر...

بادت باشه همه داوطلب‌ها این حس‌ها رو تجربه می‌کنن؛ تفاوت در اینه که بعضیا بدن مدیریتش کنن و بعضیا نه. لکتور جنگ (پی احساس بودن) نیست؛ هنر کنترل احساساته. تو ماه‌ها برای این روز تمرین کردی، الان وقتشه به خودت و تجربیات اعتماد کنی. هر بار که بگی از این موقعیت‌ها پیش لومه، به باد پیازه (این اتفاق واسه همه هست، اما من آماده‌ام).



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون

پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه بندی
این آزمون

ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله
(ریاضی ۱: صفحه‌های ۲ تا ۲۷، حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶)
هندسه ۲: روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴
آمار و احتمال: آمار استنباطی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

سهم در
کنکور

ریاضی پایه: ۱ تست از ۱۴ تست کنکور
هندسه ۲: ۲ تست از ۴ تست کنکور
آمار و احتمال: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

۱- اگر $A = [-3, 5]$ و مجموعه اعداد حقیقی را مرجع در نظر بگیریم، آن گاه مجموعه $A' \cap (-7, 1]$ شامل چند عدد صحیح است؟
۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳



مجموعه‌های A' و $(-7, 1]$ را روی محور نمایش می‌دهیم:

در نتیجه اشتراک دو بازه به صورت $(-7, -3)$ می‌باشد، که شامل سه عدد صحیح است.

بازه

زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی که مشخص‌کننده یک قطعه از محور اعداد حقیقی باشد را «بازه» می‌گویند. گاهی به جای واژه «بازه» از واژه «فاصله» استفاده می‌کنیم.

بازه‌ها نوعی مجموعه از نوع نامتناهی محسوب می‌شوند. (به شرط این که سر و ته بازه یکی نباشد).
بازه‌ها، حالت‌های مختلفی دارند که تمامی این حالت‌ها را در جدول زیر برایتان آورده‌ایم. (امید است که مقبول افتد ...)

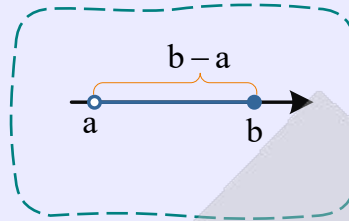
بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	

توجه

در تمامی حالت‌های فوق فرض را بر آن گرفته بودیم که a کوچک‌تر از b باشد. (a و b عددهایی حقیقی هستند!)

طول بازه

در بازه‌ها، اختلاف طول نقطه انتها و ابتدا، طول بازه نام دارد، یعنی در بازه‌های مانند $(a, b]$ ، طول بازه $|b - a|$ است.



تذکره

در تعیین طول بازه‌ها باز یا بسته بودن ابتدا یا انتهای بازه تأثیری ندارد. یعنی در تمام ۴ حالت اول جدول قبل طول بازه برابر با $|b - a|$ است.

نکات تکمیلی بازه‌ها

بهتر از من می‌دانید که:

$$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty), \quad \mathbb{R}^+ = (0, +\infty), \quad \mathbb{R}^- = (-\infty, 0)$$

بازه‌هایی به فرم $[]$ را «بسته»، بازه‌هایی به فرم $()$ را «باز» و بازه‌هایی به فرم $[)$ و $(]$ را «نیم‌باز» گویند. این دو تا رو واسه خودم می‌گم! (می‌دونم که شما بلدین!)

$$(a, a) = \emptyset, \quad [a, a] = a$$

تذکره

حالت‌هایی مانند بازه نیستند!! این‌ها اجتماع دو بازه‌اند.



۲- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف) مجموعه سلول‌های عصبی مغز انسان مجموعه‌ای نامتناهی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ ، $U = \mathbb{R}$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، مجموعه $A' \cup B'$ نامتناهی است.

ج) مجموعه‌های $(A \cap B')$ و $(A' \cap B)$ جدا از هم هستند.

د) اگر $A = (-4, 2]$ و $B = [-1, 3)$ باشد، طول بازه $A - B$ برابر ۴ است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

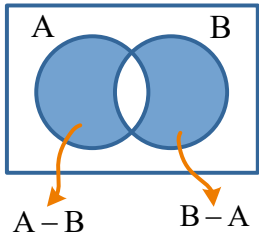
الف) مجموعه سلول‌های عصبی مغز انسان مجموعه‌ای متناهی است. ← نادرست

پ) چون $A \subseteq B$ ، پس $B' \subseteq A'$ و $A' \cup B' = A'$ می‌باشد، همچنین چون B متناهی است، پس A هم متناهی می‌باشد:

درست → مجموعه نامتناهی $A' \cup B' = A' = U - A = \mathbb{R} - A =$ متناهی

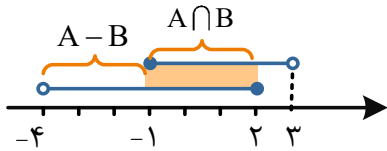
متناهی

می‌دانیم $A \cap B' = A - B$ و $A' \cap B = B - A$ است و طبق نمودار ون، این دو مجموعه فاقد عضو مشترک بوده و



جدا از هم هستند. ← درست

برای یافتن $A - B$ بهترین روش، استفاده از محور است.



$$A - B = A - (A \cap B) = (-4, -1)$$

نادرست \rightarrow طول بازه $= -1 - (-4) = 3$

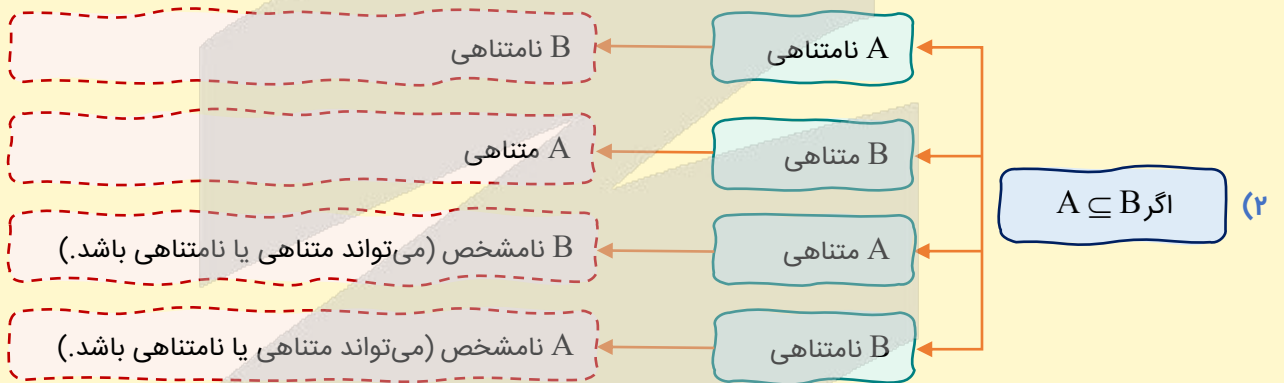
بنابراین فقط دو گزاره پ و ج درست هستند.

کلاس درس مجموعه‌ها

۱) مجموعه متناهی مجموعه‌ای است که تعداد عضوهایش عددی حسابی باشد (بی‌شمار عضو نداشته باشد). اگر مجموعه‌ای متناهی نباشد، مجموعه نامتناهی نامیده می‌شود.

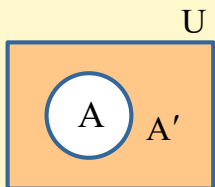
مثلاً الف) تعداد درختان شمال کشور: متناهی

ب) اعداد حقیقی بین ۰ و ۱: نامتناهی



۳) دو مجموعه را «جدا از هم» گوئیم هرگاه عضو مشترکی نداشته باشند، به عبارتی A و B جدا از هم‌اند، اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد.

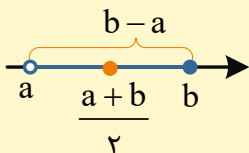
۴) مجموعه مرجع (U): مجموعه‌ای که تمامی مجموعه‌های مورد بحث سوال، زیر مجموعه آن هستند.



۵) متمم مجموعه A (A'): اعضای از مجموعه مرجع که در مجموعه A حضور ندارند.

$$A' = U - A$$

۶) برای محاسبه اشتراک، اجتماع و تفاضل دو بازه، بهترین روش استفاده از رسم محور می‌باشد.



$$\text{مرکز بازه } (a, b) = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{طول بازه } (a, b) = b - a$$



دام تستی!

گول تعداد اعضای زیاد به مجموعه رو نخوری! خیلی از مجموعه‌ها هستن که علی‌رغم این‌که تعداد خیلی زیادی عضو دارن، تعداد اعضا متناهی. مثلا مجموعه سلول‌های بدن انسان! درسته تعدادشون خیلی زیاده ولی نهایتا به عدد طبیعی خیلی خیلی بزرگ تعدادشون رو نشون می‌ده. این یعنی مجموعه سلول‌های بدن انسان متناهی.



۳- اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، مجموعه $[(\mathbb{R} - Z') \cup (N - Q')] \cap (W \cap Q)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

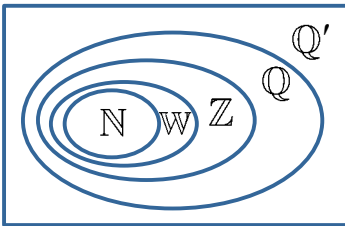
- (۱) $(Z - W) \cap (Q - Z')$
- (۲) $(Z \cup W) \cup (Q \cap Q')$
- (۳) $(Q' - Q) \cap (Z - Q)$
- (۴) $(W \cap Q) \cup (Z \cap Q')$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

\mathbb{R}

با توجه به نمودار مقابل، ابتدا مجموعه صورت سوال را ساده می‌کنیم:



$$[(\underbrace{\mathbb{R} - Z'}_{\mathbb{R} \cap Z = Z}) \cup (\underbrace{N - Q'}_{N \cap Q = N})] \cap \underbrace{(W \cap Q)}_W = (Z \cup N) \cap W = Z \cap W = W$$

بررسی گزینه‌ها:

$$(Z - W) \cap \underbrace{(Q - Z')}_{Q \cap Z = Z} = \{\dots, -2, -1\} \cap Z = \{\dots, -2, -1\}$$

$$(Z \cup W) \cup (Q \cap Q') = Z \cup \emptyset = Z$$

$$(Q' - Q) \cap (Z - Q) = Q' \cap \emptyset = \emptyset$$

$$(W \cap Q) \cup (Z \cap Q') = W \cup \emptyset = W$$

۱

۲

۳

۴

جمع‌بندی قوانین مجموعه‌ها

اگر U مجموعه مرجع و A, B, C زیرمجموعه‌های آن باشند؛ داریم:

$$\begin{cases} U' = \emptyset \\ \emptyset' = U \end{cases}$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$A \subseteq B \rightarrow B' \subseteq A'$$

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

$$\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' = U - A \\ A \cup A' = U \\ A \cap A' = \emptyset \\ A' - A = A' \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' \cap B' = (A \cup B)' \\ A' \cup B' = (A \cap B)' \end{cases} \text{ قوانین دمورگان}$$

$$\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$$



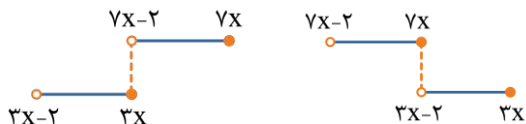


۴- اگر دو بازه $(3x-2, 3x]$ و $(7x-2, 7x]$ دارای اشتراک غیر تهی باشند، چند مقدار صحیح به جای x می توان قرار داد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

زمانی اشتراک ۲ بازه غیر تهی می باشد که حداقل ۱ عضو مشترک داشته باشند. ابتدا حالتی را پیدا می کنیم که این دو بازه اشتراک نداشته باشند و سپس متمم آن را به عنوان جواب می پذیریم:



در دو حالت این دو بازه اشتراک ندارند، اول این که $7x-2 \geq 3x$ یا $7x \leq 3x-2$:

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x-2 \geq 3x \Rightarrow 4x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \\ 7x \leq 3x-2 \Rightarrow 4x \leq -2 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

یعنی اگر $x \geq \frac{1}{2}$ یا $x \leq -\frac{1}{2}$ باشد، این دو بازه فاقد اشتراک هستند، پس شرط داشتن اشتراک، آن است که $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ باشد، که در این حالت x فقط می تواند عدد صحیح صفر باشد و گزینه ۲ صحیح است.



۵- اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A - B$ (۳) $B - A$ (۴) $A \cup (B \cap A)$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

اگر از مجموعه ای نامتناهی تعداد محدودی عضو کم شود، باز هم نامتناهی است، پس $B - A$ نامتناهی است.

مجموعه های متناهی و نامتناهی

انواع مجموعه از نظر تعداد اعضا به دو دسته زیر تقسیم بندی می شوند:

- (۱) **مجموعه متناهی:** مجموعه ای که تعداد اعضای آن عددی حسابی باشد، مثلاً تعداد دانش آموزان کلاس شما!
 (۲) **مجموعه نامتناهی:** مجموعه ای که تعداد اعضای آن از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است. مثلاً مجموعه اعداد گویا!!!



توجه تعداد اعضای برخی از مجموعه های متناهی ممکن است بسیار زیاد باشد، با این حال با داشتن امکانات لازم و صرف وقت کافی ممکن است بتوان تعداد آن ها را به دست آورد.

نکات تکمیلی

- مجموعه تهی، مجموعه ای متناهی می باشد.
- تمامی مجموعه های اعداد گنگ، گویا، حقیقی، حسابی، طبیعی و... مجموعه هایی نامتناهی محسوب می شوند.
- اگر داشته باشیم $A \subseteq B$:
- الف)** اگر A نامتناهی باشد، B نامتناهی است. **ب)** اگر B متناهی باشد، A متناهی است.



۶- اگر $B' \subseteq A'$ باشد، متمم مجموعه $((A-B) \cup (B-A)) \cup (A \cap B)$ برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A, A \cup B = B$$

با توجه به روابط مقابل داریم:

$$A - B = A \cap B' = \emptyset, B - A = B \cap A'$$

$$\Rightarrow ((A - B) \cup (B - A)) \cup (A \cap B) = (\emptyset \cup (B - A)) \cup A = (B - A) \cup A = B \quad (*)$$

بنابراین مجموعه خواسته شده برابر با مجموعه B می باشد که متمم آن برابر با B' خواهد بود.

رفع ابهام

گرفتنی تو مرحله آخر، تساوی (*) چی شد؟ در عبارت $(B - A) \cup A$ اول با حساب کردن $(B - A)$ گفته اعضای A رو از B حذف کن. بعد با اجتماع گرفتن با A دوباره گفته که اعضای A رو به $(B - A)$ اضافه کن! تهش انگار که هیچ کاری نکردیم و همون B اولیه رو داریم!

حالا به بار دیگه خودت با فرمول هایی که از قواعد مجموعه ها بلدیم جواب رو به دست بیار و ببین که چقدر روشی که گفتیم تو صرفه جویی زمان کمکت می کنه!

راهنمای زنگ بازی!

بلدی با نمودار ون یا مثال عددی همین سؤال رو سریع تر حل کنی؟



۷- فرض کنید $n(A) = 3n(B)$ و $n(A \cap B) = 2n(A - B)$. اگر $n(A \cup B) = 26$ باشد، آن گاه $n(B)$ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

فرض می کنیم $n(A - B) = t$ باشد:

$$n(A \cap B) = 2n(A - B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2t$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) \Rightarrow n(A) = t + 2t = 3t$$

$$3n(A) = 4n(B) \Rightarrow n(B) = \frac{9}{4}t$$

$$n(A \cup B) = 26 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3t + \frac{9}{4}t - 2t = 26$$

$$\Rightarrow \frac{13}{4}t = 26 \Rightarrow t = 8 \Rightarrow n(B) = \frac{9}{4}t = \frac{9}{4} \times 8 = 18$$

روابط مهم در حل تست ها

(۱) تعداد اعضای که حداقل عضو یکی از دو مجموعه A یا B هستند:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

(۲) تعداد اعضای که فقط عضو A هستند:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$$

(۳) تعداد اعضای که فقط عضو B هستند:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(A)$$

(۴) تعداد اعضای که نه در A حضور دارند و نه در B:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$



۸- در یک کلاس ۷۵ نفری، دانش آموزان عضو تیم فوتبال یا والیبال هستند یا در هیچ کدام از این دو رشته فعالیت نمی کنند. تعداد کسانی که ورزشکار هستند، دو برابر تعداد کسانی است که فقط یکی از دو رشته فوتبال یا والیبال را انجام می دهند و تعداد فوتبالیست ها ۵ برابر تعداد کسانی است که فقط والیبال بازی می کنند. اگر ۱۵ نفر هیچ ورزشی انجام ندهند، چند نفر فقط فوتبال بازی می کنند؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

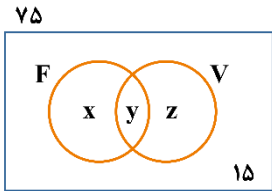
۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

در این گونه سوالات استفاده از نمودار ون بهتر است.
 X: تعداد کسانی که فقط فوتبال بازی می کنند.
 Y: تعداد کسانی که هر دو رشته را بازی می کنند.
 Z: تعداد کسانی که فقط والیبال بازی می کنند.

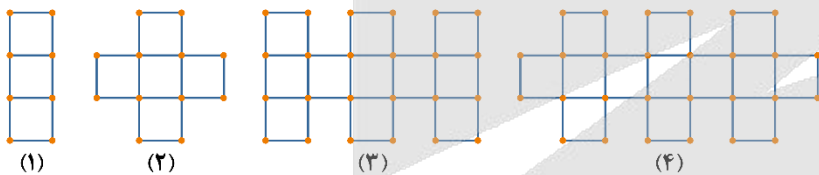


$$\begin{cases} x + y + z = 2(x + z) \Rightarrow 60 = 120 - 2y \Rightarrow 2y = 60 \Rightarrow y = 30 \\ x + y = 5z \Rightarrow 60 - z = 5z \Rightarrow z = 10 \Rightarrow x = 20 \end{cases}$$

تعداد کسانی که فقط فوتبال بازی می کنند، ۲۰ نفر است.



۹- با توجه به شکل های زیر، تعداد چوب کبریت ها در مرحله یازدهم کدام است؟



۱۲۶ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۰۶ (۳)

۸۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

دنباله تعداد چوب کبریت ها عبارت است از:

۱۰, ۱۶, ۲۲, ۲۸, ۳۴, ۴۰, ...

در این دنباله، الگو را نمی توان مشخص کرد جز آن که جملات فرد و زوج را تفکیک کنیم:

فردها: $10 \xrightarrow{+24} 34, \xrightarrow{+24} 58, \xrightarrow{+24} \dots$ $a_n = 10 + (n-1) \times 24$

زوجها: $16 \xrightarrow{+24} 40, \xrightarrow{+24} 64, \xrightarrow{+24} \dots$ $t_n = 16 + (n-1) \times 24$

مرحله یازدهم، ششمین جمله از فردها است:

$a_6 = 10 + (6-1) \times 24 = 10 + 5 \times 24 = 130$



۱۰- جمله دهم الگوی خطی ... ۱, ۳, -۱ با جمله چندم الگوی درجه دوم ... ۱, ۱, ۱, ۱۴ برابر است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جمله دهم الگوی خطی را به دست می آوریم:

$-1, 3, \dots \xrightarrow[t_n=an+b]{a=4} t_n = 4n + b \xrightarrow{t_1=-1} 4 + b = -1 \Rightarrow b = -5$

$\Rightarrow t_n = 4n - 5 \Rightarrow t_{10} = 4(10) - 5 = 35 (*)$

حال جمله عمومی الگوی درجه دوم را به دست آورده و برابر ۳۵ قرار می‌دهیم:

جمله صفرام $c = 0$

$$19, 14, 11, 8, \dots \xrightarrow[t_n = an^2 + bn + c]{a=1, c=19} t_n = n^2 + bn + 19 \xrightarrow{t_1=14} 1 + b + 19 = 14 \Rightarrow b = -6$$

$\begin{matrix} \uparrow \\ -5 & -3 & -1 \\ +2 & = & 2a \\ \Rightarrow & a = & 1 \end{matrix}$

$$t_n = n^2 - 6n + 19 \xrightarrow{(*)} t_n = 35 \Rightarrow n^2 - 6n + 19 = 35 \Rightarrow n^2 - 6n - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (n-8)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n+2=0 \Rightarrow n=-2 \text{ غ ق ق } (n \in \mathbb{N}) \\ n-8=0 \Rightarrow n=8 \checkmark \end{cases}$$

بشتابید بشتابید، الگوی خطی

الگوی خطی: در این الگو میزان افزایش یا کاهش جملات الگو **عددی ثابت** است. فرمول جمله عمومی این الگو به صورت $t_n = an + b$ است.

مراحل نوشتن جمله عمومی الگوی خطی:

- ضریب n در جمله عمومی همان عدد ثابت است که اضافه یا کم می‌شود.
- برای یافتن b از جملات دنباله کمک می‌گیریم.

به نمونه باحال بین!

$$-1, 4, 9, \dots \xrightarrow[t_n = an + b]{a=5} t_n = 5n + b \xrightarrow{t_1=-1} -1 = 5 + b \Rightarrow b = -6 \Rightarrow t_n = 5n - 6$$

$\begin{matrix} -1, & 4, & 9, & \dots \\ +5 & +5 & & \end{matrix}$

الگوی درجه دوم

در این الگو اختلاف جملات، خودشان یک الگوی خطی تشکیل می‌دهند. فرمول جمله عمومی این مدل از الگوها به صورت $t_n = an^2 + bn + c$; $(a \neq 0)$ می‌باشد.

برای به دست آوردن ضریب a ، b و c در الگوی درجه دوم، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

- تفاضل مرتبه دوم جملات که عددی ثابت است برابر $2a$ می‌باشد. در الگوی مقابل:

$$2, 5, 10, 17, \dots$$

$$\begin{matrix} +3 & +5 & +7 \\ +2 & +2 \\ \downarrow \\ 2a \end{matrix}$$

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

جمله صفرام $c = 1$

$$1, 2, 5, 10, 17, \dots$$

$$\begin{matrix} +1 & +3 & +5 & +7 \end{matrix}$$

- جمله صفرام همان c است. در الگوی گفته شده:

- برای یافتن b از یکی از جملات دنباله کمک می‌گیریم. در الگوی قبل:

$$t_n = an^2 + bn + c \xrightarrow[c=1]{a=1} t_n = n^2 + bn + 1 \xrightarrow{t_1=2} 2 = 1 + b + 1 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow t_n = n^2 + 1$$



۱۱- اعداد طبیعی را به صورت $\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \{11, \dots, 18\}, \dots$ دسته‌بندی می‌کنیم. مجموع جملات دسته ششم به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

۱۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

دنباله‌ای با جملات اول هر دسته به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$1, 5, 11, 19, \dots$$

$$\begin{array}{cccc} & +4 & +6 & +8 \\ +4 & +6 & +8 & \\ +2 & +2 & & \end{array}$$

از آن جا که تفاضل مرتبه دوم جملات، عددی ثابت است، نتیجه می‌گیریم این دنباله یک الگوی درجه دوم است.

برای یک دنباله درجه دوم به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ پارامترهای a ، b و c را به این ترتیب به دست می‌آوریم:

$$2a = \text{عدد ثابت} = \text{تفاضل مرتبه دوم} \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$c = 1 - 2 = -1 \Rightarrow \text{جمله صفرام}$$

$$t_n = an^2 + bn + c \xrightarrow[\substack{a=1, c=-1 \\ t_1=1}]{t_1=1+b-1=1} t_1 = 1 + b - 1 = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow t_n = n^2 + n - 1$$

پس دسته ۶ ام از t_6 شروع می‌شود و تا $t_7 - 1$ جلو می‌رود. بنابراین مجموع اعداد این دسته را به راحتی می‌توان محاسبه کرد:

$$t_6 = 6^2 + 6 - 1 = 41$$

$$t_7 = 7^2 + 7 - 1 = 55$$

$$\text{دسته ۶ ام} \{41, 42, 43, \dots, 55\} \xrightarrow{\text{مجموع اعضا}} 41 + 42 + \dots + 55 = \frac{(41 + 55) \times 14}{2} = 95 \times 7 = 19 \times 5 \times 7$$

پس بر ۳ بخش پذیر نیست.

روش دوم

از آن جایی که مجموع جملات دسته ششم خواسته شده، می‌توان به راحتی آن را به دست آورد، ببینید:

$$1, 5, 11, 19, 29, 41, 55$$

$$\begin{array}{cccccc} & +4 & +6 & +8 & +10 & +12 \\ +4 & +6 & +8 & +10 & +12 & +14 \end{array}$$

پس جمله اول دسته ششم ۴۱ و جمله آخر دسته ششم برابر ۵۵ است، بنابراین دسته ششم ۱۴ جمله دارد و مجموع آن برابر است با:

$$\text{مجموع جملات دسته ششم} = \frac{14 \times (41 + 55)}{2} = 7 \times 5 \times 19$$

یعنی مجموع جملات دسته ششم بر ۳ بخش پذیر نمی‌باشد.

مجموع اعداد صحیح متوالی

برای به دست آوردن مجموع تعدادی عدد صحیح متوالی از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{تعداد اعداد} \times (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})}{2}$$



۱۲- در دنباله حسابی t_n ، اگر $t_1 = -29$ و $t_{13} = -44$ باشد، چندمین جمله این دنباله برابر -204 است؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۴۴ (۲)

۴۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا جمله اول و قدرنسبت دنباله حسابی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = t_1 + 9d = -29 \\ t_{13} = t_1 + 12d = -44 \end{cases} \Rightarrow 3d = -44 - (-29) = -44 + 29 = -15 \Rightarrow d = -5$$

$$\Rightarrow t_1 + 9 \times (-5) = -29 \Rightarrow t_1 = -29 + 45 = 16$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 16 + (n-1) \times (-5) = -5n + 21$$

$$\Rightarrow -5n + 21 = -204 \Rightarrow -5n = -204 - 21 = -225 \Rightarrow n = 45$$

دنباله حسابی

دنباله‌ای است که در آن، هر جمله (به جز جمله اول) از اضافه شدن یک عدد ثابت به نام قدرنسبت یا اختلاف مشترک (d) به جمله قبل از خود به دست می‌آید:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

جمله عمومی دنباله حسابی

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

شماره جمله \uparrow $(n-1)$ \downarrow جمله اول
 جمله عمومی \uparrow a_1 \downarrow قدرنسبت (اختلاف مشترک)

در حل مسائل دنباله حسابی بهتر است ابتدا ارتباط بین جملات را به صورت یک معادله نوشته و سپس به کمک جمله عمومی دنباله، هر جمله را برحسب a_1 و d نوشته و معادله را تا حد امکان ساده کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

جمله‌های هشتم و دوازدهم یک دنباله حسابی به صورت‌های زیر نوشته می‌شوند:

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$



۱۳- در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، رابطه $a_4 - a_1 = a_3 \times a_5$ برقرار است. قدرنسبت دنباله چند برابر جمله اول است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

فرض می‌کنیم a_1 جمله اول دنباله و d قدرنسبت آن باشد و با توجه به اتحاد مزدوج $a_4^2 - a_1^2 = (a_4 - a_1)(a_4 + a_1)$ داریم:

$$(a_4 - a_1)(a_4 + a_1) = a_3 \times a_5$$

$$\Rightarrow (a_1 + 3d - a_1)(a_1 + 3d + a_1) = (a_1 + 2d)(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow (3d)(2a_1 + 3d) = (a_1 + 2d)(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow \cancel{6a_1d} + 9d^2 = a_1^2 + \cancel{6a_1d} + 4ad^2 \Rightarrow a_1^2 = d^2 \xrightarrow{a_1 \text{ و } d \text{ مثبت}} a_1 = d \Rightarrow \frac{d}{a_1} = 1$$

روش دوم

با توجه به این که $a_3 = a_4 - d$ و $a_5 = a_4 + d$ می‌باشد، داریم:

$$a_4^2 - a_1^2 = a_3 \times a_5 \Rightarrow a_4^2 - a_1^2 = (a_4 - d)(a_4 + d)$$

$$\Rightarrow a_4^2 - a_1^2 = a_4^2 - d^2 \Rightarrow a_1^2 = d^2 \xrightarrow{a_1 \text{ و } d \text{ مثبت}} a_1 = d \Rightarrow \frac{d}{a_1} = 1$$



۱۴- دو دنباله حسابی زیر چند جمله مشترک کوچکتر از ۴۵۹ و بزرگتر از ۳۵۹ دارند؟

$\{1, 7, 13, \dots\}$	۲ (۱)
$\{1, 8, 15, \dots\}$	۴ (۳)
	۳ (۲)
	۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

دنباله‌ای که شامل جملات مشترک این دو دنباله است دارای قدرنسبت $[6, 7] = 42$ و جمله اول ۱ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times 42 = 42n - 41$$

از طرفی $359 < a_n < 459$ است، بنابراین:

$$359 < 42n - 41 < 459 \Rightarrow 400 < 42n < 500 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 10 \leq n \leq 11 \Rightarrow n = 10, n = 11$$

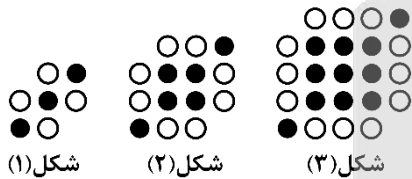
بنابراین فقط جملات دهم و یازدهم در محدوده مورد نظر قرار دارند؛ که تعدادشان ۲ عدد است.

دنباله جملات مشترک دنباله‌ها

برای پیدا کردن جملات مشترک دو دنباله $\begin{cases} a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \\ b_1, b_1 + d', b_1 + 2d', \dots \end{cases}$ کافی است اولین عدد مشترک بین دو دنباله (t_1) را پیدا کنیم. سپس جملات مشترک دو دنباله، دنباله‌ای با جمله اول t_1 و قدرنسبت $[d, d']$ (ک.م.م d و d') می‌سازند.



۱۵- در یک دنباله حسابی، اگر جمله یازدهم دنباله برابر تعداد دایره‌های سفید در شکل ششم الگوی زیر و جمله چهاردهم دنباله برابر با تعداد دایره‌های سیاه در شکل چهارم الگوی زیر باشد، جمله چندم دنباله حسابی برابر صفر است؟



- ۲۱ (۱)
- ۲۳ (۲)
- ۲۲ (۳)
- ۲۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

تعداد دایره‌های سفید به صورت $4, 8, 12, \dots$ است، که دارای یک الگوی خطی هستند، پس جمله عمومی آن به صورت $a_n = 4n$ است.

در نتیجه:

$$a_6 = 4(6) = 24 = t_{11} \text{ (جمله یازدهم دنباله حسابی)}$$

تعداد دایره‌های سیاه در شکل چهارم نیز با رسم شکل به راحتی به دست می‌آید: (الگوی دایره‌های سیاه دارای جمله عمومی $a_n = n^2 + 2$ است.)

$$t_{14} = 18 = \text{تعداد دایره‌های رنگی در شکل چهارم}$$

می‌دانیم اگر t_1 جمله اول دنباله حسابی و d قدرنسبت آن باشد، جملات یازدهم و چهاردهم به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} t_{11} &= t_1 + 10d = 24 \\ t_{14} &= t_1 + 13d = 18 \end{aligned} \Rightarrow d = -2, t_1 = 44$$

می‌دانیم که جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ نوشته می‌شود، با توجه به این که t_1 و d را داریم جمله عمومی را می‌نویسیم و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$t_n = 44 + (n-1)(-2) = 0 \Rightarrow 44 - 2n + 2 = 0 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23$$



۱۶- جمله سوم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت برابر ۷۲ و جمله پنجم آن برابر ۱۶۲ است. مجموع جملات اول و دوم آن کدام است؟

- ۸۴ (۱)
- ۹۶ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۹۲ (۴)

جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 ، جمله اول و r قدرنسبت است.

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = 72 \\ t_5 = t_1 r^4 = 162 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{r^4}{r^2} = \frac{162}{72} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

پس $t_1 = \frac{72}{r^2} = 32$ و $t_7 = 32 \times \frac{3}{2} = 48$ است. در نتیجه:

$$t_1 + t_7 = 32 + 48 = 80$$

دنباله هندسی

به دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب عددی ثابت و غیرصفر در جمله قبلی‌اش به دست می‌آید **دنباله هندسی** می‌گویند. به این مقدار ثابت، قدرنسبت (نسبت مشترک) دنباله می‌گوییم و آن را با r (یا q) نمایش می‌دهیم. جمله اول دنباله هندسی هیچ‌گاه صفر نیست.

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

جمله عمومی دنباله هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

قدرنسبت (نسبت مشترک)
شماره جمله
جمله عمومی
جمله اول



۱۷- بین دو عدد $\frac{1}{4}$ و ۲۵۶، هشت واسطه هندسی درج می‌کنیم. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه کدام است؟ (جمله اول برابر

$\frac{1}{4}$ است.)

۲۵۵ (۴)

۱۲۷ (۳)

۶۳ (۲)

۳۱ (۱)

روش اول

می‌دانیم که جمله اول برابر $\frac{1}{4}$ است، پس:

$$\frac{1}{4}, \underbrace{O, O, O, \dots, O}_{8 \text{ واسطه}}, 256$$

a_1 a_9

بنابراین جمله اول برابر $\frac{1}{2}$ و جمله دهم برابر ۲۵۶ است، حال:

$$\begin{cases} a_{10} = 256 \\ a_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a_{10} = a_1 q^9 \Rightarrow 256 = \frac{1}{2} \times q^9 \Rightarrow q^9 = 512 \Rightarrow q^9 = 2^9 \Rightarrow q = 2$$

با داشتن قدرنسبت دنباله می توان بزرگترین و کوچکترین واسطه را به دست آورد:

$$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots, 64, 128, 256$$

بزرگترین واسطه = ۱۲۸ $\xrightarrow{\text{اختلاف}}$ ۱۲۷
کوچکترین واسطه = ۱

روش دوم

از فرمول درجه واسطه هندسی بین دو عدد داریم:

$$\begin{cases} b = 256 \\ a = \frac{1}{2} \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow q^{m+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow q^9 = 512 \Rightarrow q^9 = 2^9 \Rightarrow q = 2$$

ادامه روند حل سؤال نیز مانند روش اول می باشد.

📌 قلیق درج m واسطه هندسی بین دو عدد رو یاد بگیر!

اگر بین دو عدد a و b بخواهیم m واسطه هندسی قرار دهیم به طوری که تمامی اعداد تشکیل یک دنباله هندسی بدهند، آن گاه قدرنسبت این دنباله از رابطه زیر به دست می آید:

$$q^{m+1} = \frac{b}{a}$$

۱۸- در دنباله هندسی و غیر حسابی $2x-1, 3x, 5x+2, \dots$ واسطه حسابی جملات چهارم و هفتم کدام است؟

۱۱۲ (۴)

۱۰۶ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۱۰ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می دانیم که اگر سه عدد a, b, c تشکیل دنباله هندسی دهند رابطه $b^2 = ac$ بین آنها برقرار است، پس:

$$(3x)^2 = (2x-1)(5x+2) \Rightarrow 9x^2 = 10x^2 + 4x - 5x - 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow \text{هندسی } 3, 6, 12, \dots \text{ دنباله} \checkmark \\ x=-1 \Rightarrow \text{هم حسابی هم هندسی} \Rightarrow \text{ثابت } -3, -3, -3, \dots \text{ دنباله} \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \times r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3 \times 2^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_7 = 3 \times 2^6 = 192 \\ a_4 = 3 \times 2^3 = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی جملات چهارم و هفتم} = \frac{a_4 + a_7}{2} = \frac{24 + 192}{2} = \frac{216}{2} = 108$$



♦ اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت b را «**واسطه هندسی**» a و c می‌گوییم و داریم:

$$b^2 = ac \Rightarrow b = \pm\sqrt{ac}$$

♦ اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، در این صورت b را «**واسطه حسابی**» a و c می‌نامیم و داریم:

$$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$$

♦ «**دنباله ثابت**» دنباله‌ای است که هم حسابی است و هم هندسی و داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ d = 0 \end{cases}$$

در دنباله ثابت با جملات برابر و غیرصفر



۱۹- جملات سوم و پنجم یک دنباله هندسی، به ترتیب جمله دوم و پنجم یک دنباله حسابی غیرثابت هستند. اگر جمله اول دنباله حسابی برابر صفر باشد، جمله ششم دنباله هندسی، چند برابر جمله دوم آن است؟

۱۶ (۴)

۴ (۳)

۹ (۲)

۸۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر جمله اول دنباله حسابی را صفر و قدرنسبت آن را d فرض کنیم، آن‌گاه دنباله حسابی به صورت زیر است:

$$0, d, 2d, 3d, 4d, \dots$$

جمله عمومی دنباله هندسی را $t_n = t_1 r^{n-1}$ فرض کنید. بنابراین:

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = d \\ t_5 = t_1 r^4 = 4d \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} r^2 = 4$$

$$\frac{t_6}{t_2} = \frac{t_1 r^5}{t_1 r} = r^4 = 16$$

در نتیجه:



۲۰- در دنباله هندسی t_n با شرط $t_n > 0$ ، اگر $t_6 + t_8 = 20$ و $t_1 - t_6 = 60$ باشند، جمله دوم این دنباله کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های داده شده را بر حسب جمله اول بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 - t_6 = 60 \Rightarrow t_1 r^0 - t_1 r^5 = 60 \Rightarrow t_1 r^5 (r^5 - 1) = 60 \\ t_6 + t_8 = 20 \Rightarrow t_1 r^5 + t_1 r^7 = 20 \Rightarrow t_1 r^5 (1 + r^2) = 20 \quad (*) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^5 (r^5 - 1)}{t_1 r^5 (1 + r^2)} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow \frac{r^5 - 1}{r^2 + 1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{(r^5 - 1)(r^2 + 1)}{(r^2 + 1)} = 3 \Rightarrow r^5 - 1 = 3 \Rightarrow r^5 = 4 \xrightarrow{\text{جملات دنباله مثبت هستند}} r = 2$$

حال با جای گذاری $r=2$ در رابطه (*) داریم:

$$t_1 r^5 (1+r^2) = 20 \Rightarrow t_1 r \times r^4 (1+r^2) = 20 \Rightarrow t_1 r \times 80 = 20 \Rightarrow t_1 r = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} \xrightarrow{t_2 = t_1 r} t_2 = \frac{1}{4}$$



۲۱- اگر در مثلث $\triangle ABC$ ، همواره $\hat{A} = 2\hat{B} = 30^\circ$ باشد، آن گاه ضلع BC چند برابر ضلع AB است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

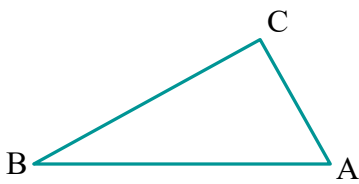
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (30^\circ + 15^\circ) = 135^\circ$$

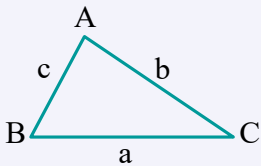
در نتیجه طبق قضیه سینوسها:



$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{C}} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 135^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

قضیه سینوسها

در هر مثلث داریم:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ است.



۲۲- در مثلث ABC ، $AB=6$ و $AC=10$ است. اگر زاویه بین نیمسازهای زوایای B و C برابر 150° باشد، طول ضلع BC کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

چون زاویه بین نیمسازهای زوایای داخلی B و C برابر 150° است، پس:

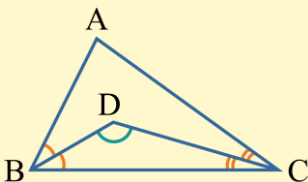
$$90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 150^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

حال به کمک قضیه کسینوسها، طول ضلع BC را به دست می آوریم:

$$BC^2 = 36 + 100 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 196 \Rightarrow BC = 14$$

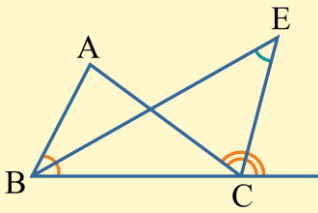
اندازه زاویه بین نیمسازهای دو زاویه در مثلث

در شکل زیر اگر BD و CD به ترتیب نیمسازهای زاویه های داخلی B و C باشند؛ آن گاه:



$$\hat{D} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

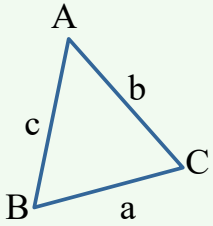
در شکل زیر اگر BE و CE به ترتیب نیمسازهای زاویه داخلی B و زاویه خارجی C باشند؛ آن گاه:



$$\hat{E} = \frac{\hat{A}}{2}$$

قضیه کسینوسها

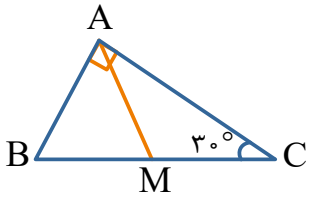
طبق قضیه کسینوسها در مثلث $\triangle ABC$ ، اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ داریم:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$



۲۲- در شکل مقابل، مثلث قائم الزاویه در رأس A، $\hat{C} = 30^\circ$ و M وسط BC است. شعاع دایره‌ای که از نقاط A، B و C می‌گذرد، چند برابر شعاع دایره‌ای است که از نقاط M، A و B می‌گذرد؟

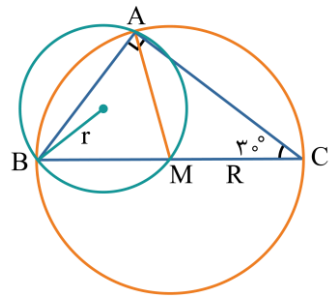


- ۱ (۱)
- $\sqrt{3}$ (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)
- ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

اگر شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABM$ را به ترتیب با R و r نشان دهیم. می‌دانیم وتر مثلث قائم الزاویه، قطر دایره محیطی آن است. یعنی شعاع دایره‌ای که از A، B و C می‌گذرد برابر با BM است.

از آن جایی که در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:



$$R = BM = AM = MC$$

از $\hat{C} = 30^\circ$ و $\hat{A} = 90^\circ$ در مثلث $\triangle ABC$ نتیجه می‌گیریم $\hat{B} = 60^\circ$ و در مثلث $\triangle ABM$ طبق قضیه سینوسها داریم:

$$\frac{AM}{\sin \hat{B}} = 2r \xrightarrow{\substack{AM=R \\ \hat{B}=60^\circ}} r = \frac{R}{2 \sin 60^\circ} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{3}$$





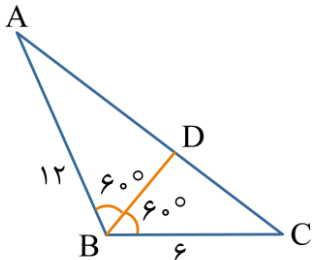
- ۲۴- در مثلث $\triangle ABC$ داریم $\hat{A} + \hat{C} = 60^\circ$ و $AB = 2BC = 12$. اندازه نیمساز داخلی زاویه B کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

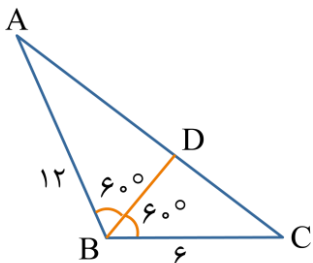
مطابق شکل و به کمک فرمول نیمساز داخلی داریم:



$$BD = \frac{2BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ}{BA + BC} = \frac{2 \times 6 \times 12 \times \frac{1}{2}}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4$$

روش دوم

ابتدا طول ضلع AC را به کمک قضیه کسینوس ها محاسبه می کنیم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow AC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \times 12 \times 6 \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 144 + 36 - 2 \times 12 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 252 \Rightarrow AC = \sqrt{252} \Rightarrow AC = 6\sqrt{7}$$

با فرض $DC = x$ و $AD = 6\sqrt{7} - x$ داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{12}{6} = \frac{6\sqrt{7} - x}{x} \Rightarrow 2x = 6\sqrt{7} - x \Rightarrow x = 2\sqrt{7}$$

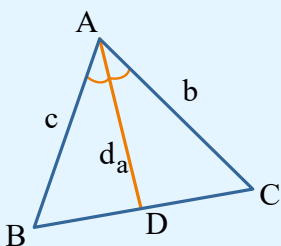
$$\Rightarrow DC = 2\sqrt{7}, AD = 4\sqrt{7}$$

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC \Rightarrow BD^2 = 12 \times 6 - 2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7} \Rightarrow BD^2 = 72 - 56 = 16 \Rightarrow BD = 4$$

فرمول طول نیمساز داخلی

در شکل زیر، اگر d_a نیمساز زاویه A باشد، داریم:

$$d_a = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$



- ۲۵- در یک مثلث با اضلاع ۶، ۱۲ و ۱۴، طول میانه وارد بر ضلع بزرگ تر کدام است؟

(۱) $\sqrt{41}$

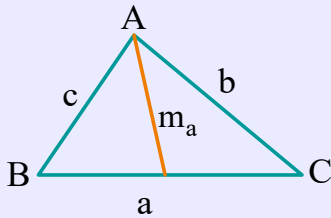
(۲) $\sqrt{33}$

(۳) $\sqrt{27}$

(۴) $\sqrt{52}$

قضیه میانه‌ها

اگر m_a ، m_b و m_c به ترتیب میانه‌های وارد بر اضلاع a ، b و c باشند، داریم:



$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= 2m_c^2 + \frac{c^2}{2} \\ b^2 + c^2 &= 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \\ a^2 + c^2 &= 2m_b^2 + \frac{b^2}{2} \end{aligned}$$

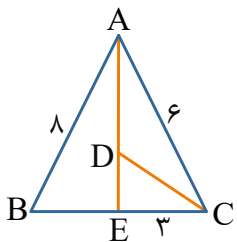
با توجه به درسنامه:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 12^2 + 6^2 = 2m_a^2 + \frac{14^2}{2}$$

$$\Rightarrow 144 + 36 - 98 = 2m_a^2 \Rightarrow 2m_a^2 = 82 \Rightarrow m_a^2 = 41 \Rightarrow m_a = \sqrt{41}$$



۲۶- در شکل مقابل، AE و CD نیمساز زوایا هستند. طول نیمساز CD کدام است؟



- (۱) $\sqrt{10}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) ۴

با توجه به قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{BE}{3} \Rightarrow BE = 4$$

$$AE^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 36 \Rightarrow AE = 6$$

حال طول نیمساز AE را به دست می‌آوریم:

با به کارگیری دوباره قضیه نیمسازها در مثلث AEC داریم:

$$\frac{CE}{AC} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \begin{cases} ED = k \\ AD = 2k \end{cases}$$

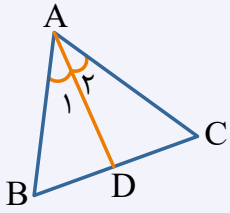
$$AD + ED = k + 2k = 3k = 6 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \begin{cases} ED = 2 \\ AD = 4 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$CD^2 = 6 \times 3 - 2 \times 4 = 10 \Rightarrow CD = \sqrt{10}$$

قضیه نیمساز زوایای داخلی

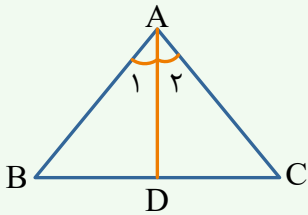
طبق قضیه نیمساز زوایای داخلی در مثلث $\triangle ABC$ داریم:



$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

طول نیمساز

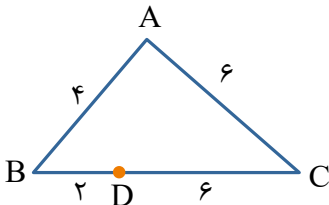
اگر AD نیمساز زاویه \hat{A} باشد، داریم:



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$



۲۷- در مثلث $\triangle ABC$ ، طول اضلاع AC و AB به ترتیب ۶ و ۴ است و نقطه D روی BC طوری قرار دارد که فاصله آن از B و C به ترتیب ۲ و ۶ است. فاصله نقطه D از A کدام است؟



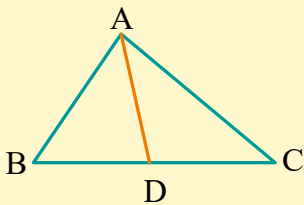
- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

رابطه استوارت

در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر نقطه دلخواه D روی BC باشد، داریم:



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC$$

به این رابطه، «رابطه استوارت» گویند.

طبق رابطه استوارت داریم:

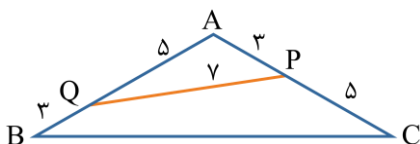
$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC$$

$$4^2 \times 6 + 6^2 \times 2 = 8AD^2 + 6 \times 2 \times 8$$

$$\Rightarrow 8AD^2 = 96 + 72 - 96 \Rightarrow AD^2 = 9 \Rightarrow AD = 3$$



۲۸- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی PQBC کدام است؟



- (۱) $\frac{49\sqrt{3}}{4}$
- (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$
- (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{8}$
- (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

ابتدا با استفاده از قضیه کسینوسها در مثلث $\triangle APQ$ ، زاویه \hat{A} را به دست می آوریم:

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2 - 2AP \times AQ \cos \hat{A}$$

$$49 = 9 + 25 - 2(15) \cos \hat{A} \Rightarrow 30 \cos \hat{A} = -15 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

حال مساحت مثلث $\triangle ABC$ را با استفاده از زاویه \hat{A} به دست می آوریم:

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

و برای به دست آوردن مساحت چهارضلعی $PQBC$ ، مساحت $\triangle APQ$ را به دست آورده و از مساحت کل کم می کنیم:

$$S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AP \times AQ \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4} \sqrt{3}$$

$$S_{PQBC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APQ} = 16\sqrt{3} - \frac{15}{4} \sqrt{3} = \frac{49}{4} \sqrt{3}$$



۲۹- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AC = 2AB = 4$ و زاویه $\hat{A} = 120^\circ$ است، فاصله پای میانه تا پای نیمساز وارد بر ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

ابتدا به کمک قضیه کسینوسها و مطابق شکل داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A} = 4 + 16 - 2(2)(4) \times \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}$$

$$BC^2 = 20 + 8 = 28 \Rightarrow BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

از طرفی، به کمک قضیه نیمساز زوایای داخلی، داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{BD}{DC} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{1}{2+1} = \frac{BD}{CD+BD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BD}{2\sqrt{7}} \Rightarrow BD = \frac{2}{3}\sqrt{7}$$

و در نتیجه، اندازه MD برابر است با:

$$MD = BM - BD = \frac{BC}{2} - BD = \sqrt{7} - \frac{2}{3}\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$



۳۰- در مثلث $\hat{A}BC$ ، اگر $c = 3\sqrt{3}$ و $a \cos \hat{B} = b \cos \hat{A}$ و $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

- (۱) $3(2 + \sqrt{3})$ (۲) $6(1 + \sqrt{3})$ (۳) $3 + \sqrt{3}$ (۴) $6 + \sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} \quad (I)$$

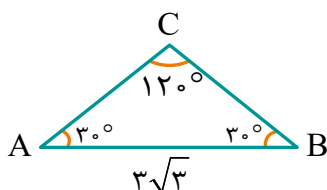
با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث $\hat{A}BC$ داریم:

با توجه به مفروضات سوال خواهیم داشت:

$$\frac{a}{b} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \tan \hat{A} = \tan \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \xrightarrow{\hat{C} = 120^\circ} \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ$$

پس مثلث $\hat{A}BC$ متساوی‌الساقین است.



با استفاده از قضیه کسینوس‌ها می‌توانیم AC و BC را به دست آوریم. ببینید:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C} \xrightarrow{AC=BC=x} (3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2x \times x \times \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 27 = 3x^2 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow AC = BC = 3$$

پس محیط مثلث برابر است با:

$$\text{محیط} = 3 + 3 + 3\sqrt{3} = 6 + 3\sqrt{3} = 3(2 + \sqrt{3})$$



۳۱- چه تعداد از متغیرهای زیر، کیفی اسمی است؟

- (الف) گروه خونی افراد یک کلاس
- (ب) نمرات آمار و احتمال دانش‌آموزان یک کلاس
- (ج) قد دانش‌آموزان یک کلاس
- (د) تعداد سرنشینان خودروهای عبوری
- (هـ) میزان بارندگی در یک فصل شهر تهران
- (و) تعداد خودروهای تولیدی شهر تهران در هر سال

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

(آسان - مفهومی / ترکیبی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

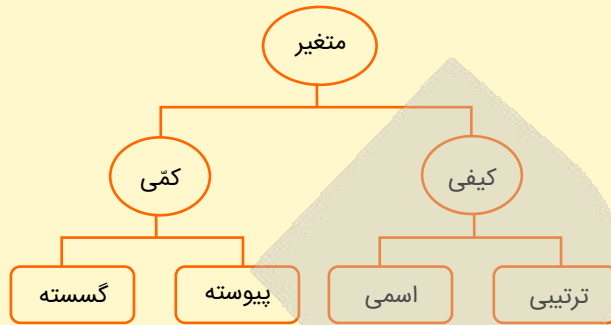
بیان با متغیرها آشنا بشیم

متغیر کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند.

به عنوان مثال وزن یک دانش‌آموز می‌تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو عدد باشد.

متغیر کمی گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد، به عنوان مثال، تعداد فرزندان یک خانواده، یک متغیر کمی گسسته است.

متغیر کیفی ترتیبی: متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد، به عنوان مثال سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)
متغیر کیفی اسمی (غیرترتیبی): متغیری کیفی است که ترتیب ندارد، مانند جنسیت (زن و مرد)



بررسی موارد:

- (الف) کیفی اسمی
- (پ) کمی گسسته، برای مثال نمرات می تواند به صورت ۱۹، ۲۵، ۱۹، ۵، ۱۹، ۷۵، ۱۹ و ۲۰ باشد.
- (ج) کمی پیوسته
- (د) کمی گسسته
- (ه) کمی پیوسته
- (و) کمی گسسته

بنابراین، فقط مورد (الف)، یعنی گروه خونی افراد یک کلاس، کیفی اسمی است.



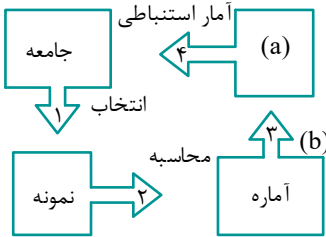
۳۲- برای بررسی «تعداد قهرمانی تیم‌های مختلف اسپانیایی در لالیگا طی ۳۰ سال گذشته» و نیز برای بررسی «تعداد خودروهای تک‌سرنشین عبوری از خیابان اصلی یک شهر در یک ساعت» به ترتیب کدام یک از روش‌های آماری زیر مناسب‌تر است؟
 (۱) مشاهده - پرسش‌نامه
 (۲) دادگان - مشاهده
 (۳) مصاحبه - دادگان
 (۴) پرسش‌نامه - مصاحبه

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

تعداد قهرمانی تیم‌های مختلف اسپانیایی در لالیگا در ادوار گوناگون، در سایت‌های معتبر وجود دارد و شیوه دادگان (مراجعه به آرشیو سایت‌های معتبر) بهترین گزینه برای بررسی تعداد قهرمانی هر تیم است.
 و برای آمارگیری از خودروهای تک‌سرنشین عبوری از خیابان اصلی یک شهر در یک ساعت، بهترین شیوه، مشاهده است.



۳۳- با توجه به شکل مقابل، مکان‌های a و b جانشین کدام یک از موارد زیر هستند؟

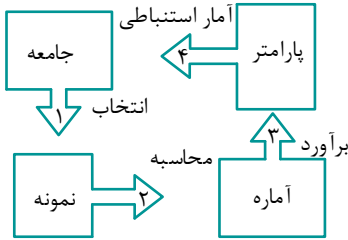


- (۱) برآورد a ، گردآوری b
- (۲) برآورد a ، تخمین b
- (۳) پارامتر a ، برآورد b
- (۴) میانگین a ، برآورد b

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

شکل داده شده مربوط به صفحه ۱۱۳ کتاب درسی است. که با توجه به شکل مقابل می توان گفت که در آمار استنباطی، پارامتر یک جامعه، از روی انتخاب نمونه و محاسبه آماره اش، برآورد می شود.



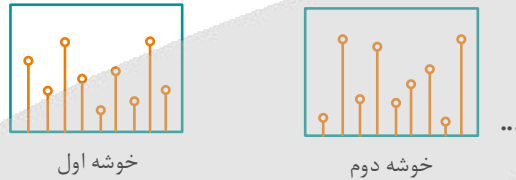
۳۴- در نمونه گیری خوشه ای معمولاً تفاوت از خوشه ای به خوشه دیگر و در نمونه گیری طبقه ای معمولاً تفاوت در اعضای درون هر طبقه است.

- (۱) کم - کم (۲) کم - زیاد (۳) زیاد - کم (۴) زیاد - زیاد

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

در نمونه گیری خوشه ای معمولاً تفاوت در درون خوشه ها نوسان دارد ولی از خوشه ای به خوشه دیگر تفاوت چندانی پیش بینی نمی شود، ببینید:



در نمونه گیری طبقه ای معمولاً تفاوت در درون طبقه ها نوسان کمتری داشته ولی از طبقه ای به طبقه دیگر، تفاوت زیادی دیده می شود:



بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



۳۵- از بین ۲۴۰ دانش آموز مدرسه که لیست آن ها را در اختیار داریم، می خواهیم ۱۲ نفر انتخاب کنیم. اگر نمونه گیری به روش سیستماتیک باشد و دانش آموز شماره ۵۳ انتخاب شده باشد، کدام شماره حتماً انتخاب شده است؟

- (۱) ۲۱۳ (۲) ۲۰۳ (۳) ۱۶۳ (۴) ۸۳

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

از بین ۲۴۰ دانش آموز می خواهیم ۱۲ نفر انتخاب کنیم، پس باید آن ها را به ۱۲ گروه تقسیم کنیم.

۱-۲۰, ۲۱-۴۰, ۴۱-۶۰, ..., ۲۲۱-۲۴۰

شماره ۵۳ در این گروه قرار دارد.

با توجه به اینکه شماره ۵۳، سیزدهمین نفر گروه است، باید از هر گروه نفر سیزدهم را انتخاب کنیم:

بررسی گزینه ها:

سیزدهمین عدد در هر دسته از جمع کردن عدد ۱۳ با آخرین عدد دسته قبل به دست می آید، با توجه به اینکه دسته ۲۰ تایی هستند:

$213 = 200 + 13 \checkmark$

$203 = 200 + 3 \times$



$$۱۶۳ = ۱۶۰ + ۳ \times$$

$$۸۳ = ۸۰ + ۳ \times$$



۳۶- از جامعه ۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲ نمونه‌ای به اندازه ۶ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که برآورد میانگین با پارامتر، یکسان باشد تقریباً چند درصد است؟

۱۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۸ (۲)

۳۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پارامتر جامعه برابر ۶ = $\frac{۲+۳+۳+۵+۷+۷+۹+۱۲}{۸}$ است. حال برای آن که میانگین ۶ عدد انتخابی نیز برابر ۶ باشد کافی است که میانگین دو عدد باقی‌مانده نیز برابر ۶ باشد (یعنی مجموع آن دو عدد ۱۲ باشد) که در ۴ مورد این اتفاق می‌افتد، پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{\binom{۸}{۶}} = \frac{۴}{\binom{۸}{۲}} = \frac{۴}{\frac{۸ \times ۷}{۲}} = \frac{۸}{۸ \times ۷} = \frac{۱}{۷} \approx ۰.۱۴۲$$

بنابراین احتمال موردنظر تقریباً برابر ۱۴ درصد است.

می‌دونی اون ۴ حالت چی بودن؟

گفتیم که حالت‌هایی رو می‌خوایم که مجموعشون ۱۲ بشه. حالا بگو ببینم بین این اعداد به چند حالت می‌شه دو عدد انتخاب کرد که مجموعشون ۱۲ بشه؟ اگه نتونستی جواب بدی تو راهنمای زرنگ‌بازی منتظرتم!

راهنمای زرنگ‌بازی!

مازیا می‌دون که حتی وقتی عدد تکراری داریم هر کدوم رو یک عضو مجزا و مستقل حساب می‌کنیم. پس داریم:

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

نکنه حواست نباشه و بگی فقط $۹+۳=۱۲$ و $۵+۷=۱۲$ هستن و می‌شه دو حالت!



۳۷- داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۶۰ مفروض‌اند. تمام نمونه‌های چهار عضوی را در نظر گرفته و آماره‌های به‌دست آمده برای میانگین را به صورت دنباله‌ای صعودی می‌نویسیم. مجموع پنج عضو اول از آن دنباله، کدام است؟

۱۴/۲۵ (۴)

۱۴/۵ (۳)

۱۴/۷۵ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

چون دنباله‌ای مربوط به میانگین‌ها صعودی است و خواسته سؤال از ما پنج عضو اول آن دنباله است، بنابراین نمونه‌های ما به صورت زیر خواهند بود:

شماره	نمونه	اعداد	میانگین
۱	نمونه اول	۱, ۲, ۳, ۴	۲/۵
۲	نمونه دوم	۱, ۲, ۳, ۵	۲/۷۵
۳	نمونه سوم	۱, ۲, ۳, ۶	۳
۴	نمونه چهارم	۱, ۲, ۳, ۷	۳/۲۵
۵	نمونه پنجم	۱, ۲, ۴, ۵	۳

مجموع $\rightarrow 2/5 + 2/75 + 3 + 3 + 3/25 = 14/5$ دنباله مربوط به میانگین



۳۸- در یک مدرسه ۵۷۸ دانش آموز در ۱۷ کلاس ۳۴ نفری مشغول به تحصیل هستند، a و b هم کلاس بوده ولی c در کلاس دیگری است. اگر نمونه‌ای ۶۸ نفری به شیوه خوشه‌ای از آن مدرسه انتخاب شود، احتمال آن که a و b هر دو در آن نمونه باشند ولی c در آن نمونه حضور نداشته باشد، تقریباً چند درصد است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۷ (۳) ۱ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / ترکیبی - ۱۱۰۴)

ابتدا باید از بین ۱۷ کلاس موجود، دو کلاس را به تصادف انتخاب کنیم که در این صورت فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{17}{2} = \frac{17 \times 16}{2} = 17 \times 8 = 136$$

حال پیشامد مطلوب به گونه‌ای است که کلاسی که a و b در آن حضور دارند، انتخاب شود و یک کلاس بعدی نیز از بین ۱۵ کلاس دیگر انتخاب گردد. واضح است کلاسی که فرد c در آن حضور دارد، باید کنار گذاشته شود، پس:

$$n(A) = \binom{1}{1} \times \binom{15}{1} = 1 \times 15 = 15$$

انتخاب کلاسی که فرد a, b در آن حضور دارند
از بین ۱۵ کلاس دیگر

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{136} \approx 0.11$$

بنابراین احتمال مورد نظر تقریباً ۱۱ درصد است.



۳۹- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای به صورت $(2/93, 3/81)$ و انحراف معیار جامعه برابر $2/2$ باشد، اندازه نمونه کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۲۵۰

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵٪ به فرم زیر است:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و \bar{x} میانگین نمونه می‌باشد.

نتیجه) طول بازه برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$

می‌دانیم که طول بازه برآورد میانگین برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است. حال با توجه به این که $\sigma = 2/2$ است، داریم:

$$\begin{cases} \text{طول بازه: } b - a = 3/11 - 2/93 = 0/88 \\ \sigma = 2/2 \end{cases}$$

$$b - a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/88 = \frac{4 \times 2/2}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{8/8}{0/88} = 10 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} n = 100$$

بنابراین اندازه نمونه برابر ۱۰۰ است.



۴۰- در جامعه‌ای با واریانس $7/84$ ، حداقل اندازه نمونه‌ها چقدر باشد تا یقین حاصل کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین‌ها کمتر یا مساوی $0/56$ باشد؟

۴۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۵ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

واریانس جامعه برابر $7/84$ است، پس:

$$\sigma^2 = 7/84 \Rightarrow \sigma = \sqrt{7/84} = 2/8$$

از طرفی می‌دانیم که انحراف معیار برآورد میانگین‌ها نیز باید کمتر یا مساوی $0/56$ باشد:

$$\sigma_{\bar{x}} \leq 0/56 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0/56 \Rightarrow \frac{2/8}{\sqrt{n}} \leq 0/56 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{2/8}{0/56}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} \geq 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} n \geq 25 \Rightarrow n_{\min} = 25$$

انحراف معیار میانگین

انحراف معیار میانگین برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

فیزیک ۱: دما و گرما (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶)

فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب (صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰)

بودجه‌بندی

این آزمون

پایه دهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور - پایه یازدهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در

کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۴۱- دمای هوای شهرستان آباده در یک روز زمستانی 10°C می‌باشد، این دما برحسب کلوین و فارنهایت به ترتیب کدام است؟

۱۴ و ۲۸۳ (۴)

۱۴ و ۲۶۳ (۳)

۵۰ و ۲۸۳ (۲)

۵۰ و ۲۶۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

تبدیل دما به کلوین:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = -10 + 273 \Rightarrow T = 263$$

گام آخر:

تبدیل دما به فارنهایت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5}(-10) + 32 = 14$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

دمای 122 درجه فارنهایت معادل با چند درجه سلسیوس و چند کلوین است؟

۳۲۳ و ۵۹ (۴)

۳۳۲ و ۵۹ (۳)

۳۲۳ و ۵۰ (۲)

۳۳۲ و ۵۰ (۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از رابطه دما در مقیاس فارنهایت و سلسیوس می‌توان نوشت:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \rightarrow 122 = \frac{9}{5}\theta + 32 \rightarrow 90 = \frac{9}{5}\theta \rightarrow \theta = 50^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: این دما در مقیاس کلوین برابر است با:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta=50^{\circ}\text{C}} T = 50 + 273 = 323\text{K}$$

پاسخ: گزینه ۲



۴۲- مساحت یک ورقه مسی 100cm^2 است. اگر دمای ورقه را 20°C افزایش دهیم، مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\left(\alpha_{\text{مس}} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}\right)$$

۳/۴ (۴)

۰/۰۳۴ (۳)

۶/۸ (۲)

۰/۰۶۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

همان‌طور که می‌دانیم افزایش مساحت، (ΔA) ، از رابطه $\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$ به دست می‌آید که در آن A_1 مساحت اولیه، α ضریب انبساط طولی و ΔT افزایش دما می‌باشد. پس با محاسبه ΔA داریم:

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T = 2 \times (17 \times 10^{-6}) \times (100) \times (20) = 68 \times 10^{-3} \text{cm}^2$$

برای محاسبه درصد افزایش مساحت ورقه مسی از رابطه $\left(\frac{\Delta A}{A_1} \times 100\right)$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{68 \times 10^{-3}}{100} \times 100 = 68 \times 10^{-3} = 0.68\%$$

$$\text{درصد تغییر سطح} = 200 \times \alpha \Delta \theta = 200 \times 17 \times 10^{-6} \times 20 = 0.68\%$$



۴۳- تکه فلزی به جرم ۱۰۰۰g و چگالی $\frac{25}{3} \frac{g}{cm^3}$ را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $\frac{5700}{C}$ که حاوی ۱/۵kg آب است، می‌اندازیم. فلز گرمای Q را از دست می‌دهد و دمای آب و ظرف $5^{\circ}C$ افزایش می‌یابد تا مجموعه به تعادل گرمایی برسد. در صورتی که تغییر حجم فلز در این فرایند $0.6 cm^3$ باشد، ضریب انبساط حجمی آن چند واحد SI است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg^{\circ}C}, c_{\text{فلز}} = 600 \frac{J}{kg^{\circ}C})$$

$$1/5 \times 10^{-5} \quad (4)$$

$$5 \times 10^{-5} \quad (3)$$

$$5 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$1/5 \times 10^{-4} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

چون فلز گرما از دست داده و ظرف و آب گرما می‌گیرند و دمای آن‌ها افزایش می‌یابد، پس می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = |Q_{\text{فلز}}| \rightarrow mc_{\text{آب}} \Delta \theta + C_{\text{ظرف}} \Delta \theta = |mc_{\text{فلز}} \Delta \theta'|$$

$$(1/5 \times 4200 \times 0/5) + (5700 \times 0/5) = 1 \times 600 \times |\Delta \theta'| \rightarrow |\Delta \theta'| = 10^{\circ}C$$

گام آخر:

حالا با دانستن تغییر حجم فلز، می‌توان از رابطه $\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta \theta$ ضریب انبساط حجمی را به دست آورد:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{25} = 40 \text{ cm}^3$$

$$0.6 = 3\alpha \times 40 \times 10 \rightarrow 3\alpha = 1/5 \times 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}C}$$

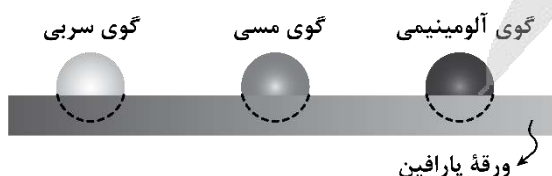


۴۴- سه گوی فلزی از جنس‌های مختلف که همگی جرم یکسانی دارند را توسط ریسمان‌هایی داخل ظرف آبی که در حال جوشیدن است، قرار داده و پس از مدتی طولانی، گوی‌ها را بیرون آورده و آن‌ها را مطابق شکل، روی یک ورقه پارافین قرار می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: دمای اولیه هر سه گوی، یکسان و مقدار پارافین ذوب‌شده توسط هر سه گوی نیز، یکسان است.

ب: گوی با ظرفیت گرمایی بالاتر، دمای نهایی بیش‌تری دارد.

پ: گوی‌ها، ورقه پارافین را در زمان‌های یکسان ذوب می‌کنند.



۱ (۲)

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۳)

بررسی موارد:

الف

هر سه گوی، ابتدا درون آب در حال جوشیدن بوده‌اند؛ بنابراین، دمای اولیه هر سه گوی، یکسان است. وقتی گوی‌ها بر روی پارافین قرار می‌گیرند، دمای آن‌ها شروع به کاهش می‌کند تا با محیط، هم‌دما شوند. جرم گوی‌ها یکسان است، اما چون از جنس‌های مختلف هستند، ظرفیت گرمایی متفاوتی دارند. در نتیجه، گویی که **ظرفیت گرمایی بالاتری** دارد، **پارافین بیشتری** را ذوب می‌کند. (*)

ب

هر سه گوی در نهایت با محیط به تعادل گرمایی می‌رسند و با آن هم‌دما می‌شوند؛ بنابراین، دمای نهایی هر سه گوی، **یکسان** است. (*)

پ

گوی‌ها بسته به **جنس** خود، ورقه پارافین را در **زمان‌های متفاوت** ذوب می‌کنند. (*)

راهنمای مسیرت

اگر مورد «پ» رو با شک و تردید جواب دادی، واجبه که بری در کتاب درسی به توضیح همین شکل نگاه کنی.

گرما

✓ گرما، نوعی انرژی است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیشتر به جسم با دمای کمتر منتقل می‌شود و یکای آن در SI ژول (J) است.

✓ گرما انرژی در حال گذار است یعنی داشتنی نیست، پس اشاره به گرمای موجود در یک جسم غلط است.

✓ ظرفیت گرمایی (C): مقدار گرمایی که باید به جسم داده شود تا دمای آن را یک کلوین (یا 1°C) افزایش دهد، ظرفیت گرمایی گویند.

ظرفیت گرمایی به جنس و جرم ماده وابسته بوده و یکای آن در SI $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ است.

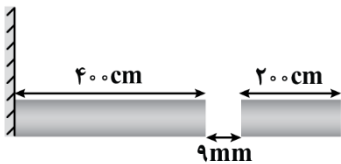
✓ گرمای ویژه (c): مقدار گرمایی که به یک کیلوگرم از جسم باید داده شود تا دمای آن یک کلوین (یا 1°C) افزایش یابد، گرمای ویژه گویند.

رابطه ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه:

$$C = mc$$



۴۵- در شکل زیر، دو میله فلزی هم جنس در دمای 35°C - به صورت افقی، با فاصله 9mm مقابل هم قرار گرفته‌اند. اگر دمای میله‌ها را حداقل به 65°C برسانیم، دو میله به یکدیگر می‌رسند. ضریب انبساط طولی میله‌ها چند بر درجه فارنهایت است؟ (میلۀ سمت چپ به یک دیوار قائم ثابت وصل شده است).



$$\frac{9}{5} \times 10^{-5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \times 10^{-5} \quad (4)$$

$$10^{-5} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \times 10^{-5} \quad (3)$$

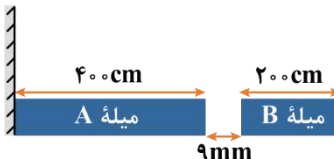
گام اول:

چون ضریب انبساط طولی میله‌ها بر حسب $\frac{1}{^{\circ}\text{F}}$ خواسته شده است، پس ساده‌ترین راه این است که تغییر دمای میله‌ها را بر حسب درجه فارنهایت به دست آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 65 - (-35) = 100^{\circ}\text{C}} \Delta F = \frac{9}{5} \times 100 = 180^{\circ}\text{F}$$

گام آخر:

امیدوارم حواستان باشد که میله سمت چپ چون از یک طرف به دیوار قائم ثابت وصل شده، پس کل تغییر طول آن از سمت راست اتفاق می افتد ولی در میله سمت راست، چون هر دو طرف میله آزاد است؛ بنابراین فقط نصف تغییر طول آن مربوط به پرشدن فضای خالی بین دو میله خواهد بود و داریم:



$$\Delta L_A + \frac{1}{2} \Delta L_B = 9 \times 10^{-3}$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta F, \alpha_A = \alpha_B = \alpha \rightarrow L_{1A} \alpha \Delta F + \frac{1}{2} L_{1B} \alpha \Delta F = 9 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow (4 + 1) \times \alpha \times 180 = 9 \times 10^{-3} \Rightarrow 900 \alpha = 9 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 10^{-5} \frac{1}{^\circ F}$$

رفع ابهام

این که در صورت سؤال گفتیم دمای میله‌ها را حداقل به $65^\circ C$ می‌رسانیم، یعنی میله‌ها بدون این که نیرویی به هم وارد کنند به یکدیگر می‌رسند و فضای خالی بین آن‌ها پر می‌شود.

سوتی‌های پرتکرار

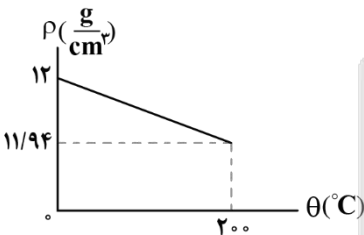
اگر ضریب انبساط طولی میله‌ها را برحسب $\frac{1}{K}$ به دست آورید و به $\frac{1}{^\circ F}$ تبدیل نکنید در دام گزینه (۲) می‌افتید. اگر هم کل تغییر طول میله سمت راست را لحاظ کنید در دام گزینه (۴) می‌افتید و در این مورد هم اگر حواستان به تبدیل یکای α نباشد در دام گزینه (۳) می‌افتید.

راهنمای مسیرت

به بهانه این تست می‌خواهیم دو مورد را به شما یادآور شویم. مورد (۱) این که چطور ضریب انبساط طولی را برحسب $\frac{1}{^\circ F}$ به دست آوریم و مورد (۲) این که وقتی یک طرف میله باز نیست و یا هر دو طرف میله باز است، نحوه تغییر طول میله‌ها را چگونه در نظر بگیریم تا فاصله بین میله‌ها پر شود. توصیه می‌کنیم حتماً این تست رو هایلایت کنید تا در دفعات بعدی حتماً مرورش کنید.



۴۶- نمودار تقریبی تغییر چگالی فلزی برحسب تغییر دمای آن مطابق شکل است. اگر دمای این فلز را 160 کلوین کاهش دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



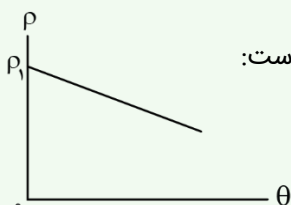
- (۱) 0.4 ، کاهش
- (۲) 0.4 ، افزایش
- (۳) 4 ، افزایش
- (۴) 4 ، کاهش

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته

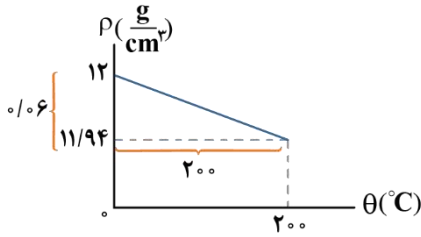
رابطه تقریبی تغییر چگالی برحسب تغییر دما به صورت $\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta T$ بوده و نمودار آن مطابق شکل زیر است:



$\rho_1 =$ عرض از مبدأ نمودار و $-\rho_1 \beta =$ شیب نمودار

گام اول:

با توجه به نکته‌ای که براتون آوردیم و به کمک اطلاعات روی نمودار، داریم:



$$\rho_1 = 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow \rho_1 = 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{شیب نمودار} = -\rho_1 \beta = -\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Rightarrow 12\beta = \frac{0.06}{200} \Rightarrow \beta = 2.5 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

گام آخر:

می‌دانیم درصد تغییر چگالی از رابطه $\beta \Delta T$ به دست می‌آید. با توجه به این که $\beta = 2.5 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ و $\Delta T = -160 \text{K}$ است، داریم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -\beta \Delta T = -2.5 \times 10^{-5} \times (-160) = 0.4\%$$

پس چگالی فلز، 0.4 درصد افزایش می‌یابد.

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستون به کاهش دما نباشه و به اشتباه $\Delta T = +160 \text{K}$ بگیری در دام گزینه (1) گرفتار می‌شینی.



۴۷- چند کیلوژول گرما لازم است تا یک قطعه 50 گرمی مس در نقطه ذوب خود به طور کامل ذوب شود؟ ($L_F = 134 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

7/6 (4)

76 (3)

6/7 (2)

67 (1)

(آسان - محاسباتی - 1004)

پاسخ: گزینه 2

چون مس در نقطه ذوب خود قرار دارد؛ بنابراین مقدار گرمای مورد نیاز برای ذوب کامل آن برابر است با:

$$Q = +mL_F = 50 \times 10^{-3} \times 134 = 6.7 \text{kJ}$$



۴۸- 400 گرم نقره با دمای 710°C درون یک کوره با توان 5kW و راندمان 60 درصد قرار دارد. چند ثانیه طول می‌کشد تا کل نقره

به طور کامل ذوب شود؟

12 (1)

20 (2)

120 (3)

200 (4)

نقطه ذوب نقره (°C)	گرمای نهان ذوب نقره ($\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)	گرمای ویژه نقره ($\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)
960	90	240

(متوسط - محاسباتی - 1004)

پاسخ: گزینه 2

گام اول:

توان مفید کوره را به دست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{P_{\text{مفید}}}{5000} \times 100 \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 3000 \text{W}$$

گام دوم:

با توجه به این که نقطه ذوب نقره 960°C است مراحل این فرایند را می‌نویسیم:

$$\boxed{\text{نقره با دمای } 710^\circ\text{C}} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} \boxed{\text{نقره با دمای } 960^\circ\text{C}} \xrightarrow{Q_2 = mL_F} \boxed{\text{نقره مذاب با دمای } 960^\circ\text{C}}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0.4 \times 240 \times (960 - 710) + 0.4 \times 90 \times 10^3 = 6 \times 10^4 \text{J}$$

رابطه توان را برای کوره نوشته و زمان ذوب نقره را به دست می آوریم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 3000 = \frac{6 \times 10^4}{t} \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر بازه را در محاسبات در نظر نگیرید به گزینه (۱) می‌رسید.

راهنمای مسیرت

این سؤال هم فقط برای به دام انداختن اون دسته از دانش‌آموزانی هست که فقط مراحل مربوط به فرایندهای آب و یخ رو حفظ کردند. پس باید یاد بگیرید که براساس دمای ذوب و جوش مراحل مربوطه رو برای همه اجسام بنویسید.

ذوب و انجماد

در فرایند ذوب، جسم جامد گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از جامد به مایع تغییر کند. گرما در این حالت برابر است با:

$$Q_F = +mL_F \quad L_F \text{ یکای } \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

در رابطه بالا، L_F گرمای نهان ویژه ذوب و انجماد است که وابسته به جنس ماده است.

گرمای نهان ویژه ذوب: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از جسم جامد می‌گیرد تا بدون تغییر دما در نقطه ذوب به مایع تبدیل شود.

در فرایند انجماد، مایع گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به جامد تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای لازم برای ذوب است.

$$Q_{\text{انجماد}} = -mL_F \quad Q_{\text{انجماد}} < 0$$

تبخیر و میعان

در فرایند تبخیر، مایع گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به بخار (گاز) تغییر کند. دقت کنید که تبخیر در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. برای محاسبه گرمای تبخیر داریم:

$$Q_V = mL_V \quad L_V \text{ یکای } \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

در رابطه بالا، L_V گرمای نهان ویژه تبخیر و میعان است که وابسته به جنس ماده و دمای آن است.

گرمای نهان ویژه تبخیر: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از مایع می‌گیرد تا بدون تغییر دما به بخار تبدیل شود.

در فرایند میعان که برعکس تبخیر است، گاز، گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت به مایع تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای لازم برای تبخیر است و به صورت زیر به دست می‌آید:

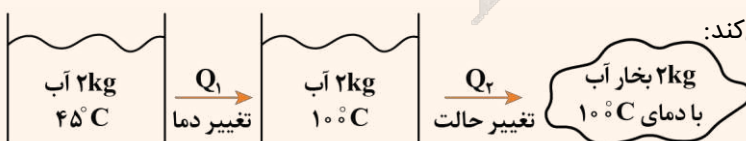
$$Q_{\text{میعان}} = -mL_V \quad Q_{\text{میعان}} < 0$$

به نمونه باحال

به ۲ kg آب 45°C گرما می‌دهیم تا به طور کامل به بخار آب 100°C تبدیل شود. چه کسری از گرمای داده شده به آب صرف تغییر حالت آن شده است؟ ($L_V = 2310 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

پاسخ:

ابتدا توجه کنید که دما و حالت جسم مطابق شکل مقابل تغییر می‌کند:



$$Q_1 = mc\Delta\theta = 2 \times 4200 \times 55 = 110 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_V = 2 \times \overbrace{2310}^{55 \times 42} \times 10^3 = 1100 \times 4200 \text{ J}$$

$$\rightarrow Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = 110 \times 4200 + 1100 \times 4200 = 1210 \times 4200 \text{ J}$$

در ادامه نسبت گرمای تغییر حالت (Q_2) را به کل گرما می‌خواهیم:

$$\frac{Q_2}{Q_{\text{کل}}} = \frac{1100 \times 4200}{1210 \times 4200} = \frac{110}{121} = \frac{10}{11}$$

بنابراین $\frac{10}{11}$ گرما صرف تغییر حالت و $\frac{1}{11}$ آن صرف تغییر دما شده است.



۴۹- توجیه فیزیکی چه تعداد از موارد زیر، مربوط به تبخیر سطحی است؟

الف: کوزه‌های سفالی می‌توانند آب درون خود را خنک کنند.

ب: برای جلوگیری از سرد شدن بیش از حد یک سالن، یک تشت بزرگ پر از آب را در سالن قرار می‌دهند.

پ: تمیز کردن محل تزریق سرم با الکل، سبب احساس خنکی در آن محل می‌شود.

ت: در گروهی از جانوران خونگرم و انسان، تعریق بدن باعث تنظیم دمای بدن آن‌ها می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف) تبخیر سطحی (✓)

تراوش آب از داخل کوزه به سطح آن و تبخیر سطحی باعث جذب گرمای آب درون کوزه و خنک شدن آن می‌شود.

ب) گرمای ویژه بالای آب (✗)

گرمای ویژه بالای آب باعث می‌شود تا با کاهش اندک دمای آن، گرمای زیادی را به محیط پیرامون خود منتقل کند. از این خاصیت برای تعدیل دمای هوای محیط سالن‌های بسته استفاده می‌شود.

پ) تبخیر سطحی (✓)

الکل پخش شده بر روی پوست، برای تبخیر سطحی گرمای پوست را جذب می‌کند و سبب احساس خنکی می‌شود.

ت) تبخیر سطحی (✓)

عرقی که بر روی پوست بدن پخش می‌شود با جذب گرما از بدن، تبخیر می‌شود و سبب کاهش دمای بدن می‌شود.

عوامل مؤثر بر آهنگ تبخیر سطحی مایع

۱- تبخیر سطحی با **افزایش دما زیاد** می‌شود. در واقع مولکول‌ها برای آن‌که بتوانند از سطح آزاد مایع فرار کنند باید انرژی جنبشی لازم برای فرار از چنگ کشش سطحی را داشته باشند و بدیهی است که این با افزایش دما بیشتر می‌شود. وانگهی کشش سطحی مایع نیز با افزایش دما کم می‌شود که این هم به تبخیر ساده‌تر مایع می‌انجامد.

۲- **افزایش مساحت** نیز موجب **افزایش** تبخیر سطحی می‌شود چراکه هر چه مساحت سطح آزاد بیشتر شود بدیهی است که مولکول‌های بیش‌تری برای فرار از سطح آزاد مایع وجود خواهد داشت.

۳- اگر سطح آزاد مایع را در معرض **نسیم** یا **باد طبیعی** و یا **مصنوعی** قرار دهیم آهنگ تبخیر سطحی **افزایش** می‌یابد.

۴- اگر **فشار هوا** بر سطح آزاد مایع **کاهش** یابد و ظرف در محیطی با خلأ نسبی قرار گیرد آهنگ تبخیر سطحی **افزایش** می‌یابد.

نکته

برای تبخیر سطحی نیز می‌توان از رابطه $Q = mL_V$ استفاده کرد، فقط بایستی L_V در همان دمای مربوطه را وارد کنیم.



با گرم کردن مایع به دمای مشخصی می‌رسیم که در آن حباب‌های گاز از درون مایع بالا می‌آیند که نشانه‌ای از آغاز فرایندی موسوم به جوشیدن است به این دمای مشخص نقطه جوش می‌گویند. در جوشیدن کل مایع در فرایند تبخیر شرکت می‌کند. به فرایند تبخیر تا پیش از رسیدن به نقطه جوش، تبخیر سطحی و به فرایند تبخیر در نقطه جوش اصطلاحاً جوشیدن می‌گویند درحالی‌که هر دو فرایند تبخیرند.

گرمای نهان تبخیر هر مایع به جنس و دمای آن بستگی دارد.
گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن کاهش می‌یابد.
نقطه جوش هر مایع به جنس و فشار وارد بر آن بستگی دارد.
افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالا رفتن نقطه جوش آن می‌شود.
افزودن ناخالصی نقطه جوش را افزایش می‌دهد.

تمرین

تحقیق کنید کوزه‌های سفالی چگونه می‌توانند آب داخل خود را خنک کنند.

پاسخ تشریحی:



آبی که از دیواره‌های متخلخل کوزه به بیرون تراوش کرده بخار می‌شود و ضمن تبخیر از کوزه و آب داخل آن، گرمای لازم (گرمای نهان تبخیر) را می‌گیرد. حال اگر نسیمی بوزد این عمل تشدید می‌شود؛ زیرا همان‌طور که گفتیم در حین تبخیر، مولکول‌های آب از آن جدا می‌شوند تا به هوای مجاور خود بروند. مقداری انرژی صرف می‌شود تا این مولکول‌ها از جاذبه مولکول‌های سطح آب رها شوند. بسیاری از این مولکول‌ها، مثلاً با برخورد با مولکول‌های هوا، به سطح آب باز می‌گردند؛ اما اگر هوا با یک نسیم حرکت کند این مولکول‌های آزادشده از محل دور می‌شوند و نمی‌توانند انرژی را برگردانند. اگر این از دست دادن انرژی سریع باشد، دمای آب پیش از آن‌که انرژی قابل‌توجهی از محیط به آب انتقال یابد، فرو می‌افتد؛ بنابراین اگر یک کوزه متخلخل در سایه قرار داده شود، وزش یک نسیم می‌تواند آب داخل کوزه را با جدا کردن مولکول‌های بخار شده از آبی که از دیواره کوزه به بیرون تراویده است خنک کند. عرق کردن بدن و یا خیساندن لباس و پوشیدن آن و سپس قرار گرفتن در زیر سایه و محلی بادگیر نیز به‌طور مشابه می‌تواند باعث خنک شدن شخص شود.



۵۰- در یک گلخانه برای جلوگیری از سرد شدن بیش از حد سالن در شب‌هنگام، یک تشت بزرگ آب به دمای 17°C را در سالن قرار داده‌اند. اگر ۱۰ درصد آب درون تشت یخ بزند و $12/6 \text{ MJ}$ گرما به محیط پیرامونش منتقل شود، جرم آب باقی‌مانده در تشت

چند kg است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

۱۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۰۸ (۲)

۹۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

جرم کل آب درون تشت را m در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} \text{آب } 17^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \\ (m) \quad \quad \quad (m) \\ \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \\ (0/m) \quad \quad \quad (0/m) \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = -12/6 \times 10^6 \Rightarrow mc_{\text{آب}}\Delta\theta - 0/m \times L_F = -12/6 \times 10^6$$

$$\Rightarrow m \times 4200 \times (0 - 17) - 0/m \times 336 \times 10^3 = -126 \times 10^6$$

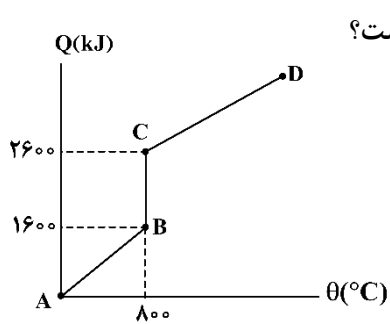
$$\xrightarrow{\div(-4200)} 17m + 8m = 3000 \Rightarrow m = \frac{3000}{25} = 120 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب یخ‌زده} = 0/1 \times 120 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$$

بنابراین، 108 kg آب، درون تشت باقی مانده است $(120 - 12 = 108)$.



۵۱- به جسم جامدی با دمای صفر درجه سلسیوس گرما می دهیم. نمودار گرما بر حسب دما برای این جسم مطابق شکل می باشد. اگر



گرمای ویژه این جسم در حالت جامد $400 \frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای نهان ذوب آن چند $\frac{J}{kg}$ است؟

- (۱) 10^2
- (۲) 2×10^2
- (۳) 10^5
- (۴) 2×10^5

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

در مرحله اول، جامد با دمای صفر درجه سلسیوس به جامد با دمای $800^{\circ}C$ تبدیل شده است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1600 \times 10^3 = m \times 400 \times (800 - 0) \Rightarrow m = 5 \text{ kg}$$

گام آخر:

در مرحله دوم (BC) چون دما ثابت مانده است پس فرایند ذوب رخ داده است.

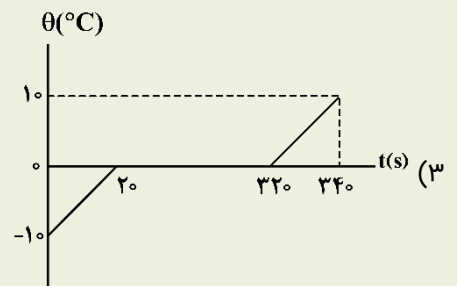
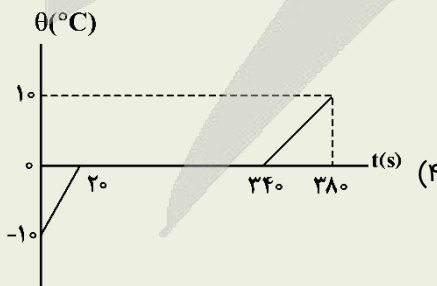
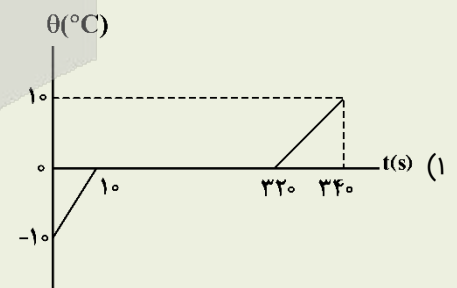
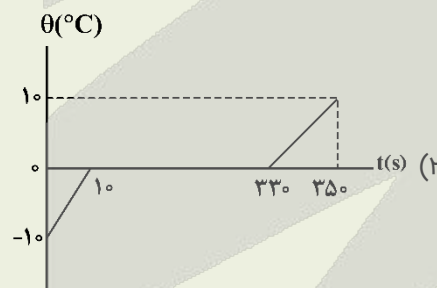
$$Q = mL_F \Rightarrow (2600 - 1600) \times 10^3 = 5L_F$$

$$\Rightarrow L_F = 2 \times 10^5 \frac{J}{kg}$$

کنکور سراسری خارج از کشور ۱۳۹۸

به 200 g یخ $-10^{\circ}C$ با آهنک ثابت $210 \frac{J}{s}$ گرما می دهیم تا به آب $10^{\circ}C$ تبدیل شود. کدام نمودار، تغییرات دما را بر حسب زمان درست

نشان می دهد؟ ($L_F = 336000 \frac{J}{kg}$, $c_{\text{یخ}} = 200 \frac{J}{kg^{\circ}C}$)



پاسخ تشریحی:

$$Q_1 = m_{\text{یخ}} c \Delta\theta = \frac{2}{10} \times 2100 \times 10$$

$-10^{\circ}C \xrightarrow{Q_1} \text{یخ صفر}$



$$\rightarrow Q_1 = 4200 \text{ J} \rightarrow P = \frac{Q_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{Q_1}{P} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{4200 \text{ J}}{210 \frac{\text{J}}{\text{s}}} = 20 \text{ s} \quad (1) \text{ و } (2)$$

$$\text{یخ صفر} \xrightarrow{Q_2} \text{آب صفر} : Q_2 = mL_F = \frac{2}{10} \times 336000 = 67200 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{Q_2}{P} \rightarrow \text{زمان } \Delta t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s} \rightarrow \text{حالت از ابتدای تغییر حالت تا پایان تغییر حالت}$$

پس از $t = 20 \text{ s}$ تا $t = 320 + 20 \text{ s}$ یخ صفر به آب صفر تبدیل می‌شود که در گزینه (4) مشاهده می‌شود.

پاسخ: گزینه 4



۵۲- یک گرمکن الکتریکی به‌طور کامل در ۱۰۰ گرم آب درون یک گرماسنج قرار داده می‌شود. این گرمکن ابتدا در مدت یک دقیقه دمای آب و گرماسنج را از 36°C به 46°C و سپس، در مدت ۱۸ دقیقه، $\frac{1}{3}$ از جرم آب درون گرماسنج را به بخار تبدیل می‌کند.

توان گرمکن چند وات است؟ ($L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$)

۲۰۰ (4)

۱۵۰ (3)

۱۰۰ (2)

۵۰ (1)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

در مدت یک دقیقه فرایندهای زیر طی شده است:

$$\begin{cases} \text{آب } 36^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 46^\circ\text{C} \\ \text{گرماسنج } 36^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{گرماسنج } 46^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = P(\Delta t)_1 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + C_{\text{گرماسنج}} \Delta \theta_{\text{گرماسنج}} = P(\Delta t)_1$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^{-3} \times 4200 \times (46 - 36) + C_{\text{گرماسنج}} \times (46 - 36) = P \times 60$$

$$\Rightarrow 4200 + 10 C_{\text{گرماسنج}} = 60P \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} = 6P - 420 \quad (I)$$

گام دوم:

در مدت ۱۸ دقیقه بعدی، سه فرایند طی شده است:

$$\begin{cases} \text{گرماسنج } 46^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{گرماسنج } 100^\circ\text{C} \\ \text{آب } 46^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_4} \text{آب } 100^\circ\text{C} \\ \text{بخار آب } 100^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_5} \text{بخار آب } 100^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$Q_3 + Q_4 + Q_5 = P(\Delta t)_2 \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} \Delta \theta_{\text{گرماسنج}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \left(\frac{1}{3} m_{\text{آب}}\right) L_V = P(\Delta t)_2$$

$$\Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} \times (100 - 46) + 100 \times 10^{-3} \times 4200 \times (100 - 46) + \frac{1}{3} \times 100 \times 10^{-3} \times 2268 \times 10^3 = P \times 18 \times 60$$

$$\Rightarrow 54 C_{\text{گرماسنج}} + 54 \times 420 + 54 \times 14 \times 100 = P \times 18 \times 60$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{54}} C_{\text{گرماسنج}} + 420 + 1400 = 20P \quad (II)$$

گام آخر:

با جایگذاری گرماسنج C از رابطه (I) در رابطه (II) داریم:

$$6P - 420 + 420 + 1400 = 20P \Rightarrow P = 100W$$



۵۳- مقدار گرمایی که ۱۰۰g آب ۴۰°C را به بخار آب ۱۰۰°C تبدیل می‌کند، چند گرم یخ ۰°C را می‌تواند به آب ۰°C تبدیل کند؟
($L_V = 540 \text{ cal/g}$ ، $L_F = 80 \text{ cal/g}$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

- (۱) ۷۵۰ (۲) ۱۵۰۰ (۳) ۶۵۰ (۴) ۱۳۰۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا مقدار گرمایی که ۱۰۰g آب ۴۰°C را به بخار آب ۱۰۰°C تبدیل می‌کند را مطابق طرح‌واره زیر به دست می‌آوریم:

$$40^\circ\text{C آب} \xrightarrow{Q_1} 100^\circ\text{C آب} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ\text{C بخار آب}$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + mL_V = 0/1 \times c_{\text{آب}} \times (100 - 40) + 0/1 \times 540 \text{ cal/g}$$

$$\Rightarrow Q_t = 6c_{\text{آب}} + 540 \text{ cal/g} = 60 \text{ cal/g}$$

گام آخر:

حالا می‌خواهیم به کمک همین مقدار گرما، یخ ۰°C را ذوب کرده و به آب ۰°C تبدیل کنیم:

$$Q_t = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 60 \text{ cal/g} = m_{\text{یخ}} L_F \xrightarrow{L_F = 80 \text{ cal/g}} 60 \text{ cal/g} = m_{\text{یخ}} \times 80 \text{ cal/g}$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{3}{4} \text{ kg} = 750 \text{ g}$$



۵۴- گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $840 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ دارای ۲۰۰g آب ۵۰°C است. اگر ۱۰۰g یخ ۰°C را وارد گرماسنج کنیم، پس از مدتی،

دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۸ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به گزینه‌ها، فرض کنیم دمای تعادل برابر با θ باشد؛ بنابراین داریم:

گام اول:

تبدیل یخ ۰°C به آب θ درجه سلسیوس:

$$-20^\circ\text{C یخ} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ\text{C یخ} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ\text{C آب} \xrightarrow{Q_3} \theta^\circ\text{C آب}$$

$$Q_{\text{یخ}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$= 0/1 \times 2100 \times 20 + 0/1 \times 80 \times 20 + 0/1 \times 4200 \times \theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{یخ}} = 4200 \times (1 + 8 + 0/10) = 4200 \times (9 + 0/10)$$

گام دوم:

تبدیل آب ۵۰°C به آب θ درجه سلسیوس:

$$Q_{\text{آب}} = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = 0/2 \times 4200 \times (\theta - 50) = (0/20 - 10) \times 4200$$

گام آخر:

تغییر دمای گرماسنج از 50°C به θ درجه سلسیوس:

$$Q_{\text{گرماسنج}} = (C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}} = 840 \times (\theta - 50) = 4200 \times (\theta - 50)$$

اتلاف گرماناچیز است. $\rightarrow Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$

$$\Rightarrow 4200 \cdot (9 + 0/10 + 0/20 - 10 + 0/20 - 10) = 0 \Rightarrow 11 = 0/5\theta \Rightarrow \theta = 22^{\circ}\text{C}$$

راه نجات

دمای اولیه گرماسنج و آب برابر 50°C است و چون ظرفیت گرمایی گرماسنج، $0/2$ برابر گرمای ویژه آب است؛ پس می توان فرض کرد گرماسنج معادل با $0/2\text{kg}$ آب 50°C است. پس انگاری 400g آب 50°C را با 100g یخ -10°C مخلوط کرده ایم:

$$\theta = \frac{m_{\text{آب}}\theta_{\text{آب}} - m_{\text{یخ}}\left(\frac{1}{2}|\theta_{\text{یخ}}| + 80\right)}{m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}} = \frac{400 \times 50 - 100 \times (10 + 80)}{500} = \frac{11000}{500} = 22^{\circ}\text{C}$$

بررسی سؤالات تعادل گرمایی در حالتی که تغییر فاز وجود دارد و دما و حالت نهایی را می دانیم

در این حالت چون دمای نهایی را می دانیم، از ابتدا می دانیم که چه موادی تغییر حالت می دهند و چه موادی تغییر حالت نمی دهند؛ بنابراین می توانیم بازهم مثل قسمت قبل، از پایستگی انرژی استفاده کنیم. فقط باید دقت کنیم که گرما علاوه بر فرم $Q = mc\Delta\theta$ ، به فرم $Q = mL_F$ و $Q = mL_V$ هم می تواند وجود داشته باشد.

تذکر

استفاده از رابطه $\theta = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2}$ فقط مربوط به وقتی است که تغییر حالت نداریم. در این بخش از این رابطه استفاده نکنید!

هنگامی که مقداری آب و یخ در کنار یکدیگر قرار گیرند، آب که دمای بالاتری دارد، گرما از دست می دهد و یخ که دمای پایین تری دارد، این گرما را می گیرد، در اینجا دو حالت وجود خواهد داشت:

حالت اول: اگر آب و یخ با محیط، گرمایی مبادله نکنند؛ آن گاه:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0$$

حالت دوم: اگر آب و یخ گرمای Q' را با محیط مبادله کنند، آن گاه:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = Q'$$

نکات طلایی

۱- اگر به غیر از آب و یخ، جسم دیگری مانند فلز نیز در تبادل گرما شرکت داشته باشد، گرمایی که آن جسم نیز مبادله می کند باید با Q های دیگر جمع شود.

۲- اگر مقدار یکی از اجسام بسیار زیاد باشد، مانند قطعه یخ بزرگ یا استخر آب، دمای تعادل برابر با دمای آن جسم با مقدار زیاد خواهد بود. به عنوان مثال اگر فلزی با دمای 50°C ، روی قطعه یخ بزرگی با دمای صفر درجه سلسیوس قرار گیرد، مقداری از یخ صفر، ذوب شده و به آب صفر تبدیل می شود ولی دمای تعادل در نهایت برابر با دمای یخ یعنی صفر درجه سلسیوس خواهد شد و محصول نهایی، یخ، آب و فلز صفر درجه سلسیوس خواهد بود.

۳- تنها در دمای صفر درجه سلسیوس آب و یخ می توانند در کنار یکدیگر در تعادل گرمایی باشند، پس اگر در سؤالی گفته شود که در نهایت مقداری از یخ ذوب شده است، یعنی محصول نهایی آب و یخ است و این یعنی دمای تعادل 0°C است.

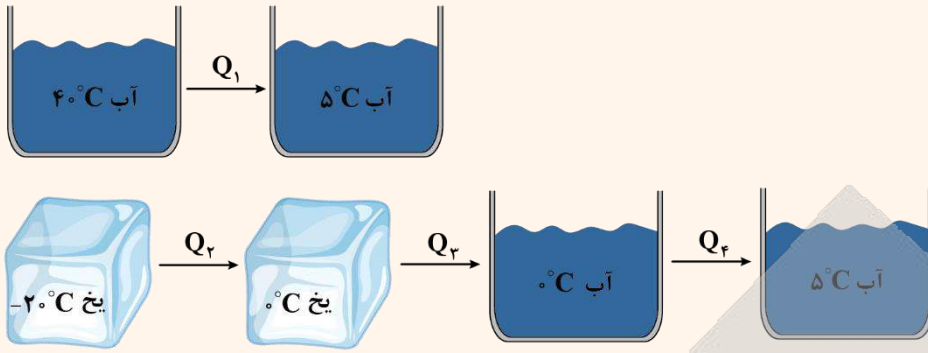
یه نمونه باحال

درون 4kg آب 40°C ، چند کیلوگرم یخ با دمای -20°C بیندازیم تا دمای نهایی برابر 5°C شود؟

$$\left(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ و } c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$$

پاسخ:

ابتدا دقت کنید که چون دمای نهایی 5°C است، حتماً تمام یخ ذوب شده است؛ بنابراین تغییر حالت را می‌دانیم. به شکل زیر توجه کنید:



پایستگی انرژی: $\overbrace{Q_1}^{\text{گرمای آب}} + \overbrace{Q_2 + Q_3 + Q_4}^{\text{گرمای یخ}} = 0$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\Delta\theta) + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} (\theta - (-20)) + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\Delta\theta) = 0$$

$$\frac{L_F = 80 c_{\text{آب}}}{c_{\text{یخ}} = \frac{c_{\text{آب}}}{2}} \rightarrow -35 m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} \times \frac{c_{\text{آب}}}{2} \times 20 + m_{\text{یخ}} \times 80 c_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \times 5 = 0$$

$$\frac{\text{تقسیم دو طرف معادله به } c_{\text{آب}}}{m_{\text{آب}} = 4 \text{ kg}} \rightarrow -35 \times 4 + m_{\text{یخ}} \times 10 + m_{\text{یخ}} \times 80 + m_{\text{یخ}} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow -140 + 95 m_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{140}{95} = \frac{28}{19} \text{ kg} \approx 1/47 \text{ kg}$$

نتیجه: معمولاً در سؤالات تعادل آب و یخ می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

$$c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}}, \quad L_F = 80 c_{\text{آب}}$$

به عبارتی می‌توان در محاسبات از $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ فاکتور گرفت و در نهایت آن را ساده کرد.

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۱

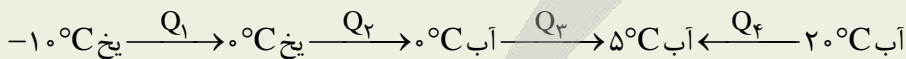
یک کیلوگرم یخ -10°C را در فشار یک اتمسفر درون مقداری آب 20°C می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به 5°C

برسد، جرم آب چند کیلوگرم است؟ $(c_{\text{یخ}} = 2 c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$)

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

پاسخ تشریحی:

روش اول:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c \Delta\theta_1 + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_3 + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = 0$$

برای راحتی محاسبات، گرما را بر حسب kJ می‌نویسیم:

$$(1 \times 2 / 1 \times 10) + (1 \times 336) + (1 \times 4 / 2 \times 5) + (m_{\text{آب}} \times 4 / 2 \times -15) = 0$$

$$\xrightarrow{\div 21} 1 + 16 + 1 - 3 m_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{18}{3} = 6 \text{ kg}$$

$$-10^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 5^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_4} \text{آب } 20^{\circ}\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_1 + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_3 + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = 0$$

$$\frac{c_{\text{آب}}}{2}, L_F = 80 c_{\text{آب}} \rightarrow 1 \times \frac{c}{2} \times 10 + 1 \times 80 c = -1 \times c \times 5 + m_{\text{آب}} \times c \times (-15) = 0$$

$$\Rightarrow 5 + 80 + 5 = 15 m_{\text{آب}} \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{90}{15} = 6 \text{ kg}$$

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سؤالات تعادل گرمایی در حالتی که تغییر فاز وجود دارد و دما و حالت نهایی را نمی‌دانیم

در این حالت نمی‌دانیم که در نهایت قرار است یخ ذوب شود، آب، یخ بزند و یا هر تغییر حالت دیگری رخ بدهد؛ بنابراین چون تغییر حالت را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم گرمای جابه‌جاشده را درست، حساب کنیم و در نتیجه نمی‌توانیم به‌طور مستقیم از پایستگی انرژی استفاده کنیم. برای حل این سؤالات از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:

مرحله ۱: مقدار گرمایی را که آب از دست می‌دهد تا به آب با دمای صفر درجه سلسیوس برسد حساب می‌کنیم. حتماً محاسبات را برحسب $C_{\text{آب}}$ انجام دهید!

مرحله ۲: مقدار گرمایی را که یخ می‌گیرد تا به آب با دمای صفر درجه سلسیوس تبدیل شود محاسبه می‌کنیم. باز هم محاسبات برحسب $C_{\text{آب}}$ باشند!

مرحله ۳: در این مرحله گرماهای به‌دست‌آمده در مرحله قبل را مقایسه می‌کنیم. یکی از حالت‌های زیر رخ خواهد داد:

حالت اول: اگر $|Q_{\text{آب}}| \geq Q_{\text{یخ}}$ باشد:

در این حالت کل یخ ذوب شده است و کافی است اختلاف این دو مقدار را به مجموع جرم آب و یخ بدهیم تا دمای نهایی محاسبه شود.

$$\underbrace{|Q_{\text{آب}}| - Q_{\text{یخ}}}_{\text{اختلاف گرماها}} = (m_{\text{یخ}} + m_{\text{آب}}) c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

حالت دوم: اگر $|Q_{\text{آب}}| < Q_{\text{یخ}}$ باشد:

در این حالت کل یخ ذوب نشده است و کافی است با استفاده از اختلاف این دو گرما، جرم یخ باقی‌مانده در ظرف را محاسبه کنیم. در این حالت دمای تعادل معمولاً صفر درجه سلسیوس است.

$$\underbrace{Q_{\text{یخ}} - |Q_{\text{آب}}|}_{\text{اختلاف گرماها}} = m_{\text{ذوب نشده}} L_F \Rightarrow m_{\text{ذوب نشده}} \text{ به دست می‌آید.}$$

تذکر!

گرمای آب منفی است، به همین خاطر آن را داخل قدر مطلق قرار دادیم، چون در این قسمت فقط مقدار گرما را نیاز داریم.



۵۵- مخلوط ۳۰۰g آب و ۱۰۰g یخ در تعادل گرمایی هستند. با انداختن فلزی به جرم ۴kg و دمای ۱۰۰°C در این مخلوط، آب و یخ ۶۷۲۰۰J گرما دریافت کرده و هر سه به تعادل گرمایی می‌رسند. گرمای ویژه فلز چند واحد SI است؟

(مجموعه، هیچ تبادل گرمایی با محیط ندارد و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

۱۵۰ (۴)

۲۳۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

اولاً دقت کنید که در حالت اول، چون مخلوط آب و یخ در تعادل اند، پس دمای هرکدام صفر درجه سلسیوس است. دوماً، با انداختن فلز در مخلوط آب و یخ، چون دمای فلز بیش تر است، فلز گرما از دست می دهد و این گرما را مخلوط آب و یخ دریافت می کنند که طبق گفته سؤال، این گرما 67200 J است. حال در گام های زیر سؤال را حل می کنیم:

گام اول:

گرمای لازم برای ذوب 100 g یخ برابر است با:

$$Q = mL_F = 0/1 \times 336000 = 33600 \text{ J}$$

گام آخر:

چون گرمای دریافتی یخ و آب، بیش تر از گرمای لازم برای ذوب 100 g یخ صفر درجه سلسیوس است، پس تمام یخ، ذوب شده و باقی مانده گرمای دریافتی، صرف افزایش دمای آب صفر درجه سلسیوس جدید (400 گرم آب)، خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 67200 - 33600 = (0/1 + 0/3) \times 4200 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\theta_1 = 0^\circ\text{C}} \theta_2 = 20^\circ\text{C}$$

پس دمای آب (و یخ ذوب شده)، بعد از رسیدن به تعادل گرمایی، برابر 20°C می شود، این یعنی دمای تعادل 20°C بوده و فلز نیز با از دست دادن 67200 J گرما به دمای 20°C خواهد رسید، حال برای فلز می توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}} = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} \xrightarrow{\Delta\theta = \theta_e - \theta_1} -67200 = 4 \times c_{\text{فلز}} \times (20 - 100) \rightarrow c_{\text{فلز}} = 210 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$



۵۶ - وقتی یک تیر چوبی و یک میله فلزی را لمس می کنیم، میله فلزی سردتر به نظر می رسد؛ زیرا در میله فلزی بیش تر است.

- (۱) تابش گرمایی (۲) رسانش گرمایی (۳) جریان همرفتی طبیعی (۴) جریان همرفتی واداشته

پاسخ: گزینه ۲

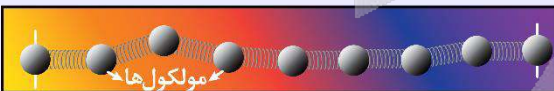
(آسان - حفظی / مفهومی - ۱۰۰۴)

فلزات، رسانای خوب گرما هستند. وقتی میله فلزی را لمس می کنیم، گرمای دستمان از طریق لوله منتقل می شود و دست ما احساس سرد شدن می کند.

رسانش گرمایی

انتقال گرما از طریق ذرات تشکیل دهنده یک جسم (بدون انتقال آن ها) رسانش نامیده می شود. داغ شدن انتهای قاشقی که سر آن در آب جوش قرار دارد به دلیل رسانش است.

اجسامی دیگر مانند شیشه، چوب و ... می توانند گرما را تا حدودی انتقال دهند. رسانش گرمایی در آن ها به دلیل ارتعاش اتم ها و گسترش ارتعاش در طول آن ها است که رسانش گرمایی کمی دارند، به علت نداشتن الکترون آزاد، این اجسام رساناهای گرمایی خوبی نیستند و به همین دلیل از برخی از آن ها در ساخت دیوار، سقف، دسته قابلمه و دیگر عایق ها استفاده می شود. در شکل زیر، این انتقال ارتعاش توسط فنرها شبیه سازی شده است.

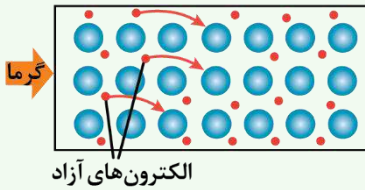


فرض کنید در شکل زیر یک سر میله فلزی را توسط شعله شمع گرم کنیم، در این صورت گرما از شعله (که دمای بیش تری نسبت به میله دارد) به بخش M از فلز منتقل شده و مولکول های این بخش ارتعاشات شدیدتری خواهد نمود و در نتیجه دمای این بخش افزایش می یابد. در جامدات مولکول ها نمی توانند آزادانه از جایی به جای دیگر بروند، بنابراین فقط در اثر ارتعاشات شدیدتر و افزایش انرژی جنبشی، به مولکول های مجاور خود مقداری انرژی می دهند و در نتیجه گرما (انرژی) توسط مولکول ها دست به دست به نقاط مجاور منتقل شده تا این که، دمای ناحیه N نیز افزایش می یابد.



نکات

۱- در فلزات علاوه بر ارتعاش‌های اتمی، الکترون‌های آزاد نیز در انتقال گرما نقش دارند. در نتیجه فلزات نسبت به سایر اجسام، رسانای گرمایی بسیار بهتری هستند.



۲- در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیش‌تر از اتم‌ها است.

۳- برخی آشپزخانه‌ها برای آن‌که سیب‌زمینی زودتر آب‌پز شود ابتدا چند سیخ کوچک فلزی درون سیب‌زمینی فرومی‌کنند تا انرژی گرمایی از طریق رسانش به درون سیب‌زمینی انتقال یابد.

۴- موهای خرس قطبی، توخالی است که باعث می‌شود قسمت‌های مرئی و فروسرخ نور خورشید را مانند یک فیبر نوری پس از بازتاب‌های مکرر درون مو به پوست منتقل کند و همین‌طور گرمای حاصل در پوست نسبتاً حفظ می‌شود زیرا موها توخالی هستند و مانند لوله‌های توخالی رساننده ضعیف گرما هستند.

۵- دلیل این‌که هنگامی که یک تیر چوبی و یک لوله فلزی سرد هم‌دما را لمس می‌کنید، لوله سردتر حس می‌شود این است که چون میله رسانا است گرما راحت‌تر از دست شما به آن منتقل شده و شما احساس سرما می‌کنید.

تمامی فلزات، رسانای گرمایی خوب هستند و جامداتی مانند چوب و لاستیک، کائوچو رسانای خوبی نیستند و گرما را به خوبی منتقل نمی‌کنند. این‌گونه مواد را «عایق گرمایی» می‌نامند و کلیه مایعات از جمله آب نیز رسانای بسیار ضعیفی برای انتقال گرما هستند و همچنین هوا نیز نارسانای بسیار خوبی است و به همین علت پرندگان در هوای سرد، پرهای خود را پوش می‌کنند و هوا را زیر پرهای خود حبس می‌کنند تا گرما از بدن آن‌ها به بیرون منتقل نشود.



۵۷- در یک فرایند هم‌حجم، دمای مطلق گازی را $\frac{4}{5}$ برابر می‌کنیم. فشار گاز چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{5}{4}$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

در فرایند هم‌حجم، فشار گاز با دمای مطلق، متناسب است، پس فشار گاز هم $\frac{4}{5}$ برابر می‌شود.

$$\text{فرایند هم‌حجم: } \frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

فرایند هم‌حجم

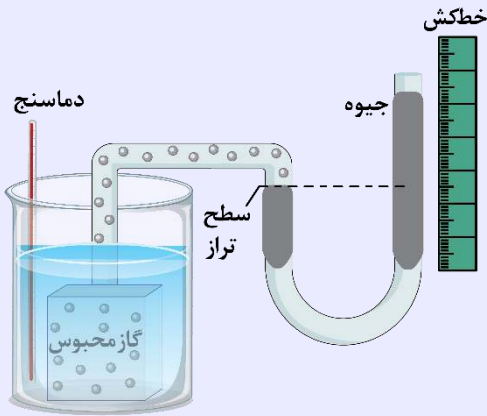
حجم گاز طی این فرایند ثابت می‌ماند.

قانون ژوزف لوئیس گی لوساک:

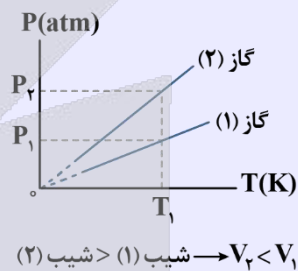
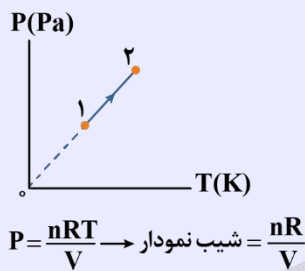
اگر حجم مقدار معینی از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، فشار آن مستقیماً با دما (برحسب کلوین) متناسب است. (حجم و جرم ثابت)

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$$

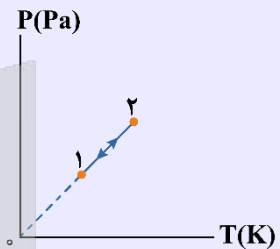
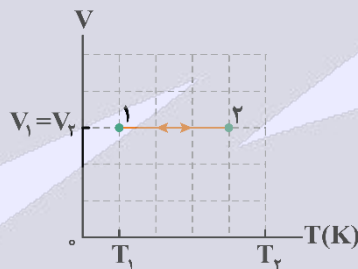
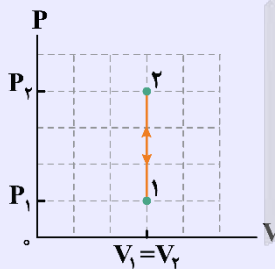
اسباب تحقیق گاز در حجم ثابت:



نمودار فشار برحسب دما (P-T) برای فرایند هم‌حجم یک گاز آرمانی، خط راستی است که امتداد آن از مبدأ مختصات (صفحه P-T) می‌گذرد.



نمودارهای فرایند هم‌حجم:



یه نمونه باحال

در حجم ثابت، فشار مقدار معینی از گاز را ۴ برابر می‌کنیم. اگر دمای اولیه گاز ۲۳- درجه سلسیوس باشد، دمای نهایی آن چند درجه سلسیوس خواهد بود؟

پاسخ تشریحی:

$$\theta_1 = -23^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = \theta_1 + 273 = 250\text{K} \quad , \quad P_2 = 4P_1 \rightarrow \theta_2 = ?$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{250} = \frac{4P_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 1000\text{K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \rightarrow \theta_2 = 1000 - 273 \rightarrow \theta_2 = 727^\circ\text{C}$$



۵۸- فشار مطلق هوای درون لاستیک یک دوچرخه در شرایطی که دمای هوا ۲۷°C است، ۲atm است. دوچرخه‌سوار مدت ۴۰ دقیقه دوچرخه‌سواری می‌کند. سپس دوباره فشار هوای لاستیک را با فشارسنج اندازه می‌گیرد و فشارسنج عدد ۱/۲atm را نمایش می‌دهد. دمای هوای درون لاستیک در این شرایط چند درجه سلسیوس است؟ (P₀ = ۱atm و حجم هوا ثابت می‌ماند.)

۵۷ (۴)

۲۰۰ (۳)

-۹۳ (۲)

۱۷۷ (۱)

حالت اول:

فشار هوای درون لاستیک دوچرخه ۲ atm است، پس:

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

حالت دوم:

فشارسنج، عدد ۱/۲ atm را نشان داده است، پس با توجه به این که فشارسنجها فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند، می‌توان نوشت:

$$P_r = P_g + P_0 = 1/2 + 1 = 2/2 \text{ atm}$$

با توجه به این که فرایند هم‌حجم رخ داده است نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_r V_r}{T_r} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_r}{T_r} \Rightarrow \frac{2}{273 + 27} = \frac{2/2}{T_r}$$

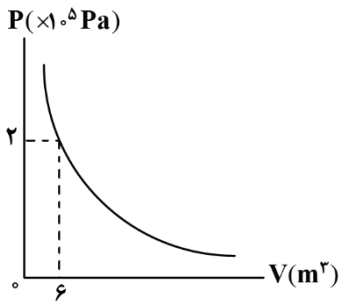
$$\Rightarrow T_r = 330 \text{ K} \xrightarrow{\theta = T - 273} \theta(^{\circ}\text{C}) = 330 - 273 = 57^{\circ}\text{C}$$



۵۹- نمودار فشار بر حسب حجم در دمای ثابت برای یک مول گاز، مطابق شکل می‌باشد. زمانی که حجم گاز 16 m^3 است. فشار گاز

چند کیلوپاسکال است؟

- ۱۰۰ (۱)
- ۷۵ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۲۵ (۴)



چون دمای گاز، ثابت است می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_1 V_1 = P_r V_r \xrightarrow{P_1 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 6 \text{ m}^3, V_r = 16 \text{ m}^3}$$

$$2 \times 10^5 \times 6 = P_r \times 16 \Rightarrow P_r = 0.75 \times 10^5 \text{ Pa} = 75 \text{ kPa}$$

فرایند هم‌دما

دمای گاز طی این فرایند، ثابت می‌ماند.

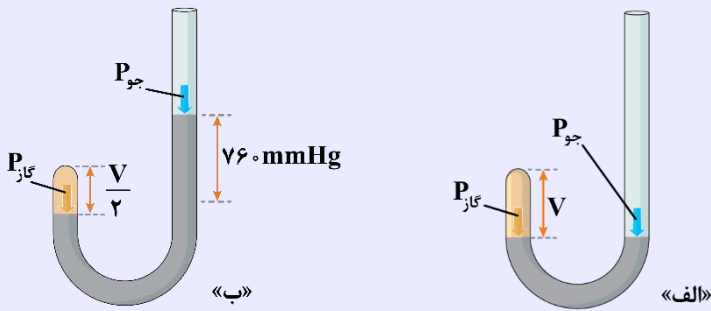
قانون رابرت بویل:

اگر دمای مقدار معینی از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، فشار آن با حجمش رابطه وارون دارد. به عبارتی حاصل ضرب فشار و حجم گاز، مقداری ثابت است.

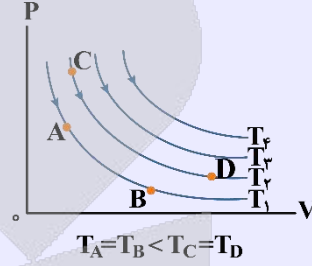
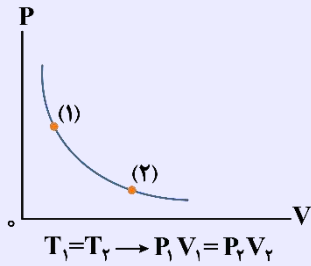
(دما و جرم ثابت)

$$PV = \text{ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_r V_r$$

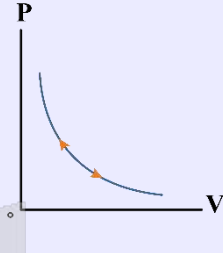
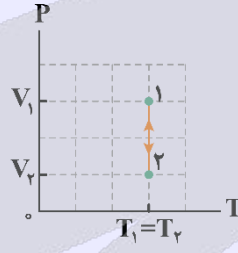
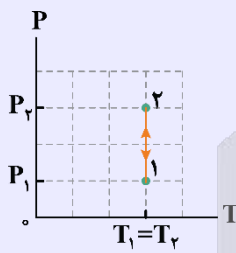
اسباب تحقیق گاز در دمای ثابت:



نمودار فشار برحسب حجم (P-V) برای فرایند همدمای یک گاز آرمانی مطابق شکل است:



نمودارهای فرایند همدمای:



یه نمونه باحال

یک حباب هوا از عمق ۴۰ متری آب به چگالی $1 \frac{g}{cm^3}$ به سطح آب می‌آید. اگر دمای آب، ثابت فرض شود و فشار هوا در سطح آب 100 kPa باشد، حجم حباب چند برابر می‌شود؟ $(g = 10 \frac{N}{kg}, \rho = 1 \frac{g}{cm^3})$

پاسخ تشریحی:

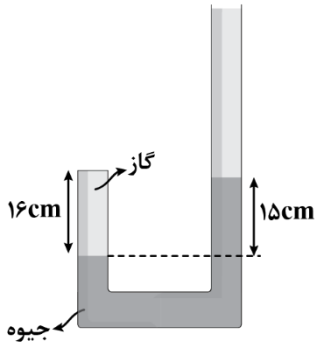
$$P_2 = 100 \text{ kPa}, \rho = 1 \frac{g}{cm^3}, h = 40 \text{ m}, V_2 = ? V_1, T_2 = T_1$$

$$P_1 = P_2 + \rho gh = 10^5 + 10000 \times 10 \times 40 = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{5 \times 10^5}{10^5} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 5$$



۶۰- در شکل زیر، داخل لوله U شکلی به سطح مقطع 5cm^2 مقداری جیوه قرار دارد و ارتفاع گاز محبوس برابر 16cm است. در دمای ثابت، چند سانتی متر مکعب جیوه درون لوله بریزیم تا ارتفاع گاز محبوس در طرف بسته لوله 12cm شود؟ ($P_0 = 75\text{cmHg}$) و شاخه سمت راست به حد کافی بلند است.



- (۱) ۳۸
- (۲) ۱۹۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۲۲۵

(خیلی سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با ترسیم یک شکل، حجم گاز در دو حالت را به دست می آوریم:

$$V_1 = h_1 A = 16A$$

$$V_2 = h_2 A = 12A$$

حال قانون گازها را برای دمای ثابت می نویسیم:

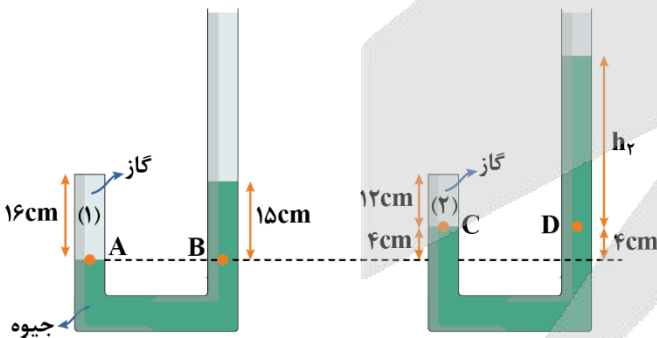
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 \times 16A = P_2 \times 12A \Rightarrow 4P_1 = 3P_2$$

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز، فشار گاز را در دو حالت محاسبه می کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = 15 + 75 \Rightarrow P_1 = 90\text{cmHg}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 = h_2 + 75$$

$$\Rightarrow 4 \times 90 = 3 \times (h_2 + 75) \Rightarrow h_2 = 45\text{cm}$$



حال با توجه به مقایسه شکل ها ارتفاع ستون جیوه اضافه شده را به دست می آوریم:

$$H = 4 + (4 + 45 - 15) = 38\text{cm}$$

$$\text{حجم جیوه اضافه شده: } V = AH = 5 \times 38 = 190\text{cm}^3$$



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۶۱- اگر حلقه ای دایره ای که سطح آن عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار دارد را به صورت قابی مربعی در آوریم و دوباره سطح آن را عمود بر خطوط همان میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چه تغییری خواهد کرد؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۵۶ درصد کاهش می یابد.
- (۲) ۲۵ درصد کاهش می یابد.
- (۳) ۱۲۵ درصد افزایش می یابد.
- (۴) ۳۳ درصد افزایش می یابد.

گام اول:

وقتی حلقه به مربع تبدیل شود مساحت آن تغییر می کند اما محیط آن ثابت است.

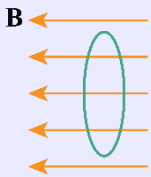
$$4a = 2\pi r \Rightarrow a = \frac{r}{2}$$

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{a^2}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{(\frac{r}{2})^2}{\pi r^2} = \frac{r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Phi_1} \times 100 = \frac{-\frac{1}{4}\Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = -25\%$$

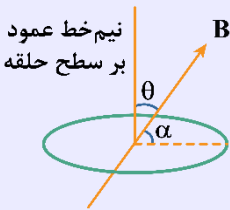
گام آخر:

شار مغناطیسی

مجموعه خطوط میدان مغناطیسی که از یک سطح بسته می گذرد را **شار مغناطیسی** می گویند.



شار مغناطیسی، کمیتی **نردهای** است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت **B** که از پیچهای **A** با مساحت معین **A** می گذرد به صورت زیر تعریف می شود:



$$\Phi = BA \cos \theta$$

Φ : شار مغناطیسی (وِبر Wb) B : میدان مغناطیسی (تسلا T) A : مساحت پیچه (m^2)

θ : زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم خط عمود بر سطح حلقه

اگر در سؤالی زاویه میدان و سطح حلقه (یعنی α) داده شد، باید ابتدا آن را از 90° کم کنید و در رابطه قرار دهید:

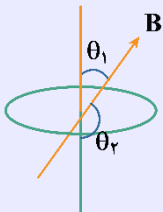
$$\cos \theta = \sin \alpha \quad \text{یا} \quad \theta = 90^\circ - \alpha$$

یکای شار مغناطیسی در SI **وِبر (Wb)** است.

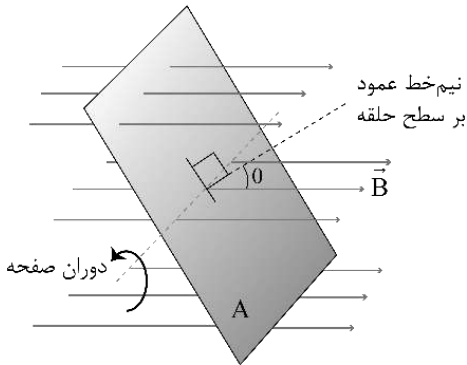
$$\Phi = BA \cos \theta$$

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \times 1 \text{ m}^2$$

همواره دو جهت برای رسم نیم خط عمود بر سطح معین وجود دارد که علامت شار مغناطیسی عبوری از این سطح نیز به انتخاب این جهت بستگی دارد؛ یعنی برحسب انتخاب زاویه θ ، شار عبوری از سطح ممکن است مثبت یا منفی شود. پس در انتخاب این زاویه دقت کنید که در حل یک مسئله، نیم خط عمود بر سطح را در هر جهتی در نظر گرفتید تا پایان آن را تغییر ندهید.



۶۲- در شکل زیر، یک صفحه به مساحت 0.6 m^2 در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 0.2 T در جهت نشان داده شده در حال دوران است. در مبداء زمان $\theta = 37^\circ$ بوده و در مدت 0.3 s به اندازه 83° دوران می‌کند. تغییرات شار مغناطیسی در این صفحه در این مدت چند میلی‌وبر بوده است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) ۱۵۶
- (۲) -۱۵۶
- (۳) ۳۱۲
- (۴) -۳۱۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\phi = BA \cos \theta \rightarrow \Delta \phi = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta \phi = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1) = 0.6 \times 0.2 \times (\cos 120^\circ - \cos 37^\circ)$$

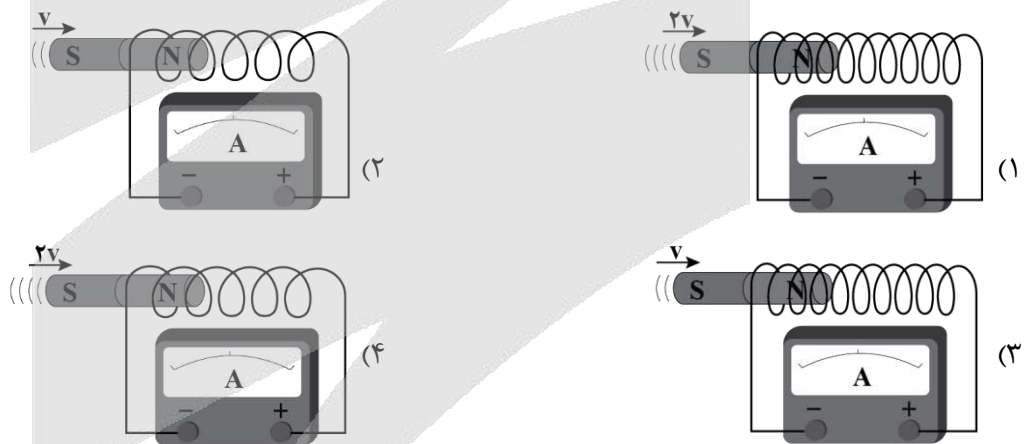
$$\Delta \phi = 0.12 \times (-0.5 - 0.8) = -0.156 \text{ Wb}$$

$$\Delta \phi = -156 \text{ mWb}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.



۶۳- مطابق شکل‌های زیر، یک آهنربا را با تندی‌های مختلف وارد سیم‌لوله‌های متفاوت می‌کنیم. در کدام گزینه جریان اندازه‌گیری شده توسط گالوانومتر بزرگ‌تر است؟



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه قانون القای فاراده، بزرگی نیروی محرکه القایی با تعداد حلقه‌ها رابطه مستقیم و با زمان تغییرات رابطه عکس دارد. در شکل گزینه (۱)، سرعت آهنربای میله‌ای بیش‌تر است، در نتیجه سریع‌تر حرکت می‌کند و بازه زمانی، کوچک‌تر می‌شود، از طرف دیگر تعداد حلقه‌های سیم‌لوله شکل گزینه (۱) نیز بیش‌تر است؛ بنابراین در این گزینه گالوانومتر عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



۶۴- کدام یک از یکاهای زیر معادل وبر بر میلی‌ثانیه است؟

- (۱) ولت بر میلی‌آمپر
- (۲) میلی‌ولت بر اهم
- (۳) کیلوولت
- (۴) کیلوژول بر ولت

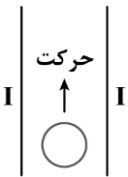
با توجه به این که وبر بر ثانیه $(\frac{Wb}{s})$ یکای نیروی محرکه القایی است بنابراین معادل با ولت است. وبر بر میلی ثانیه $(\frac{Wb}{ms})$ برابر است با:

$$\left(\frac{Wb}{ms}\right) = \left(\frac{Wb}{10^{-3}s}\right) = 10^3 \frac{Wb}{s} = k \frac{Wb}{s} = kV$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.



۶۵- در شکل زیر، دو سیم راست و بسیار بلند باهم موازی اند و حامل جریان ثابت و یکسان I هستند. یک حلقه رسانا بین دو سیم و به موازات آن‌ها به سمت بالا در حال حرکت است. در چه تعداد از موارد زیر، جریان القایی در حلقه به وجود می‌آید؟



- الف: جهت جریان هر دو سیم به سمت بالا باشد.
- ب: جهت جریان هر دو سیم به سمت پایین باشد.
- پ: جریان‌های دو سیم، خلاف جهت هم باشد.
- ت: حلقه به صورت شتابدار حرکت کند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم راست و بلند حامل جریان، با اندازه جریان گذرنده از سیم رابطه مستقیم و با فاصله از سیم، رابطه عکس دارد. با توجه به این که حلقه نشان داده شده، به موازات دو سیم در حال حرکت است؛ بنابراین، فاصله حلقه از دو سیم، تغییر نمی‌کند. در نتیجه، شار عبوری از حلقه، تغییر نمی‌کند و جریانی در آن القا نمی‌شود.



۶۶- کدام گزینه قانون لنز را به درستی بیان کرده است؟

- ۱) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.
- ۲) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، موافقت می‌کند.
- ۳) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، موافقت می‌کند.
- ۴) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

طبق قانون لنز، جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورنده جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

قانون لنز

برای تعیین جهت جریان القایی حاصل از تغییر شار مغناطیسی از قانون لنز استفاده می‌کنیم. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حاصل از نیروی محرکه القایی به گونه‌ای است که به وسیله آثار مغناطیسی که از خود نشان می‌دهد با عامل به وجود آورنده خودش، یعنی تغییر شار مخالفت می‌کند. این مخالفت در قانون فاراده با علامت منفی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

برای تعیین جهت جریان القایی به کمک قانون لنز مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱- تعیین جهت اصلی \vec{B} (میدانی که شار مغناطیسی $(\Phi = BA \cos \theta)$ را به کمک آن تعریف می‌کنیم).

۲- تعیین نحوه تغییر شار: افزایش شار - کاهش شار

۳- تعیین جهت القایی \vec{B} به صورت زیر:

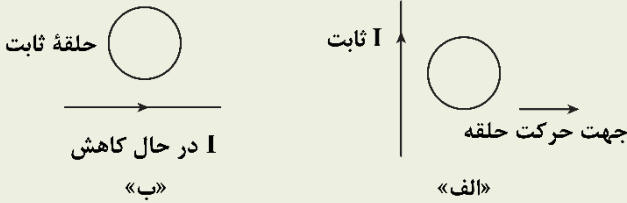
اگر شار مغناطیسی عبوری، افزایش یافته است؛ جهت القایی \vec{B} خلاف جهت اصلی \vec{B}

اگر شار مغناطیسی عبوری، کاهش یافته است؛ جهت القایی \vec{B} هم جهت اصلی \vec{B}

۴- با توجه به جهت القایی \vec{B} به دست آمده و قاعده دست راست جهت القایی I تعیین می شود.

کنکور سراسری خارج از کشور تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۵۱- در شکل های «الف» و «ب» جهت جریان الکتریکی القا شده در حلقه ها به ترتیب، کدام است؟



- ۱) ساعتگرد و پادساعتگرد
- ۲) پادساعتگرد و پادساعتگرد
- ۳) پادساعتگرد و ساعتگرد
- ۴) ساعتگرد و ساعتگرد

پاسخ تشریحی:

در حلقه «الف» با توجه به دور شدن حلقه از سیم حامل جریان ثابت، شدت میدان مغناطیسی گذرنده از داخل حلقه کاهش و به دنبال آن شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می یابد؛ در نتیجه طبق قانون لنز با کاهش شار، میدان القایی در داخل حلقه باید با میدان مغناطیسی حاصل از سیم هم جهت باشد (جهت میدان حاصل از سیم در داخل حلقه طبق قاعده دست راست به صورت درون سو است؛ بنابراین جهت میدان القایی نیز درون سو خواهد بود). در نهایت به کمک قاعده دست راست برای حلقه حامل جریان الکتریکی درمی یابیم که جهت جریان القایی در حلقه باید به صورت ساعتگرد باشد.

در حلقه «ب» با توجه به کم شدن جریان عبوری از سیم، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش یافته و طبق قانون لنز، جهت میدان القایی، هم سو با میدان اصلی در داخل حلقه بوده (طبق قاعده دست راست، جهت میدان حاصل از سیم در حلقه برون سو است؛ بنابراین جهت میدان القایی در حلقه نیز برون سو است) و در نتیجه طبق قاعده دست راست جهت جریان القایی حلقه به صورت پادساعتگرد خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۱



۶۷- معادله شار مغناطیسی گذرنده از سطح یک پیچه در SI به صورت $\phi = 2t^2 - 3t + 5$ است. اگر نیروی محرکه القایی متوسط در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر ۱۱۰ ولت باشد، این پیچه چند حلقه دارد؟ (یکایا در SI)

- ۱) ۱۰
- ۲) ۱۵
- ۳) ۲۰
- ۴) ۳۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\phi = 2t^2 - 3t + 5 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \rightarrow \phi_1 = 2(2)^2 - 3(2) + 5 \rightarrow \phi_1 = 7 \text{ Wb} \\ t_2 = 5s \rightarrow \phi_2 = 2(5)^2 - 3(5) + 5 \rightarrow \phi_2 = 40 \text{ Wb} \end{cases}$$

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| \rightarrow 110 = N \left| \frac{40 - 7}{5 - 2} \right| \rightarrow N = 10$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.



۶۸- سیملوله ای با ۱۰۰ دور و مساحت سطح مقطع 2 cm^2 عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $0.08 \frac{T}{s}$ و شدت جریان القا شده در سیملوله 2 mA باشد، مقاومت الکتریکی سیملوله چند اهم است؟

- ۱) ۰/۴
- ۲) ۴
- ۳) ۸
- ۴) ۰/۸

گام اول:

با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| -NA \cos\theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \xrightarrow{\cos\theta=1} |\varepsilon_{av}| = \left| -NA \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = NA \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \quad *$$

گام آخر:

با نوشتن قانون اهم ($R = \frac{V}{I}$) و جایگذاری ε_{av} به جای V خواهیم داشت:

$$R = \frac{|\varepsilon_{av}|}{I} \xrightarrow{*} R = \frac{NA}{I} \times \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = \frac{100 \times (20 \times 10^{-4})}{2 \times 10^{-3}} \times 0.08 = 8 \Omega$$

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده

هرگاه شار مغناطیسی که از مدار بسته‌ای می‌گذرد با گذشت زمان تغییر کند، در آن مدار بسته نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است؛ یعنی هرچه آهنگ تغییر شار مغناطیسی بیش‌تر باشد، نیروی محرکه‌ القایی و در نتیجه جریان القایی تولیدشده در مدار بیش‌تر خواهد بود:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \rightarrow \text{ولت} = \frac{\text{وبر}}{\text{ثانیه}}$$

ε_{av} : نیروی محرکه‌ی القایی متوسط N : تعداد حلقه‌های مدار $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$: آهنگ تغییر شار مغناطیسی

محاسبه نیروی محرکه‌ القایی در حالت‌های مختلف تغییر شار مغناطیسی

طبق روابط $\Phi = BA \cos\theta$ و $\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مشاهده می‌کنیم که نیروی محرکه‌ القایی متوسط با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است. شار مغناطیسی در سه حالت زیر تغییر می‌کند:

۱- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر B باشد:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos\theta)}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -NA \cos\theta \underbrace{\left[\frac{\Delta B}{\Delta t} \right]}_{\text{آهنگ تغییر میدان مغناطیسی}}$$

۲- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر A باشد:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos\theta)}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -NB \cos\theta \underbrace{\left[\frac{\Delta A}{\Delta t} \right]}_{\text{آهنگ تغییر مساحت}}$$

۳- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر θ باشد، خواهیم داشت:

$$\varepsilon_{av} = -NBA \frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t}$$

جریان القایی

هرگاه شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته با گذشت زمان تغییر کند، در آن مدار بسته نیروی محرکه‌ متوسط $\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ القا می‌شود

که این نیروی محرکه‌ القایی متوسط باعث برقراری جریان القایی I در مدار می‌شود، که داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} = \frac{-N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R} \Rightarrow I = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t}$$

۷۰- سیملوله‌ای دارای ۴۰۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن 15 cm^2 است. درون این سیملوله، میدان مغناطیسی که موازی محور سیملوله است، با آهنگ $0/1$ تسلا بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر مقاومت الکتریکی آن 2Ω باشد، جریان القایی القایی آن چند آمپر است؟
 (۱) $0/2$ (۲) $0/6$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

پاسخ تشریحی:

گام اول: طبق قانون القای الکترومغناطیس فاراده می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta\Phi = A \cos\theta \Delta B} \varepsilon_{av} = -NA \cos\theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\frac{N=400, A=15 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{\theta=0 \rightarrow \cos\theta=1, \frac{\Delta B}{\Delta t} = -0/1 \frac{\text{T}}{\text{s}}} \rightarrow \varepsilon_{av} = -400 \times 15 \times 10^{-4} \times 1 \times (-0/1) = 0/6 \text{ V}$$

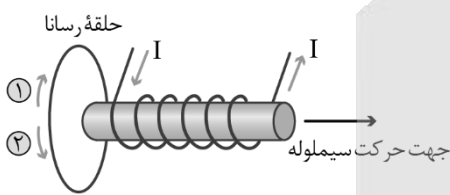
گام آخر: حال طبق قانون اهم، جریان القایی را به دست می‌آوریم:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \Rightarrow I_{av} = \frac{0/6}{2} = 0/3 \text{ A}$$

پاسخ: گزینه ۳



۶۹- در شکل (۱)، سیملوله حامل جریان از حلقه دور می‌شود و در شکل (۲) لغزنده رئوستا در حال حرکت به سمت چپ است. جهت جریان القایی در حلقه‌ها در هر یک از شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



شکل (۱)

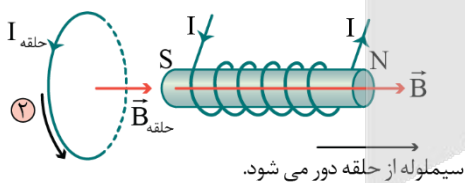


شکل (۲)

- (۱) ۱، ۱
- (۲) ۲، ۱
- (۳) ۱، ۲
- (۴) ۲، ۲

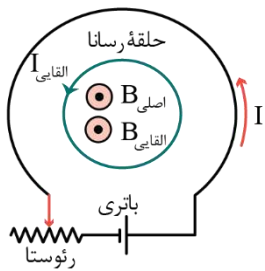
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



شکل (۱): شکل زیر جهت میدان مغناطیسی و قطب‌های سیملوله را نشان می‌دهد.

مطابق شکل فوق، با دور شدن سیملوله از حلقه، شار مغناطیسی که از حلقه عبور می‌کند کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، حلقه میدانی هم‌جهت با میدان سیملوله ایجاد می‌کند. برای آن که میدان حلقه به سمت راست باشد، طبق قاعده دست راست، جریان گذرنده از حلقه باید در جهت (۲) باشد.
 همچنین دقت کنید که میدان مغناطیسی داخل سیملوله از قطب S به سمت قطب N است، بنابراین سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



شکل (۲): در گام اول باید دقت شود که با جابه‌جایی لغزنده رئوستا به سمت چپ، مقاومت آن افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان گذرنده از حلقه بزرگ کاهش می‌یابد. در ادامه می‌توان گفت که با کاهش I ، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه بزرگ نیز کم می‌شود.

$$B_{\text{اصلی}} \propto I \Rightarrow \text{با کاهش } I, \text{ نیز کاهش می‌یابد.}$$

حال با کاهش $B_{\text{اصلی}}$ (میدان مغناطیسی ناشی از حلقه بزرگ‌تر)، شار گذرنده از حلقه کوچک نیز کاهش می‌یابد. مطابق قانون لنز، میدان ناشی از جریان القایی باید میدان اصلی را تقویت کند تا مانع از کاهش آن شود، بنابراین این میدان القایی باید برون‌سو باشد (زیرا میدان اصلی، برون‌سو و در حال کاهش است).

با توجه به برون‌سو بودن میدان القایی، جریان القایی در حلقه کوچک طبق قاعده دست راست، باید در خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت، یعنی در جهت (۲) خواهد بود.



۷۰- یک قاب رسانای مستطیل شکل به ابعاد $20\text{cm} \times 10\text{cm}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی 10^3G به گونه‌ای قرار گرفته است که خطوط میدان با نیم‌خط عمود بر حلقه زاویه 37° ساخته‌اند. اگر در مدت 2ms اندازه میدان مغناطیسی به $6 \times 10^3\text{G}$ رسیده و قاب طوری بچرخد که زاویه بین خطوط میدان و سطح حلقه به 30° برسد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این بازه زمانی چند ولت خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)

۵/۴ (۴)

۳/۹ (۳)

۱/۸ (۲)

۲/۲ (۱)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$|\varepsilon_{\text{av}}| = \left| -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B_2 A \cos \theta_2 - B_1 A \cos \theta_1}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = \frac{A}{\Delta t} |B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = \frac{2 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} |(0.6 \times \cos 60^\circ) - (0.1 \times \cos 37^\circ)|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = 10 \times \left| \frac{0.3 - 0.08}{0.22} \right| = 2.2\text{V}$$



۷۱- دو آهنربای میله‌ای مشابه را مطابق شکل، به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک به سطح زمین به طور همزمان رها می‌کنیم به طوری که در حین سقوط آهنربای شماره (۱) از حلقه‌ای رسانا و آهنربای شماره (۲) از حلقه‌ای نارسانا عبور می‌کند. اگر سطح

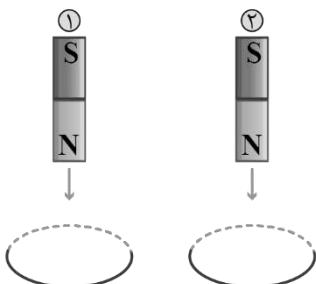
زمین در محل برخورد آهنرباها نرم باشد، کدام گزینه درست است؟ (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید)

(۱) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۱) نسبت به آهنربای شماره (۲) بیشتر است.

(۲) مقدار فرورفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۲) نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر است.

(۳) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است.

(۴) مقدار فرورفتگی در زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است.



گام اول:

مقایسه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲) در زمین:

با نزدیک شدن آهنربای شماره (۱) به حلقه رسانا و قبل از ورود این آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه حلقه برای مخالفت با این افزایش شار مغناطیسی، نیروی دافعه‌ای به آهنربا وارد می‌کند. همچنین پس از خروج آهنربای شماره (۱) از حلقه رسانا به دلیل کاهش میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، حلقه برای مخالفت با این کاهش شار مغناطیسی، نیروی جاذبه‌ای به آهنربا وارد می‌کند.

در مورد حرکت آهنربای شماره (۲) می‌توان گفت به دلیل عبور این آهنربا از درون یک حلقه نارسانا، هیچ جریان القایی در حلقه نارسانا جریان نمی‌یابد بنابراین هیچ نیروی دافعه یا جاذبه‌ای از طرف حلقه نارسانا به آهنربای شماره (۲) وارد نمی‌شود.

در نتیجه از توضیحات بالا می‌توان نتیجه گرفت به دلیل وارد آمدن دو نیروی دافعه و جاذبه به آهنربای شماره (۱) و وارد نشدن این دو نیرو به آهنربای شماره (۲)، سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است و در نتیجه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۲) در زمین نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر خواهد بود. (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

گام آخر:

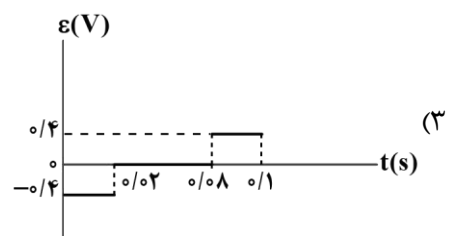
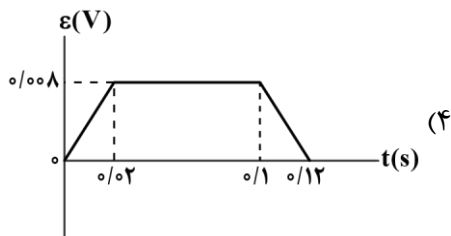
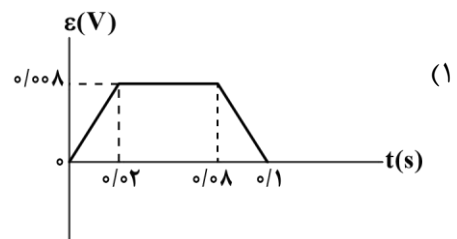
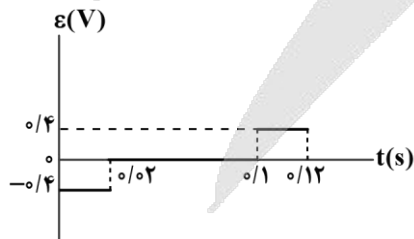
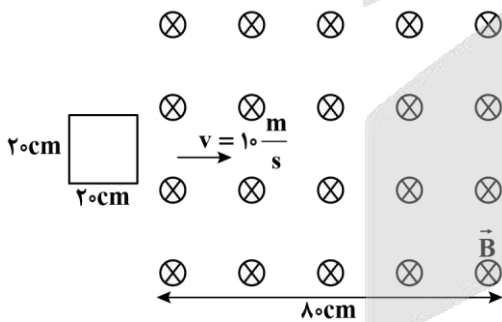
مقایسه زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲):

فهمیدیم که سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است، پس چون دو آهنربا به طور همزمان از ارتفاع معینی رها شده‌اند، زمان رسیدن آهنربای شماره (۱) به سطح زمین به دلیل کمتر بودن سرعت سقوط آن از زمان رسیدن آهنربای شماره (۲) به سطح زمین بیشتر است. (رد گزینه ۲) پس پاسخ نهایی این تست گزینه ۳ خواهد بود.

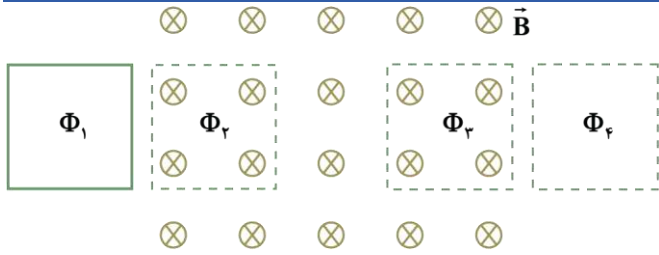


۷۲- مطابق شکل زیر، حلقه رسانای مربع‌شکلی به ضلع 20cm در لحظه $t=0$ با تندی ثابت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی درون‌سوی

\vec{B} به بزرگی 0.2T می‌شود. کدام گزینه، نمودار نیروی محرکه القایی در حلقه را بر حسب زمان به درستی نشان می‌دهد؟ (بردار عمود بر سطح حلقه را درون سو در نظر بگیرید.)



ابتدا شار مغناطیسی عبوری از حلقه را در هر یک از وضعیت‌های زیر به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_4 = 0 \text{ Wb} \\ \Phi_2 = \Phi_3 = BA \cos \theta = 0.2 \times 0.2^2 \times \cos 0 = 0.008 \text{ Wb} \end{cases}$$

به علت ثابت بودن تندی حلقه، نیروی محرکه القایی در حین ورود حلقه به میدان و نیز خروج حلقه از میدان، ثابت و برابر با نیروی محرکه القایی متوسط است.

گام اول:

(ورود حلقه به میدان)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \text{ s} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = -1 \times \frac{0.008 - 0}{0.02} = -0.4 \text{ V}$$

گام دوم:

(مدت زمانی که حلقه به طور کامل درون میدان قرار دارد.)

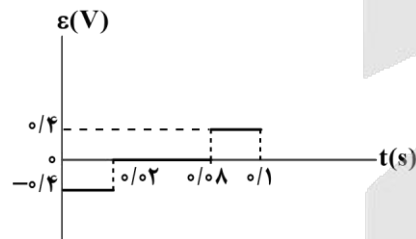
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.6}{10} = 0.06 \text{ s}$$

در این مرحله، شار عبوری از حلقه، تغییر نمی‌کند؛ بنابراین، نیروی محرکه القایی، صفر است.

گام آخر:

(خروج حلقه از میدان)

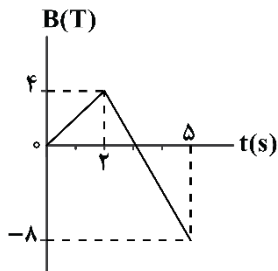
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \text{ s} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_4 - \Phi_3}{\Delta t} = -1 \times \frac{0 - 0.008}{0.02} = 0.4 \text{ V}$$



بنابراین نمودار گزینه (۳)، نیروی محرکه القایی را به درستی نشان می‌دهد.



۷۲- نمودار تغییرات میدان مغناطیسی گذرنده از یک پیچه دارای ۱۰۰ حلقه به مساحت 200 cm^2 مطابق شکل زیر است. اگر میدان با سطح پیچه زاویه 60° بسازد، اندازه بار الکتریکی شارش شده در پیچه از $t=1 \text{ s}$ تا $t=4 \text{ s}$ چند کولن است؟ (مقاومت هر حلقه 0.03Ω است.)



- (۱) ۲
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $4\sqrt{3}$

به کمک معادله خط، اندازه میدان مغناطیسی در $t = ۱s$ و $t = ۴s$ را می‌یابیم.

$$t = ۲s \text{ تا } t = ۰ \Rightarrow B = ۲t \xrightarrow{t=۱s} B = ۲T$$

$$t = ۵s \text{ تا } t = ۲s \Rightarrow B = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{t=۴s} B = -۴T$$

$$|\Delta q| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{R} \right| = \left| -N \frac{\Delta B \cos \theta}{R} \right| = \left| -۱۰۰ \times \frac{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times (-۴ - ۲) \times \frac{\sqrt{3}}{۲}}{۱۰۰ \times ۰/۰۳} \right| = ۲\sqrt{3} C$$

تذکر!

زاویه بین میدان و سطح پیچه ۶۰° است؛ بنابراین زاویه بین میدان و نیم‌خط عمود بر سطح پیچه ۳۰° است (این زاویه در فرمول شار استفاده می‌شود).



۷۴- کدام یک از موارد زیر، نادرست است؟

- الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می‌شود.
 ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می‌شود.
 پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می‌شود.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «الف» و «ب» و «پ»

الف

هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می‌شود؛ جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، این انرژی در مقاومت ذخیره نمی‌شود؛ بلکه به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. (*)

ب

در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می‌شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی‌شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر، ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود. هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود. (*)

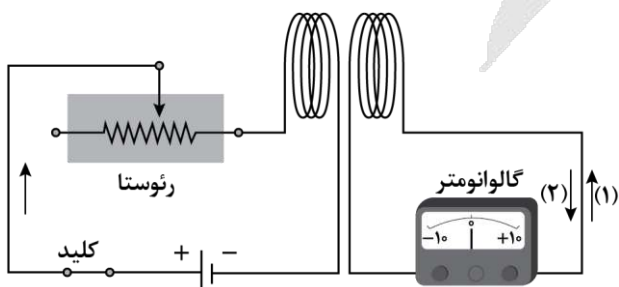
پ

در جریان متناوب، مقدار جریان، مرتباً در حال افزایش و کاهش است؛ بنابراین، طبق توضیح ذکر شده در مورد «ب»، انرژی نیز مرتباً در حال ذخیره شدن و آزاد شدن است. در نتیجه، مورد «پ» همواره برقرار نیست. (*)



۷۵- در شکل زیر، لغزنده رئوستا را به سمت چپ حرکت می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

- الف: جریان الکتریکی گذرنده از پیچه سمت چپ کاهش می‌یابد.
 ب: شار گذرنده از پیچه سمت راست، کاهش می‌یابد.
 پ: در پیچه سمت راست، جریان القایی در جهت (۲) به وجود می‌آید.



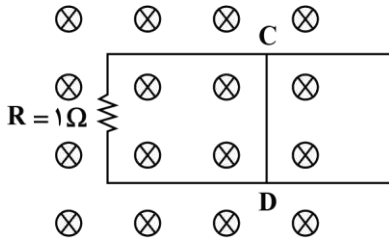
- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

- الف) با حرکت لغزنده رئوستا به سمت چپ، مقاومت رئوستا افزایش یافته و جریان گذرنده از مدار، کاهش می‌یابد. (✓)
- ب) با کاهش جریان گذرنده از مدار سمت چپ، میدان مغناطیسی پیچۀ سمت چپ و در نتیجه، شار عبوری از پیچۀ سمت راست کاهش می‌یابد. (✓)
- ب) با کاهش شار در پیچۀ سمت راست، طبق قانون لنز، جریان القایی در جهت (۲) به وجود می‌آید تا با کاهش شار مخالفت کند. (✓)



۷۶- شکل زیر، رسانای U شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $0.2T$ که عمود بر صفحه و درون سو است، نشان می‌دهد. اگر

میله CD به طول $2m$ با سرعت $5 \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت کند، اندازه و جهت جریان القایی در میله کدام است؟ (به جز مقاومت R، مقاومت سایر اجزا صفر است).



- ۱) $1A$ از D به C
 ۲) $1A$ از C به D
 ۳) $2A$ از D به C
 ۴) $2A$ از C به D

با حرکت میله به سمت راست، سطح مدار افزایش می‌یابد. با افزایش مساحت مدار، شار گذرنده از سطح مدار افزایش می‌یابد. بنابر قانون لنز جهت جریان باید با تغییر شار مخالفت کند؛ بنابراین باید میدان مغناطیسی برون سو در حلقه القا شود. طبق قاعده دست راست جهت جریان القایی از D به C است.

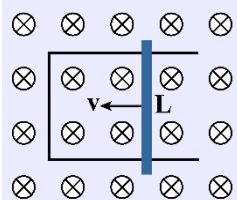
$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta AB}{\Delta t} \right| \xrightarrow{\Delta A = L\Delta d} |\varepsilon| = \left| -N \frac{L\Delta dB}{\Delta t} \right|$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta d}{\Delta t} = v} |\varepsilon| = | -NLvB | \Rightarrow \varepsilon = 1 \times 2 \times 5 \times 0.2 = 2V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2}{1} = 2A$$

نیروی محرکه القایی در میله متحرک در میدان مغناطیسی

هرگاه مطابق شکل، میله‌ای به طول L در میدان مغناطیسی یکنواخت B با تندی ثابت v حرکت کند، شار عبوری از آن تغییر کرده و اندازه نیروی محرکه القایی در دو سر میله از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\varepsilon = BvL$$



۷۷- در انتقال توان الکتریکی از نیروگاه به محل مصرف، دلیل افزایش ولتاژ در ابتدای مسیر و کاهش ولتاژ در انتهای مسیر، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

- ۱) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، افزایش امنیت در محل مصرف
 ۲) افزایش سرعت انتقال انرژی، صرفه‌جویی در مصرف انرژی
 ۳) افزایش سرعت انتقال انرژی، افزایش امنیت در محل مصرف
 ۴) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، صرفه‌جویی در مصرف انرژی

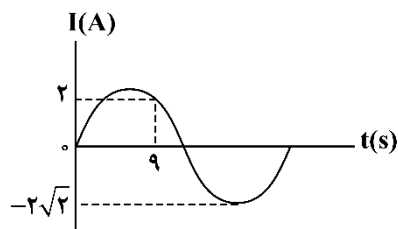
برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کنیم. این کار، اتلاف توان را در خط‌های انتقال کاهش می‌دهد. همچنین، با توجه به کاهش جریان می‌توان از سیم‌های نازک‌تری استفاده و در مصرف مواد اولیه ساخت سیم صرفه‌جویی کرد.

از طرف دیگر، ملاحظات ایمنی و الزامات عایق‌بندی در ساخت وسایل خانگی و صنعتی، ولتاژهای به نسبت پایین‌تری را در محل مصرف انرژی ضروری می‌کند.



۷۸- نمودار تغییرات جریان سینوسی متناوب عبوری از مقاومت $R = 5\Omega$ بر حسب زمان، مطابق شکل است. توان مصرفی مقاومت در

لحظه $t = 2\text{s}$ چند وات است؟



۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

گام اول:

دوره تناوب جریان را به دست می‌آوریم:

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} \times t \Rightarrow 2 = 2\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ سینوس دو زاویه $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ است، اما با توجه به این که در لحظه $t = 9\text{s}$ بعد از قله نمودار هستیم، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را $\sin \frac{3\pi}{4}$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = 24\text{s}$$

گام دوم:

جریان عبوری از مقاومت در لحظه $t = 2\text{s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$t = 2\text{s} \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \times \sin\left(\frac{2\pi}{24} \times 2\right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{6} = 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{6}\text{ A}$$

گام آخر:

توان مصرفی مقاومت در این لحظه برابر است با:

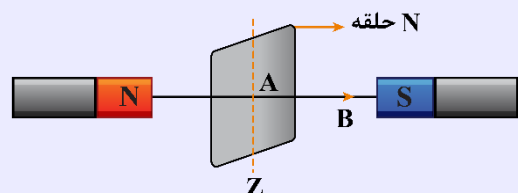
$$P = RI^2 = 5 \times (-\sqrt{6})^2 = 30\text{ W}$$

مولد جریان متناوب

برای تولید نیروی محرکه القایی باید شار عبوری از مدار بسته را تغییر دهیم، چون $\Phi = BA \cos \theta$ است. ساده‌ترین روش برای تغییر شار، تغییر زاویه θ می‌باشد. به همین دلیل متداول‌ترین روش برای تولید جریان القایی تغییر θ می‌باشد.

مطابق شکل زیر، فرض کنید قابی مستطیل‌شکل شامل N حلقه و به مساحت A در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار گیرد.

حال اگر قاب، حول محور Z بچرخد و در لحظه $t = 0$ زاویه بین \vec{B} و خط عمود بر قاب، صفر باشد و قاب در مدت زمان T (دوره تناوب) یک دور کامل (2π) بزند، داریم:



زمان	زاویه طی شده	
T	2π	$\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi = BA \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi_m = B \cdot A$
t	θ	

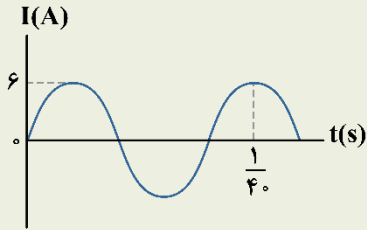
به کمک قانون فاراده ثابت می شود که نیروی محرکه القایی در پیچه (قاب) و جریان القا شده در پیچه از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R}} I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

ε_m : بیشینه نیروی محرکه القایی I_m : بیشینه جریان القایی در پیچه

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

از یک سیملوله آرمانی جریان متناوب سینوسی که نمودار آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می کند. اگر انرژی ذخیره شده در



لحظه $t = \frac{1}{40}$ s برابر ۷۲ میلی ژول باشد، ضریب القاوری سیملوله چند میلی هانری است؟

- ۸ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۴)
- ۴ (۳)

پاسخ تشریحی:

گام اول: دوره تناوب جریان متناوب را محاسبه می کنیم:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5T}{4} = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{50}$$

گام دوم: معادله جریان متناوب برحسب زمان را می نویسیم و جریان در لحظه $t = \frac{1}{40}$ s را به دست می آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{\substack{I_m = 6 \text{ A} \\ T = \frac{1}{50} \text{ s}}} I = 6 \sin(100\pi t) \xrightarrow{t = \frac{1}{40} \text{ s}} I = 6 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow I = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

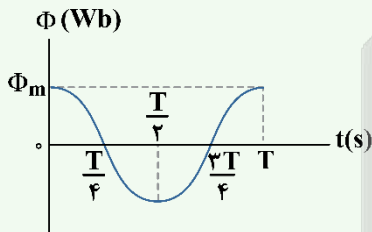
گام آخر: به کمک رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، ضریب القاوری را حساب می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = \frac{1}{2} \times L \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = 9L \Rightarrow L = 8 \text{ mH}$$

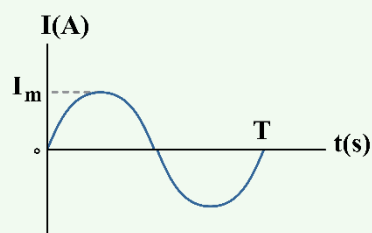
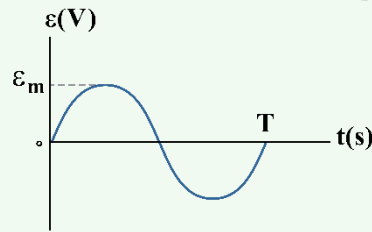
پاسخ: گزینه ۱

نکات تکمیلی مولد جریان متناوب

همان طور که ملاحظه کردیم در مولد جریان متناوب داریم:



$$\Phi = BA \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \Phi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$



$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \\ I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \end{cases} \Rightarrow I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}$$



ϵ و I به صورت سینوسی تغییر می‌کنند، به همین دلیل مولد فوق را مولد جریان متناوب می‌گوییم. مطابق شکل‌ها نکته مهم آن است که هنگامی که $\Phi = 0$ است، ϵ و I مقادیر ماکزیمم ϵ_m و I_m را دارند و هنگامی که $\Phi = \Phi_{max}$ است، آن‌گاه $I = 0$ و $\epsilon = 0$ است. ✓ با توجه به روابط Φ ، ϵ و I می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_m}\right)^2 = 1, \quad \frac{\epsilon}{\epsilon_m} = \frac{I}{I_m}$$



۷۹- طول یک سیملوله بدون هسته، 30cm و سطح هر حلقه آن 40cm^2 است. این سیملوله دارای 3000 حلقه نزدیک به هم است و

از آن جریان الکتریکی 0.5A می‌گذرد. ضریب القاوری سیملوله چند میلی‌هانری است؟ $\left(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)$

۱۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۷/۵ (۲)

۷۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

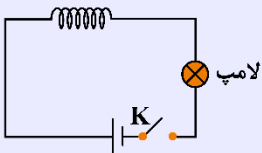
از رابطه ضریب القاوری داریم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$L = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 3000^2 \times 40 \times 10^{-4}}{30 \times 10^{-2}} = 150 \times 10^{-3} \text{H} = 150 \text{mH}$$

القاوری

وقتی در مدار جریانی تغییر می‌کند، اجزایی مانند القاگر با تغییر ناگهانی جریان مخالفت می‌کنند. در واقع طبق رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ هنگام تغییر



جریان، انرژی در القاگر ذخیره یا آزاد می‌شود. در مدار مقابل با بستن کلید K ، وجود القاگر باعث می‌شود جریان لامپ به تدریج افزایش یابد. دقت کنیم که القاگر با تغییر جریان مخالفت می‌کند و پس از ثابت شدن جریان، القاگر فقط مانند یک مقاومت عمل می‌کند.

توجه داشته باشیم که مقاومت‌ها در هنگام عبور جریان، انرژی الکتریکی مصرف می‌کنند، ولی در القاگر، تغییر جریان الکتریکی باعث مبادله شدن انرژی می‌شود. در القاگرها با افزایش جریان، انرژی ذخیره می‌شود ولی با کاهش جریان، انرژی آزاد می‌شود.

روابط انرژی ذخیره شده در القاگر و ضریب القاوری:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

A : مساحت قاعده l : طول سیملوله

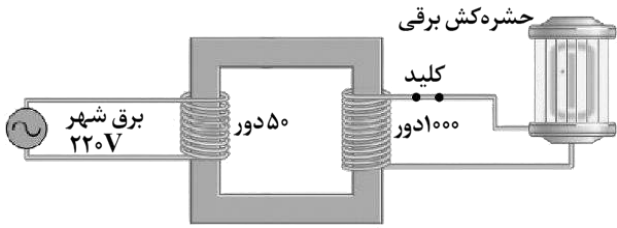
واحد ضریب القاوری هانری (H) است که معادل $\frac{\text{ژول}}{(\text{آمپر})^2}$ است.

با استفاده از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ واحد μ_0 معادل $\frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ است؛ بنابراین در رابطه $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$ خواهیم داشت:

$$\text{هانری} = \frac{\left(\frac{\text{متر} \cdot \text{تسلا}}{\text{آمپر}}\right)^2 (\text{مترمربع})}{\text{متر}} \Rightarrow \text{هانری} = \frac{\text{تسلا} \cdot \text{مترمربع}}{\text{آمپر}} \Rightarrow H = \frac{\text{T.m}^2}{\text{A}}$$



۸۰- شکل زیر، یک مبدل آرمانی را نشان می‌دهد که ولتاژ لازم برای کار یک دستگاه حشره‌کش برقی را فراهم می‌کند. پیچۀ اولیه ۵۰ دور دارد و به برق شهر (ولتاژ ۲۲۰V) وصل است. اگر پیچۀ ثانویه شامل ۱۰۰۰ دور باشد، مبدل ولتاژ چند ولت را برای کار کردن دستگاه حشره‌کش تأمین می‌کند؟



- (۱) ۴۴۰۰
- (۲) ۱۱
- (۳) ۴۱۸۰
- (۴) ۱۰

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

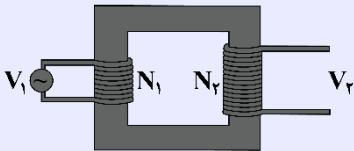
پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه مبدل‌ها داریم:

$$\frac{V_{\text{خروجی}}}{V_{\text{ورودی}}} = \frac{N_{\text{خروجی}}}{N_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{خروجی}}}{220} = \frac{1000}{50} \Rightarrow V_{\text{خروجی}} = 4400V$$

مبدل

اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) یک مبدل بیش‌تر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) آن باشد، مبدل افزایش‌دهنده است و اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) کم‌تر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) باشد، مبدل کاهش‌دهنده است. برای تبدیل در مبدل، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



پایهٔ دهم (بخش انتخابی)

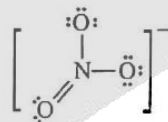
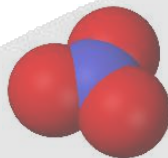
۸۱- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در یون نیترات، برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی موجود در مولکول NO_2Cl بوده و چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در این یون مشابه به چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در است.

- (۱) ۲/۶۶ - گوگرد تری‌اکسید
(۲) ۲ - گوگرد تری‌اکسید
(۳) ۲/۶۶ - آمونیاک
(۴) ۲ - آمونیاک

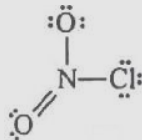
پاسخ: گزینهٔ ۲

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

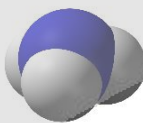
ساختار لوویس و مدل فضاپرکن یون نیترات به صورت زیر است.



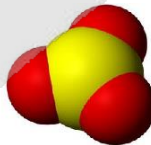
همان‌طور که مشخص است، در این یون ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و مدل فضاپرکن آن نیز کاملاً مسطح (غیر برجسته) است. ساختار لوویس NO_2Cl به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی در قالب ۴ پیوند اشتراکی در بین اتم‌ها دیده می‌شود. مدل فضاپرکن و ساختار لوویس مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید و آمونیاک نیز به صورت زیر است:



آمونیاک:



گوگرد تری‌اکسید:

چینش اتم‌ها در مولکول گوگرد تری‌اکسید به صورت مسطح و در مولکول آمونیاک به صورت غیر مسطح (برجسته) است.



۸۲- مقدار ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول منیزیم نیترات با غلظت 74 ppm و چگالی $1/25$ گرم بر میلی‌لیتر را با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول منیزیم کلرید با غلظت 190 ppm و چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر مخلوط می‌کنیم. غلظت یون منیزیم در محلول حاصل از این فرایند برابر با چند ppm می‌شود؟ ($Cl = 35/5, Mg = 24, O = 16, N = 14 : g \cdot mol^{-1}$)

۳۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

با توجه به اطلاعات داده شده از محلول منیزیم نیترات، جرم این محلول و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه غلظت یک گونه شیمیایی در یک محلول در مقیاس ppm ، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم محلول} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = 100 \text{ mL} \times 1/25 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = 125 \text{ g}$$

جرم کاتیون منیزیم موجود در محلول اول را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g Mg}^{2+} = 125 \text{ g محلول} \times \frac{24 \text{ g Mg(NO}_3)_2}{106 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2}{148 \text{ g Mg(NO}_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 1/5 \times 10^{-3}$$

در مرحله بعد، جرم محلول منیزیم کلرید و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم محلول} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = 250 \text{ mL} \times 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = 250 \text{ g}$$

جرم کاتیون منیزیم موجود در محلول دوم را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g Mg}^{2+} = 250 \text{ g محلول} \times \frac{190 \text{ g MgCl}_2}{106 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol MgCl}_2}{95 \text{ g MgCl}_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{24 \text{ g Mg}^{2+}}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} = 12 \times 10^{-3}$$

با توجه به جرم هر محلول و جرم یون منیزیم موجود در آنها، غلظت یون منیزیم را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/5 \times 10^{-3} + 12 \times 10^{-3}}{125 + 250} \times 10^6 = 36$$



۸۲- تصویر مقابل، محلولی از اتانول در آب به حجم ۱۲۵ میلی‌لیتر را نشان می‌دهد. اگر هریک از گوی‌های نشان داده شده در این محلول معادل با $1/505 \times 10^{23}$ مولکول اتانول باشد، برای تهیه ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول، باید چند میلی‌لیتر از این محلول را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟

۷۵ (۴)

۱۵ (۳)

۵۰ (۲)

۱۰ (۱)

ابتدا شمار مول‌های اتانول موجود در ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول (محلول نهایی) را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 800 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0/2 \text{ mol اتانول}}{1 \text{ L محلول}} = 0/16 \text{ mol}$$

در مرحله بعد، تعداد مول‌های اتانول موجود در محلول ۱۲۵ میلی‌لیتری اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 8 \text{ گوی} \times \frac{1/505 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ گوی}} \times \frac{1 \text{ mol اتانول}}{6/02 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = 2 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در ۱۲۵ میلی‌لیتر از این محلول ۲ مول اتانول وجود دارد. با توجه به شمار مول‌های اتانول موجود در محلول نهایی، حجم مورد نیاز از این محلول را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mL محلول} = 0/16 \text{ mol اتانول} \times \frac{125 \text{ mL محلول}}{2 \text{ mol اتانول}} = 10 \text{ mL}$$



۸۴- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، ۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار سدیم کلرید با ۸ لیتر محلول نقره نیترات با چگالی ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر و غلظت معین به طور کامل واکنش می دهد. غلظت محلول نقره نیترات مصرف شده در این فرایند بر حسب ppm کدام است؟
($Ag = 108, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1}$)

۱۷۰۰ (۴)

۲۲۵۰ (۳)

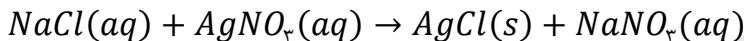
۳۴۰۰ (۲)

۸۵۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش میان محلول های نقره نیترات و سدیم کلرید به صورت زیر است:



با توجه به اطلاعات داده شده از محلول سدیم کلرید، جرم نقره نیترات مصرف شده در این واکنش را محاسبه می کنیم.

$$? g AgNO_3 = 1 L \text{ محلول سدیم کلرید} \times \frac{0.2 \text{ mol NaCl}}{1 L \text{ محلول سدیم کلرید}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol NaCl}} \times \frac{170 \text{ g AgNO}_3}{1 \text{ mol AgNO}_3} = 34 g$$

با توجه به جرم نقره نیترات موجود در محلول دوم، غلظت این ماده را محاسبه می کنیم.

$$\text{جرم محلول} = \text{چگالی محلول} \times \text{حجم محلول} = 1.25 \frac{g}{mL} \times 8000 \text{ mL} = 10000 g$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم حلال}} \times 10^6 = \frac{34}{10000} \times 10^6 = 3400$$



۸۵- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب های زیر، نسبت میان شمار اتم ها به شمار عناصر در مقایسه با سایر ترکیب ها بیشتر است؟
(فرمول شیمیایی یون سیلیکات به صورت SiO_4^{4-} است.)

(۴) مس (II) سیلیکات

(۳) کلسیم هیدروکسید

(۲) آهن (III) نیترات

(۱) آلومینیم سولفات

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی ترکیبات داده شده و اطلاعات مربوط به هر ترکیب، به صورت زیر است:

آلومینیم سولفات: $Al_2(SO_4)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۱۷

آهن (III) نیترات: $Fe(NO_3)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۱۳

کلسیم هیدروکسید: $Ca(OH)_2$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۵

مس (II) سیلیکات: Cu_2SiO_4 ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۷

با توجه به اطلاعات داده شده از این مواد، نسبت میان تعداد اتم ها به تعداد عناصر در آلومینیم سولفات بیشتر از سایر ترکیب ها است.



۸۶- درصد جرمی سدیم در مخلوطی به جرم ۱۲۵ گرم از منیزیم سولفات و سدیم سولفات برابر با ۱۸/۴٪ است. این مخلوط جامد را در مقداری آب حل می کنیم. اگر غلظت مولی یون سولفات در محلول حاصل برابر با ۰/۵ مول بر لیتر باشد، حجم این محلول برابر با چند لیتر است؟ ($S = 32, Mg = 24, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۲/۵ (۴)

۱/۹ (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۴ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به جرم سدیم موجود در این مخلوط، جرم سدیم سولفات و منیزیم سولفات را محاسبه می کنیم.

$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \implies 18.4 = \frac{x \text{ g}}{125 \text{ g}} \times 100 \implies x = 23 \text{ g}$$

$$? g Na_2SO_4 = 23 \text{ g Na} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{23 \text{ g Na}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2SO_4}{2 \text{ mol Na}} \times \frac{142 \text{ g Na}_2SO_4}{1 \text{ mol Na}_2SO_4} = 71 \text{ g}$$

جرم کل مخلوط اولیه از نمک‌ها برابر با ۱۲۵ گرم بوده است. بر این اساس، می‌توان گفت در مخلوط مورد نظر ۷۱ گرم سدیم سولفات و ۵۴ گرم منیزیم سولفات وجود دارد، پس داریم:

$$? \text{ mol } Na_2SO_4 = 71 \text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} = 0.5 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } MgSO_4 = 54 \text{ g } MgSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } MgSO_4}{120 \text{ g } MgSO_4} = 0.45 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات فوق، ۰/۴۵ مول منیزیم سولفات و ۰/۵ مول سدیم سولفات در مخلوط مورد نظر وجود دارد. در واحد فرمولی هر نمک نیز یک عدد یون سولفات یافت می‌شود، پس با انحلال این مخلوط در آب، ۰/۹۵ مول یون سولفات در محلول آزاد می‌شود. بر این اساس داریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \implies 0.5 = \frac{0.95 \text{ mol}}{x \text{ L}} \implies x = 1/9 \text{ L}$$



۸۷- غلظت یون فلئورید در محلول ۰/۰۴۵ مولار کلسیم فلئورید با چگالی ۱/۱۴ گرم بر میلی‌لیتر، بر حسب ppm کدام است؟ ($F = 19 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم یون فلئورید موجود در یک لیتر محلول کلسیم فلئورید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } F^- = 1 \text{ L محلول} \times \frac{0.45 \text{ mol } CaF_2}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } F^-}{1 \text{ mol } CaF_2} \times \frac{19 \text{ g } F^-}{1 \text{ mol } F^-} = 1/71 \text{ g}$$

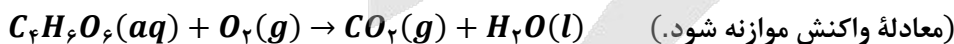
در مرحله بعد، جرم محلول را به دست آورده و پس از آن، غلظت یون فلئورید را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{جرم محلول} = \text{حجم محلول} \times \text{چگالی} = 1000 \text{ mL} \times 1/14 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = 1140 \text{ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم حلال}} \times 10^6 = \frac{1/71}{1140} \times 10^6 = 1500$$



۸۸- برای اکسایش بخشی از تارتاریک اسید ($C_4H_6O_6$) موجود در ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول آبی آن، ۴۰ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌شود. در صورتی که غلظت آغازی تارتاریک اسید در محلول، ۳/۴ برابر غلظت پایانی آن باشد، به تقریب چند درصد از تارتاریک اسید موجود در محلول اولیه در این واکنش شرکت کرده است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۵۶/۲ (۴)

۸۲/۸ (۳)

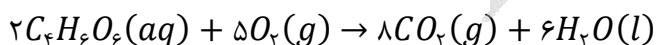
۶۶/۷ (۲)

۷۵/۴ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:



سپس تعداد مول تارتاریک اسید مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } C_4H_6O_6 = 40 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } C_4H_6O_6}{5 \text{ mol } O_2} = 0.5 \text{ mol}$$

طی این فرایند، مقدار ۰/۵ مول تارتاریک اسید مصرف شده است. تعداد مول پایانی تارتاریک اسید را x در نظر می‌گیریم. بنابراین تعداد مول آغازی این ماده در محلول اولیه برابر با $x + ۰/۵$ مول است. در این فرایند مقداری آب تولید شده است، برای محاسبه غلظت نهایی، جرم آب تولید شده در واکنش اکسایش تارتاریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? g H_2O = 4.0 g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{5 \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 27 \text{ g } H_2O$$

بنابراین حجم پایانی محلول ۰/۲۲۷ لیتر است. با توجه به اینکه غلظت مولی آغازی، ۳/۴ برابر غلظت مولی نهایی است، داریم:

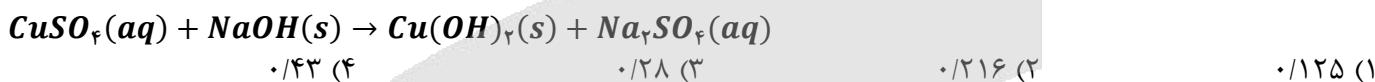
$$\frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{x + 0.5}{0.2} \implies \text{غلظت اولیه} = \frac{3}{4} \times \text{غلظت نهایی} \implies \frac{x + 0.5}{0.2} = \frac{3}{4} \times \frac{x}{0.227} \implies x \approx 0.25$$

بنابراین در ابتدا تقریباً ۰/۷۵ مول تارتاریک اسید در محلول وجود داشته است که ۰/۵ مول از آن مصرف شده است. در قدم بعد، درصد تقریبی تارتاریک اسید مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{0.5}{0.75} \times 100 \approx 66.7 \text{ درصد}$$



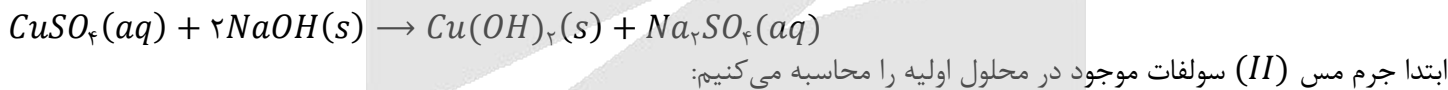
۸۹- به ۴ کیلوگرم محلول 750 ppm مس (II) سولفات، مقدار لازم سدیم هیدروکسید جامد اضافه می‌کنیم تا واکنش موازنه نشده زیر به‌طور کامل انجام شود. درصد جرمی یون سدیم در محلول به‌دست آمده در پایان واکنش پس از جدا کردن رسوب تقریباً چقدر می‌شود؟ ($Cu = 64, S = 32, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مسئله ۱۰۰۳)

معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:



$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \implies \text{جرم مس (II) سولفات} = \frac{4000 \times 7500}{10^6} = 30 \text{ g}$$

توجه داریم که در رابطه ppm باید واحد جرم حل‌شونده و جرم محلول یکسان باشد. با توجه به محاسبات انجام شده، جرم آب موجود در محلول ۴ کیلوگرمی اولیه برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = 4000 - 30 = 3970 \text{ g}$$

در قدم بعدی جرم سدیم سولفات و یون‌های سدیم تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$? g Na_2SO_4 = 30 \text{ g } CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{160 \text{ g } CuSO_4} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{1 \text{ mol } CuSO_4} \times \frac{142 \text{ g } Na_2SO_4}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} = 26.625 \text{ g}$$

$$? g Na^+ = 30 \text{ g } CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{160 \text{ g } CuSO_4} \times \frac{2 \text{ mol } Na^+}{1 \text{ mol } CuSO_4} \times \frac{23 \text{ g } Na^+}{1 \text{ mol } Na^+} = 8.625 \text{ g}$$

طی این فرایند، عملاً مقداری مس (II) سولفات از محلول خارج شده و به‌جای آن، مقداری سدیم سولفات به محلول وارد شده است. به عبارت دیگر، جرم محلول به‌خاطر کم شدن مس (II) سولفات به اندازه ۳۰ گرم کاهش یافته و به‌خاطر اضافه شدن سدیم سولفات، به اندازه ۲۶/۶۲۵ گرم افزایش یافته است. بر این اساس می‌توان گفت جرم محلول نهایی برابر با ۳۹۹۶/۶۲۵ گرم می‌شود. البته، چون مقادیر داده شده در گزینه‌ها خیلی به هم نزدیک نیستند، می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم. در نهایت درصد جرمی یون‌های سدیم را در محلول نهایی به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی یون‌های سدیم} = \frac{\text{جرم یون‌های سدیم}}{\text{جرم آب} + \text{جرم سدیم سولفات}} \times 100 = \frac{8.625}{26.625 + 3970} \times 100 = \frac{862.5}{3996.625} \approx \frac{862.5}{4000} \approx 0.216\%$$



۹۰- در ۲۵۰ میلی لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی سولفوریک اسید با چگالی 1.098 g mL^{-1} چند گرم سولفوریک اسید وجود دارد و این محلول چند مولار است؟ ($S = 32, O = 16, H = 1 : \text{g mol}^{-1}$)

۲ - ۹۸ (۴)

۱ - ۹۸ (۳)

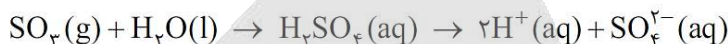
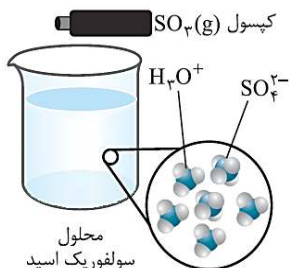
۲ - ۴۹ (۲)

۱ - ۴۹ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی سولفوریک اسید به صورت H_2SO_4 است. این اسید به صورت زیر تولید می شود:



ابتدا غلظت مولی محلول را محاسبه می کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \cdot ad}{M} = \frac{10 \times 20 \times 0.2 / 98}{98} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

در قدم بعدی جرم سولفوریک اسید موجود در محلول را به دست می آوریم:

$$? \text{ g } H_2SO_4 = 250 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{98 \text{ g } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4} = 49 \text{ g}$$



۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - به آب آشامیدنی مقدار بسیار کمی یون فلئورید می افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندانها می شود.
 ب - آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یونهای گوناگون است.
 ج - چهار کاتیون فراوان آب کره، به صورت یونهای تک اتمی هستند.
 د - سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ کره وارد آب کره می شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

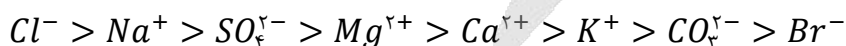
پاسخ: گزینه ۴

همه عبارتهای داده شده، درست هستند.

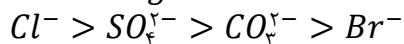
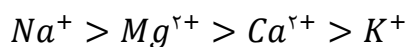
بررسی موارد:

الف) و ب) آب آشامیدنی مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یونهای گوناگون است. برخی از این یونها به طور طبیعی در آب حل شده و برخی دیگر در مراکز تأمین آب آشامیدنی سالم به آن افزوده می شود. برای نمونه، به آب آشامیدنی مقدار بسیار کم و مناسب یون فلئورید می افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندانها می شود.

ج) ترتیب مقدار یونهای موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به صورت زیر است:



مقایسه کاتیونها و آنیونها، به صورت جداگانه نیز در زیر آمده است:



همان طور که می بینید ۴ کاتیون فراوان آب کره به صورت تک اتمی هستند. (منظور از یون چند اتمی، یونی است که بیش از یک اتم در ساختار خود داشته باشد؛ مانند یون OH^-)



۹۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب حاصل از فراوان ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، نادرست است؟

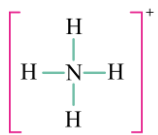
- (۱) دارای دو نوع پیوند یونی و اشتراکی است.
- (۲) به هنگام تشکیل هر مول از این ترکیب، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.
- (۳) در هر مول از این ترکیب، مشابه ترکیب کلسیم کربنات، ۲ مول یون وجود دارد.
- (۴) ساختار فضایی فراوان ترین آنیون چند اتمی آب دریا، مشابه ساختار فضایی کاتیون موجود در آن است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۳)

فراوان ترین آنیون آب دریا، Cl^- است. ترکیب حاصل از این یون، با یون آمونیوم (NH_4^+)، ترکیبی یونی با فرمول NH_4Cl است. به هنگام تشکیل هر مول از این ترکیب، ۱ مول الکترون از یون آمونیوم به یون کلرید منتقل شده است.

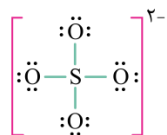
بررسی سایر گزینه‌ها:



در ساختار کاتیون آمونیوم، پیوند اشتراکی میان اتم‌های هیدروژن و نیتروژن وجود دارد. ساختار لوویس آمونیوم به صورت روبه‌رو است:

پس می‌توان گفت در آمونیوم کلرید، هر دو نوع پیوند یونی و کووالانسی یافت می‌شود.

در هر مول از NH_4Cl ۲ مول یون (Cl^- ۱ مول و NH_4^+ ۱ مول) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلسیم کربنات به صورت $CaCO_3$ است. در هر مول از این ترکیب نیز، ۲ مول یون (CO_3^{2-} ۱ مول و Ca^{2+} ۱ مول) داریم.

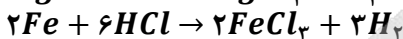
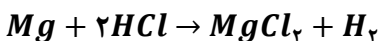


فراوان ترین آنیون چند اتمی آب دریا، SO_4^{2-} است. ساختار لوویس این یون در شکل روبه‌رو آمده است: ساختار فضایی هر دو یون NH_4^+ و SO_4^{2-} به صورت زیر است:



lo

۹۴- اگر ۲۱۶ گرم آلیاژی شامل منیزیم و آهن با هیدروکلریک اسید واکنش دهد و در شرایطی که چگالی گاز هیدروژن برابر با ۰/۲۵ گرم بر لیتر است، ۵۲ لیتر گاز هیدروژن تولید شود، جرم آهن موجود در آلیاژ چند گرم است؟ ($H = 1, Mg = 24, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)



۵۶ (۴)

۸۴ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۶۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فرض می‌کنیم x مول از منیزیم و y مول از آهن داریم. جرم x مول منیزیم برابر با $24x$ و جرم y مول آهن برابر با $56y$ است. پس داریم:
 $24x + 56y = 216$
 واکنش‌های داده شده به صورت موازنه شده هستند. بنابراین از مصرف هر مول منیزیم، یک مول گاز هیدروژن و از مصرف هر دو مول آهن، ۳ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود. پس گاز H_2 تولید شده از مصرف x مول منیزیم برابر با x مول و گاز H_2 تولید شده از مصرف y مول آهن برابر با $3y$ است:

$$x \text{ mol } H_2 = x \text{ mol } Mg \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Mg} = x$$

$$3y \text{ mol } H_2 = y \text{ mol } Fe \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } Fe} = 1.5y$$

پس مجموعاً $1.5y + x$ گاز H_2 تولید می‌شود. در شرایطی که چگالی گاز H_2 برابر با ۰/۲۵ گرم بر لیتر باشد، جرم ۵۲ لیتر از آن برابر

$$13 \text{ g} = \text{جرم} \rightarrow \frac{\text{جرم}}{52} = 0.25$$

$$x + 1.5y = 6.5$$

است با: ۱۳ گرم گاز هیدروژن معادل ۶/۵ مول از آن است. پس داریم:

اکنون دو معادله و دو مجهول داریم و می‌توانیم با حل دستگاه، مقادیر مجهول را بیابیم:

$$\begin{cases} 24x + 56y = 216 \\ x + 1/5y = 6/5 \end{cases} \rightarrow x = 2 \quad y = 3$$

پس جرم آهن برابر با $168 = 3 \times 56$ گرم است.



۹۵- فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، درست است؟

- (۲) نقره هیدروکسید: $AgOH$
 (۴) کروم(III) فسفات: $CrPO_3$

- (۱) مس(I) سولفات: Cu_2S
 (۳) پتاسیم(I) کربنات: K_2CO_3

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

یون هیدروکسید به صورت OH^- و یون نقره به صورت Ag^+ است. پس فرمول شیمیایی نقره هیدروکسید به صورت $AgOH$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) یون سولفات به صورت SO_4^{2-} است. پس فرمول شیمیایی مس(I) سولفات به صورت Cu_2SO_4 می‌باشد.
 ۳) پتاسیم تنها یک نوع یون تشکیل می‌دهد و نباید ظرفیت آن نوشته شود.
 ۴) یون فسفات به صورت PO_4^{3-} است؛ پس فرمول شیمیایی کروم(III) فسفات به صورت $CrPO_4$ می‌باشد.



۹۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.
 (۲) جرم کل آب‌های روی کره زمین، به تقریب ۳۰ برابر جرم کل نمک‌های موجود در آن است.
 (۳) در ترکیب حاصل از فراوان‌ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، دو نوع پیوند یونی و اشتراکی وجود دارد.
 (۴) مخلوطی از گازهای O_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند.

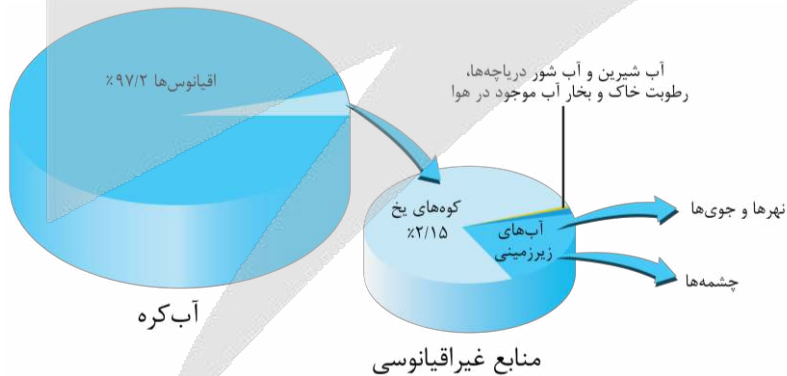
(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

۹۷/۲٪ آب کره در اقیانوس‌ها و ۲/۱۸٪ آن به صورت زیر وجود دارد:

مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب > آب نهرها و جوی‌ها > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ (۲/۱۵٪).

پس کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از کل آب کره و نه فقط منابع غیر اقیانوسی را تشکیل می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) جرم کل آب‌های روی کره زمین در حدود $1/5 \times 10^{18}$ تن برآورد می‌شود. 5×10^{16} تن مربوط به جرم نمک‌های حل شده است. پس می‌توان گفت جرم کل آب‌های روی کره زمین، به تقریب ۳۰ برابر جرم کل نمک‌های موجود در آن است:

$$\frac{1/5 \times 10^{18}}{5 \times 10^{16}} = 30$$

۳ فراوانترین آنیون آب دریا، Cl^- است. ترکیب حاصل از این یون، با یون آمونیوم (NH_4^+)، ترکیبی یونی است اما در ساختار کاتیون آمونیوم، پیوند اشتراکی میان اتمهای هیدروژن و نیتروژن وجود دارد. پس می توان گفت در آمونیوم کلرید، هر دو نوع پیوند یونی و کووالانسی یافت می شود.

۴ مخلوطی از گازهای O_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می شود و آب تولید می کند.



۹۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در چه تعداد از ترکیبهای زیر، با هم برابر است؟

الف - آمونیوم سولفید	ب - منیزیم نیترات	ج - مس (I) نیتريد
د - پتاسیم کربنات	هـ - نقره سولفات	و - آهن (II) فسفات
۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)
		۵ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی ترکیبهای داده شده و نسبت شمار آنیون به کاتیون در آنها، در زیر آمده است:

نسبت شمار آنیون به کاتیون	فرمول شیمیایی	نام ترکیب
$\frac{1}{2}$	$(NH_4)_2S$	آمونیوم سولفید
۲	$Mg(NO_3)_2$	منیزیم نیترات
$\frac{1}{3}$	Cu_3N	مس (I) نیتريد
$\frac{1}{2}$	K_2CO_3	پتاسیم کربنات
$\frac{1}{2}$	Ag_2SO_4	نقره سولفات
$\frac{2}{3}$	$Fe_3(PO_4)_2$	آهن (II) فسفات

بنابراین، نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیبهای آمونیوم سولفید، پتاسیم کربنات و نقره سولفات با هم برابر است.



۹۸- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها، شربت معده، سود سوزآور و کنسرو تن ماهی کاربرد دارد.
- ۲) نمک خوراکی را با روش شیمیایی و منیزیم را با روش فیزیکی از آب دریا استخراج می کنند.
- ۳) به پیوند میان اتم هیدروژن با عناصر F ، O و N ، در یک مولکول، پیوند هیدروژنی می گویند.
- ۴) دریاچه ارومیه، یکی از دریاچههای شور دنیا است که مقدار نمکهای حل شده در آن بسیار زیاد است.

(آسان - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

دریاچه ارومیه، یکی از دریاچههای شور دنیا است که مقدار نمکهای حل شده در آن بسیار زیاد است.

محلول

محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی محلول در سرتاسر آن، یکسان و یکنواخت است. محلولها می توانند به سه حالت وجود داشته باشند:

الف) گازی ← هوا

ب) مایع ← سرم فیزیولوژیک، ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب)، گلاب (مخلوط همگن از چند ماده آلی در آب)

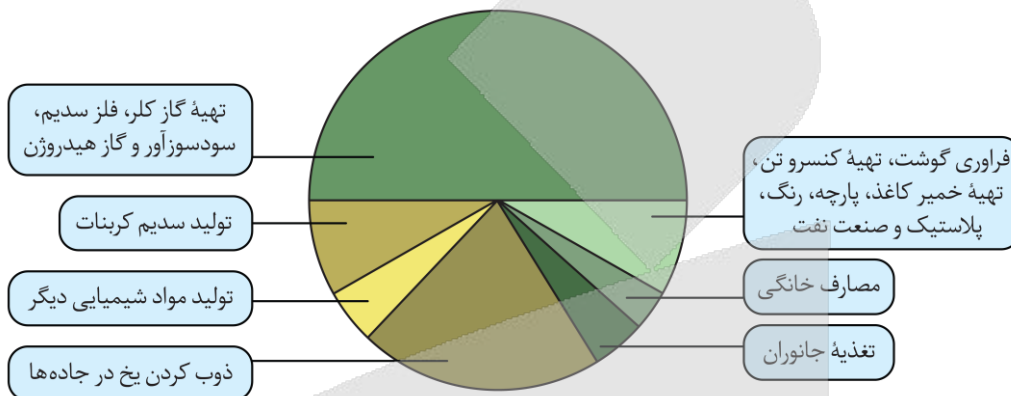
ج) جامد ← سکه فلزی

برخی محلول‌ها رقیق و برخی غلیظ هستند که از جمله محلول‌های رقیق، سرم فیزیولوژیک را می‌توان نام برد. از جمله محلول‌های غلیظ گلاب دو آتشه، محلول نیتریک اسید ۷۰٪ جرمی، آب دریای مرده و آب دریاچه ارومیه را می‌توان مثال زد. مقایسه غلظت آب چهار دریا:

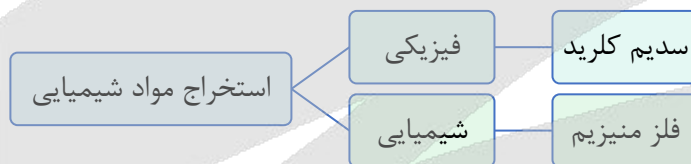
اقیانوس آرام > دریای مدیترانه > دریای سرخ > دریای مرده
 برای راحت‌تر به خاطر سپردن ترتیب نام دریاها، می‌توانید از رمز «مرده، در سرخی مدیترانه آرام گرفت» استفاده کنید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. در تهیه سود سوزآور و کنسرو تن ماهی، از سدیم کلرید استفاده می‌شود. کاربردهای نمک $NaCl$ در شکل زیر نشان داده شده است:



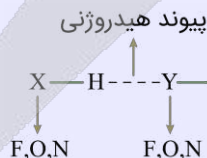
استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی (به صورت تبلور) و شیمیایی (واکنش با سایر مواد) است.



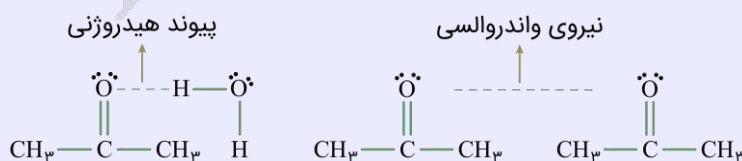
پیوند هیدروژنی، قوی‌ترین نیروی بین مولکولی است و در مولکول‌های دارای هیدروژن متصل به فلئور، اکسیژن و نیتروژن یافت می‌شود. به عبارتی شرط تشکیل پیوند هیدروژنی، وجود حداقل یکی از پیوندهای $N-H$ (مانند NH_3)، $O-H$ (مانند H_2O) و یا $F-H$ (مانند HF) است. پس این پیوند، در یک مولکول وجود ندارد و نوعی نیروی بین مولکولی است.

پیوند هیدروژنی

نیروی بین مولکولی هیدروژنی (پیوند هیدروژنی)، قوی‌ترین نیروی بین مولکولی در مولکول‌های دارای هیدروژن متصل به فلئور، اکسیژن و نیتروژن (FON) است. تصویر زیر، نمایی از یک پیوند هیدروژنی را نشان می‌دهد:



شرط تشکیل پیوند هیدروژنی، وجود حداقل یکی از پیوندهای $N-H$ (مانند NH_3)، $O-H$ (مانند H_2O) و یا $F-H$ (مانند HF) است. دقت کنید که استون با وجود اینکه فاقد پیوند $O-H$ در ساختار خود است، از طریق جفت الکترون ناپیوندی خود می‌تواند با آب که دارای پیوند $O-H$ است، پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. اما نیروی بین مولکولی در یک نمونه از استون خالص، از نوع واندروالسی است؛ زیرا در ساختار استون، هیدروژن متصل به اکسیژن وجود ندارد.



۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد استخراج فلز منیزیم از آب دریا نادرست است؟

- (۱) در مرحله نهایی، نمکی سه اتمی را به کمک جریان برق، به عناصر سازنده‌اش تبدیل می‌کنند.
- (۲) در مرحله نهایی، فلز منیزیم به صورت مذاب به همراه گازی زرد رنگ با خاصیت گندزدایی تولید می‌شود.
- (۳) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با فراوان‌ترین آنیون آب دریا با هم واکنش می‌دهند تا نمکی نامحلول تولید شود.
- (۴) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با آنیونی دو اتمی که دارای پیوند اشتراکی است، با هم واکنش می‌دهند تا ماده‌ای جامد تولید شود.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

در مرحله ابتدایی استخراج منیزیم از آب دریا، دومین کاتیون فراوان آب دریا یعنی یون منیزیم را با یون هیدروکسید و نه فراوان‌ترین آنیون آب دریا که یون کلرید است، واکنش می‌دهند تا نمک جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید تولید شود. به درسامه زیر دقت کنید:

فلز منیزیم

فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. یکی از منابع تهیه این فلز آب دریا است. منیزیم در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌دهند، سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل می‌کنند. در پایان با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند:

$$MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در مرحله انتهایی این فرایند، نمک سه اتمی $MgCl_2$ را به کمک جریان برق، به عناصر سازنده‌اش تبدیل می‌کنند.
- (۲) در مرحله نهایی، فلز منیزیم به صورت مذاب به همراه گاز کلر که گازی زرد رنگ با خاصیت گندزدایی است، تولید می‌شود.
- (۴) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا یعنی یون منیزیم را با یون هیدروکسید که آنیونی دو اتمی و دارای پیوند اشتراکی است، با هم واکنش می‌دهند؛ طی این واکنش نمک جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌کند.

ilo

۱۰۰- چند لیتر محلول ۱۰ مولار منیزیم نیترات، باید با ۲/۵ لیتر محلول ۴ مولار آن مخلوط شود تا پس از رقیق شدن تا حجم ۲۰ لیتر، به محلول ۲/۵ مولار این نمک تبدیل شود؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

با توجه به رابطه $\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \text{مولار}$ ، برای به دست آوردن مول حل شونده، باید حجم محلول را در غلظت مولار آن ضرب کنیم. پس اگر حجم محلول اولیه x لیتر باشد، مول حل شونده در آن برابر با $10x$ است:

$$10x = \text{مول حل شونده} \rightarrow \text{حجم محلول} \times \text{مولار} = \text{مول حل شونده}$$

بنابراین مول حل شونده در محلولی که به محلول اولیه اضافه می‌شود نیز، برابر با $4 \times \frac{2}{5} = 1.6$ است. پس می‌توان گفت پس از مخلوط کردن دو محلول، مجموع مول حل شونده برابر با $10x + 1.6$ است. این محلول تا حجم ۲۰ لیتر رقیق شده است. به هنگام رقیق شدن، مول حل شونده ثابت می‌ماند و با افزودن آب، فقط غلظت محلول کاسته می‌شود. پس مول حل شونده در محلول نهایی برابر با $20 \times \frac{2}{5} = 8$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$10x + 1.6 = 8 \rightarrow x = 0.64 L$$

پس حجم محلول اولیه برابر با ۰٫۶۴ لیتر بوده است.

ilo



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- مولکول‌های موجود در یک نمونه از عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، مجموعاً شامل $10^{24} \times 1/204$ اتم در ساختار خود می‌شوند. برای تجزیه این ترکیب به اسید و الکل سازنده آن، به چند گرم آب نیاز است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۷/۲ (۴)

۵/۴ (۳)

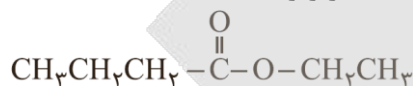
۳/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، اتیل بوتانوات با ساختار زیر است:



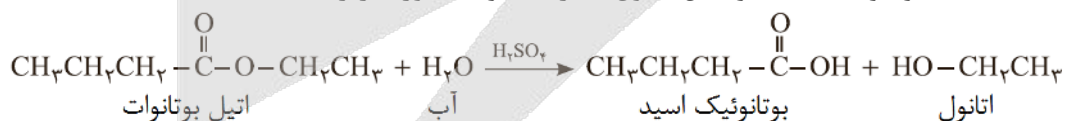
جدول زیر، نام استرهای موجود در میوه‌های مختلف و نام اسید و الکل سازنده هر استر را نشان می‌دهد:

نام گل یا میوه	نام استر	ساختار استر سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده
موز	پنتیل اتانوات		$CH_3-(CH_2)_4-OH$ ۱ - پنتانول	$CH_3-C(=O)-OH$ اتانوئیک اسید
سیب	متیل بوتانوات		CH_3-OH متانول	$CH_3CH_2CH_2-C(=O)-OH$ بوتانوئیک اسید
انگور	اتیل هپتانوات		CH_3CH_2-OH اتانول	$CH_3CH_2CH_2CH_2CH_2CH_2-C(=O)-OH$ هپتانوئیک اسید

فرمول شیمیایی اتیل بوتانوات به صورت $C_6H_{12}O_2$ بوده و در هر مولکول آن ۲۰ اتم وجود دارد. با توجه به شمار اتم‌های موجود در هر مولکول اتیل بوتانوات، شمار مول‌های این ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$? mol C_6H_{12}O_2 = 1/204 \times 10^{24} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2}{20 \text{ اتم}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_2}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2} = 0.1 \text{ mol}$$

واکنش تجزیه این ماده به اسید(بوتانوئیک اسید) و الکل(اتانول) سازنده خود به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، برای تجزیه کامل ۰/۱ مول اتیل بوتانوات، به ۰/۱ مول آب (معادل با ۱/۸ گرم آب) نیاز داریم.

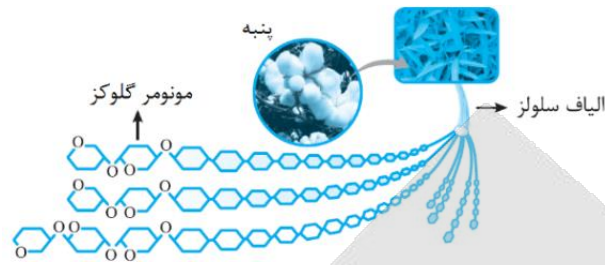


۱۰۲- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) پارچه خام به کمک عمل ریسندگی بر روی نخ تولید شده و پس از فراوری، به پارچه قابل استفاده تبدیل می‌شود.
- (۲) پنتیل اتانوات، عامل ایجاد کننده بو و طعم موز بوده و در هر مولکول از آن، ۶ پیوند اشتراکی کربن-کربن وجود دارد.
- (۳) پنبه از کنار هم قرار گرفتن الیاف سلولزی ساخته شده و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود.
- (۴) از پلی‌پروپن در تهیه پتو استفاده شده و همانند پلی‌وینیل کلرید، در ساختار آن هر اتم کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده است.

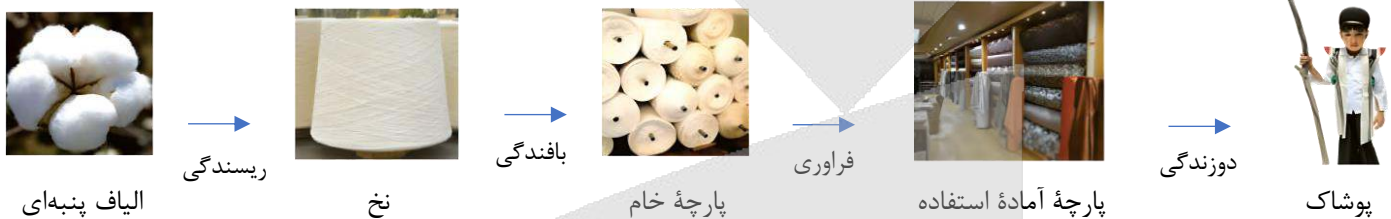


پنبه از کنار هم قرار گرفتن الیاف سلولزی ساخته شده و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود. ساختار الیاف سلولزی موجود در پنبه به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

تصویر زیر، مراحل تولید پارچه را نشان می‌دهد:

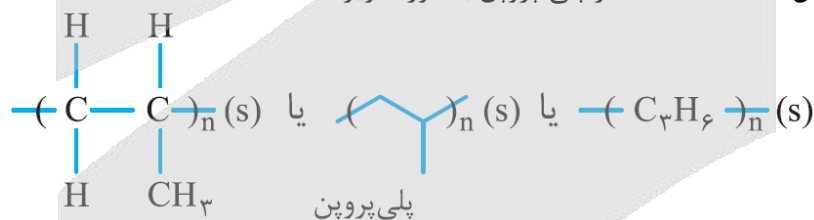


پارچه‌های خام به کمک عمل بافندگی بر روی نخ تولید شده و پس از فراوری، به پارچه آماده استفاده تبدیل می‌شود. در عمل ریسندگی، الیاف پنبه‌ای به نخ مورد نیاز برای تولید انواع پارچه تبدیل می‌شوند.

۲

۴

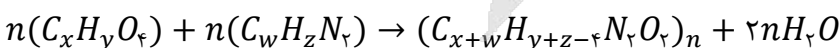
پنتیل اتانوات، عامل ایجاد کننده بو و طعم موز است. در هر مولکول از این ترکیب، ۵ پیوند اشتراکی کربن-کربن وجود دارد. از پلی پروپن در تهیه پلاستیک مورد نیاز برای ساختن سرنگ‌ها استفاده می‌شود. در ساختار این پلیمر، همانند پلی‌وینیل کلرید، هر اتم کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده است. ساختار پلی پروپن به صورت زیر است:



۱۰۳- فرمول شیمیایی پلی آمیدی که از واکنش میان ساده‌ترین عضو خانواده دی‌آمین‌ها و ساده‌ترین عضو خانواده دی‌اسیدها به دست می‌آید، به چه صورت است؟

- (۱) $(C_2H_4O_2N_2)_n$ (۲) $(C_4H_6O_2N_2)_n$ (۳) $(C_3H_4O_4N_2)_n$ (۴) $(C_4H_6O_4N_2)_n$

فرمول کلی دی‌آمین‌ها به صورت $H_2N - R - NH_2$ و فرمول کلی دی‌اسیدها به صورت $HOOC - R - COOH$ است. معادله کلی تولید یک پلی‌آمید از یک دی‌اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_4$ و یک دی‌آمین با فرمول شیمیایی $C_wH_zN_2$ به صورت زیر است:

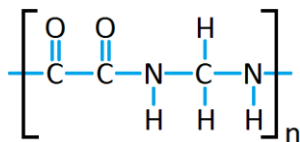


از آنجا که در واکنش تولید پلی‌آمیدها علاوه بر مولکول‌های پلیمر، مولکول‌های آب نیز تولید می‌شود، جرم پلیمر حاصل از این فرایند کمتر از مجموع جرم مونومرهای مصرف شده در آن خواهد بود. تصاویر زیر، ساختار ساده‌ترین اعضای خانواده‌های دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها را نشان می‌دهد:





با توجه به ساختار این مواد، ساختار پلی آمید مورد نظر با فرمول $(C_7H_6O_2N_2)_n$ به صورت زیر می شود:



۱۰۴- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- ۱) پلی پروپین در شرایط اتاق به حالت جامد بوده و برخلاف مونومر خود، یک هیدروکربن سیرشده محسوب می شود.
- ۲) اتانول با فرمول C_2H_5OH ، دومین عضو از خانواده الکل‌های یک عاملی است و به هر نسبتی در آب حل می شود.
- ۳) مو، پوست بدن، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله پلیمرهای طبیعی هستند که فقط شامل عناصر O ، C و H می شوند.
- ۴) از پلی استیرن برای تولید ظرف یکبار مصرف استفاده شده و در مولکول آن با n واحد تکرارشونده، $3n$ پیوند دوگانه وجود دارد.

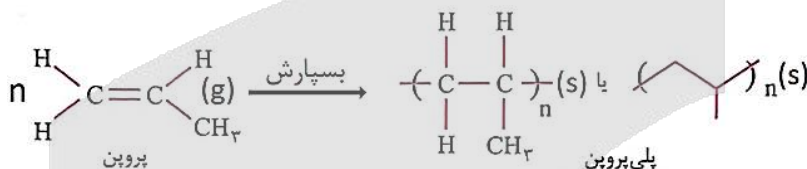
پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

مو، ناخن، پوست بدن، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله پلیمرهای طبیعی هستند که از پلی آمیدها ساخته شده اند. پلی آمیدها از جمله پلیمرهای نیتروژن دار بوده و شامل عناصر O ، C ، N و H می شوند.

بررسی سایر گزینه ها:

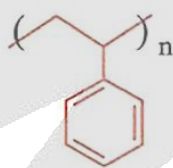
۱) پلی پروپین در دما و فشار اتاق به حالت جامد دیده می شود. واکنش تولید این ماده به صورت زیر است:



پلیمر تولید شده در این واکنش شیمیایی، برخلاف مونومرهای مصرف شده در آن، یک هیدروکربن سیرشده بوده و فاقد پیوند دوگانه در ساختار خود است.

۲) اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5OH ، دومین عضو از خانواده الکل‌های یک عاملی است. با توجه به برقراری پیوند هیدروژنی قوی بین مولکول‌های اتانول و آب، این ماده به هر نسبتی در آب حل می شود.

۴) از پلی استیرن برای تولید ظروف یکبار مصرف استفاده می شود. فرمول ساختاری این پلیمر به صورت زیر است:



از آنجا که در واحد تکرارشونده این پلیمر ۳ پیوند اشتراکی دوگانه وجود دارد، می توان گفت در هر مولکول پلی استیرن با n واحد تکرارشونده، $3n$ پیوند دوگانه وجود دارد.



۱۰۵- اگر فراورده‌های حاصل از سوختن کامل ساده ترین عضو خانواده آمین‌ها معادل با بخار آب و گازهای نیتروژن و کربن دی اکسید باشند، در فرایند سوختن کامل ۹۳ گرم متیل آمین، چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی 0.8 گرم بر لیتر مصرف می شود؟

$$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$$

۳۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۷۰ (۲)

۹۰ (۱)

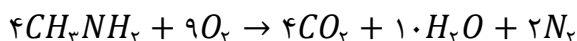
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

آمین‌ها گروهی از ترکیب‌های آلی نیتروژن دار هستند که از جایگزین شدن یک، دو و یا سه مورد از اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک (NH_3) با زنجیره‌های هیدروکربنی حاصل می شوند. در ساختار آمین‌ها اتم‌های H ، C و N وجود دارد. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به آن‌ها داده است. متیل آمین با فرمول شیمیایی CH_3NH_2 ، ساده ترین عضو خانواده



آمین‌ها است که از جایگزین شدن یکی از اتم‌های H آمونیاک با گروه $-CH_3$ به دست می‌آید. این ترکیب به همراه برخی از آمین‌های دیگر، بوی ماهی را ایجاد می‌کند. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، حجم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? L O_2 = 93 g CH_3NH_2 \times \frac{1 mol CH_3NH_2}{31 g CH_3NH_2} \times \frac{9 mol O_2}{4 mol CH_3NH_2} \times \frac{32 g O_2}{1 mol O_2} \times \frac{1 L O_2}{0.78 g O_2} = 270 L$$



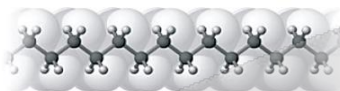
۱۰۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) پلی‌اتن سنگین ظاهری کدر داشته و برخی از اتم‌های کربن آن، فقط به یک اتم H توسط پیوند اشتراکی متصل شده‌اند.
- ۲) پلی‌لاکتیک اسید، نوعی پلیمر زیست‌تخریب‌پذیر است که به کمک فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت و نیسکر تهیه می‌شود.
- ۳) مولکول‌های ویتامین (دی) از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند و همانند ۱-دکانول، نامحلول در آب هستند.
- ۴) همه عناصر موجود در ساختار پلی‌استرها، در ساختار مولکول‌های سازنده ویتامین‌ها نیز حضور دارند.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

تصویر زیر، ساختار پلی‌اتن سنگین (پلی‌اتن بدون شاخه) را نشان می‌دهد:



این نوع از پلی‌اتن، ظاهری کدر داشته و همان‌طور که مشخص است، همه اتم‌های کربن موجود در ساختار آن به دو اتم هیدروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) پلی‌لاکتیک اسید، نوعی پلیمر زیست‌تخریب‌پذیر بوده و در طبیعت به مولکول‌های ساده‌تر تجزیه می‌شود. این پلیمر طبیعی، با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت و نیسکر تهیه می‌شود.
- ۳) مولکول‌های ویتامین (دی) از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند. از آنجا که در مولکول‌های سازنده این ویتامین، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارند، ویتامین (دی) نامحلول در آب است. الکی با نام ۱-دکانول نیز یک ترکیب سیر شده و ۱۰ کربنه بوده و نامحلول در آب است.
- ۴) عناصر کربن، اکسیژن و هیدروژن در ساختار انواع پلی‌استرها وجود دارند. ویتامین (کا) نیز یک ویتامین نامحلول در آب با فرمول شیمیایی $C_{31}H_{46}O_2$ است که در ساختار آن عناصر کربن، اکسیژن و هیدروژن حضور دارند.



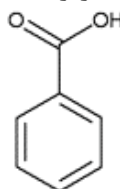
۱۰۷- کدام مطلب در رابطه با بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول، درست است؟

- ۱) در ساختار هر دو، یک اتم هیدروژن متصل به اکسیژن وجود دارد.
- ۲) شمار اتم‌های کربن سازنده مولکول این دو ترکیب آلی با هم برابر است.
- ۳) هر دو مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری کرده و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب زیاد است.
- ۴) در ساختار مولکولی این دو ماده، اتم کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول به صورت زیر است:





یکی از این مواد دارای گروه هیدروکسیل بوده و یکی دارای گروه عاملی کربوکسیل است. همانطور که مشخص است، در ساختار هر دو ماده، یکی از اتم‌های هیدروژن به اتم اکسیژن با پیوند کووالانسی (اشتراکی) متصل شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در ساختار بنزوئیک اسید، ۷ اتم کربن و در ساختار ۱-هگزانول، ۶ اتم کربن وجود دارد.

۳) هر دو مولکول، در ساختار خود بخش‌های قطبی و ناقطبی دارند اما در هر دو این مولکول‌ها، به ویژه مولکول هگزانول، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل، این مواد انحلال‌پذیری بالایی در آب ندارند.

۴) در ساختار بنزوئیک اسید، دو اتم کربن وجود دارند که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند؛ اما در ساختار الکل‌ها هیچ اتم کربنی با چنین ویژگی یافت نمی‌شود.



۱۰۸- با توجه به ساختار مولکول مقابل، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

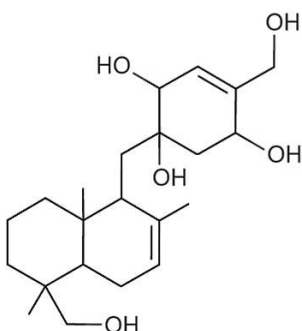
الف - چهار اتم کربن در آن، تنها به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

ب - بیشتر از ۲۵٪ اتم‌های کربن، با اتم‌های اکسیژن پیوند دارند.

ج - شمار گروه‌های CH_3 در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

د - شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، ۵ برابر متیل آمین است.

ه - اگر پیوندهای $C=C$ آن به پیوند یگانه تبدیل شود، جرم مولی آن ۴ واحد افزایش می‌یابد.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

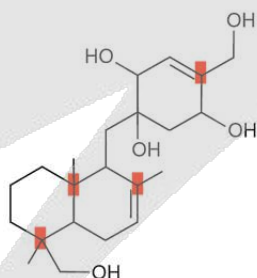
فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{22}H_{36}O_5$ است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (الف) و (ه) درست هستند.

بررسی موارد:

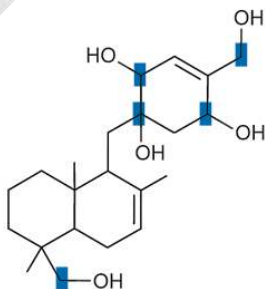
الف) هر اتم کربن، در ساختار خود ۴ الکترون ظرفیتی دارد که با استفاده از آن‌ها می‌تواند در تشکیل ۴ پیوند شرکت کند. کربنی که از ۴

الکترون ظرفیتی خود برای اتصال به سایر اتم‌های کربن استفاده کند، نمی‌تواند با سایر اتم‌ها (اکسیژن یا هیدروژن) پیوندی برقرار کند.

کربن‌هایی با این شرایط، در شکل زیر با رنگ قرمز مشخص شده‌اند:



پ) اتم‌های کربنی که با اتم اکسیژن پیوند دارند، در شکل زیر با رنگ آبی مشخص شده‌اند:



همان‌طور که مشخص است، تعداد ۵ اتم کربن با اتم‌های اکسیژن پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند که تقریباً معادل $22/7$ درصد شمار اتم‌های

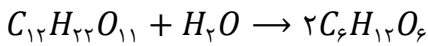
کربن ترکیب است $(22/7) \times 100 \approx 311/5$.



بررسی موارد:

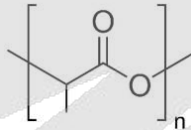
الف) کولار یکی از پلی آمیدهای ساختمانی است. این پلیمر از فولاد هم جرم خود، ۵ برابر مقاوم تر است. از کولار در تهیه تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه ضد گلوله استفاده می شود. این پلیمر همانند اغلب پلیمرهای ساختمانی زیست تخریب ناپذیر است. سلولز نوعی پلیمر طبیعی و زیست تخریب پذیر است که همانند نشاسته از ذرات گلوکز تولید شده است.

ب) گلوکز که واحد تشکیل دهنده سلولز است، از واکنش مالتوز موجود در جوانه گندم با آب نیز تولید می شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:

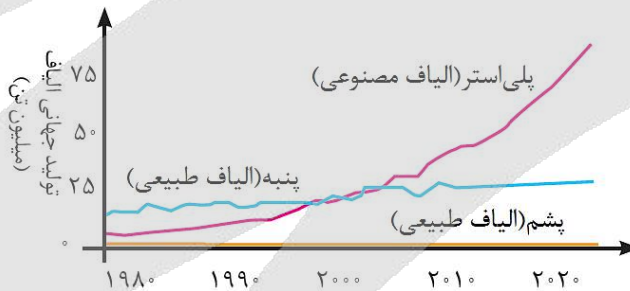


ج) سلولز از اتصال واحدهای شش ضلعی تشکیل شده است که در ساختار این حلقه شش ضلعی، ۵ اتم کربن و ۱ اتم اکسیژن حضور دارد. اتم اکسیژن، حلقه های شش ضلعی گلوکز را به صورت گروه عاملی اتری به یکدیگر متصل می کند و نشاسته که نوعی پلیمر با گروه عاملی اتری است را ایجاد می کند. در ساختار سلولز، واحدهای تکرارشونده توسط گروه اتری به هم متصل شده اند و این پلیمر نوعی پلی استر به حساب نمی آید.

د) در ساختار نشاسته، همانند پلی لاکتیک اسید، عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن حضور دارند. برای تولید پلی لاکتیک اسید به صورت صنعتی، ابتدا نشاسته موجود در فراورده های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر را به لاکتیک اسید تبدیل می کنند. مولکول های لاکتیک اسید، یک گروه عاملی الکلی و یک گروه عاملی کربوکسیل دارند. از واکنش مولکول های لاکتیک اسید با یکدیگر، پلی استری زیست تخریب پذیر به نام پلی لاکتیک اسید تولید می شود. تصویر زیر ساختار پلی لاکتیک اسید را نمایش می دهد:



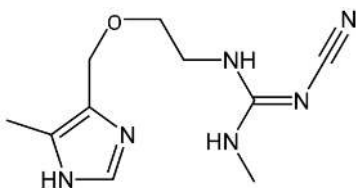
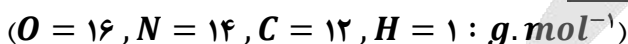
ه) الیاف پنبه از سلولز ساخته شده اند. نمودار زیر روند تولید الیاف پشمی، نخی (پنبه) و پلی استری را در سطح جهان نشان دهد:



همانطور که مشخص است، روند تولید الیاف نخی همانند الیاف پلی استری، در طی سال های اخیر رو به افزایش بوده است.



۱۱۰- درباره ترکیبی که ساختار مولکول آن نشان داده شده، کدام مطلب نادرست است؟



- ۱) این ترکیب می تواند در تهیه پلی آمیدها به کار رود.
- ۲) درصد جرمی دو عنصر از عناصر سازنده آن با هم برابر است.
- ۳) اختلاف تعداد پیوندهای $C - N$ و $C - H$ در آن، برابر تعداد اتم های نیتروژن است.
- ۴) شمار جفت الکترون های ناپیوندی موجود در این مولکول، نصف شمار اتم های هیدروژن است.

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_{16}H_{16}N_6O$ است. تعداد هیدروژن‌های این ترکیب را می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$H = 2 \times (\text{تعداد کربن}) + 2 - 2 \times (\text{تعداد پیوندهای دوگانه}) - 4 \times (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه}) + (\text{تعداد هالوژن}) - (\text{تعداد نیتروژن})$$

این ترکیب در ساختار مولکولی خود ۸ پیوند $C - N$ و ۱۳ پیوند $C - H$ دارد. اختلاف شمار این پیوندها در مولکول مورد نظر برابر با ۵ است؛ درحالی که تعداد اتم‌های نیتروژن این ترکیب، برابر ۶ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) این ترکیب دارای سه گروه آمینی است و می‌تواند در تولید پلی‌آمیدها به کار رود. برای تولید یک پلی‌آمید، باید یک نمونه از ترکیب مورد نظر را با مقدار کافی از یک دی‌اسید وارد واکنش کنیم.
- ۲) این ترکیب در ساختار مولکولی خود ۱۶ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت جرم هیدروژن موجود در هر مول از آن برابر ۱۶ گرم است. جرم اکسیژن موجود در هر مول از آن نیز برابر ۱۶ گرم است. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی هیدروژن و اکسیژن در ساختار ترکیب مورد نظر با هم برابر است.
- ۴) این ترکیب دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی (دو جفت بر روی اتم اکسیژن و ۶ جفت بر روی اتم‌های نیتروژن) است. در ساختار این مولکول ۱۶ اتم هیدروژن وجود دارد.



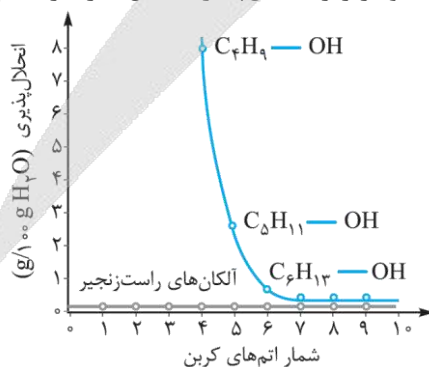
۱۱۱ - همه عبارتهای زیر درست‌اند، به جز

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی الکل‌ها، میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب کاهش و نقطه جوش آن‌ها افزایش می‌یابد.
- ۲) تمام فراورده‌های تجزیه مواد زیست تخریب‌پذیر، در ساختار مولکولی خود شامل دومین عنصر فراوان زمین هستند.
- ۳) در مولکول‌هایی از پلی‌وینیل کلرید و پلی‌سیانواتن با شمار واحدهای تکرارشونده برابر، تعداد اتم‌های هیدروژن برابر است.
- ۴) سرعت تجزیه یک نمونه از کولار در طبیعت از سرعت تجزیه پلی‌لاکتیک اسید در طبیعت کمتر خواهد بود.

دومین عنصر فراوان زمین اکسیژن است، اما برخی از فراورده‌های حاصل از تجزیه مواد زیست تخریب‌پذیر مانند متان، دارای اکسیژن نیستند. توجه داریم که مواد زیست تخریب‌پذیر، در طبیعت به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن دی‌اکسید، متان، آب و ... تبدیل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، جرم مولی و ویژگی ناقطبی الکل‌ها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه نقطه جوش این مواد افزایش و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد. نمودار زیر انحلال‌پذیری الکل‌ها را در مقایسه با هیدروکربن‌ها در آب نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا می‌توان گفت که:

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها کاسته می‌شود.
- ۲) سه الکل سبک‌تر یعنی متانول، اتانول و پروپانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- ۳) انحلال‌پذیری هپتانول و الکل‌های سنگین‌تر، تنها اندکی از انحلال‌پذیری آلکان‌های راست زنجیر هم‌کربن با آن‌ها بیشتر است.



۳ تعداد اتم‌های هیدروژن در واحد تکرارشونده این دو پلیمر یکسان بوده و در نتیجه در مولکول‌هایی از آن‌ها با شمار واحدهای تکرارشونده برابر، تعداد اتم‌های هیدروژن نیز یکسان است.

۴ کولار یک پلی‌آمید است که تجزیه آن در طبیعت به کندی انجام می‌شود؛ در حالی که پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر زیست تخریب پذیر است که به راحتی در طبیعت تجزیه می‌شود.

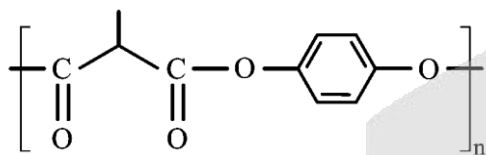
پلیمرهای سبز

پلیمرهای سبز، انواعی از پلیمرهای مصنوعی هستند که آن‌ها را با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر (فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند. برای تولید پلیمرهای سبز، نخست نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از آن، با انجام واکنش پلیمری شدن بر روی لاکتیک اسید، در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید را تولید می‌کنند. با استفاده از پلی‌لاکتیک اسید، انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله و کیسه پلاستیکی تولید می‌شود. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل، ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.



۱۱۲- در یک ظرف آب در دمای معین، ۳۸/۴ گرم از پلیمر با ساختار زیر را قرار می‌دهیم. اگر در هر چهار دقیقه، ۱۲ درصد از مقدار اولیه پلیمر به مونومرهای سازنده‌اش تجزیه شود، بعد از گذشت دو ساعت به تقریب چند گرم دی‌اسید تولید شده و در دی‌الکل تولید شده در مجموع در حدود چند اتم H وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$$

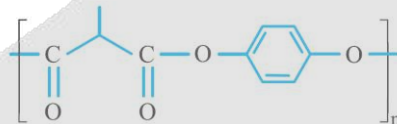


- (۱) $2/1 \times 10^{23} - 5/8$
- (۲) $2/1 \times 10^{23} - 8/5$
- (۳) $2/6 \times 10^{23} - 5/8$
- (۴) $2/6 \times 10^{23} - 8/5$

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ساختار پلیمر داده شده به صورت زیر است:



فرمول ساختاری فراورده‌های حاصل از واکنش آبکافت پلی‌استر داده شده به صورت زیر است:



ابتدا جرم مولی پلی‌استر $(C_{10}H_{18}O_4)_n$ و دی‌اسید حاصل از آبکافت آن یعنی $C_6H_8O_4$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی پلی‌استر} = n[10 \cdot (12) + 18(1) + 4(16)] = 192n \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی دی‌اسید} = [4(16) + 8(1) + 6(1)] = 118 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

مطابق صورت سؤال، هر ۴۰ دقیقه، ۱۲ درصد مقدار اولیه پلیمر تجزیه می‌شود؛ بنابراین بعد از گذشت ۲ ساعت (یا ۱۲۰ دقیقه)، به اندازه

$$36 = 12 \times \frac{120}{40} \text{ درصد از آن تجزیه خواهد شد و داریم:}$$

$$\text{دی‌اسید } g = 118 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \times \frac{n \text{ mol دی‌اسید}}{1 \text{ mol پلیمر}} \times \frac{1 \text{ mol پلیمر}}{192n \text{ g}} \times \frac{36}{100} \times 38/4 \text{ g پلیمر} = 8/5 \text{ g دی‌اسید} \approx 8/5 \text{ g}$$

اما در هر مول دی‌الکل تولید شده، ۶ اتم H وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{اتم } H = 6 \text{ mol H} \cdot \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ H}}{1 \text{ mol H}} \times \frac{1 \text{ mol دی‌الکل}}{1 \text{ mol پلیمر}} \times \frac{n \text{ mol دی‌الکل}}{192n \text{ g}} \times \frac{36}{100} \times 38/4 \text{ g پلیمر} \approx 2/6 \times 10^{23} \text{ H اتم}$$



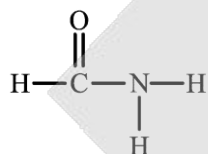
۱۱۳- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد ترکیب‌های آلی و گروه‌های عاملی موجود در آن‌ها نادرست است؟

- ۱) از واکنش ساده‌ترین آمین با متانوئیک اسید، ساده‌ترین ترکیب آمیدی تولید می‌شود.
- ۲) کربوکسیلیک اسیدها نسبت به استرهای هم‌کربن با خود، نقطه‌جوش بالاتری خواهند داشت.
- ۳) به شرط سیرشده و غیرحلقوی بودن یک آلدهید n کربنه، این ماده نسبت به یک کتون n کربنه همپار می‌شود.
- ۴) ترکیب آلی موجود در دارچین، همانند ترکیب موجود در زردچوبه، قابلیت ایجاد پیوند هیدروژنی با ذرات خود را ندارد.

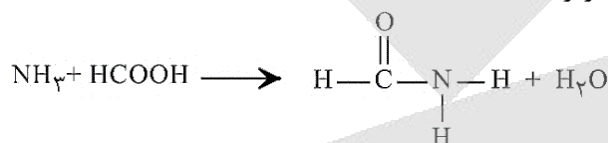
پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۳)

ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش میان متانوئیک اسید و آمونیاک حاصل می‌شود. ساختار این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:



واکنش تولید این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:

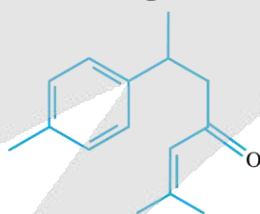


توجه داریم که ساده‌ترین آمین، معادل با متیل آمین بوده که به همراه برخی آمین دیگر عامل بوی بد ماهی است.

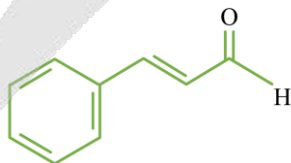
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) به دلیل وجود هیدروژن متصل به اکسیژن در ساختار کربوکسیلیک اسیدها، این مواد برخلاف استرها توانایی تشکیل قوی‌ترین نیروی بین مولکولی یعنی پیوند هیدروژنی را دارند. چون در کربوکسیلیک اسیدها، برخلاف استرها پیوند هیدروژنی بین ذرات برقرار می‌شود، به شرط وجود تعداد اتم کربن برابر در ساختار این مواد، می‌توان گفت کربوکسیلیک اسیدها نقطه‌جوش بالاتری نسبت به استرها دارند.
- ۳) به شرط سیرشده و غیرحلقوی بودن مولکول‌ها، فرمول کلی الکل‌ها و اترها به صورت $C_nH_{2n+2}O$ ، آلدهیدها و کتون‌ها به صورت $C_nH_{2n}O$ و استرها و کربوکسیلیک اسیدها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ خواهد بود. چون فرمول شیمیایی کلی کتون‌ها و آلدهیدها مشابه هم است، اگر این دو گروه از مواد تعداد اتم‌های کربن برابری داشته باشند، نسبت به یکدیگر ایزومر به شمار می‌روند.

۴) تصویر زیر، ساختار ترکیب آلی موجود در زردچوبه را نشان می‌دهد:



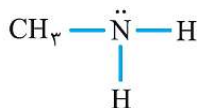
تصویر زیر نیز ساختار ترکیب آلی موجود در دارچین را نشان می‌دهد:



در ساختار این دو ماده، گروه‌های عاملی آلدهیدی و کتونی وجود دارد. چون در این دو ماده هیچ اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژنی وجود ندارد، ذرات سازنده این مواد توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارند.



این ترکیب، از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده و جرم مولی آن برابر با ۳۰ گرم بر مول است. تصویر زیر نیز ساختار متیل آمین را نشان می‌دهد:



این ترکیب از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و جرم مولی آن برابر با ۳۱ گرم بر مول است. با توجه به جرم مولی و گشتاور دوقطبی بیشتر متیل آمین در مقایسه با اتان، می‌توان گفت دمای جوش این ماده بیشتر از دمای جوش اتان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌ها، اتان با فرمول شیمیایی C_2H_6 است. این ماده در بیشتر گیاهان وجود دارد. برای مثال، موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتان آزاد می‌کنند. گاز اتان آزاد شده از یک موز یا گوجه‌فرنگی رسیده به نوبه خود موجب رسیدن سریع‌تر سایر میوه‌های نارس می‌شود. به همین خاطر، در کشاورزی از گاز اتان به‌عنوان «عمل‌آورنده» استفاده می‌شود.

۲) اتان در دمای اتاق به حالت گاز (g) دیده می‌شود. گشتاور دوقطبی (μ) مولکول‌های این ماده نزدیک به صفر است و به همین خاطر، گاز اتان همانند سایر هیدروکربن‌ها در آب نامحلول است.

۳) اتان، عضوی از خانواده آلکان‌ها است. با توجه به سیر شده بودن مولکول‌های سازنده آلکان‌ها، این مواد تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مواد دیگر ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا میزان سمی بودن آلکان‌ها کمتر شده و استنشاق آن‌ها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد. البته، استنشاق آلکان‌ها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم شده و از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس کشیدن دشوار می‌شود. علاوه بر این، اگر میزان بخارهای وارد شده به شش‌ها زیاد باشد، می‌تواند سبب مرگ فرد شود.



۱۱۶- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- ۱) گروه عاملی موجود در کولار، مشابه گروه عاملی موجود در مولکول‌های سازنده مو است.
- ۲) نشاسته، پلی‌ساکاریدی با ساختار ماریچی بوده و از مونومرهای گلوکز ساخته شده است.
- ۳) از واکنش میان مولکول مقابل با دی‌الکل‌ها، می‌توان برای تولید نوعی پلیمر استفاده کرد.
- ۴) پلاستیک‌ها و ظروف ساخته شده از پلی‌لاکتیک اسید، امکان تبدیل شدن به کود را دارند.



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

مولکول نشان داده شده، یک دی‌آمین (آمین دو عاملی) است. به گروهی از ترکیبات آلی که در ساختار آن‌ها دو گروه عاملی آمینی ($-NH_2$) به اتم‌های کربن متصل شده است، آمین‌های دو عاملی یا دی‌آمین گفته می‌شود. چون گروه عاملی آمینی موجود در این ترکیبات با گروه عاملی الکی (هیدروکسیل) وارد واکنش نمی‌شود، پس از مخلوط دی‌آمین‌ها و دی‌الکل‌ها نمی‌توان برای تولید پلیمرها استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کولار، یک پلی‌آمید بوده و در ساختار مولکول‌های آن، گروه عاملی آمیدی تکرار شده است. مو نیز از پلی‌آمیدها تشکیل شده است.

پلی‌آمیدها

پلی‌آمیدها گروهی از پلیمرهای تراکمی هستند که در ساختار آن‌ها اتم‌های C ، H ، O و N وجود دارد. در این گروه از مواد، گروه عاملی آمیدی به‌صورت متوالی در طول مولکول‌های سازنده پلیمر تکرار شده و مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد را پدید آورده است. مو، ناخن، پوست بدن انسان، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله موادی هستند که پلی‌آمیدهای طبیعی در ساختار آن‌ها وجود دارد. در نقطه مقابل، پلی‌آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش میان دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها تولید می‌کنند. کولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیه تاپیر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.



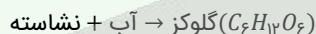
جدول زیر، اطلاعات مربوط به نشاسته را نشان می‌دهد:

نوع ماده	واحد تکرار شونده	ساختار مولکول	جرم مولی	اندازه مولکول	شماره اتم‌های سازنده	نشاسته
پلیمر	دارد		بسیار زیاد	بسیار بزرگ	بسیار زیاد	نشاسته
پلیمر	دارد		بسیار زیاد	بسیار بزرگ	بسیار زیاد	سلولز

همانطور که می‌دانیم، نشاسته یک پلیمر طبیعی محسوب می‌شود که از اتصال واحدهای گلوکز به هم ساخته شده است؛ پس می‌توان گفت گلوکز مونومر نشاسته است.

نکته

هرچند که نشاسته از اتصال مارپیچی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب‌زمینی به فراوانی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم‌های گوارشی قرار گرفته و بر اساس معادله زیر به مرور تجزیه می‌شوند:



در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می‌شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیه این ماده است که به کمک آنزیم‌های گوارشی تسریع می‌شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزه شیرین در دهان می‌شود. علاوه بر این، شیمی‌دان‌ها دریافته‌اند که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب می‌توانند به آرامی به مونومرهای سازنده خود (گلوکز) تجزیه شوند.

پلیمرهای سبز، انواعی از پلیمرهای مصنوعی هستند که آن‌ها را با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر (فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند. برای تولید پلیمرهای سبز، نخست نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از آن، با انجام واکنش پلیمری شدن بر روی لاکتیک اسید، در شرایط مناسب پلی لاکتیک اسید را تولید می‌کنند. با استفاده از پلی لاکتیک اسید، انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله و کیسه پلاستیکی تولید می‌شود. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل، استفاده از آن‌ها ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.



۱۱۷- پلی سیانواتن به علت استحکام بالا در ساخت پارچه‌های کششی استفاده می‌شود. اگر درصد جرمی اتم نیتروژن در یک نمونه از این پارچه برابر ۱۹/۶ درصد باشد، برای تولید ۱۰۰ توپ از این پارچه به جرم ۲۰ کیلوگرم در فرایند پلیمری شدن با بازده ۷۰ درصد

چند هزار مول مونومر مصرف می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, N = 14: g. mol^{-1}$)

۲۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی پلی سیانواتن به صورت $[C_7H_7N]_n$ است.

راه حل مسئله

برای حل این مسئله ابتدا جرم پلیمر موجود در مقدار مورد نظر پارچه را محاسبه می‌کنیم. در نهایت با توجه به برابر بودن جرم مونومر و پلیمر در پلیمرهای افزایشی و بازده درصدی واکنش، مقدار مونومر مصرف شده را به دست می‌آوریم.

ابتدا جرم پلی سیانواتن را برای تولید این مقدار پارچه به دست می‌آوریم:

$$? g [C_7H_7N]_n = 100 \text{ توپ} \times \frac{20 \text{ kg پارچه}}{1 \text{ توپ}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{19/6 \text{ g N}}{100 \text{ g پارچه}} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14 \text{ g N}} \times \frac{1 \text{ mol } [C_7H_7N]_n}{n \text{ mol N}} \times \frac{53n \text{ g } [C_7H_7N]_n}{1 \text{ mol } [C_7H_7N]_n}$$

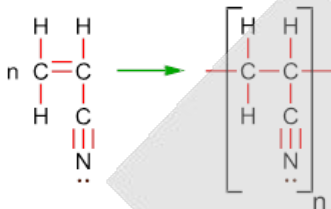
$$= 2000 \times 14 \times 53 \text{ g}$$



این جرم معادل جرم پلی سیانواتن تولیدشده به صورت عملی در واکنش پلیمری شدن است. بر این اساس جرم پلی سیانواتن تولیدشده به صورت نظری را حساب می کنیم:

$$\text{جرم فراورده نظری} = \frac{\text{جرم فراورده عملی}}{\text{جرم فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{2000 \times 14 \times 53}{x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2000 \times 14 \times 53 \times 100}{70} = 40000 \times 53 \text{ g}$$

معادله بسپارش سیانواتن به صورت زیر است:



در واکنش بسپارش به صورت افزایشی، جرم مونومرهای مصرف شده و پلیمر تولیدشده برابر است. پس جرم پلی سیانواتن معادل جرم سیانواتن مصرف شده برای تولید این مقدار پلیمر می باشد. بر این اساس مقدار مونومر به کاررفته در ساخت این جرم از پلی سیانواتن را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } C_3H_3N = 40000 \times 53 \text{ g } C_3H_3N \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_3N}{53 \text{ g } C_3H_3N} = 40000 \text{ mol}$$

پس برای تولید این مقدار پارچه به ۴۰ هزار مول سیانواتن نیاز است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

جرم مولی یک نمونه از مولکول های پلی اتن، با جرم مولی یک نمونه از مولکول های پلی پروپن برابر است. در این شرایط، شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول های پلی اتن، چند برابر شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول های پلی پروپن است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۱) ۰/۶۷ (۲) ۰/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

فرمول شیمیایی پلی اتن به صورت $(C_2H_4)_n$ و فرمول شیمیایی پلی پروپن نیز به صورت $(C_3H_6)_n'$ است. با توجه به فرمول شیمیایی این پلیمرها، جرم مولی یک نمونه از پلی اتن با n واحد تکرارشونده، برابر با $28 \times n$ و جرم مولی یک نمونه از پلی پروپن با n' واحد تکرارشونده برابر با $42 \times n'$ گرم بر مول است. با توجه به جرم مولی هر ترکیب، شمار واحدهای تکرارشونده موجود در آنها را با هم مقایسه می کنیم:

$$\text{جرم مولی پلی اتن} = \text{جرم مولی پلی پروپن} \Rightarrow 28 \times n = 42 \times n' \Rightarrow \frac{n}{n'} = 1/5$$

پس نسبت خواسته شده برابر ۱/۵ است.

پاسخ: گزینه ۴

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر در مورد پلی اتن درست است؟

- الف - پلی اتن شفاف برخلاف پلی اتن کدر هیدروکربن راست زنجیر سیر شده است.
 - ب - درصد جرمی هیدروژن در پلی اتن سبک، پلی اتن سنگین و پلی پروپن برابر است.
 - ج - پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه هم جرم خود، حجم بیشتری دارد.
 - د - واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا انجام می گردد که منجر به تولید جامد بی رنگ می شود.
- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پلی اتن ها، یکی از مهم ترین پلیمرهای ساختگی هستند که سالانه میلیون ها تن از آن در شرکت های پتروشیمیایی تولید می شود. این پلیمرها از بسپارش مولکول های اتن ساخته می شوند و در شرایط گوناگون به دو دسته سبک و سنگین تقسیم بندی می شوند. شکل زیر ساختار پلی اتن شاخه دار (سمت راست) و پلی اتن بدون شاخه (سمت چپ) را نشان می دهد:



پلی اتن سبک و سنگین به دلیل تفاوت در ساختار، خواص فیزیکی متفاوتی دارند. فقط عبارت (ب) و (ج) درست هستند.

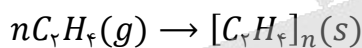
بررسی موارد:

الف پلی اتن شفاف همان پلی اتن شاخه دار و پلی اتن کدر همان پلی اتن بدون شاخه است. پلی اتن بدون شاخه همانطور که از اسم آن برداشت می شود، یک هیدروکربن راست زنجیر است و در ساختار آن هیچ شاخه فرعی دیده نمی شود. در حالی که در ساختار پلی اتن شاخه دار، شاخه های فرعی دیده می شود و این ترکیب راست زنجیر نخواهد بود. هر دو ترکیب یاد شده سیر شده هستند.

پ فرمول شیمیایی هر دو پلی اتن به صورت $[C_2H_4]_n$ و فرمول شیمیایی پلی پروپین $[C_3H_6]_n$ است. در هر دو ماده شمار اتم های هیدروژن دو برابر شمار اتم های کربن بوده و با توجه به برابر بودن این نسبت در هر ۳ ماده می توان گفت درصد جرمی اتم های هیدروژن و کربن در هر دو ترکیب یکسان است.

ج پلی اتن شاخه دار همان پلی اتن سبک و پلی اتن بدون شاخه، همان پلی اتن سنگین است. پس پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه، چگالی کمتری داشته و به همین علت در جرم های برابر، حجم بیشتری دارد.

د واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا و با گرما دادن به گاز اتن انجام می شود که فراورده این واکنش جامدی سفیدرنگ به نام پلی اتن است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



۱۱۹ - کدام یک از مطالب زیر در مورد تترافلورو اتن نادرست هستند؟

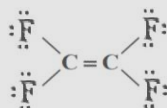
- الف - تفاوت شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در این ماده برابر ۶ است.
- ب - یکی از کاربردهای این هیدروکربن سیر نشده، گاز سردکننده بوده است.
- ج - درصد جرمی کربن در این ماده و پلیمر ساخته شده از آن یکسان است.
- د - حلال مناسب پلیمر تولید شده از آن، حلال های آلی ناقطبی هستند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار شیمیایی تترافلورو اتن به صورت زیر است:



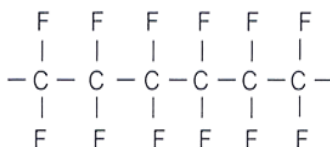
عبارت های (ب) و (د) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف در ساختار این ماده ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی که بر روی اتم های فلوئور قرار دارند، دیده می شود. همچنین در ساختار این ماده ۶ جفت الکترون پیوندی یا همان پیوند کووالانسی وجود دارد. بنابراین تفاوت این دو مقدار در تترافلورو اتن برابر ۶ است.

پ در گذشته از تترافلورو اتن به عنوان گاز سردکننده استفاده می شده و تحقیقات پلانکت که موجب ساخت اتفاقی تفلون شد، بر روی همین ویژگی C_2F_4 بود. هیدروکربن ها دسته ای از مواد هستند که فقط از اتم های کربن و هیدروژن تشکیل شده اند و تترافلورو اتن چون این ویژگی را ندارد، در این دسته از مواد قرار نمی گیرد.

ج ساختار تفلون به صورت زیر است:



درصد جرمی عناصر در پلیمرهای افزایشی که بر اساس پیوند دوگانه $C = C$ موجود در مونومر خود به وجود می‌آیند، برابر درصد جرمی عناصر در مونومر است. زیرا تمام عناصر موجود در مونومر به پلیمر منتقل می‌شوند.

پلیمر ساخته شده از این ماده پلی تترافلوروواتن یا همان تفلون است که خواص ویژه‌ای دارد. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و نسبت به گرما مقاوم است؛ همچنین در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و ماده‌ای نجسب است.

تفلون

یکی از پلیمرهای ساختگی تفلون است. این پلیمر از بسپارش مونومری به نام تترافلوروواتن به وجود می‌آید. این پلیمر افزایشی ویژگی‌ها بسیار زیادی داشته که کاربردهای این ماده را وسیع کرده است. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است؛ به گونه‌ای که از آن در ساخت کفی اتو استفاده می‌شود. تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و همچنین این ماده در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نجسب است؛ به همین خاطر بوده که از این پلیمر برای تولید ظروف آشپزخانه استفاده می‌شود. کاربردهای دیگر تفلون، تولید نخ دندان و نوارهای آب‌بندی لوله‌ها است.



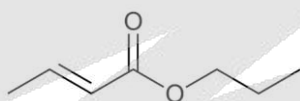
۱۲۰- کدام یک مطالب زیر در رابطه با استری با فرمول فشرده $CH_3(CH_2)_7COO(CH_2)_7CH_3$ درست هستند؟

- الف - برای رسم ساختار این استر به روش فرمول پیوند-خط، به ۹ خط نیاز است.
 ب - شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار آن با شمار این پیوندها در هر مولکول پنتان برابر است.
 ج - مجموع شمار اتم‌ها در هر مولکول از کربوکسیلیک اسید سازنده این استر برابر با ۱۴ عدد است.
 د - قدرت پیوند هیدروژنی در بین ذرات الکل سازنده این استر، بیشتر از قدرت نیروی واندروالسی در آن است.
 (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف» و «د»

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول پیوند-خط استر داده شده به صورت زیر است:



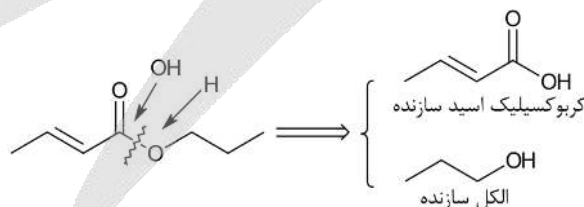
بر این اساس، عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) مطابق با ساختار رسم شده برای رسم مولکول با فرمول پیوند-خط به ۱۰ خط نیاز است.

(ب) در هر مولکول از این استر، ۴ پیوند یگانه $C - C$ وجود دارد. پنتان نیز یک آلکان ۵ کربنه است. در آلکان‌هایی با n اتم کربن، شمار پیوندهای $C - C$ برابر با $n - 1$ است. بر این اساس در یک آلکان ۵ کربنه، ۴ پیوند $C - C$ وجود دارد.

(ج) الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده استر ذکر شده را در تصویر مشاهده می‌کنیم:

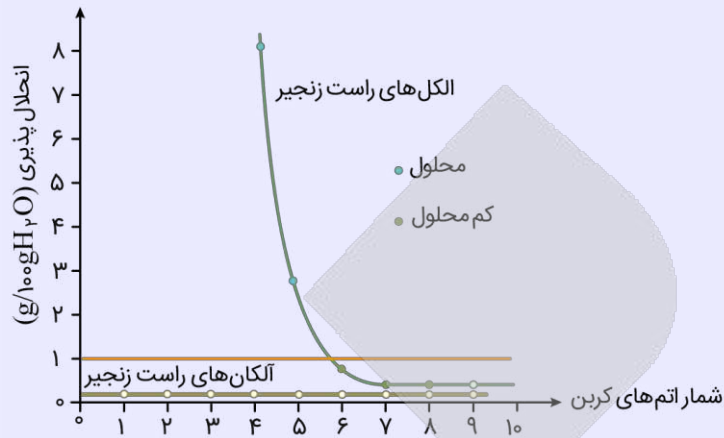


فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید سازنده آن به صورت $C_3H_6O_2$ بوده و در هر مولکول از آن، ۱۲ اتم وجود دارد.

(د) الکل سازنده این استر، سیر شده بوده و دارای سه اتم کربن است. نام این الکل، پروپانول بوده و محلول در آب است. در الکل‌ها تا ۵ اتم کربن، قدرت پیوند هیدروژنی بر جاذبه واندروالسی غالب است.

انحلال پذیری الکل‌ها

بین مولکول‌های الکل، پیوند هیدروژنی و نیروی واندروالس وجود دارد. با افزایش شمار اتم‌های کربن (افزایش زنجیره هیدروکربنی)، نیروی واندروالس بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و خاصیت ناقصی الکل را افزایش می‌دهد. در الکل‌های کوچک و تا ۵ اتم کربن، بخش قطبی بر ناقصی غلبه کرده و الکل در آب محلول است.



- ✿ الکل‌های کوچک و تا ۳ اتم کربن به هر نسبتی در آب حل می‌شوند؛ در نتیجه نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها را تهیه کرد.
- ✿ الکل‌هایی با ۷،۶ و ۸ اتم کربن، جزء مواد کم محلول در آب دسته‌بندی می‌شوند.
- ✿ انحلال‌پذیری الکل‌ها در آب به صورت مولکولی است؛ در نتیجه محلول آن‌ها رسانای جریان برق نیست.
- ✿ مطابق نمودار با افزایش شمار اتم‌های کربن در الکل‌های راست زنجیر، اختلاف انحلال‌پذیری دو الکل متوالی کاهش می‌یابد.





آرشیو آزمون های الکترونیکی ماز را در **دیجی ماز** بخوانید!

سال
۱۴۰۳-۱۴۰۴



منواسکن کن





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
رضا سید نجفی مأنده بادان فیروز فؤاد خیر آبادی	مهرداد کیوان – حسین شفیع زاده سیدجواد نظری – محمد خانگلدی کاظم اجلائی – محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد – سوگند روشنی کیوان دارابی – رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده – محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد – مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا – ارسلان رحمانی – محمد باغبان محسن قندچلر – آروین صالحی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمدرضا جمشیدی ماهان فرهمندفر سجاد سیف‌اللهی	فرشاد هادیان فرد – علی ترابی مهسا بایمانی نژاد – عالیبه میرزایی فرهنگ امیری – بنیامین بهرامی حسین ایروانی – سعیده محبی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

اتفاقات شناختی احتمالی در جلسه آزمون و راه‌های مدیریت آن

اتفاقات شناختی چیزایی هستن که مستقیم با یادگیری و مغزت در ارتباطن؛ مثل حافظه، تمرکز، تصمیم‌گیری و ... این اتفاقات ممکنه برای هر کسی توی جلسه کنکور رخ بدن. فرق رتبه‌برترها با بقیه در این نیست که براشون پیش نیاد، بلکه در اینه که بلدن چطور مدیریتش کنن. اینجا ۵ اتفاق مهم رو بررسی می‌کنیم و برای هر کدوم، هم **راه‌حل فوری** (توی همون لحظه) می‌گیم، هم **راه‌حل مهارتی** (با تمرین قبل از کنکور).

۱ فراموشی آنی (احساس خالی شدن ذهن)

ناگهان حس می‌کنی همه‌چی یادت رفته. حتی ساده‌ترین فرمول‌ها برات غریبه می‌شن. این حالت بیشتر به خاطر اضطراب و ترشح آدرنالین که حافظه کوتاه‌مدت رو موقتاً مختل می‌کنه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **نفس عمیق:** مداد رو بذار زمین، چشمتو ببند و ۳ تا ۵ بار عمیق نفس بکش.
- **تغییر موقت:** از اون سؤال بگذر و یکی آسون‌تر رو جواب بده تا اعتماد به نفس برگرده.
- **یادآوری زمینه‌ای:** سعی کن موقعیت مطالعات رو به یاد بیاری (مثلاً پشت میزت یا کتابخونه). این تصویر گاهی جرقه یادآوری رو می‌زنه.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با کاهش استرس، استرس مثل تاریکی باغه: وقتی چیزی رو نمی‌بینی، هر صدایی برات ترسناک میشه. ولی اگه چراغی همراهت باشه، ترست می‌ریزه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و مبهمه، اما ما توی ماز سعی کردیم چراغ دستت بدیم تا راهو ببینی. چون این مسیر رو هم خودمون رفتیم، هم بارها با بچه‌ها طی کردیم و می‌دونیم ته باغ به یه کلبه روشن و گرم می‌رسی.

۲ حواس‌پرتی و کاهش تمرکز

وسط حل سؤال، فکرت می‌ره سمت نتیجه کنکور، سؤال قبلی، یا حتی صدای سالن.

چطور مدیریتش کنم؟

- **تکنیک "اینجا و اکنون":** به خودت بگو «فقط همین یک سؤال مهمه».
- **یادداشت کردن:** اگه فکری ذهنتو درگیر کرد، یه کلمه کلیدی حاشیه دفترچه بنویس و بذار بعداً برگردی سراغش.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با تکنیک رکورد زدن. به جای اینکه بگی «من تمرکز ندارم»، مدت تمرکزت رو مثل رکورد ورزشی بالا ببر. امروز ۱۰ دقیقه، فردا ۱۵، بعد ۲۰ و ... توقع یک‌بارۀ یک ساعت تمرکز نداشته باش.



یهو ذهنت می‌ره سمت بدترین سناریو: «اگه این تستو غلط بزنی چی؟»، «رتبه‌م خراب میشه».

چطور مدیریتش کنم؟

- **توقف فکر:** توی ذهنت محکم بگو «سه!».
- **جایگزینی افکار:** بگو «حتی رتبه یک هم همه رو درست نزد»، یا «این فقط یه مسابقه‌ست».
- **تمرکز روی فرآیند:** به جای رتبه، حواستو بذار روی کار درست: خوندن دقیق، مدیریت زمان، حل مرحله به مرحله.

چیکار کنم پیش نیاد؟

کتابای انگیزشی بخون، روش مطالعات رو اصلاح کن و به جای غرغر، دنبال راه حل باش.

چند سؤال سخت پشت سر هم

یهو چندتا سؤال میاد که نمی‌تونی جواب بدی. روحیات می‌ریزه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **پیچ انتظار رو تنظیم کن.** یعنی از قبل بدون که ممکنه چند سؤال سخت پشت سر هم بیاد. وقتی آمادگی داری، دیگه غافلگیر نمی‌شی.

چیکار کنم پیش نیاد؟

این اتفاق برای همه می‌افته. حتی رتبه ۱ سال ۱۳۸۸، هفت سؤال اول کنکورشو نتونست جواب بده! ولی چون مدیریت کرد، در نهایت رتبه ۱ شد. پس بدون این شرایط طبیعی.

خستگی و تحلیل رفتن ذهن

در ساعات پایانی، مغزت کم‌کم خسته میشه. سرعت میاد پایین و بی‌دقتی زیاد میشه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **استراحت میکرو:** چشمتو ببند، یه کم کشش انجام بده، آب بخور.
- **تقویت انرژی:** یه خوراکی شیرین مثل خرما یا شکلات بخور.
- **تغییر وضعیت بدن:** صاف بشین، شونه‌ها عقب. این حالت هوشیاری میاره.

چیکار کنم پیش نیاد؟

تمرین! توی آزمونای آزمایشی ماز، نشستن سه ساعته رو بارها تجربه می‌کنی. مدرسه معمولاً امتحان طولانی نداره، پس لازمه خودتو به این شرایط عادت بدی. حتی با لباس رسمی و صندلی شبیه‌سازی کن تا بدن و مغزت روز کنکور آماده باشن.

جمع‌بندی آخر...

بادت باشه همه داوطلب‌ها این حس‌ها رو تجربه می‌کنن؛ تفاوت در اینه که بعضیا بدن مدیریتش کنن و بعضیا نه. لکتور جنگ (پی احساس بودن) نیست؛ هنر کنترل احساساته. تو ماه‌ها برای این روز تمرین کردی، الان وقتشه به خودت و تجربیات اعتماد کنی. هر بار که بگی از این موقعیت‌ها پیش لومه، به باد پیازه (این اتفاق واسه همه هست، اما من آماده‌ام).

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۲: تابع، صفحه‌های ۱ تا ۲۲
هندسه ۳: ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱
ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱ تا ۳۰

سهم در
کنکور

حسابان ۲: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۳: ۲ تست از ۴ تست کنکور
ریاضیات گسسته: ۱ تست از ۴ تست کنکور



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

- ۱- اگر تابع f را ابتدا دو واحد به سمت راست انتقال داده، سپس طول نقاط را دو برابر کنیم، تابع $g(x) = x^2 - x$ حاصل می‌شود. اگر در تابع f ابتدا طول نقاط را دو برابر کرده، سپس دو واحد به سمت راست انتقال دهیم، به کدام ضابطه خواهیم رسید؟
- (۱) $y = x^2 - x$ (۲) $y = x^2 + x$ (۳) $y = x^2 + 3x + 2$ (۴) $y = x^2 + 3x - 2$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

برای به دست آوردن ضابطه تابع f ، ابتدا طول نقاط تابع g را نصف کرده، سپس دو واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم:

$$y = g(x) \xrightarrow[\text{طول نقاط را نصف کنیم}]{x \rightarrow 2x} y = g(2x) \xrightarrow[\text{۲ واحد انتقال به چپ}]{x \rightarrow x+2} f(x) = g(2(x+2)) \Rightarrow f(x) = g(2x+4)$$

اکنون طول نقاط f را دو برابر کرده و ۲ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم:

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{۲ برابر کردن طول نقاط}]{x \rightarrow \frac{x}{2}} y = f\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow[\text{۲ واحد انتقال به راست}]{x \rightarrow x-2} y = f\left(\frac{x-2}{2}\right) = f\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$f(x) = g(2x+4) \Rightarrow f\left(\frac{x}{2}-1\right) = g\left(2\left(\frac{x}{2}-1\right)+4\right) = g(x+2)$$

حال خواهیم داشت:

$$\Rightarrow g(x+2) = (x+2)^2 - (x+2) = x^2 + 4x + 4 - x - 2 = x^2 + 3x + 2$$

تبدیل نمودار توابع

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ ، داریم:

ضابطه	نمودار	نقطه متناظر	دامنه	برد
در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، $(x+k)$ قرار می‌دهیم.	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x-k, y)$ روی نمودار تابع $f(x+k)$ قرار دارد.	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x+k)$ به صورت $[a-k, b-k]$ می‌باشد.	برد تابع $f(x+k)$ با برد تابع f برابر است.
$f(x+k)$				
در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، $(x-k)$ قرار می‌دهیم.	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x+k, y)$ روی نمودار تابع $f(x-k)$ قرار دارد.	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x-k)$ به صورت $[a+k, b+k]$ می‌باشد.	برد تابع $f(x-k)$ با برد تابع f برابر است.
$f(x-k)$				

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ داریم:

ضابطه	به ضابطه تابع f ، k واحد اضافه می‌کنیم.	$f(x) + k$
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور y ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.	
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, y + k)$ روی نمودار تابع $f(x) + k$ قرار دارد.	
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x) + k$ با دامنه تابع f برابر است.	
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $f(x) + k$ به صورت $[c + k, d + k]$ می‌باشد.	

ضابطه	از ضابطه تابع f ، k واحد کم می‌کنیم.	$f(x) - k$
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.	
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, y - k)$ روی نمودار تابع $f(x) - k$ قرار می‌گیرد.	
دامنه	دامنه تابع $f(x) - k$ با دامنه تابع f برابر است.	
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $f(x) - k$ به صورت $[c - k, d - k]$ می‌باشد.	

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ داریم:

ضابطه	ضابطه تابع f را در k ضرب می‌کنیم.	$kf(x) ; (k > 1)$
نمودار	نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k ، منبسط (کشیده) می‌کنیم.	
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, ky)$ روی نمودار تابع $kf(x)$ قرار دارد.	
دامنه	دامنه تابع $kf(x)$ با دامنه تابع f برابر است.	
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $kf(x)$ به صورت $[kc, kd]$ است.	

ضابطه	ضابطه تابع f را در k ضرب می‌کنیم.	$kf(x) ; (0 < k < 1)$
نمودار	نمودار تابع f را در راستای محور y ها با ضریب k ، منقبض (فشرده) می‌کنیم.	
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, ky)$ روی نمودار تابع $kf(x)$ قرار دارد.	
دامنه	دامنه تابع $kf(x)$ با دامنه تابع f برابر است.	
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $kf(x)$ به صورت $[kc, kd]$ است.	



انبساط و انقباض افقی

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f = [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ داریم:

ضابطه	در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، (kx) قرار می‌دهیم.
نمودار	نمودار تابع f را در راستای محور x ها با ضریب $\frac{1}{k}$ ، منقبض (فشرده) می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(\frac{x}{k}, y)$ روی نمودار تابع $f(kx)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(kx)$ به صورت $[\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$ است.
برد	برد تابع $f(kx)$ با برد تابع f برابر است.

$f(kx) ; (k > 1)$

ضابطه	در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، (kx) قرار می‌دهیم.
نمودار	نمودار تابع f را در راستای محور x ها، با ضریب $\frac{1}{k}$ ، منبسط (کشیده) می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(\frac{x}{k}, y)$ روی نمودار تابع $f(kx)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(kx)$ به صورت $[\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$ است.
برد	برد تابع $f(kx)$ با برد تابع f برابر است.

$f(kx) ; (0 < k < 1)$

قرینه نمودار

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، داریم:

ضابطه	در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، $(-x)$ قرار می‌دهیم.
نمودار	نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(-x, y)$ روی نمودار تابع $f(-x)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(-x)$ به صورت $[-b, -a]$ است.
برد	برد تابع $f(-x)$ با برد تابع f برابر است.

$f(-x)$

ضابطه	ضابطه تابع f را در عدد (-1) ضرب می‌کنیم.
نمودار	نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, -y)$ روی نمودار تابع $-f(x)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $-f(x)$ به صورت $[a, b]$ است.
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $-f(x)$ به صورت $[-d, -c]$ است.

$-f(x)$

توجه

اگر نمودار تابع f را نسبت به خط $x = k$ قرینه کنیم، ضابطه تابع جدید به صورت $f(2k - x)$ است.
اگر نمودار تابع f را نسبت به خط $y = k$ قرینه کنیم، ضابطه تابع جدید به صورت $2k - f(x)$ است.

جمع بندی رسم نمودار تابع

اگر نمودار تابع $y = f(x)$ را در اختیار داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = af(bx + c) + d$ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) تاثیرات روی دامنه

(۱) تاثیر عدد ثابت c: اگر $c > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه c واحد به سمت چپ و اگر $c < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه $|c|$ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم.

(۲) تاثیر ضریب x: طول تمامی نقاط را در $\frac{1}{|b|}$ ضرب می‌کنیم. (اگر b منفی باشد نمودار تابع نسبت به محور y قرینه هم می‌شود).

ب) تاثیرات روی برد

(۳) تاثیر ضریب f: عرض تمامی نقاط را در $|a|$ ضرب می‌کنیم. (اگر a منفی باشد نمودار تابع نسبت به محور x ها قرینه هم می‌شود).

(۴) تاثیر عدد ثابت d: اگر $d > 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه d واحد به سمت بالا و اگر $d < 0$ باشد، نمودار تابع را به اندازه $|d|$ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.



۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{4x+k}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس طول نقاط آن را دو برابر می‌کنیم. اگر نمودار حاصل را k واحد به سمت راست انتقال دهیم، نمودار $f(x)$ را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

$$y = \sqrt{-4x+k} \Rightarrow \text{قرینه کردن نسبت به محور } y \text{ یعنی به جای } x \text{ قرار دهیم } -x$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-4\left(\frac{x}{-1}\right) + k} = \sqrt{-2x+k}$$

دو برابر کردن طول نقاط یعنی به جای x قرار دهیم $\frac{x}{2}$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-4\left(\frac{x}{2}\right) + k} = \sqrt{-2x+k}$$

واحد انتقال به راست یعنی به جای x قرار دهیم $x - k$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-2(x-k) + k} \Rightarrow y = \sqrt{-2x + 3k}$$

نمودار را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند یعنی به جای x ها قرار دهیم ۲

$$\sqrt{-2x + 3k} = \sqrt{4x+k}$$

$$\xrightarrow{x=2} \sqrt{-2(2) + 3k} = \sqrt{4(2) + k}$$

$$\Rightarrow -4 + 3k = 8 + k \Rightarrow 2k = 12 \Rightarrow k = 6$$



۳- تابع $f(x) = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x$ را با ضریب ۳ در جهت محور طول‌ها منبسط و نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. در انتها تابع را $\frac{3}{4}$ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. نمودار حاصل از کدام نواحی محورهای مختصات عبور می‌کند؟

- (۱) دوم و چهارم (۲) دوم، سوم و چهارم (۳) اول، دوم و چهارم (۴) اول، سوم و چهارم

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۳

ضابطه تابع $f(x)$ را با استفاده از اتحاد مکعب دوجمله‌ای بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{8}$$

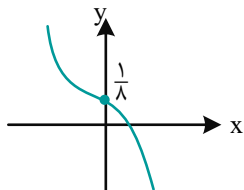
$$y = f(x) \xrightarrow[\text{انقباض افقی با ضریب ۳}]{x \rightarrow \frac{x}{3}} y = f\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}]{x \rightarrow -x}$$

$$y = f\left(-\frac{x}{3}\right) \xrightarrow[\frac{1}{4} \text{ واحد به سمت راست}]{x \rightarrow x - \frac{3}{4}} y = f\left(-\frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{4}\right)\right) = f\left(-\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

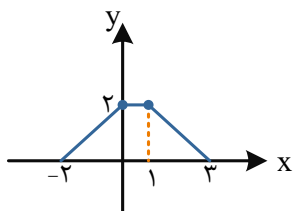
خواهیم داشت:

$$f(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{8} \Rightarrow f\left(-\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) = \left(2\left(-\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{8} = \left(-\frac{2}{3}x\right)^2 + \frac{1}{8}$$

نمودار این تابع از نواحی اول، دوم و چهارم عبور می کند.



۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. مساحت ناحیه محصور به تابع $y = f(-3|x|+1)$ و محور x ها کدام است؟

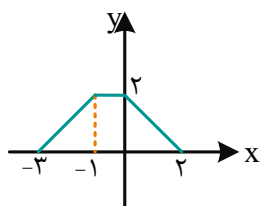


- (۱) $\frac{7}{3}$
- (۲) $\frac{8}{3}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

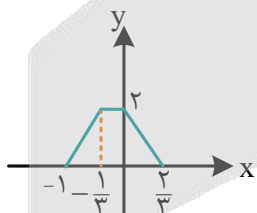
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

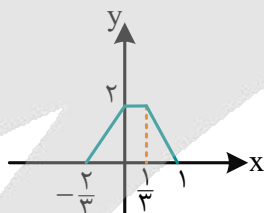
برای رسم تابع $y = f(-3|x|+1)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ ابتدا باید نمودار $f(x)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم و بعد طول نقاط نمودار را تقسیم بر ۳ کنیم. سپس قرینه تابع را نسبت به محور y ها به دست آورده و در نهایت سمت چپ نمودار به دست آمده را حذف نموده و قرینه سمت راست را نسبت به محور y ها به دست آوریم.



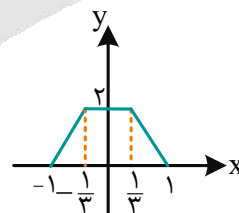
$$y = f(x+1)$$



$$y = f(3x+1)$$



$$y = f(-3x+1)$$



$$y = f(-3|x|+1)$$

$$S = \frac{\left(\frac{2}{3} + 2\right)(2)}{2} = \frac{8}{3}$$

توجه!

برای رسم نمودار $y = f(|x|)$ ، سمت چپ نمودار را در صورت وجود، حذف کرده و قرینه سمت راست را نسبت به محور y ها رسم می کنیم.

قلیشو یاد بگیر!

همیشه قدرمطلق آخرین چیزیه که تو تبدیل نمودار توابع اعمال می شه.





۵- نقطه $A(3, 4)$ روی تابع $y = f(x)$ قرار دارد. با رسم تابع $y = \frac{-f(-2x+1)-2}{3}$ به نقطه B منتقل می‌شود. فاصله نقاط

A و B از هم چقدر است؟

$2\sqrt{19}$ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$2\sqrt{13}$ (۲)

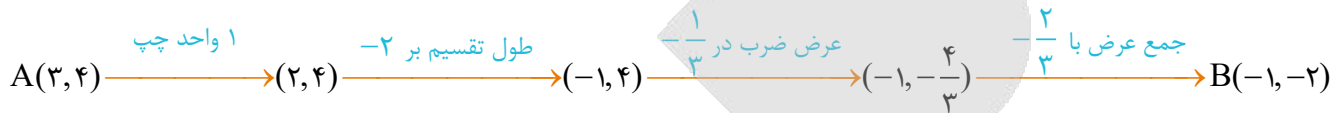
$2\sqrt{11}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

حال تغییرات را متوالیاً بررسی می‌کنیم:

$$f(x) \Rightarrow f(x+1) \Rightarrow f(-2x+1) \Rightarrow -\frac{1}{3}f(-2x+1) \Rightarrow -\frac{1}{3}f(-2x+1) - \frac{2}{3}$$



فاصله نقاط A و B از هم:

$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$



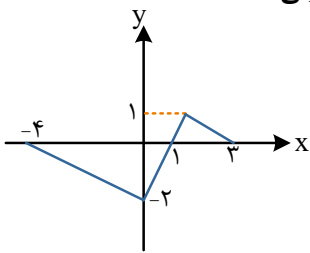
۶- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = -2f(-2x-3)+1$ در کدام فاصله نزولی است؟

$(-3, -2)$ (۱)

$(-1, 0)$ (۲)

$(-2, 0)$ (۳)

$(-1, 1)$ (۴)



(متوسط - ترکیبی / مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

(۲) طول‌ها $\frac{1}{3}$ برابر می‌شوند (انقباض طول)

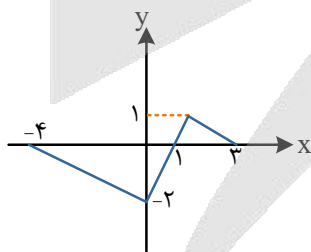
(۴) عرض‌ها ۲ برابر می‌شوند.

(۶) انتقال نمودار به اندازه یک واحد به سمت بالا

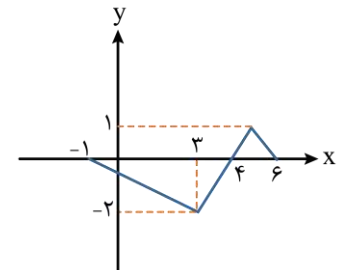
(۱) انتقال نمودار به اندازه ۳ واحد به سمت راست

(۳) قرینه کردن نمودار نسبت به محور y ها

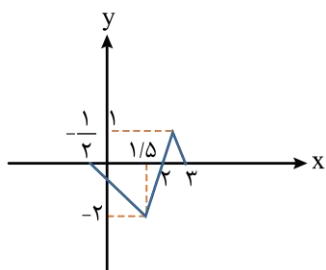
(۵) قرینه کردن نمودار نسبت به محور x ها



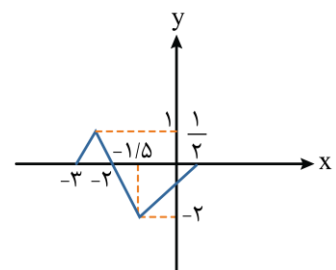
۳ واحد به راست

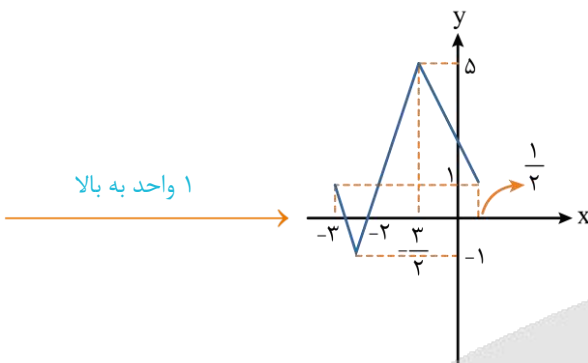
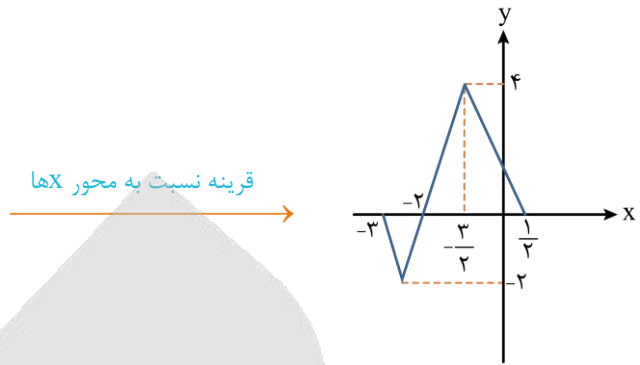
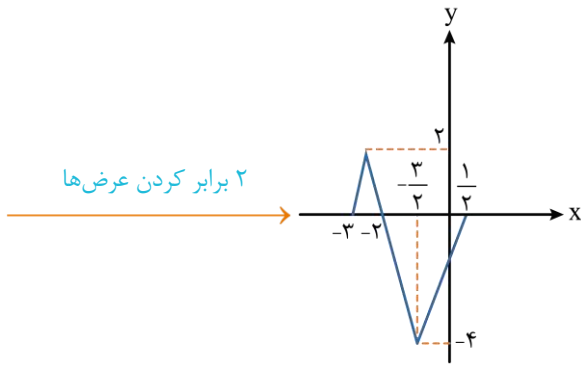


نصف کردن طول‌ها



قرینه نسبت به محور y ها





با توجه به گزینه‌ها و نیز با توجه به شکل حاصل شده، مشخص است که تابع در فاصله $(-1, 0)$ نزولی است.

سؤال: آیا تغییرات روی بُرد تابع، روی یکنوایی آن تاثیر دارد؟

- ۷- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{1}{5\sqrt{5}})^{x^2-3} \leq (\frac{1}{8})^{x-2}$ به صورت $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\beta - 3\alpha$ کدام است؟
- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) صفر

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

دقت کنید که:

$$\begin{cases} \frac{1}{8} = \frac{1}{5} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 \\ \frac{1}{5\sqrt{5}} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 \end{cases}$$

پس:

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{2x-8} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3x^2-9}$$

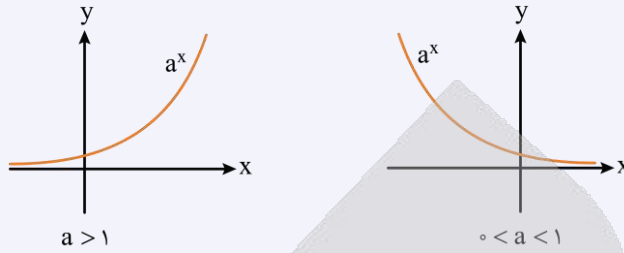
می‌دانیم که مقدار $\sqrt{5}$ تقریباً $2/2$ است. پس مخرج کسر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ از صورت آن بزرگ‌تر است؛ در نتیجه $0 < \frac{2}{\sqrt{5}} < 1$. پس $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^x$ نزولی

است و داریم:

$$2x - 8 \geq 3x^2 - 9 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 1 \leq 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \xrightarrow[\beta=1]{\alpha=\frac{1}{3}} \beta - 3\alpha = 1 + 1 = 2$$

یادته که توابع نمایی کی صعودی بودن و کی نزولی؟!

در تابع نمایی $f(x) = a^x$ اگر $a > 1$ باشد، تابع (اکیداً) صعودی و اگر $0 < a < 1$ باشد، تابع (اکیداً) نزولی است.



قلیشو یاد بگیر!

همیشه برای مقایسه اعداد توان دار باید پایه ها با هم برابر باشن تا بشه توان ها رو با هم مقایسه کرد. پس حواست باشه که به عبارت های داده شده خوب نگاه کنی و ببینی که چطوری می شه عبارت های موجود رو به صورتی نوشت که پایه های مشابه داشته باشن. 😊

راهنمای زرنگ بازی!

مقادیر تقریبی $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ رو که حفظی دیگه نه؟! اینا رو حفظ باش که همه جا به دردت می خورن.

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &\approx 1/7 \\ \sqrt{5} &\approx 2/2 \\ \sqrt{7} &\approx 2/6 \end{aligned}$$



۸- با فرض $f(x) = x^3|x|$ مجموعه جواب نامعادله $f(x) \leq f(x^2)$ به صورت $(-\infty, \alpha]$ است. مقدار $[-\frac{3}{4}, \alpha]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) صفر

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

تابع f اکیداً صعودی است، پس از رابطه $f(a) \leq f(b)$ نتیجه می گیریم که $a \leq b$ است.

$$f \circ f(x) \leq f(x^2) \Rightarrow f(x) \leq x^2 \Rightarrow x^3|x| \leq x^2 \xrightarrow{x^2 \geq 0} x|x| \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$$

پس $\alpha = 1$ و $[-\frac{3}{4}, \alpha] = [-\frac{3}{4}, 1]$ است.

رفع ابهام!

می دونی راز اون خط زدن f ها چی بود؟ رازش تو همون صعودی بودن f بود. در واقع نامساوی دومی که نوشتیم، پیاده کردن تعریف صعودی بودن برای آرگومان تابع $f(x)$ بود!

$$\underbrace{f \circ f(x)}_{f(f(x))} \leq f(x^2) \Rightarrow f(\underbrace{f(x)}_{f(x)}) \leq f(x^2) \xrightarrow{\text{صعودی } f} f(x) \leq x^2$$

یه سری تعاریف رو هم یادآوری کنیم بد نیست ...

- تابع f را «نزولی» گوئیم هرگاه داشته باشیم، به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

- تابع f را «صعودی» گوییم هرگاه داشته باشیم، به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

- تابع f را «نزولی اکید» گوییم هرگاه داشته باشیم، به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

- تابع f را «صعودی اکید» گوییم هرگاه داشته باشیم، به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

- تابع f را «غیریکنوا» گوییم هرگاه نه صعودی خالص و نه نزولی خالص باشد، یعنی در بعضی از نواحی دامنه، صعودی و در بعضی دیگر از نواحی دامنه، نزولی باشد.



۹- چندجمله‌ای $f(x) = x^4 - 3x^3 + ax - 6$ بر $x - 3$ بخش پذیر است. باقی مانده تقسیم $f(x-a) + f(x+a)$ بر $x - 1$ کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) -۴

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

$f(x)$ بر $x - 3$ بخش پذیر است، پس $f(3) = 0$ است.

$$f(3) = 81 - 81 + 3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

باقی مانده تقسیم $f(x-a) + f(x+a)$ بر $x - 1$ برابر است با:

$$R = f(1-a) + f(1+a) = f(-1) + f(3) = (1 + 3 - a - 6) + 0 = -4$$

قضیه تقسیم برای چندجمله‌ای‌ها CLASS ROOM

فرض کنید $P(x)$ چندجمله‌ای و a عددی حقیقی باشد، در این صورت چندجمله‌ای منحصر به فردی مانند $Q(x)$ و عدد حقیقی منحصر به فردی مانند R وجود دارد که $P(x) = (x - a)Q(x) + R$ است. $Q(x)$ را «خارج قسمت» تقسیم $P(x)$ بر $x - a$ و R را «باقی مانده» می‌نامند. اگر در تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای $x - a$ باقی مانده برابر صفر باشد، می‌گوییم چندجمله‌ای $P(x)$ بر چندجمله‌ای $x - a$ «بخش پذیر» است.

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای بر $x - a$ TARGET

باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر عبارت $x - a$ برابر است با $P(a)$.



۱۰- مقدار عددی عبارت $P = \frac{1+x^2+x^4+x^6+x^8}{(1+x+x^2+x^3+x^4)(1-x+x^2-x^3+x^4)}$ به ازای $x = \sqrt{2} - 1$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2} + 1$ (۳) $\sqrt{2} - 1$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

ابتدا هر عبارت را با استفاده از اتحاد و تجزیه بازنویسی می‌کنیم.



$$1) 1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 = \frac{(x^2)^5 - 1}{x^2 - 1} = \frac{x^{10} - 1}{x^2 - 1}$$

$$2) 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = \frac{x^5 - 1}{x - 1}$$

$$3) 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 = \frac{(-x)^5 - 1}{(-x) - 1} = \frac{x^5 + 1}{x + 1}$$

توجه کنید که در قسمت سوم جملات یکی در میان مثبت و منفی نشان دهنده این بود که $-x$ در اتحاد استفاده شده است.

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{x^{10} - 1}{x^2 - 1}}{\frac{x^5 - 1}{x - 1} \times \frac{x^5 + 1}{x + 1}} = \frac{x^{10} - 1}{x^2 - 1} = 1$$

تجزیه حیاتی!

بلد بودن این نکته از نون شب هم واجب‌تره!

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$$

راهنمای زنگ‌بازی!

اینم نوشابه اضافی کنار نون شب برای اونایی که می‌خوان پکیجشون کامل باشه...

برای n های فرد طبیعی:

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$$

توجه کنید که جملات پیرانتز دوم در سمت راست تساوی یکی در میان مثبت و منفی‌اند.

برای n های زوج طبیعی:

$$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$$

توجه کنید که جملات پیرانتز دوم در سمت راست تساوی یکی در میان مثبت و منفی‌اند.





۱۱- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & m - \frac{1}{2} \\ 2 & m \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، دترمینان ماتریس $2A - I$ کدام است؟

۴) -۴

۳) -۳

۲) -۲

۱) -۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر ماتریس A وارون پذیر نباشد، دترمینان آن برابر صفر است. در نتیجه:

$$|A| = m^2 - (2m - 1) = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A - I = 2 \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |2A - I| = 1 - 4 = -3$$

داستان دترمینان!

به هر ماتریس مربعی مانند A ، عددی حقیقی نسبت داده می‌شود که به آن دترمینان ماتریس A می‌گویند و با $|A|$ نمایش می‌دهند.

$$A = [k]_{1 \times 1} \Rightarrow |A| = k$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc$$

دترمینان ماتریس 3×3 را می‌توان به دو روش به دست آورد:

۱) بسط: می‌توان ماتریس را حول یک سطر یا ستون بسط داد.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط حول سطر اول}} a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

۲) قاعده ساروس: ابتدا دو ستون اول را در سمت راست ماتریس بازنویسی می‌کنیم، سپس مجموع حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی و دو قطر موازی با آن را از مجموع حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی و دو قطر موازی آن کم می‌کنیم.

$$\begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix} = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$$

۱۲- اگر $2A + 3I = \begin{bmatrix} |A|+3 & 1 \\ -|A| & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|-5A|^2$ کدام است؟

۱۲۵ (۴)

۶۲۵ (۳)

۲۰۵ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$2A + 3I = \begin{bmatrix} |A|+3 & 1 \\ -|A| & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} |A|+3 & 1 \\ -|A| & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ -|A| & 0 \end{bmatrix}$$

در ابتدا باید $|A|$ را به دست بیاوریم، بنابراین داریم:

$$|2A| = \begin{vmatrix} |A| & 1 \\ -|A| & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow |2A| = |A| \times 0 - (-|A| \times 1) = |A| \Rightarrow |A| = 0$$

$$\Rightarrow (|-5A|)^2 = ((-5)^2 \times |A|)^2 = 0$$

چی شده؟ دترمینان بازیتون گرفته؟! 

برای هر ماتریس مانند A از مرتبه n داریم:

$$|kA| = k^n |A|$$

(به زبان خودمونی: اگر عددی تصمیم بیرون اومدن از دترمینان رو داره باید به توان مرتبه برسه!)

رفع ابهام 

ماتریس $3I$ همان سه برابر ماتریس همانی و به فرم $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ است.

۱۳- اگر A یک ماتریس از مرتبه n باشد و $|kA| = 243|A|$ ، در این صورت، حاصل دترمینان $\begin{bmatrix} k+n & 3k \\ 4k & 2n \end{bmatrix}$ کدام است؟

-۶۳۵ (۴)

-۵۲۵ (۳)

-۳۵۶ (۲)

-۲۵۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به فرضیات سؤال می توان نوشت:

$$|kA| = k^n \times |A| = 243|A| = 3^5 |A| = \begin{cases} n = 5 \\ k = 3 \end{cases}$$

$$3 \begin{bmatrix} k+n & 3k \\ 4k & 2n \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 12 & 10 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{دترمینان می گیریم}} 3 \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 12 & 10 \end{vmatrix} = 3^2 \times \begin{vmatrix} 8 & 9 \\ 12 & 10 \end{vmatrix} = 9 \times (8 \times 10 - 10 \times 8) = 9 \times (-28) = -252$$



۱۴- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i \geq j \\ i & i < j \end{cases}$ باشد، حاصل $|2A|$ کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ماتریس A را با درایه‌هایش نمایش می‌دهیم و بعد دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (0 + 4 + 1) - (0 + 0 + 0) = 5$$

$$|2A| = 2^3 |A| = 8 \times 5 = 40$$

با استفاده از روش ساروس برای محاسبه دترمینان ماتریس‌های 3×3 داریم:

بنابراین:



۱۵- مساحت محدود به نمودار به معادله $\begin{vmatrix} x & 5 & y \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -60$ و محورهای مختصات کدام است؟

$\frac{25}{16}$ (۴)

$\frac{25}{4}$ (۳)

$\frac{25}{8}$ (۲)

$\frac{25}{2}$ (۱)

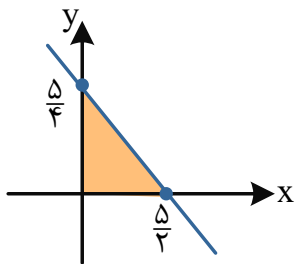
(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با محاسبه دترمینان سمت چپ تساوی، به معادله مورد نظر می‌رسیم. برای محاسبه دترمینان از روش ساروس استفاده می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} x & 5 & y \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 5 \\ 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (8x + (-10) + 6y) - (-2y + 4x + 60) = 4x + 8y - 70 = -60 \Rightarrow 4x + 8y = 10 \Rightarrow 2x + 4y = 5$$

حال با رسم معادله به دست آمده در صفحه مختصات داریم:



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$$



۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $|3C^{-1}|$ کدام است؟

$-\frac{8}{10}$ (۴)

$\frac{8}{10}$ (۳)

$\frac{9}{10}$ (۲)

$-\frac{9}{10}$ (۱)

یه خرده دیگه روی نکات دترمینان مانور بدیم...

برای هر ماتریس مانند A داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad (۱)$$

$$|kA_{n \times n}| = k^n \times |A| \quad (۲)$$

دترمینان حاصل ضرب دو ماتریس

دترمینان حاصل ضرب دو ماتریس هم از اون نکته‌های آسونه!!!

$$|AB| = |A| \times |B|$$

دترمینان ماتریس‌های مثلثی

دترمینان ماتریس‌های مثلثی برابر است با حاصل ضرب درایه‌های روی قطر اصلی.

با توجه به نکات بالا داریم:

$$|3C^{-1}| = 3^3 \times |C^{-1}| = 27 \times \frac{1}{|C|} = 27 \times \frac{1}{|AB|} = 27 \times \frac{1}{|A||B|}$$

$$|A| = (12 + 0 - 3) - (18 - 8 + 0) = -1$$

$$|B| = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\Rightarrow |3C^{-1}| = 27 \times \frac{1}{-1 \times (30)} = \frac{-27}{30} = \frac{-9}{10}$$

از آن جا که ماتریس B یک ماتریس مثلثی است، داریم:



۱۷- کدام درایه ماتریس A را اگر تغییر دهیم، دترمینان ماتریس تغییر نمی‌کند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

۷ (۲)

۱ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

درایه‌ای در دترمینان بی‌تأثیر است که همسازۀ نظیر آن صفر باشد. پس دترمینان ماتریس حاصل از حذف سطر و ستون درایه باید صفر باشد. در ماتریس داده شده، درایه $a_{۲۳}$ یعنی درایه ۷ این ویژگی را دارد. ببینید:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A_{۲۳} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

راهنمای زرنگ‌بازی!

برای محاسبه دترمینان، می‌توان آن را حول هر سطر یا ستون دلخواه بسط داد. بدیهی است اگر سطر یا ستونی درایه صفر دارد، آن سطر یا ستون را برای بسط ترجیح می‌دهیم. اگر تعداد صفرهای یک سطر یا ستون بیشتر باشد، آن سطر یا ستون را انتخاب می‌کنیم.

اگر یک درایه در یک ماتریس مربعی تغییر کند، آن‌گاه دترمینان به اندازه حاصل ضرب مقدار متغیر درایه در همسازۀ نظیر آن درایه، تغییر می‌کند.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = A \Rightarrow \begin{vmatrix} a+k & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = A + k \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}$$



۱۸- اگر $|B| = 4$ و $|B + 2I| = -\frac{3}{2}$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس $AB^2A^{-1} + 2ABA^{-1}$ چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۶

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

با کمی دقت می‌بینیم که در عبارت $AB^2A^{-1} + 2ABA^{-1}$ می‌توانیم از سمت چپ از A فاکتور بگیریم و از سمت راست از A^{-1} :
 $|AB^2A^{-1} + 2ABA^{-1}| = |A(B^2 + 2B)A^{-1}|$

سپس از اینکه دترمینان حاصل ضرب ماتریس‌ها برابر با حاصل ضرب دترمینان تک‌تک آن‌هاست داریم:

$$|A(B^2 + 2B)A^{-1}| = |A| \times |B^2 + 2B| \times |A^{-1}| = |A| \times |A^{-1}| \times |B^2 + 2B| = |B(B + 2I)| = |B| \times |B + 2I| = 4 \times \frac{-3}{2} = -6$$



۱۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2|A| & |2A| \\ 3|A| & |3A| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30 \end{bmatrix}$ باشد، $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دترمینان ماتریس A را حساب می‌کنیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (1+1+0) - (0+0+0) = 2$$

می‌دانیم وقتی عدد از دترمینان بیرون می‌آید به توان مرتبه می‌رسد:

$$|2A| = 2^3 |A| = 16$$

$$|3A| = 3^3 |A| = 54$$

یعنی X و Y جواب دستگاه معادلات زیر است:

$$\begin{cases} 16y - 4x = 0 \\ 54y - 6x = 30 \end{cases}$$

از معادله اول $x = 4y$ به دست می آید که اگر در معادله دوم قرار دهیم، می شود:

$$54y - 24y = 30 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow x + y = 5$$

البته دستگاه را به روش ماتریس وارون هم می توان حل کرد.



تمرین

دستگاه معادلات بالا را با روش ماتریس وارون حل کنید.



۲۰- اگر $4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix}$ باشد، دستگاه معادلات $\begin{cases} |A|x - 3y = 2|A| \\ 6y - 16x = 20 \end{cases}$ چند جواب دارد؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا از دو طرف تساوی دترمینان می گیریم تا دترمینان A به دست آید:

$$4A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |4A| = \begin{vmatrix} |A| & -4 \\ 16 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 16|A| = |A|^2 + 64 \Rightarrow |A|^2 - 16|A| + 64 = 0 \Rightarrow (|A| - 8)^2 = 0$$

$$\Rightarrow |A| = 8 \Rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 16 \\ 6y - 16x = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 3y = 16 \\ -16x + 6y = 20 \end{cases} \Rightarrow \frac{8}{-16} = \frac{-3}{6} \neq \frac{16}{20}$$

دو خط موازی اند، پس دستگاه معادلات جواب ندارد.

بحث در مورد تعداد جواب های دستگاه معادلات خطی

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید، برای جواب های آن ۳ حالت ممکن است اتفاق بیافتد:

(۱) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد، دستگاه یک جواب منحصر به فرد به فرم (x_0, y_0) دارد.

(۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای بی شمار جواب می باشد.

(۳) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه دارای جواب نمی باشد.





- ۲۱- از بین اعداد $x+y$ و $x-y$ ، یکی گنگ و دیگری گویا است. کدام نتیجه گیری درست است؟
- (۱) x و y اعدادی گنگ هستند.
 (۲) از x و y یکی گنگ و دیگری گویا است.
 (۳) $x^2 - y^2$ عددی گنگ است.
 (۴) $3x + 3y$ و $2x - 2y$ اعدادی گنگ هستند.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

از $x+y$ و $x-y$ ، یکی گنگ و دیگری گویا است. پس مجموع و تفاضل این دو عدد، عددی گنگ است.

$$(x+y) + (x-y) = 2x \Rightarrow 2x \in Q' \Rightarrow x \in Q'$$

$$(x+y) - (x-y) = 2y \Rightarrow 2y \in Q' \Rightarrow y \in Q'$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

با استفاده از برهان خلف، می توان نشان داد که:

(۱) اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، آن گاه اعداد $x+y$ و $x-y$ اعدادی گنگ هستند.

(۲) اگر x عددی گویا و مخالف صفر و y عددی گنگ باشد، اعداد $\frac{x}{y}$ و $\frac{y}{x}$ گنگ هستند.

(۳) اگر x عددی گنگ باشد، آن گاه $\frac{1}{x}$ گنگ است.

(۴) اگر x و y اعدادی گنگ باشند به طوری که $x+y$ عددی گویا باشد، آن گاه $x-y$ عددی گنگ است.

(۵) اگر x و y اعدادی گنگ باشند به طوری که $x-y$ عددی گویا باشد، آن گاه $x+y$ عددی گنگ است.

(۶) تعمیم مورد ۴: اگر x و y اعدادی گنگ باشند به طوری که $\alpha + \beta$ گویا باشد، آن گاه $m(\alpha + \beta)$ عددی گویا است اما $m\alpha + n\beta$ با شرط $m \neq n$ همواره گنگ است.

(۷) تعمیم مورد ۵: اگر x و y اعدادی گنگ باشند به طوری که $\alpha - \beta$ گویا باشد، آن گاه $m(\alpha - \beta)$ عددی گویا است اما $m\alpha - n\beta$ با شرط $m \neq n$ همواره گنگ است.



۲۲- چند عدد طبیعی وجود دارد که به ازای حداقل یک مقدار صحیح x ، هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ را بشمارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

a شمارنده‌ی هر دو عدد $3x+4$ و $5x-4$ می باشد، پس $a \mid 3x+4$ و $a \mid 5x-4$ باید x را از روابط حذف کنیم. برای آن، ضریب x را در دو معادله قرینه یکدیگر می کنیم تا با جمع کردن دو طرف سمت راست رابطه‌های عاد کردن، x از بین برود. ببینید:

$$\begin{aligned} a \mid 3x+4 &\Rightarrow a \mid 5 \times (3x+4) &\Rightarrow a \mid 15x+20 &\xrightarrow{\text{سمت راست روابط را}} a \mid 32 \\ a \mid 5x-4 &\Rightarrow a \mid -3 \times (5x-4) &\Rightarrow a \mid -15x+12 &\xrightarrow{\text{باهم جمع می کنیم}} \end{aligned}$$

\Rightarrow عدد صحیح وجود دارد. \Rightarrow $\{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ = مقادیر به دست آمده برای a



۲۳- در یک تقسیم مقسوم برابر ۷۲۱ و خارج قسمت ۱۳ است. تفاضل حداقل و حداکثر مقدار قابل قبول برای مقسوم علیه کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با استفاده از قضیه تقسیم صورت سؤال را به زبان ریاضی می نویسیم:

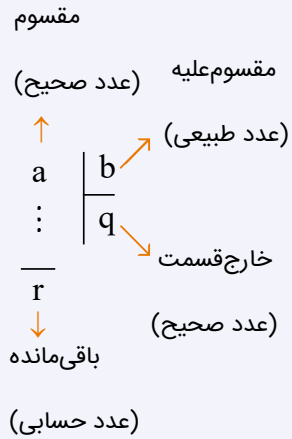
$$\begin{cases} 721 = 13b + r \\ 0 \leq r < b \end{cases}$$

$$0 \leq 721 - 13b < b \Rightarrow \begin{cases} 14b > 721 \Rightarrow b \geq 52 \quad (1) \\ 13b \leq 721 \Rightarrow b \leq 55 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 52 \leq b \leq 55 \Rightarrow b_{\max} - b_{\min} = 3$$

قضیه تقسیم

اگر عدد صحیح a را بر عدد طبیعی b تقسیم کنیم، خارج قسمت q و باقی مانده r باشد، خواهیم داشت:



\Rightarrow

$$a = b \times q + r \quad (0 \leq r < b)$$



۲۴- با توجه به نمادهای ب.م.م و ک.م.م، مجموع ارقام عدد حاصل از $(8! + 7, 105) + [15192, 15]$ کدام است؟
 ۲۹ (۴) ۳۵ (۳) ۲۸ (۲) ۳۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

چون $105 = 3 \times 5 \times 7$ و این که عدد $8! + 7$ بر ۷ بخش پذیر است ولی به هیچ یک از اعداد ۳ و ۵ بخش پذیر نیست، معلوم می شود که $(8! + 7, 105) = 7$.
 همچنین $15 = 3 \times 5$ و عدد ۱۵۱۹۲ به ۳ بخش پذیر است ولی به ۵ بخش پذیر نیست، بنابراین:

$$[15192, 15] = 15192 \times 5$$

پس:

$$[15192, 15] + (8! + 7, 105) = 75960 + 7 = 75967 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 7 + 5 + 9 + 6 + 7 = 34$$

رفع ابهام!

می دونی که تو خط اول چطوری گفتیم که $8! + 7$ بر ۷ بخش پذیر هست ولی بر ۳ و ۵ بخش پذیر نیست دیگه؟ قطعاً نرفتیم تقسیم کنیم تا ببینیم! بیا تا بهت بگم چطوری فهمیدیم:

$$8! + 7 = (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8) + 7 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری از 7}} 7(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 1 \times 8 + 1)$$

از پرانتز $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 1 \times 8 + 1)$ هیچ کدوم از عوامل اول ۳ یا ۵ دیگه نمی تونن فاکتور گرفته بشن و بیرون بیان فقط به خاطر اینکه تهش حاصل ضرب $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 8$ با یدونه ۱ جمع شده و در ۱ هیچ عاملی جز خودش نداریم!
 حالا دیگه واضحه چرا به ۷ بخش پذیره و به ۳ و ۵ نه. درسته؟ 😊

روش محاسبه ب.م.م دو عدد

برای محاسبه (a, b) هر کدام از اعداد a و b را به عوامل اولشان تجزیه کرده و عوامل مشترک با توان کم تر را به عنوان عوامل ب.م.م انتخاب می کنیم. حاصل ضرب آن عوامل، همان ب.م.م خواهد بود.



یه نمونه باحال ببین!

محاسبه (۲۰۰,۷۲۰):

$$200 = 2^3 \times 5^2 \quad 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \xrightarrow[\text{با توان کمتر}]{\text{عوامل مشترک}} 2^3, 5^1$$

$$\Rightarrow \text{م.م.ب} = 2^3 \times 5^1 = 40$$

روش محاسبه ک.م.م دو عدد

برای محاسبه $[a, b]$ هر کدام از اعداد a و b را به عوامل اولشان تجزیه کرده و عوامل مشترک با توان بزرگتر، و عوامل غیرمشترک را به عنوان عوامل ک.م.م انتخاب می‌کنیم. حاصل ضرب آن عوامل، همان ک.م.م خواهد بود.

یه نمونه باحال ببین!

محاسبه $[1008, 600]$:

$$600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2 \quad 1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7^1$$

$$\xrightarrow[\text{با توان بزرگتر}]{\text{عوامل مشترک}} 2^3 \times 3^2 \quad \xrightarrow[\text{عوامل غیرمشترک}]{\text{عوامل مشترک}} 5^2 \times 7^1$$

$$\Rightarrow \text{ک.م.م} = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^1 = 25200$$



۲۵- باقی‌مانده تقسیم 1688^{8861} بر 17 کدام است؟

- ۱۱ (۴) ۷ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

همیشه در چنین سؤالاتی در گام اول عدد توان‌دار داده شده را به پیمانه مقسوم علیه حساب می‌کنیم:

$$17 \quad 1688 \equiv 5$$

گام دوم

حال باید ببینیم که وقتی هم‌نهمستی جدید را به توان مورد نظر برسانیم حاصل چقدر است؟

$$17 \quad 1688 \equiv 5 \Rightarrow 5^{8861} \equiv ?$$

گام سوم

برای محاسبه گام دوم ابتدای توانی از ۵ را پیدا می‌کنیم که باقی‌مانده آن به ۱۷ عددی خوش‌دست و کوچک باشد مثل ۱ یا -۱. چون این دو عدد به هر توانی برسند به راحتی محاسبه می‌شوند:

$$5^3 \equiv 6 \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{به توان ۲}} 5^6 \equiv 36 \equiv 2 \xrightarrow{\times 5^2} 5^8 \equiv 5^0 \equiv -1 \Rightarrow 5^8 \equiv -1$$

گام چهارم

حال سعی می‌کنیم توان مورد نظر با استفاده از تقسیم کردن به ۸ بازنویسی کنیم و پله پله آن را بسازیم:

$$\begin{array}{r} 8861 \quad | \quad 8 \\ \underline{1107} \quad \Rightarrow \quad 8861 = 8 \times 1107 + 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

گام آخر

در گام آخر با استفاده از بازنویسی 8861 به صورت $8 \times 1107 + 5$ سعی می‌کنیم که به باقی‌مانده نهایی برسیم:

$$5^{8861} = 5^{8 \times 1107 + 5} = (5^8)^{1107} \times 5^5$$



$$(-5^8)^{11 \cdot 7} \times 5^5 \equiv (-1)^{11 \cdot 7} \times 5^5 \Rightarrow 5^{8861} \equiv (-1) \times \underbrace{5^8 \times 5^8}_{-4} \times 5^5 \equiv 20 \equiv 3$$

مفهوم هم‌نهشتی و ویژگی‌های آن



هم‌نهشتی:

اگر دو عدد a و b در تقسیم بر m که عددی طبیعی است باقی‌مانده یکسانی داشته باشند، می‌گوییم a و b با یکدیگر به پیمانه m هم‌نهشت هستند و می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix}$$

رابطه هم‌نهشتی را به صورت زیر هم می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{matrix} m \\ a = mk + b \text{ یا } a \equiv b \Leftrightarrow m | a - b \end{matrix}$$

ویژگی‌های هم‌نهشتی:

(۱) هر عدد با خودش هم‌نهشت است.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv a \end{matrix}$$

(۲) هم‌نهشتی دارای خاصیت تعدی است.

$$\begin{cases} \begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \\ \begin{matrix} m \\ b \equiv c \end{matrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a \equiv c \end{matrix}$$

(۳) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم با هر عددی جمع یا تفریق کنیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a \pm c \equiv b \pm c \end{matrix}$$

(۴) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم در هر عددی ضرب کنیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ ac \equiv bc \end{matrix}$$

(۵) دو طرف هم‌نهشتی را می‌توانیم به توان عدد طبیعی n برسانیم.

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ a^n \equiv b^n \end{matrix}$$

۶) در هر هم‌نهشتی می‌توانیم مضارب مختلف پیمانه را به دو طرف اضافه و یا از آن‌ها کم کنیم. هدف از این کار بزرگ کردن و یا کوچک کردن اعداد دو طرف است.

$$\begin{matrix} m & m \\ a \equiv b \Rightarrow a \pm mq \equiv b \pm mk \end{matrix}$$

۷) طرفین دو هم‌نهشتی با پیمانه‌های یکسان را می‌توانیم با هم جمع و تفریق و یا در هم ضرب کنیم.

$$\left. \begin{matrix} m & m \\ a \equiv b \\ ac \equiv bd \text{ یا } \\ m & m \\ c \equiv d \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d$$

۸) در هر هم‌نهشتی می‌توانیم به جای پیمانه، یکی از مقسوم‌علیه‌های آن را قرار دهیم.

$$\begin{matrix} m & n \\ a \equiv b \xrightarrow{n|m} a \equiv b \end{matrix}$$

۹) اگر دو طرف هم‌نهشتی بر a بخش‌پذیر باشند، دو طرف را می‌توانیم بر a تقسیم کنیم، با این شرط که پیمانه را نیز باید بر $d = (a, m)$ که همان ب.م.م a و m است تقسیم کنیم:

$$\begin{matrix} m & \frac{m}{d} \\ ax \equiv ay \xrightarrow[\substack{\div a \\ (a,m)=d}]{} x \equiv y \end{matrix}$$

۱۰) اگر دو هم‌نهشتی دارای طرفین یکسان و پیمانه‌های متفاوت باشند به صورت زیر می‌توانیم آن‌ها را به یک هم‌نهشتی تبدیل کنیم:

$$\left. \begin{matrix} m \\ a \equiv b \\ n \\ a \equiv b \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \equiv b \quad [m,n]$$



۲۶- چند عدد به صورت $a_1 a_2 a_6$ و مضرب ۱۲ موجود است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

استراتژی حل این دسته از سؤالات

۱) شرط بخش‌پذیری بر ۳، ۴، ۹ و ۱۱: اگر $A = a_n a_{n-1} \dots a_1$ ، آن‌گاه:

الف) عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که جمع ارقام آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد:

$$\begin{matrix} ۳ \\ A \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 \end{matrix}$$

ب) عددی بر ۴ بخش پذیر است که دورقم آخر سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد:

$$A \equiv a_1 a_0 \pmod{4}$$

ج) عددی بر ۹ بخش پذیر است که جمع ارقام آن بر ۹ بخش پذیر باشد:

$$A \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_0 \pmod{9}$$

د) عددی بر ۱۱ بخش پذیر است که اگر از راست به چپ ارقام آن را یکی در میان مثبت و منفی (با شروع از مثبت) جمع بزنیم، حاصلش بر ۱۱ بخش پذیر باشد:

$$A \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \dots \pmod{11}$$

(۲)

$$\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \\ a \equiv b \pmod{n} \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m,n]}$$

۳) هرگاه با هم‌نهشتی‌های $a \equiv b \pmod{m}$ و $a \equiv b' \pmod{n}$ مواجه شدید، سعی کنید b و b' را با استفاده از قواعد هم‌نهشتی به دو عدد یکسان تبدیل کنید و از قسمت ۲ استفاده کنید.

$$\begin{aligned} \overline{12} \quad a12a6 \equiv 0 &\Rightarrow \overline{4} \quad a6 \equiv 0 \Rightarrow 10a + 6 \equiv 0 \Rightarrow 10a \equiv -6 \Rightarrow 6a \equiv -6 \xrightarrow{\div 6} a \equiv -1 \equiv 1 \\ \overline{12} \quad a12a6 \equiv 0 &\Rightarrow a = 2k + 1 \xrightarrow{1 \leq a \leq 9} a \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad (1) \\ \overline{3} \quad a12a6 \equiv 0 &\Rightarrow a + 1 + 2 + a + 6 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow a = 3k \xrightarrow{1 \leq a \leq 9} a \in \{3, 6, 9\} \quad (2) \\ (1), (2) \cap &\Rightarrow a \in \{3, 9\} \end{aligned}$$

در نتیجه دو عدد ۳۱۲۳۶ و ۹۱۲۹۶ جواب‌های مسئله هستند و مسئله ۲ جواب دارد.



۲۷- اگر هر دو هم‌نهشتی $793 \equiv 163 \pmod{m+1}$ و $451 \equiv 313 \pmod{m+2}$ برقرار باشند، آن‌گاه مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای m کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

یادآوری تعریف هم‌نهشتی

تعریف: برای هر عدد طبیعی مانند m و هر دو عدد صحیح مانند a و b ، اگر $m \mid a - b$ ، می‌گوییم « a هم‌نهشت با b است به سنج یا پیمانه m » و می‌نویسیم $a \equiv b \pmod{m}$. تعریف رابطه هم‌نهشتی به پیمانه m ، به زبان ریاضی عبارت است از:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b \quad (m \in \mathbb{N})$$

$$451 \equiv 313 \pmod{m+2} \Rightarrow (m+2) \mid 138$$

$$\Rightarrow (m+2) \in \{1, 2, 3, 6, 23, 46, 69, 138\}$$

$$\xrightarrow{-2} m \in \{1, 4, 21, 44, 67, 136\}$$

$$793 \equiv 163 \pmod{m+1} \Rightarrow (m+1) \mid 630$$

اعداد $67, 136, \dots$ را در رابطه دوم به ترتیب امتحان می‌کنیم. اولین m ای که در رابطه دوم صدق می‌کند $m = 44$ است، که مجموع ارقامش ۸ می‌باشد.

راهنمای زنگ‌بازی!

چون به دنبال بزرگ‌ترین عدد بودیم از بزرگ‌ترین عدد امتحان کردن را شروع کردیم تا زودتر به جواب برسیم!

تذکر!

حواست بود که پیمانه به عدد طبیعی و نمی‌تونه منفی بشه؟ برای همین با کم کردن ۲ از تک تک اعضای $\{1, 2, 3, 6, 23, 46, 69, 138\}$ ، عدد ۱ و ۲ دیگه غیرقابل قبول و حذف شدن و به $\{1, 4, 21, 44, 67, 136\}$ رسیدیم.



۲۸- دو عدد $2a-1$ و $a+2$ رقم‌های یکسان دارند، معادله $(a-1)x \equiv 90 \pmod{10}$ چه تعداد جواب طبیعی دو رقمی برای x دارد؟
 (۱) ۲۴ (۲) ۴۲ (۳) ۱۸ (۴) ۴۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۳

باقی‌مانده عدد بر ۱۰

باقی‌مانده هر عدد بر ۱۰ برابر است با رقم یکان آن عدد.

$$\overline{a_n \dots a_2 a_1 a_0} \equiv a_0 \pmod{10}$$

اینکه رقم یکان دو عدد با هم برابر است یعنی باقی‌مانده هر دوی این اعداد در تقسیم به 10 یکسان است. یعنی این دو عدد به پیمانه 10 هم‌نهشت هستند:

$$2a - 1 \equiv a + 2 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 3 \pmod{10}$$

$$\text{سوال معادله } (a-1)x \equiv 90 \pmod{10} \xrightarrow{a \equiv 3} 2x \equiv 90 \pmod{10} \xrightarrow{\div 2, (2,10)=2} x \equiv 45 \equiv 5 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k$$

اعداد دورقمی از ۱۰ تا ۹۹ هستند، پس $5k$ باید بین این دو قرار گیرد:

$$10 \leq 5k \leq 99 \Rightarrow 2 \leq k \leq 19 \xrightarrow{\text{تعداد}} 19 - 2 + 1 = 18$$



۲۹- اگر دوم خرداد در سالی جمعه باشد، سومین پنجشنبه آذر در این سال، چندم آذر است؟

- ۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا محاسبه می‌کنیم اول آذر چندشنبه است.

جمعه - شنبه - اشنبه - ۲ شنبه - ۳ شنبه - ۴ شنبه - ۵ شنبه
روز صفر روز اول ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

ابتدا روز دوم خرداد را صفر فرض می‌کنیم و فاصله سوم خرداد تا اول آذر را محاسبه می‌کنیم:

$$\underbrace{(31-3+1)}_{\text{خرداد}} + \underbrace{31 \times 3}_{\text{تیر و مرداد و شهریور}} + \underbrace{30 \times 2}_{\text{مهر و آبان}} + \underbrace{1}_{\text{اول آذر}} \equiv 183 \equiv 1 \pmod{7}$$

عدد ۱ نظیر روز شنبه است. $\Rightarrow 1 \equiv 183 \equiv 1 \pmod{7}$

$$6 + 7 + 7 = 20$$

سومین پنجشنبه می‌شود 20 م آذرماه.



۳۰- معادله سیاله خطی $7x + 17y = 1404$ در مجموعه اعداد طبیعی چند دسته جواب دارد؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$7x + 17y = 1404 \Rightarrow (7, 17) | 1404 \checkmark$$

معادله، شرط وجود جواب را دارد.

روش اول

$$17y \equiv 1404 \Rightarrow 3y \equiv 4 \Rightarrow 3y \equiv 4 + 2 \times 7 \Rightarrow 3y \equiv 18 \Rightarrow y \equiv 6 \Rightarrow y = 7k + 6$$

$$7x + 17(7k + 6) = 1404 \Rightarrow 7x + 119k + 102 = 1404 \Rightarrow 7x = -119k + 1302 \Rightarrow x = -17k + 186$$

$$y \geq 1 \Rightarrow 7k + 6 \geq 1 \Rightarrow 7k \geq -5 \Rightarrow k \geq -\frac{5}{7} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \geq 0 \Rightarrow 0 \leq k \leq 10$$

$$x \geq 1 \Rightarrow -17k + 186 \geq 1 \Rightarrow 17k \leq 185 \Rightarrow k \leq \frac{185}{17} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq 10$$

$$k = 11 = \text{تعداد اعداد صحیح } k$$

بنابراین معادله سیاله در مجموعه اعداد طبیعی ۱۱ دسته جواب دارد.

روش دوم

از هر ۱۷ عدد طبیعی متوالی دقیقاً یکی جواب x است. کوچک‌ترین مقدار ممکن برای x را می‌یابیم:

$$17x \equiv 1404 \pmod{17} \Rightarrow 17x \equiv 1404 - 1394 = 10 \pmod{17} \Rightarrow 17x \equiv -7 \pmod{17} \xrightarrow{\div 7} x \equiv -1 \equiv 16 \pmod{17} \Rightarrow x = 17k + 16$$

کوچک‌ترین مقدار ممکن برای k برابر صفر و بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای k برابر ۱۰ است، بنابراین ۱۱ سری جواب وجود دارد.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

حرکت بر خط راست (صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

بودجه بندی
این آزمون

۲ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

۳۱- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 9$ است. به ترتیب، نوع حرکت این متحرک چگونه است و در چه لحظه‌ای متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد؟

- (۱) با سرعت ثابت، پایان ثانیه سوم
(۲) با سرعت ثابت، پایان ثانیه چهارم
(۳) با شتاب ثابت، پایان ثانیه سوم
(۴) با شتاب ثابت، پایان ثانیه چهارم

- (۱) با سرعت ثابت، پایان ثانیه سوم
(۲) با سرعت ثابت، پایان ثانیه چهارم
(۳) با شتاب ثابت، پایان ثانیه سوم
(۴) با شتاب ثابت، پایان ثانیه چهارم

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

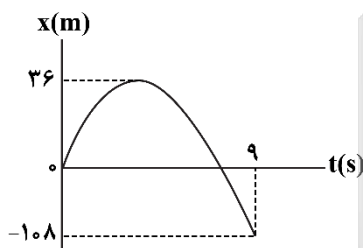
معادله مکان - زمان، به صورت درجه دو است، بنابراین حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود. لحظه عبور از مبدأ ($x = 0$) برابر است با:

$$x = t^2 - 9 \xrightarrow{x=0} 0 = t^2 - 9 \Rightarrow t = 3s$$



۳۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در

بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر چند $\frac{m}{s}$ است؟



- (۱) ۳
(۲) $\frac{20}{3}$
(۳) $\frac{10}{3}$
(۴) $\frac{2}{5}$

(سخت - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

اگر فرض کنیم متحرک در لحظه t تغییر جهت داده است، با استفاده از معادله مکان - زمان، بین دو لحظه صفر تا t و t تا $9s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \begin{cases} 36 = -\frac{1}{2}at^2 \\ -144 = \frac{1}{2}a(9-t)^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{36}{144} = \left(\frac{t}{9-t}\right)^2 \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{t}{9-t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{t}{9-t} \Rightarrow 2t = 9 - t \Rightarrow 3t = 9 \Rightarrow t = 3s$$

$$36 = -\frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=3s} 36 = -\frac{1}{2} \times a \times 9 \Rightarrow a = -8 \frac{m}{s^2}$$

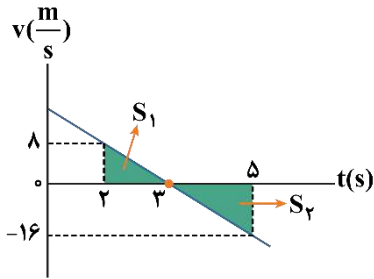
اکنون شتاب متحرک را به دست می‌آوریم:

حال سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -8 = \frac{0 - v_0}{3} \Rightarrow v_0 = 24 \frac{m}{s}$$

معادله سرعت - زمان متحرک را می نویسیم و سرعت متحرک در لحظات $t = 2s$ و $t = 5s$ را محاسبه می کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_2 = -8 \times 2 + 24 = -16 + 24 = 8 \frac{m}{s} \\ v_5 = -8 \times 5 + 24 = -40 + 24 = -16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

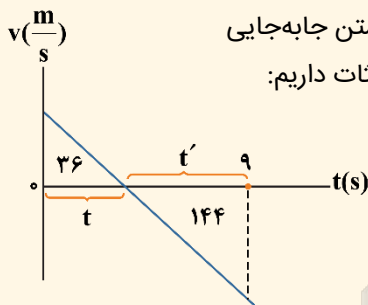


نمودار سرعت - زمان آن را رسم می کنیم و با استفاده از مساحت محصور مسافت طی شده و در نهایت تندی متوسط خواسته شده را به دست می آوریم:

$$l = S_1 + S_2 = \frac{1 \times 8}{2} + \frac{2 \times 16}{2} = 4 + 16 = 20 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}}$$

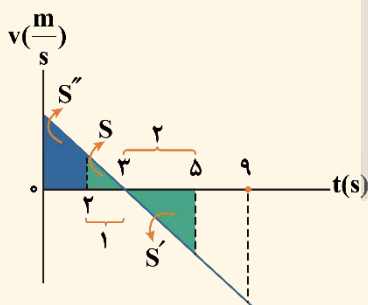
راه نجات



با توجه به شکل نمودار مکان - زمان، درمی یابیم شتاب، منفی و سرعت اولیه مثبت است. از طرفی با داشتن جابه جایی از شروع حرکت تا لحظه تغییر جهت و جابه جایی از لحظه تغییر جهت تا $t = 9s$ با استفاده از تشابه مثلثات داریم:

$$\begin{aligned} \text{تشابه: } \left(\frac{t'}{t}\right)^2 &= \frac{144}{36} = 4 \Rightarrow t' = 2t \\ \Rightarrow t + t' &= 3t = 9 \Rightarrow t = 3s \end{aligned}$$

حالا تندی متوسط از $2s$ تا $5s$ را حساب می کنیم:



$$\text{تشابه: } \frac{S + S''}{S} : \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{36}{S} = 9 \Rightarrow S = 4 \text{ m}$$

$$\text{تشابه: } \frac{S'}{S} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{S'}{4} = 4 \Rightarrow S' = 16 \text{ m}$$

$$s_{av(2-5)} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{S + S'}{\Delta t} = \frac{4 + 16}{3} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}}$$

حرکت با شتاب ثابت

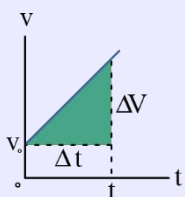
هرگاه بردار شتاب متحرکی در لحظه های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می نامیم.

ویژگی های حرکت با شتاب ثابت:

- 1- سرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می کند پس تغییرات v نسبت به t به صورت یک تابع خطی است به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه، یعنی: معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}} v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

- 2- شیب نمودار سرعت - زمان، ثابت است و برابر با شتاب متحرک می باشد.



$$\text{شیب نمودار سرعت زمان} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۳- شتاب متوسط در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است.

شتاب متوسط در هر بازه زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است یعنی:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

۴- معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای که مکان متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

X: مکان متحرک در لحظه t a: شتاب ثابت متحرک v_0 : سرعت اولیه x_0 : مکان اولیه

در حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک، تابعی درجه دوم از زمان است.

۵- معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت:

معادله‌ای است که سرعت متحرک را در هر لحظه برای ما مشخص می‌کند:

$$v = at + v_0$$

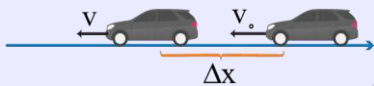
v_0 : سرعت اولیه

a: شتاب ثابت متحرک

v: سرعت متحرک در لحظه t

۶- معادله سرعت - جابجایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت:

در این معادله زمان وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که زمان را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

۷- معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت:

در این معادله شتاب وجود ندارد، پس بهتر است در سؤالاتی که شتاب را نمی‌دهند و نمی‌خواهند از این معادله استفاده کنیم:



$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \Delta t$$

روش محاسبه جابجایی در حرکت با شتاب ثابت:

معادله جابجایی زمان: (در بازه t_1 تا t_2)



$$\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t$$

حالت خاص: جابجایی در بازه زمانی $[0, t]$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$



۳۲- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x_1 = 10\text{m}$ سرعت متحرک $126 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و در مکان

$x_2 = 65\text{m}$ سرعت متحرک $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، بردار شتاب متحرک در SI کدام است؟

(۴) $7 / 5 \vec{i}$

(۳) $-7 / 5 \vec{i}$

(۲) $5 \vec{i}$

(۱) $-5 \vec{i}$

(آسان - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله مستقل از زمان

در حرکت با شتاب ثابت، اگر بخواهیم بدون داشتن زمان، شتاب را حساب کنیم، باید از معادله مستقل از زمان استفاده کنیم. مطابق رابطه زیر داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

v_1 : سرعت در ابتدای بازه $\left(\frac{m}{s}\right)$

v_2 : سرعت در انتهای بازه $\left(\frac{m}{s}\right)$

Δx : جابه‌جایی (m)

a : شتاب $\left(\frac{m}{s^2}\right)$

طبق معادله مستقل از زمان می‌توانیم بنویسیم:

$$v_1 = 126 \frac{km}{h} = \frac{126}{3.6} = 35 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = 72 \frac{km}{h} = \frac{72}{3.6} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 20^2 - 35^2 = 2a \times (65 - 10)$$

$$\Rightarrow (20 - 35)(20 + 35) = 2a \times 55 \Rightarrow 2a = -15 \Rightarrow a = -7.5 \frac{m}{s^2}$$



۳۴- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 12t + 23$ است. تندی متوسط متحرک در ۲ ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۴) صفر

۳) ۴

۲) ۳

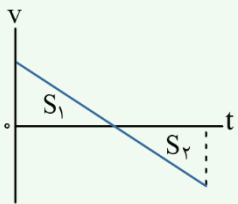
۱) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



برای محاسبه مسافت طی شده، معمولاً بهترین راه، رسم نمودار سرعت - زمان و استفاده از مساحت زیر آن است:



مسافت: $l = |S_1| + |S_2|$

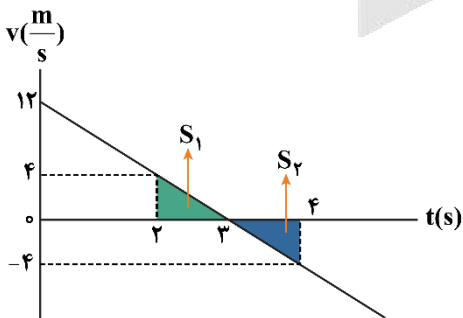
گام اول:

از روی معادله مکان - زمان متحرک، شتاب و سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = -2t^2 + 12t + 23 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}, v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم و مسافت طی شده را محاسبه می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -4t + 12$$

مسافت: $l = S_1 + S_2 = 2 + 2 = 4m$

گام آخر:

تندی متوسط برابر است با:

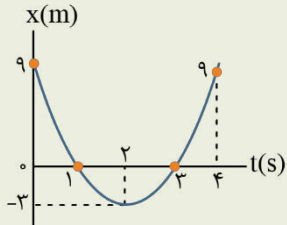
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$

۴۴- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = 3t^2 - 12t + 9$ است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) ۶

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادله داده شده در صورت سؤال، ابتدا نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و سپس با توجه به نمودار، به راحتی مسافت طی شده در بازه زمانی ۱ تا ۴ ثانیه را به دست می‌آوریم:



$$x = 3t^2 - 12t + 9$$

$$l = 3 + 3 + 9 = 15(m)$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5 \left(\frac{m}{s}\right)$$

پاسخ: گزینه ۱



۳۵- خودرویی با تندی $90 \frac{km}{h}$ در جاده‌ای مستقیم در حرکت است که ناگهان راننده مانعی را در فاصله ۱۰۰ متری خود می‌بیند و با

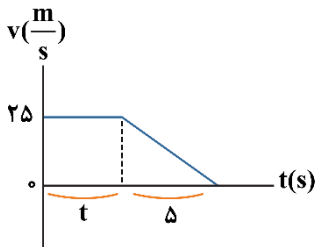
کمی تأخیر ترمز می‌گیرد. اگر حرکت خودرو با شتابی به اندازه $5 \frac{m}{s^2}$ کند شود، حداکثر مدت زمان تأخیر راننده در واکنش چند

ثانیه باشد تا خودرو به مانع برخورد نکند؟

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



در مدت زمانی که طول می‌کشد تا راننده واکنش نشان دهد حرکت با سرعت ثابت و پس از آن حرکت با شتاب ثابت است؛ بنابراین نمودار سرعت - زمان آن به شکل مقابل است.

آنچه گذشت...

برای تبدیل $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ عدد را بر $3/6$ تقسیم می‌کنیم.

$$90 \frac{km}{h} = 25 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{-25}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 5s$$

$$S_{دورنقه} = \frac{25(t + (t + 5))}{2} = \frac{25(2t + 5)}{2} = 100 \Rightarrow 2t + 5 = 8 \Rightarrow 2t = 3 \Rightarrow t = 1/2 s$$

می‌توانید با نوشتن روابط $\Delta x = vt$ و $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ برای حرکت دو مرحله‌ای ذکر شده به نتایج مشابه برسید.

بررسی مسائل ترمز و توقف

مسائل توقف از دو قسمت تشکیل می‌شوند:

۱- قبل از ترمز (زمان واکنش راننده):

از زمانی که راننده یک مانع را می‌بیند، تا زمانی که پدال ترمز را فشار دهد، مدتی طول می‌کشد که به این زمان، زمان واکنش (عکس‌العمل) راننده می‌گویند. در این مدت راننده هنوز ترمز نکرده و خودرو با همان سرعت اولیه حرکت می‌کند.

$$\Delta x_{\text{واکنش}} = v_0 \Delta t$$

۲- پس از ترمز (کند شدن):

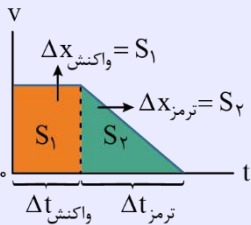
در این مدت، حرکت خودرو با شتاب ثابت a کند می‌شود. زمان و مسافت طی‌شده در هنگام ترمز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{ترمز}} = \frac{v_0}{|a|} \quad \Delta x_{\text{ترمز}} = \frac{v_0^2}{|2a|}$$

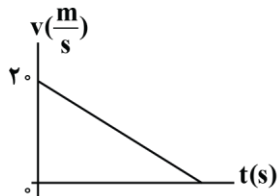
۳- کل مسافتی که خودرو طی می‌کند تا متوقف شود برابر مجموع مسافت طی‌شده در دو مرحله قبل است:

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \Delta x_{\text{واکنش}} + \Delta x_{\text{ترمز}} = v_0 \Delta t_{\text{واکنش}} + \frac{v_0^2}{|2a|}$$

۴- گاهی برای بررسی مسائل ترمز، می‌توانیم نمودار سرعت - زمان متحرک را نیز رسم کنیم.



۳۶- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر متحرک ۱۸ متر ابتدایی حرکت را در مدت t ثانیه و ۱۸ متر پایانی حرکت را در مدت $3t$ طی کند، تندی متوسط متحرک در ۱۸ متر پایانی چند متر بر ثانیه است؟



- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴/۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



نکته

برای محاسبه جابه‌جایی در بازه زمانی Δt در حرکت با شتاب ثابت a می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

$$\Delta x_{\Delta t \text{ ثانیه ابتدایی}} = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_0 t$$

$$\Delta x_{\Delta t \text{ ثانیه انتهایی}} = -\frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_{\text{انتهایی}} t$$

حال خواهیم داشت:

$$\Delta x_{\text{تانیة ابتدایی}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}at^2 + 20t \quad (1)$$

$$\Delta x_{\text{تانیة انتهای}} = -\frac{1}{2}a(3t)^2 + \underbrace{v_{\text{انتهای}}}_{v_{\text{انتهای}} = \frac{m}{s}}(3t) \Rightarrow 18 = -\frac{9}{2}at^2 \Rightarrow at^2 = -4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \Rightarrow 18 = \frac{1}{2}(-4) + 20t \Rightarrow 18 = -2 + 20t \Rightarrow t = 1s$$

برای محاسبه تندی متوسط در ۱۸ متر پایانی داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\underbrace{\Delta t}_{3t}} = \frac{18}{3} = 6 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک، تغییر جهت ندارد و مسافت (ℓ) با جابه‌جایی (Δx) برابر است.

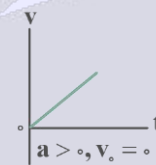
راهنمای مسیرت

یکی از تکنیک‌های خیلی مهم در حرکت شتاب - ثابت، تکنیک برعکس است که در این سؤال استفاده شده است. توصیه می‌کنم حتماً نحوه استفاده درست از این تکنیک را بلد باشید.

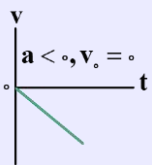
نمودار سرعت - زمان حرکت بر خط راست با شتاب ثابت

در این حرکت چون شتاب ثابت است، باید شیب خط مماس بر منحنی نمودار سرعت - زمان در تمام لحظه‌ها ثابت باشد. به همین سبب نمودار سرعت - زمان این حرکت یک خط راست است که شیب آن برابر شتاب متحرک است.

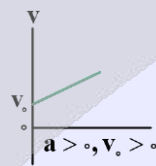
۱- حرکت از حال سکون با شتاب مثبت



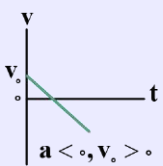
۲- حرکت از حال سکون با شتاب منفی



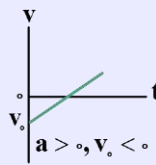
۳- حرکت با سرعت اولیه مثبت و شتاب مثبت



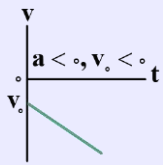
۴- حرکت با سرعت اولیه مثبت و شتاب منفی



۵- حرکت با سرعت اولیه منفی و شتاب مثبت



۶- حرکت با سرعت اولیه منفی و شتاب منفی



نکته

در حرکت شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در t تانیة اول از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ و در t تانیة آخر از رابطه $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_{\text{نهایی}} t$ به دست می‌آید که رابطه دوم زمانی مفید است که سرعت نهایی متحرک را بدانیم و بخواهیم در t تانیة آخر، جابه‌جایی متحرک را به دست آوریم (معمولاً در مواقعی که متحرک در نهایت متوقف می‌شود).

بچه‌ها به رابطه $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_{\text{نهایی}} t$ گاهی تکنیک برعکس نیز می‌گویند.

۳۷- معادله سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می کند در SI به صورت $v = -1/8t + 7/2$ است. در ۳ ثانیه دوم حرکت، بزرگی سرعت متوسط متحرک چند برابر تندی متوسط آن است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

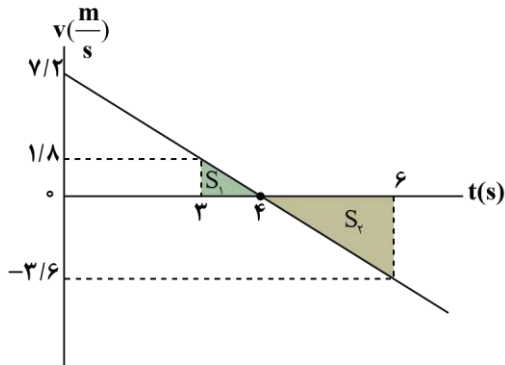
$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)



نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم.

$$v = -1/8t + 7/2 \xrightarrow{v=0} t = 4s$$

در ۳ ثانیه دوم حرکت، جابه جایی و مسافت برابرند با:

$$\Delta x = |S_1| - |S_2| = \frac{1/8 \times 1}{2} - \frac{3/6 \times 2}{2} = 0/9 - 3/6 = -2/7m$$

$$\ell = |S_1| + |S_2| = 0/9 + 3/6 = 4/5m$$

بنابراین نسبت بزرگی سرعت متوسط به تندی متوسط برابر است با:

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|\Delta x|}{\ell} \Rightarrow \frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{2/7}{4/5} = \frac{3}{5}$$

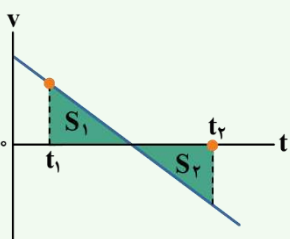


هنگامی که معادله مکان - زمان حرکت به صورت درجه ۲ است، حرکت با شتاب ثابت انجام می شود و به راحتی می توانیم معادله سرعت - زمان حرکت را بنویسیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow \text{با جایگذاری } a \text{ و } t \text{ از معادله مکان - زمان به دست می آید.}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow \text{با جایگذاری } a \text{ و } t \text{، معادله سرعت - زمان به دست می آید.}$$

با داشتن معادله سرعت - زمان و رسم آن، به راحتی می توان مسافت، جابه جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط را با کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان به دست آورد.



$$\Delta x = |S_1| - |S_2| \text{ جابه جایی در بازه } t_1 \text{ تا } t_2$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{|S_1| - |S_2|}{t_2 - t_1} \text{ سرعت متوسط در بازه } t_1 \text{ تا } t_2$$

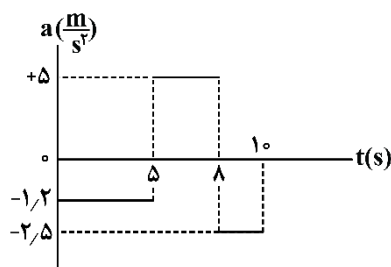
$$\ell = |S_1| + |S_2| \text{ مسافت در بازه } t_1 \text{ تا } t_2$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2|}{t_2 - t_1} \text{ تندی متوسط در بازه } t_1 \text{ تا } t_2$$



۳۸- مطابق شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی رسم شده که در مبدأ زمان در مکان $x = 8m$ بوده و دارای سرعت $(-4 \frac{m}{s})\vec{i}$ است.

در ۱۰ ثانیه اول حرکت، بیشترین فاصله متحرک از محل شروع حرکت، چند متر است؟



۳۷ (۱)

۲۹/۵ (۲)

۴۵ (۳)

۲۹ (۴)

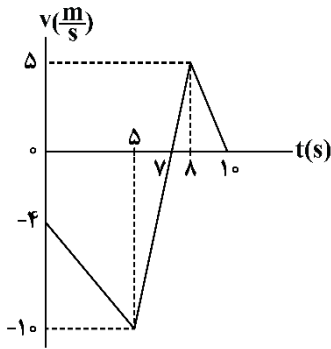
ابتدا سرعت متحرک را در لحظات $t = ۵s$ ، $t = ۸s$ و $t = ۱۰s$ به دست می آوریم:

$$0 \leq t < 5: v_{\Delta S} = a_1 \Delta t_1 + v_0 \Rightarrow v_{\Delta S} = (-1/2 \times 5) - 4 \Rightarrow v_{\Delta S} = -10 \frac{m}{s}$$

$$5 \leq t < 8: v_{\Delta S} = a_2 \Delta t_2 + v_{\Delta S} \Rightarrow v_{\Delta S} = (5 \times 3) - 10 \Rightarrow v_{\Delta S} = +5 \frac{m}{s}$$

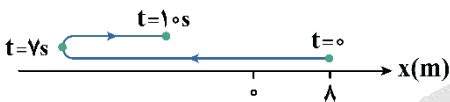
$$8 \leq t < 10: v_{10s} = a_3 \Delta t_3 + v_{\Delta S} \Rightarrow v_{10s} = (-2/5 \times 2) + 5 \Rightarrow v_{10s} = 0$$

در نتیجه نمودار سرعت - زمان برای این متحرک به صورت مقابل است:



با توجه به نمودار، متحرک در بازه صفر تا $7s$ در حال حرکت در خلاف جهت محور x و دور شدن از مبدأ حرکتش است. از $7s$ تا $10s$ مجدداً به مبدأ نزدیک تر می شود.

پس کافیست مساحت سطح بین نمودار و محور t را تا لحظه $7s$ محاسبه کنیم:



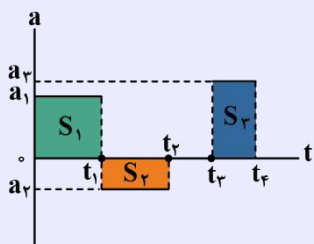
$$\Delta x_{0-7s} = \Delta x_{0-5s} + \Delta x_{5s-7s} = -\left(\frac{(4+10)(5)}{2}\right) - \left(\frac{2 \times 10}{2}\right) = -45m \Rightarrow |\Delta x| = 45m$$

سوتی های پرتکرار

اگر بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان را حساب کرده باشید در دام گزینه (۱) می افتید.

نمودار شتاب - زمان

در حرکت با شتاب ثابت، نمودار شتاب - زمان، خطی موازی محور زمان می باشد. اگر شتاب ثابت حرکت در هر بازه زمانی با بازه دیگر در طول حرکت متفاوت باشد، نمودار به شکل زیر، پله ای خواهد بود و مساحت زیر نمودار در هر بخش، با تغییرات سرعت در آن بازه زمانی برابر است:

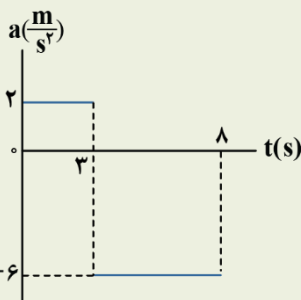


$$\Delta v = +S_1 - S_2 + S_3$$

در بازه t_2 تا t_3 شتاب صفر است.

کنکور سراسری ریاضی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

۴۶- شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی است که در لحظه $t = 0s$ با سرعت $\vec{v} = +\left(8 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$ حرکت کرده است. تندی متوسط متحرک



در این ۸ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۲

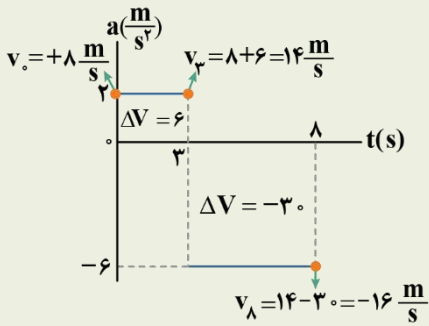
(۲) ۱۵

(۳) $\frac{43}{4}$

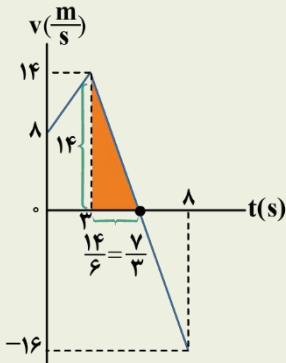
(۴) $\frac{53}{6}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که مساحت زیر نمودار شتاب - زمان برابر Δv است، سرعت متحرک را در لحظات مرزی محاسبه می کنیم:



حال نمودار سرعت - زمان را رسم می کنیم:



با توجه به این که شیب قسمت دوم نمودار $a = -6 \frac{m}{s^2}$ است، پس باید در مثلث رنگی، ضلع افقی $\frac{1}{6}$ ضلع قائم باشد.

حال مساحت زیر نمودار را به دست می آوریم:

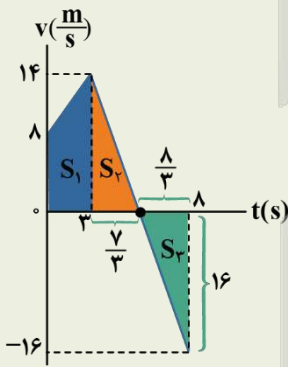
$$S_1 = \frac{8+14}{2} \times 3 = 33 \text{ m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 14 \times \frac{7}{3} = \frac{49}{3} \text{ m}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 16 = \frac{64}{3} \text{ m}$$

$$\text{مسافت طی شده } l = 33 + \frac{49}{3} + \frac{64}{3} = \frac{212}{3} \text{ m}$$

$$\text{تندی متوسط } s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{212}{3}}{8} = \frac{53}{6} \text{ m/s}$$

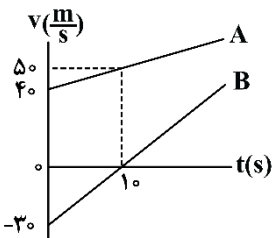


پاسخ: گزینه ۴

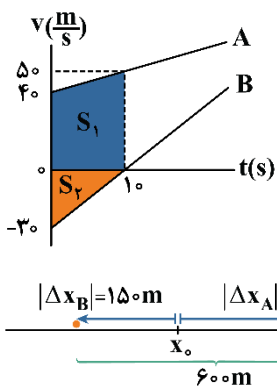


۳۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که از یک مکان بر روی محور x شروع به حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در

لحظه $t=10\text{s}$ ، فاصله دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟



- ۱) ۱۵۰
- ۲) ۳۰۰
- ۳) ۴۵۰
- ۴) ۶۰۰



جابه‌جایی هر یک از دو متحرک را از لحظه صفر تا لحظه ۱۰s به کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_A = S_1 = \frac{40 + 50}{2} \times 10 = 450 \Rightarrow \Delta x_A = 450 \text{ m}$$

$$|\Delta x_B| = S_2 = \frac{30 \times 10}{2} = 150 \Rightarrow \Delta x_B = -150 \text{ m}$$

چون دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده‌اند، در لحظه $t = 10 \text{ s}$ ، فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر $450 + 150 = 600 \text{ m}$ است.

راهنمای مسیرت

در مسائل دو متحرکه، حتماً به علامت سرعت‌ها دقت کنین تا جهت حرکت متحرک رو خوب تشخیص بدین و بر مبنای اون و البته مکان اولیه متحرک‌ها، تحلیل درستی از نحوه تغییر فاصله دو متحرک داشته باشین.

سوتی‌های پرتکرار

اگر به جهت حرکت دو متحرک تا لحظه ۱۰s دقت نکنید، در دام گزینه (۲) گرفتار می‌شوید.



۴۰ - خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ از حال سکون، شروع به حرکت می‌کند.

در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ از آن سبقت می‌گیرد. پس از گذشت چند ثانیه، خودرو به کامیون می‌رسد؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

معادله مکان - زمان دو متحرک را نوشته و سپس لحظه رسیدن دو متحرک به یکدیگر را به دست می‌آوریم: (مکان اولیه دو متحرک را مبدأ $x = 0$ در نظر می‌گیریم.)

$$\begin{cases} \text{خودرو: } x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_1 = t^2 \\ \text{کامیون: } x = vt + x_0 \Rightarrow x_2 = 10t + 0 \Rightarrow x_2 = 10t \end{cases}$$

$$\text{لحظه به هم رسیدن دو متحرک: } x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \text{ s } \checkmark \end{cases}$$





شیمی ۳ : مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا قبل از ثابت تعادل)
صفحه‌های ۱ تا ۲۰

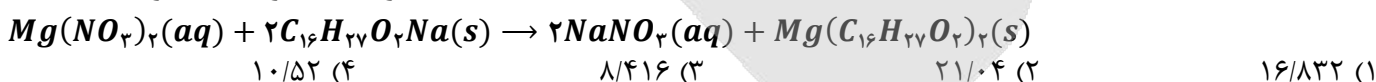
بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۳ : ۲ الی ۳ تست از ۳۰ تست کنکور

سهم در
کنکور

۴۱- اگر ۰/۰۸ مول نیتریک اسید با مقدار کافی فلز منیزیم واکنش دهد، از واکنش نمک حاصل از این فرایند با مقدار کافی صابون با فرمول شیمیایی $C_{16}H_{33}O_2Na$ در یک واکنش با بازده ۸۰٪، چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟

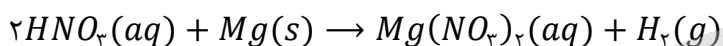
($Mg = 24$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)



(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش انجام شده بین نیتریک اسید و فلز منیزیم به صورت زیر است:



ابتدا با استفاده از مقدار مول نیتریک اسید (نوعی اسید قوی تک ظرفیتی)، مقدار مول منیزیم نیترات تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } Mg(NO_3)_2 = 0/08 \text{ mol } HNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2}{2 \text{ mol } HNO_3} = 0/04 \text{ mol}$$

معادله واکنش منیزیم نیترات با ترکیب صابونی داده شده به صورت زیر است:



در قدم بعد با توجه به مقدار مول منیزیم نیترات، مقدار نظری رسوب تولید شده را به دست می‌آوریم:

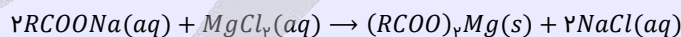
$$? \text{ g } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2 = 0/04 \text{ mol } Mg(NO_3)_2 \times \frac{1 \text{ mol } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2}{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2} \times \frac{526 \text{ g } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2}{1 \text{ mol } Mg(C_{16}H_{33}O_2)_2} = 21/04 \text{ g}$$

در قدم پایانی با توجه به فرمول بازده درصدی، مقدار عملی رسوب تولید شده را حساب می‌کنیم:

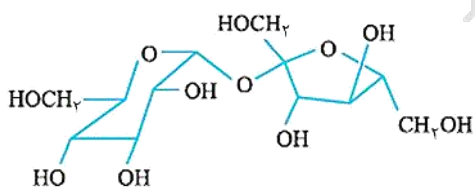
$$\text{مقدار عملی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{100} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{\text{مقدار عملی}}{21/04 \text{ g}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 16/832 \text{ g}$$

آب سخت

به آب‌هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود. صابون‌های جامد و مایع هر دو با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهند که به صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. برای مثال واکنش صابون‌های جامد با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} به صورت زیر است:



پاک‌کننده‌های غیر صابونی، یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست (گروه $-SO_3^-$) دارند. گروه $-SO_3^-$ که انتهای باردار قسمت آنیونی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، باعث حل شدن پاک‌کننده در آب می‌شود. از طرف دیگر، این گروه برخلاف گروه $-CO_2^-$ در صابون‌ها، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد و در نتیجه پاک‌کننده‌های غیر صابونی در آب سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.



۴۲- درباره ترکیب مقابل، کدام موارد از عبارات‌های زیر درست است؟

الف - تعداد اتم هیدروژن این ماده با دهمین عضو آلکن‌ها برابر است.

ب - شمار پیوندهای $C-O$ در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH است.

ج - شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی آن، برابر با شمار کربن در نفتالن است.

د - اگر اتم H در گروه‌های هیدروکسیل آن با گروه‌های متیل جایگزین شوند، انحلال‌پذیری آن در آب افزایش می‌یابد.

(۴) فقط «الف»

(۳) «ج» و «د»

(۲) «ب» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

تنها عبارت (الف) درست است.

بررسی موارد:

الف) شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های موجود در ساختار ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش

تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$- (4 \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (2 \times \text{تعداد حلقه}) + 2 - (2 \times \text{تعداد کربن}) = \text{تعداد اتم هیدروژن}$$

$$- (4 \times 1) - (2 \times 2) - (2 \times 2) + 2 - (2 \times 12) = 22$$

دهمین عضو خانواده آلکن‌ها، ترکیبی با فرمول مولکولی $C_{11}H_{22}$ است که این ماده نیز در ساختار خود ۲۲ اتم هیدروژن دارد.

ب) با توجه به فرمول ساختاری ماده آلی مطرح شده، ۱۴ پیوند یگانه کربن-اکسیژن در آن قرار دارد. برای شمارش گروه‌های CH موجود

در یک ماده آلی، باید کربن‌هایی را پیدا کنیم که با اتم‌های کربن و اکسیژن اطراف خود مجموعاً ۳ پیوند برقرار کرده‌اند، چراکه هر اتم کربن در ساختار مواد آلی در تشکیل ۴ پیوند شرکت می‌کند. حال اگر یک اتم کربن، ۳ پیوند خود را با اتم‌های کربن و اکسیژن دیگر استفاده کرده باشد، ۱ پیوند باقی‌مانده خود را با ۱ اتم هیدروژن برقرار کرده و به‌صورت گروه CH مشاهده می‌شود. با توجه به نکته گفته شده، در ساختار ماده آلی مطرح شده، ۸ اتم کربن به‌صورت گروه CH حضور دارند.

ج) در ساختار مواد آلی، به ازای هر اتم هالوژن، سه جفت‌الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن یا گوگرد دو جفت‌الکترون و به ازای هر اتم

نیتروژن نیز یک جفت‌الکترون ناپیوندی داریم. اتم‌های کربن و هیدروژن، تمام الکترون‌های ظرفیتی خود را برای تشکیل پیوندهای اشتراکی مصرف کرده و بر روی آن‌ها الکترون ناپیوندی قرار نمی‌گیرد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار ماده آلی مطرح شده ۲۲ جفت الکترون ناپیوندی داریم، درحالی‌که مولکول نفتالن در ساختار خود دارای تنها ۱۰ اتم کربن است.

د) با تبدیل گروه‌های هیدروکسیل ماده مورد نظر به گروه متیل، قطبیت ماده کاهش پیدا کرده و توانایی آن در ایجاد پیوندهای هیدروژنی

کاهش پیدا می‌کند. در نتیجه این فرایند، انحلال‌پذیری ترکیب مورد نظر در آب کاهش پیدا می‌کند.



۴۲- کدام مورد درست است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) جرم مولی نوعی صابون جامد با بخش ناقطبی سیر شده که ۱۴ گروه CH_2 در ساختار خود دارد، $278 g.mol^{-1}$ است.

۲) با افزایش دما، همانند استفاده از پارچه پلی‌استری بجای پارچه نخی، درصد لکه باقی‌مانده روی لباس کاهش پیدا می‌کند.

۳) اگر ماده $C_{25}H_{40}O_6$ استر سه عاملی فاقد حلقه باشد، در هر واحد آن حداکثر ۳ پیوند دوگانه حضور دارد.

۴) به منظور افزایش خاصیت میکروبی‌کش صابون، به آن مواد گوگرددار اضافه می‌کنند.

فرمول شیمیایی صابون‌های جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به‌صورت $C_n H_{2n-1} O_2 Na$ است. از بین کربن‌های موجود در ساختار بخش آنیونی این ماده، کربنی که به اتم‌های اکسیژن متصل است، پیوندی با اتم‌های هیدروژن ندارد. از طرفی کربن انتهای زنجیر کربنی نیز به‌صورت گروه CH_2 حضور دارد. باقی کربن‌های موجود در ساختار زنجیر هیدروکربنی به‌صورت گروه CH_2 یافت می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت صابونی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده با ۱۴ گروه CH_2 در ساختار خود، مجموعاً ۱۶ اتم کربن داشته و فرمول شیمیایی آن به‌صورت $C_{16} H_{31} O_2 Na$ با جرم مولی ۲۷۸ گرم بر مول است.

صابون

نقش پاک‌کنندگی صابون باعث شد تا کاربرد آن از پاکیزگی و تأمین بهداشت فردی و محیط خانه، به مراکز صنعتی، بیمارستانی و اداری نیز گسترش پیدا کند. این روند، سبب رشد چشم‌گیر صابون‌سازی و تبدیل آن به یک صنعت بزرگ در جهان شد. این صنعت، نقش چشم‌گیری در کاهش بیماری‌های گوناگون و افزایش سطح بهداشت در جهان داشته است.

در این زمان، عوامل زیر، چون سدی بر سر راه صنعت صابون سازی قرار گرفتند:

با افزایش جمعیت جهان، مصرف صابون نیز افزایش یافت.

تأمین صابون مورد نیاز جهان به روش های سنتی تقریباً ناممکن بود.

برای تولید صابون در مقیاس انبوه، به میزان زیادی چربی به عنوان مواد اولیه نیاز بود و تأمین این میزان چربی، به یک چالش تبدیل شد.

پاک کننده های صابونی در همه شرایط به خوبی عمل نمی کردند و استفاده از آن ها در برخی از موقعیت ها مثل سفرهای دریایی و صنایعی که از آب شور استفاده می کردند، پاسخگوی نیاز انسان نبود.

نگرانی هایی از این دست، سبب شد تا شیمی دان ها برای شناسایی و تولید دیگر پاک کننده ها ترغیب شوند. شیمی دان ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک کنندگی بالا، بتوان آن ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی دان ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون ها، ساختاری دوگانه دوست (هم چربی دوست و هم آب دوست) داشته باشد. سرانجام آن ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه تولید شده در صنایع پتروشیمی، پاک کننده های غیرصابونی را بسازند.

بررسی سایر گزینه ها:

با افزایش دما، سرعت پاک شدن لکه از انواع پارچه افزایش پیدا می کند. از طرفی ذرات چربی با لیاف پلی استری نسبت به لیاف پنبه، پیوند قوی تری ایجاد می کنند و در نتیجه صابون لکه های چربی موجود در پارچه های نخ را آسان تر از لکه های چربی موجود در پارچه های پلی استری پاک می کند. جدول زیر عوامل مؤثر بر قدرت پاک کنندگی صابون را بررسی می کند:

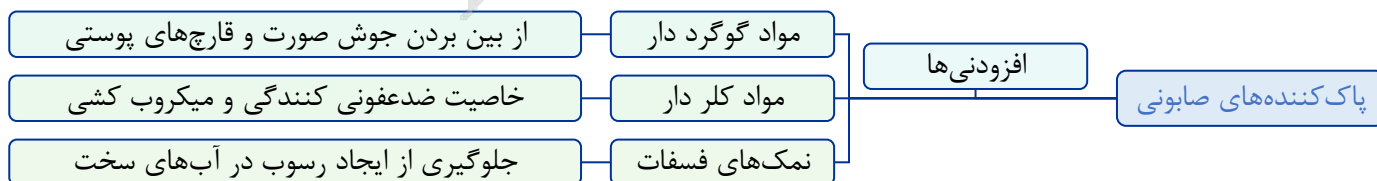
هرچه قدر که صابون درصد چربی بیشتری را از روی سطح لباس پاک کند، قدرت بیشتری دارد.	قدرت پاک کنندگی صابون
با افزایش مقدار صابون، قدرت پاک کنندگی صابون افزایش پیدا می کند.	
استفاده از پارچه نخ بجای پلی استری، قدرت پاک کنندگی صابون را افزایش می دهد.	
هرچه آب درجه سختی بیشتری داشته باشد، قدرت پاک کنندگی صابون کاهش پیدا می کند.	
اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک کنندگی صابون را افزایش می دهد.	
با افزایش دما، قدرت پاک کنندگی صابون افزایش پیدا می کند.	

فرمول کلی استرهای سه عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{2n-4}O_6$ است و به ازای هر پیوند دوگانه بین کربن ها در ساختار این گروه از مواد، دو عدد از اتم های هیدروژن آن ها را کم می کنیم. بر این اساس، می توان برداشت کرد که در ماده آلی داده شده، حداکثر ۳ پیوند دوگانه کربن-کربن حضور دارد. با توجه به اینکه در هر گروه استری نیز بین اتم کربن و یکی از اکسیژن ها یک پیوند دوگانه حضور دارد، استر مورد نظر در کل دارای ۶ پیوند دوگانه در ساختار خود است.

چرا چربی ها در آب حل نمی شوند؟

هر یک از مولکول های سازنده چربی ها (اسیدهای چرب و استرهای با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی (بخش آب دوست) و یک بخش ناقطبی (بخش چربی دوست و یا آبگریز) تشکیل شده است. از آن جا که بخش اعظم این مولکول ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می آیند و در حلال های قطبی مانند آب حل نمی شوند. به خاطر نامحلول بودن چربی ها در حلال های قطبی، آب به تنهایی نمی تواند چربی های موجود بر روی پوست و لباس ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک کردن چربی ها باید از سایر پاک کننده ها کمک بگیریم.

به منظور افزایش خاصیت میکروبی کشی صابون ها به آن ها ترکیبات کلردار افزوده می شود، در حالی که از افزودن مواد شیمیایی گوگرددار به صابون ها، برای از بین بردن قارچ ها و جوش های پوستی استفاده می شود. نمودار زیر، نقش افزودنی های مختلف را در پاک کنندگی صابونی نشان می دهد:





۴۴- در شرایط استاندارد، ۸۹/۶ لیتر مخلوط گازی از گوگرد تری اکسید و اکسیژن که درصد حجمی هر گاز در آن برابر با ۵۰٪ است را در مقداری آب حل کرده و جرم محلول را به 50 kg می‌رسانیم. غلظت یون سولفات در محلول ایجاد شده بر حسب ppm کدام است؟ ($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

۲۸۸۰ (۴)

۹۶۰ (۳)

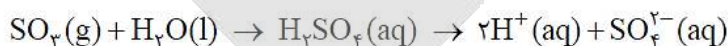
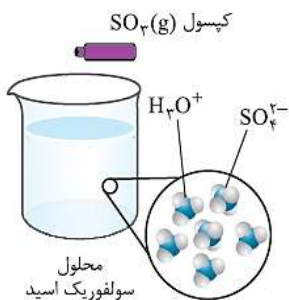
۳۸۴۰ (۲)

۱۹۲۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اکسیژن با آب واکنش نداد و به صورت مولکولی در آب حل می‌شود، اما گاز گوگرد تری اکسید با آب واکنش داده و یون سولفات را تولید می‌کند. واکنش میان گاز گوگرد تری اکسید و آب به صورت زیر است:



طبق فرض سؤال، درصد حجمی هر گاز در مخلوط اولیه برابر با ۵۰٪ است، پس می‌توان گفت در مخلوط اولیه ۴۴/۸ لیتر از هر گاز وجود دارد. همان‌طور که مشخص است، با حل شدن هر مول گوگرد تری اکسید در آب، یک مول یون سولفات در محلول ایجاد می‌شود؛ پس داریم:

$$? g SO_4^{2-} = 44/8 L SO_3 \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{22/4 L SO_3} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{1 \text{ mol } SO_3} \times \frac{96 g SO_4^{2-}}{1 \text{ mol } SO_4^{2-}} = 192 g$$

در قدم بعد، باید غلظت یون سولفات را در محلول مورد نظر محاسبه کنیم. برای به دست آوردن غلظت ppm یک محلول، از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \implies \text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^3 \implies \text{ppm} = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول}}$$

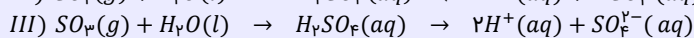
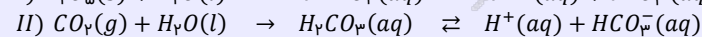
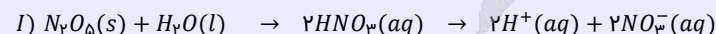
بر این اساس، داریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{192 g}{50 \text{ kg محلول} \times \frac{1000 g \text{ محلول}}{1 \text{ kg محلول}}} \times 10^6 = 3840 \text{ واحد}$$

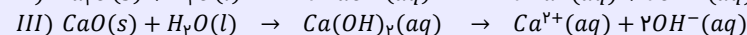
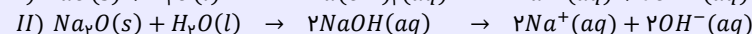
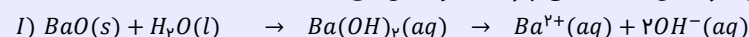
با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت یون سولفات در محلول حاصل از این فرایند برابر با 3840 ppm است.

واکنش اکسید عناصر با آب

اکسیدهای حاصل از برخی عناصر، با مولکول‌های آب وارد واکنش شده و مقدار pH آب را تغییر می‌دهند. از آنجا که طی انحلال این مواد در آب، غلظت یون‌های هیدروژن و هیدروکسید در آب تغییر می‌کند، می‌توان آن‌ها را جزء اسیدها و بازهای آرنیوس به حساب آورد. اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن در محلول شده و pH محلول را کاهش می‌دهند. به‌عنوان مثال، دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید و گوگرد تری اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:



اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید در محلول شده و pH محلول را افزایش می‌دهند. به‌عنوان مثال، باریم اکسید، سدیم اکسید و کلسیم اکسید (آهک)، براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:



۴۵- محلولی از اسید HA با غلظت 0.4 مول بر لیتر در اختیار داریم که درجه یونش اسید در آن برابر با 0.2 است. غلظت یون هیدروژن در این محلول برابر با چند مول بر لیتر بوده و اگر حجم محلول برابر با 5 لیتر باشد، چند گرم اسید یونیده نشده در این محلول وجود دارد؟ ($HA = 40 \text{ g.mol}^{-1}$)

۳۲ - ۰/۸ (۴)

۳۲ - ۰/۰۸ (۳)

۶۴ - ۰/۸ (۲)

۶۴ - ۰/۰۸ (۱)

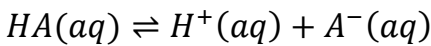
(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

در گام اول، برای محاسبه غلظت یون هیدرونیوم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$[H^+] = M \times \alpha = 0.4 \times 0.2 = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

در رابطه بالا، مؤلفه M معادل با غلظت اولیه اسید بوده و α نیز معادل با درجه یونش اسید در محلول است. واکنش یونش اسید مورد نظر در محلول به صورت زیر است:



در رابطه با غلظت اسید یونیده نشده، داریم:

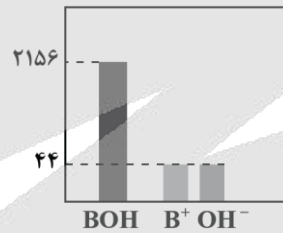
$$[HA] = [HA]_{\text{اولیه}} - [H^+] = 0.4 - 0.08 = 0.32 \text{ mol.L}^{-1}$$

با توجه به محاسبات بالا، غلظت ذرات اسید یونیده نشده موجود در محلول برابر با 0.32 مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g HA} = 5 \text{ L محلول} \times \frac{0.32 \text{ mol HA}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{40 \text{ g HA}}{1 \text{ mol HA}} = 64 \text{ g}$$



۴۶- نمودار زیر، شمار نسبی ذره‌ها را در محلولی از باز BOH بعد از یونش نمایش می‌دهد:



در محلولی با غلظت 2 مول بر لیتر از باز مورد نظر، درجه یونش چقدر بوده و غلظت یون هیدروکسید چند مول بر لیتر است؟

۰/۰۸ - ۰/۰۴ (۴)

۰/۰۸ - ۰/۰۲ (۳)

۰/۰۴ - ۰/۰۴ (۲)

۰/۰۴ - ۰/۰۲ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

در محلول حاصل، 2156 مولکول از باز به صورت یونیده نشده بوده و 44 ذره از این ماده نیز به صورت یونیده شده است. بر این اساس، می‌توان گفت در ابتدای کار $44 + 2156$ تعداد ذره بازی وجود داشته است. درجه یونش باز مورد نظر به صورت زیر است:

$$\text{درجه یونش} = \frac{44}{2156 + 44} \Rightarrow \text{درجه یونش} = 0.02 = \frac{\text{تعداد مولکول‌های یونیده شده}}{\text{تعداد مولکول‌های یونیده شده} + \text{تعداد مولکول‌های یونیده نشده}}$$

غلظت یون هیدروکسید در محلول، برابر است با:

$$[OH^-] = 2 \times 0.02 \times 1 \Rightarrow [OH^-] = 0.04 \text{ mol.L}^{-1}$$



۴۷- کدام یک از مطالب زیر درباره پاک‌کننده‌ای با فرمول $SO_3Na - C_6H_4 - (CH_2)_2 - (CH_2)_2 - (CH_2)_2 - C_6H_4 - CH_3(CH_2)_2$ درست است؟

الف - سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک، جزو مواد اولیه لازم برای تولید این ماده است.

ب - شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار آن، $3/75$ برابر شمار پیوندهای $C = C$ در آن است.

ج - با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب دریا واکنش می‌دهد و رسوبی به رنگ سفید تولید می‌کند.

د - این ماده، نوعی ترکیب مولکولی بوده و ذرات چربی، به سمت بخش باردار این ماده جهت‌گیری می‌کنند.

۴ «ج» و «د»

۳ «ب» و «ج»

۲ «الف» و «د»

۱ «الف» و «ب»

شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که علاوه بر قدرت پاک‌کنندگی بالا، بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. با توجه به رابطه میان ساختار و رفتار یک ماده، شیمی‌دان‌ها به دنبال موادی بودند که همانند صابون‌ها، ساختاری دوگانه دوست (هم چربی دوست و هم آب دوست) داشته باشد. سرانجام آن‌ها توانستند با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه موجود در صنایع پتروشیمی، پاک‌کننده‌های جدیدی را تولید کنند. این مواد، به پاک‌کننده‌های غیرصابونی معروف بوده و فرمول همگانی آن‌ها به صورت $RC_nH_mSO_3Na$ است. پاک‌کننده ذکر شده یک پاک‌کننده غیرصابونی بوده و ساختار آن به صورت زیر است:



بر این اساس، عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی موارد:

الف) پاک‌کننده‌های غیرصابونی در صنعت از بنزن و دیگر مواد اولیه پتروشیمیایی ساخته می‌شوند. بنزن، سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک بوده و یکی از مواد اصلی در ساخت این گونه پاک‌کننده‌ها است.

پاک‌کننده‌های غیرصابونی

پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، طی واکنش‌های پیچیده و از مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند. این پاک‌کننده‌ها، همانند بنزن، نفتالن، بنزوئیک اسید، بنزالدهید و ... دارای یک حلقه کربنی آروماتیک (حلقه بنزنی) در ساختار خود هستند. پاک‌کننده‌های غیرصابونی، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به پاک‌کننده‌های صابونی دارند.

پ) در هر مولکول از این پاک‌کننده، ۴ پیوند دوگانه $C=C$ و ۱۵ پیوند $C-C$ موجود است. بنابراین مقدار نسبت خواسته شده برابر با $\frac{3}{75}$ است.

ج) پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آب سخت واکنش نمی‌دهند و رسوبی نیز تولید نمی‌کنند. به همین دلیل است که قدرت پاک‌کننده‌های غیرصابونی بیشتر از پاک‌کننده‌های صابونی است.

د) پاک‌کننده‌های غیرصابونی و صابونی، نوعی ترکیب یونی به شمار می‌روند. توجه داریم که لکه‌های چربی با بخش هیدروکربنی یا بخش ناقصی پاک‌کننده برهمکنش و اندروالسی ایجاد می‌کنند. این در حالی است که بخش SO_3^- ، بخش قطبی این پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد.



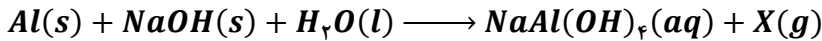
۴۸- محلول $0/04$ مولار باریوم هیدروکسید در آب، فلز منیزیم، رسانای الکتریسیته از نوع بوده و رسانایی الکتریکی آن در مقایسه با محلول $0/04$ مولار سدیم یدید، است.

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| (۱) برخلاف - یونی - بیشتر | (۲) همانند - الکترونی - بیشتر |
| (۳) برخلاف - یونی - کمتر | (۴) همانند - الکترونی - کمتر |

رسانایی الکتریکی محلول $Ba(OH)_2$ در آب، به وسیله جابه‌جایی یون‌ها انجام می‌شود؛ در نتیجه این محلول آبی یک رسانای یونی به حساب می‌آید. رسانایی الکتریکی فلزاتی مانند منیزیم نیز از طریق جابه‌جایی الکترون‌ها انجام شده و این مواد نیز رسانای الکترونی به حساب می‌آیند. در واحد فرمولی باریوم هیدروکسید، مجموعاً ۳ یون (یک یون باریوم و ۲ یون هیدروکسید) وجود دارد در حالی که در واحد فرمولی سدیم یدید، مجموعاً ۲ یون (یک یون سدیم و یک یون یدید) وجود دارد. چون با انحلال باریوم هیدروکسید تعداد یون‌های بیشتری وارد محلول می‌شود، پس در غلظت برابر از محلول‌های باریوم هیدروکسید و سدیم یدید، رسانایی الکتریکی محلول باریوم هیدروکسید بیشتر از محلول دیگر خواهد بود.



۴۹- کدام یک از عبارتهای داده شده در رابطه با واکنش زیر نادرست است؟



- ۱) فرآورده گازی تولید شده در این واکنش، انحلال پذیری بیشتری نسبت به گاز نیتروژن مونوکسید در آب دارد.
- ۲) با انجام واکنش، دمای آب افزایش یافته و فرآوردههای واکنش، پایدارتر از واکنش دهندهها هستند.
- ۳) یکی از واکنش دهندههای این واکنش، می تواند در واکنش با اسیدهای چرب، صابون جامد تولید کند.
- ۴) با ریختن این مخلوط در آب، همانند انحلال لیتیم اکسید در آب، یک محلول رسانا ایجاد می شود.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

فرآورده گازی این واکنش، گاز هیدروژن است. گاز هیدروژن (H_2)، ناقطبی است ولی گاز نیتروژن مونوکسید (NO) قطبی است و به همین دلیل، در آب به مقدار بیشتری حل می شود. به عبارتی، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در آب بیشتر از انحلال پذیری گاز هیدروژن در آب است.

بررسی سایر گزینه ها:

۲) واکنش انجام شده، یک واکنش گرماده است و طی آن دمای آب افزایش می یابد. در واکنش های گرماده، سطح انرژی فرآوردهها، کمتر از واکنش دهندهها است؛ در نتیجه پایداری فرآوردهها، بیشتر از پایداری واکنش دهندهها است.

۳) تصویر زیر، نمایی از واکنش انجام شده را نشان می دهد:



همان طور که مشخص است، سدیم هیدروکسید می تواند با اسیدهای چرب موجود در درون لوله واکنش دهد و صابون جامد را تولید کند. خود این صابون باعث افزایش قدرت پاک کنندگی این مجموعه می شود.

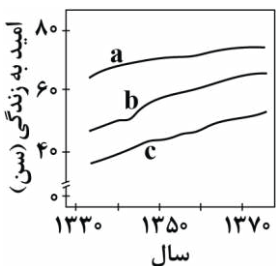
۴) محلول تولید شده طی این فرایند، حاوی آنیون و کاتیون بوده و رسانا است. با انحلال لیتیم اکسید در آب، محلولی از لیتیم هیدروکسید تولید شده و این محلول نیز رسانا است.



۵۰- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف - در نمودار مقابل، b شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار را نشان می دهد.
- ب - هنگام انحلال اتانول در آب، ماهیت ساختاری حل شونده حفظ می شود.
- ج - قدرت پاک کنندگی صابون آنزیم دار روی پارچه نخی بیشتر از صابون بدون آنزیم است.
- د - در صابون جامد، برخلاف صابون مایع، آرایش الکترونی کاتیون به زیر لایه S ختم می شود.

- ۱) «الف» و «ج»
- ۲) «الف» و «د»
- ۳) «ب» و «ج»
- ۴) «ب» و «د»



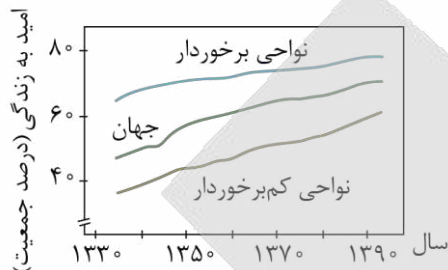
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی موارد:

شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. مقدار شاخص امید به زندگی در جهان، به مرور در حال افزایش یافتن است. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است. مطابق نمودار زیر، b شاخص امید به زندگی را در متوسط یا میانگین جهانی نمایش می‌دهد:



پ اتانول یک الکل دو کربنی بوده و به‌صورت مولکولی در آب حل می‌شود. موادی که به‌صورت مولکولی در آب حل می‌شوند، ماهیت ساختاری خود را در آب حفظ می‌کنند و به یون تبدیل نمی‌شوند.

ج صابون‌های مختلف، همه لکه‌های موجود بر روی پارچه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برند. در واقع، هر چه قدر که یک پاک‌کننده صابونی بتواند مقدار بیشتری از آلاینده‌ها و چربی‌های روی لباس را بزدايد، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد. قدرت پاک‌کنندگی یک صابون، به عوامل مختلفی از جمله نوع پارچه، دما، نوع آب و مقدار صابون بستگی دارد. با افزودن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی این ماده در آب افزایش پیدا می‌کند.

د در ساختار صابون‌های جامد، یون Na^+ و در ساختار صابون‌های مایع نیز یون K^+ و یا یون آمونیوم یافت می‌شود. سدیم و پتاسیم هر دو متعلق به دسته S جدول دوره‌ای هستند و با از دست دادن یک الکترون به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسند. سدیم به آرایش الکترونی نئون و پتاسیم به آرایش الکترونی آرگون می‌رسد. آرایش الکترونی یون‌های سدیم (Na^+) و پتاسیم (K^+) به زیرلایه p ختم می‌شود.



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

