

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۳ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه	۷۰ دقیقه	۴۰	۱	۴۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره با ما

شیمی ۱ ردپای گازها در زندگی صفحه‌های ۶۶ تا ۸۴ سهم در کنکور: ۱ سؤال	فیزیک ۱ دما و گرما صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲ سهم در کنکور: ۱ سؤال	آمار و احتمال آمار توصیفی صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴ سهم در کنکور: ۱ سؤال	ریاضی پایه توابع نمایی و لگاریتمی حسابان ۱: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ در پی غذای سالم صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۲ مغناطیس صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸ سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال		هندسه ۲ تبدیل‌های هندسی و کاربردها صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴ سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (بیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار





۱- اگر تابع $f(x) = \left(\frac{m+3}{v-m}\right)^x$ یک تابع نمایی باشد، مجموع مقادیر صحیح m کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۱۶ (۲) ۲۲ (۳) ۲۰ (۴)

۲- با فرض $25^x = 64$ ، حاصل $\frac{5x+3}{x}$ کدام است؟

- ۱۶۰ (۱) ۸۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۰ (۴)

۳- اگر $2^x + 2^{-x} = 3$ باشد، حاصل $8^x + 8^{-x}$ کدام است؟

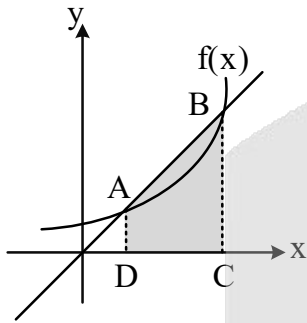
- ۱۸ (۱) ۳۶ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴)

۴- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $9^x - 4(3^{x+1}) + 27 = 0$ باشند، حاصل $x_1^3 + x_2^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴)

۵- با توجه به شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = 2^{x-1}$ ، نیمساز ناحیه اول و سوم را در نقاط A و B قطع کرده است.

مساحت ذوزنقه $ABCD$ کدام است؟



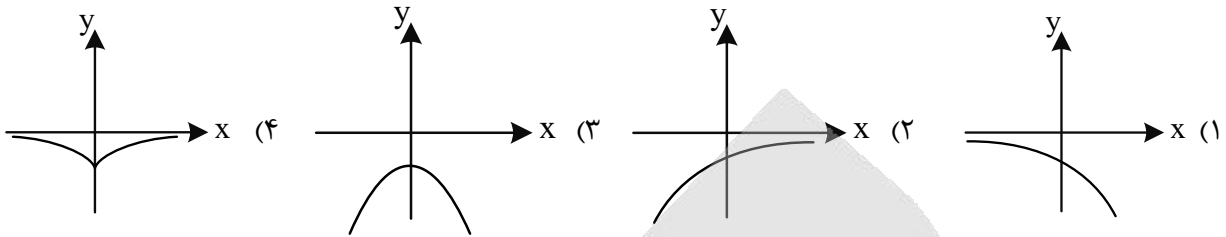
- ۱ (۱)
 $\frac{3}{2}$ (۲)
 $\frac{5}{2}$ (۳)
 $\frac{7}{2}$ (۴)

۶- دو تابع $f(x) = 3 - 2^{x+1}$ و $g(x) = \frac{5 - 2^{2x+1}}{3}$ در نقاط به طول α و β متقاطع هستند. مجموع $f(\alpha)$ و $g(\beta)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) صفر (۴)

محل انجام محاسبات

۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2^x - 2^{x+2}}{4^x}$ به کدام صورت است؟



۸- اگر $1 = \log_2(2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)}))$ باشد، آن گاه مقدار x کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹- با فرض $f(x) = \log_2^x + \log_x^2$ ، اگر دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{|f(x)| - f(x)}}$ به صورت (a, b) باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰- اگر $\log_2^3 = a$ و $\log_5^2 = b$ باشد، آن گاه حاصل \log_{75}^{15} بر حسب a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{a+b}{ab+1}$ (۲) $\frac{ab+1}{a+2b}$ (۳) $\frac{a+b}{a+2b}$ (۴) $\frac{ab+1}{ab+2}$

۱۱- اگر $f(x) = \begin{cases} f(x+1) & ; x < 1 \\ 5^{x-2} & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\log_5^3)$ کدام است؟

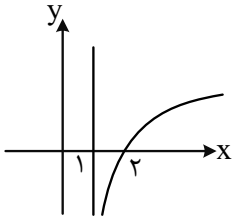
- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۲- حاصل عبارت $\frac{\log_2^{16}}{\log_2^2} - \frac{\log_2^{16}}{\log_2^2}$ کدام گزینه می باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳- اگر نمودار تابع $f(x) = \log_2^{(ax+b)}$ به صورت شکل مقابل باشد، آن گاه $f(\frac{5}{4})$ کدام است؟



- ۱ (۱) $-\frac{1}{4}$ ۲ (۲) $-\frac{1}{2}$
 ۳ (۳) -1 ۴ (۴) -2

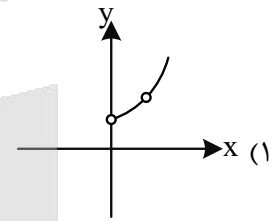
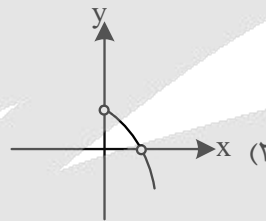
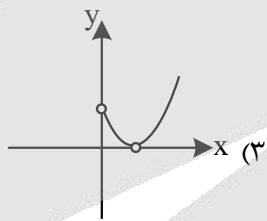
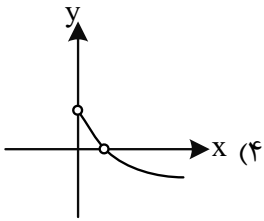
۱۴- جواب معادله $\log_x^{(2x+2)} = \frac{5}{2} - \log_x^{(2x+2)}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{3} + 1$ ۲ (۲) $\sqrt{3} - 1$ ۳ (۳) $\sqrt{2} + 1$ ۴ (۴) $\sqrt{2} - 1$

۱۵- جواب معادله $\log_2^x = 3^{1+\log_2^2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{6}$ ۲ (۲) $\sqrt{5}$ ۳ (۳) $\sqrt{3}$ ۴ (۴) $\sqrt{2}$

۱۶- نمودار تابع $f(x) = 2 - x^x \log_x^2$ به نمودار موجود در کدام گزینه شبیه است؟



۱۷- اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $\sqrt{x}^{(-1+\log_2^x)} = 5$ باشند ($x_1 > x_2$)، آن گاه حاصل $\log_{x_2}^{x_1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) 3 ۲ (۲) -3 ۳ (۳) 2 ۴ (۴) -2

محل انجام محاسبات

۱۸- با فرض $(\sqrt{x}) \log_x^{\sqrt{3}} = (\sqrt{x}) \log_x^{\sqrt{3}}$ ، حاصل $\log_4^{(3x-4)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۹- اگر بزرگی زلزله‌ای در مقیاس ریشتر برابر M و انرژی آزاد شده بر حسب ارگ برابر E باشد؛ آن‌گاه انرژی زلزله از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می‌آید. انرژی زلزله‌ای به بزرگی $5/2$ ریشتر چند برابر زلزله‌ای به شدت $3/2$ ریشتر است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰

۲۰- طول یک شمع ۲۰ سانتی‌متر است. اگر در هر دقیقه ۲ درصد از طول آن کم شود، پس از چند دقیقه طول آن ۵ سانتی‌متر می‌شود؟ ($\log 7 \approx 0/8$, $\log 2 \approx 0/3$)

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۱- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد تجانس درست است؟

- الف) در تجانس مستقیم نقطه M ، مرکز تجانس، بین نقطه M و مجانسش یعنی M' قرار می‌گیرد.
 ب) هر دو خط موازی فقط با تجانس مستقیم می‌توانند مجانس هم باشند.
 ج) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.
 د) تجانس اندازه زاویه را حفظ نمی‌کند.
 هـ) هیچ‌گاه دو خط متقاطع نمی‌توانند مجانس یکدیگر باشند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

۲۲- اگر نقطه $A(-2, 3)$ مجانس نقطه $B(4, 7)$ با نسبت تجانس ۳ باشد، مختصات مرکز تجانس کدام است؟

- (۱) $(5, 7)$ (۲) $(4, 8)$ (۳) $(7, 9)$ (۴) $(5, 8)$

محل انجام محاسبات

۲۳- پاره خط دلخواه BC به طول ۳ و نقطه A غیر واقع بر آن را در نظر بگیرید. اگر تصویر پاره خط تحت تجانس به

مرکز A و نسبت ۴ را $B'C'$ بنامیم، نسبت مساحت چهارضلعی $BCC'B'$ به مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۱۵

۲۴- مجانس مثلث متساوی الاضلاع با ارتفاع $3\sqrt{3}$ در تجانس به مرکز O و نسبت $k = -2$ را پیدا کرده ایم. مساحت

تصویر این مثلث تحت این تبدیل کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $36\sqrt{3}$

۲۵- دایره $C(O, R)$ را به مرکز نقطه مفروض A روی دایره ابتدا با تجانس به نسبت $k = 2$ تصویر نموده و سپس دایره

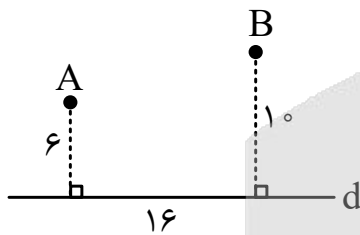
به دست آمده را به همین مرکز و با نسبت تجانس $k' = -3$ تصویر می کنیم تا دایره $C(O', R')$ به دست آید.

فاصله OO' چند برابر R است؟

- (۱) ۷ برابر (۲) ۶ برابر (۳) ۱۲ برابر (۴) ۵ برابر

۲۶- در شکل زیر، نقطه M را روی خط d طوری به دست آورده ایم که اندازه $AM + BM$ ، کمترین مقدار را داشته

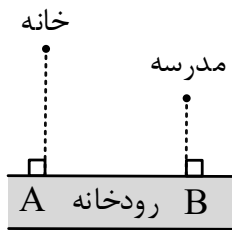
باشد. $BM - AM$ کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{2}$
 (۲) $5\sqrt{2}$
 (۳) $6\sqrt{2}$
 (۴) $7\sqrt{2}$

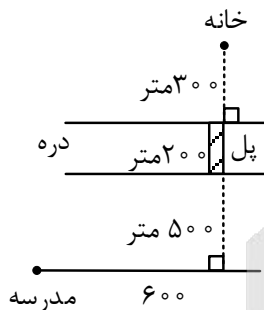
محل انجام محاسبات

۲۷- در شکل مقابل خانه، مدرسه و رودخانه روستای آقای کامیار داده شده است. اگر فاصله A تا B، ۱۲ کیلومتر، فاصله خانه تا رودخانه ۳ کیلومتر و فاصله مدرسه تا رودخانه ۲ کیلومتر باشد، کمترین مسافتی که کامیار طی می کند تا از خانه به کنار رودخانه برود و سپس از آن جا به مدرسه برسد، چند کیلومتر است؟



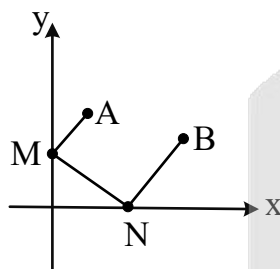
- (۱) ۱۳
- (۲) $2 + \sqrt{153}$
- (۳) $3 + \sqrt{148}$
- (۴) ۱۸

۲۸- نزدیک خانه کامیار یک دره با عرض ۲۰۰ متری است که روی آن یک پل قرار دارد. اگر کامیار مستقیم و عمود بر لبه دره ۳۰۰ متر بیاید به پل می رسد، اگر بعد از عبور از پل، ۵۰۰ متر دیگر طی کند و سپس عمود بر مسیری که آمده، ۶۰۰ متر برود به مدرسه می رسد. پدر او، پل را جابه جا می کند تا مسیر او نزدیک تر شود. کوتاه ترین مسیر ممکن به مدرسه با پلی ۲۰۰ متری که عمود بر لبه های دره است، چند متر است؟



- (۱) ۱۰۰۰
- (۲) ۱۲۰۰
- (۳) ۱۴۰۰
- (۴) ۱۶۰۰

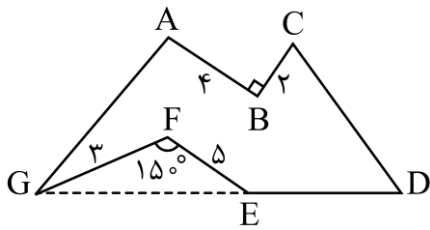
۲۹- نقاط $A\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{6}\right)$ و $B\left(\frac{6}{4}, \frac{6}{6}\right)$ در صفحه محورهای مختصات مفروض اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور حرکت می کنند. زمانی که اندازه خط شکسته AMNB کمترین مقدار ممکن باشد، طول MN کدام است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۹

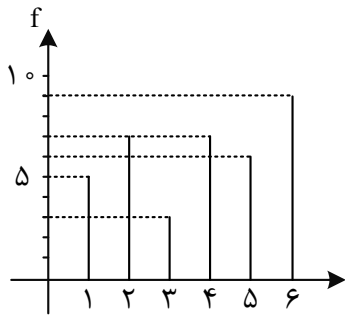
محل انجام محاسبات

۳۰- دور تا دور زمینی را مطابق شکل زیر، حصارکشی کرده‌ایم. اگر بخواهیم بدون تغییر طول حصارها، مساحت را تا حد امکان افزایش دهیم، میزان این افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) ۷/۷۵
- (۲) ۱۵/۵
- (۳) ۱۷
- (۴) ۳۱

۳۱- با توجه به نمودار مقابل، اندازه دامنه میان چارکی داده‌ها کدام است؟



- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

۳۲- در یک نمودار دایره‌ای شامل ۵ متغیر، هر زاویه مرکزی دو برابر زاویه مرکزی کوچک‌تر از خودش است. اگر تعداد کل داده‌ها ۴۳۴ باشد، فراوانی دسته وسط کدام است؟

- (۱) ۸۴
- (۲) ۹۸
- (۳) ۷۰
- (۴) ۵۶

۳۳- میانگین و میانه داده‌های x , ۲۴, ۲۵, ۳۷, ۱۰, ۲۶, ۳۰, ۲۳ با هم برابرند. مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۳
- (۲) ۲۴
- (۳) ۲۵
- (۴) ۲۶

۳۴- در جدول فراوانی $\frac{x_i}{f_i} \begin{matrix} 2 & a & 5 & 7 \\ 4 & 1 & a & 2 \end{matrix}$ ، اگر همه داده‌ها را ۳ برابر کنیم، میانگین ۱۲ می‌شود. a کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۵- در جدول فراوانی زیر، اگر به همه داده‌ها ۲ واحد اضافه و بعد همه را در ۳ ضرب کنیم، واریانس داده‌های جدید، کدام خواهد بود؟

x_i	۳	۵	۷	۹		
f_i	۱	۴	۳	۲	۶/۷۲ (۲)	۱۵/۱۲ (۱)
					۳۰/۲۴ (۴)	۱۰/۰۸ (۳)

۳۶- دو گروه آماری با میانگین یکسان در اختیار داریم. اگر گروه A شامل ۱۶ داده‌ی آماری با واریانس ۸/۵ و گروه B شامل ۱۴ داده‌ی آماری با واریانس ۱۶ باشند، انحراف معیار این ۳۰ داده با هم چقدر است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۷- اگر میانگین داده‌های a, b, c, d برابر با ۳ و واریانس آن‌ها صفر باشد، ضریب تغییرات داده‌های $2, 2d, 3d, a+b+1, a+2, b$ کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2/5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3/5}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

۳۸- اگر چارک اول در داده‌های $8, 9, 2a, 5, 1, 20, 4$ برابر ۴ باشد، انحراف معیار داده‌های بیش‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم چه عددی است؟

(۱) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۳۹- ده داده آماری با میانگین ۱۰ وجود دارد، اگر داده‌های $x_{11} = 7, x_{12} = 13$ را به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تمام داده‌ها ۲/۵ خواهد شد. واریانس داده‌های اولیه کدام است؟

(۱) ۶/۱ (۲) ۶/۲ (۳) ۵/۷ (۴) ۵/۹

۴۰- اختلاف از میانگین داده‌های گروه A به صورت $1, 0, -1, a, -1, 0$ و اختلاف از میانگین داده‌های گروه B به صورت $1, 1, 3, -3$ است. اگر ضریب تغییرات دو گروه با هم برابر باشد، مجموع داده‌های گروه A چند برابر مجموع داده‌های گروه B است؟

(۱) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکورهای ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۳ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی		ردیف
		تا	از				
۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه	۲۵ دقیقه	۶۰	۴۱	۲۰	فیزیک دهم	انتخاب یک	۱
	۲۵ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک یازدهم	درس به دلخواه	
	۲۰ دقیقه	۱۰۰	۸۱	۲۰	شیمی دهم	انتخاب یک	۲
	۲۰ دقیقه	۱۲۰	۱۰۱	۲۰	شیمی یازدهم	درس به دلخواه	

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استانداردهای دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره با ما

شیمی ۱	فیزیک ۱	آمار و احتمال	ریاضی پایه
ردپای گازها در زندگی صفحه‌های ۶۶ تا ۸۴	دما و گرما صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲	آمار توصیفی صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴	توابع نمایی و لگاریتمی حسابان ۱: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰
سهم در کنکور: ۱ سؤال	سهم در کنکور: ۱ سؤال	سهم در کنکور: ۱ سؤال	سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲	فیزیک ۲		هندسه ۲
در پی غذای سالم صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸	مغناطیس صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸	سهم در کنکور: ۱ سؤال	تبدیل‌های هندسی و کاربردها صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴
سهم در کنکور: ۲ سؤال	سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال		سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (بیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار



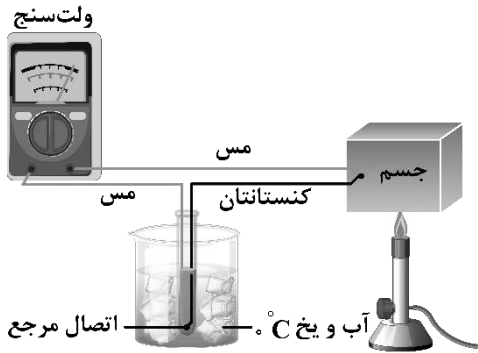
فیزیک پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۴۱- کدام یک از دماسنج‌های زیر جزو دماسنج‌های معیار نمی‌باشد؟

- (۱) دماسنج گازی (۲) دماسنج مقاومت پلاتینی (۳) تفسنج (۴) ترموکوپل

۴۲- کدام گزینه در مورد دماسنج ترموکوپل نادرست است؟

- (۱) گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد.
 (۲) مزیت ترموکوپل این است که به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد.
 (۳) به دلیل دقت کم‌تر دماسنج ترموکوپل نسبت به دماسنج‌های معیار، این دماسنج از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.
 (۴) کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل، جریان الکتریکی است.



۴۳- در چه دمایی بر حسب کلوین، عدد خوانده‌شده توسط دماسنج فارنهایت، ۳/۴ برابر عدد خوانده‌شده توسط دماسنج سلسیوس است؟

- (۱) ۲۷۵ (۲) ۲۶۳ (۳) ۲۹۳ (۴) ۲۸۵

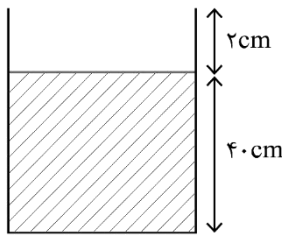
۴۴- طول یک پل معلق در دمای 25°C ، ۱ کیلومتر است. اگر جنس آلیاژ به کاررفته در ساخت این پل از فولاد باشد، با فرض این‌که در یک روز گرم تابستان دما به 45°C برسد، تغییر طول این پل چند متر خواهد بود؟

$$\left(\alpha_{\text{فولاد}} = 13 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}\right)$$

- (۱) ۰/۱۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۲/۶ (۴) ۰/۲۶

محل انجام محاسبات

۴۵- در شکل زیر، دمای مجموعه را تقریباً چند درجه سلسیوس بالا ببریم تا مایع از ظرف سرریز شود؟



$$\left(\alpha_{\text{ظرف}} = \frac{1}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{K}, \beta_{\text{مایع}} = 10^{-3} \frac{1}{K} \right)$$

(۱) ۱۸

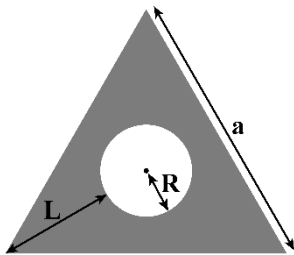
(۲) ۳۶

(۳) ۵۶

(۴) بستگی به سطح مقطع ظرف دارد.

۴۶- ورقه‌ای فلزی به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را که حفره‌ای به شعاع R مطابق شکل از آن بیرون کشیده‌ایم،

در نظر بگیرید. اگر دمای ورقه فلزی را به صورت یکنواخت افزایش دهیم، کدام گزینه صحیح است؟



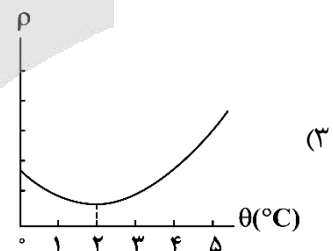
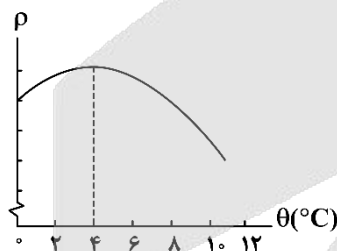
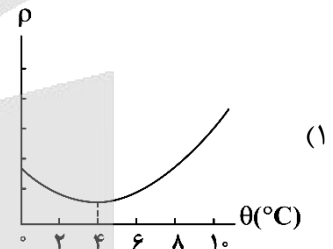
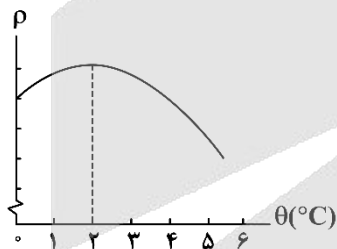
(۱) a و L افزایش ولی R کاهش می‌یابد.

(۲) a ، L و R ، هر سه افزایش می‌یابند.

(۳) a افزایش ولی R و L ثابت می‌ماند.

(۴) a و L افزایش ولی R ثابت می‌ماند.

۴۷- کدام یک از گزینه‌های زیر، نمودار تغییرات چگالی آب شیرین بر حسب دما را به درستی نشان می‌دهد؟

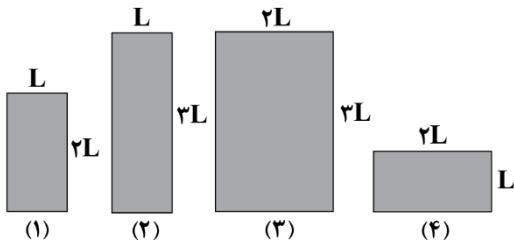


محل انجام محاسبات

۴۸- اگر دمای یک مایع را 50°C افزایش دهیم، چگالی آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. ضریب انبساط حجمی این مایع بر حسب SI کدام است؟

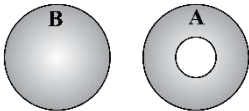
- (۱) 4×10^{-4} (۲) 4×10^{-3} (۳) $2/5 \times 10^{-4}$ (۴) $2/5 \times 10^{-3}$

۴۹- شکل زیر، چهار صفحه فلزی هم جنس به اضلاع متفاوت را در یک دما نشان می‌دهد. اگر دمای همه آن‌ها را به اندازه یکسان افزایش دهیم، کدام صفحه به ترتیب از راست به چپ بیشترین افزایش مساحت و کمترین افزایش ارتفاع را دارد؟



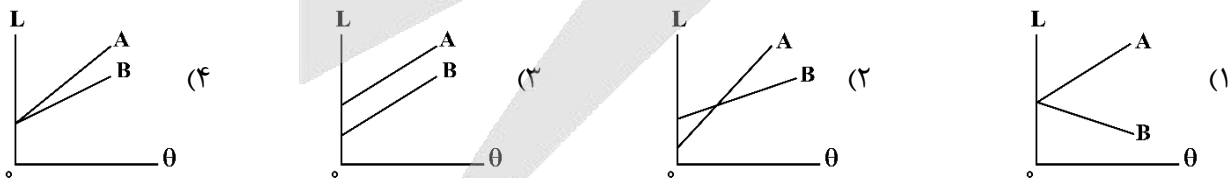
- (۱) (۲)، (۴)
 (۲) (۴)، (۳)
 (۳) (۳)، (۲)
 (۴) (۱)، (۲)

۵۰- مطابق شکل، دو کره فلزی هم اندازه و هم جنس با دمای یکسان در اختیار داریم. درون کره A یک حفره توخالی ایجاد کرده‌ایم. کدام گزینه در مورد این کره‌ها نادرست است؟



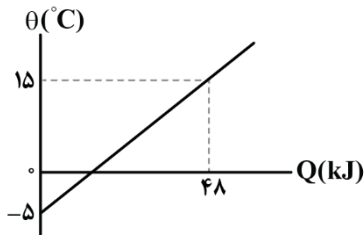
- (۱) گرمای ویژه دو کره باهم برابر است.
 (۲) ظرفیت گرمایی کره B بزرگ‌تر از ظرفیت گرمایی کره A است.
 (۳) اگر دمای دو کره را به یک اندازه بالا ببریم، افزایش شعاع دو کره هم اندازه خواهد شد.
 (۴) اگر به دو کره انرژی گرمایی یکسانی بدهیم، افزایش حجم ظاهری دو کره هم اندازه خواهد شد.

۵۱- شکل زیر، ساختار دماپا را در یک کتری برقی نشان می‌دهد که با افزایش بیش از حد دما مدار را قطع می‌کند. دو میله هم طول از جنس‌های A و B در اختیار داریم. کدام نمودار تغییر طول بر حسب دما برای این دو میله مناسب‌تر است؟



محل انجام محاسبات

۵۲- نمودار تغییرات دمای جسمی به جرم 3kg بر حسب گرمای داده شده به آن مطابق شکل زیر است. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این جسم 72 درجه فارنهایت افزایش یابد؟



- (۱) ۲۴
- (۲) ۳۶
- (۳) ۹۶
- (۴) ۸۴

۵۳- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $800 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ ، 2kg آب 20°C وجود دارد که با گرماسنج در تعادل گرمایی است. گلوله‌ای سربی به شعاع 5cm و دمای 71°C را درون آب می‌اندازیم و دمای نهایی مجموعه پس از رسیدن به تعادل 23°C می‌شود. کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟ ($\pi = 3$)، از تبادل گرما با محیط صرف نظر کنید.

چگالی ($\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)	گرمای ویژه ($\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)	
۱	۴۰۰۰	آب
۱۱	۱۲۵	سرب

- (۱) گلوله توپر است.
- (۲) گلوله حفره‌ای به حجم 400cm^3 دارد.
- (۳) ۲۰ درصد حجم گلوله فضای خالی است.
- (۴) درون حفره گلوله، 250 گرم آب جای می‌گیرد.

۵۴- اگر 10 لیتر روغن با دمای اولیه 2°C را با 5 لیتر آب با دمای اولیه 20°C مخلوط کنیم، دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $c_{\text{روغن}} = 2200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و تبادل گرما فقط بین آب و روغن است).

- (۱) ۱۶
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۲

۵۵- m کیلوگرم از مایعی با گرمای ویژه c_1 را با $3m$ کیلوگرم از مایعی دیگر با گرمای ویژه c_2 مخلوط می‌کنیم تا پس از مدتی، مخلوطی در دمای معین داشته باشیم. با فرض این که تغییر حجم در اثر اختلاط ناچیز است، گرمای ویژه مخلوط به دست آمده، برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{c_1 + 3c_2}{2}$
- (۲) $\frac{c_1 + c_2}{2}$
- (۳) $\frac{3c_1 + c_2}{4}$
- (۴) $\frac{c_1 + 3c_2}{4}$

محل انجام محاسبات

۵۶- دمای یک قطعه فلز ۵/۰ کیلوگرمی را توسط یک گرمکن ۱۰۰ واتی در مدت یک دقیقه از ۲۰°C به ۵۰°C رسانده‌ایم. طبق این آزمایش، گرمای ویژه فلز چند $\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ است و این مقدار از مقدار واقعی گرمای ویژه فلز بیش تر است یا کم تر؟

- (۱) ۲۰۰، بیش تر (۲) ۴۰۰، کم تر (۳) ۴۰۰، بیش تر (۴) ۲۰۰، کم تر

۵۷- دو لیوان پر از آب ۱۰۰°C و ۳ لیوان پر از آب ۰°C را درون یک فلاسک (ظرف عایق) می‌ریزیم. دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ (تمام لیوان‌ها مشابه هستند.)

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۵۸- مقدار ۶kg آب خالص در فشار ۱atm و در دمای ۲۵°C در اختیار داریم. چند دقیقه زمان طول می‌کشد تا به کمک گرمکنی با توان مصرفی ۷۵۰۰W با بازده ۷۰٪، این مقدار آب را به نقطه جوش آن در دمای ۱۰۰°C برسانیم؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K})$$

- (۱) ۶ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۳۶

۵۹- سه جسم هم‌دم را با نخی بسته و داخل ظرف آب در حال جوش قرار داده و پس از مدتی بیرون می‌آوریم. سپس بلافاصله آن‌ها را روی یک ورقه پارافین قرار می‌دهیم. با توجه به جدول داده‌شده، کدام گزینه در مورد مقایسه گرمای ویژه آن‌ها درست است؟ (از اتلاف گرما صرف‌نظر شود و ورقه پارافین در دمای ذوب خود قرار دارد.)

جرم پارافین ذوب شده	حجم	چگالی	
۱kg	V	۳ρ	جسم (۱)
۲kg	۳V	۲ρ	جسم (۲)
۲kg	۲V	۱/۵ρ	جسم (۳)

$$(1) c_3 = c_1 > c_2$$

$$(2) c_3 < c_1 = c_2$$

$$(3) c_3 > c_1 > c_2$$

$$(4) c_3 > c_1 = c_2$$

۶۰- برای اندازه‌گیری گرمای ویژه فلزی با جنس نامعلوم، قطعه‌ای به جرم ۱kg از آن را تا ۲۰۰°C گرم می‌کنیم و سپس آن را در گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $1200 \frac{J}{K}$ که حاوی ۰/۵kg آب با دمای اولیه ۲۵°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه ۵۰°C شود، گرمای ویژه این فلز چند واحد SI است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K})$ و در مدت زمان تبادل گرما، ۱۵kJ گرما از محیط بیرون به گرماسنج منتقل می‌شود.

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۴۵۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۶۵۰

محل انجام محاسبات

فیزیک پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۶۱- شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و دو عقربه مغناطیسی را نشان می‌دهد. کدام سر آهنربا قطب N است و جهت گیری

عقربه مغناطیسی (۲) چگونه است؟



(۱)

(۲) A، ←

(۱) A، →

(۴) B، ←

(۳) B، →

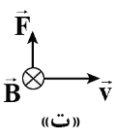
۶۲- الکترونی با سرعت v درون میدان مغناطیسی B پرتاب می‌شود. در چه تعداد از شکل‌های زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره به درستی مشخص شده است؟

(۱) صفر

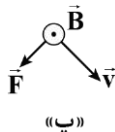
(۲) ۱

(۳) ۲

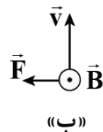
(۴) ۳



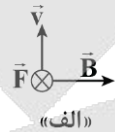
«ت»



«پ»



«ب»



«الف»

۶۳- میدان مغناطیسی اطراف یک سیم حامل جریان الکتریکی $I = 2A$ در شکل زیر، نشان داده شده است. جهت جریان الکتریکی در سیم کدام است و اگر یک میدان مغناطیسی خارجی درون سیم (\otimes) به بزرگی 500 گاوس بر این سیم اثر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر 60 سانتی‌متر از این سیم چند نیوتون خواهد شد؟

(۱) ←، 0.06

(۲) ←، 6

(۳) →، 0.06

(۴) →، 6



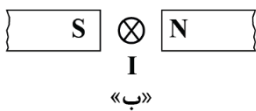
۶۴- جهت نیروی وارد بر سیم‌های حامل جریان در شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) \uparrow ، \odot

(۲) \uparrow ، ←

(۳) \downarrow ، \odot

(۴) \downarrow ، ←



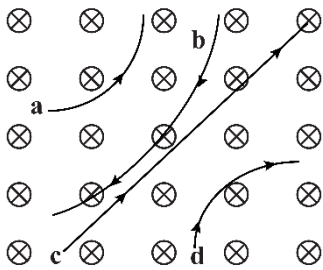
«ب»



«الف»

محل انجام محاسبات

۶۵- کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند مسیر حرکت یک ذره مثبت را در میدان مغناطیسی درون سو به درستی نشان دهد؟

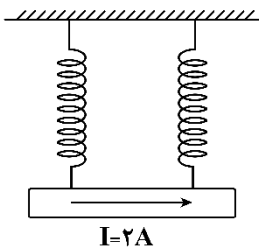


- a (۱)
- b (۲)
- c (۳)
- d (۴)

۶۶- کدام گزینه معادل واحد تسلا نیست؟

- (۱) $\frac{\text{kg}}{\text{C.s}}$
- (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{A.s}^2}$
- (۳) $\frac{\text{N}}{\text{A.m}}$
- (۴) $\frac{\text{kg}}{\text{C.s}^2}$

۶۷- مطابق شکل، میله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم و طول ۱m به دو فنر مشابه آویخته شده است. اگر با عبور جریان ۲A از میله، نیروی وارد بر هریک از فنرها ۲N شود، میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

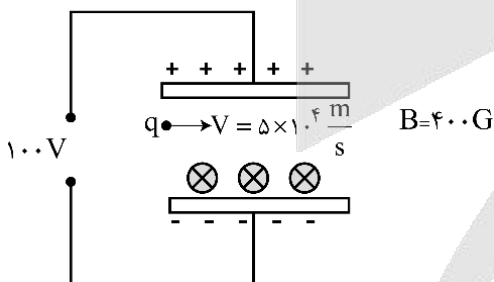


- (۱) ۱ و ۱
- (۲) ۱ و ۱
- (۳) ۳ و ۱
- (۴) موارد ۱ و ۳ می‌توانند درست باشند.

۶۸- پروتونی با تندی $4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازه 850G در حرکت است. جهت حرکت پروتون بر جهت \vec{B} عمود است. اگر تنها این نیرو بر پروتون وارد شود، شتاب پروتون چند متر بر مربع ثانیه است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ و جرم آن را $1.7 \times 10^{-27} \text{kg}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) $3/2 \times 10^{12}$
- (۲) $3/2 \times 10^{16}$
- (۳) $6/4 \times 10^{12}$
- (۴) $6/4 \times 10^{16}$

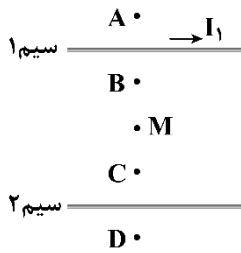
۶۹- میدان مغناطیسی به شدت ۴۰۰ گاوس برقرار است. یک ذره سبک با بار الکتریکی q را با تندی $5 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای افقی بین دو صفحه پرتاب می‌کنیم. اگر این ذره بدون انحراف در مسیر افقی به حرکت خود ادامه دهد، فاصله صفحه‌ها از هم چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی وزن چشم‌پوشی کنید.)



- (۱) ۲
- (۲) ۵
- (۳) ۴
- (۴) ۱۰

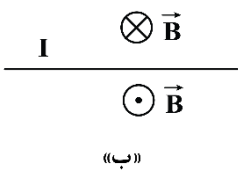
محل انجام محاسبات

۷۰- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص حاصل از این سیم‌ها در نقطه M، وسط حد فاصل بین دو سیم، برون‌سو باشد، میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو سیم در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

۷۱- شکل «الف»، یک حلقه حامل جریان را نشان می‌دهد که جهت خط‌های میدان مغناطیسی درون و بیرون آن نشان داده شده است. شکل «ب» یک سیم راست و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد و جهت میدان مغناطیسی در دو سمت آن نشان داده شده است. جهت جریان حلقه و سیم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



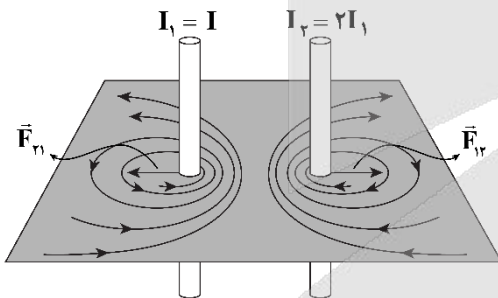
«ب»



«الف»

- (۱) ساعتگرد و راست
- (۲) پادساعتگرد و راست
- (۳) ساعتگرد و چپ
- (۴) پادساعتگرد و چپ

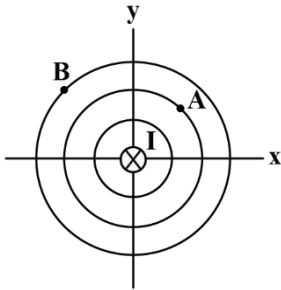
۷۲- شکل زیر خطوط میدان مغناطیسی و نیروی مغناطیسی بین دو سیم راست بلند و موازی حامل جریان الکتریکی را نشان می‌دهد. جهت جریان الکتریکی در سیم‌ها یکدیگر است و با افزایش فاصله بین سیم‌ها، بزرگی نیروی مغناطیسی می‌یابد.



- (۱) هم‌جهت - کاهش
- (۲) هم‌جهت - افزایش
- (۳) خلاف‌جهت - کاهش
- (۴) خلاف‌جهت - افزایش

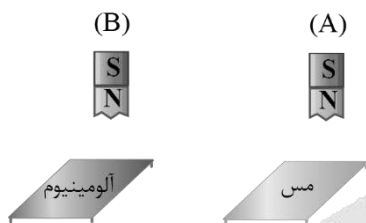
محل انجام محاسبات

۷۳- شکل زیر، یک سیم راست و بلند حامل جریان I را نشان می‌دهد، که عمود بر صفحه به سمت داخل صفحه است. دایره‌های هم‌مرکز خطوط میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می‌دهد. دو الکترون در خلاف جهت محور x از نقاط A و B عبور می‌کنند. بردار نیروی مغناطیسی وارد بر این دو الکترون در نقطه‌های A و B ، به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



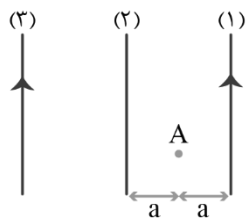
- (۱) ↖ و ↗
 (۲) ⊙ و ⊗
 (۳) ⊗ و ⊙
 (۴) ↙ و ↘

۷۴- در شکل زیر، دو صفحه مسی و آلومینیومی بر روی سطح افقی ثابت شده‌اند. اگر در شرایط خلأ دو آهنربای بسیار قوی و کاملاً مشابه A و B را از ارتفاع یکسانی از بالای این دو صفحه رها کنیم، کدام اتفاق رخ می‌دهد؟



- (۱) آهنربای A با تندی کمتری نسبت به آهنربای B به سطح برخورد می‌کند.
 (۲) هر دو آهنربا با تندی یکسان به سطح برخورد می‌کنند.
 (۳) انرژی مکانیکی آهنربای B کاهش می‌یابد.
 (۴) انرژی مکانیکی آهنربای A ثابت می‌ماند.

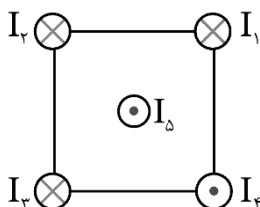
۷۵- در شکل زیر، سه سیم دارای جریان الکتریکی هم‌اندازه نشان داده شده است. اگر در فضایی بین دو سیم (۲) و (۳) میدان مغناطیسی خالص حاصل از سه سیم صفر شود، آن‌گاه چه تعداد از عبارات زیر، درست است؟



- الف: میدان مغناطیسی خالص در نقطه A ، درون سو است.
 ب: بین سیم‌های (۲) و (۳) نیروی دافعه به وجود می‌آید.
 ج: اگر الکترونی را از نقطه B به سمت راست شلیک کنیم، نیروی مغناطیسی رو به بالا به آن وارد می‌شود.

- د: نیروی مغناطیسی خالص وارد شده بر سیم (۱) به سمت راست است.
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

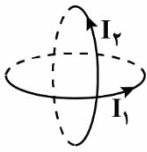
۷۶- در شکل زیر، چهار سیم با جریان‌های هم‌اندازه در چهار رأس یک مربع قرار دارند و میدان مغناطیسی هر کدام از سیم‌ها در مرکز مربع $10T$ است. اگر یک سیم حامل جریان $I_5 = 2A$ در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر $5mm$ از این سیم چند نیوتون و در چه جهتی است؟



- (۱) $0/2$ - ↖
 (۲) $0/2$ - ↘
 (۳) $0/2\sqrt{2}$ - ↖
 (۴) $0/2\sqrt{2}$ - ↘



۷۷- مطابق شکل، دو حلقه کاملاً مشابه به قطر 10cm به صورت هم‌مرکز و عمود بر یکدیگر قرار دارند. اگر جریان I_2 ، 75% جریان I_1 و میدان مغناطیسی برآیند در مرکز حلقه‌ها $4/5\text{G}$ باشد، I_1 چند آمپر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

(۴) ۴۵

(۳) ۲۲/۵

۷۸- سیملوله‌ای آرمانی به طول 20cm دارای 500 حلقه نزدیک به هم است. تعداد حلقه‌های سیملوله را 2 برابر می‌کنیم و جریان گذرنده از سیملوله را 400mA افزایش می‌دهیم. در نتیجه، میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های

آن، 3 برابر می‌شود. میدان مغناطیسی اولیه درون سیملوله چند گاوس بوده است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

(۴) ۱۲

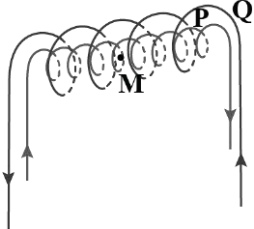
(۳) ۱/۲

(۲) ۰/۶

(۱) ۶

۷۹- در شکل زیر، دو سیملوله P و Q هم‌محورند و طول برابر 20cm دارند. تعداد دور سیملوله P برابر 200 و تعداد دور سیملوله Q برابر 300 است. اگر جریان 1A از سیملوله Q و جریان $1/5\text{A}$ از سیملوله P عبور کند، میدان مغناطیسی

خالص در نقطه M بر روی محور دو سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



(۱) ۱۸

(۲) ۳۶

(۳) ۹

(۴) صفر

۸۰- چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: اتم‌های آلومینیوم خاصیت مغناطیسی ندارند.

ب: حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در نقره شود.

پ: در مواد فرومغناطیس، برخی حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی، با آن هم‌سو می‌شوند، اما مرز بین حوزه‌ها جابه‌جا نمی‌شود.

ت: مواد پارامغناطیس برای ساختن آهنرباهای الکتریکی (آهنرباهای غیر دائم) مناسب‌اند.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

محل انجام محاسبات



شیمی پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۸۱- اگر در واکنش سوختن مقداری گلوکز، ۲۵ لیتر بخار آب با چگالی ۰/۹ گرم بر لیتر تولید شده باشد، جرم گلوکز مصرف شده برابر با چند گرم است و برای به دام انداختن کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند، به چند مول کلسیم اکسید نیاز داریم؟ ($H = 1, C = 12, O = 16$ g.mol⁻¹)

- (۱) ۱/۲۵ - ۳۰ (۲) ۱/۵ - ۳۰ (۳) ۱/۲۵ - ۳۷/۵ (۴) ۱/۵ - ۳۷/۵

۸۲- چند مورد از مطالب داده شده درست است؟

الف - اتم‌های سازنده دومین گاز فراوان موجود در هواکره در هواکره در ساختار همه مولکول‌های زیستی مثل چربی‌ها وجود دارند.
ب - در فرایند تهیه هوای مایع، پس از شروع کاهش دما، کربن دی‌اکسید اولین گازی است که از مخلوط خارج می‌شود.
ج - کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که بر اثر سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی تولید می‌شود.
د - زمین، بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت تابش‌های فرو سرخ از دست می‌دهد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با گاز نیتروژن درست است؟ ($N = 14$ g.mol⁻¹)

(۱) چگالی این گاز در دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر، برابر با ۲/۵ گرم بر لیتر است.
(۲) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در هر مولکول از آن، ۱/۵ برابر شمار این پیوندها در گاز CO است.
(۳) این گاز هنگام رعد و برق و یا در موتور خودروها با O_۲ واکنش داده و اکسید نیتروژن را تولید می‌کند.
(۴) پس از رساندن دمای هوا تا -۲۰۰°C، گاز N_۲ همانند سایر گازهای موجود در آن، به حالت مایع در می‌آید.

۸۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - تروپوسفر نزدیک‌ترین لایه هواکره به سطح زمین بوده و گاز O_۳ در آن طی واکنش NO_۲ با O_۲ تولید می‌شود.
ب - با تابش پرتوهای فرابنفش به مولکول‌های O_۳، این مولکول‌ها به یک اتم اکسیژن و یک مولکول O_۲ می‌شکنند.
ج - فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره در مقایسه با دومین گاز فراوان موجود در آن، غیرفعال و واکنش‌ناپذیر است.
د - اوزون از مولکول‌های خطی تشکیل شده و در صنعت از آن برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات استفاده می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۵- کدام یک از عبارات زیر در رابطه با گازهای موجود در هواکره نادرست است؟

(۱) از فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره می‌توان برای پر کردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی استفاده کرد.
(۲) با افزایش ارتفاع هواکره، فشار گازها به مرور کم‌تر شده و تعداد ذرات آن‌ها در واحد حجم نیز کاهش پیدا می‌کند.
(۳) سومین گاز فراوان موجود در هواکره، یک گاز گلخانه‌ای بوده و از سوختن کامل هیدروکربن‌ها تولید می‌شود.
(۴) برای تهیه گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون در صنعت، می‌توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع استفاده کرد.

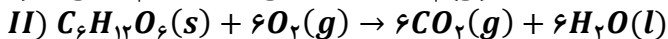
محل انجام محاسبات



۸۶- از واکنش $21/2$ گرم از ترکیب X_2CO_3 با مقدار کافی هیدروکلریک اسید، $4/48$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد تولید می‌شود. جرم مولی فلز X برابر با چند گرم است؟ ($O = 16, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۴۶ (۲) ۳۶ (۳) ۲۳ (۴) ۱۸

۸۷- معادله موازنه شده واکنش‌های مقابل را در نظر بگیرید:



اگر حجم فراورده گازی تولید شده در این دو واکنش (با فرض کامل بودن) با هم برابر باشد، جرم ماده جامد مصرف شده در واکنش (I)، چند برابر واکنش (II) بوده و اگر 360 گرم از هر ماده در این دو واکنش مصرف شود، جرم آب تولید شده در واکنش (II)، چند برابر جرم منیزیم اکسید تولید شده در واکنش (I) خواهد شد؟ (شرایط انجام دو واکنش یکسان است).

($S = 32$ و $Mg = 24$ و $O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) $1/2 - 3$ (۲) $1/2 - 4$ (۳) $1/8 - 3$ (۴) $1/8 - 4$

۸۸- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

الف - در لایه تروپوسفر زمین، از واکنش گاز اکسیژن با یک گونه رادیکال، گاز اوزون تولید می‌شود.

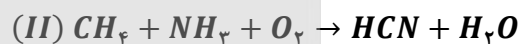
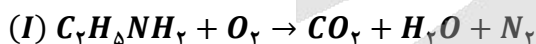
ب - در دمای $-60^\circ C$ ، دو مورد از مواد شرکت کننده در فرایند هابر به حالت گاز و یک ماده به حالت مایع است.

ج - با افزایش ارتفاع در هریک از لایه‌های هواکره، میزان جنب‌وجوش ذرات سازنده هواکره همواره کاهش می‌یابد.

د - گاز نیتروژن مونوکسید موجود در تروپوسفر، فقط از واکنش گازهای N_2 و O_2 در موتور خودروها می‌تواند تولید شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۹- با توجه به واکنش‌های موازنه نشده زیر، از واکنش سوختن $13/5$ گرم اتیل آمین ($C_2H_5NH_2$) چند گرم گاز کربن دی‌اکسید آزاد شده و برای تولید مقدار مشابه بخار آب در واکنش (II)، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP باید مصرف شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(۱) $11/76 - 26/4$ (۲) $11/76 - 26/4$ (۳) $12/32 - 24/6$ (۴) $12/32 - 26/4$

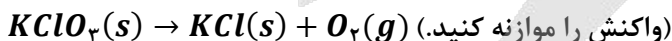
۹۰- در شرایط یکسان، نسبت چگالی یک گاز به چگالی گاز هیدروژن برابر با ۸ است. حجم 32 گرم از این گاز در فشار

$2atm$ و دمای صفر درجه سانتی‌گراد، بر حسب لیتر کدام است؟ ($H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) $11/2$ (۲) $22/4$ (۳) $33/6$ (۴) $44/8$

۹۱- با استفاده از اکسیژن آزاد شده از تجزیه گرمایی یک مول پتاسیم کلرات ($KClO_3$) مطابق واکنش زیر، چند لیتر گاز

پروپان با چگالی $2g.L^{-1}$ را می‌توان به‌طور کامل سوزاند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(۱) $3/3$ (۲) $3/76$ (۳) $6/6$ (۴) $7/52$

محل انجام محاسبات



۹۲- به طور کلی روند تغییرات بر حسب به صورت صعودی است.

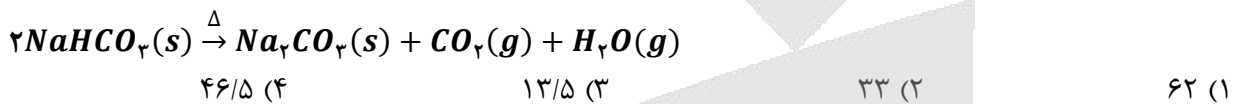
- (۱) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی - سال
 (۲) فشار هوا - ارتفاع
 (۳) مقدار CO_2 هواکره - سال
 (۴) دما در لایه سوم هواکره - ارتفاع

۹۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - پرتوهای گسیل شده از زمین، در برخورد با گازهای گلخانه‌ای به پرتوهایی با انرژی کمتر تبدیل می‌شوند.
 ب - به طور کلی، در یک روز زمستانی، بازه تغییرات دما در خارج از گلخانه، بیشتر از درون آن است.
 ج - بخش قابل توجهی از گرمای زمین، به صورت پرتوهای فروسرخ از هواکره خارج می‌شود.
 د - بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی بازتابیده شده و به فضا بازمی‌گردند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

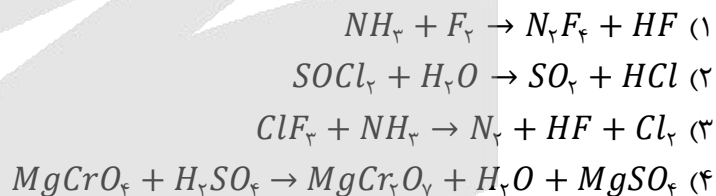
۹۴- با توجه به واکنش موازنه شده زیر، اگر ۱۲۶ گرم $NaHCO_3$ مصرف شود، چند گرم فراورده گازی تولید می‌شود؟
 $(H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23; g.mol^{-1})$



۹۵- در کدام گزینه، شمار الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی، در ساختار لوویس مولکول سمت راست، با شمار الکترون‌های جفت نشده در ساختار الکترون-نقطه‌ای اتم سمت چپ برابر نیست؟

- (۱) $S - SO_2$ (۲) $F - NO_2$ (۳) $Ne - SO_3$ (۴) $Ar - NH_3$

۹۶- در کدام یک از واکنش‌های زیر، پس از موازنه، مجموع ضریب‌های فراورده‌ها، ۱/۵ برابر مجموع ضریب‌های واکنش‌دهنده‌ها است؟



۹۷- مقایسه مقدار CO_2 تولید شده در مصرف کدام منابع، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، درست است؟

- (۱) گاز طبیعی < نفت خام
 (۲) باد < گاز طبیعی
 (۳) باد < گرمای زمین
 (۴) انرژی خورشید < گرمای زمین

محل انجام محاسبات

۹۸- کدامیک از مطالب زیر در مورد واکنش سوختن هیدروژن درست است؟

(۱) کاتالیزگر آن فلز پلاتین (Pd) است.

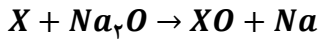
(۲) طی این واکنش مقدار زیادی گرما مصرف می شود.

(۳) فراورده آن، ساختار فضایی مشابه CO_2 دارد.

(۴) شمار مول گاز هیدروژن مصرف شده، دو برابر گاز اکسیژن است.

۹۹- ۶۰ درصد از جرم ترکیب XO را، عنصر X تشکیل می دهد. $2/4$ گرم از عنصر X ، با چند گرم از Na_2O واکنش

می دهد؟ (واکنش موازنه شود. $O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)



(۴) $7/1$

(۳) $6/2$

(۲) $4/65$

(۱) $3/6$

۱۰۰- کدامیک از مطالب زیر، در مورد شیمی سبز درست است؟

(۱) CO_2 را می توان در سنگ های متخلخل در زیر زمین، میدان های قدیمی گاز و چاه های خالی نفت ذخیره و نگهداری کرد.

(۲) پلاستیک های سبز، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد مانند روغن های گیاهی ساخته شده و زیست تخریب پذیر هستند.

(۳) سوخت سبز، در ساختار خود افزون بر C و H ، N نیز دارد و از بقایای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دانه های روغنی

به دست می آید.

(۴) برای تبدیل CO_2 تولید شده در نیروگاه ها به مواد معدنی، می توان آن را با کلسیم اکسید واکنش داده و به آهک ($CaCO_3$)

تبدیل کرد.

محل انجام محاسبات

شیمی پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۱۰۱- در واکنش فرضی $2A(g) + B(g) \rightarrow 3D(g)$ ، غلظت گاز B در هر ۱۵ دقیقه نصف می‌شود. اگر پس از گذشتن ۱ ساعت از ابتدای واکنش، غلظت گاز B به $0/3$ مول بر لیتر رسیده باشد، سرعت متوسط این واکنش در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر لیتر بر دقیقه می‌شود؟

- (۱) $0/015$ (۲) $0/075$ (۳) $0/15$ (۴) $0/75$

۱۰۲- واکنش شیمیایی $2N_2O_5(s) \rightarrow O_2(g) + 4NO_2(g)$ ، $\Delta H = +110 \text{ kJ}$ ، در یک محفظه در حال انجام شدن است. اگر در طول مدت زمان ۵ دقیقه، ۳۳ کیلوژول گرما طی این فرایند مصرف شده باشد، سرعت متوسط تولید گاز NO_2 در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر ثانیه می‌شود؟

- (۱) $0/004$ (۲) $0/24$ (۳) $0/002$ (۴) $0/12$

۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نگاه‌دارنده‌ها، برخلاف کاتالیزورها، سرعت واکنش‌هایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.
- (۲) یک واکنش شیمیایی با $\Delta H > 0$ ، گرماگیر بوده و فراورده‌های تولید شده در آن ناپایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.
- (۳) بو و طعم گیاه رازیانه از برخی ترکیبات آلی که دارای گروه عاملی الکلی در ساختار خود هستند، ناشی می‌شود.
- (۴) روغن یک ترکیب آلی سیرنشده است که در دمای اتاق حالت مایع داشته و واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به چربی دارد.

۱۰۴- واکنش اکسایش گلوکز در یک سامانه در حال انجام شدن است. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این واکنش در طول مدت زمان ۱۰ ثانیه برابر با ۳۹ گرم باشد، سرعت متوسط واکنش مورد نظر در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر دقیقه است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $1/5$ (۴) 3

۱۰۵- دربارهٔ عناصری که سیزده الکترون در لایهٔ سوم الکترونی خود دارند، چند مورد از مطالب زیر می‌تواند درست باشد؟

- عدد کوانتومی فرعی نیمی از الکترون‌های آن برابر یک است.
- آرایش الکترونی آن تنها به وسیله طیف‌سنجی پیشرفته قابل تعیین است.
- کلوخه‌های غنی از آن به همراه دیگر فلزات واسطه در اعماق دریا وجود دارد.
- در ساختار ماده‌ای به کار می‌رود که محلول آن با اسیدهای آلی واکنش می‌دهد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰۶- تغییرات تعداد مول $FClO_2$ نسبت به زمان در واکنش $2FClO_2(g) \rightarrow F_2(g) + 2ClO_2(g)$ که در ظرف ۲ لیتری با پیستون متحرک در دما و فشار ثابت آغاز می‌شود، مطابق جدول زیر است. کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ($Cl = 35.5, F = 19, O = 16 : g.mol^{-1}$)

زمان (دقیقه)	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد مول $FClO_2$	۰/۸	۰/۶	۰/۵	۰/۴۵	۰/۴۲

الف - نسبت غلظت اولیه $FClO_2$ به غلظت آن در پایان دقیقه دوم، برابر با ۱/۶ است.

ب - سرعت واکنش در دو دقیقه سوم می‌تواند $10^{-3} mol.L^{-1}.s^{-1}$ باشد.

ج - سرعت تولید ClO_2 در دو دقیقه دوم برابر $2/7 g.min^{-1}$ است.

د - با اتمام واکنش مورد نظر، غلظت ClO_2 به $18 g.L^{-1}$ می‌رسد.

(۱) «الف»، «د» (۲) «الف»، «ج»، «د» (۳) «ج»، «د» (۴) «الف»، «ب»، «ج»

۱۰۷- واکنش $Zn(s) + Cu(NO_3)_2(aq) \rightarrow Zn(NO_3)_2(aq) + Cu(s)$ را با وارد کردن یک تیغه ۱۳ گرمی از فلز روی به ۳۰۰ میلی لیتر محلول مس (II) نیترات آغاز می‌کنیم. اگر سرعت متوسط واکنش $2/100 mol.s^{-1}$ باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش، غلظت یون Zn^{2+} در محلول به ۰/۱۶ مولار رسیده و در این لحظه، به تقریب چند درصد جرم تیغه را فلز مس تشکیل می‌دهد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید؛ $Zn = 65, Cu = 64 : g.mol^{-1}$)

(۱) $28/2 - 24$ (۲) $23/7 - 24$ (۳) $28/2 - 28$ (۴) $23/7 - 28$

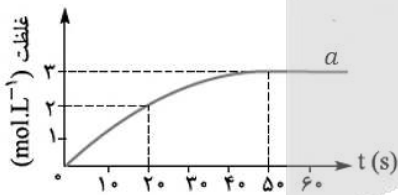
۱۰۸- با توجه به نمودار که مربوط به یکی از مواد شرکت کننده در واکنش ۶ مول کلسیم کربنات با ۱۲ مول هیدروکلریک

اسید در یک ظرف سر باز است، کدام موارد درست هستند؟

الف - واکنش در محلول آبی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.

ب - سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا ثانیه ۵۰، برابر $0/06 mol.s^{-1}$ است.

ج - سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه اول، ۲ برابر سرعت واکنش در بین ثانیه ۲۰ تا ۵۰ است.



د - در لحظه‌ای که غلظت HCl برابر با ۳/۴ مولار است، جرم مخلوط واکنش به اندازه ۱۱۴/۴ گرم کاهش پیدا کرده است.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۱۰۹- سدیم هیدروژن کربنات بر اساس معادله $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ تجزیه می‌شود. بر اثر گرما دادن به ۱۶/۸ کیلوگرم سدیم هیدروژن کربنات، ۴۰ درصد از آن در طول ۵۰ ثانیه تجزیه می‌شود. سرعت متوسط تولید گاز CO_2 در این بازه زمانی و در شرایط استاندارد بر حسب $L.min^{-1}$ کدام است؟ ($Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) $179/2$ (۲) $385/4$ (۳) $1075/2$ (۴) $2150/4$

محل انجام محاسبات

۱۱۰- از یک واکنش فرضی در دمای معین، داده‌های جدول زیر به دست آمده است. نسبت سرعت متوسط واکنش در ۵۰ ثانیه سوم به ۵۰ ثانیه دوم چقدر بوده و مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در معادله موازنه شده چقدر است؟

غلظت ($mol.L^{-1}$)			زمان (ثانیه)
C	B	A	
۰	۰/۰۳	۰/۰۳	۰
۰/۰۰۲	۰/۰۲۶	۰/۰۲۴	۵۰
۰/۰۰۳۶	۰/۰۲۲۸	۰/۰۱۹۲	۱۰۰
۰/۰۰۴۸	۰/۰۲۰۴	۰/۰۱۵۶	۱۵۰

(۱) ۰/۷۵ - ۴ (۲) ۰/۷۵ - ۵ (۳) ۰/۸ - ۴ (۴) ۰/۸ - ۵

۱۱۱- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (۱) پوست میوه از ورود گاز اکسیژن به درون آن جلوگیری کرده ولی مقاومتی در برابر ورود جانداران ذره‌بینی ندارد.
- (۲) کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته می‌شوند و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- (۳) نمک سود کردن و تهیه ترشی از جمله راه‌های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی هستند.
- (۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به صورت تجربی اندازه‌گیری کرد.

۱۱۲- چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

الف - در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن، گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.

ب - نام تجاری آب اکسیژنه، هیدروژن پراکسید بوده و در هر مولکول از آن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ج - آنتالپی واکنش $CO(g) \rightarrow C(s) + \frac{1}{2}O_2(g)$ را نمی‌توان با روش تجربی و به طور مستقیم محاسبه کرد.

د - اگر ارزش سوختی X_2 برابر با ۲۰ واحد باشد، یعنی از سوختن هر مول از آن ماده، ۲۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) بازدارنده موجود در هندوانه یک هیدروکربن سیرنشده راست زنجیر است.

(۲) با آغشته کردن قند با خاک باغچه، به علت افزایش غلظت واکنش دهنده، قند سریع‌تر می‌سوزد.

(۳) ریختن گرد آهن روی شعله همانند گرما دادن به الیاف آهن در حضور اکسیژن خالص، موجب سوختن آهن می‌شود.

(۴) سرد کردن، پودر کردن، نمک سود کردن، بسته‌بندی و تهیه ترشی از جمله روش‌های افزایش زمان نگهداری غذا هستند.

۱۱۴- اگر در شرایط استاندارد، حجم گاز موجود در ظرف واکنشی با معادله موازنه‌نشده $NO_2(g) + N_2O_2(g) \rightarrow$

در هر ثانیه به طور متوسط ۴۲۰ میلی‌لیتر افزایش یابد، سرعت متوسط مصرف اوزون در این واکنش برابر چند گرم بر دقیقه

است؟ ($O = 16 g.mol^{-1}$)

(۱) ۵۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش تیغه آهن و محلول مس (II) سولفات درست است؟

($Fe = 56, Cu = 64: g. mol^{-1}$)

- ۱) سرعت تغییر رنگ محلول به مرور زمان کاهش می‌یابد.
 - ۲) جرم جامد موجود در ظرف واکنش به مرور زمان کاهش می‌یابد.
 - ۳) با توجه به این واکنش می‌توان گفت، واکنش پذیری مس بیشتر از آهن است.
 - ۴) در این واکنش اگر به جای تیغه آهنی از تیغه آلومینیومی استفاده شود، سرعت واکنش کم می‌شود.
- ۱۱۶- در فرمول شیمیایی ترکیب مقابل اتم هیدروژن وجود داشته و برای سیرکردن هر مول از این ماده به گرم گاز هیدروژن نیاز است. ($H = 1 g. mol^{-1}$)



- | | |
|------------|------------|
| ۴ - ۱۶ (۲) | ۲ - ۱۶ (۱) |
| ۴ - ۱۴ (۴) | ۲ - ۱۴ (۳) |

۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر در مورد گونه رادیکال درست است؟

- الف - در گونه رادیکال هیچ یک از اتم‌ها از قاعده هشت تایی پیروی نمی‌کنند.
 - ب - هر ترکیبی که در ساختار خود الکترون جفت نشده داشته باشد، رادیکال است.
 - ج - سرعت واکنش این گونه‌ها با بافت بدن انسان سریع بوده و به آن آسیب می‌رساند.
 - د - هر گونه که در ساختار آن اتمی از قاعده هشت تایی پیروی نکند، رادیکال محسوب می‌شود.
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |
|-------|-------|-------|-------|

۱۱۸- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) درصد جرمی اتم‌های کربن در قند موجود در جوانه گندم از درصد جرمی اتم‌های این عنصر در قند خون بیشتر است.
 - ۲) گوگرد دی‌اکسید یکی از آلاینده‌های هوا است که از واکنش گوگرد و اکسیژن تولید می‌شود و عامل باران اسیدی است.
 - ۳) منابعی که برای تولید غذا از آغاز کار تا سر سفره مصرف می‌شوند، جزء رد پاهای آشکار ایجاد شده در صنایع غذایی هستند.
 - ۴) میزان نیاز و بهره‌مندی از آب و غذا، برخلاف هوا، برای همه انسان‌ها یکسان نیست و دلیل آن سبک زندگی هر انسان است.
- ۱۱۹- در واکنش گاز هیدروژن و بخار برم در ظرفی با حجم ۲ لیتر، سرعت متوسط تولید هیدروژن برمید بر حسب گرم بر ثانیه چند برابر سرعت متوسط واکنش بر حسب مول بر لیتر بر ساعت است؟ ($H = 1, Br = 80: g. mol^{-1}$)
- | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|
| ۰/۰۴۵ (۴) | ۰/۰۹ (۳) | ۰/۰۳ (۲) | ۰/۰۶ (۱) |
|-----------|----------|----------|----------|

۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش تهیه آمونیاک به روش هابر درست است؟

- ۱) آنتالپی این فرایند را همانند واکنش تولید گاز متان از عناصر سازنده، می‌توان با کمک آنتالپی پیوند حساب کرد.
- ۲) سرعت تولید و مصرف تمام مواد موجود در این فرایند را می‌توان به کمک تغییر فشار این مواد اندازه‌گیری کرد.
- ۳) آنتالپی واکنش مرحله اول این فرایند همانند آنتالپی واکنش مرحله اول سوختن گرافیت، مثبت است.
- ۴) فرآورده واکنش مرحله اول فرایند هابر از واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌های واکنش کلی، پایدارتر است.

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ شهریورماه

شیمی ۱

آب، آهنگ زندگی
(تا قبل از انحلال پذیری نمک‌ها)
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰

فیزیک ۱

دما و گرما
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

آمار و احتمال

آمار استنباطی
صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

ریاضی پایه

مجموعه، الگو و دنباله
ریاضی ۱: صفحه‌های ۲ تا ۲۷
حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶

شیمی ۲

پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر
صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۳

فیزیک ۲

القای الکترومغناطیسی
و جریان متناوب
صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

هندسه ۲

روابط طولی در مثلث
صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایه دهم یا یازدهم است.



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکورهای ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۱۳ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال ۷۵ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۷ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
	۱۳ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	فیزیک	۴
	۱۰ دقیقه	۵۰	۴۱	۱۰	شیمی	۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه های ۱ تا ۲۵

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۲۲ تا ۲۶

سهم در کنکور: —

حسابان ۲

تابع
(تا ابتدای تقسیم و بخش پذیری)
صفحه های ۱ تا ۱۸

سهم در کنکور: —

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از رسانایی الکتریکی
محلولها)
صفحه های ۱ تا ۱۶

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
(تا قبل از حرکت با شتاب ثابت)
صفحه های ۲ تا ۱۴

سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه دوازدهم

پنج آزمون پیش خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم ریافت می کنید.





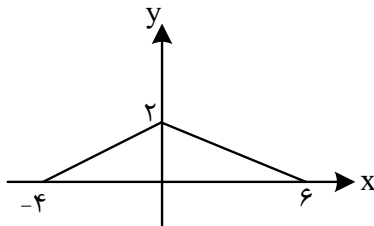
۱- اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = |x+3| - 1$ را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین انتقال دهیم، به تابعی چون g خواهیم رسید. مجموع طول و عرض نقطه تلاقی f و g کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. سپس نمودار به دست آمده را دو واحد به راست و دو واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. نمودار تابع $g(x)$ در نقطه‌ای با کدام طول نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند؟

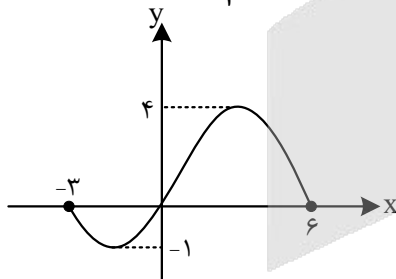
- (۱) $1 + \sqrt{8}$ (۲) $2 - \sqrt{8}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر است. مساحت بین نمودار توابع $g(x) = f(x-1)$ و $h(x) = f(2-2x)$ و محور x ها کدام است؟



- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۴- اگر نمودار تابع $y = f(-2x) + 1$ به شکل مقابل باشد، اجتماع دامنه و برد تابع $g(x) = 3f(\frac{x}{4} + 2) - 1$ کدام است؟



- (۱) $[-6, 4]$ (۲) $[-7, 8]$ (۳) $[-28, 8]$ (۴) $[-28, 14]$

۵- سهمی $y = f(x)$ با رأس $S(\alpha, \beta)$ ، محور عرض‌ها را در $(0, -1)$ قطع می‌کند. اگر این سهمی را نسبت به محور y ها قرینه کرده، ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال داده و عرض نقاط را نصف کنیم رأس سهمی تغییر نمی‌کند. $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

محل انجام محاسبات

۶- نقطه $A(-4, 1)$ روی نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{4} - 3\right) + 1$ قرار دارد. اگر نقطه $A'(a, b)$ نقطه متناظر با نقطه A روی

نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}f(x-2) - 1$ باشد، $2a + b$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) -۴/۵ (۳) -۷ (۴) -۶/۵

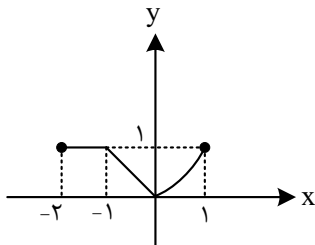
۷- تابع f با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x^2} - 2x$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- تابع $f(x) = ax^2 - 4x - 3$ در فاصله $[a+1, +\infty)$ اکیداً نزولی است. محدوده a کدام است؟

- (۱) $[-2, 0)$ (۲) $[-1, 1)$ (۳) $[-2, 1)$ (۴) $[-2, 0]$

۹- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، آن گاه تابع $y = -2f(-x-2)$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



(۱) $[0, 1]$

(۲) $[-2, -1]$

(۳) $[-3, -2]$

(۴) $[2, 3]$

۱۰- اگر $f(x) = 3x + 2\sqrt{x}$ به طوری که $f(2-3\alpha) < f(4\alpha+9)$ باشد، حدود α کدام است؟

- (۱) $(-1, \frac{2}{3})$ (۲) $(\frac{2}{3}, 1)$ (۳) $(-1, \frac{2}{3}]$ (۴) $(-\frac{9}{4}, -1)$

محل انجام محاسبات

۱۱- به ازای چند مقدار x ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & x \\ x+1 & x+1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) هیچ مقدار
(۲) یک مقدار
(۳) دو مقدار
(۴) بیش از دو مقدار

۱۲- اگر $A^3 = 3I$ باشد، وارون ماتریس $A^2 + A + I$ کدام است؟

- (۱) $\frac{A-I}{2}$
(۲) $\frac{A+I}{2}$
(۳) $\frac{A-I}{4}$
(۴) $\frac{A+I}{4}$

۱۳- اگر $A = [(-1)^{i+j}(j-i)]_{2 \times 4}$ و $B = [i-j]_{4 \times 2}$ باشد. آن گاه مجموع درایه‌های وارون ماتریس $C = AB$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) -۲

۱۴- اگر A و B ماتریس‌های وارون پذیر از مرتبه 2×2 باشند که $(A+3I)(B+3I) = 9I$ ، آن گاه در ماتریس $A^{-1} + B^{-1}$ مجموع درایه‌ها چقدر است؟

- (۱) -۳
(۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{9}$

۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و B ماتریسی وارون پذیر باشد، به طوری که $A+B = 2AB$ است. مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $(2A+3I)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه کدام عدد، درایهٔ ماتریس $A(2A+3I)^{-1}$ نیست؟

- ۵ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷- در معادلهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های وارون ماتریس A کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{11}$ (۴)

۱۸- اگر دستگاه $\begin{cases} x+(m-1)y=-2m \\ mx+6y=10 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، جمع مقادیر به دست آمده برای m کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

۱۹- اگر $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، $x+y$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰- اگر ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} a+1 & -b \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax+by=e \\ cx+dy=f \end{cases}$ باشد، آن گاه $\frac{a-b}{c-d}$ کدام

است؟ (ضرایب دستگاه معادله غیرصفر هستند.)

- $-\frac{1}{2}$ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۱- درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر به روش بازگشتی قابل اثبات است؟
الف) اگر $a < b$ ، آن‌گاه $a^3 < b^3$ است.

ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت a و b همواره $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ برقرار است.

ج) برای هر دو عدد حقیقی x و y همواره $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ برقرار است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- حاصل ضرب دو عدد طبیعی، ۳۶ واحد از مجموع آن‌ها بزرگ‌تر است. مجموع ارقام عدد بزرگ‌تر کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۳- اگر $5|7k+2$ ، $4|3k-4$ و $20|nk^2+mk-8$ باشند، $[n_{\min}, m_{\min}]$ کدام است؟ ($m, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}$)

(۱) ۳۶ (۲) ۱۸ (۳) ۴۵ (۴) ۲۸

۲۴- چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که به ازای آن اعداد، باقی‌مانده $n^3 + 3n + 8$ بر $n-4$ برابر ۷ شود؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۲۵- اگر $m = [54, (-48, 30)]$ و $n = (-54, [48, -30])$ ، آن گاه مجموع ارقام $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۹

۲۶- اگر در تقسیم عدد زوج a بر ۲۲ و ۲۴ باقی مانده به ترتیب ۱۶ و ۸ باشد، باقی مانده تقسیم $\frac{a}{33}$ بر ۳۳ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۹ (۳) ۲۶ (۴) ۲۳

۲۷- دو عدد ۶۴ و ۱۲۱ به پیمانه m همنهشت هستند و دو عدد ۲۵۳ و ۱۷۰ به پیمانه n با هم همنهشت هستند. رقم یکان عدد m^{mn} کدام است؟ ($m, n \neq 1, m > 20$)

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۵

۲۸- باقی مانده $2023^{2023} \times 2023^{2023}$ بر ۵۶ کدام است؟

- (۱) ۵۵ (۲) ۷ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۹- اگر عدد طبیعی شش رقمی $\overline{3abab3a}$ مضرب ۹۹ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۰- معادله $190x \equiv 37 \pmod{17}$ در بازه $(m, 52]$ دارای ۳ جواب است. جمع ارقام حداکثر m ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۳۱- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف: در یک بازه زمانی، بردار سرعت متوسط هم جهت با بردار تغییرات سرعت است.

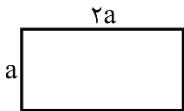
ب: اگر متحرک با تندی ثابت حرکت کند، سرعت متوسط و تندی متوسط آن هم اندازه اند.

پ: در یک بازه زمانی، بردار شتاب متوسط هم جهت با بردار تغییرات سرعت است.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» (۴) «پ»

۳۲- متحرکی بر روی مستطیل شکل زیر در جهت ساعت گرد حرکت می کند. در مدتی که متحرک مسافت $3a$ را طی

می کند، بیشترین اندازه جابه جایی ممکن، چند برابر کمترین اندازه جابه جایی ممکن است؟



- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۴

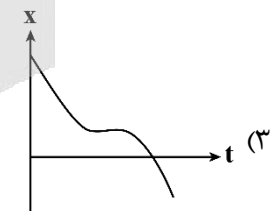
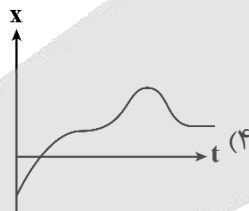
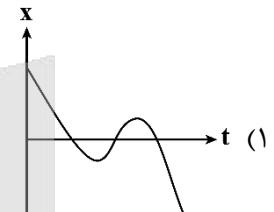
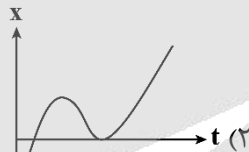
۳۳- سرعت متوسط متحرکی در ۴ ثانیه اول حرکت $2 \frac{m}{s}$ و در ۱۶ ثانیه بعدی $8 \frac{m}{s}$ است. سرعت متوسط در ۲۰ ثانیه

اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) +۴ (۲) -۴ (۳) +۶ (۴) -۶

۳۴- کدام یک از نمودارهای مکان = زمان داده شده می تواند نشان دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد که جهت حرکت

آن دو بار و جهت بردار مکان آن یک بار تغییر کرده است؟



محل انجام محاسبات

۳۵- اتومبیلی بر روی محور x حرکت می‌کند. جدول زیر، سرعت متوسط اتومبیل را در بازه‌های زمانی مشخص شده، نشان می‌دهد. سرعت متوسط این اتومبیل در ۲ ثانیه چهارم حرکت، چند $\frac{m}{s}$ است؟

بازه زمانی	۴ ثانیه اول	۴ ثانیه دوم	۶ ثانیه اول
سرعت متوسط	$4 \frac{m}{s}$	$7 \frac{m}{s}$	$12 \frac{m}{s}$

(۱) ۳-

(۲) ۵-

(۳) ۱۱-

(۴) ۱۴-

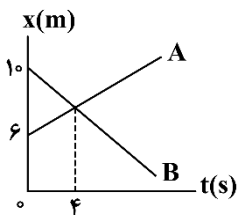
۳۶- متحرکی با سرعت ثابت در حال حرکت است. اگر این متحرک در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -16m$ و $x_2 = -4m$ عبور کند، در کدام لحظه از مبدأ مکان می‌گذرد؟

(۱) پایان ثانیه هفتم (۲) پایان ثانیه هشتم (۳) پایان ثانیه نهم (۴) پایان ثانیه دهم

۳۷- متحرکی در حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت، $\frac{1}{4}$ مسیر را با تندی $10 \frac{m}{s}$ ، $\frac{1}{3}$ از باقی‌مانده مسیر را با تندی $20 \frac{m}{s}$ و ادامه مسیر را با تندی $40 \frac{m}{s}$ طی می‌کند. تندی متوسط در کل مسیر چند واحد SI است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۳۸- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. فاصله این دو متحرک در لحظه $t = 1s$ از یکدیگر چند متر است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

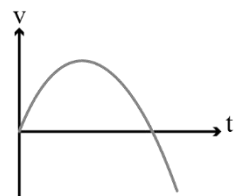
(۳) ۴

(۴) ۶

۳۹- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 4$ است. در ۱۰ ثانیه اول حرکت، حداکثر چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور، بزرگ‌تر یا برابر ۴ متر است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۴۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت صفر باشد، جهت حرکت متحرک در کدام لحظه بر حسب ثانیه تغییر کرده است؟



(۱) ۹

(۲) ۶

(۳) ۱۰

(۴) ۸



۴۱- مقدار ۷۶/۵ گرم از یک پاک‌کننده صابونی سیرشده جامد با ۱ لیتر آب سخت با غلظت $10^{-2} \times 6/25$ مولار یون کلسیم و 1500 ppm یون منیزیم به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر تعداد اتم‌های کربن در این پاک‌کننده صابونی با تعداد اتم‌های کربن در یک پاک‌کننده غیرصابونی برابر باشد، تعداد اتم‌ها در واحد فرمولی پاک‌کننده غیرصابونی کدام است؟
($Mg = 24, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۵۲ (۲) ۴۹ (۳) ۵۵ (۴) ۵۸

۴۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، نصف مقدار این نسبت در سدیم سولفید است.
ب - فرمول شیمیایی اسید چرب سازنده استر سنگینی با فرمول $C_{54}H_{98}O_6$ ، به صورت $C_{17}H_{31}O_2$ است.
ج - رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری و آب‌راه‌ها، آن چنان به این سطوح می‌چسبد که با صابون زدوده نمی‌شود.
د - در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حداقل دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.
ه - مشابه انحلال سدیم اکسید در آب، غلظت آنیون و کاتیون در محلول ایجاد شده از انحلال N_2O_5 در آب، یکسان است.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۳- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف - ذرات صابون در مخلوط ناهمگن آب، روغن و صابون، از طرف دم هیدروکربنی به سمت ذرات روغن جهت‌گیری می‌کنند.
ب - جوهر نمک، پاک‌کننده‌ای خورنده با خواص اسیدی بوده و همانند مخلوط آب و آهک، رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند.
ج - از افزودن مواد کلردار به صابون‌ها برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.
د - نخستین کسی که اسیدها را بر مبنای علمی توصیف کرد، روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۴- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، گروه‌های NH_2 - از ذرات اوره را جدا کرده و به جای آن‌ها، گروه عاملی کربوکسیل قرار می‌دهیم. در ساختار هر مولکول از ترکیب ایجاد شده، چند جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و این ماده، در چه حلالی حل خواهد شد؟

- (۱) ۱۰ - آب (۲) ۱۰ - بنزین (۳) ۸ - آب (۴) ۸ - بنزین

۴۵- برای از بین بردن سختی ۲۵ لیتر آب با چگالی $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ که درصد جرمی کلسیم کلرید در آن برابر با ۲/۲۲ درصد است، باید چند مول نمک پتاسیم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم و در ساختار ترکیب رسوبی تولید شده طی این فرایند، تفاوت شمار مول آنیون‌ها و کاتیون‌ها چقدر می‌شود؟ ($Ca = 40$ و $Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲ - ۴ (۲) ۳ - ۴ (۳) ۲ - ۶ (۴) ۳ - ۶

محل انجام محاسبات

۴۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف - برای تولید صابون جامد با فرمول شیمیایی $C_{17}H_{31}COONa$ ، به یک چربی با فرمول مولکولی $C_6H_{14}O_6$ نیاز است.
 ب - یکی از اتمهای کربن موجود در بخش آنیونی پاککنندههای غیرصابونی فقط به اتمهای کربن متصل شده است.
 ج - در ساختار ذره‌ای پاککنندههای غیرصابونی، یک گروه SO_3^- به یک حلقه بنزنی متصل شده است.
 د - استفاده از آب سخت، همانند کاهش دمای آب، قدرت پاککنندگی صابونها را کاهش می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷- کدامیک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) مخلوط روغن زیتون در هگزان، یک مخلوط همگن است.
 (۲) یک نمونه آب، برخلاف بنزین، حلال مناسبی برای حل کردن اوره به شمار می‌رود.
 (۳) الیاف سازنده پارچه‌های پلی‌استری در مقایسه با الیاف نخی، خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند.
 (۴) پاککنندههای صابونی، فاقد حلقه بنزنی بوده و برخلاف پاککنندههای غیرصابونی، با آب سخت واکنش می‌دهند.

۴۸- کدامیک از مخلوطهای زیر ناهمگن و پایدار هستند؟

(۱) جوهر نمک (۲) شربت معده (۳) ضدیخ (۴) شیر

۴۹- اگر نمونه‌ای به جرم ۳۱ گرم از سدیم اکسید با خلوص ۵۰ درصد وارد ۲ لیتر آب مقطر شود، غلظت یون هیدروکسید در محلول ایجاد شده به چند مول بر لیتر می‌رسد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید. $Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۰/۴ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۲۵

۵۰- بخش آنیونی یک صابون جامد، دارای ۱۸ اتم کربن بوده و فقط دارای یک حلقه بنزنی است. نمونه‌ای به جرم ۱۴/۹ گرم از این صابون، به مقداری آب سخت حاوی کاتیون کلسیم افزوده شده و طی این فرایند کل صابون مصرف می‌گردد. جرم رسوب ایجاد شده برابر با چند گرم است؟ ($Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۷/۳۷۵ (۲) ۱۴/۷۵ (۳) ۷/۸۷۵ (۴) ۱۵/۷۵

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ شهریورماه

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه های ۱ تا ۳۰

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۲۷ تا ۳۱

حسابان ۲

تابع
صفحه های ۱ تا ۲۲

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از ثابت تعادل)
صفحه های ۱ تا ۲۰

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
صفحه های ۱۵ تا ۲۱

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات پایه دوازدهم به صورت اختیاری است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
حمیدرضا ولی پور مأده بادان فیروز علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت اللہی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمدرضا جمشیدی ماهان فرهمندفر متین قنبری	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی مهسا بایمانی نژاد - عالیہ میرزایی فرهنگ امیری - بنیامین بهرامی حسین ایروانی - سعیده محبی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

علامت‌گذاری سؤالات آزمون برای مدیریت زمان

درک اینکه کدوم سؤالات کنکور احتمالاً در کمتر از ۱ دقیقه حل می‌شن، یک مهارت استراتژیک کلیدی‌ه! در مقاله قبلی درباره اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤالا صحبت کردیم تا بتونی سؤالای آسون بیشتری رو بزنی و حسرت به دل نمونی که چرا به چندتا سؤال آسون نرسیدم.

گفتیم که اولویت‌بندی سریع سؤالا بر اساس ۵ نکته مهم انجام می‌شه:

- ۱ **سؤالات محاسباتی و غیر محاسباتی:** معمولاً سؤالای غیر محاسباتی سریع‌تر جواب داده می‌شن.
- ۲ **توجه به طول سؤالات:** سؤالای طولانی‌تر اغلب وقت گیرتر هستن.
- ۳ **سؤالات تحلیلی:** این سؤالا معمولاً به دقت بیشتری نیاز دارن.
- ۴ **گیر نکنید:** اگر حس کردی سؤالی داره وقت رو می‌خوره، سریع رهاش کن.
- ۵ **اولویت‌بندی با اسکن:** یک نگاه سریع به همه سؤالات، کمک می‌کنه از همون اول بدونی کدوم آسون‌تر هست.

حالا می‌خوایم برای این مدیریت، یک کدگذاری یاد بگیریم:

بدون علامت: سؤالاتی که زیر یک دقیقه حل می‌شن و همون لحظه جواب میدی.

X سؤالات حذفی: سؤالایی که مطمئن نیاید درگیرشون بشی (نخوندی یا نمی‌تونی حتی یک گزینه رو حذف کنی).

— سؤالات وقت گیر: سؤالایی که باید بذاری برای دور دوم آزمون.

O سؤالات نیمه‌کاره: سؤالایی که نصفه نیمه حل کردی (مثلاً دو گزینه رو حذف کردی ولی مطمئن نشدی).

سؤالاتی که یک یا دو گزینه‌اش رو با اطمینان حذف کردیم، بزنی؟!؟!!

کنکور چهارگزینه‌ای طراحی می‌شه و در هر سؤال، سه پاسخ اشتباه یکی از درست‌ها رو حذف می‌کنه. اگه شانس همه سؤالا رو بزنی، در مجموع چیزی به دست نمیاری.

ولی فرض کن در ۳۰ سؤال، بتونی برای هر سؤال فقط یک گزینه رو با اطمینان حذف کنی. بعد بین سه گزینه باقی‌مونده شانس بزنی. از نظر آماری، احتمالاً ۱۰ تا درست می‌زنی، ۲۰ تا غلط میشه که حدود ۷ تا از درستات رو از بین می‌بره. در نهایت ۳ تا درست برات می‌مونه. پس ارزشمند میشه!



نتیجه گیری:

پس قرار شد زمان آزمون رو به دو دور تقسیم کنیم:

دور اول: هر سؤالی که زیر یک دقیقه حل میشه، جواب می‌دیم. بقیه رو با **X**، **—** یا **O** علامت می‌زنیم.
دور دوم: سراغ سؤالایی میریم که علامت زدیم (وقت گیر یا نیمه‌کاره).
اینطوری خیالمون راحت‌تره که زمان مدیریت شده و هیچ سؤال آسونی از قلم نیفته.

جمع‌بندی آخر...

این چیزی که خوندی، فقط به کلمه آموزشی نبود، بلکه یک مهارت. یعنی تا وقتی چندبار توی آزمون‌ها امتحانش کنی، به درد روز کنکور می‌خوره. خوشبختانه توی آزمون‌های ما امکان علامت‌گذاری سؤالات وجود داره. پس می‌تونی با تمرین توی این آزمون‌ها، مهارت علامت‌گذاری رو به یک عادت حرفه‌ای تبدیل کنی.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه‌بندی این آزمون
حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها، صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴
آمار و احتمال: آمار توصیفی، صفحه‌های ۶۹ تا ۹۴

سهم در کنکور
حسابان ۱: تست از ۱۰ تست کنکور
هندسه ۲: تست از ۴ تست کنکور
آمار و احتمال: ۱ تست از ۴ تست کنکور

۱- اگر تابع $f(x) = \left(\frac{m+3}{7-m}\right)^x$ یک تابع نمایی باشد، مجموع مقادیر صحیح m کدام است؟

۲۰ (۴)

۲۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۸ (۱)

آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

معرفی تابع نمایی

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد را یک تابع نمایی گوئیم.

$$f(x) = a^x, \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

نمودار توابع نمایی

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت
		نمودار
با افزایش x ، مقدار $f(x)$ کاهش می‌یابد. (نزولی)	با افزایش x ، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد. (صعودی)	
\mathbb{R}	\mathbb{R}	دامنه
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	برد

برای اینکه تابع f ، تابعی نمایی باشد، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

I) $\frac{m+3}{7-m} > 0$ تعیین علامت $\rightarrow m \in (-3, 7)$

II) $\frac{m+3}{7-m} \neq 1 \Rightarrow m+3 \neq 7-m \Rightarrow 2m \neq 4 \Rightarrow m \neq 2$

بنابراین مجموعه قابل قبول برای m ، اشتراک I و II خواهد بود:

$(I) \cap (II) \rightarrow (-3, 7) - \{2\} \xrightarrow[\text{طبق سوال}]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2, -1, 0, 1, 3, 4, 5, 6\}$

در نتیجه مجموع مقادیر صحیح m برابر ۱۶ خواهد بود.





۲- با فرض $25^x = 64$ ، حاصل $\frac{5x+3}{x}$ کدام است؟
 (۱) ۱۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

$$25^x = 64 \Rightarrow (5^x)^2 = 8^2 \Rightarrow 5^x = 8 \Rightarrow 5^x = 2^3$$

از طرفی:

$$A = 2^{\frac{5x+3}{x}} = 2^{\frac{5}{x} + \frac{3}{x}} = 2^5 \times (2)^{\frac{3}{x}} = 2^5 \times (2^3)^{\frac{1}{x}}$$

$$A = 2^5 \times (5^x)^{\frac{1}{x}} = 2^5 \times 5 = 32 \times 5 = 160$$

می‌دانیم که $2^3 = 5^x$ است، پس:

سوال منتخب

فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟ (کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۴) $\frac{2x-1}{x-1}$

(۳) $\frac{x-1}{2x-1}$

(۲) $\frac{x+1}{2x+1}$

(۱) $\frac{2x+1}{x+1}$

پاسخ تشریحی:

ابتدا از معادله $5^x = 10$ رابطه‌ای با ۲ به دست می‌آوریم:

$$5^x = 2 \times 5 \Rightarrow 5^{x-1} = 2$$

حال با جایگذاری مقدار به دست آمده برای ۲ در معادله $2^{f(x)} = 20$ ، ضابطه $f(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow 5^{(x-1)f(x)} = 2^2 \times 5 \xrightarrow{5^{x-1}=2} 5^{(x-1)f(x)} = 5^{2x-2} \times 5 = 5^{2x-1}$$

$$\Rightarrow 5^{(x-1)f(x)} = 5^{2x-1} \Rightarrow (x-1)f(x) = 2x-1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

پاسخ: گزینه ۴

قلقشو یاد بگیر!

همیشه وقتی تو مبحث لگاریتم هستیم اعداد ۲، ۵ و ۱۰ رو که می‌بینی باید یادتون بیاد که $2 \times 5 = 10$ و از اینجا راهی باز کنید برای ادامه مسئله. اولش رو بنویسید، باقیش خودش رو نشون می‌ده که چطوری حل می‌شه! 😊



۳- اگر $2^x + 2^{-x} = 3$ باشد، حاصل $8^x + 8^{-x}$ کدام است؟
 (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۲۴ (۴) ۱۶

متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا طرفین رابطه داده شده را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$2^x + 2^{-x} = 3 \xrightarrow{\text{توان ۳}} (2^x + 2^{-x})^3 = 27$$

اگر در اتحاد مکعب دو جمله‌ای $a = 2^x$ و $b = 2^{-x}$ باشد، داریم:

$$(2^x + 2^{-x})^3 = (2^x)^3 + (2^{-x})^3 + 3(2^x \times 2^{-x})(2^x + 2^{-x})$$

$$\Rightarrow 27 = 8^x + 8^{-x} + 9 \Rightarrow 8^x + 8^{-x} = 27 - 9 = 18$$



نتیجه اتحاد مکعب دو جمله‌ای رو که یادت بود؟

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$



۴- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $9^x - 4(3^{x+1}) + 27 = 0$ باشند، حاصل $x_1^3 + x_2^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴)

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا معادله داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$9^x - 4(3^{x+1}) + 27 = 0 \Rightarrow (3^2)^x - 4(3 \times 3^x) + 27 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 12(3^x) + 27 = 0$$

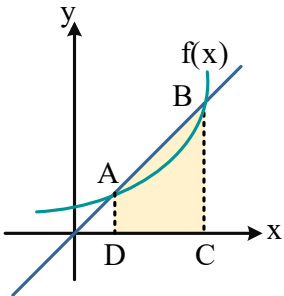
حال به کمک تغییر متغیر $t = 3^x$ داریم:

$$t^2 - 12t + 27 = 0 \Rightarrow (t - 9)(t - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{3^x = t} \begin{cases} 3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1 \\ 3^x = 9 \Rightarrow x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = 1 + 8 = 9$$



۵- با توجه به شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = 2^{x-1}$ ، نیمساز ناحیه اول و سوم را در نقاط A و B قطع کرده است. مساحت دوزنقه ABCD کدام است؟



ABCD کدام است؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

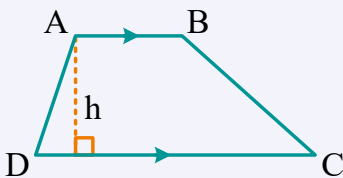
آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

مساحت دوزنقه چی بود؟

مساحت دوزنقه مقابل برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(AB + DC)h$$



می‌دانیم که نمودار تابع f ، نیمساز ناحیه اول و سوم $(g(x) = x)$ را در دو نقطه قطع کرده است. پس:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2^{x-1} = x \Rightarrow 2^x \times \frac{1}{2} = x \Rightarrow 2^x = 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

بنابراین مختصات نقاط A و B به صورت $A(1, 1)$ و $B(2, 2)$ است، در نتیجه مساحت دوزنقه ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \times DC = \frac{1}{2}(1 + 2) \times 1 = \frac{3}{2}$$





۶- دو تابع $f(x) = 3 - 2^{x+1}$ و $g(x) = \frac{5 - 2^{2x+1}}{3}$ در نقاط به طول α و β متقاطع هستند. مجموع $f(\alpha)$ و $g(\beta)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) صفر

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

برای پیدا کردن نقاط برخورد دو تابع، کافی است معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{5 - 2^{2x+1}}{3} = 3 - 2^{x+1} \xrightarrow[\substack{2^x = A \\ 2^{2x} = A^2}]{2^x = A} \frac{5 - 2A^2}{3} = 3 - 2A \Rightarrow 5 - 2A^2 = 9 - 6A \Rightarrow 2A^2 - 6A + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \\ A = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \beta = 1 \end{cases}$$

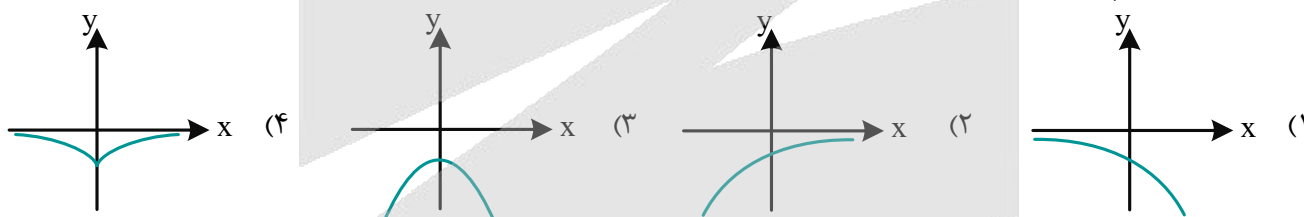
$$f(\alpha) = g(\alpha) = 1, f(\beta) = g(\beta) = -1 \Rightarrow f(\alpha) + g(\beta) = 1 + (-1) = 0$$

نکته رو داشتی دیگه؟

فرقی نداشت که بین صفر و یک کدوم رو α بگیریم و کدوم رو β . چون دیدی که $f(0) = g(0) = 1$, $f(1) = g(1) = -1$ تست زدن الکی وقت تلف نکنی که حالا کدوم رو α بگیریم و کدوم رو β بگیریم؟ اینا فقط دو تا اسم بودن اینجا، ولی در برخی تست‌های دیگه اگه با جایگذاری در f و g مقادیر متفاوتی بدن باید حواست باشه که همه حالت‌هایی که می‌تونه پیش بیاد رو امتحان کنی!



۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{2^x - 2^{x+2}}{4^x}$ به کدام صورت است؟



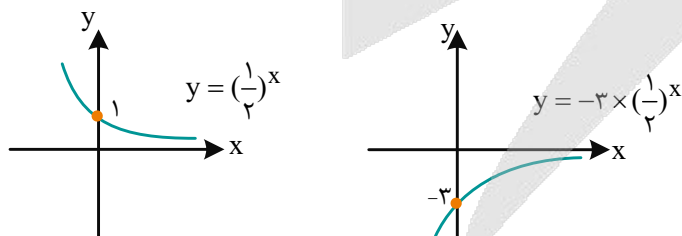
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم. ببینید:

$$f(x) = \frac{2^x - 2^{x+2}}{4^x} = \frac{2^x(1 - 2^2)}{4^x} = -3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x \Rightarrow f(x) = -3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر است:



واضح است که نمودار $f(x)$ شبیه نمودار گزینه ۲ است.



۸- اگر $\log_2(2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)})) = 1$ باشد، آن گاه مقدار x کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اینم از تعریف لگاریتم

با فرض $a > 0, b > 0, b \neq 1$:

$$\log_b^a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

$$\log_2(2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)})) = 1 \Rightarrow 2 \log_3(3 \log_4^{(x+2)}) = 2$$

$$\Rightarrow \log_3(3 \log_4^{(x+2)}) = 1 \Rightarrow 3 \log_4^{(x+2)} = 3 \Rightarrow \log_4^{(x+2)} = 1$$

$$\Rightarrow x + 2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

•• ibo ••

۹- با فرض $f(x) = \log_2^x + \log_2^{\frac{1}{x}}$ ، اگر دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{|f(x)|} - f(x)}$ به صورت (a, b) باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) صفر

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

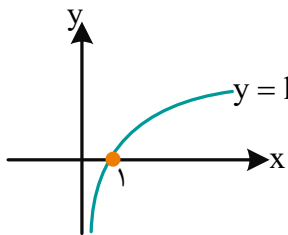
پاسخ: گزینه ۴

برای پیدا کردن دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{|f(x)|} - f(x)}$ داریم:

می‌دانیم نامعادله فوق زمانی برقرار است که $f(x) < 0$ باشد، پس: $\log_2^x + \frac{1}{\log_2^x} < 0 \Rightarrow \frac{(\log_2^x)^2 + 1}{\log_2^x} < 0$

در نامعادله به دست آمده، صورت کسر همواره مثبت است، پس:

در نتیجه با توجه به نمودار تابع $y = \log_2^x$ ، مجموعه جواب نامعادله مذکور به صورت $0 < x < 1$ است، پس:



$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a - b = 0 - 1 = -1$$

•• ibo ••

۱۰- اگر $\log_2^a = b$ و $\log_2^b = a$ باشد، آن گاه حاصل $\log_{\sqrt{ab}}^{\sqrt{ab}}$ بر حسب a و b کدام است؟

(۴) $\frac{ab+1}{ab+2}$

(۳) $\frac{a+b}{a+2b}$

(۲) $\frac{ab+1}{a+2b}$

(۱) $\frac{a+b}{ab+1}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\log_{\sqrt{ab}}^{\sqrt{ab}} = \frac{\log_2^{\sqrt{ab}}}{\log_2^{\sqrt{ab}}} = \frac{\log_2^a + \log_2^b}{\log_2^a + \log_2^b} = \frac{\log_2^a + \log_2^b}{2 \log_2^a + \log_2^b}$$



می‌دانیم که $\log_2^3 = a$ و $\log_5^2 = b$ است، بنابراین:

$$\log_{\sqrt{5}}^{\sqrt{2}} = \frac{a + \frac{1}{b}}{\frac{2}{b} + a} = \frac{ab + 1}{2 + ab}$$

توجه داشته باشید که $b = \log_5^2 \neq 0$ است.

کلاس درس ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	مثال
$\log_a^1 = 0$	$\log_3^1 = 0$
$\log_a^a = 1$	$\log_2^2 = 1$
$\log_a^{b^n} = n \log_a^b$	$\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3 \log_5^5 = 3$
$\log_{a^n}^{b^m} = \frac{m}{n} \log_a^b$	$\log_{\sqrt{10}}^{(10^{\circ})} = \log_{10^{\frac{1}{2}}}^{10^{-2}} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} \log_{10}^{10} = -4$
$\log_a^{bc} = \log_a^b + \log_a^c$	$\log_{\sqrt{2}}^4 + \log_{\sqrt{2}}^{16} = \log_{\sqrt{2}}^{64} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^6} = 12$
$\log_a^{\left(\frac{b}{c}\right)} = \log_a^b - \log_a^c$	$\log_2^{52} - \log_2^{13} = \log_2^{39} = \log_2^4 = 2$
$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا)	$\log_3^2 = \frac{\log_{10}^2}{\log_{10}^3}$ (تغییر مبنا به 10)
$c^{\log_a^b} = b^{\log_a^c}$	$(11)^{\log_3^{\sqrt{2}}} = (\sqrt{2})^{\log_3^{11}} = (\sqrt{2})^4 = 4$
$\log_a^b \times \log_b^c \times \dots \times \log_n^m = \log_a^m$	$\log_2^3 \times \log_3^4 \times \log_4^{\frac{1}{2}} = \log_2^3 \times 2 \log_3^2 \times (-\log_3^2) = -2$
$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$	$\log_2^3 = \frac{1}{\log_3^2}$

حواست باشه لگاریتم 2 و 5 می‌تونن به راحتی به هم تبدیل بشن!

$$\log_2^5 = 1 - \log_5^2 \text{ و } \log_5^2 = 1 - \log_2^5$$

۱۱- اگر $f(x) = \begin{cases} f(x+1) & ; x < 1 \\ 5^{x-2} & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\log_5^3)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم که $\log_5^3 < \log_5^5 = 1$ است، بنابراین برای محاسبه $f(\log_5^3)$ به سراغ ضابطه بالایی می رویم:

$$x = \log_5^3 \Rightarrow f(\log_5^3 + 1) = f(\log_5^3 + \log_5^5) = f(\log_5^{15})$$

از طرفی، $\log_5^{15} > \log_5^5 = 1$ است، لذا برای محاسبه $f(\log_5^{15})$ از ضابطه پایینی کمک می گیریم:

$$x = \log_5^{15} \Rightarrow 5^{\log_5^{15} - 2} = 5^{\log_5^{15} - \log_5^2} = 5^{\log_5^{\frac{15}{25}}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$



۱۲- حاصل عبارت $\frac{\log_2^{80} - \log_2^{160}}{\log_2^4}$ کدام گزینه می باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۲

اگر عبارت داده شده را برابر A در نظر بگیریم، داریم:

$$A = \log_2^{80} \times \log_2^{40} - \log_2^{160} \times \log_2^{20} = \log_2^{(2^4 \times 5)} \log_2^{(2^3 \times 5)} - \log_2^{(2^5 \times 5)} \log_2^{(2^2 \times 5)}$$

$$= (4 + \log_2^5)(3 + \log_2^5) - (5 + \log_2^5)(2 + \log_2^5) = (12 + 7 \log_2^5 + (\log_2^5)^2) - (10 + 7 \log_2^5 + (\log_2^5)^2) = 2$$

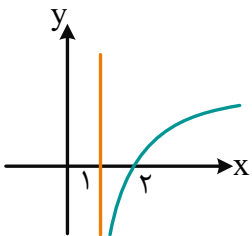
این هم از قلم نیفته!

$$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^b \cdot \log_b^a = 1$$



۱۳- اگر نمودار تابع $f(x) = \log_2^{(ax+b)}$ به صورت شکل مقابل باشد، آن گاه $f(\frac{5}{4})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) -2



آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۴

دامنه تابع به صورت $D_f = (1, +\infty)$ می باشد، بنابراین طبق نمودار لگاریتم، مقدار $ax + b$ در نقطه ۱ باید صفر شود. نقطه $(2, 0)$ هم که جزء تابع است، پس می توان نوشت:

$$D_f = (1, +\infty) \Rightarrow a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$(2, 0) \in f \Rightarrow 0 = \log_2^{(2a+b)} \Rightarrow 2a + b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$



بنابراین ضابطه تابع برابر است با:

$$f(x) = \log_7^{(x-1)} \Rightarrow f\left(\frac{5}{4}\right) = \log_7^{\frac{1}{4}} = -2$$



۱۴- جواب معادله $\log_x^{(2x+2)} = \frac{5}{2} - \log_x^{(2x+2)}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt{2}-1$

(۳) $\sqrt{2}+1$

(۲) $\sqrt{3}-1$

(۱) $\sqrt{3}+1$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا در معادله داده شده عبارت $\log_x^{(2x+2)}$ را برابر t فرض کرده و داریم:

$$\log_x^{(2x+2)} = \frac{5}{2} - \log_x^{(2x+2)} \Rightarrow t = \frac{5}{2} - \frac{1}{t} \Rightarrow t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases}$$

$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_x^{(2x+2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x+2 = \sqrt{x} \xrightarrow{\sqrt{x}=m} 2m^2 - m + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0}$ جواب حقیقی ندارد

$t = 2 \Rightarrow \log_x^{(2x+2)} = 2 \Rightarrow 2x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = 12} \begin{cases} x = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} = 1+\sqrt{3} \\ x = \frac{2-2\sqrt{3}}{2} = 1-\sqrt{3} \end{cases}$

با توجه به $\log_x^{(2x+2)}$ ، باید $x > 0$ باشد، بنابراین $x = 1 - \sqrt{3}$ غیرقابل قبول است.

حل معادلات لگاریتمی

$$۱) \log_a^{f(x)} = b \xrightarrow{\substack{a \neq 1 \\ (a > 0)}} f(x) = a^b$$

$$۲) \log_a^{f(x)} = \log_a^{g(x)} \xrightarrow{\substack{a > 0 \\ a \neq 1}} f(x) = g(x)$$

در گام اول برای حل معادلات لگاریتمی باید طرفین را تا جای ممکن ساده کرد، سپس آن را حل می‌کنیم. حواستان باشد: جواب‌های به دست آمده از حل معادله لگاریتمی را بایستی در معادله اولیه بررسی کنید، برای این موضوع باید به دامنه لگاریتمی تسلط داشته باشید:

$$h(x) = \log_{g(x)}^{f(x)} \Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 & (۱) \\ g(x) > 0 & (۲) \\ g(x) \neq 1 & (۳) \end{cases} \Rightarrow D_h = (۱) \cap (۲) \cap (۳)$$





۱۵- جواب معادله $\log_2^x = 3^{1+\log_3^2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

نکته‌ای در مورد توان‌های لگاریتمی

اگر $a, b, c > 0$ و $c \neq 1$ ، آن‌گاه داریم:

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

طبق نکته بالا داریم:

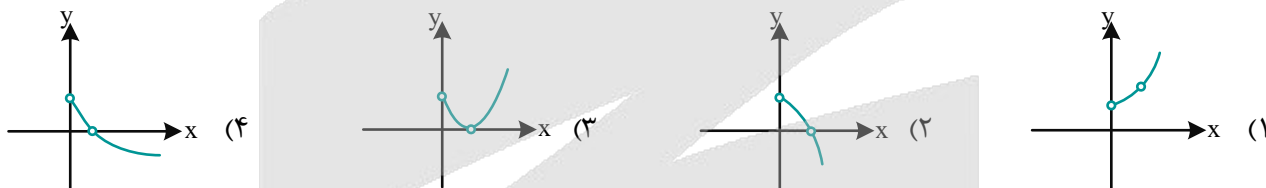
$$\left. \begin{aligned} 4^{\log_2^x} &= x^{\log_2^4} = x^{2 \log_2^2} = x^2 \\ 3^{1+\log_3^2} &= 3^1 \times 3^{\log_3^2} = 3^1 \times 2^{\log_3^3} = 3 \times 2 = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4^{\log_2^x} = 3^{1+\log_3^2} \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \quad \checkmark \\ x = -\sqrt{6} \quad \times \end{cases}$$

تذکر

$x = -\sqrt{6}$ غیرقابل قبول است، زیرا در عبارت \log_2^x مقدار x باید مثبت باشد.



۱۶- نمودار تابع $f(x) = 2 - x^x \log_2^x$ به نمودار موجود در کدام گزینه شبیه است؟



پاسخ: گزینه ۲

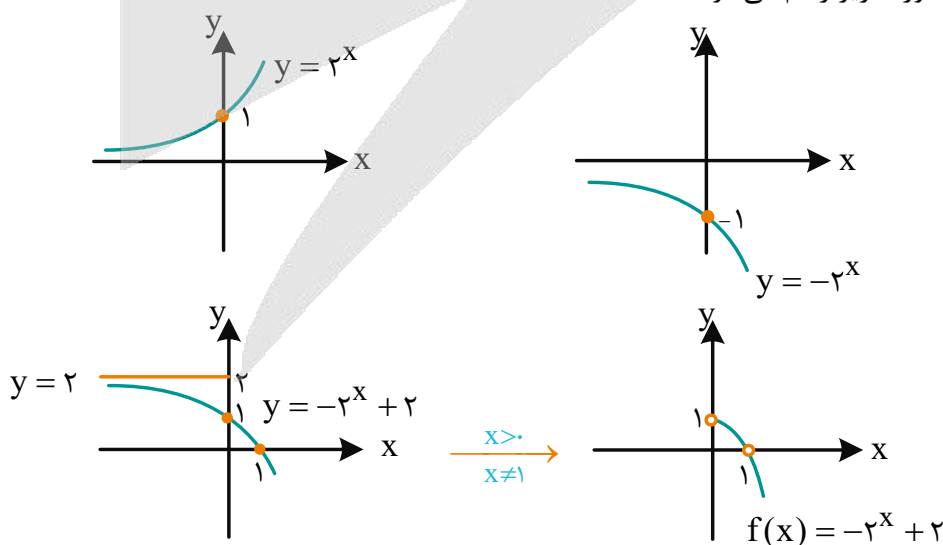
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

توجه داریم که دامنه تابع $x > 0$ و $x \neq 1$ می‌باشد. یعنی:

$$D_f = (0, +\infty) - \{1\}$$

$$f(x) = 2 - x^x \log_2^x = 2 - (x^{\log_2^x})^x = 2 - (2)^x \Rightarrow f(x) = 2 - 2^x, D_f = (0, +\infty) - \{1\}$$

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر رسم می‌شود:



واضح است که نمودار $f(x)$ شبیه نمودار گزینه ۲ است.





۱۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $\sqrt{x}^{(-1+\log_{\Delta}^x)} = 5$ باشند ($x_1 > x_2$)، آن‌گاه حاصل $\log_{x_2}^{x_1}$ کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

در ابتدا از دو طرف معادله، لگاریتم در مبنای ۵ می‌گیریم:

$$\sqrt{x}^{(-1+\log_{\Delta}^x)} = 5 \xrightarrow{\log_5} \log_5 \sqrt{x}^{(-1+\log_{\Delta}^x)} = \log_5 5 \Rightarrow (-1+\log_{\Delta}^x) \log_5 \sqrt{x} = \log_5 5$$

$$\Rightarrow -\log_5 \sqrt{x} + \log_{\Delta}^x \log_5 \sqrt{x} = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \log_{\Delta}^x + \frac{1}{2} (\log_{\Delta}^x)^2 = 1 \xrightarrow{\times 2} (\log_{\Delta}^x)^2 - (\log_{\Delta}^x) - 2 = 0$$

$$\log_{\Delta}^x = t \xrightarrow{\text{حل معادله درجه دوم بر حسب } t} t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \log_{\Delta}^x = 2 \Rightarrow x = 25 \\ t = -1 \Rightarrow \log_{\Delta}^x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_1 > x_2} \log_{x_2}^{x_1} = \log_{\frac{1}{5}}^{25} = -2$$



۱۸- با فرض $(\sqrt{x^x})^{\log_x^{\Delta 1}} = (\sqrt{x^x})^{\log_x^{\sqrt{3}}}$ ، حاصل $\log_{\Delta}^{(3x-4)}$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که اگر $a > 0$ و $m, n \in \mathbb{N}$ باشند، داریم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$(\sqrt{x^x})^{\log_x^{\Delta 1}} = (\sqrt{x^x})^{\log_x^{\sqrt{3}}} \Rightarrow (x^{\frac{x}{x}})^{\log_x^{\Delta 1}} = (x^{\frac{x}{2}})^{\log_x^{\sqrt{3}}}$$

پس:

از طرفی، با توجه به رابطه $(a^m)^n = a^{mn}$ داریم:

$$(x)^{\frac{\log_x^{\Delta 1}}{x}} = (x)^{\frac{x \log_x^{\sqrt{3}}}{2}} \Rightarrow \frac{\log_x^{\Delta 1}}{x} = \frac{x \log_x^{\sqrt{3}}}{2} \Rightarrow x^2 \log_x^{\sqrt{3}} = 2 \log_x^{\Delta 1}$$

$$\Rightarrow \log_x^{(\sqrt{3})^{x^2}} = \log_x^{(\Delta 1)^2} \Rightarrow (\sqrt{3})^{x^2} = (\Delta 1)^2 \Rightarrow (3^{\frac{1}{2}})^{x^2} = (3^4)^2 \Rightarrow (3)^{\frac{x^2}{2}} = 3^8$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{2} = 8 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

می‌دانیم که $x > 0$ قابل قبول است؛ در نتیجه حاصل خواسته شده برابر است با:

$$\log_{\Delta}^{3x-4} = \log_{\Delta}^8 = \log_{\frac{2}{2}}^8 = \frac{3}{2}$$



و اما ویژگی‌های توان‌های حقیقی

$$(x, y \in \mathbb{R}, a, b \in \mathbb{R})$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$



۱۹- اگر بزرگی زلزله‌ای در مقیاس ریشتر برابر M و انرژی آزاد شده بر حسب ارگ برابر E باشد؛ آن‌گاه انرژی زلزله از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می‌آید. انرژی زلزله‌ای به بزرگی $5/2$ ریشتر چند برابر زلزله‌ای به شدت $3/2$ ریشتر است؟

- ۲۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰ (۳) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$M_1 = 5/2 \Rightarrow \log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 5/2 = 19/6 \Rightarrow E_1 = 10^{19/6}$$

$$M_2 = 3/2 \Rightarrow \log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 3/2 = 16/6 \Rightarrow E_2 = 10^{16/6}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{19/6}}{10^{16/6}} = 10^3 = 1000$$



۲۰- طول یک شمع ۲۰ سانتی‌متر است. اگر در هر دقیقه ۲ درصد از طول آن کم شود، پس از چند دقیقه طول آن ۵ سانتی‌متر می‌شود؟

$$(\log 7 \approx 0/8, \log 2 \approx 0/3)$$

- ۶ (۴) ۷ (۳) ۸ (۲) ۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

طول اولیه شمع (n_0) برابر ۲۰cm است، بنابراین داریم:

$$f(t) = n_0 (1 - 0/02)^t \Rightarrow 5 = 20 (0/98)^t \Rightarrow 1 = 4 (0/98)^t \Rightarrow t = \log_{0/98} \frac{1}{4}$$

$\log_{0/98} \frac{1}{4}$ را به لگاریتم‌های با مبنای ۱۰ تبدیل می‌کنیم:

$$t = \frac{\log \frac{1}{4}}{\log 0/98} = \frac{\log 1 - \log 4}{\log 98 - \log 100} = \frac{\log 1 - 2 \log 2}{-\log 100 + \log 98} = \frac{-2 \log 2}{-2 + 2 \log 7 + \log 2}$$

$$= \frac{-2 \times (0/3)}{-2 + 2 \times 0/8 + 0/3} = \frac{-0/6}{-2 + 1/6 + 0/3} = \frac{0/6}{0/1} = 6$$





۲۱- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد تجانس درست است؟

(الف) در تجانس مستقیم نقطه M ، مرکز تجانس، بین نقطه M و مجانش M' قرار می‌گیرد.

(ب) هر دو خط موازی فقط با تجانس مستقیم می‌توانند مجانس هم باشند.

(ج) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.

(د) تجانس اندازه زاویه را حفظ نمی‌کند.

(ه) هیچ‌گاه دو خط متقاطع نمی‌توانند مجانس یکدیگر باشند.

۴ (۴)

۳ (۳) صفر

۲ (۲)



۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

همه چیز در مورد تجانس

در این تبدیل، ابعاد شکل با نسبت $k \neq 0$ بزرگ یا کوچک می‌شود. به k «نسبت تجانس» می‌گویند.

انواع تجانس	علامت k	موقعیت نقطه (A) و مجانش (A') و مرکز تجانس (M)
مستقیم	مثبت	در این حالت، A و A' در یک طرف M قرار دارند. 
معکوس	منفی	در این حالت، A و A' در دو طرف M قرار دارند. 

ویژگی‌های تجانس:

(۱) تجانس در حالت کلی طولی نیست. این تبدیل فقط زمانی طولی است که $|k| = 1$ باشد.

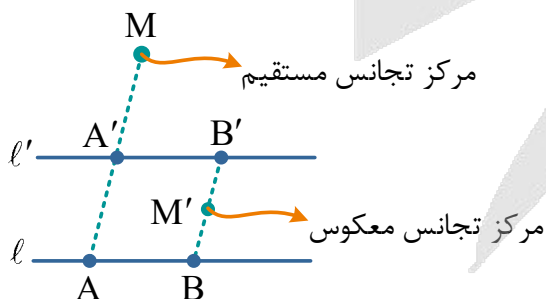
(۲) تجانس شیب خط و اندازه زاویه را تغییر نمی‌دهد. از این ویژگی نتیجه می‌گیریم که دو شکل زمانی مجانس یکدیگر هستند، که اضلاع نظیرشان موازی باشد.

(۳) در تجانس خط‌هایی که هر نقطه را به مجانش وصل می‌کند، در مرکز تجانس هم‌رس هستند.

بررسی موارد:

موارد (الف)، (ج)، (د) عیناً در توضیحات بالا اشاره شده است، پس از بین این‌ها فقط مورد (ج) درست است. حال به بررسی سایر موارد می‌پردازیم:

(پ) هر دو خط موازی هم می‌توانند با تجانس معکوس مجانس هم باشند و هم با تجانس مستقیم.



همانطور که در توضیحات دیدید، تجانس شیب خط را حفظ می‌کند، پس هیچ‌گاه دو خط متقاطع نمی‌توانند مجانس یکدیگر باشند.

در نتیجه موارد (ج) و (ه) درست هستند. پس تعداد گزاره‌های درست ۲ است.

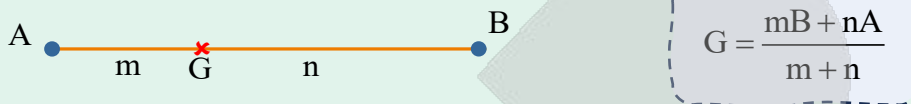
۲۲- اگر نقطه $A(-2, 3)$ مجانس نقطه $B(4, 7)$ با نسبت تجانس ۳ باشد، مختصات مرکز تجانس کدام است؟
 (۱) $(5, 7)$ (۲) $(4, 8)$ (۳) $(7, 9)$ (۴) $(5, 8)$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

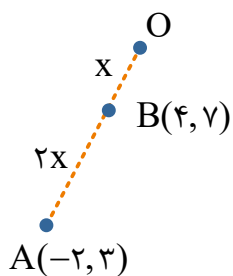
پاسخ: گزینه ۳

قلیشو یاد بگیر!

اگر نقطه G بین دو نقطه A و B طوری قرار گرفته باشد که نسبت فاصله آن از A و B به ترتیب m و n باشد، مختصات آن از رابطه زیر به دست می‌آید:



چون نسبت تجانس مثبت است، تجانس مستقیم است و خواهیم داشت:



$$k = \frac{OA}{OB} = 2$$

$$B = \frac{1A + 2O}{3} \Rightarrow 3B = A + 2O \Rightarrow O = \frac{3B - A}{2}$$

$$O = \frac{(12, 21) - (-2, 3)}{2} = (7, 9)$$



۲۳- پاره خط دلخواه BC به طول ۳ و نقطه A غیر واقع بر آن را در نظر بگیرید. اگر تصویر پاره خط تحت تجانس به مرکز A و نسبت ۴

را $B'C'$ بنامیم، نسبت مساحت چهارضلعی $BCC'B'$ به مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۹

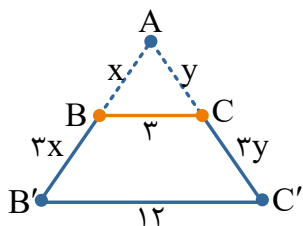
(۳) ۱۶

(۴) ۱۵

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

طبق توضیحات صورت سوال خواهیم داشت:



$$\triangle ABC \sim \triangle AB'C' \Rightarrow \frac{S_{\triangle AB'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{16}{1} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{15}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BCC'B'}}{S_{\triangle ABC}} = 15$$

کارآگاه بازی رو داشته!

راز طراح این بود که تجانس مستقیم به پاره خط، با حالت تناسب سه ضلع، دو تا مثلث متشابه می‌دهد؛ که نسبت تشابه‌شون هم همون

نسبت تجانس. نسبت مساحت‌های دو شکل متجانس رو هم که دیگه می‌دونی مجذور نسبت تشابه می‌شه. حالا گرفتی نسبت $\frac{S_{\triangle AB'C'}}{S_{\triangle ABC}}$

چطوری مساوی $4^2 = 16$ شده بود؟



۲۴- مجانس مثلث متساوی الاضلاع با ارتفاع $3\sqrt{3}$ در تجانس به مرکز O و نسبت $k = -2$ را پیدا کرده ایم. مساحت تصویر این مثلث تحت این تبدیل کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $9\sqrt{3}$ (۴) $36\sqrt{3}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در تجانس با نسبت k ، مساحت k^2 برابر می شود. از طرفی می دانیم که مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ و ارتفاع آن برابر $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است.

$$\text{ارتفاع مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 3\sqrt{3} \Rightarrow a = 6$$

ابتدا مساحت مثلث اصلی را پیدا کرده و سپس مساحت تصویر آن را می یابیم:

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4}(6)^2 = 9\sqrt{3} \Rightarrow S_{\text{تصویر}} = (-2)^2 S \Rightarrow S_{\text{تصویر}} = 4(9\sqrt{3}) = 36\sqrt{3}$$



۲۵- دایره $C(O, R)$ را به مرکز نقطه مفروض A روی دایره ابتدا با تجانس به نسبت $k = 2$ تصویر نموده و سپس دایره به دست آمده را به همین مرکز و با نسبت تجانس $k' = -3$ تصویر می کنیم تا دایره $C(O', R')$ به دست آید. فاصله OO' چند برابر R است؟

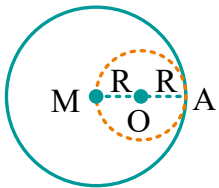
- (۱) ۷ برابر (۲) ۶ برابر (۳) ۱۲ برابر (۴) ۵ برابر

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول

ابتدا دایره $C(O, R)$ را رسم می کنیم و نقطه A را بر روی آن مشخص می کنیم. دقت کنید که مرکز تجانس اول (A) روی دایره است و علامت نسبت تجانس مثبت است، پس تجانس مستقیم می باشد و دو دایره مماس داخل اند. از طرفی می دانیم نسبت تجانس در دایره برابر نسبت اندازه شعاع آن ها است، پس:

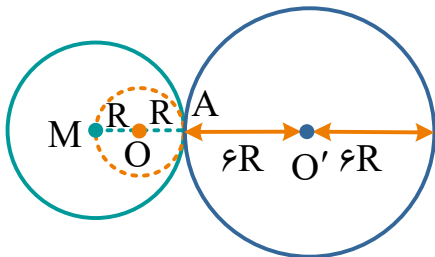


$$\frac{MA}{OA} = |k| \Rightarrow \frac{MA}{R} = 2 \Rightarrow MA = 2R$$

پس دایره مجانس، $C(M, 2R)$ است.

گام دوم

حال به سراغ تجانس دوم می رویم، تجانس معکوس است و مرکز تجانس بر روی دایره $(M, 2R)$ قرار دارد. پس دو دایره مماس خارج اند. حال برای پیدا کردن شعاع دایره مجانس (R') طبق گام اول عمل می کنیم:



$$\frac{O'A}{MA} = |k| \Rightarrow \frac{R'}{2R} = 3 \Rightarrow R' = 6R$$

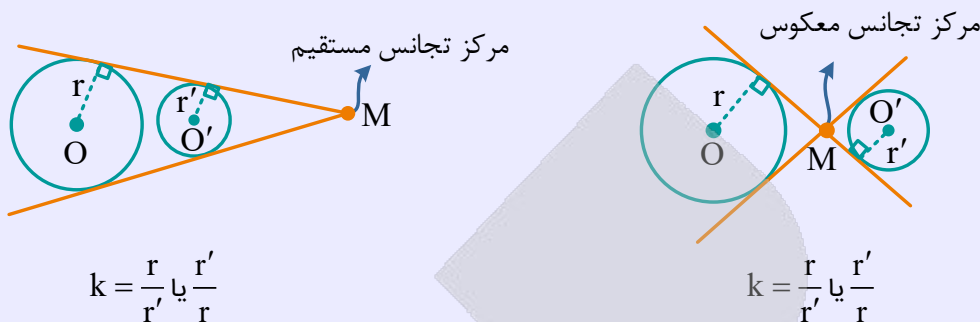
گام سوم

با توجه به شکلی که در گام دوم رسم کردیم، خواسته سوال برابر است با:

$$OO' = R + 6R = 7R$$

تجانس در دایره‌ها

هر دو دایره دلخواه، مجانس یکدیگرند و نسبت تجانس آن‌ها برابر است با نسبت شعاع آن‌ها. دقت کنید که مرکز تجانس مستقیم دو دایره، محل برخورد مماس‌های مشترک‌های خارجی و مرکز تجانس معکوس دو دایره محل برخورد مماس‌های مشترک‌های داخلی آن‌ها است.



حالت‌های خاص تجانس دو دایره

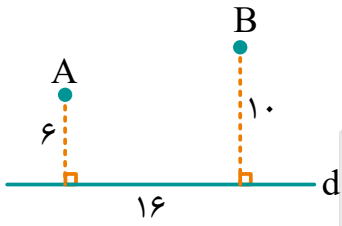
دو دایره مماس داخل فقط مرکز تجانس مستقیم دارند و همچنین محل برخورد دو دایره مماس خارج، مرکز تجانس معکوس آن‌ها است.



۲۶- در شکل زیر، نقطه M را روی خط d طوری به دست آورده‌ایم که اندازه AM + BM، کم‌ترین مقدار را داشته باشد. BM - AM

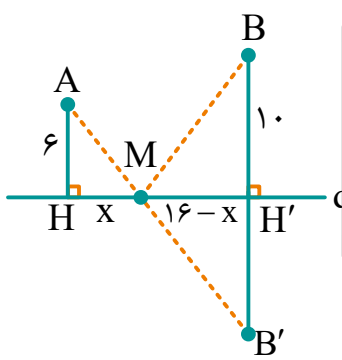
کدام است؟

- ۱) $4\sqrt{2}$
- ۲) $5\sqrt{2}$
- ۳) $6\sqrt{2}$
- ۴) $7\sqrt{2}$



متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲) پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نقطه B را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم تا B' به دست بیاید. مثلث‌های AMH و BMH' متشابه‌اند. حال ابتدا نسبت تشابه بین این دو مثلث را تشکیل می‌دهیم تا مقدار x به دست بیاید:



$$\frac{AH}{BH'} = \frac{MH}{MH'} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{x}{16-x}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{16-x} \Rightarrow 5x = 48 - 3x$$

$$\Rightarrow 8x = 48 \Rightarrow x = 6$$

حال به کمک قضیه فیثاغورس، داریم:

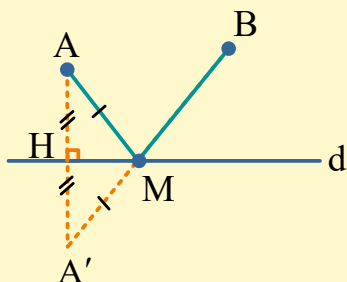
$$\triangle AHM: AM = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

$$\triangle BH'M: BM = \sqrt{BH'^2 + MH'^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}$$

$$BM - AM = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

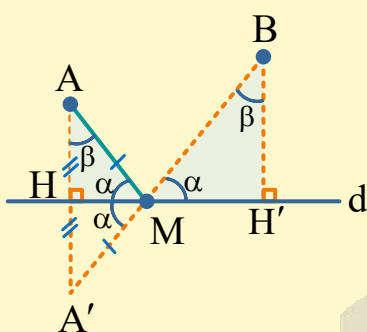
بنابراین:

دو نقطه A و B در یک طرف خط d مفروض اند. اگر نقطه M روی خط d بلغزد، برای پیدا کردن کمترین طول خط شکسته AMB کافیهست بازتاب نقطه A نسبت به خط d یعنی A' را پیدا کنیم و از A' به B وصل کنیم تا خط d را در M قطع کند، در این صورت:



$$\text{Min}(|AM| + |MB|) = |A'B|$$

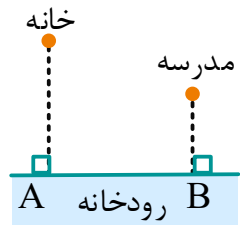
این مسئله به مسئله هرون مشهور است. در این تیپ از مسائل اگر طول پاره‌خط‌های AM یا BM را بخواهیم، باید از تشابه دو مثلث



$\triangle AHM$ و $\triangle BH'M$ استفاده کنیم.

$$\frac{MB}{MA} = \frac{BH'}{AH} = \frac{MH'}{MH}$$

۲۷- در شکل مقابل خانه، مدرسه و رودخانه روستای آقای کامیار داده شده است. اگر فاصله A تا B، ۱۲ کیلومتر، فاصله خانه تا رودخانه ۳ کیلومتر و فاصله مدرسه تا رودخانه ۲ کیلومتر باشد، کمترین مسافتی که کامیار طی می‌کند تا از خانه به کنار رودخانه برود و سپس از آن جا به مدرسه برسد، چند کیلومتر است؟

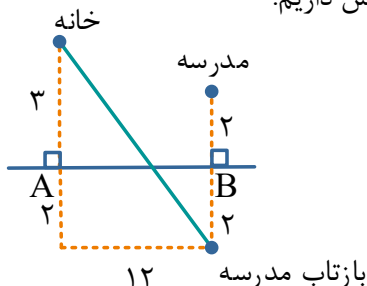


- (۱) ۱۳
- (۲) $2 + \sqrt{153}$
- (۳) $3 + \sqrt{148}$
- (۴) ۱۸

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

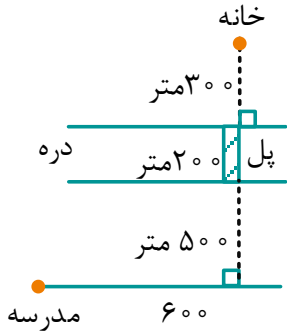
پاسخ: گزینه ۱

ابتدا بازتاب مدرسه را نسبت به خط ساحل رودخانه مشخص می‌کنیم. کوتاه‌ترین مسیر از مدرسه به خانه که به کنار رودخانه می‌رود فاصله خانه تا بازتاب مدرسه است. یعنی جواب، طول پاره‌خط سبز در شکل مقابل است که طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$\text{طول خط سبز} = \sqrt{(3+2)^2 + 12^2} = 13$$

۲۸- نزدیک خانه کامیاب یک دره با عرض ۲۰۰ متر است، که روی آن یک پل قرار دارد. اگر کامیاب مستقیم و عمود بر لبه دره ۳۰۰ متر بیاید به پل می‌رسد، اگر بعد از عبور از پل، ۵۰۰ متر دیگر طی کند و سپس عمود بر مسیری که آمده، ۶۰۰ متر برود به مدرسه می‌رسد. پدر او، پل را جابه‌جا می‌کند تا مسیر او نزدیک‌تر شود. کوتاه‌ترین مسیر ممکن به مدرسه با پلی ۲۰۰ متری که عمود بر لبه‌های دره است، چند متر است؟

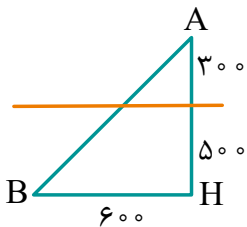


- (۱) ۱۰۰۰
- (۲) ۱۲۰۰
- (۳) ۱۴۰۰
- (۴) ۱۶۰۰

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم دره‌ای وجود ندارد، نزدیک‌ترین مسیر را حساب می‌کنیم و به آن ۲۰۰ متر طول پل را اضافه می‌کنیم:

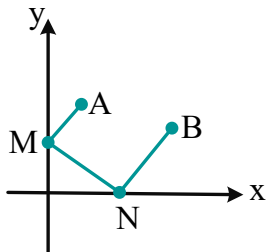


$$|AB| = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{(300)^2 + (600)^2} = 670.82$$

پس جواب ۲۰۰ + ۱۰۰۰ یعنی ۱۲۰۰ متر می‌شود.



۲۹- نقاط $A \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$ و $B \left(\frac{6}{4}, \frac{6}{4} \right)$ در صفحه مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور حرکت می‌کنند. زمانی که



اندازه خط شکسته $AMNB$ کم‌ترین مقدار ممکن باشد، طول MN کدام است؟

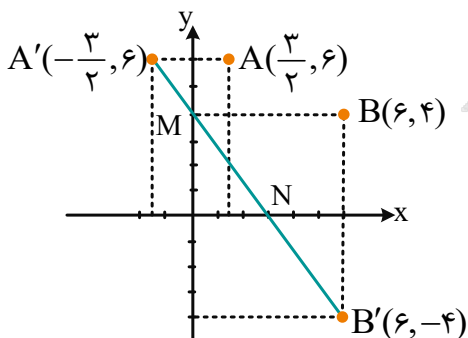
- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۹

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

قرینه B را نسبت به محور x ها و قرینه A را نسبت به محور y ها به ترتیب B' و A' می‌نامیم. معادله خط گذرنده از $A' \left(-\frac{3}{2}, \frac{6}{2} \right)$ و $B' \left(\frac{6}{-4} \right)$

را پیدا می‌کنیم:



$$m = \frac{10}{-15} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y + 4 = -\frac{2}{3}(x - 6)$$

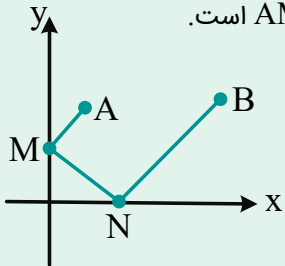
باید محل برخورد این خط را با محورهای مختصات بیابیم:

$$x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow M = (0, 4)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow N = (3, 0) \Rightarrow |MN| = 5$$

قلیشو یاد بگیر!

در شکل زیر، M و N روی محور حرکت می‌کنند. برای پیدا کردن کم‌ترین طول خط شکسته AMNB باید قرینه A را نسبت به یکی از محورها و قرینه B را نسبت به محور دیگر بیابیم و به ترتیب A' و B' بنامیم. |B'A'| کم‌ترین طول خط شکسته AMNB است.



میانبر سه‌تایی فیثاغورثی رو که بلدی نه؟

دو دسته عدد پرتکرار داریم که در رابطه فیثاغورث صدق می‌کنند و بهتر است همیشه آن‌ها را حفظ باشیم. این روش میانبر برای حذف محاسبات مربوط به رابطه فیثاغورث و سرعت عمل بیشتر است. وقتی دو عدد از بین این ۳ تا را داشته باشیم می‌توانیم بدون محاسبه سومی را به دست بیاوریم:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

k برابر سه‌تایی‌های فیثاغورثی هم فیثاغورثی‌اند!

این نکته تکمیلی هم برای اونایی که دیگه خیلی می‌خوان خفن باشن بگیریم. اگر k یک عدد صحیح باشه داریم:

$$(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

$$(5k)^2 + (12k)^2 = (13k)^2$$

$$(2 \times 3)^2 + (2 \times 4)^2 = (2 \times 5)^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2$$

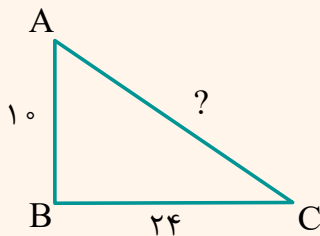
مثلا:

تذکر

توجه داشته باشید که هر ۳ عدد باید در یک ضریب یکسان ضرب شوند، تا همچنان رابطه فیثاغورث برقرار باشد.

یه نمونه بحال ببین

برای به دست آوردن طول ضلع AC با دقت به طول دو ضلع دیگر می‌بینیم:

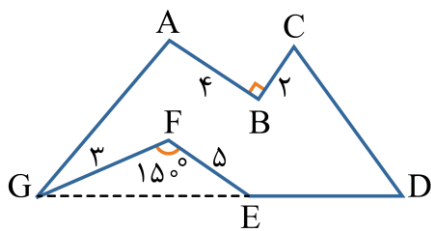


$$10 = 2 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12$$

پس با سه‌تایی فیثاغورثی ۵، ۱۲ و ۱۳ سر و کار داریم و عدد سوم برابر است با: $2 \times 13 = 26$

۳۰- دور تا دور زمینی را مطابق شکل زیر، حصارکشی کرده‌ایم. اگر بخواهیم بدون تغییر طول حصارها، مساحت را تا حد امکان افزایش



دهیم، میزان این افزایش مساحت کدام است؟

(۱) ۷/۷۵

(۲) ۱۵/۵

(۳) ۱۷

(۴) ۳۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از بازتاب نسبت به خط AC و GE مساحت شکل را بدون تغییر محیط افزایش می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \text{میزان افزایش مساحت} &= 2S_{\triangle ABC} + 2S_{\triangle GFE} = 2\left(\frac{1}{2} \times AB \times BC\right) + 2\left(\frac{1}{2} \times GF \times FE \sin 15^\circ\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2\right) + 2\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2}\right) = 8 + 7/5 = 15/5 \end{aligned}$$



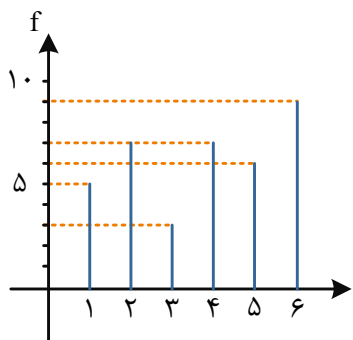
۳۱- با توجه به نمودار مقابل، اندازه دامنه میان چارکی داده‌ها کدام است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۳

(۳) ۳/۵

(۴) ۴



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

باید Q_1 و Q_3 را پیدا کنیم. تعداد کل داده‌ها برابر $5+7+3+7+6+9=37$ است. داده نوزدهم Q_2 است که ۱۸ داده در سمت چپ آن و ۱۸ داده در سمت راست آن قرار می‌گیرد.

بنابراین میانگین داده‌های نهم و دهم یعنی $\frac{2+2}{2}$ برابر Q_1 و میانگین داده‌های بیست و هشتم (که آخرین ۵ است) و بیست و نهم (که اولین

$$Q_3 - Q_1 = 5/5 - 2 = 3/5 \quad \text{یعنی ۶ است) یعنی } \frac{5+6}{2} \text{ برابر } Q_3 \text{ است، بنابراین:}$$

راهنمای زنگ‌بازی!

برای این که ترتیب داده‌ها رو اشتباه نکنی مجموع تعدادشون رو همینطوری مثل سؤال بالا به ترتیب بنویس:

$$\begin{array}{cccccc} 5 & + & 7 & + & 3 & + & 7 & + & 6 & + & 9 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{تعداد ۱ها} & & \text{تعداد ۲ها} & & \text{تعداد ۳ها} & & \text{تعداد ۴ها} & & \text{تعداد ۵ها} & & \text{تعداد ۶ها} \end{array}$$

با این کار خیلی راحت می‌تونی عددی که در جایگاه nام قرار داره رو پیدا کنی و اشتباه نکنی.



۳۲- در یک نمودار دایره‌ای شامل ۵ متغیر، هر زاویه مرکزی دو برابر زاویه مرکزی کوچک‌تر از خودش است. اگر تعداد کل داده‌ها ۴۳۴ باشد، فراوانی دسته وسط کدام است؟

(۴) ۵۶

(۳) ۷۰

(۲) ۹۸

(۱) ۸۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

کوچک‌ترین زاویه در این نمودار دایره‌ای را برابر X در نظر می‌گیریم. در نتیجه زوایای مربوط به هر داده در این نمودار به صورت زیر است: X, 2X, 4X, 8X, 16X



محاسبه میانگین در جدول فراوانی

داده ↑

x_i	x_1	x_2	...	x_n
f_i	f_1	f_2	...	f_n

فراوانی ↓

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$



۳۵- در جدول فراوانی زیر، اگر به همه داده‌ها ۲ واحد اضافه و بعد همه را در ۳ ضرب کنیم، واریانس داده‌های جدید، کدام خواهد بود؟

x_i	۳	۵	۷	۹		
f_i	۱	۴	۳	۲	۶/۷۲ (۲)	۱۵/۱۲ (۱)
					۳۰/۲۴ (۴)	۱۰/۰۸ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا واریانس داده‌های درون جدول را محاسبه می‌کنیم. پس:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 1 + 5 \times 4 + 7 \times 3 + 9 \times 2}{1 + 4 + 3 + 2} = \frac{62}{10} = 6.2$$

$$\sigma^2 = \frac{1 \times (3 - 6.2)^2 + 4 \times (5 - 6.2)^2 + 3 \times (7 - 6.2)^2 + 2 \times (9 - 6.2)^2}{1 + 4 + 3 + 2}$$

$$= \frac{10.24 + 5.76 + 1.92 + 15.36}{10} = \frac{33.28}{10} = 3.328$$

$$\sigma^2 = 3^2 \times 3.328 = 30.24$$

داده‌ها با ۲ جمع و در ۳ ضرب می‌شوند، پس واریانس داده‌ها در ۳^۲ یعنی ۹ ضرب می‌شود. بنابراین:

مهم‌ترین فرمول‌های آمار رو یادته؟

(۱) میانگین:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(۲) واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

(۳) انحراف معیار:

$$\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$$

(۴) ضریب تغییرات:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

(۵) دامنه تغییرات:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

آیا هر تغییری روی داده‌ها، واریانس را تغییر می‌دهد؟

اگر همه داده‌ها با مقداری ثابت جمع شوند واریانس تغییری نمی‌کند؛ اما اگر داده‌ها k برابر شوند، واریانس k^2 برابر می‌شود.





۳۶- دو گروه آماری با میانگین یکسان در اختیار داریم. اگر گروه A شامل ۱۶ داده‌ی آماری با واریانس ۸/۵ و گروه B شامل ۱۴ داده‌ی آماری با واریانس ۱۶ باشند، انحراف معیار این ۳۰ داده با هم چقدر است؟

$3\sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

برای محاسبه واریانس ابتدا فرمول آن را نوشته و مقادیر مورد نیاز را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{\overbrace{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2}^{\text{گروه A}} + \overbrace{(y_1 - \bar{x})^2 + (y_2 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{14} - \bar{x})^2}^{\text{گروه B}}}{16 + 14}$$

حال مقادیر مربوط به هر گروه را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma_A^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2}{16} = 8/5 \Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2 = 136$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(y_1 - \bar{x})^2 + (y_2 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{14} - \bar{x})^2}{14} = 16 \Rightarrow (y_1 - \bar{x})^2 + (y_2 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{14} - \bar{x})^2 = 224$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{16} - \bar{x})^2 + (y_1 - \bar{x})^2 + (y_2 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{14} - \bar{x})^2}{16 + 14} = \frac{136 + 224}{30} = \frac{360}{30} = 12$$

$\Rightarrow \sigma = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

روش دوم

دو دسته رو بریزیم روی هم واریانس کل داده‌ها چطوری حساب می‌شه؟

دو گروه A و B به ترتیب n و m داده‌ی آماری دارند. اگر واریانس گروه A و B به ترتیب σ_A^2 و σ_B^2 و میانگین داده‌های هر ۲ گروه با هم برابر باشد، واریانس تمامی داده‌ها از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{n\sigma_A^2 + m\sigma_B^2}{n + m}$$

آیا می‌توانید درستی رابطه‌ی فوق را اثبات کنید؟!

طبق رابطه گفته شده در درسنامه داریم:

$$\sigma^2 = \frac{16 \times (8/5) + 14(16)}{16 + 14} = \frac{136 + 224}{30} = \frac{360}{30} = 12 \Rightarrow \sigma = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



۳۷- اگر میانگین داده‌های a, b, c, d برابر با ۳ و واریانس آن‌ها صفر باشد، ضریب تغییرات داده‌های ۲d, ۳d, ۱, a+b+۱, a+۲, b, کدام است؟

$3\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{3/5}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2/5}$ (۲)

$\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

چون میانگین داده‌ها برابر ۳ و واریانس آن‌ها صفر است، پس همه داده‌ها با هم برابر و مساوی ۳ هستند. پس:

$a = b = c = d = 3 \xrightarrow{\text{داده‌های جدید}} b, a + 2, a + b + 1, 3d, 3d + 2 \Rightarrow 3, 5, 7, 9, 11$

داده‌های جدید، جملات یک دنباله حسابی هستند. پس:

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{5^2 - 1}{12} \times 2^2 \Rightarrow \sigma^2 = 2 \times 4 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{2}}{7} = \frac{\sqrt{2}}{3/5}$$

چون $\bar{x} = 7$ می‌باشد، پس ضریب تغییرات برابر است با:

دو نکته طلایی!

۱) اگر همه داده‌ها با هم برابر و مقداری مساوی k داشته باشند، میانگین داده‌ها همان k و واریانس، انحراف معیار، دامنه تغییرات و ضریب تغییرات برابر صفر خواهد بود.

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = k \Rightarrow \bar{x} = k, \sigma^2 = \sigma = CV = R = 0$$

۲) اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی دهند، واریانس داده‌ها از رابطه $\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \times d^2$ به دست می‌آید، که n تعداد داده‌ها و d قدرنسبت می‌باشد.



۳۸- اگر چارک اول در داده‌های $8, 4a, 4a, 8, 9, 2, 2a, 5, a, 1, 20$ برابر ۴ باشد، انحراف معیار داده‌های بیش‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم چه عددی است؟

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \quad (1) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

به دنیای چارک‌ها خوش آمدید!

چارک‌ها (Q): چارک اول و دوم و سوم مقادیری هستند که داده‌های مرتب شده را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. چارک دوم همان میانه (Q_2) است.

روش محاسبه چارک اول (Q_1) و چارک سوم (Q_3) :

۱) داده‌ها را صعودی یا نزولی مرتب کرده و میانه را می‌یابیم.

۲) میانه داده‌های مرتب شده قبل از میانه را چارک اول (Q_1) می‌نامیم.

۳) میانه داده‌های مرتب شده بعد از میانه را چارک سوم (Q_3) می‌نامیم.

ابتدا داده‌ها را از کم به زیاد مرتب می‌کنیم.

چون تعداد داده‌ها ۱۰ تا است، پس داده سوم، چارک اول است. چون ۵، ۲، ۱ در بین داده‌ها هستند، پس اعداد به صورت ۱، ۲، a ، ۵ می‌باشند. بنابراین باید $a = 4$ داده سوم یعنی چارک اول باشد، پس: $a = 4$.

۱, ۲, ۴, ۵, ۸, ۸, ۹, ۱۶, ۲۰, ۲۴

↓ چارک سوم ↓ چارک اول

$$5, 8, 8, 9 \Rightarrow \bar{x} = \frac{5 + 8 + 8 + 9}{4} = 7/5$$

$$\text{واریانس} = \frac{(2/5)^2 + 2(0/5)^2 + (1/5)^2}{4} = \frac{25}{4} + \frac{2}{4} + \frac{9}{4} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \text{انحراف معیار} = \frac{3}{2}$$



۳۹- ده داده آماری با میانگین ۱۰ وجود دارد، اگر داده‌های $x_{11} = 7$ ، $x_{12} = 13$ را به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تمام داده‌ها ۲/۵ خواهد شد. واریانس داده‌های اولیه کدام است؟

۵/۹ (۴)

۵/۷ (۳)

۶/۲ (۲)

۶/۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

واریانس اولیه داده‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 10)^2 + \dots + (x_{10} - 10)^2}{10}$$

حالا با اضافه شدن ۷ و ۱۳ به آن‌ها داریم: (توجه کنید که چون میانگین داده‌های جدید با میانگین داده‌های اولیه برابر است میانگین تغییری نمی‌کند.)

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{(x_1 - 10)^2 + \dots + (x_{10} - 10)^2 + (7 - 10)^2 + (13 - 10)^2}{12} = (2/5)^2$$

$$\Rightarrow \frac{(x_1 - 10)^2 + \dots + (x_{10} - 10)^2 + 9 + 9}{12} = 6/25 \Rightarrow (x_1 - 10)^2 + \dots + (x_{10} - 10)^2 = 57$$

در نتیجه واریانس داده‌های اولیه برابر $57/10 = 5/7$ است.



۴۰- اختلاف از میانگین داده‌های گروه A به صورت ۱، ۴، ۰، -۱، a، -۱، ۰ و اختلاف از میانگین داده‌های گروه B به صورت b، -۲، ۱، ۱، ۳، -۳ است. اگر ضریب تغییرات دو گروه با هم برابر باشد، مجموع داده‌های گروه A چند برابر مجموع داده‌های گروه B است؟

۱/۲ (۴)

۱ (۳)

۷/۶ (۲)

۶/۷ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

مجموع اختلاف از میانگین داده‌ها همواره برابر صفر است.

$$\text{گروه A: } 0 - 1 + a - 1 + 0 + 1 + 4 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$\sigma_A^2 = \frac{0 + 1 + 9 + 1 + 0 + 1 + 16}{7} = 4 \Rightarrow \sigma_A = 2$$

$$\text{گروه B: } -3 + 3 + 1 + 1 - 2 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\sigma_B^2 = \frac{9 + 9 + 1 + 1 + 4 + 0}{6} = 4 \Rightarrow \sigma_B = 2$$

$$CV_A = CV_B \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \Rightarrow \frac{2}{\bar{x}_A} = \frac{2}{\bar{x}_B} \Rightarrow \bar{x}_A = \bar{x}_B$$

می‌دانیم:

$$\frac{\text{مجموع داده‌های A}}{\text{مجموع داده‌های B}} = \frac{7\bar{x}_A}{6\bar{x}_B} = \frac{7}{6}$$

خواهیم داشت:

مجموع اختلاف از میانگین‌ها صفره...

همواره برای هر مجموعه‌ای از داده‌ها، مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است.

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

فیزیک ۱: دما و گرما (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲)
فیزیک ۲: مغناطیس (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸)

بودجه‌بندی
این آزمون

پایه دهم: ۱ تست از ۳۵ تست کنکور - پایه یازدهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۴۱- کدام یک از دماسنج‌های زیر جزو دماسنج‌های معیار نمی‌باشد؟

(۱) دماسنج گازی (۲) دماسنج مقاومت پلاتینی (۳) تفسنج (۴) ترموکوپل

(آسان - حفظی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج را به‌عنوان دماسنج‌های معیار برای اندازه‌گیری گستره دماهای مختلف پذیرفته‌اند: دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر). یکی از دماسنج‌های مهم دیگر که تا پیش از سال ۱۹۹۰ میلادی جزو دماسنج‌های معیار شمرده می‌شد دماسنج ترموکوپل است که به دلیل دقت کم‌تر آن نسبت به دماسنج‌های بیان‌شده، از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.

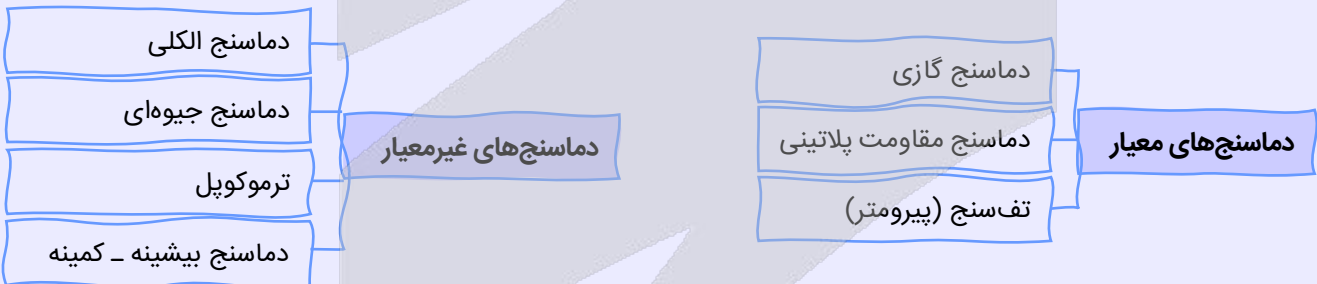
دماسنج‌های معیار

معیار: دماسنج‌های استاندارد و دقیقی هستند که در کارهای علمی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

دماسنج‌ها

غیرمعیار: این دماسنج‌ها استفاده روزمره دارند و دقت آن‌ها کم‌تر از دماسنج‌های معیار است.

دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر) را به‌عنوان دماسنج‌های معیار برای اندازه‌گیری گستره دماهای مختلف پذیرفته‌اند.



نکته

دماسنج‌ها به‌طور مستقیم دما را اندازه نمی‌گیرند، بلکه کمیت دیگری را که به دما وابسته است اندازه می‌گیرند تا با کمک آن، دما مشخص شود. به این کمیت، کمیت دماسنجی می‌گویند.

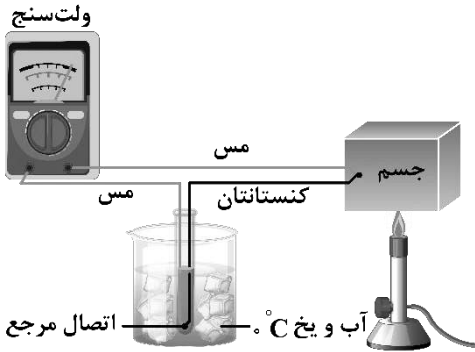
نوع دماسنج	الکلی و جیوه‌ای	ترموکوپل	دماسنج گازی	مقاومت پلاتینی	دماسنج تابشی
کمیت دماسنجی	ارتفاع مایع درون لوله	ولتاژ الکتریکی	فشار گاز	مقاومت الکتریکی	آشکارسازی شدت تابش گرمایی





۴۲- کدام گزینه در مورد دماسنج ترموکوپل نادرست است؟

- ۱) گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد.
- ۲) مزیت ترموکوپل این است که به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد.
- ۳) به دلیل دقت کم‌تر دماسنج ترموکوپل نسبت به دماسنج‌های معیار، این دماسنج از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.
- ۴) کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل، جریان الکتریکی است.



(آسان - حفظی - ۱۰۰۴)

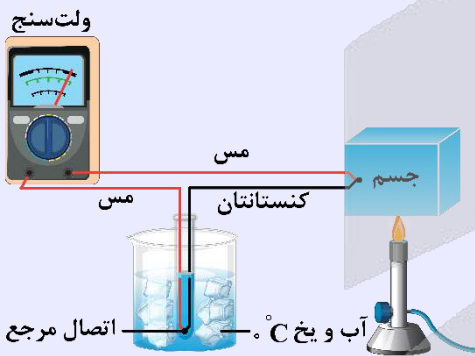
پاسخ: گزینه ۴

با توجه به متن کتاب درسی و درس‌نامه زیر فقط گزینه (۴) نادرست است چون کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل، ولتاژ است.

دماسنج ترموکوپل

به دلیل دقت کم‌تر آن نسبت به دماسنج‌های معیار از مجموعه دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد. این دماسنج کاربرد فراوانی در صنعت و آزمایشگاه دارد. کمیت دماسنجی این دماسنج ولتاژ است.

دو سیم رسانای غیرهم‌جنس مانند مس و کنستانتان از طرفی در دمای ذوب یخ نگه داشته شده و از طرف دیگر در مکانی به هم متصل‌اند که می‌خواهیم دمای آن را به دست آوریم. این مجموعه با سیم‌های مسی رابط به یک ولت‌سنج بسته می‌شود. با تغییر دمای محل مورد اندازه‌گیری، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد تغییر می‌کند. گستره دماسنجی یک ترموکوپل به جنس سیم‌های آن بستگی دارد.



مزایای ترموکوپل:

- ۱- سرعت عمل بالای دماسنج: به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به حالت تعادل گرمایی می‌رسد یعنی دمای جسم موردنظر را سریع‌تر از دماسنج معمولی نشان می‌دهد.
- ۲- حساس بودن به اختلاف دماهای بسیار کوچک: دقت بالایی دارد ولی دقت آن از دماسنج‌های معیار کم‌تر است.
- ۳- گستردگی اندازه‌گیری دما
- ۴- اندازه‌گیری دماهای بالا
- ۵- قابلیت استفاده در مدارهای الکترونیکی (وسایل صنعتی، گرمایشی و سرمایشی)

نکات مربوط به دماسنج ترموکوپل

- ۱- کمیت دماسنجی آن ولتاژ الکتریکی است.
- ۲- سرعت اندازه‌گیری دما در آن بالا است، زیرا محل اتصال به دلیل جرم کم، خیلی سریع با جسمی که دمای آن اندازه‌گیری می‌شود به تعادل می‌رسد.
- ۳- هرچه اختلاف دما بیشتر باشد، ولتاژ اندازه‌گیری شده هم بیشتر خواهد بود.
- ۴- بسته به جنس فلزهای آن، می‌تواند از 27°C تا 1372°C را اندازه بگیرد.
- ۵- حتماً از دو فلز مختلف ساخته می‌شود. به عنوان نمونه می‌توان از مس و کنستانتان در ساختن آن استفاده کرد.
- ۶- در گذشته به عنوان دماسنج معیار در نظر گرفته می‌شد ولی امروزه آن را به دلیل دقت کم‌تر از فهرست دماسنج‌های معیار کنار گذاشته‌اند.

۴۳- در چه دمایی بر حسب کلوین، عدد خوانده شده توسط دماسنج فارنهایت، $\frac{3}{4}$ برابر عدد خوانده شده توسط دماسنج سلسیوس است؟

۲۸۵ (۴)

۲۹۳ (۳)

۲۶۳ (۲)

۲۷۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

می دانیم رابطه بین دما بر حسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس به صورت $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ است. طبق صورت سؤال، عدد خوانده شده توسط دماسنج فارنهایت $\frac{3}{4}$ برابر عدد خوانده شده توسط دماسنج سلسیوس است، داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F = \frac{3}{4}\theta = \frac{17}{5}\theta} \frac{17}{5}\theta = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \frac{8}{5}\theta = 32 \Rightarrow \theta = 20^\circ\text{C}$$

گام آخر:

با توجه به رابطه بین دما بر حسب کلوین و درجه سلسیوس داریم:

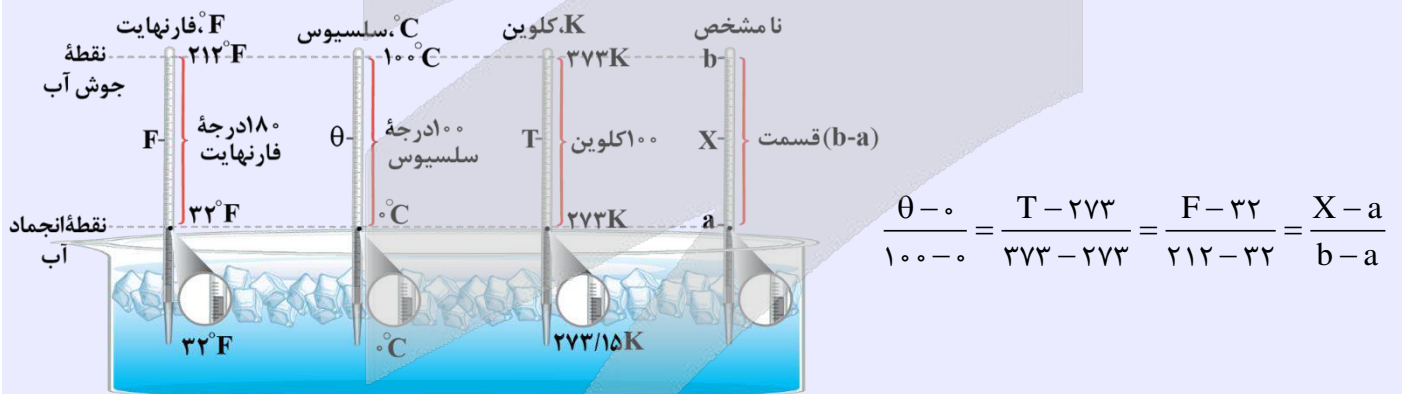
$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = 20^\circ\text{C}} T = 20 + 273 = 293\text{ K}$$

راهنمای مسیرت

ارتباط بین مقیاس‌های مختلف دما، همواره مورد علاقه طراحان بوده و به همین دلیل یک سؤال در حد و اندازه امتحانات پایانی و کنکور براتون طرح کردیم تا از این تیپ سؤالات هم حسابی بهره‌مند بشین.

رابطه خطی بین دماسنج‌ها

درجه بندی دماسنج‌های مختلف به صورت خطی انجام می‌گردد پس بین تغییرات دما در مقیاس‌های مختلف می‌توان از نسبت و تناسب خطی استفاده کرد.



جدول مربوط به نتایج نهایی از رابطه خطی بین دماسنج‌ها:

تغییر دما	تبدیل	یکا	نماد	دما
		$^\circ\text{C}$	θ	دما بر حسب درجه سلسیوس
$\Delta T = \Delta \theta$	$T = \theta + 273$	K	T	دما بر حسب کلوین
$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta \theta$	$F = \frac{9}{5}\theta + 32$	$^\circ\text{F}$	F	دما بر حسب درجه فارنهایت

نکات مربوط به مقیاس‌های دما

۱- کمترین دمای ممکن، صفر کلوین است که برابر $273/15$ -درجه سلسیوس است، اما برای دما حد بالایی وجود ندارد.

۲- همواره عدد دمای یک جسم برحسب کلون بیش‌تر از عدد دمای آن جسم برحسب سلسیوس است.

۳- دما در مقیاس کلون همواره نامنفی است.

۴- در دمای ۴۰- درجه سلسیوس مقیاس فارنهایت نیز ۴۰- را نشان می‌دهد.

۵- برای تبدیل دمای فارنهایت به کلون، ابتدا فارنهایت را به سلسیوس تبدیل کرده و سپس به کلون تبدیل می‌کنیم.

۶- برای کلون برخلاف درجه سانتی‌گراد از واژه درجه استفاده نمی‌کنیم و در یکا هم تنها K بدون درجه (°) نوشته می‌شود.

۷- تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلون باهم برابرند. $\Delta T(K) = \Delta \theta(^{\circ}C)$

۸- در هیچ دمایی، دما سنج‌های سلسیوس و کلون عددهای یکسان نشان نمی‌دهند.

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۷۳- دمای جسمی برحسب درجه فارنهایت، ۵ برابر دمای آن برحسب درجه سلسیوس است. این دما چند کلون است؟

- ۱) ۲۶۳ ۲) ۲۷۳ ۳) ۲۸۳ ۴) ۳۶۳

پاسخ تشریحی:

گام اول: دما برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$F = 5\theta \xrightarrow{F = \frac{9}{5}\theta + 32} \frac{9}{5}\theta + 32 = 5\theta$$

$$\Rightarrow \frac{16}{5}\theta = 32 \Rightarrow \theta = 10^{\circ}C$$

$$T = \theta + 273 = 10 + 273 = 283 K$$

گام آخر: بنابراین دما برحسب کلون برابر است با:

پاسخ: گزینه ۳



۴۴- طول یک پل معلق در دمای ۲۵°C، ۱ کیلومتر است. اگر جنس آلیاژ به کاررفته در ساخت این پل از فولاد باشد، با فرض این که در

یک روز گرم تابستان دما به ۴۵°C برسد، تغییر طول این پل چند متر خواهد بود؟ $(\alpha_{\text{فولاد}} = 13 \times 10^{-6} \frac{1}{K})$

- ۱) ۰/۱۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۶ ۴) ۰/۲۶

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

ابتدا تغییرات دما را به دست می‌آوریم:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 45 - 25 = 20^{\circ}C$$

گام آخر:

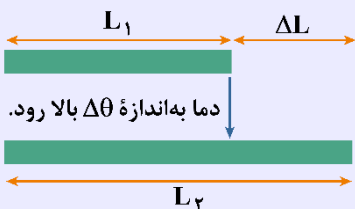
با توجه به این که رابطه بین تغییر طول در اثر انبساط طولی به صورت $\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$ است، داریم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \xrightarrow{L_1 = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \alpha = 13 \times 10^{-6} \frac{1}{K}, \Delta\theta = 20^{\circ}C}$$

$$\Delta L = (1000) \times (13 \times 10^{-6}) \times (20) = 0.26 \text{ m}$$

انبساط طولی

۱- هنگامی که به یک جسم گرما می‌دهیم تا دمای آن به اندازه $\Delta\theta$ بالا برود، طول آن مطابق رابطه زیر تغییر می‌کند:



$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$$

$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta\theta)$$

α : ضریب انبساط طولی با یکای $\frac{1}{^{\circ}C}$ یا $\frac{1}{K}$

۲- در سوالات مربوط به انبساط طولی، سه چیز ممکن است پرسیده شود:

(الف) طول جسم چند برابر شده است؟

$$L_2 = L_1(1 + \alpha\Delta\theta) \Rightarrow \text{چند برابر شدن طول: } \frac{L_2}{L_1} = 1 + \alpha\Delta\theta$$

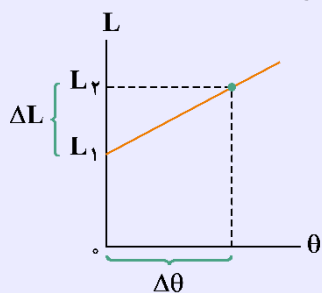
(ب) طول جسم چقدر تغییر کرده است؟

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta$$

(پ) طول جسم چند درصد تغییر کرده است؟

$$\text{درصد تغییر طول: } \frac{\Delta L}{L_1} \times (100) = \frac{L_1\alpha\Delta\theta}{L_1} \times (100) \Rightarrow \text{درصد تغییر طول} = \alpha\Delta\theta \times (100)$$

تبدیل به درصد



$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta\theta} = L_1\alpha$$

۳- نمودار تغییرات طول جسم برحسب دما مطابق شکل زیر است:

بنابراین شیب نمودار طول برحسب دما برابر $L_1\alpha$ است و هم به جنس جسم و هم به طول اولیه آن وابسته است.

کنکور سراسری تجربی دی ماه ۱۴۰۱

۷۰- طول یک پل معلق در دمای -58°F برابر 1158 m است. این پل از نوعی فولاد با $\alpha = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$ ساخته شده است. اگر دمای

پل به 122°F برسد، تغییر طول پل تقریباً چند متر است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $1/2$ (۳) $0/96$ (۴) $0/98$

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا تغییر دما را از فارنهایت به سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 122 - (-58) = 1/8\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100^\circ\text{C}$$

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta = 1158 \times \frac{1}{3} \times 10^{-5} \times 100$$

$$\Rightarrow \Delta L = 1/5054\text{ m} \approx 1/5\text{ m}$$

گام آخر: با داشتن تغییر دما، تغییر طول پل را به دست می‌آوریم:

پاسخ: گزینه ۱



۴۵- در شکل مقابل، دمای مجموعه را تقریباً چند درجه سلسیوس بالا ببریم تا مایع از ظرف سرریز شود؟

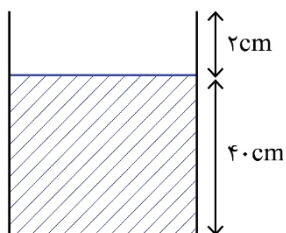
$$\left(\alpha_{\text{ظرف}} = \frac{1}{3} \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}, \beta_{\text{مایع}} = 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \right)$$

(۱) ۱۸

(۲) ۳۶

(۳) ۵۶

(۴) بستگی به سطح مقطع ظرف دارد.



(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنیم سطح مقطع ظرف A باشد. در این صورت حجم اولیه مایع و ظرف برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = Ah_{\text{مایع}} = A \times 0/4$$

$$V_{\text{ظرف}} = Ah_{\text{ظرف}} = A \times 0.42$$

برای آن که مایع سرریز شود، باید حجم آب به حجم ظرف برسد؛ بنابراین می توان نوشت:

$$V_{\text{ظرف}}(1 + 3\alpha\Delta\theta) = V_{\text{مایع}}(1 + \beta\Delta\theta)$$

$$\rightarrow 0.42A(1 + 3 \times \frac{1}{3} \times 10^{-4}\Delta\theta) = 0.4A(1 + 10^{-3}\Delta\theta)$$

$$\rightarrow 21(1 + 10^{-4}\Delta\theta) = 20(1 + 10^{-3}\Delta\theta)$$

$$\rightarrow 21 + 21 \times 10^{-4}\Delta\theta = 20 + 20 \times 10^{-3}\Delta\theta$$

$$\rightarrow 179 \times 10^{-4}\Delta\theta = 1 \rightarrow \Delta\theta = \frac{10^4}{179} \approx 56^\circ\text{C}$$

انبساط حجمی جامدات

اگر دمای جسمی به اندازه $\Delta\theta$ تغییر کند، تغییرات حجم جسم به کمک روابط زیر قابل محاسبه است:

$$V_2 = V_1(1 + \beta\Delta\theta) \quad \Delta V = V_1\beta\Delta\theta \quad \text{و} \quad \beta = 3\alpha$$

$$\text{چند برابر شدن حجم: } \frac{V_2}{V_1} = 1 + 3\alpha\Delta\theta$$

$$\text{مقدار تغییر حجم: } \Delta V = V_1(3\alpha)\Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییر حجم: } \frac{\Delta V}{V_1} \times (100) = 3\alpha\Delta\theta \times (100)$$

دقت کنید که ضریب انبساط حجمی (β) بیش تر جامدات، با تقریب مناسبی سه برابر ضریب انبساط طولی (α) آن ها است. ($\beta = 3\alpha$)

انبساط حجمی مایعات

چون مایع ها شکل معینی ندارند، انبساط آن ها فقط به صورت حجمی قابل بررسی است. برای محاسبه تغییر حجم مایعات بر اثر افزایش دما، می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1\beta\Delta\theta$$

$$\beta: \text{ضریب انبساط حجمی مایعات با یکای } \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{\text{K}}$$



۴۶- ورقه ای فلزی به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را که حفره ای به شعاع R مطابق شکل از آن بیرون کشیده ایم، در نظر

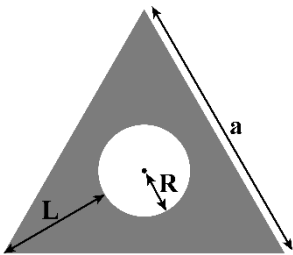
بگیرید. اگر دمای ورقه فلزی را به صورت یکنواخت افزایش دهیم، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) a و L افزایش ولی R کاهش می یابد.

(۲) a ، L و R ، هر سه افزایش می یابند.

(۳) a افزایش ولی R و L ثابت می ماند.

(۴) a و L افزایش ولی R ثابت می ماند.

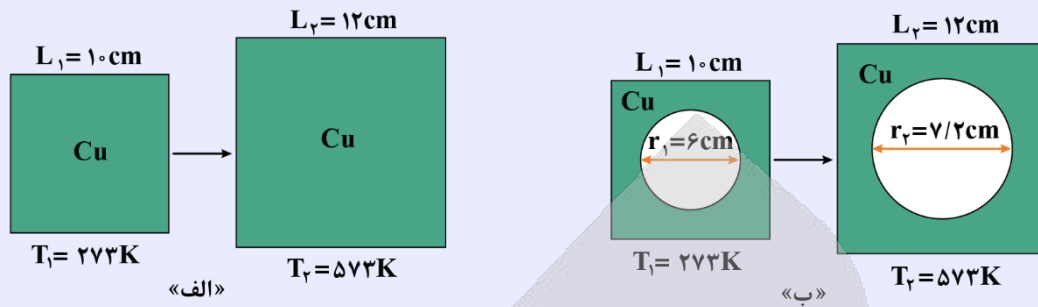


(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

با افزایش دما، تمام ابعاد یک جسم جامد به یک نسبت افزایش می یابند؛ بنابراین a ، L و R همگی افزایش می یابند (این دقیقاً مشابه بزرگنمایی یک تصویر داخل موبایل شما است که تمامی ابعاد تصویر به یک اندازه بزرگ می شوند).

دو ورقه فلزی کاملاً مشابه در اختیار داریم. درون یکی از ورقه‌ها حفره‌ای دایره‌ای شکل ایجاد می‌کنیم. سپس دمای هر دو ورقه را به یک میزان افزایش می‌دهیم:



هم فلز و هم حفره هر دو به یک نسبت منبسط می‌شوند، گویا اصلاً حفره‌ای وجود ندارد.

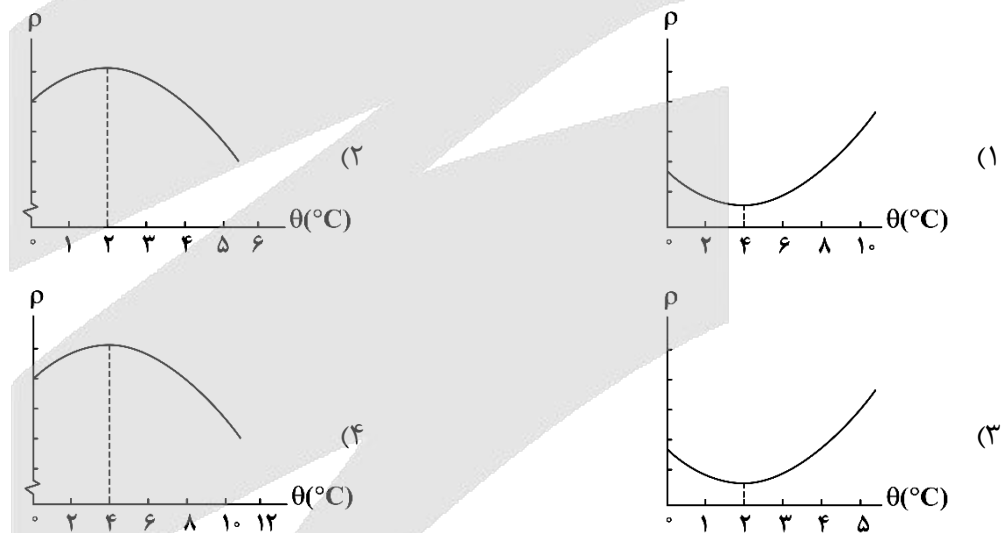
$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{7/2}{6}$$

نسبت انبساط حفره و انبساط فلز یکسان خواهد بود یعنی انبساط حفره دقیقاً از الگوی انبساط فلز اطرافش تبعیت می‌کند. پس برای محاسبه میزان انبساط حفره می‌توان از ضریب انبساط فلز اطرافش استفاده کرد.

$$\Delta r = r_1 \alpha_{\text{فلز}} \Delta \theta$$



۴۷- کدام یک از گزینه‌های زیر، نمودار تغییرات چگالی آب شیرین بر حسب دما را به درستی نشان می‌دهد؟



(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

در دمای 0°C تا 4°C انبساط آب، غیرعادی است، پس با افزایش دما حجم آن کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد. بعد از 4°C دوباره انبساط آب، عادی شده و با افزایش دما حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد. پس گزینه (۴) صحیح می‌باشد.

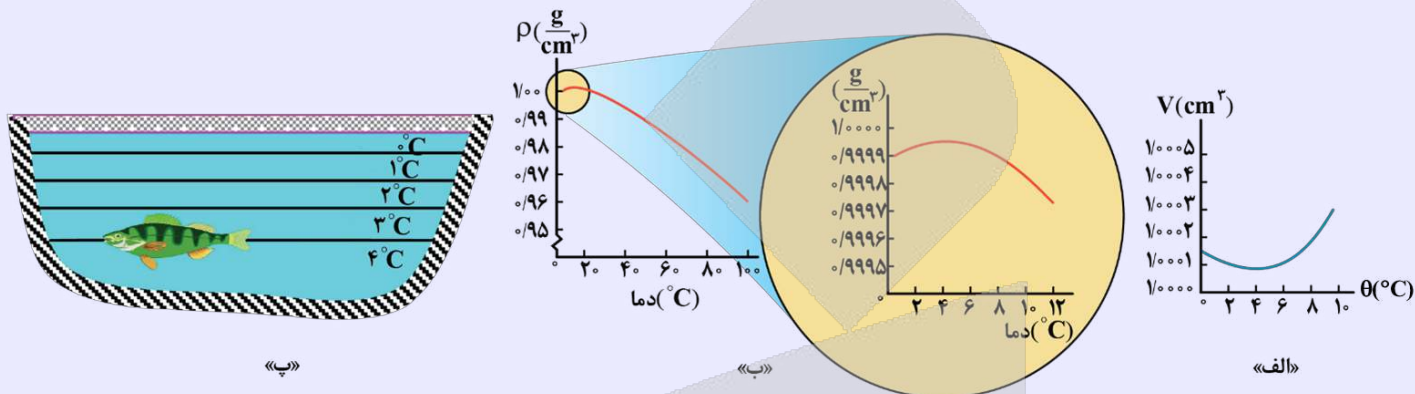
انبساط غیرعادی آب

در زمستان‌های سرد، سطح آب آبیگرها و دریاچه‌های کوچک یخ می‌زند و به تدریج یخ ضخیم‌تر می‌شود؛ اما در ته آبیگرها، دمای آب بالاتر از 0°C بوده و برای موجودات زنده‌ای که آنجا زندگی می‌کنند، نسبتاً گرم و مناسب است. در واقع حجم بیش‌تر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش و در نتیجه چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد، ولی رفتار آب در محدوده دمایی 0°C تا 4°C متفاوت است؛ یعنی در این محدوده با کاهش دما، حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد. شکل‌های «الف» و «ب»، به ترتیب نمودار حجم بر حسب دما و نمودار چگالی بر حسب دما را برای آب شیرین نشان می‌دهد که در آن‌ها رفتار غیرعادی آب در محدوده 0°C تا 4°C دیده می‌شود. همان‌طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، در بازه دمایی 0°C تا 4°C با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد. پس از دمای 4°C مانند دیگر اجسام، با افزایش دما، حجم افزایش و چگالی کاهش می‌یابد. همین تغییر حجم غیرعادی آب است که موجب می‌شود دریاچه‌ها به‌جای



این که از پایین به بالا یخ بزنند، از بالا یخ بزنند. وقتی دمای سطح آب مثلاً از 10°C اندکی کمتر شود، چگالی آب نسبت به آب زیر خود افزایش می‌یابد و این آب، پایین می‌رود. این رفتار تا رسیدن به دمای 4°C ادامه می‌یابد؛ ولی همان‌طور که دیدیم در دمای پایین‌تر از 4°C ، حجم آب افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد؛ یعنی سرد شدن بیش‌تر آب موجب می‌شود که چگالی آب سطح دریاچه نسبت به آب زیر آن کمتر شود و در نتیجه در سطح باقی بماند تا این که یخ بزند (شکل «پ»); بنابراین، در حالی که آب زیر دریاچه هنوز مایع است و دمایی بیش از صفر درجه دارد، سطح آب یخ می‌زند. اگر آب دریاچه‌ها از پایین به بالا یخ می‌زد، اثرات زیست‌محیطی زبان‌باری در پی داشت و حیات گیاهی و جانوری در عمق دریاچه‌ها از بین می‌رفت.

نمودارهای حجم آب و چگالی آب بر حسب دما و طبقه قرار گرفتن لایه‌های آب بر حسب دما از صفر تا 4°C سلسیوس به صورت زیر است:



رفتار شگفت‌انگیز آب را می‌توان با ساختار مولکول‌های آن در یخ توضیح داد. مولکول‌های آب در یخ شبکه‌ای بلوری تشکیل می‌دهند، به طوری که مولکول‌ها در بعضی نواحی خیلی به هم نزدیک‌اند و در نواحی دیگر، بین آن‌ها فضای خالی وجود دارد. وقتی آب از یخ به حالت مایع تبدیل می‌شود، ساختار شبکه بلوری درهم می‌شکند و آرایش مولکول‌های آن یکنواخت‌تر می‌شود و در نتیجه حجم اشغال‌شده کاهش می‌یابد. در محدوده دماهای 0°C تا 4°C بقایای ساختار مولکولی یخ هنوز در آب وجود دارد و موجب رفتار غیرعادی آب می‌شود. آب در دمای 4°C سلسیوس کمترین حجم و بیش‌ترین چگالی را دارد.



۴۸- اگر دمای یک مایع را 50°C افزایش دهیم، چگالی آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. ضریب انبساط حجمی این مایع بر حسب SI کدام است؟

- (۱) 4×10^{-4} (۲) 4×10^{-3} (۳) $2/5 \times 10^{-4}$ (۴) $2/5 \times 10^{-3}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

چگالی مایع با افزایش دما کاهش می‌یابد:

$$\rho_2 = \rho_1 - \frac{20}{100} \rho_1 \Rightarrow \rho_2 = \frac{4}{5} \rho_1$$

حال رابطه چگالی بر حسب دما را می‌نویسیم و β را به دست می‌آوریم:

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta\theta) \Rightarrow \frac{4}{5} \rho_1 = \rho_1(1 - \beta \times 50)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = 50 \cdot \beta \Rightarrow \beta = \frac{1}{250} = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

روش دوم:

می‌توانیم از رابطه زیر برای محاسبه درصد تغییر چگالی استفاده کنیم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = -10 \cdot \beta \Delta\theta$$

$$\Rightarrow -20 = -10 \cdot \beta \times 50 \Rightarrow \beta = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

اثر تغییر دما بر روی چگالی

با افزایش دما به طور معمول حجم افزایش یافته و چگالی کاهش می‌یابد. رابطه چگالی با تغییر دما به صورت $\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta T}$ است که می‌توان با تقریب مناسب از رابطه $\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta T)$ نیز استفاده کرد.

اثبات:

چگالی یک جسم جامد نیز با تغییر دما، تغییر می‌کند. می‌توان با استفاده از فرمول تغییر حجم، فرمول چگالی را بر حسب تغییر دما به دست آورد.

$$\begin{cases} \rho_2 = \frac{m}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \rho_1 = \frac{m}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{m}{\rho_1} \end{cases} \Rightarrow V_2 = V_1(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1}(1 + \beta \Delta \theta) \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta \theta}$$

اگر صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta \theta} \times \frac{1 - \beta \Delta \theta}{1 - \beta \Delta \theta} = \rho_1 \times \frac{1 - \beta \Delta \theta}{1 - (\beta \Delta \theta)^2}$$

با توجه به این‌که ضریب انبساط حجمی یک جسم، عدد بسیار کوچکی است وقتی به توان ۲ برسد، بسیار کوچکتر می‌شود و هم‌چنین $(\beta \Delta \theta)^2$ در مقایسه با عددهایی که با آن جمع و تفریق می‌شوند بسیار ناچیز بوده و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

$$\rho_2 = \rho_1 \times \frac{1 - \beta \Delta \theta}{\underbrace{1 - (\beta \Delta \theta)^2}_{\approx 0}} \approx \rho_1(1 - \beta \Delta \theta) \quad \text{یا} \quad \rho_2 \approx \rho_1(1 - \beta \Delta \theta)$$

یه نمونه باحال

یک قطعه سرب را در دمای اتاق در نظر بگیرید. اگر دمای آن را 200°C افزایش دهیم، چگالی آن تقریباً چند برابر می‌شود؟

$$\left(\alpha_{\text{سرب}} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}\right)$$

پاسخ تشریحی:

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta \Delta T) \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 - 3\alpha \Delta \theta = 1 - 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200 = 1 - 18 \times 10^{-3} = 0.982$$

نکته

درصد تغییر چگالی در اثر تغییر دما، از رابطه زیر حساب می‌شود:

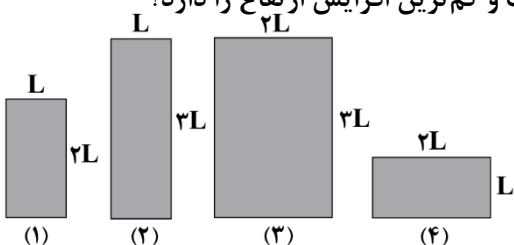
$$\text{درصد تغییر چگالی} = \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 \approx -100 \beta \Delta T$$

α : ضریب انبساط خطی $\left(\frac{1}{\text{K}}\right)$ $\Delta \theta$: تغییر دما ($^\circ\text{C}$ یا K)



۴۹- شکل زیر، چهار صفحه فلزی هم‌جنس به اضلاع متفاوت را در یک دما نشان می‌دهد. اگر دمای همه آن‌ها را به اندازه یکسان

افزایش دهیم، کدام صفحه به ترتیب از راست به چپ بیشترین افزایش مساحت و کمترین افزایش ارتفاع را دارد؟



(۱)، (۴) (۲)

(۴)، (۳) (۲)

(۳)، (۲) (۳)

(۱)، (۲) (۴)

می‌دانیم طبق رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$ از آنجا که α و ΔT برای هر چهار صفحه یکسان است؛ بنابراین صفحه‌ای که ارتفاع اولیه بزرگ‌تری دارد، بیش‌ترین افزایش ارتفاع را دارد و صفحه‌ای که کم‌ترین ارتفاع را دارد کم‌ترین افزایش ارتفاع را دارد، پس کم‌ترین افزایش ارتفاع برای صفحه (۴) است.

و همچنین می‌دانیم طبق رابطه $\Delta A = A_1 2\alpha \Delta T$ چون α و ΔT برای هر چهار صفحه یکسان است، پس صفحه‌ای که مساحت اولیه بزرگ‌تری داشته باشد، بیش‌ترین افزایش مساحت را دارد یعنی صفحه (۳).

انبساط سطحی

اگر به‌جای ضریب انبساط طولی (α) در روابط انبساط طولی از ضریب انبساط سطحی ($\gamma = 2\alpha$) استفاده کنیم، روابط تغییر مساحت جسم در اثر انبساط به‌دست می‌آید:

$$A_2 = A_1(1 + 2\alpha\Delta\theta) \quad \text{و} \quad \Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta$$

$$\text{چند برابر شدن مساحت: } \frac{A_2}{A_1} = 1 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$\text{مقدار تغییر مساحت: } \Delta A = A_1(2\alpha)\Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییر مساحت: } \frac{\Delta A}{A_1} \times (100) = 2\alpha\Delta\theta \times (100)$$

یه نمونه باحال

طول و عرض یک ورقه فلزی در دمای 23°C به ترتیب 40cm و 25cm است. در چه دمایی مساحت این ورقه $1003/75\text{cm}^2$ می‌شود؟
(ضریب انبساط طولی این فلز را برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ در نظر بگیرید.)

پاسخ تشریحی: مساحت اولیه ورقه برابر است با:

$$A_1 = 40 \times 25 = 1000\text{cm}^2$$

تغییر مساحت ورقه در اثر تغییر دما برابر است با:

$$\Delta A = 2A_1\alpha\Delta\theta$$

$$1003/75 - 1000 = 2 \times 1/5 \times 10^{-5} \times 1000 \times (\theta_2 - 23) \Rightarrow \theta_2 - 23 = 125$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 148^\circ\text{C}$$



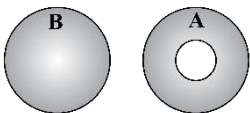
۵۰- مطابق شکل، دو کره فلزی هم‌اندازه و هم‌جنس با دمای یکسان در اختیار داریم. درون کره A یک حفره توخالی ایجاد کرده‌ایم. کدام گزینه در مورد این کره‌ها نادرست است؟

(۱) گرمای ویژه دو کره باهم برابر است.

(۲) ظرفیت گرمایی کره B بزرگ‌تر از ظرفیت گرمایی کره A است.

(۳) اگر دمای دو کره را به یک اندازه بالا ببریم، افزایش شعاع دو کره هم‌اندازه خواهد شد.

(۴) اگر به دو کره انرژی گرمایی یکسانی بدهیم، افزایش حجم ظاهری دو کره هم‌اندازه خواهد شد.



بررسی گزینه‌ها:



چون جنس دو کره یکسان است گرمای ویژه دو کره باهم برابر است. (✓)

۲

طبق رابطه $C = mc$ چون جرم کره B بیش تر است، پس ظرفیت گرمایی آن بزرگ تر می باشد. (✓)

۳

دو کره هم جنس و هم اندازه هستند به همین دلیل شعاع اولیه و ضریب انبساط طولی آن ها باهم برابر است؛ پس طبق رابطه $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ چون دمای آن ها را به یک اندازه بالا برده ایم، پس تغییر شعاع هر دو کره باهم برابر است. (✓)

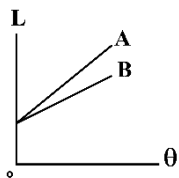
۴

به هر دو کره انرژی گرمایی یکسانی داده ایم، پس طبق رابطه $\Delta \theta = \frac{Q}{mc}$ کره B که جرم بزرگ تری دارد، تغییر دمای کم تری خواهد داشت و طبق رابطه $\Delta V = V_0 \beta \Delta \theta$ تغییر حجم ظاهری کره B کم تر خواهد بود:

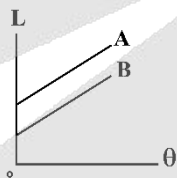
$$\Delta V = V_0 \beta \Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = \frac{Q}{mc}} \Delta V = \frac{V_0 \beta Q}{mc} \xrightarrow{m_B > m_A} \Delta V_B < \Delta V_A \quad (*)$$



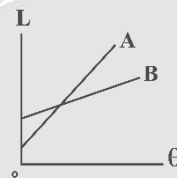
۵۱- شکل زیر، ساختار دما پا را در یک کتری برقی نشان می دهد که با افزایش بیش از حد دما مدار را قطع می کند. دو میله هم طول از جنس های A و B در اختیار داریم. کدام نمودار تغییر طول بر حسب دما برای این دو میله مناسب تر است؟



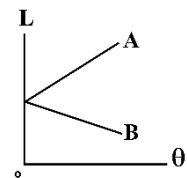
(۴)



(۳)



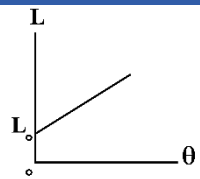
(۲)



(۱)

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



چون با افزایش دمای محیط، نوار دوفلزه به سمت A خم شده است پس ضریب انبساط طولی B بزرگ تر از A است ($\alpha_B > \alpha_A$)
می دانیم شیب نمودار تغییر طول بر حسب دما برابر $L_0 \alpha$ می باشد.

شیب نمودار = $L_0 \alpha$

بررسی گزینه ها:

۱

در این گزینه با افزایش دما طول B کاهش یافته است که نادرست می باشد. (✗)

۲

در این گزینه طول اولیه A کوچک تر است ولی شیب آن بزرگ تر است، پس:

$$\begin{cases} L_{0A} < L_{0B} \\ L_{0A} \alpha_A > L_{0B} \alpha_B \end{cases} \xrightarrow{L_{0A} < L_{0B}} \alpha_A > \alpha_B \quad (*)$$

۳

در این گزینه طول اولیه A بزرگتر است و چون دو نمودار موازی هستند شیب آن‌ها باهم برابر است.

$$\begin{cases} L_{\circ A} > L_{\circ B} \\ L_{\circ A} \alpha_A = L_{\circ B} \alpha_B \xrightarrow{L_{\circ A} > L_{\circ B}} \alpha_A < \alpha_B \end{cases} \quad (\checkmark)$$

در این گزینه طول اولیه A و B برابر است و شیب A بزرگتر است، پس:

۴

$$\begin{cases} L_{\circ A} = L_{\circ B} \\ L_{\circ A} \alpha_A > L_{\circ B} \alpha_B \xrightarrow{L_{\circ A} = L_{\circ B}} \alpha_A > \alpha_B \end{cases} \quad (\times)$$

تذکره!

در گزینه (۳) موازی بودن خطوط A و B ذکر نشده است ولی با توجه به رد بقیه گزینه‌ها و نگاه دقیق به شکل می‌توان به گزینه (۳) رسید.

نوار دوفلزه (بی‌متال)

نوار دوفلزه (بی‌متال) از دو تیغه فلزی متفاوت مانند برنج و آهن ساخته شده است که سرتاسر به هم جوش داده یا پرچ شده‌اند. هرگاه این نوار، گرم یا سرد شود خم می‌شود. این خم‌شدگی طوری است که در هنگام گرم شدن، تیغه با ضریب انبساط بیشتر، کمان خارجی و تیغه دیگر کمان داخلی را تشکیل می‌دهد.

از این ویژگی خم شدن نوار دو فلز بر اثر تغییر دما می‌توان برای دماسنجی و ساختن دماسنج استفاده کرد به این نوع دماسنج‌ها دماسنج نواری دوفلزه گفته می‌شود.

در هنگام کاهش دما نوار دوفلزه به سمت فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد خم می‌شود.

در هنگام افزایش دما نوار دوفلزه به سمت فلزی که ضریب انبساط طولی کمتری دارد خم می‌شود.

با افزایش دما طول هر دو فلز افزایش می‌یابد ولی طول فلزی که ضریب انبساط طولی بزرگتری دارد، خیلی بیشتر افزایش می‌یابد پس در کمان خارجی که بزرگتر است قرار می‌گیرد.

افزایش دما:

در هنگام افزایش دما نوار دوفلزه به سمت فلزی که ضریب انبساط طولی کمتری دارد خم می‌شود.

فلز با ضریب انبساط طولی بزرگتر ← کمان خارجی

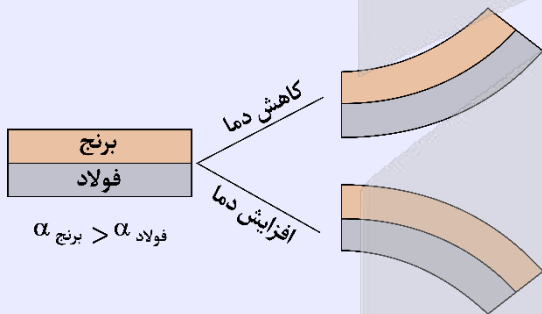
فلز با ضریب انبساط طولی کوچکتر ← کمان داخلی

کاهش دما:

در هنگام کاهش دما نوار دوفلزه به سمت فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد خم می‌شود.

فلز با ضریب انبساط طولی بزرگتر ← کمان داخلی

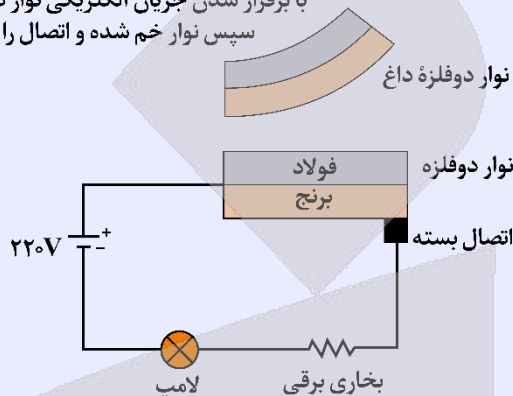
فلز با ضریب انبساط طولی کوچکتر ← کمان خارجی



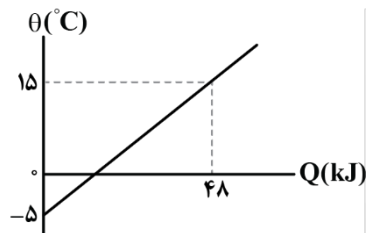
دمپا (ترموستات)

از این ویژگی خم شدن نوار دوفلزه بر اثر تغییر دما برای ساخت نوعی دمپا (ترموستات) استفاده می‌شود. دمپاها در بسیاری از وسایل الکتریکی مانند یخچال، آب‌گرمکن، کتری برقی و ... کاربرد دارند. در واقع دمپا کلیدی الکتریکی است که در آن قطع و وصل جریان با استفاده از حسگرهای گرمایی انجام می‌شود. اغلب از نوارهای دوفلزه به‌عنوان حسگرهای گرمایی در دمپا استفاده می‌شود. عبور جریان الکتریکی از بخاری برقی باعث گرم شدن محیط و نوار دوفلزه می‌شود وقتی دمای نوار به اندازه معینی برسد، در اثر خم شدن نوار، جریان، قطع شده و بخاری خاموش می‌شود. با خاموش شدن بخاری دمای تیغه کاهش می‌یابد و نوار دوباره به شکل وضعیت قبلی خود بازمی‌گردد و به این ترتیب دوباره مدار وصل شده و بخاری برقی روشن می‌شود.

با برقرار شدن جریان الکتریکی نوار دوفلزه گرم می‌شود سپس نوار خم شده و اتصال را قطع می‌کند.



۵۲- نمودار تغییرات دمای جسمی به جرم ۳ kg بر حسب گرمای داده‌شده به آن مطابق شکل زیر است. چند کیلوژول گرما لازم است تا دمای این جسم ۷۲ درجه فارنهایت افزایش یابد؟



- ۲۴ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۹۶ (۳)
- ۸۴ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ابتدا ۷۲ درجه فارنهایت افزایش دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta_p = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 72 = 40^\circ C$$

گام آخر:

با توجه به نمودار داده‌شده، مشخص است که باید ۴۸ kJ گرما به جسم بدهیم تا دمای آن از $-5^\circ C$ به $15^\circ C$ برسد؛ یعنی $\Delta \theta_1 = 20^\circ C$ باشد؛ بنابراین برای این که $\Delta \theta_p = 40^\circ C$ شود داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q}{\Delta\theta} = mc = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{Q_2}{\Delta\theta_p} = \frac{Q_1}{\Delta\theta_1}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2}{40} = \frac{48}{20} \Rightarrow Q_2 = 96 \text{ kJ}$$

اگر به جسمی گرما بدهیم دو حالت امکان‌پذیر است:

- حالت اول) دمای جسم تغییر کند ولی حالت (فاز) ثابت بماند.
- حالت دوم) دمای جسم ثابت بماند ولی حالت (فاز) تغییر کند.
- امکان ندارد تغییر دما و تغییر حالت، هم‌زمان با هم اتفاق بیفتد.

حالت اول گرما باعث تغییر دمای جسم شود (فاز یا حالت ثابت می ماند):

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = C\Delta T$$

Q: انرژی گرمایی m: جرم c: گرمای ویژه ΔT : تغییر دما C: ظرفیت گرمایی

سازگاری یکاها: یکای گرمای ویژه را مبنای انتخاب سایر یکاها قرار دهید:

الف یکاها در SI

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$\frac{J}{kg \cdot K}$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 J kg kg.K K

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$\frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 cal g g. $^\circ C$ $^\circ C$

ب یکاهای متداول

علامت گرما:

۱- اگر به جسم گرما بدهیم؛ \leftarrow انرژی جنبشی ذرات سازنده آن زیاد می شود؛ \leftarrow انرژی درونی جسم افزایش می یابد؛ \leftarrow دمای جسم بالا می رود.

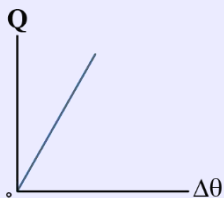
$$\uparrow T \Rightarrow T_f > T_i \Rightarrow Q > 0$$

۲- اگر از جسم گرما بگیریم؛ \leftarrow انرژی جنبشی ذرات سازنده آن کم می شود؛ \leftarrow انرژی درونی جسم کاهش می یابد؛ \leftarrow دمای جسم پایین می رود.

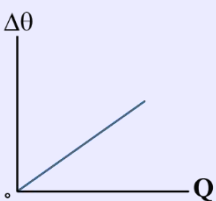
$$\downarrow T \Rightarrow T_f < T_i \Rightarrow Q < 0$$

نمودارهای دما برحسب گرما

می توان نمودار گرما برحسب تغییر دما و نمودار تغییر دما برحسب گرما در حالتی که با مبادله گرما، دمای جسم تغییر می کند را به صورت زیر رسم کرد:



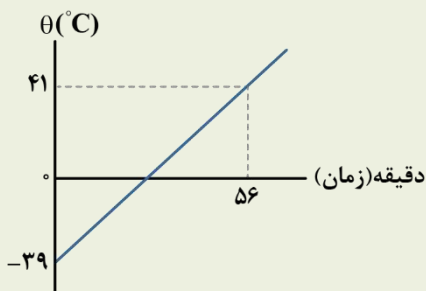
$$Q = \underbrace{mc}_{\text{شیب خط}} \Delta\theta \rightarrow \text{شیب خط} = mc = C$$



$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \underbrace{\frac{1}{mc}}_{\text{شیب خط}} \times Q \rightarrow \text{شیب خط} = \frac{1}{mc} = \frac{1}{C}$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

به مایعی به جرم ۵۰۰ گرم در هر دقیقه ۱۰۰J گرما می دهیم. اگر نمودار تغییرات دما برحسب زمان به صورت شکل زیر باشد، گرمای ویژه مایع در SI، کدام است؟



(۱) ۱۴۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۲۸۰

(۴) ۳۲۰

پاسخ تشریحی:

گام اول: با یک تناسب می‌توان مقدار افزایش دما در هر دقیقه را محاسبه کرد:

$$\begin{array}{ccc} \text{تغییر دما } (\text{°C}) & \text{زمان (دقیقه)} & \\ ۸۰ & ۵۶ & \\ \Rightarrow \Delta\theta = \frac{۸۰}{۵۶} = \frac{۱۰}{۷} \text{°C} & & \\ \Delta\theta & ۱ & \end{array}$$

گام دوم: حال می‌توان گرمای ویژه جسم را محاسبه کرد:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۱۰۰ = ۰/۵ \times c \times \frac{۱۰}{۷} \Rightarrow c = ۱۴۰ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

پاسخ: گزینه ۱



۵۳- درون گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $۸۰۰ \frac{\text{J}}{\text{K}}$ ، ۲ kg آب ۲۰°C وجود دارد که با گرماسنج در تعادل گرمایی است. گلوله‌ای سربی به شعاع ۵ cm و دمای ۷۱°C را درون آب می‌اندازیم و دمای نهایی مجموعه پس از رسیدن به تعادل ۲۳°C می‌شود. کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟ ($\pi = ۳$)، از تبادل گرما با محیط صرف نظر کنید.

چگالی ($\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)	گرمای ویژه ($\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)	
۱	۴۰۰۰	آب
۱۱	۱۲۵	سرب

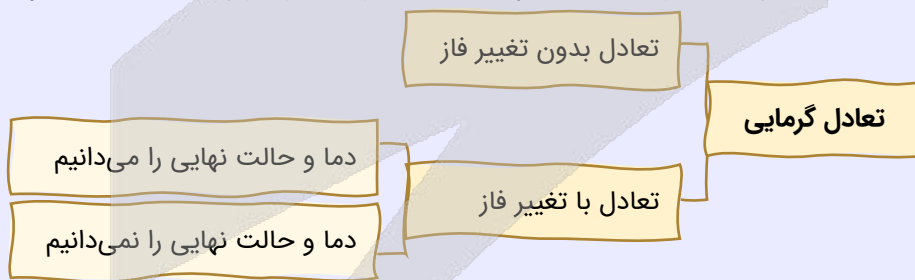
- (۱) گلوله توپیر است.
- (۲) گلوله حفره‌ای به حجم ۴۰۰ cm^3 دارد.
- (۳) ۲۰ درصد حجم گلوله فضای خالی است.
- (۴) درون حفره گلوله، ۲۵۰ گرم آب جای می‌گیرد.

سخت - محاسباتی / ترکیبی - (۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

تعادل گرمایی

در سؤالات مربوط به تعادل گرمایی، دو یا چند جسم با دماهای مختلف در کنار هم قرار می‌گیرند تا پس از گذشت زمان طولانی، دمای آن‌ها برابر شود. به دمای نهایی اجسام پس از رسیدن به تعادل، دمای تعادل می‌گوییم و آن را با θ_e نشان می‌دهیم. برای آن‌که بتوانیم سؤالات تعادل را با سرعت و به راحتی حل کنیم، این سؤالات را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:



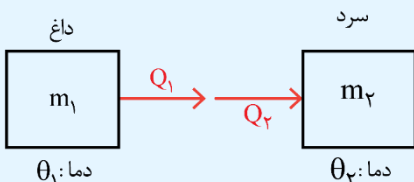
در این بخش به بررسی سؤالات تعادل بدون تغییر فاز می‌پردازیم.

تعادل گرمایی بدون تغییر فاز

در این حالت خبری از ذوب شدن، تبخیر شدن و سایر تغییر حالت‌های ماده نیست؛ بنابراین فقط گرمایی به فرم $Q = mc\Delta\theta$ در این سؤالات وجود دارد و در نتیجه حل کردن آن‌ها چندان دشوار نیست.

راهنمای زنگ‌بازی

مطابق شکل، فرض کنید که دو جسم داغ و سرد در نزدیکی هم قرار دارند تا به تعادل برسند. اگر گرمای مبادله شده هریک از آن‌ها به ترتیب Q_1 و Q_2 باشد، مطابق اصل پایستگی انرژی، مجموع این گرماها باید صفر باشد.



$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

اگر تعداد جسم‌ها بیش‌تر شد، کافی است رابطه بالا را تعمیم دهیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0 \rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + m_3 c_3 (\theta_e - \theta_3) + \dots = 0$$

رازهای پشت سؤال

وقتی جسم گرما می‌گیرد، Q مثبت خواهد بود و هنگامی که جسم گرما از دست می‌دهد، Q برای آن جسم منفی خواهد بود.

به نمونه باحال

2 kg آب 20°C را با 3 kg آب 70°C مخلوط می‌کنیم. دمای نهایی آب چند درجه سلسیوس می‌شود؟

پاسخ:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\rightarrow 2 \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 20) + 3 \times c_{\text{آب}} \times (\theta_e - 70) = 0$$

$$\rightarrow 2\theta_e - 40 + 3\theta_e - 210 = 0 \rightarrow 5\theta_e = 250 \rightarrow \theta_e = 50^\circ\text{C}$$

نتیجه: هنگامی که دو ماده هم‌جنس می‌خواهند به تعادل برسند، گرمای ویژه آن‌ها اهمیت ندارد و در روابط ساده می‌شود.

نکته

۱- هنگامی که در به تعادل رسیدن دو ماده، تغییر حالتی صورت نگیرد، می‌توانیم از رابطه زیر برای به‌دست آوردن دمای تعادل استفاده کنیم:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

۲- اگر چگالی و حجم مواد، داده شده باشد، با توجه به رابطه $m = \rho V$ ، دمای تعادل برابر است با:

$$\theta_e = \frac{\rho_1 V_1 c_1 \theta_1 + \rho_2 V_2 c_2 \theta_2}{\rho_1 V_1 c_1 + \rho_2 V_2 c_2}$$

۳- در صورتی که دو ماده هم‌جنس باشند، ρ و c آن‌ها برابر است؛ بنابراین دمای تعادل از روابط زیر سریع و راحت محاسبه می‌شود:

$$\theta_e = \frac{V_1 \theta_1 + V_2 \theta_2}{V_1 + V_2} \quad \text{یا} \quad \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

گام اول:

حجم ظاهری گلوله سربی را به‌دست می‌آوریم.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

با استفاده از رابطه دمای تعادل می‌توان نوشت:

$$\theta_e = \frac{\overbrace{m_1 c_1 \theta_1}^{\text{گلوله}} + \overbrace{m_2 c_2 \theta_2}^{\text{آب}} + \overbrace{m_3 c_3 \theta_3}^{\text{گرماسنج}}}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}$$

$$\rightarrow 23 = \frac{m_1 \times 125 \times 71 + 2 \times 4000 \times 20 + 800 \times 20}{m_1 \times 125 + 2 \times 4000 + 800}$$

$$\rightarrow 23 = \frac{125 \times 71 m_1 + 160000 + 16000}{125 m_1 + 8000 + 800}$$

$$\rightarrow 23 \times 125 m_1 + 23 \times 8800 = 71 \times 125 m_1 + \underbrace{176000}_{20 \times 8800}$$

$$\rightarrow 48 \times 125 m_1 = 3 \times 8800$$

$$\rightarrow m_1 = \frac{3 \times 1100}{48 \times 125} = \frac{352}{80} = 4/4 \text{ kg} = 4400 \text{ g}$$

گام آخر:

حجم سرب به کاررفته در گلوله برابر است با:

$$V_{\text{سرب}} = \frac{m_1}{\rho_{\text{سرب}}} = \frac{4400}{11} = 400 \text{ cm}^3$$

بنابراین از 500 cm^3 حجم کل گلوله، 400 cm^3 آن سرب است و 100 cm^3 فضای خالی است، یعنی 20% از حجم کل گلوله فضای خالی است.



۵۴- اگر 10 لیتر روغن با دمای اولیه 20°C را با 5 لیتر آب با دمای اولیه 20°C مخلوط کنیم، دمای تعادل چند درجه سلسیوس

می شود؟ ($\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $c_{\text{روغن}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ ، $c_{\text{آب}} = 2c_{\text{روغن}}$ و تبادل گرما فقط بین آب و روغن است).

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

چون گرما فقط بین آب و روغن مبادله می شود، لذا طبق اصل پایستگی انرژی داریم (آب را با اندیس (۱) و روغن را با اندیس (۲) نشان داده ایم):

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0 \Rightarrow \theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

$$\xrightarrow{m = \rho V} \theta_e = \frac{\rho_1 V_1 c_1 \theta_1 + \rho_2 V_2 c_2 \theta_2}{\rho_1 V_1 c_1 + \rho_2 V_2 c_2} \quad \rho_2 = 0/8 \rho_1, c_2 = \frac{1}{2} c_1, V_2 = 2 V_1$$

$$\theta_1 = 20^\circ\text{C}, \theta_2 = 20^\circ\text{C}$$

$$\theta_e = \frac{\rho_1 \times V_1 \times c_1 \times 20 + 0/8 \rho_1 \times 2 V_1 \times \frac{1}{2} c_1 \times 2}{\rho_1 \times V_1 \times c_1 + 0/8 \rho_1 \times 2 V_1 \times \frac{1}{2} c_1} = \frac{20 + 1/6}{1 + 0/8} = \frac{21/6}{1/8} = 12^\circ\text{C}$$

تبادل گرمایی

اگر دو یا چند جسم با دماهای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی همدمای می شوند یعنی دمای آن ها به مقدار یکسانی می رسد. به این دما، دمای تعادل می گویند.



۱- قبل از تعادل گرمایی، گرما از جسم گرم تر به جسم سردتر منتقل می شود.

۲- بعد از تعادل گرمایی، گرمای خالصی بین دو جسم مبادله نمی شود.

بنابر قانون پایستگی انرژی، همان قدر که اجسام گرم انرژی از دست می دهند، اجسام سرد انرژی می گیرند، پس جمع جبری این Q ها صفر می شود:

روش کلی:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

$$|Q_{\text{گرفته شده}}| = |Q_{\text{داده شده}}|$$

۱- اجسامی که دمای آن ها بالاتر است گرما از دست می دهند، پس علامت Q برای آن ها منفی است (Q^-).

۲- اجسامی که دمای آنها پایین‌تر است گرما می‌گیرند، پس علامت Q برای آنها مثبت است (Q^+). در تعادل گرمایی، اجسام به دمای یکسان می‌رسند ولی فاز (حالت) آنها ممکن است یکسان نباشد. هرچه اختلاف دمای بین دو جسم بیشتر شود، گرما با آهنگ بیشتری بین آنها منتقل می‌شود.

تعادل گرمایی بدون تغییر فاز

در این حالت، خبری از ذوب شدن، تبخیر شدن و سایر تغییر حالت‌های ماده نیست؛ بنابراین فقط گرماهایی به فرم $Q = mc\Delta\theta$ در این سؤالات وجود دارد و در نتیجه حل کردن آنها چندان دشوار نیست.

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۷۱- در ظرفی عایق حاوی ۵۲۰ گرم آب 15°C ، یک قطعه مس به جرم ۱۰۰g به دمای 5°C و یک قطعه فلز دیگر به دمای 60°C می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای تعادل به 20°C می‌رسد. با چشم‌پوشی از تبادل گرما بین ظرف و سایر اجسام، ظرفیت

گرمایی فلز در SI چقدر است؟ ($C_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ و $C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$)

- (۱) ۱۲۴ (۲) ۲۴۳ (۳) ۲۴۳۰۰۰ (۴) ۱۲۴۰۰۰

پاسخ تشریحی:

با استفاده از پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} Q_{\text{آب}} + Q_{\text{مس}} + Q_{\text{فلز}} &= 0 \\ \Rightarrow m_{\text{آب}}c_{\text{آب}}\Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{مس}}c_{\text{مس}}\Delta\theta_{\text{مس}} + C_{\text{فلز}}\Delta\theta_{\text{فلز}} &= 0 \\ \Rightarrow 0/52 \times 4200 \times (20 - 15) + 0/1 \times 400 \times (20 - 5) + C_{\text{فلز}}(20 - 60) &= 0 \\ \Rightarrow C_{\text{فلز}} &= 243 \frac{\text{J}}{\text{K}} \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

نکات

۱- اگر چند جسم به جرم‌های m_1, m_2, m_3, \dots و دماهای اولیه $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ و گرمای ویژه c_1, c_2, c_3, \dots و ... باهم مخلوط شوند در صورتی که تغییر حالت (ذوب، انجماد، میعان و ...) رخ ندهد و از اتلاف گرما صرف نظر شود، دمای تعادل از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3 + \dots}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3 + \dots}$$

✓ اگر در حالت فوق، همه اجسام از یک نوع ماده باشند در این صورت $c_1 = c_2 = c_3 = \dots$ و در نتیجه دمای تعادل از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\theta_e = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2 + m_3\theta_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

۲- اگر چگالی و حجم مواد، داده شده باشد، با توجه به رابطه $m = \rho V$ ، دمای تعادل برابر است با:

$$\theta_e = \frac{\rho_1 V_1 c_1 \theta_1 + \rho_2 V_2 c_2 \theta_2 + \dots}{\rho_1 V_1 c_1 + \rho_2 V_2 c_2 + \dots}$$

✓ در صورتی که دو ماده هم‌جنس باشند، ρ و c آنها برابر است؛ بنابراین دمای تعادل از روابط زیر سریع و راحت محاسبه می‌شود:

$$\theta_e = \frac{V_1\theta_1 + V_2\theta_2}{V_1 + V_2} \quad \text{یا} \quad \theta_e = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2}$$

۳- اگر دو مایع از یک جنس به جرم‌های m_1 و $m_2 = km_1$ و یا حجم‌های V_1 و $V_2 = kV_1$ با دماهای θ_1 و θ_2 را باهم مخلوط کنیم و تغییرات حجم ناچیز باشد، دمای تعادل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + k\theta_2}{1 + k}$$

یه نمونه باحال

در ظرفی ۵۰۰ گرم آب ۱۰ درجه سلسیوس موجود است. یک قطعه فلز به جرم ۱kg و دمای ۱۰۰°C را در آن می‌اندازیم. اگر گرمای ویژه فلز و ظرف $\frac{J}{kg.K}$ ۳۰۰ و گرمای ویژه آب $\frac{J}{kg.K}$ ۴۲۰۰ باشد، دمای تعادل را تعیین کنید. (جرم ظرف ۲kg می‌باشد).

پاسخ تشریحی:

چون آب از قبل درون ظرف قرار دارد و دمای آب به ۱۰°C رسیده است؛ بنابراین آب و ظرف ابتدا در دمای ۱۰°C به تعادل رسیده‌اند و θ_1 ظرف و آب، هر دو ۱۰°C است.

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}$$

$$\theta_e = \frac{0.5 \times 4200 \times 10 + 1 \times 300 \times 10 + 2 \times 300 \times 10}{0.5 \times 4200 + 1 \times 300 + 2 \times 300} \Rightarrow \theta_e = 19^\circ C$$

یه نمونه باحال

۴۰ گرم آب ۸۰°C را با چند گرم آب ۲۰°C باید مخلوط نمود تا دمای تعادل برابر ۴۴°C شود؟

- ۵۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

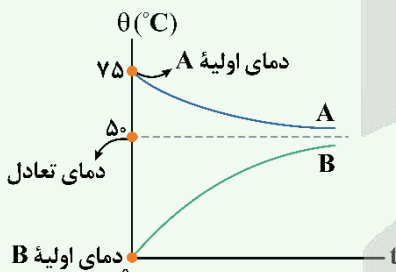
$$m_1 = 40g, \theta_1 = 80^\circ C, m_2 = ?, \theta_2 = 20^\circ C, \theta_e = 44^\circ C$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow 44 = \frac{0.04 \times 80 + m_2 \times 20}{0.04 + m_2} \Rightarrow m_2 = 0.06kg = 60g$$

پاسخ: گزینه ۲

نکته

اگر دو جسم را در نزدیکی هم قرار دهیم تا بدون تغییر فاز، به تعادل گرمایی برسند، نمودار تغییرات دمای آن‌ها برحسب زمان به شکل مقابل خواهد بود.



۵۵ - m کیلوگرم از مایعی با گرمای ویژه c_1 را با ۳m کیلوگرم از مایعی دیگر با گرمای ویژه c_2 مخلوط می‌کنیم تا پس از مدتی، مخلوطی در دمای معین داشته باشیم. با فرض این که تغییر حجم در اثر اختلاط ناچیز است، گرمای ویژه مخلوط به دست آمده، برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{c_1 + 3c_2}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3c_1 + c_2}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{c_1 + c_2}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{c_1 + 3c_2}{2} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

چون دو مایع را باهم مخلوط کرده و به یک مایع جدید رسیده‌ایم؛ بنابراین پس از این که دو مایع به دمای تعادل رسیدند، به خاطر مخلوط شدنشان، با دریافت گرما یا با از دست دادن گرما، تغییر دمای یکسانی را خواهند داشت. پس برای مثال، اگر گرمای داده شده به مخلوط را با مخلوط Q نشان دهیم داریم:

$$Q_{\text{مخلوط}} = Q_{\text{مایع ۱}} + Q_{\text{مایع ۲}} \Rightarrow m_{\text{مخلوط}} c_{\text{مخلوط}} \Delta\theta = m_1 c_1 \Delta\theta + m_2 c_2 \Delta\theta$$

$$\frac{m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = m + 3m = 4m}{m_1 = m, m_2 = 3m} \rightarrow 4m c_{\text{مخلوط}} = m c_1 + 3m c_2 \Rightarrow c_{\text{مخلوط}} = \frac{c_1 + 3c_2}{4}$$

۵۶- دمای یک قطعه فلز ۵/۵ کیلوگرمی را توسط یک گرمکن ۱۰۰ واتی در مدت یک دقیقه از ۲۰°C به ۵۰°C رسانده‌ایم. طبق این آزمایش، گرمای ویژه فلز چند $\frac{J}{kg^{\circ}C}$ است و این مقدار از مقدار واقعی گرمای ویژه فلز بیش تر است یا کم تر؟

(۱) ۲۰۰، بیش تر (۲) ۴۰۰، کم تر (۳) ۴۰۰، بیش تر (۴) ۲۰۰، کم تر

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

محاسبه گرمای مورد نیاز که توسط گرمکن تأمین شده است:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = P \cdot t \Rightarrow Q = 100 \times 60 = 6000 \text{ J}$$

گام آخر:

محاسبه گرمای ویژه به کمک رابطه $Q = mc\Delta\theta$:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 6000 = 5 \times c \times (50 - 20) \Rightarrow c = 400 \frac{J}{kg^{\circ}C}$$

در این آزمایش، تمام گرمای تولیدی گرمکن به‌عنوان Q در نظر گرفته شد؛ درحالی که در عمل بخشی از گرما، هدر می‌رود؛ بنابراین، Q در اینجا، بیش تر از مقدار واقعی است. در نتیجه، مقدار c به‌دست آمده، بیش تر از مقدار واقعی است.



۵۷- دو لیوان پر از آب ۱۰۰°C و ۳ لیوان پر از آب ۰°C را درون یک فلاسک (ظرف عایق) می‌ریزیم. دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ (تمام لیوان‌ها مشابه هستند).

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

جرم آب درون یک لیوان پر از آب را برابر m و گرمای ویژه آب را c در نظر می‌گیریم. در تعادل گرمایی، جمع جبری گرماهای مبادله شده برابر صفر است؛ بنابراین داریم:

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0 \xrightarrow{m_1 = 2m, m_2 = 3m, c_1 = c_2 = c}$$

$$2m \times c \times (\theta_e - 100) + 3m \times c \times (\theta_e - 0) = 0 \Rightarrow 2\theta_e - 200 + 3\theta_e = 0$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_e = 200 \Rightarrow \theta_e = \frac{200}{5} = 40^{\circ}C$$

روش دوم:

نکته

وقتی چند جسم باهم در تماس قرار گیرند و هیچ‌یک از آن‌ها تغییر حالت (ذوب، تبخیر و ...) ندهند، دمای تعادل (θ_e) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + \dots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots} \xrightarrow{c_1 = c_2 = \dots} \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

بنابراین، طبق نکته فوق داریم:

$$\theta_e = \frac{2m \times 100 + 3m \times 0}{2m + 3m} = \frac{200}{5} = 40^{\circ}C$$

راهنمای مسیرت

دمای تعادل چند جسم مختلف که در کنار هم تبادل گرما می‌کنند و بدون تغییر حالت به دمای تعادل می‌رسند همیشه مورد علاقه طراحان محترم هست. نه تنها با روش فوق تشریحی برات حل کردیم، بلکه یک نکته خیلی خفن هم برات آوردیم و کاملاً کنکوری هم برات حل کردیم. پس به سر به پاسخ‌نامه بزنی.



۵۸- مقدار آب خالص در فشار ۱atm و در دمای ۲۵°C در اختیار داریم. چند دقیقه زمان طول می‌کشد تا به کمک گرمکنی با

توان مصرفی ۷۵۰۰W با بازده ۷۰٪، این مقدار آب را به نقطه جوش آن در دمای ۱۰۰°C برسانیم؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$

۳۶ (۴)

۳۶۰ (۳)

۶۰ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا به کمک تعریف بازده، توان مفید گرمکن را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \quad Ra = 0.7, P_{\text{مصرفی}} = 7500 \text{ W} \rightarrow 0.7 = \frac{P_{\text{مفید}}}{7500} \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 0.7 \times 7500 = 5250 \text{ W}$$

گام دوم:

توان مفید گرمکن باعث افزایش دمای آب شده است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{E_{\text{مفید}}}{\Delta t} \quad E_{\text{مفید}} = Q = mc\Delta\theta \rightarrow P_{\text{مفید}} = \frac{mc\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{mc\Delta\theta}{P_{\text{مفید}}}$$

$$\frac{P_{\text{مفید}} = 5250 \text{ W}, m = 6 \text{ kg}}{c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, \theta_1 = 25^\circ\text{C}, \theta_2 = 100^\circ\text{C}} \rightarrow \Delta t = \frac{6 \times 4200 \times (100 - 25)}{5250} = \frac{6 \times 4200 \times 75}{7 \times 75} = 36 \text{ s}$$

گام آخر:

کافی است مدت زمان به دست آمده را به دقیقه تبدیل کنیم:

$$\Delta t = 36 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 6 \text{ min}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر به خواسته سؤال دقت نکنید و مدت زمان خواسته شده رو به دقیقه تبدیل نکنید در دام گزینه (۳) گرفتار می‌شوید.

محاسبه توان و راندمان کتری برقی

انرژی گرمایی که کتری به محتویات داخلش می‌دهد همان انرژی (کار) مفید است.

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{توان مفید کتری برقی}$$

$$Ra = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100$$

$$Ra = 100\% \quad \text{کتری آرمانی}$$



۵۹- سه جسم هم‌دما را با نخ بستیم و داخل ظرف آب در حال جوش قرار داده و پس از مدتی بیرون می‌آوریم. سپس بلافاصله آن‌ها را روی یک ورقه پارافین قرار می‌دهیم. با توجه به جدول داده‌شده، کدام گزینه در مورد مقایسه گرمای ویژه آن‌ها درست است؟ (از اتلاف گرما صرف‌نظر شود و ورقه پارافین در دمای ذوب خود قرار دارد.)

جرم پارافین ذوب‌شده	حجم	چگالی	
۱kg	۷	۳ρ	جسم (۱)
۲kg	۳۷	۲ρ	جسم (۲)
۲kg	۲۷	۱/۵ρ	جسم (۳)

$$c_3 = c_1 > c_2 \quad (1)$$

$$c_3 < c_1 = c_2 \quad (2)$$

$$c_3 > c_1 > c_2 \quad (3)$$

$$c_3 > c_1 = c_2 \quad (4)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

چون $m = \rho V$ می‌باشد، پس جرم جسم‌های (۱) و (۳) با هم برابر است. از طرفی همه آن‌ها تغییر دمای یکسانی دارند، پس طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ و این‌که جسم (۳)، پارافین بیش‌تری ذوب کرده است، پس $c_3 > c_1$ می‌باشد.

چون جرم جسم (۲)، ۲ برابر جرم جسم (۱) می‌باشد و ۲ برابر جسم (۱)، پارافین ذوب کرده است، پس طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، $c_1 = c_2$ است. در نتیجه داریم:

$$c_3 > c_1 = c_2$$

۶۰- برای اندازه‌گیری گرمای ویژه فلزی با جنس نامعلوم، قطعه‌ای به جرم ۱kg از آن را تا 20°C گرم می‌کنیم و سپس آن را در

گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $1200 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ که حاوی 0.5 kg آب با دمای اولیه 25°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه

50°C شود، گرمای ویژه این فلز چند واحد SI است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و در مدت‌زمان تبادل گرما، 15 kJ گرما از محیط

بیرون به گرماسنج منتقل می‌شود.)

۶۵۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۴۵۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

(خیلی سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته

اگر چند جسم که در دماهای مختلف هستند را درون یک گرماسنج قرار دهیم تا به تعادل گرمایی برسند و در مدت‌زمان تبادل گرما، گرماسنج با محیط بیرون تبادل گرما داشته باشد، داریم:

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = Q' \Rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) + \dots + m_n c_n (\theta_e - \theta_n) = Q'$$

اگر گرماسنج از محیط بیرون گرما بگیرد: $Q' > 0$

اگر گرماسنج به محیط بیرون گرما بدهد: $Q' < 0$

چون گرماسنج از محیط بیرون به اندازه 15 kJ گرما گرفته است، پس $Q' = +15 \text{ kJ}$ است و طبق نکته گفته‌شده داریم:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{گرماسنج}} = Q' \Rightarrow (mc(\theta_e - \theta_1))_{\text{آب}} + (mc(\theta_e - \theta_1))_{\text{فلز}} + (C(\theta_e - \theta_1))_{\text{گرماسنج}} = Q'$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 4200 \times (50 - 25) + 1 \times c_{\text{فلز}} \times (50 - 20) + 1200 \times (50 - 25) = 15000$$

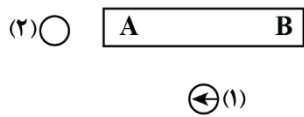
$$\Rightarrow 21 \times 25 - 1/5 c_{\text{فلز}} + 12 \times 25 = 150 \Rightarrow 825 - 1/5 c_{\text{فلز}} = 150 \Rightarrow 1/5 c_{\text{فلز}} = 675 \Rightarrow c_{\text{فلز}} = 450 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر مقدار گرمایی که گرماسنج با محیط بیرون مبادله کرده رو به اشتباه $Q' = -15000 \text{ J}$ در نظر بگیریم، در دام گزینه (۴) می‌افتیم. پس اگر در این دام سعی افتادی حتماً نکته‌ای که برات نوشتیم رو کامل بخون.

پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۶۱- شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای و دو عقربه مغناطیسی را نشان می‌دهد. کدام سر آهنربا قطب N است و جهت گیری عقربه مغناطیسی (۲) چگونه است؟

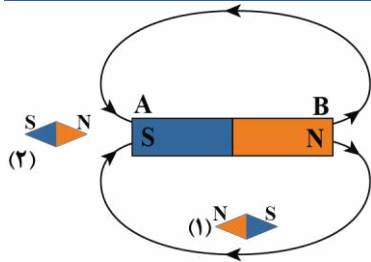


- (۱) A →
- (۲) A ←
- (۳) B →
- (۴) B ←

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

خطوط میدان و وضعیت عقربه‌های اطراف آهنربای میله‌ای مطابق شکل مقابل است.



قطب B، قطب N مغناطیسی است و عقربه مغناطیسی (۲) به سمت راست قرار گرفته است.

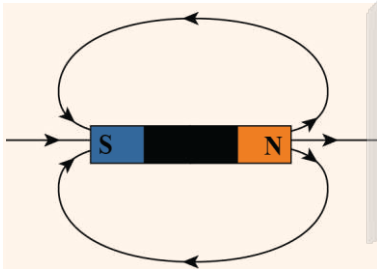
خطوط میدان مغناطیسی

در مورد خطوط میدان مغناطیسی، نکات زیر دارای اهمیت است:

- ۱- خطوط میدان در خارج از آهنربا از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند و در داخل آهنربا از قطب S به سمت قطب N هستند.
- ۲- با توجه به این که قطب‌های N و S همواره همراه هم هستند و تک قطبی مغناطیسی نداریم، خطوط میدان مغناطیسی همواره خطوط بسته‌ای می‌باشند.
- ۳- تراکم خطوط میدان مغناطیسی متناسب با شدت میدان است. هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد، خطوط میدان مغناطیسی متراکم‌تر هستند.
- ۴- خطوط میدان مغناطیسی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه یک خط میدان می‌تواند بگذرد.
- ۵- جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خطوط میدان و در جهت آنهاست، بنابراین عقربه‌های مغناطیسی همواره به گونه‌ای قرار می‌گیرند که با خطوط میدان هم‌راستا باشند و قطب N آنها در جهت میدان باشد.

یه نمونه باحال

خطوط میدان اطراف یک آهنربای میله‌ای را رسم کنید.



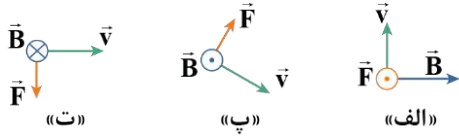
با توجه به نکات فوق، می‌توان شکل بالا را برای خطوط میدان آهنربای میله‌ای در نظر گرفت. دقت کنید که در نزدیکی قطب‌ها، خطوط متراکم‌تر هستند.



۶۲- الکترونی با سرعت v درون میدان مغناطیسی B پرتاب می‌شود. در چه تعداد از شکل‌های زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره به درستی مشخص شده است؟



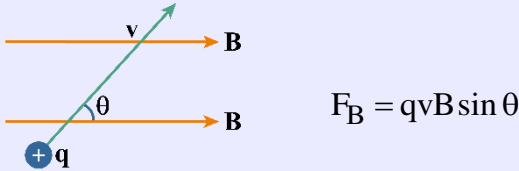
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳



جهت نیروی مغناطیسی وارد شده بر الکترون فقط در شکل «ب» به درستی رسم شده است. در شکل‌های زیر جهت صحیح نیروی مغناطیسی وارد شده بر الکترون در شکل‌های «الف»، «پ» و «ت» رسم شده است (دقت کنید بار ذره منفی است).

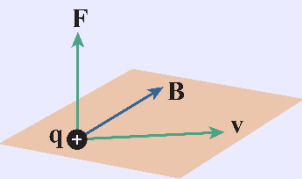
نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی

اگر ذره باردار q با سرعت v در میدان مغناطیسی B حرکت کند، از طرف میدان مغناطیسی بر آن نیروی F وارد خواهد شد که این نیرو را نیروی مغناطیسی می‌نامند.



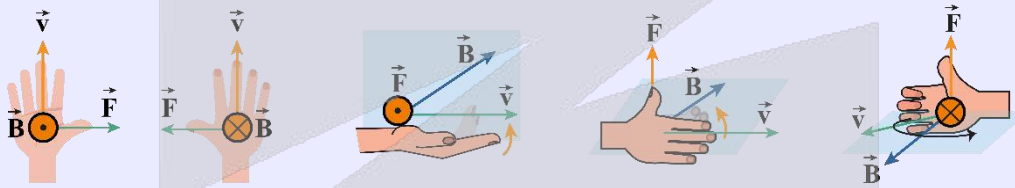
الف) محاسبه اندازه نیروی مغناطیسی:

نیروی F بر هر دو بردار v و B عمود است؛ یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه‌ای که توسط سرعت و میدان مغناطیسی تشکیل می‌شود، عمود است.



ب) تعیین جهت نیروی مغناطیسی:

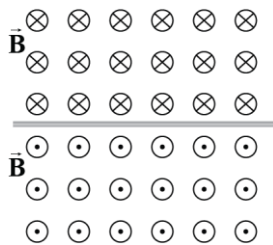
دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت سرعت (v) باشد به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت B قرار گیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی (F) وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود.



دقت کنید اگر بار الکتریکی ذره منفی بود، پس از استفاده از قاعده دست راست و به دست آوردن جهت نیروی F ، باید آن را قرینه کنیم (یا می‌توانیم از همان ابتدا چون بار ذره منفی است، از قاعده دست چپ استفاده کنیم).



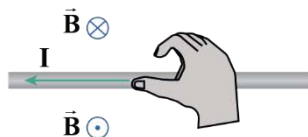
۶۳- میدان مغناطیسی اطراف یک سیم حامل جریان الکتریکی $I = 2A$ در شکل زیر، نشان داده شده است. جهت جریان الکتریکی در سیم کدام است و اگر یک میدان مغناطیسی خارجی درون سیم (\otimes) به بزرگی 500 گاوس بر این سیم اثر کند، نیروی مغناطیسی وارد بر 60 سانتی‌متر از این سیم چند نیوتون خواهد شد؟



- (۱) $\leftarrow, 0.06$
- (۲) $\leftarrow, 6$
- (۳) $\rightarrow, 0.06$
- (۴) $\rightarrow, 6$

گام اول:

ابتدا مطابق شکل زیر، شست دست راست خود را در جهت نشان داده شده روی سیم قرار می‌دهیم به گونه‌ای که جهت چرخش انگشتان دست در جهت میدان مغناطیسی باشند. با توجه به شکل، جهت جریان گذرنده از سیم به سمت چپ است.

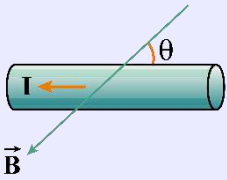


برای محاسبه نیروی مغناطیسی وارد بر ۶۰ سانتی متر از این سیم می توان نوشت:

$$B = 50 \cdot G \xrightarrow{G=10^{-4} T} B = 500 \times 10^{-4} T$$

$$F = BIL \sin \alpha \Rightarrow F = 500 \times 10^{-4} \times 2 \times 0.6 \times \sin 90 = 0.6 N$$

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



$$F_B = ILB \sin \theta$$

I: جریان عبوری از سیم

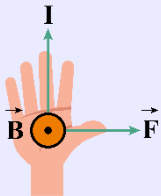
B: اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت

theta: زاویه ای که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می سازد.

جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

قاعده دست راست

دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان الکتریکی باشد به گونه ای که وقتی آنها را در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرد. در این حالت انگشت شست ما در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد بود.

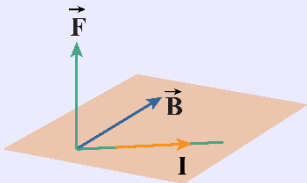


B: کف دست راست در جهت میدان مغناطیسی

I: چهار انگشت دست راست در جهت جریان الکتریکی

F: شست دست راست در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم

نیروی که در میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان الکتریکی وارد می شود، بر راستای سیم و نیز بر راستای میدان مغناطیسی، عمود است:



یعنی نیروی مغناطیسی بر صفحه ای که توسط جریان و میدان مغناطیسی تشکیل می شود، عمود است.

اگر سیم حامل جریان در راستای عمود بر میدان مغناطیسی قرار بگیرد، حداکثر نیروی مغناطیسی به آن وارد می شود.

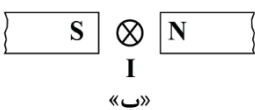
$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta = 1 \Rightarrow F_m = ILB$$

اگر سیم حامل جریان در راستای میدان مغناطیسی قرار بگیرد، از طرف میدان مغناطیسی به آن نیرو وارد نمی شود.

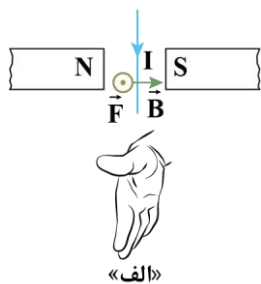
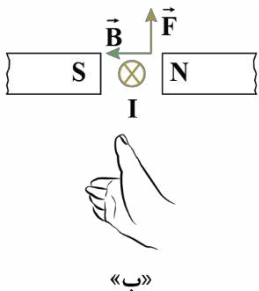
$$\theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow F_B = 0$$



۶۴- جهت نیروی وارد بر سیم های حامل جریان در شکل های «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



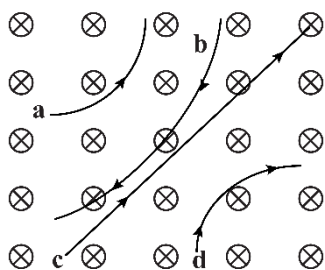
- ۱) \uparrow, \odot
- ۲) \uparrow, \leftarrow
- ۳) \downarrow, \odot
- ۴) \downarrow, \leftarrow



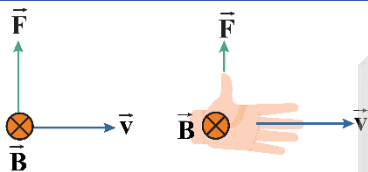
طبق قاعده دست راست، چهار انگشت دست راست را در جهت جریان سیم قرار می‌دهیم، طوری که میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود. در این حالت، انگشت شست دست راست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



۶۵- کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند مسیر حرکت یک ذره مثبت را در میدان مغناطیسی درون سو به درستی نشان دهد؟

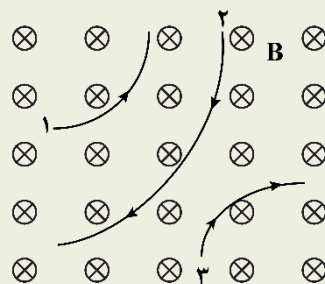


- a (۱)
- b (۲)
- c (۳)
- d (۴)



در ابتدای حرکت در مسیر a، بردار سرعت به سمت راست است و طبق قاعده دست راست باید به بار مثبت نیرویی به سمت بالا وارد شود و ذره را به سمت بالا منحرف کند. با توجه به منحرف شدن ذره به سمت بالا (مرکز دایره)، می‌توان نتیجه گرفت بار آن مثبت است.

۶۶- شکل زیر، مسیر حرکت ۳ ذره را در میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. اگر تندى ذره‌ها و اندازه بار الکتریکی آنها برابر باشد،

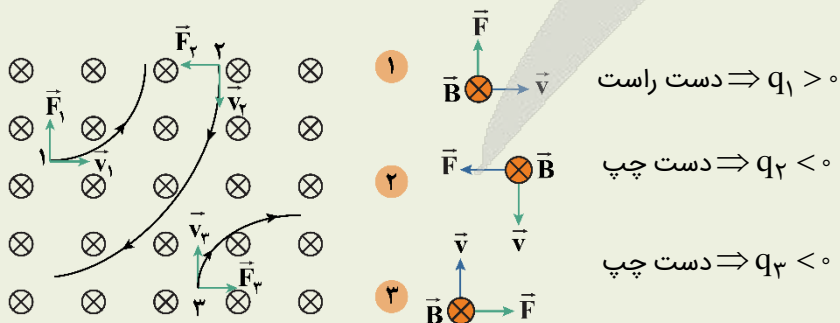


- کدام موارد درست است؟
- الف: بار الکتریکی ذره ۱ منفی است.
- ب: جرم ذره ۲ بیش‌تر است.
- پ: بار الکتریکی ذره‌های ۱ و ۲ منفی است.
- ت: بار الکتریکی ذره‌های ۲ و ۳ منفی است.

۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «الف» و «ب» ۴) «ب» و «ت»

پاسخ تشریحی:

برای هر یک از بارها جهت حرکت (بردار سرعت) و جهت انحراف (بردار نیرو) را مشخص می‌کنیم سپس بررسی می‌کنیم که باید از قاعده دست چپ یا راست استفاده کرد:



- ۱ $q_1 > 0 \Rightarrow$ دست راست
- ۲ $q_2 < 0 \Rightarrow$ دست چپ
- ۳ $q_3 < 0 \Rightarrow$ دست چپ

دقت کنید چون ذره (۲) کم‌تر از سایر ذره‌ها منحرف شده، می‌توان نتیجه گرفت این ذره سنگین‌تر از سایر ذره‌هاست.





۶۶- کدام گزینه معادل واحد تسلا نیست؟

(۴) $\frac{\text{kg}}{\text{C.s}^2}$

(۳) $\frac{\text{N}}{\text{A.m}}$

(۲) $\frac{\text{kg}}{\text{A.s}^2}$

(۱) $\frac{\text{kg}}{\text{C.s}}$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

با استفاده از رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، یکاهای میدان مغناطیسی را به دست می آوریم:

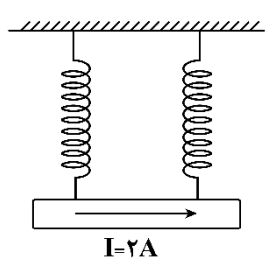
$$F = BIL$$

$$B = \frac{F}{IL} \Rightarrow T = \frac{\text{N}}{\text{A.m}} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{A.m}} = \frac{\text{kg}}{\text{A.s}^2} = \frac{\text{kg}}{\underbrace{\text{A.s}}_C \text{ s}}$$

گزینه ۱



۶۷- مطابق شکل، میله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم و طول ۱m به دو فنر مشابه آویخته شده است. اگر با عبور جریان ۲A از میله، نیروی وارد



بر هریک از فنرها ۲N شود، میدان مغناطیسی چند تسلا و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۱ و \odot

(۲) ۱ و \otimes

(۳) ۳ و \otimes

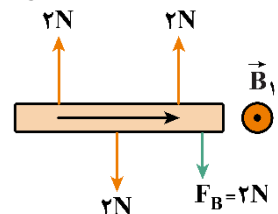
(۴) موارد ۱ و ۳ می توانند درست باشند.

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

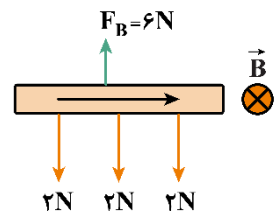
مشخص نیست که فنرها کشیده یا فشرده شده‌اند؛ بنابراین دو حالت وجود دارد:

$$F_g = mg = 0.2 \times 10 = 2\text{N}$$



حالت اول:
فنرها کشیده شده‌اند:
در این حالت برای این که میله در حالت تعادل باشد، نیروی مغناطیسی ۲N و به سمت پایین است. در این حالت میدان مغناطیسی ۱T و برون سو است.

$$F_B = ILB \Rightarrow 2 = 2 \times 1 \times B_1 \Rightarrow B_1 = 1\text{T}$$

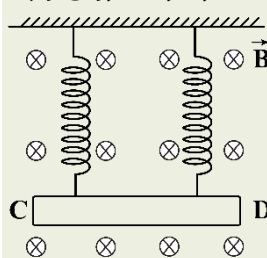


حالت دوم:
فنرها فشرده شده‌اند:
در این حالت برای این که میله در حالت تعادل باشد، نیروی مغناطیسی ۶N و به سمت بالا است. در این حالت میدان مغناطیسی ۳T و درون سو است.

$$F_B = ILB \Rightarrow 6 = 2 \times 1 \times B_2 \Rightarrow B_2 = 3\text{T}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۸- مطابق شکل زیر، میله CD به جرم ۱۶۰ گرم و طول ۸۰ سانتی‌متر به دو فنر مشابه آویخته شده و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که اندازه آن 0.4 تسلا است، به صورت افقی قرار دارد. از میله جریان چند آمپر و در چه جهتی عبور کند تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد



نشود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) ۵ و از C به طرف D

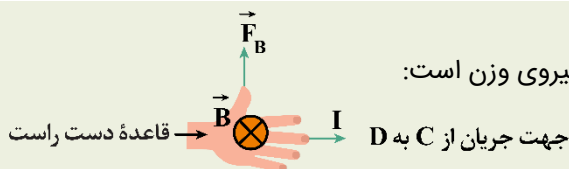
(۲) ۵ و از D به طرف C

(۳) ۲ و از C به طرف D

(۴) ۲ و از D به طرف C

پاسخ تشریحی:

نیروی فترها صفر است، پس نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت بالا و هم‌اندازه نیروی وزن است:



$$F_B = mg \rightarrow BIL \sin 90^\circ = mg \rightarrow 0.4 \times I \times 0.8 \times 1 = 160 \times 10^{-3} \times 1.0$$

$$\rightarrow I = 5 \text{ A}$$

پاسخ: گزینه ۱



۶۸- پروتونی با تندی $4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ درون میدان مغناطیسی یکنواختی به‌اندازه 850 G در حرکت است. جهت حرکت پروتون بر جهت \vec{B} عمود است. اگر تنها این نیرو بر پروتون وارد شود، شتاب پروتون چند متر بر مربع ثانیه است؟ (بار الکتریکی پروتون $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و جرم آن را $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) $3/2 \times 10^{12}$ (۲) $3/2 \times 10^{16}$ (۳) $6/4 \times 10^{12}$ (۴) $6/4 \times 10^{16}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

گام اول:

نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون برابر است با:

$$F = |q| v B \sin \alpha \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^5 \times 850 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 6/4 \times 85 \times 10^{-17} \text{ N}$$

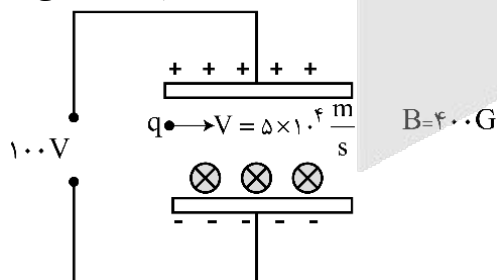
گام آخر:

با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{6/4 \times 85 \times 10^{-17}}{1.7 \times 10^{-27}} = 3/2 \times 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



۶۹- میدان مغناطیسی به شدت 400 G برقرار است. یک ذره سبک با بار الکتریکی q را با تندی $5 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای افقی بین دو صفحه پرتاب می‌کنیم. اگر این ذره بدون انحراف در مسیر افقی به حرکت خود ادامه دهد، فاصله صفحه‌ها از هم چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی وزن چشم‌پوشی کنید.)



- (۱) ۲
(۲) ۵
(۳) ۴
(۴) ۱۰

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

میدان مغناطیسی

۱- نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی متحرک مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$F = |q| v B \sin \theta$$

- B : شدت میدان مغناطیسی
 θ : زاویه بین بردار میدان و سرعت
 $|q|$: اندازه بار الکتریکی
 v : تندی حرکت بار الکتریکی

۲- در مورد نیروی وارد بر بار الکتریکی متحرک به موارد زیر دقت کنید.

الف: بردار \vec{F} الزاماً بر بردارهای \vec{B} و \vec{V} عمود است.

ب: بردارهای \vec{B} و \vec{V} هر زاویه‌ای می‌توانند با هم داشته باشند.

ج: هنگامی که \vec{B} و \vec{V} بر هم عمودند، نیروی مغناطیسی بیشینه می‌شود.

د: هنگامی که \vec{B} و \vec{V} هم‌راستا باشند، نیروی مغناطیسی صفر می‌شود.

بار الکتریکی q با سرعت \vec{V} وارد میدان مغناطیسی \vec{B} می‌شود و نیروی مغناطیسی \vec{F} به آن وارد می‌شود. چه تعداد از گزاره‌های زیر الزاماً صحیح است؟

الف: بردار \vec{F} بر بردار \vec{V} عمود است. ب: بردار \vec{B} بر بردار \vec{V} عمود است.

ج: بردار \vec{B} بر بردار \vec{F} عمود است. د: اگر \vec{V} بر \vec{B} عمود باشد، اندازه \vec{F} بیشینه می‌شود.

مطابق نکات فوق، عبارتهای (الف)، (ج) و (د) الزاماً صحیح هستند، ولی عبارت (ب) می‌تواند صحیح باشد یا نباشد. بنابراین ۳ تا از عبارتهای داده شده الزاماً صحیح هستند.

برای آن که ذره بدون انحراف در مسیر افقی به حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی الکتریکی و مغناطیسی وارد بر آن هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_E = F_B \Rightarrow qE = qVB \Rightarrow E = VB = 5 \times 10^4 \times 400 \times 10^{-4} = 2000 \frac{V}{m}$$

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا طبق رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می‌آید، بنابراین می‌توان نوشت:

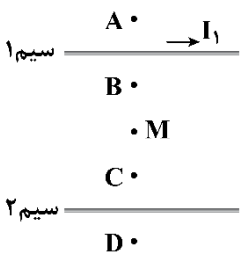
$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow 2000 = \frac{100}{d} \Rightarrow d = 0.05m = 5cm$$

این سؤال بر اساس تمرین پایان فصل ۳ کتاب درسی فیزیک یازدهم طرح شده است.



۷۰- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی خالص حاصل از این سیم‌ها در نقطه M ،

وسط حد فاصل بین دو سیم، برون‌سو باشد، میدان مغناطیسی خالص حاصل از این دو سیم در کدام نقطه می‌تواند صفر باشد؟



- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

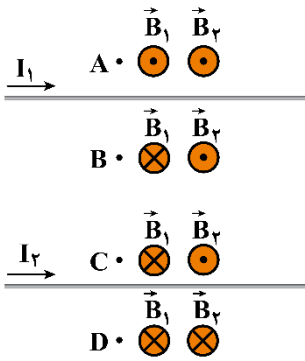
پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

تعیین جهت I_2 و مقایسه آن با I_1 :

با توجه به این که میدان \vec{B}_1 در نقطه M ، درون‌سو و میدان خالص در این نقطه، برون‌سو است؛ بنابراین، میدان \vec{B}_2 در این نقطه باید الزاماً برون‌سو و بزرگ‌تر از \vec{B}_1 باشد. در نتیجه، جهت I_2 به سمت راست است: از طرفی، فاصله نقطه M از هر دو سیم، یکسان است؛ بنابراین، برای این که $B_2 > B_1$ باشد، باید $I_2 > I_1$ باشد.

گام آخر:



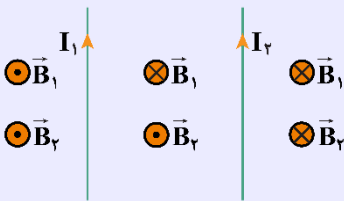
تعیین جهت میدان‌های دو سیم در نقاط داده شده:

با توجه به جهت میدان‌های \vec{B}_1 و \vec{B}_2 ، میدان خالص در نقاط A و D نمی‌تواند صفر باشد. در نقطه C هم که نزدیک‌تر به سیم با جریان بیشتر است، میدان \vec{B}_2 خیلی قوی‌تر از میدان \vec{B}_1 است و میدان خالص در این نقطه هم، صفر نمی‌شود. اما، در نقطه B که نزدیک‌تر به سیم با جریان کم‌تر است، میدان خالص می‌تواند صفر شود.

میدان مغناطیسی برآیند دو سیم راست موازی

اگر دو سیم راست حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان‌پذیر است که هریک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد.

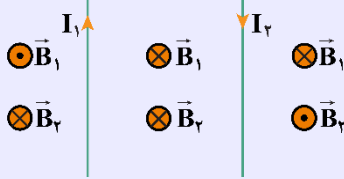
حالت اول: جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد.



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد.

دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی برآیند دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.

حالت دوم: جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد.

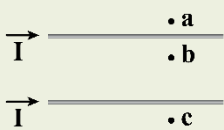


در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در خارج از فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کم‌تر می‌تواند صفر باشد.

دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

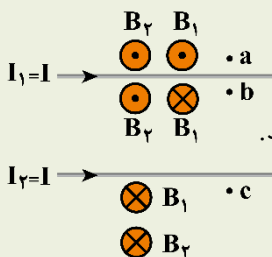
۴۸- جهت میدان مغناطیسی برآیند (خالص) ناشی از سیم‌های موازی و بلند حامل جریان یکسان، در هریک از نقطه‌های a، b و c به ترتیب کدام است؟



- (۱) درون سو، درون سو، برون سو
- (۲) برون سو، درون سو، درون سو
- (۳) درون سو، برون سو، برون سو
- (۴) برون سو، برون سو، درون سو

پاسخ تشریحی:

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان هر سیم را مشخص می‌کنیم و به بررسی میدان خالص در هر نقطه می‌پردازیم.



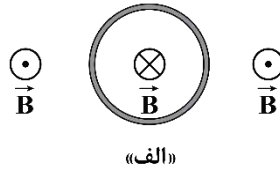
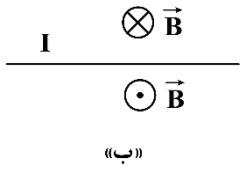
نقطه a: در این نقطه هر دو میدان برون سو هستند، بنابراین میدان مغناطیسی خالص نیز برون سو (O) می‌باشد.

نقطه b: در این نقطه، میدان دو سیم در خلاف جهت یکدیگر است و باید اندازه آن‌ها را مقایسه کنیم. چون فاصله نقطه b تا سیم (۱) کمتر از فاصله آن تا سیم (۲) است، میدان سیم (۱) قوی‌تر است و در نتیجه میدان مغناطیسی خالص درون سو (X) می‌شود.

نقطه c: در این نقطه میدان مغناطیسی هر دو سیم درون سو هستند، پس میدان مغناطیسی خالص نیز درون سو (X) می‌باشد.

پاسخ: گزینه ۲

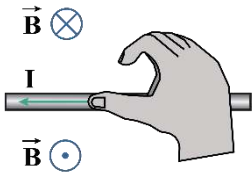
۷۱- شکل «الف»، یک حلقه حامل جریان را نشان می‌دهد که جهت خط‌های میدان مغناطیسی درون و بیرون آن نشان داده شده است. شکل «ب» یک سیم راست و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد و جهت میدان مغناطیسی در دو سمت آن نشان داده شده است. جهت جریان حلقه و سیم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) ساعتگرد و راست
- (۲) پادساعتگرد و راست
- (۳) ساعتگرد و چپ
- (۴) پادساعتگرد و چپ

آسان - مفهومی - ۱۱۰۳

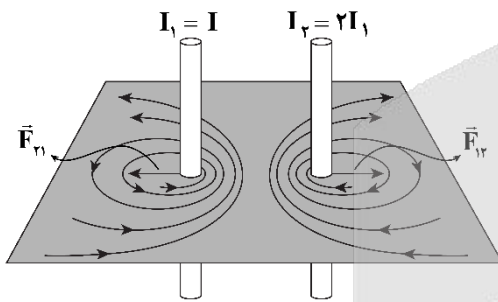
پاسخ: گزینه ۳



طبق قاعده دست راست، برای آن که میدان درون حلقه درون سو باشد، باید جریان حلقه ساعتگرد باشد. در سیم راست نشان داده شده نیز با توجه به قاعده دست راست، جهت جریان باید به سمت چپ باشد.



۷۲- شکل زیر خطوط میدان مغناطیسی و نیروی مغناطیسی بین دو سیم راست بلند و موازی حامل جریان الکتریکی را نشان می‌دهد. جهت جریان الکتریکی در سیم‌ها یکدیگر است و با افزایش فاصله بین سیم‌ها، بزرگی نیروی مغناطیسی می‌یابد.



- (۱) هم جهت - کاهش
- (۲) هم جهت - افزایش
- (۳) خلاف جهت - کاهش
- (۴) خلاف جهت - افزایش

آسان - مفهومی - ۱۱۰۳

پاسخ: گزینه ۳

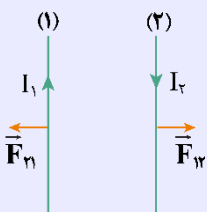
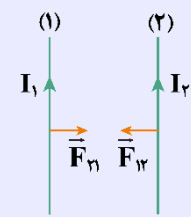
نیروی مغناطیسی بین سیم‌ها دافعه است، پس جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگرند. با افزایش فاصله سیم‌ها، میدان مغناطیسی ناشی از هر سیم در محل سیم دیگر کوچک‌تر شده و در نتیجه بزرگی نیروی مغناطیسی بین دو سیم کاهش می‌یابد.

نیروی مغناطیسی بین دو سیم راست موازی

هنگامی که دو سیم راست بلند و موازی در نزدیکی هم قرار می‌گیرند، به هم نیروی مغناطیسی وارد می‌کنند. در این مورد نکات زیر دارای اهمیت است:

۱- اگر جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد، دو سیم با نیروی مغناطیسی یکدیگر را جذب می‌کنند.

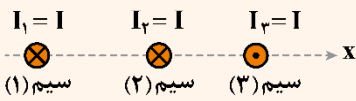
۲- اگر جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشد، دو سیم با نیروی مغناطیسی یکدیگر را دفع می‌کنند.



۳- نیروی مغناطیسی که سیم‌ها بر هر متر از یکدیگر وارد می‌کنند با جریان سیم‌ها رابطه مستقیم و با فاصله آن‌ها از هم رابطه عکس دارد؛ بنابراین هرچه سیم‌ها به هم نزدیک‌تر باشند و جریان الکتریکی بیش‌تری از آن‌ها بگذرد، نیروی مغناطیسی که به یکدیگر وارد می‌کنند بزرگ‌تر خواهد بود.

یه نمونه باحال

شکل زیر، مقطع سه سیم راست و بلند حامل جریان‌های الکتریکی یکسان را نشان می‌دهد که در نزدیکی یکدیگر و در جهت عمود بر صفحه قرار گرفته‌اند. کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟



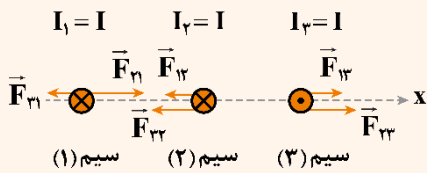
الف: نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم (۳) در جهت محور X است.

ب: میدان مغناطیسی خالص در فاصله بین سیم‌های (۲) و (۳) روی محور X به سمت پایین است.

پ: نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم (۱) در خلاف جهت محور X است.

پاسخ تشریحی:

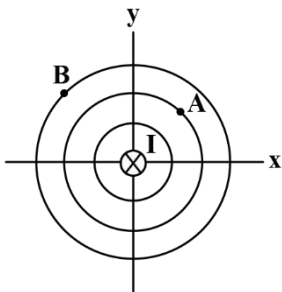
همان‌طور که می‌دانید، اگر جریان دو سیم راست موازی، هم‌جهت باشد، نیروی مغناطیسی بین آن‌ها از نوع جاذبه است و اگر جریان دو سیم راست موازی در خلاف جهت هم باشد، نیروی مغناطیسی بین آن‌ها از نوع دافعه خواهد بود. شکل زیر نیروهای مغناطیسی را نشان می‌دهد.



همان‌طور که می‌بینید، نیروی خالص وارد بر سیم (۱) در جهت محور X، نیروی خالص وارد بر سیم (۲) در خلاف جهت محور X و نیروی خالص وارد بر سیم (۳) در جهت محور X است. همچنین دقت کنید که در فاصله بین سیم‌های (۲) و (۳) روی محور X، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سه سیم به سمت پایین است و در نتیجه میدان مغناطیسی برآیند هم به سمت پایین خواهد بود. مطابق توضیحات فوق، عبارتهای «الف» و «ب» صحیح هستند و فقط عبارت «پ» نادرست است.



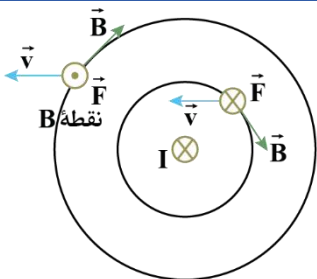
۷۳- شکل زیر، یک سیم راست و بلند حامل جریان I را نشان می‌دهد، که عمود بر صفحه به سمت داخل صفحه است. دایره‌های هم‌مرکز خطوط میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می‌دهد. دو الکترون در خلاف جهت محور x از نقاط A و B عبور می‌کنند. بردار نیروی مغناطیسی وارد بر این دو الکترون در نقطه‌های A و B، به ترتیب از راست به چپ، کدام‌اند؟



- (۱) ↖ و ↗
- (۲) ⊗ و ⊙
- (۳) ⊙ و ⊗
- (۴) ↘ و ↙

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

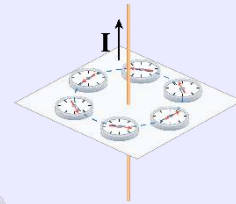
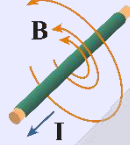
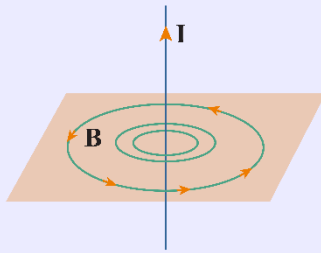


طبق قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون در نقاط A و B به صورت مقابل است:

توجه کنید که بار الکترون، منفی است و جهت‌های به‌دست‌آمده برای نیروی \vec{F} با استفاده از قاعده دست راست، باید برعکس شوند.

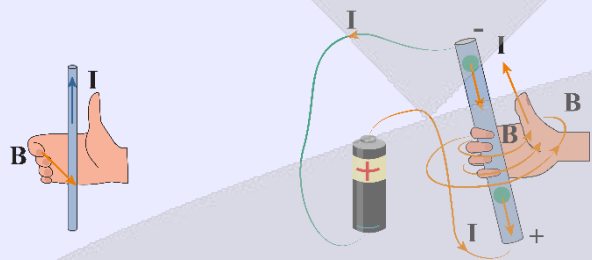
آزمایش اورستد

عبور جریان الكتریکی از یک سیم رسانا در اطراف آن یک میدان مغناطیسی به وجود می آورد. خطهای میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم حامل جریان به صورت دایره های هم مرکز در اطراف سیم حامل جریان هستند.



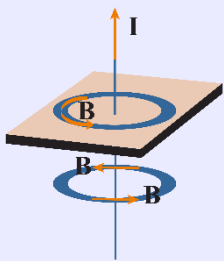
تعیین جهت میدان مغناطیسی حاصل از جریان الكتریکی به کمک قاعده دست راست

اگر سیم را در دست راست خود بگیرید به گونه ای که انگشت شست در جهت جریان الكتریکی باشد، جهت خم شدن چهار انگشت دست شما، جهت خطهای میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می دهد.



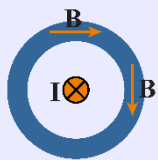
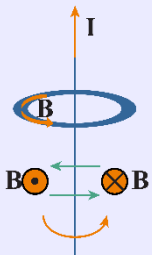
حالت اول: سیم حامل جریان درون صفحه باشد.

اگر سیم حامل جریان درون صفحه باشد، خطوط میدان مغناطیسی آن عمود بر صفحه خواهد شد.



در این حالت در چهار نقطه، میدان مغناطیسی حائز اهمیت است:

- ۱- زیر سیم
- ۲- روی سیم
- ۳- سمت راست سیم
- ۴- سمت چپ سیم

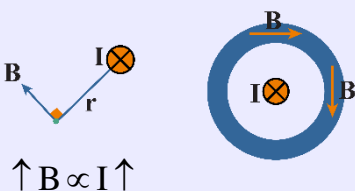


حالت دوم: سیم حامل جریان عمود بر صفحه باشد.

اگر سیم حامل جریان عمود بر صفحه باشد، خطوط میدان مغناطیسی آن درون صفحه قرار می گیرد.

پیدا کردن جهت میدان مغناطیسی در یک نقطه

ابتدا از نقطه مورد نظر به سیم وصل کنید (I)، میدان مغناطیسی در این نقطه الزاماً بر I عمود است. پس در نقطه مورد نظر یک خط عمود بر I رسم کنید و با قاعده دست راست یکی از جهت ها را برای میدان مغناطیسی انتخاب کنید.



عوامل مؤثر بر میدان سیم حامل جریان:

هرچقدر جریان سیم بزرگتر باشد میدان مغناطیسی آن قوی تر است.



هرچقدر به سیم حامل جریان نزدیکتر شویم میدان مغناطیسی قویتر خواهد شد.

$$\uparrow B \propto \frac{1}{r} \downarrow$$

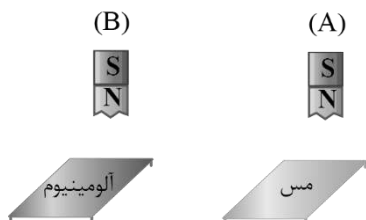
میدان مغناطیسی در نقاطی که به یک فاصله از سیم قرار دارند یکسان است.

$$r_1 = r_2 \Rightarrow B_1 = B_2$$



۷۴- در شکل زیر، دو صفحه مسی و آلومینیومی بر روی سطح افقی ثابت شده‌اند. اگر در شرایط خلأ دو آهنربای بسیار قوی و کاملاً

مشابه A و B را از ارتفاع یکسانی از بالای این دو صفحه رها کنیم، کدام اتفاق رخ می‌دهد؟



(۱) آهنربای A با تندی کمتری نسبت به آهنربای B به سطح برخورد می‌کند.

(۲) هر دو آهنربا با تندی یکسان به سطح برخورد می‌کنند.

(۳) انرژی مکانیکی آهنربای B کاهش می‌یابد.

(۴) انرژی مکانیکی آهنربای A ثابت می‌ماند.

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

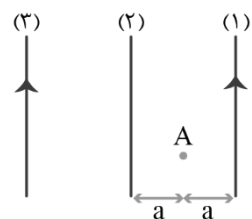
مس ماده‌ای دیامغناطیس است. با نزدیک شدن آهنربای بسیار قوی به آن، به گونه‌ای میدان مغناطیسی در آن القا می‌شود که در سمت بالایش، قطب N به وجود بیاید و باعث ایجاد دافعه بین خود با آهنربا شود ← در این حالت چون یک عامل خارجی (نیروی مغناطیسی) باعث می‌شود تندی آهنربای A کاهش یابد، بنابراین انرژی مکانیکی آهنربای A کاهش می‌یابد.

آلومینیوم ماده‌ای پارامغناطیس است. با نزدیک شدن آهنربای بسیار قوی به آن، به گونه‌ای میدان مغناطیسی در آن القا می‌شود که در سمت بالایش، قطب S به وجود بیاید و باعث ایجاد جاذبه خود با آهنربا شود ← در این حالت چون یک عامل خارجی (نیروی مغناطیسی) باعث می‌شود تندی آهنربای B افزایش یابد، بنابراین انرژی مکانیکی آهنربای B افزایش می‌یابد و در نتیجه آهنربای B با تندی بیشتری به سطح برخورد می‌کند.



۷۵- در شکل زیر، سه سیم دارای جریان الکتریکی هم‌اندازه نشان داده شده است. اگر در فضایی بین دو سیم (۲) و (۳) میدان

مغناطیسی خالص حاصل از سه سیم صفر شود، آن‌گاه چه تعداد از عبارتهای زیر، درست است؟



الف: میدان مغناطیسی خالص در نقطه A، درون سو است.

ب: بین سیم‌های (۲) و (۳) نیروی دافعه به وجود می‌آید.

ج: اگر الکترونی را از نقطه B به سمت راست شلیک کنیم، نیروی مغناطیسی رو به بالا به آن وارد می‌شود.

د: نیروی مغناطیسی خالص وارد شده بر سیم (۱) به سمت راست است.

۳ (۴)

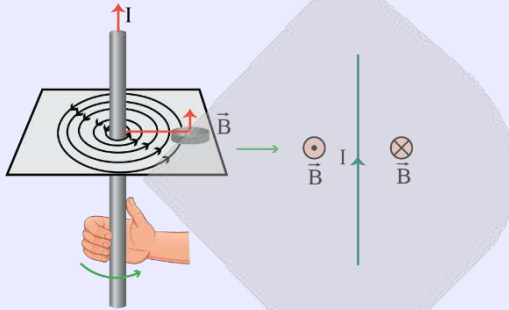
۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

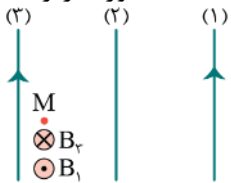
میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان الکتریکی

در اطراف سیم راست حامل جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. جهت این میدان مطابق با قاعده دست راست تعیین می‌شود. برای این کار کافی است انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم و چهار انگشت دست راست را حول آن بچرخانیم. در این صورت جهت میدان مغناطیسی در همان جهت چرخش چهار انگشت خواهد بود. به شکل‌های زیر دقت کنید.



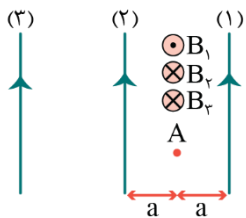
بررسی موارد:

با توجه به قاعده دست راست، میدان مغناطیسی سیم‌های (۱) و (۳) در فضای بین سیم‌های (۲) و (۳) (مانند نقطه M) به صورت زیر است.

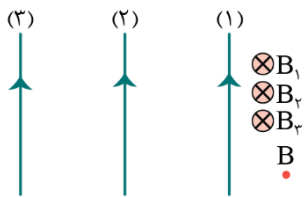


$$\begin{cases} I_1 = I_3 \\ d_1 > d_3 \end{cases} \rightarrow |B_3| > |B_1|$$

چون میدان خالص در نقطه M صفر شده است، در نتیجه میدان حاصل از سیم (۲) در این مکان باید برون سو (O) باشد. پس جهت جریان سیم (۲) به سمت بالا می‌باشد.

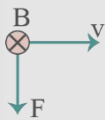


الف: چون نقطه A دقیقاً وسط دو سیم (۱) و (۲) قرار گرفته است، میدان‌های B1 و B2 در نقطه A هم‌اندازه هستند و چون این دو میدان دارای جهت‌های قرینه هستند، یکدیگر را خنثی می‌کنند. پس تنها میدان مغناطیسی در این مکان، میدان B3 است که به صورت درون سو است. (✓)

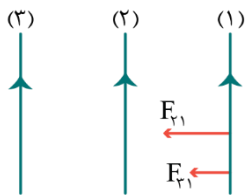


ب: سیم‌های (۲) و (۳) دو سیم موازی و دارای جهت هم‌سو هستند ← یکدیگر را جذب می‌کنند. (✗)

ج: همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، میدان خالص مغناطیسی در نقطه B به صورت درون سو است. در نتیجه اگر الکترونی را در این مکان به سمت راست شلیک کنیم، نیروی مغناطیسی رو به پایین به آن وارد می‌شود. (✗)



د: سیم‌های (۲) و (۳) با سیم (۱) به صورت موازی و دارای جریان الکتریکی هم‌سو هستند. در نتیجه هر دوی آن‌ها به سیم (۱) نیروی جاذبه وارد می‌کنند.



پس نیروی خالص مغناطیسی وارد بر سیم (۱) به سمت چپ می‌باشد. (✗)

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰

در شکل زیر، از دو سیم موازی و بلند، جریان‌های الکتریکی عبور می‌کند. اگر میدان مغناطیسی در نقطه A برابر صفر باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) _____

(۲) _____

A

(۱) I_2 در خلاف جهت I_1 و کوچک‌تر از آن است.

(۲) I_2 در خلاف جهت I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

(۳) I_2 هم‌جهت با I_1 و بزرگ‌تر از آن است.

(۴) I_2 هم‌جهت با I_1 و کوچک‌تر از آن است.

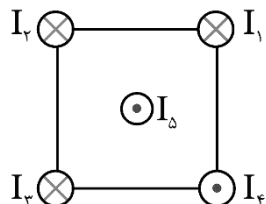
پاسخ تشریحی:

چون میدان در فاصله بین دو سیم صفر شده است، جهت جریان‌های دو سیم یکسان است. همچنین چون میدان در نزدیکی سیم (۲) صفر شده است، جریان I_2 کوچک‌تر از I_1 است. با توجه به این توضیحات، گزینه ۴ صحیح است.

پاسخ: گزینه ۴



۷۶- در شکل زیر، چهار سیم با جریان‌های هم‌اندازه در چهار رأس یک مربع قرار دارند و میدان مغناطیسی هر کدام از سیم‌ها در مرکز مربع 10 T است. اگر یک سیم حامل جریان $I_\Delta = 2\text{ A}$ در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر 5 mm از این سیم



چند نیوتون و در چه جهتی است؟

(۱) 0.2 - ↙

(۲) 0.2 - ↘

(۳) $0.2\sqrt{2}$ - ↙

(۴) $0.2\sqrt{2}$ - ↘

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با قاعده دست راست جهت میدان هر یک از سیم‌ها را در مرکز مربع مشخص می‌کنیم:

B_1 و B_3 یکدیگر را خنثی می‌کنند، پس میدان مغناطیسی برآیند برابر است با:

$$B_t = 10 + 10 = 20\text{ T}$$

حال با قاعده دست راست جهت نیروی وارد بر سیم I_Δ را مشخص می‌کنیم:

$$F = BIL \sin \theta = 20 \times 2 \times 5 \times 10^{-3} \sin 90 = 0.2\text{ N}$$



۷۷- مطابق شکل، دو حلقه کاملاً مشابه به قطر 10 cm به صورت هم‌مرکز و عمود بر یکدیگر قرار دارند. اگر جریان I_2 ، 75% جریان I_1

و میدان مغناطیسی برآیند در مرکز حلقه‌ها $4/5\text{ G}$ باشد، I_1 چند آمپر است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)



(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

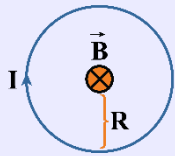
(۴) ۴۵

(۳) ۲۲/۵

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B_T = \frac{\mu_0}{2R} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \quad (*)$$

$$I_2 = 75\% I_1 \Rightarrow I_2 = \frac{3}{4} I_1 \xrightarrow{(*)} B_T = \frac{\mu_0}{2R} \sqrt{I_1^2 + \frac{9}{16} I_1^2} \Rightarrow B_T = \frac{\mu_0}{2R} \times \frac{5}{4} I_1$$

$$I_1 = \frac{\lambda B_T R}{5 \mu_0} \Rightarrow I_1 = \frac{\lambda}{5} \times \frac{4/5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-7}} = 3.0 \text{ A}$$



$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ مسطح

میدان در مرکز یک پیچۀ دایره‌ای با N حلقه از رابطه زیر به دست می‌آید:



۷۸- سیملوله‌ای آرمانی به طول ۲۰ cm دارای ۵۰۰ حلقه نزدیک به هم است. تعداد حلقه‌های سیملوله را ۲ برابر می‌کنیم و جریان گذرنده از سیملوله را ۴۰۰ mA افزایش می‌دهیم. در نتیجه، میدان مغناطیسی درون سیملوله و دور از لبه‌های آن، ۳ برابر می‌شود. میدان مغناطیسی اولیه درون سیملوله چند گاوس بوده است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)

۱۲ (۴)

۱/۲ (۳)

۰/۶ (۲)

۶ (۱)



طول یک سیملوله (L) برابر است با تعداد دور سیملوله (N) ضربدر فاصله بین دو حلقه متوالی (d)؛ بنابراین، با افزایش تعداد دور سیملوله، طول سیملوله نیز به همان نسبت افزایش می‌یابد. در نتیجه، میدان مغناطیسی درون سیملوله، تغییر نمی‌کند ($B \propto \frac{N}{\ell}$).

گام اول:

با ۲ برابر شدن تعداد دور سیملوله، طول سیملوله نیز ۲ برابر می‌شود؛ بنابراین:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{\ell_1}{\ell_2} \times \frac{I_2}{I_1} = \frac{2N_1}{N_1} \times \frac{\ell_1}{2\ell_1} \times \frac{I_1 + 0/4}{I_1}$$

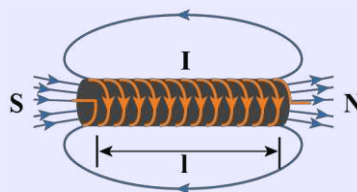
$$\Rightarrow \frac{3B_1}{B_1} = \frac{I_1 + 0/4}{I_1} \Rightarrow 3I_1 = I_1 + 0/4 \Rightarrow I_1 = 0/2 \text{ A}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 NI_1}{\ell_1} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 500 \times 0/2}{0/2} = 6 \times 10^{-4} \text{ T} = 6 \text{ G}$$

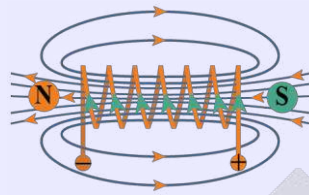
گام آخر:

میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان

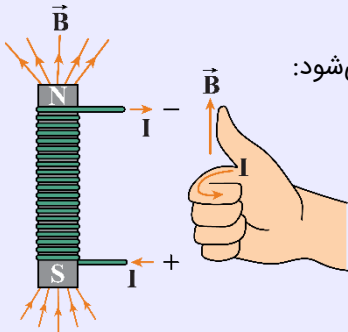
سیملوله، سیم درازی است که به صورت مارپیچی بلند، پیچیده شده است. با عبور جریان الکتریکی از سیملوله در فضای اطراف آن میدان مغناطیسی به وجود می‌آید.



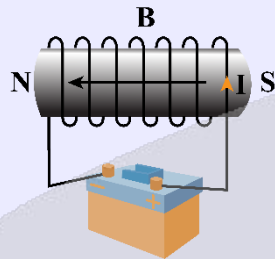
خط‌های میدان در داخل سیم‌لوله، به‌ویژه در نقطه‌های نسبتاً دور از لبه‌های آن، تقریباً موازی و هم‌فاصله‌اند و این، نشانگر یکنواخت بودن میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله است.



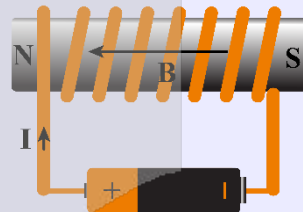
خط‌های میدان داخل سیم‌لوله بسیار متراکم‌تر از خط‌های میدان در خارج آن است و این نشانگر بزرگ‌تر بودن میدان در داخل سیم‌لوله است. تعیین جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله:



جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله به کمک قاعده دست راست که در شکل نشان داده شده است تعیین می‌شود:



مثال: تعیین جهت میدان مغناطیسی سیم‌لوله:



سیم‌لوله آرمانی

اگر قطر حلقه‌های سیم‌لوله در مقایسه با طول آن، بسیار کوچک و حلقه‌های آن، خیلی به هم نزدیک باشند، به این سیم‌لوله، سیم‌لوله آرمانی گفته می‌شود.



میدان مغناطیسی سیم‌لوله آرمانی:

میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لوله آرمانی در نقطه‌های دور از لبه‌ها یکنواخت است و اندازه آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T \cdot m}{A})$ N: تعداد دورهای سیم‌لوله

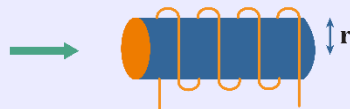
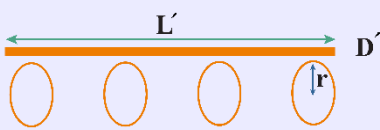
I: جریان عبوری از سیم‌لوله L: طول سیم‌لوله

صورت دوم میدان مغناطیسی سیم‌لوله آرمانی:

$$n = \frac{N}{L} \Rightarrow B = \mu_0 nI$$

L: طول سیم‌لوله n: تعداد دورها در واحد طول سیم‌لوله N: تعداد دورهای سیم‌لوله

محاسبه تعداد حلقه‌های سیم‌لوله:



$$N = \frac{L'}{2\pi r}$$

L': طول سیم

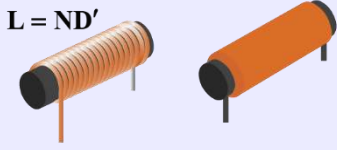
N: تعداد دورهای سیم‌لوله

D': قطر (ضخامت) سیم

r: شعاع سیم‌لوله (حلقه‌ها)

صورت دیگر میدان مغناطیسی سیملوله منظم:

سیملوله آرمانی: سیملوله‌ای که بین حلقه‌ها هیچ فاصله‌ای نباشد و حلقه‌ها روی هم قرار نگرفته باشند.



$$L = ND' \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{D'} \Rightarrow$$

I: جریان عبوری از سیملوله
D': قطر (ضخامت) سیم

عوامل مؤثر بر میدان مغناطیسی سیملوله:

جریان عبوری از سیملوله: هرچه قدر جریان بیش‌تری از سیملوله عبور کند، میدان مغناطیسی آن قوی‌تر است.

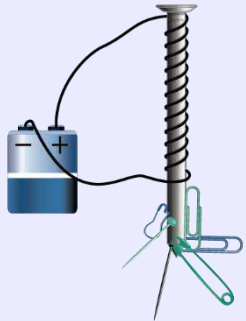
$$B \propto I$$

تعداد دور در واحد طول سیملوله: هرچه قدر تعداد دورها در واحد طول سیملوله بیش‌تر باشد، میدان مغناطیسی سیملوله قوی‌تر خواهد شد.

$$B \propto n$$

❖ میدان مغناطیسی سیملوله به تعداد حلقه‌ها و طول سیملوله به‌تنهایی **بستگی ندارد** و با نسبت آن‌ها، یعنی $\frac{N}{L}$ رابطه مستقیم دارد.

❖ **وجود هسته آهنی** باعث تقویت میدان مغناطیسی سیملوله می‌شود. میدان مغناطیسی سیملوله بدون هسته آهنی به قدری ضعیف است که در عمل کاربردهای کمی دارد.

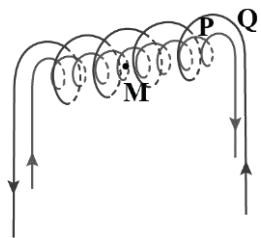


آهنربای الکتریکی سیملوله با هسته آهنی:

وقتی جریانی در سیملوله برقرار می‌شود، میدان مغناطیسی سیملوله، در هسته آهنی خاصیت مغناطیسی القا می‌کند و هسته آهنی، آهنربا می‌شود. این آهنربا را آهنربای الکتریکی می‌نامند. آهنربای الکتریکی صنعتی شامل پیچهای حامل جریان است که تعداد دور سیم زیادی دارد و میدان مغناطیسی حاصل از آن قادر است مقدار زیادی میله‌های فولادی و دیگر قراضه‌های آهنی را بلند کند.



۷۹- در شکل زیر، دو سیملوله P و Q هم‌محورند و طول برابر ۲۰cm دارند. تعداد دور سیملوله P برابر ۲۰۰ و تعداد دور سیملوله Q برابر ۳۰۰ است. اگر جریان ۱A از سیملوله Q و جریان ۱/۵A از سیملوله P عبور کند، میدان مغناطیسی خالص در نقطه M بر



روی محور دو سیملوله چند گاوس است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

- ۱) ۱۸
- ۲) ۳۶
- ۳) ۹
- ۴) صفر

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

میدان مغناطیسی دو سیملوله هم‌اندازه است:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \begin{cases} B_P = \mu_0 \frac{200 \times 1/5}{\ell} \\ B_Q = \mu_0 \frac{300 \times 1}{\ell} \end{cases} \Rightarrow B_P = B_Q$$

با توجه به در خلاف بودن جهت جریان سیملوله‌ها، جهت میدان آن‌ها نیز در خلاف جهت یکدیگر است و میدان آن‌ها یکدیگر را خنثی می‌کند؛ بنابراین میدان مغناطیسی خالص برابر صفر است.



۸۰- چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: اتم‌های آلومینیوم خاصیت مغناطیسی ندارند.

ب: حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در نقره شود.
پ: در مواد فرومغناطیس، برخی حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی، با آن هم‌سو می‌شوند، اما مرز بین حوزه‌ها جابه‌جا نمی‌شود.

ت: مواد پارامغناطیس برای ساختن آهنرباهای الکتریکی (آهنرباهای غیردائم) مناسب‌اند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

- الف** آلومینیوم جزو مواد پارامغناطیسی است. اتم‌های این مواد، خاصیت مغناطیسی دارند اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. (×)
- ب** ویژگی ذکرشده مربوط به مواد دیامغناطیس، نظیر مس، نقره، سرب و بیسموت است. (✓)
- پ** در مواد فرومغناطیس، حوزه‌هایی که نسبت به میدان خارجی هم‌سو هستند، رشد می‌کنند و حجمشان زیاد می‌شود. از سوی دیگر، حجم حوزه‌هایی که سمت‌گیری آن‌ها در راستای میدان نیست، کم می‌شود. در این فرایند، مرز بین بیش‌تر حوزه‌ها جابه‌جا می‌شود. (×)
- ت** مواد فرومغناطیس نرم برای ساختن آهنرباهای الکتریکی مناسب‌اند. (×)





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی (صفحه‌های ۶۶ تا ۸۴)
شیمی ۲: در پی غذای سالم (صفحه‌های ۷۷ تا ۹۸)

بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۱: تست از ۳۰ تست کنکور
شیمی ۲: تست از ۳۰ تست کنکور

سهم در
کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۸۱- اگر در واکنش سوختن مقداری گلوکز، ۲۵ لیتر بخار آب با چگالی ۰/۹ گرم بر لیتر تولید شده باشد، جرم گلوکز مصرف شده برابر با چند گرم است و برای به دام انداختن کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند، به چند مول کلسیم اکسید نیاز داریم؟
($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g \cdot mol^{-1}$)

۱/۵ - ۳۷/۵ (۴)

۱/۲۵ - ۳۷/۵ (۳)

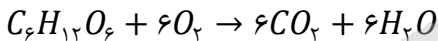
۱/۵ - ۳۰ (۲)

۱/۲۵ - ۳۰ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش سوختن گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) به صورت زیر است:

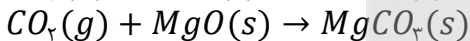
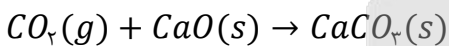


با توجه به معادله این واکنش و حجم بخار آب تولید شده، شمار مول‌های کربن دی‌اکسید حاصل و جرم گلوکز مصرف شده را به دست می‌آوریم. در این رابطه، داریم:

$$? mol CO_2 = 25 L H_2O \times \frac{0.9 g H_2O}{1 L H_2O} \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{6 mol CO_2}{6 mol H_2O} = 1/25 mol$$

$$? g C_6H_{12}O_6 = 25 L H_2O \times \frac{0.9 g H_2O}{1 L H_2O} \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{6 mol H_2O} \times \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} = 37/5 g$$

بر اساس اصول شیمی سبز، برای به دام انداختن گاز کربن دی‌اکسید، از واکنش این ماده با کلسیم اکسید و یا منیزیم اکسید بر اساس معادله‌های زیر استفاده می‌کنیم:



با انجام شدن این واکنش‌ها، گاز کربن دی‌اکسید به مواد معدنی جامد تبدیل شده و وارد هواکره نمی‌شود. در مرحله آخر، با توجه به معادله واکنش گاز CO_2 با کلسیم اکسید، شمار مول‌های CaO مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم.

$$? mol CaO = 1/25 mol CO_2 \times \frac{1 mol CaO}{1 mol CO_2} = 1/25 mol$$

همانطور که مشخص است، طی این فرایند ۱/۲۵ مول کلسیم اکسید مصرف می‌شود.



۸۲- چند مورد از مطالب داده شده درست است؟

- الف - اتم‌های سازنده دومین گاز فراوان موجود در هواکره در ساختار همه مولکول‌های زیستی مثل چربی‌ها وجود دارند.
- ب - در فرایند تهیه هوای مایع، پس از شروع کاهش دما، کربن دی‌اکسید اولین گازی است که از مخلوط خارج می‌شود.
- ج - کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که بر اثر سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی تولید می‌شود.
- د - زمین، بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت تابش‌های فرو سرخ از دست می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

عبارت‌های (الف)، (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) دومین گاز فراوان موجود در هواکره، اکسیژن است. اتم‌های سازنده این ماده در ساختار همه مولکول‌های زیستی از جمله چربی‌ها، کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها وجود دارند.

پ) در فرایند تهیه هوای مایع، پس از شروع کاهش دما، بخار آب موجود در هوا اولین جزئی از آن است که به حالت جامد در آمده و از آن خارج می‌شود. در مرحله بعد و با کاهش بیشتر دما، کربن دی‌اکسید موجود در هوا به حالت جامد (یخ خشک) در آمده و از هوا خارج می‌شود. در مراحل بعد، گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن نیز با کاهش بیشتر دما تا -200°C از هوا خارج می‌شوند. در این رابطه، داریم:

نیتروژن → آرگون → اکسیژن → کربن دی‌اکسید → بخار آب : ترتیب خروج گازها از مخلوط هوا

ج) از آنجا که دمای جوش هلیوم بسیار پایین بوده و در حدود -269 درجه سانتی‌گراد است، این ماده در هوای مایع وجود نخواهد داشت. کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است که بر اثر سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی تولید می‌شود. این گاز تمایل زیادی به اتصال با هموگلوبین داشته و تنفس آن موجب ایجاد مسمومیت می‌شود. ساختار لوویس مولکول‌های سازنده این گاز سمی به صورت زیر است:



د) زمین، بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت تابش‌های فرو سرخ از دست می‌دهد. تصویر زیر، نمایی از روند جذب و بازتاب پرتوهای خورشید توسط زمین را نشان می‌دهد:



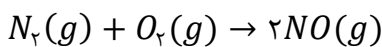
بر اساس این تصویر، زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده از خورشید را به صورت تابش‌های فرو سرخ از دست می‌دهد. باقی گرمای جذب شده توسط زمین نیز توسط گازهای گلخانه‌ای محبوس شده و سبب گرم‌تر شدن زمین می‌شوند.



۸۳- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با گاز نیتروژن درست است؟ ($N = 14 \text{ g. mol}^{-1}$)

- (۱) چگالی این گاز در دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر، برابر با $2/5$ گرم بر لیتر است.
- (۲) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در هر مولکول از آن، $1/5$ برابر شمار این پیوندها در گاز CO است.
- (۳) این گاز هنگام رعد و برق و یا در موتور خودروها با O_2 واکنش داده و اکسید نیتروژن را تولید می‌کند.
- (۴) پس از رساندن دمای هوا تا -200°C ، گاز N_2 همانند سایر گازهای موجود در آن، به حالت مایع در می‌آید.

گاز نیتروژن هنگام رعد و برق و یا در موتور خودروها با گاز اکسیژن واکنش داده و اکسیدهای نیتروژن را تولید می‌کند. معادله واکنش انجام شده در این فرایندها به صورت زیر است:



اکسیدهای نیتروژن تولید شده در این واکنش‌ها با گاز اکسیژن موجود در لایه تروپوسفر واکنش داده و موجب تولید اوزون تروپوسفری می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

① دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر، معادل با شرایط استاندارد (STP) است. در این شرایط، حجم هر مول از گاز نیتروژن (معادل با ۲۸ گرم گاز نیتروژن) برابر با ۲۲/۴ لیتر می‌شود، پس داریم:

$$\text{چگالی گاز نیتروژن} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \implies \text{چگالی} = \frac{28}{22/4} = 1/25 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

② شمار پیوندهای اشتراکی موجود در هر مولکول نیتروژن، برابر شمار این پیوندها در هر مولکول CO است. ساختار مولکول‌های سازنده این گازها به صورت زیر است:



④ پس از رساندن دمای یک نمونه از هوا تا -200°C ، گاز N_2 همانند گازهای اکسیژن و آرگون موجود در هوا، به حالت مایع در می‌آید. این در حالی است که برخی از گازهای موجود در هوا، مثل گاز هلیوم، تا دمای -200°C همواره به حالت گاز باقی مانده و میعان نمی‌شوند.



۸۴ - چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - تروپوسفر نزدیک‌ترین لایه هواکره به سطح زمین بوده و گاز O_3 در آن طی واکنش NO_2 با O_3 تولید می‌شود.
 ب - با تابش پرتوهای فرابنفش به مولکول‌های O_3 ، این مولکول‌ها به یک اتم اکسیژن و یک مولکول O_2 می‌شکنند.
 ج - فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره در مقایسه با دومین گاز فراوان موجود در آن، غیرفعال و واکنش‌ناپذیر است.
 د - اوزون از مولکول‌های خطی تشکیل شده و در صنعت از آن برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات استفاده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

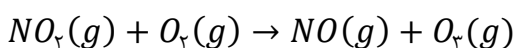
۲ (۲)

۱ (۱)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) تروپوسفر نزدیک‌ترین لایه هواکره به سطح زمین است. گازهای NO_2 و O_3 در تروپوسفر و در حضور نور خورشید بر اساس معادله زیر با یکدیگر واکنش داده و اوزون تروپوسفری را تولید می‌کنند.



از آنجا که اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است، این ماده آلاینده‌ای سمی و خطرناک به شمار می‌آید، به طوری که وجود آن در هوایی که تنفس می‌کنیم، سبب سوزش چشمان و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.

ب) تابش پرتوهای فرابنفش به مولکول‌های اوزون، این مولکول‌ها به یک اتم اکسیژن و یک مولکول O_2 می‌شکنند. با انجام این واکنش، مقدار زیادی از پرتوهای فرابنفش خورشید جذب شده و از رسیدن آن‌ها به سطح زمین جلوگیری می‌شود.

ج) فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره، نیتروژن است. این گاز در مقایسه با دومین گاز فراوان موجود در هواکره (گاز اکسیژن)، غیرفعال و واکنش‌ناپذیر است.



در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود. بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است. تصویر زیر، ساختار مولکول‌های اوزون را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، مولکول‌های این ماده ساختار خطی نداشته و خمیده (شکل V) هستند.



۸۵- کدام یک از عبارات‌های زیر در رابطه با گازهای موجود در هواکره نادرست است؟

- (۱) از فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره می‌توان برای پر کردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی استفاده کرد.
- (۲) با افزایش ارتفاع هواکره، فشار گازها به مرور کم‌تر شده و تعداد ذرات آن‌ها در واحد حجم نیز کاهش پیدا می‌کند.
- (۳) سومین گاز فراوان موجود در هواکره، یک گاز گلخانه‌ای بوده و از سوختن کامل هیدروکربن‌ها تولید می‌شود.
- (۴) برای تهیه گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون در صنعت، می‌توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع استفاده کرد.

(آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

سومین گاز فراوان موجود در هواکره، آرگون است. این گاز، گلخانه‌ای نبوده و در واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها شرکت نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره، نیتروژن است. گاز نیتروژن واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته و از آن می‌توان برای پر کردن تایر خودروها و در صنعت سرماسازی استفاده کرد.
- (۲) با افزایش ارتفاع هواکره، فشار گازهای موجود در آن به مرور کم‌تر شده و تعداد ذرات سازنده این گازها در واحد حجم نیز به تدریج کاهش پیدا می‌کند.
- (۴) برای تهیه گازهای نیتروژن، اکسیژن و آرگون در صنعت، می‌توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع استفاده کرد. در این فرایند، نخست هوا را از صافی‌هایی عبور می‌دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود. در مرحله بعد، دمای هوا را با استفاده از فشار پیوسته کاهش می‌دهند تا به 0°C برسد. در این دما، رطوبت هوا به صورت یخ از آن جدا می‌شود. با کاهش بیشتر دمای هوا تا -78°C ، گاز کربن دی‌اکسید هوا نیز به حالت جامد در آمده و از آن خارج می‌شود. با سرد کردن بیشتر هوا تا دمای -200°C ، مخلوط بسیار سردی از چند مایع پدید می‌آید که به آن هوای مایع می‌گویند. در پایان، با عبور هوای مایع از یک ستون تقطیر، گازهای سازنده موجود در آن جداسازی شده و در ظرف‌های جدا ذخیره می‌شوند.



۸۶- از واکنش $21/2$ گرم از ترکیب X_2CO_3 با مقدار کافی هیدروکلریک اسید، $4/48$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط استاندارد تولید می‌شود. جرم مولی فلز X برابر با چند گرم است؟ ($O = 16, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

۱۸ (۴)

۲۳ (۳)

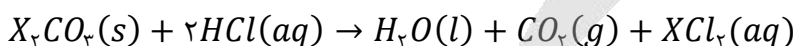
۳۶ (۲)

۴۶ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به حجم گاز تولید شده، شمار مول‌های X_2CO_3 را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } X_2CO_3 = \frac{4/48 \text{ L } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } X_2CO_3}{1 \text{ mol } CO_2} = 0/2 \text{ mol}$$

بر این اساس، جرم $0/2$ مول X_2CO_3 برابر با $21/2$ گرم است؛ پس می‌توان گفت جرم هر مول X_2CO_3 برابر با 106 گرم است.

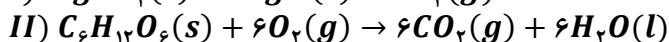
$$X_2CO_3 \text{ جرم مولی} = (2 \times X \text{ جرم مولی}) + (1 \times C \text{ جرم مولی}) + (3 \times O \text{ جرم مولی}) \Rightarrow$$

$$106 = (2 \times X \text{ جرم مولی}) + 12 + 48 \Rightarrow (2 \times X \text{ جرم مولی}) = 46 \Rightarrow X \text{ جرم مولی} = 23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$





۸۷- معادله موازنه شده واکنش‌های مقابل را در نظر بگیرید:



اگر حجم فراورده گازی تولید شده در این دو واکنش (با فرض کامل بودن) با هم برابر باشد، جرم ماده جامد مصرف شده در واکنش (I)، چند برابر واکنش (II) بوده و اگر ۳۶۰ گرم از هر ماده در این دو واکنش مصرف شود، جرم آب تولید شده در واکنش (II)، چند برابر جرم منیزیم اکسید تولید شده در واکنش (I) خواهد شد؟ (شرایط انجام دو واکنش یکسان است.)

($S = ۳۲$ و $Mg = ۲۴$ و $O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱/۸ - ۴ (۴)

۱/۸ - ۳ (۳)

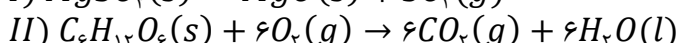
۱/۲ - ۴ (۲)

۱/۲ - ۳ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه شده واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به قانون گازها، در شرایط یکسان، نسبت حجم گازها معادل نسبت مول آن‌ها است؛ پس در واکنش‌های انجام شده، مول گاز گوگرد تری اکسید تولید شده در واکنش I برابر مول گاز کربن دی اکسید تولید شده در واکنش II است. مول هر کدام از گازها را برابر x فرض می‌کنیم و با استفاده از ضرایب استوکیومتری، جرم مواد جامد مصرف شده را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? g MgSO_4 = x mol SO_2 \times \frac{1 mol MgSO_4}{1 mol SO_2} \times \frac{120 g MgSO_4}{1 mol MgSO_4} = 120x g$$

$$? g C_6H_{12}O_6 = x mol CO_2 \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{6 mol CO_2} \times \frac{180 g C_6H_{12}O_6}{1 mol C_6H_{12}O_6} = 30x g$$

طبق محاسبات انجام شده، نسبت جرم مواد جامد مصرف شده در دو واکنش، برابر $\frac{120x}{30x}$ یا ۴ است. حال به حل قسمت دوم سؤال می‌پردازیم. در رابطه با جرم فراورده‌های تولید شده، داریم:

$$? g MgO = 360 g MgSO_4 \times \frac{1 mol MgSO_4}{120 g MgSO_4} \times \frac{1 mol MgO}{1 mol MgSO_4} \times \frac{40 g MgO}{1 mol MgO} = 120 g$$

$$? g H_2O = 360 g C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{180 g C_6H_{12}O_6} \times \frac{6 mol H_2O}{1 mol C_6H_{12}O_6} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 216 g$$

همانطور که مشخص است، نسبت جرم آب تولید شده در واکنش دوم به جرم منیزیم اکسید تولید شده در واکنش اول برابر $\frac{216}{120}$ یا $\frac{1}{8}$ است.



۸۸- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

الف - در لایه تروپوسفر زمین، از واکنش گاز اکسیژن با یک گونه رادیکال، گاز اوزون تولید می‌شود.

ب - در دمای $-۶۰^\circ C$ ، دو مورد از مواد شرکت کننده در فرایند هابر به حالت گاز و یک ماده به حالت مایع است.

ج - با افزایش ارتفاع در هریک از لایه‌های هواکره، میزان جنب و جوش ذرات سازنده هواکره همواره کاهش می‌یابد.

د - گاز نیتروژن مونوکسید موجود در تروپوسفر، فقط از واکنش گازهای N_2 و O_2 در موتور خودروها می‌تواند تولید شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

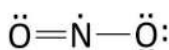
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

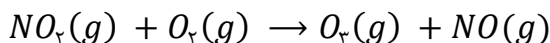
فقط عبارتهای (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

(الف) ساختار لوویس نیتروژن دی اکسید، به صورت زیر است:



نیترژن دی اکسید در حضور نور خورشید با گاز اکسیژن واکنش داده و مقداری اوزون تروپوسفری تولید می کند.



رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود الکترون جفت نشده دارد. در بدن ما طی واکنش های متنوع و پیچیده، رادیکال هایی تولید می شوند که اگر به وسیله بازدارنده ها جذب نشوند، می توانند با انجام واکنش های سریع، به بافت بدن آسیب برسانند. لیکوپن یکی از این بازدارنده هاست که در گوجه فرنگی و هندوانه یافت می شود؛ بنابراین اکسیژن در واکنش با یک گونه رادیکال (نیترژن دی اکسید)، اوزون تروپوسفری را تولید می کند.

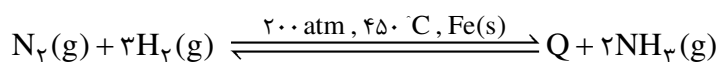


نکته

نیترژن با عدد اتمی ۷، نخستین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره ای است. این گاز در صنعت و زندگی روزمره، کاربردهای مختلفی از جمله پرکردن تایر خودروها، نگهداری نمونه های بیولوژیکی و همچنین انجماد مواد دارد. توجه داریم که گیاهان نمی توانند به طور مستقیم از گاز نیترژن موجود در هواکره استفاده کنند و جانداران ذره بینی موجود در خاک، این گاز را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می کنند. گاز نیترژن به عنوان اصلی ترین جزء سازنده هواکره، واکنش پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی دهد. تنها در هنگام رعد و برق و همچنین درون موتور خودروها، این دو گاز ترکیب شده و به اکسیدهای نیترژن تبدیل می شوند.



معادله واکنش فرایند هابر به صورت زیر است:



در طی فرایند هابر، گازهای نیترژن و هیدروژن را در فشار ۲۰۰ atm و دمای ۴۵۰°C وارد مخزن می کنند. این واکنش برگشت پذیر بوده و در مخلوط نهایی، هر سه گاز نیترژن، هیدروژن و آمونیاک حضور دارند. با کاهش دمای مخزن تا پایین تر از نقطه جوش آمونیاک (۳۳°C-) این گاز را به حالت مایع درآورده و آن را از مخلوط جدا می کنند. در پایان، باقی مانده گازهای نیترژن و هیدروژن را برای مصرف دوباره در واکنش تولید آمونیاک به مخزن اول باز می گردانند. توجه داریم که نقطه جوش گازهای هیدروژن، نیترژن و آمونیاک به ترتیب برابر ۲۵۳°C-، ۱۹۶°C- و ۳۳°C- است. دمای ۶۰°C- از نقطه جوش نیترژن و هیدروژن بالاتر است، پس این دو نمونه در این دما به حالت گاز هستند اما این دما از نقطه جوش آمونیاک پایین تر است پس آمونیاک در این دما به حالت مایع یافت می شود.



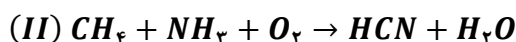
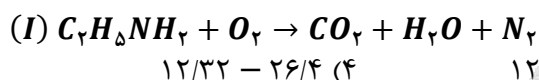
دمای یک نمونه، میزان جنب و جوش ذرات آن نمونه از ماده را نشان می دهد. با افزایش دما، میزان جنب و جوش ذرات سازنده مواد افزایش پیدا می کند. روند تغییر دما در لایه های مختلف هواکره یکسان نیست.



علاوه بر فرایندهای انجام شده در موتور خودروها، گاز نیترژن مونوکسید در حین رعد و برق از واکنش گازهای نیترژن و اکسیژن نیز تولید می شود.



۸۹- با توجه به واکنش های موازنه نشده زیر، از واکنش سوختن ۱۳/۵ گرم اتیل آمین ($C_2H_5NH_2$) چند گرم گاز کربن دی اکسید آزاد شده و برای تولید مقدار مشابه بخار آب در واکنش (II)، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP باید مصرف شود؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید؛ $O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



۱۲/۳۲ - ۲۴/۶ (۳)

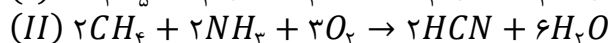
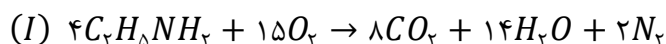
۱۱/۷۶ - ۲۶/۴ (۲)

۱۱/۷۶ - ۲۴/۶ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش های موازنه شده به صورت زیر هستند:



ابتدا با توجه به معادله واکنش (I)، جرم گاز کربن دی اکسید آزاد شده را محاسبه می کنیم:

$$? g CO_2 = 13/5 g C_2H_5NH_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5NH_2}{45 g C_2H_5NH_2} \times \frac{8 \text{ mol } CO_2}{4 \text{ mol } C_2H_5NH_2} \times \frac{44 g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 26/4 g CO_2$$



در ادامه تعداد مول بخار آب تولید شده در واکنش (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2O = 13/5 \text{ g } C_2H_5NH_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5NH_2}{45 \text{ g } C_2H_5NH_2} \times \frac{14 \text{ mol } H_2O}{4 \text{ mol } C_2H_5NH_2} = 1/0.5 \text{ mol } H_2O$$

در نهایت حساب می‌کنیم به ازای تولید مقدار مشابه بخار آب در واکنش (II)، چند لیتر گاز O_2 در شرایط استاندارد نیاز است:

$$? L O_2 = 1/0.5 \text{ mol } H_2O \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{6 \text{ mol } H_2O} \times \frac{22/4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 11/76 L O_2$$



۹۰- در شرایط یکسان، نسبت چگالی یک گاز به چگالی گاز هیدروژن برابر با ۸ است. حجم ۳۲ گرم از این گاز در فشار 2 atm و دمای

صفر درجه سانتی‌گراد، بر حسب لیتر کدام است؟ ($H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۴۴/۸ (۴) ۳۳/۶ (۳) ۲۲/۴ (۲) ۱۱/۲ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

در شرایط یکسان، چگالی هر گاز متناسب با جرم مولی آن گاز است. ابتدا جرم مولی گاز موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{چگالی گاز موردنظر}}{H_2 \text{ چگالی گاز}} = \frac{\text{جرم مولی گاز موردنظر}}{H_2 \text{ جرم مولی}} \implies \frac{x}{2} = 8 \implies x = 16 g \cdot mol^{-1}$$

در شرایط استاندارد (STP)، هر مول گاز $22/4$ لیتر حجم دارد. حال حجم ۳۲ گرم از این گاز را در شرایط STP به دست می‌آوریم:

$$? L \text{ گاز} = 32 \text{ g گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{16 \text{ g گاز}} \times \frac{22/4 L \text{ گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 44/8 L \text{ گاز}$$

رابطه قانون گازها را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$PV = nRT$$

بر اساس قانون گازها، در دمای ثابت، حاصل ضرب فشار در حجم برای یک نمونه گازی ثابت است، پس داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \implies V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right) V_1 = \left(\frac{1}{2}\right) \times 44/8 = 22/4 L$$



۹۱- با استفاده از اکسیژن آزاد شده از تجزیه گرمایی یک مول پتاسیم کلرات ($KClO_3$) مطابق واکنش زیر، چند لیتر گاز پروپان با

چگالی $2 g \cdot L^{-1}$ را می‌توان به طور کامل سوزاند؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

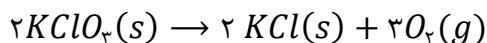


۷/۵۲ (۴) ۶/۶ (۳) ۳/۷۶ (۲) ۳/۳ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

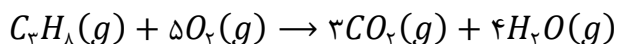
واکنش موازنه شده تجزیه پتاسیم کلرات به صورت زیر است:



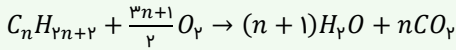
ابتدا حساب می‌کنیم از تجزیه پتاسیم کلرات چند مول اکسیژن آزاد می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } O_2 = 1 \text{ mol } KClO_3 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } KClO_3} = 1/5 \text{ mol } O_2$$

پروپان، سومین عضو از خانواده آلکانها است. واکنش سوختن پروپان (C_3H_8) به صورت زیر است:



آلکان‌ها از جمله ترکیب‌های آلی سیر شده هستند و تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند. واکنش سوختن، یکی از معدود واکنش‌هایی است که آلکان‌ها در آن شرکت می‌کنند. معادله واکنش سوختن این مواد به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، بر اثر سوختن کامل آلکان‌ها مولکول‌های آب و کربن دی‌اکسید تولید می‌شوند. توجه داریم که نوع فرآورده‌ها در واکنش سوختن آلکان‌ها، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. در واقع، اگر اکسیژن موجود در محیط کافی باشد، واکنش سوختن به طور کامل انجام شده و گاز کربن دی‌اکسید (CO_2) به همراه بخار آب تولید می‌شود. این در حالی است که اگر مقدار اکسیژن موجود در محیط کم باشد، واکنش سوختن به طور ناقص انجام شده و گاز کربن مونوکسید (CO) به همراه دیگر فرآورده‌ها تولید می‌شود.

در نهایت حجم گاز پروپان را به دست می‌آوریم:

$$? L C_3H_8 = \frac{1}{5} mol O_2 \times \frac{1 mol C_3H_8}{5 mol O_2} \times \frac{44 g C_3H_8}{1 mol C_3H_8} \times \frac{1 L C_3H_8}{2 g C_3H_8} = 6/6 L C_3H_8$$



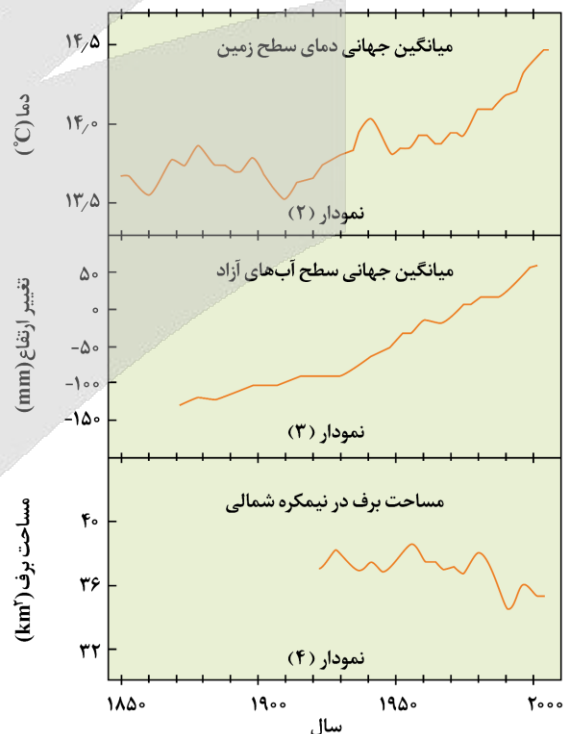
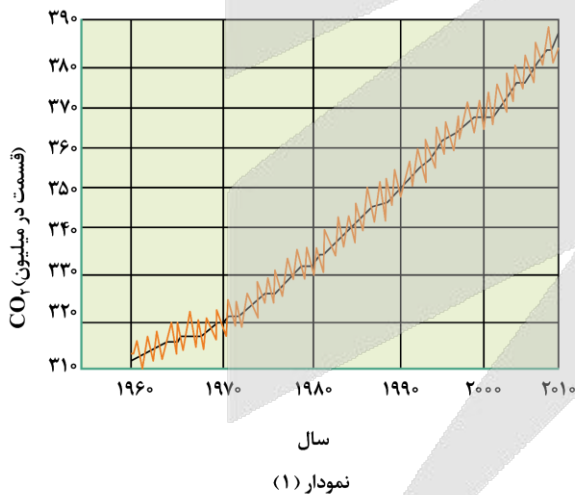
۹۲- به طور کلی روند تغییرات بر حسب به صورت صعودی است.

- (۱) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی - سال
 (۲) فشار هوا - ارتفاع
 (۳) مقدار CO_2 هواکره - سال
 (۴) دما در لایه سوم هواکره - ارتفاع

(آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

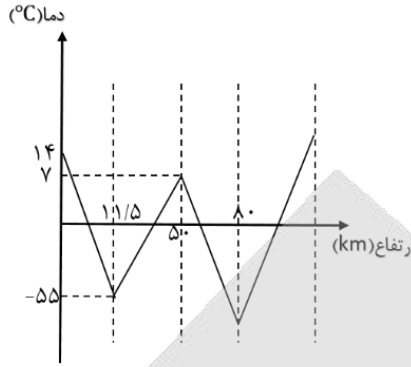
آمارها نشان می‌دهند که سالانه میلیاردها تن کربن دی‌اکسید به هواکره وارد می‌شود به طوری که مقدار این گاز در سده اخیر در هواکره به میزان قابل توجهی افزایش یافته است. نمودارهای زیر تغییر مقدار میانگین کربن دی‌اکسید در هواکره، میزان بالا آمدن سطح آب دریاها، تغییر میانگین دمای کره زمین و میانگین مساحت برف در نیمکره شمالی را نشان می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با توجه به نمودارهای بالا، روند تغییرات مساحت سطح برف در نیمکره شمالی بر حسب سال، به صورت نزولی است؛ به عبارتی با گذشت زمان، مساحت برف در نیمکره شمالی کاهش یافته است.
- ۲) در هواکره، روند تغییرات فشار گازها بر حسب ارتفاع، به صورت نزولی است.

روند تغییرات دما برحسب ارتفاع در لایه سوم هواکره، همانند لایه اول، به صورت نزولی است.



۹۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - پرتوهای گسیل شده از زمین، در برخورد با گازهای گلخانه‌ای به پرتوهایی با انرژی کمتر تبدیل می‌شوند.
- ب - به طور کلی، در یک روز زمستانی، بازه تغییرات دما در خارج از گلخانه، بیشتر از درون آن است.
- ج - بخش قابل توجهی از گرمای زمین، به صورت پرتوهای فروسرخ از هواکره خارج می‌شود.
- د - بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی بازتابیده شده و به فضا بازمی‌گردند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

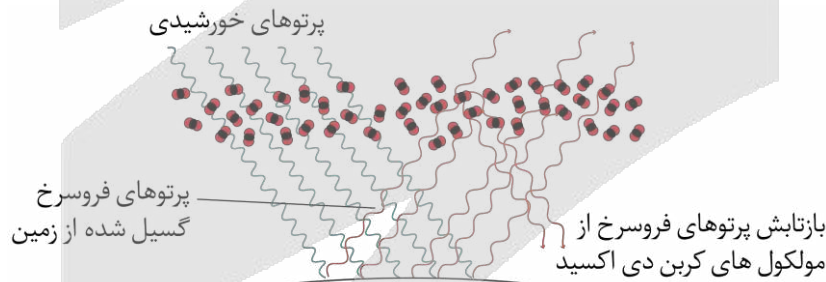
(متوسط - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

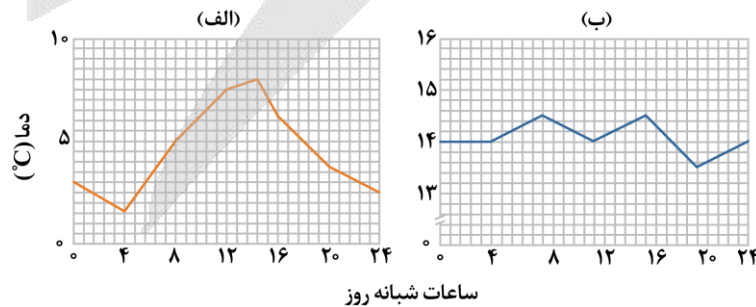
موارد (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) بخار آب و کربن دی‌اکسید از جمله گازهای گلخانه‌ای هستند که مانع از خروج پرتوهای گسیل شده از زمین می‌شوند. این گازها، طول موج پرتوهای گسیل شده از زمین را تغییر نمی‌دهند.



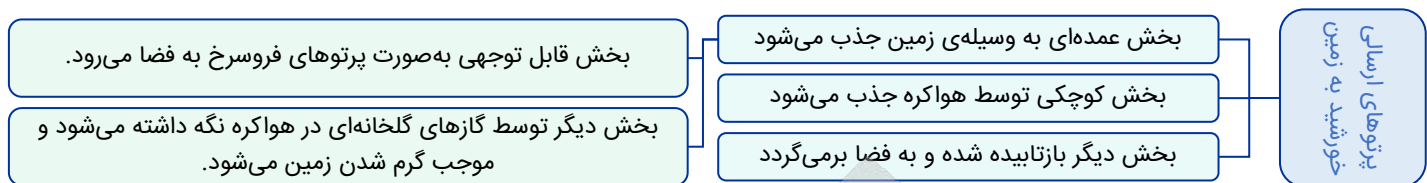
پ) به طور کلی، در یک روز زمستانی، بازه تغییرات دما در خارج از گلخانه، بیشتر از درون آن است. به نمودارهای زیر دقت کنید:



در شکل بالا، نمودارهای (الف) و (ب)، به ترتیب مربوط به تغییرات دمای خارج از گلخانه و درون گلخانه هستند. بازه این تغییرات، در محیط خارج از گلخانه از حدود ۱/۵ درجه تا ۸ درجه سلسیوس است؛ در حالی که این بازه درون گلخانه برابر با ۱۳/۵ تا ۱۴/۵ درجه سلسیوس است. هم‌چنین میانگین دما در خارج از گلخانه، در حدود ۵°C است، اما درون گلخانه در حدود ۱۴°C است. پس بازه تغییرات دما و میانگین دما در خارج از گلخانه، به ترتیب بیشتر و کمتر از درون آن است.



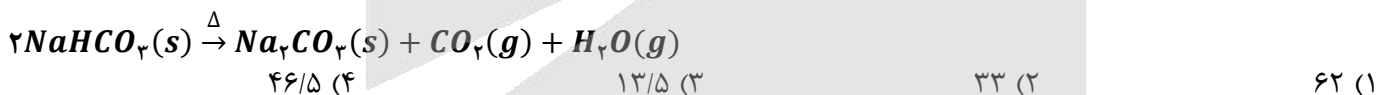
بخش قابل توجهی از گرمای زمین، به صورت پرتوهای فروسرخ از هواکره خارج می‌شود. به نمودار زیر دقت کنید:



بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی به وسیله زمین جذب می‌شوند و بخشی، بازتابیده شده و به فضا بازمی‌گردند.



۹۴- با توجه به واکنش موازنه‌شده زیر، اگر ۱۲۶ گرم $NaHCO_3$ مصرف شود، چند گرم فراورده گازی تولید می‌شود؟
($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g \cdot mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۴

فراورده‌های گازی تولید شده در واکنش، بخار آب و کربن دی‌اکسید هستند. پس مقدار تولید شده هر کدام را به دست می‌آوریم:

$$? g CO_2 = 126 g NaHCO_3 \times \frac{1 mol NaHCO_3}{84 g NaHCO_3} \times \frac{1 mol CO_2}{2 mol NaHCO_3} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 33$$

$$? g H_2O = 126 g NaHCO_3 \times \frac{1 mol NaHCO_3}{84 g NaHCO_3} \times \frac{1 mol H_2O}{2 mol NaHCO_3} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 13/5$$

پس در این واکنش ۳۳ گرم CO_2 و ۱۳/۵ گرم H_2O تولید می‌شود که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$33 + 13/5 = 46/5$$

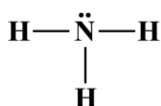


۹۵- در کدام گزینه، شمار الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی، در ساختار لوویس مولکول سمت راست، با شمار الکترون‌های جفت نشده در ساختار الکترون-نقطه‌ای اتم سمت چپ برابر نیست؟

- $Ar - NH_3$ (۴)
 $Ne - SO_2$ (۳)
 $F - NO_2$ (۲)
 $S - SO_2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مولکول NH_3 دارای ۱ جفت الکترون ناپیوندی معادل ۲ الکترون ناپیوندی، روی اتم مرکزی خود است؛ در حالی که اتم آرگون در گروه ۱۸ قرار دارد و دارای ۴ جفت الکترون (فاقد الکترون تک)، در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود است.



در شکل زیر، آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دوره ابتدایی را می‌بینید:

۱											۱۸	
H·											He:	
۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸						
Li·	Bc·	·B·	·C·	·N·	·O·	·F·	·Ne:					
Na·	Mg·	·Al·	·Si·	·P·	·S·	·Cl·	·Ar:					

بررسی سایر گزینه‌ها:

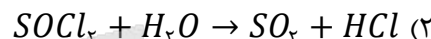
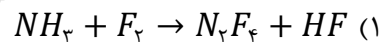
۱) مولکول SO_2 دارای ۱ جفت الکترون ناپیوندی معادل ۲ الکترون ناپیوندی، روی اتم مرکزی خود است. اتم گوگرد نیز $\ddot{O}=\ddot{S}-\ddot{O}$ در گروه ۱۶ قرار دارد و دارای ۲ جفت الکترون و ۲ الکترون تک، در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود است.

۲) مولکول NO_2 دارای ۱ الکترون ناپیوندی، روی اتم مرکزی خود است. اتم فلور نیز در گروه ۱۷ قرار دارد و دارای ۳ جفت الکترون و ۱ الکترون تک، در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود است.

۳) مولکول SO_3 فاقد الکترون ناپیوندی، روی اتم مرکزی خود است. اتم نئون نیز در گروه ۱۸ قرار دارد و دارای ۴ جفت الکترون (فاقد الکترون تک)، در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود است.



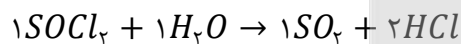
۹۶- در کدام یک از واکنش‌های زیر، پس از موازنه، مجموع ضرایب‌های فراورده‌ها، ۱/۵ برابر مجموع ضرایب‌های واکنش‌دهنده‌ها است؟



(سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

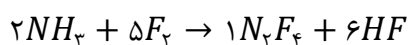
برای شروع موازنه، ابتدا به $SOCl_2$ ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه S ، ترکیب SO_2 نیز ضریب ۱ می‌گیرد. حال اتم O را موازنه می‌کنیم. در سمت فراورده‌ها، ۲ اتم O در ترکیب SO_2 وجود دارد؛ پس در سمت واکنش‌دهنده‌ها نیز باید ۲ اتم O داشته باشیم. ۱ اتم O در ترکیب $SOCl_2$ وجود دارد؛ پس به H_2O نیز ضریب ۱ می‌دهیم. اکنون اتم H را موازنه می‌کنیم و به HCl ضریب ۲ می‌دهیم. واکنش نهایی به صورت زیر است:



مجموع ضرایب فراورده‌ها (۳)، ۱/۵ برابر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها (۲) است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

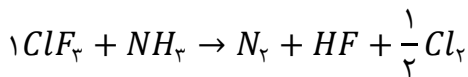
۱) برای شروع موازنه، ابتدا به N_2F_4 ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم N ، ترکیب NH_3 ضریب ۲ می‌گیرد. هم‌چنین برای موازنه اتم H ، به HF ضریب ۶ تعلق می‌گیرد. اکنون F را موازنه می‌کنیم. در سمت فراورده‌ها ۴ اتم F در ترکیب N_2F_4 و ۶ اتم F در ترکیب HF وجود دارد؛ یعنی در مجموع ۱۰ اتم F در سمت فراورده‌ها داریم؛ پس در سمت واکنش‌دهنده‌ها نیز، باید ۱۰ اتم F داشته باشیم. بنابراین ضریب F_2 برابر با ۵ می‌شود. واکنش نهایی به صورت زیر است:



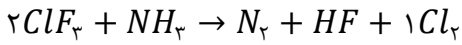
مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها با فراورده‌ها برابر است.

۳

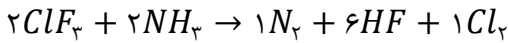
برای شروع موازنه، ابتدا به ClF_3 ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم Cl ، ترکیب Cl_2 ضریب $\frac{1}{2}$ می‌گیرد:



از آن جا که مجاز به قرار دادن ضرایب کسری در موازنه نیستیم، ضرایبی که تاکنون به دست آمده را در مخرج یعنی عدد ۲ ضرب می‌کنیم:



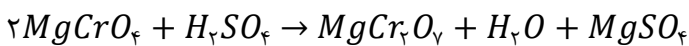
اکنون اتم F را موازنه می‌کنیم و به HF ضریب ۶ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم H ، ترکیب NH_3 ضریب ۲ می‌گیرد. اکنون اتم N را موازنه می‌کنیم و به N_2 ضریب ۱ می‌دهیم. واکنش نهایی به صورت زیر است:



مجموع ضرایب فراورده‌ها (۸)، ۲ برابر مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها (۴) است.

۴

ابتدا به ترکیب $MgCr_2O_7$ ضریب ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه کروم، $MgCrO_4$ ضریب ۲ می‌گیرد. با توجه به موازنه منیزیم نیز، ترکیب $MgSO_4$ ضریب ۱ می‌گیرد. حال گوگرد را موازنه کرده و به H_2SO_4 نیز ضریب ۱ می‌دهیم. پس سایر ضرایب برابر با یک هستند:



مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها با فراورده‌ها برابر است.



۹۷- مقایسه مقدار CO_2 تولید شده در مصرف کدام منابع، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، درست است؟

- (۱) گاز طبیعی < نفت خام
(۲) باد < گاز طبیعی
(۳) باد < گرمای زمین
(۴) انرژی خورشید < گرمای زمین

(آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ترتیب مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، در منابع مختلف به صورت زیر است:

زغال سنگ < نفت خام < گاز طبیعی < انرژی خورشید < گرمای زمین < باد

مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق در منبع انرژی خورشید بیشتر از گرمای زمین است.

مثال

مطابق با داده‌های جدول زیر، اگر مقدار برق مصرفی توسط یک خانواده در طول یک ماه نصف شود اما در طول این مدت، برق مصرفی به جای نفت خام، از منبع زغال سنگ تأمین شود، ردپای کربن دی‌اکسید ایجاد شده توسط این خانواده در طول این یک ماه، به اندازه درصد نسبت به سایر ماهها می‌یابد.

منبع تولید برق	مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در ماه (کیلوگرم)
زغال سنگ	۰/۹
نفت خام	۰/۷

- (۱) ۶۴ - کاهش (۲) ۳۶ - افزایش (۳) ۳۶ - کاهش (۴) ۶۴ - افزایش

در سوختن نفت خام، به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، ۰/۷ کیلوگرم کربن دی‌اکسید تولید می‌شود در حالی که با سوختن زغال سنگ، به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، ۰/۹ کیلوگرم کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که این مقدار، $\frac{9}{7}$ برابر مقدار کربن دی‌اکسید حاصل از تولید برق به کمک نفت خام است. همچنین در طول این ماه، مقدار برق مصرفی این خانواده نصف شده است؛ پس مقدار کربن دی‌اکسید ایجاد شده در طول این ماه، $\frac{9}{7} \times \frac{1}{2} \approx 0/64$ برابر مقدار کربن دی‌اکسید ایجاد شده در سایر ماهها است؛ پس می‌توان گفت ردپای کربن دی‌اکسید ایجاد شده در این ماه، ۳۶ درصد کمتر از سایر ماهها خواهد بود:

$$100 - \left(\frac{64}{100} \times 100\right) = 36$$

درصد کاهش ردپای کربن دی‌اکسید

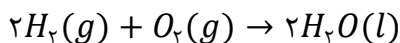
پاسخ: گزینه ۳



۹۸- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش سوختن هیدروژن درست است؟

- (۱) کاتالیزگر آن فلز پلاتین (Pd) است.
(۲) طی این واکنش مقدار زیادی گرما مصرف می‌شود.
(۳) فراورده آن، ساختار فضایی مشابه CO_2 دارد.
(۴) شمار مول گاز هیدروژن مصرف شده، دو برابر گاز اکسیژن است.

واکنش سوختن گاز هیدروژن به صورت زیر است:



با توجه به ضرایب، شمار مول گاز هیدروژن مصرف شده، دو برابر گاز اکسیژن مصرف شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کاتالیزگر این واکنش فلز پلاتین با نماد شیمیایی Pt است.

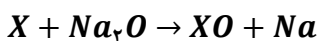
۲) طی این واکنش مقدار زیادی نور و گرما آزاد می‌شود.

۳) در ساختار مولکول آب، اتم مرکزی (اکسیژن) دارای جفت الکترون ناپیوندی است؛ پس ساختار فضایی مولکول آب به صورت خمیده است در حالی که اتم مرکزی در مولکول CO_2 فاقد جفت الکترون ناپیوندی است و ساختار فضایی آن به صورت خطی می‌باشد.



۹۹- ۶۰ درصد از جرم ترکیب XO را، عنصر X تشکیل می‌دهد. $2/4$ گرم از عنصر X ، با چند گرم از Na_2O واکنش می‌دهد؟

(واکنش موازنه شود. $Na = 23 \text{ g.mol}^{-1}$, $O = 16$)



(۴) ۷/۱

(۳) ۶/۲

(۲) ۴/۶۵

(۱) ۳/۶

جرم مولی ترکیب XO برابر با $16 + m_x$ است. با توجه به درصد جرمی عنصر X داریم:

$$\frac{60}{100} = \frac{m_x}{m_x + 16} \rightarrow m_x = 24 \text{ g.mol}^{-1}$$

پس جرم مولی عنصر X ، برابر با 24 گرم بر مول است. حال واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:



جرم Na_2O مصرف شده برابر است با:

$$? \text{ g } Na_2O = 2/4 \text{ g } X \times \frac{1 \text{ mol } X}{24 \text{ g } X} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2O}{1 \text{ mol } X} \times \frac{62 \text{ g } Na_2O}{1 \text{ mol } Na_2O} = 6/2$$

بنابراین $6/2$ گرم Na_2O مصرف می‌شود.



۱۰۰- کدام یک از مطالب زیر، در مورد شیمی سبز درست است؟

(۱) CO_2 را می‌توان در سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های خالی نفت ذخیره و نگهداری کرد.

(۲) پلاستیک‌های سبز، پلیمرهایی هستند که بر پایهٔ موادی مانند روغن‌های گیاهی ساخته شده و زیست تخریب‌پذیر هستند.

(۳) سوخت سبز، در ساختار خود افزون بر C و H نیز دارد و از بقایای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.

(۴) برای تبدیل CO_2 تولید شده در نیروگاه‌ها به مواد معدنی، می‌توان آن را با کلسیم اکسید واکنش داده و به آهک ($CaCO_3$) تبدیل کرد.

CO_2 را می‌توان در سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های خالی نفت ذخیره و نگهداری کرد.



شیمی سبز



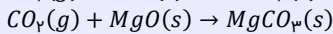
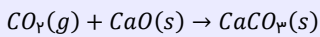
شیمی سبز شاخه‌ای از شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جستجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و هم‌زمان از طبیعت محافظت کرد. در این راستا بایستی تولید و مصرف مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین برجای می‌گذارند، کاهش داد یا متوقف کرد.

تولید سوخت سبز

سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد زیست‌تخریب‌پذیرند، از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.

تبدیل CO_2 به مواد معدنی

برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند.



تولید پلاستیک‌های سبز

پلاستیک‌های سبز یا زیست‌تخریب‌پذیر، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل، در ساختار آن‌ها اتم‌های اکسیژن نیز وجود دارند. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاهی توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شود و به طبیعت باز می‌گردند.

دفن کربن دی‌اکسید

کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره در مکان‌های عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد. سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن این گاز هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) پلاستیک‌های سبز یا زیست‌تخریب‌پذیر، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل، در ساختار آن‌ها اتم‌های اکسیژن نیز وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاهی توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند و به طبیعت باز می‌گردند.

۳) سوخت سبز، در ساختار خود افزون بر C و H نیز دارد و از بقایای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.

۴) برای تبدیل CO_2 تولید شده در نیروگاه‌ها به مواد معدنی، می‌توان آن را با کلسیم اکسید واکنش داده و به کلسیم کربنات ($CaCO_3$) تبدیل کرد. فرمول شیمیایی آهک به صورت CaO است.



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- در واکنش فرضی $2A(g) + B(g) \rightarrow 3D(g)$ ، غلظت گاز B در هر ۱۵ دقیقه نصف می‌شود. اگر پس از گذشتن ۱ ساعت از ابتدای واکنش، غلظت گاز B به $0/3$ مول بر لیتر رسیده باشد، سرعت متوسط این واکنش در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر لیتر بر دقیقه می‌شود؟

۰/۷۵ (۴)

۰/۱۵ (۳)

۰/۰۷۵ (۲)

۰/۰۱۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اگر غلظت اولیه گاز B را برابر با x مول بر لیتر در نظر بگیریم، با توجه به نیم‌عمر داده شده از این ماده داریم:

$$[B] = x \frac{mol}{L} \xrightarrow{15 \text{ دقیقه}} [B] = \frac{1}{2} x \frac{mol}{L} \xrightarrow{15 \text{ دقیقه}} [B] = \frac{1}{4} x \frac{mol}{L} \xrightarrow{15 \text{ دقیقه}} [B] = \frac{1}{8} x \frac{mol}{L} \xrightarrow{15 \text{ دقیقه}} [B] = \frac{1}{16} x \frac{mol}{L}$$

با توجه به غلظت نهایی گاز A ، مقدار x را به دست آورده و پس از آن، تغییر غلظت این ماده ($\Delta[A]$) را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{1}{16} x = 0/3 \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow x = 4/8 \text{ mol} \cdot L^{-1} \Rightarrow \Delta[B] = [B]_{\text{نهایی}} - [B]_{\text{اولیه}} = 0/3 - 4/8 \\ = -4/8 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



سرعت متوسط یک واکنش شیمیایی، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هریک از مواد شرکت کننده در آن واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به دست می آید. به عنوان مثال، در واکنش شیمیایی $2A(g) + 3B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در یک بازه زمانی به طول Δt به روش زیر عمل می کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{\Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t} \implies \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{2} = \frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{\bar{R}_C}{1} = \frac{\bar{R}_D}{2}$$

با توجه به معادله های بالا، سرعت متوسط یک واکنش شیمیایی برابر با سرعت متوسط مصرف یا تولید ماده ای از آن واکنش است که ضریب در معادله موازنه شده برابر با ۱ باشد. در نهایت، سرعت متوسط واکنش مورد نظر را محاسبه می کنیم.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{1}{B_{\text{ضریب}}} \times \frac{\Delta[B]}{\Delta t} \implies \bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{1}{1} \times \frac{-4/5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{1 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}} = 0.75 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$



۱۰۲- واکنش شیمیایی $2N_2O_5(s) \rightarrow O_2(g) + 4NO_2(g)$. $\Delta H = +110 \text{ kJ}$. در یک محفظه در حال انجام شدن است. اگر در طول مدت زمان ۵ دقیقه، ۳۳ کیلوژول گرما طی این فرایند مصرف شده باشد، سرعت متوسط تولید گاز NO_2 در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر ثانیه می شود؟

۰/۱۲ (۴)

۰/۰۰۲ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۰۰۴ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به انرژی آزاد شده، مقدار گاز نیتروژن دی اکسید حاصل را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ mol } NO_2 = 33 \text{ kJ انرژی} \times \frac{4 \text{ mol } NO_2}{110 \text{ kJ انرژی}} = 1/2 \text{ mol}$$

با توجه به شمار مول های نیتروژن دی اکسید تولید شده، سرعت متوسط تولید این ماده را محاسبه می کنیم.

$$\bar{R}_{NO_2} = \frac{|\Delta n_{NO_2}|}{\Delta t} = \frac{1/2 \text{ mol}}{5 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 0.004 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$



۱۰۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

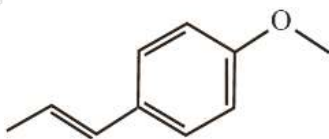
- (۱) نگه دارنده ها، برخلاف کاتالیزورها، سرعت واکنش هایی که منجر به فساد مواد غذایی می شوند را کاهش می دهند.
- (۲) یک واکنش شیمیایی با $\Delta H > 0$ ، گرماگیر بوده و فرآورده های تولید شده در آن ناپایدارتر از واکنش دهنده ها هستند.
- (۳) بو و طعم گیاه رازیانه از برخی ترکیبات آلی که دارای گروه عاملی الکی در ساختار خود هستند، ناشی می شود.
- (۴) روغن یک ترکیب آلی سیرنشده است که در دمای اتاق حالت مایع داشته و واکنش پذیری بیشتری نسبت به چربی دارد.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

رازیانه از جمله گیاهانی است که طعم و بوی آن به طور عمده از یک ترکیب اتری با ساختار مقابل ناشی می شود:

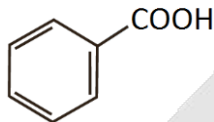
فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{11}H_{12}O$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۲۷ پیوند اشتراکی وجود دارد. با توجه به وجود یک حلقه بنزنی در ساختار این ترکیب، ماده مورد نظر جزو ترکیبات آروماتیک محسوب می شود.





بررسی سایر گزینه‌ها:

افزودنی‌ها، مواد شیمیایی مانند نگه‌دارنده‌ها، رنگ‌دهنده‌ها و طعم‌دهنده‌ها هستند که به‌صورت هدفمند به مواد خوراکی یا غذاها افزوده می‌شوند. برای نمونه، نگه‌دارنده‌ها سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد ماده غذایی می‌شود را کاهش می‌دهند. یکی از این مواد، بنزوئیک اسید با فرمول شیمیایی $C_7H_6O_2$ است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد. ساختار بنزوئیک اسید به‌صورت زیر است:



فرمول شیمیایی این ترکیب به‌صورت $C_7H_6O_2$ بوده و در هر مولکول آن ۱۹ پیوند اشتراکی وجود دارد. با توجه به وجود حلقه بنزنی، این ماده همانند بنزن و نفتالن، جزو ترکیبات آروماتیک محسوب می‌شود.

یک واکنش شیمیایی با $\Delta H > 0$ ، گرماگیر است. در واکنش‌های گرماگیر، آنتالپی مواد شرکت‌کننده افزایش یافته و فراورده‌های تولید شده در آن‌ها نیز ناپایدارتر از واکنش‌دهنده‌های مصرف شده هستند.

روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی اکسیژن‌داری هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد.



۱۰۴- واکنش اکسایش گلوکز در یک سامانه در حال انجام شدن است. اگر تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده در این واکنش در طول مدت زمان ۱۰ ثانیه برابر با ۳۹ گرم باشد، سرعت متوسط واکنش مورد نظر در طول این بازه زمانی برابر با چند مول بر دقیقه است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g. mol^{-1}$)

۳ (۴)

۱/۵ (۳)

۰/۵ (۲)

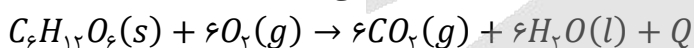
۰/۲۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



معادله واکنش اکسایش گلوکز (قند خون) در بدن انسان که منجر به تأمین انرژی مورد نیاز برای سلول‌ها می‌شود به‌صورت زیر است:



به ازای اکسایش هر مول گلوکز (معادل با ۱۸۰ گرم گلوکز) در این واکنش، ۶ مول آب (معادل با ۱۰۸ گرم آب) و ۶ مول کربن دی‌اکسید (معادل با ۲۶۴ گرم کربن دی‌اکسید) تولید می‌شود. به عبارت دیگر، به ازای اکسایش هر مول گلوکز (معادل با ۱۸۰ گرم گلوکز) در این واکنش، تفاوت جرم فراورده‌های تولید شده برابر با ۱۵۶ گرم می‌شود؛ پس داریم:

$$? mol C_6H_{12}O_6 = 39 g \text{ جرم تفاوت} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_6}{156 g \text{ تفاوت جرم}} = 0.25 mol$$

در مرحله بعد، سرعت متوسط واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_{C_6H_{12}O_6}|}{\text{ضریب گلوکز} \times \Delta t} = \frac{0.25}{1 \times 10 s \times \frac{1 \text{ min}}{60 s}} = 1/5$$



۱۰۵- درباره عناصری که سیزده الکترون در لایه سوم الکترونی خود دارند، چند مورد از مطالب زیر می‌تواند درست باشد؟
- عدد کوانتومی فرعی نیمی از الکترون‌های آن برابر یک است.

- آرایش الکترونی آن تنها به وسیله طیف‌سنجی پیشرفته قابل تعیین است.

- کلوخه‌های غنی از آن به همراه دیگر فلزات واسطه در اعماق دریا وجود دارد.

- در ساختار ماده‌ای به کار می‌رود که محلول آن با اسیدهای آلی واکنش می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

در میان عناصر موجود در جدول دوره‌ای، آرایش الکترونی کروم و منگنز از تناوب چهارم به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$ و $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$ Mn است. این دو عنصر، ۱۳ الکترون در لایه الکترونی سوم خود دارند. همه موارد داده شده درباره هر دو یا یکی از این عناصر درست است.

بررسی موارد:

- مقدار عدد کوانتومی $l = 1$ ، نشان دهنده زیرلایه p است. هر دو عنصر کروم و منگنز، ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p خود دارند. عدد اتمی عنصر کروم برابر با ۲۴ است؛ بنابراین نیمی از الکترون‌های موجود در هر اتم آن در زیرلایه‌هایی با $l = 1$ قرار دارند.



نکته

اتم ساختار لایه‌ای داشته و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته قرار می‌گیرند. برای مشخص کردن لایه‌های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد n نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. هر لایه الکترونی از بخش‌های کوچک‌تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد l نسبت می‌دهند. بر این اساس، هر زیرلایه را با نماد nl نشان می‌دهند. کاربردهای عدد کوانتومی اصلی (n) عبارت هستند از:

- ✿ به کمک مقدار n ، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می‌توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه‌ها از رابطه $2n^2$ استفاده می‌شود. کاربردهای عدد کوانتومی فرعی (l) نیز عبارت هستند از:
- ✿ به کمک عدد کوانتومی فرعی (l)، حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه را می‌توان به دست آورد. برای محاسبه گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $l + 2$ استفاده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.

- عنصر کروم از قاعده آفبا پیروی نکرده و آرایش الکترونی آن فقط با طیف‌سنجی پیشرفته قابل تعیین است.

- در اعماق دریاها، در برخی مناطق سولفید چندین فلز واسطه و در برخی مناطق دیگر کلوخه‌ها و پوسته‌های غنی از فلزهایی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل، مس و ... یافت می‌شود.



نکته

به دلیل نیاز روزافزون جهان به مواد شیمیایی و کاهش میزان منابع این مواد در سنگ‌کره، شیمی‌دان‌ها به دنبال منابع تازه برای این مواد می‌گردند. به‌عنوان مثال، بستر اقیانوس‌ها منبع بزرگی از منابع فلزی گوناگون به شمار می‌رود که انسان به تازگی آن را کشف کرده است. این منبع عظیم، در برخی مناطق محتوی سولفید چندین فلز واسطه و در برخی از مناطق دیگر، محتوی کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس است. غلظت اغلب گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس، نسبت به ذخایر زمینی این فلزها بیشتر است.

- اتم‌های منگنز در ساختار نمک پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) وجود دارد. پتاسیم پرمنگنات ماده‌ای است که محلول بنفش‌رنگ آن با اسیدهای آلی واکنش داده و بی‌رنگ می‌شود.



۱۰۶- تغییرات تعداد مول $FCIO_2$ نسبت به زمان در واکنش $2FCIO_2(g) \rightarrow F_2(g) + 2ClO_2(g)$ که در ظرف ۲ لیتری با بیستون متحرک در دما و فشار ثابت آغاز می‌شود، مطابق جدول زیر است. کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

($Cl = 35.5, F = 19, O = 16 : g.mol^{-1}$)

زمان (دقیقه)	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد مول $FCIO_2$	۰/۸	۰/۶	۰/۵	۰/۴۵	۰/۴۲

الف - نسبت غلظت اولیه $FCIO_2$ به غلظت آن در پایان دقیقه دوم، برابر با ۱/۶ است.

ب - سرعت واکنش در دو دقیقه سوم می‌تواند $10^{-3} mol.s^{-1} \times 1/2$ باشد.

ج - سرعت تولید ClO_2 در دو دقیقه دوم برابر $2/7 g.min^{-1}$ است.

د - با اتمام واکنش مورد نظر، غلظت ClO_2 به $18 g.L^{-1}$ می‌رسد.

(۱) «الف»، «د» (۲) «الف»، «ج»، «د» (۳) «ج»، «د» (۴) «الف»، «ب»، «ج»

معادله واکنش به صورت $2FCIO_2(g) \rightarrow F_2(g) + 2ClO_2(g)$ است. در رابطه با این واکنش، موارد (ج) و (د) درست هستند.



بررسی موارد:



واکنش در ظرفی با پیستون متحرک در دما و فشار ثابت انجام شده است. در چنین شرایطی، تعداد مول‌های گازی موجود در ظرف با حجم اشغال شده توسط گازها رابطه مستقیم دارد. بنابراین، می‌توان گفت با افزایش تعداد مول گازی در ظرف، حجم ظرف افزایش می‌یابد. در ابتدا ۰/۸ مول گاز $FClO_2$ درون ظرف وجود دارد و حجم گاز موجود در ظرف نیز برابر با ۲ لیتر است. در پایان دقیقه دوم، مقدار ۰/۵ مول $FClO_2$ درون ظرف وجود دارد و ۰/۳ مول از آن مصرف شده و ۰/۳ مول ClO_2 و ۰/۱۵ مول F_2 تولید شده است؛ بنابراین تعداد مول کل گازها به ۰/۹۵ می‌رسد. بر این اساس، حجم اشغال شده توسط گازهای موجود در ظرف را در دقیقه دوم محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{v_1}{n_1} = \frac{v_2}{n_2} \implies \frac{2}{0.8} = \frac{v_2}{0.95} \implies v_2 = 2.375 \text{ L}$$

در قدم بعد نسبت غلظت اولیه $FClO_2$ به غلظت این گاز در دقیقه دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{برابر } 1/9 = \frac{n}{v} = \frac{\text{غلظت اولیه}}{\text{غلظت در دقیقه دوم}} = \frac{0.8}{2.375}$$

جدول مورد نظر، اطلاعاتی درباره دو دقیقه سوم (بازه بین ۴ تا ۶ دقیقه) ندارد. می‌دانیم که در واکنش‌های شیمیایی، سرعت واکنش با گذشت زمان، کاهش می‌یابد. بنابراین سرعت واکنش در دو دقیقه سوم باید از دو دقیقه دوم (بازه بین ۲ تا ۴ دقیقه) کمتر باشد. بر این اساس، سرعت واکنش در دو دقیقه دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta n(FClO_2)}{\text{ضریب} \times t} = \frac{0.8}{2 \times 2 \times 60} \approx 3.3 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

مقدار $1/2 \times 10^{-3}$ بزرگ‌تر از $3/3 \times 10^{-4}$ است، در حالی که سرعت واکنش در دو دقیقه سوم باید کمتر از دو دقیقه دوم باشد.

در دو دقیقه دوم (بازه بین ۲ تا ۴ دقیقه)، مقدار ۰/۸ مول $FClO_2$ مصرف شده و ۰/۸ مول ClO_2 تولید می‌شود؛ بنابراین سرعت تولید ClO_2 برابر ۰/۴ مول بر دقیقه است. سرعت تولید ClO_2 در این دو دقیقه را بر حسب گرم بر دقیقه محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } ClO_2 = 0.4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} ClO_2 \times \frac{67.5 \text{ g } ClO_2}{1 \text{ mol } ClO_2} = 27 \text{ g} \cdot \text{min}^{-1}$$

با اتمام واکنش، ۰/۸ مول $FClO_2$ مصرف شده و ۰/۸ مول ClO_2 و ۰/۴ مول F_2 تولید می‌شود. حجم ظرف در ابتدا با حضور ۰/۸ مول گاز برابر ۲ لیتر است. با اتمام واکنش، تعداد مول گازی ۱/۵ برابر شده و به ۱/۲ می‌رسد، پس می‌توان گفت طی این فرایند، حجم ظرف نیز ۱/۵ برابر شده و از ۲ لیتر به ۳ لیتر می‌رسد. غلظت ClO_2 را در این شرایط محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } ClO_2 = 0.8 \text{ mol } ClO_2 \times \frac{67.5 \text{ g } ClO_2}{1 \text{ mol } ClO_2} = 54 \text{ g}$$

$$\text{غلظت} = \frac{\text{جرم (g)}}{\text{حجم (L)}} = \frac{54 \text{ g}}{3 \text{ L}} = 18 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$



۱۰۷- واکنش $Zn(s) + Cu(NO_3)_2(aq) \rightarrow Zn(NO_3)_2(aq) + Cu(s)$ را با وارد کردن یک تیغه ۱۳ گرمی از فلز روی به ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول مس (II) نیترات آغاز می‌کنیم. اگر سرعت متوسط واکنش $0.02 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد، پس از گذشت چند ثانیه از ابتدای واکنش، غلظت یون Zn^{2+} در محلول به ۰/۱۶ مولار رسیده و در این لحظه، به تقریب چند درصد جرم تیغه را فلز مس تشکیل می‌دهد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید؛ $Zn = 65, Cu = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۳/۷ - ۲۸ (۴)

۲۸/۲ - ۲۸ (۳)

۲۳/۷ - ۲۴ (۲)

۲۸/۲ - ۲۴ (۱)

در ابتدای واکنش غلظت یون Zn^{2+} در محلول برابر صفر است. بنابراین زمان موردنیاز برای رسیدن غلظت این یون به $0/16$ مولار برابر است با:

$$Zn^{2+} \text{ سرعت متوسط تولید یون } = \frac{\text{حجم محلول} \times (\text{غلظت اولیه یون } Zn^{2+} - \text{غلظت نهایی یون } Zn^{2+})}{\text{زمان سپری شده از ابتدای واکنش}}$$

$$0/002 = \frac{(0/16 - 0) \times \frac{300}{1000}}{t} \rightarrow t = \frac{0/16 \times 0/3}{0/002} = 24 \text{ s}$$

در قدم بعدی، جرم مس تولید شده و جرم روی اکسید شده تا ثانیه ۲۴ ام را حساب می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g Cu} = (0/16 \times 0/3) \text{ mol } Zn^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol } Zn^{2+}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 3/072 \text{ g Cu}$$

$$? \text{ g Zn} = (0/16 \times 0/3) \text{ mol } Zn^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{1 \text{ mol } Zn^{2+}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 3/12 \text{ g Zn}$$

بنابراین پس از گذشتن این بازه زمانی، مقدار $3/072 \text{ g}$ فلز مس بر روی تیغه روی به جرم $9/88 - 3/12 = 9/88 \text{ g}$ نشسته است و جرم جدید این تیغه برابر با $12/952 \text{ g} = 9/88 + 3/072$ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی مس} = \frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم جدید تیغه}} \times 100 = \frac{3/072}{12/952} \times 100 \approx 23/7 \text{ درصد}$$



۱۰۸- با توجه به نمودار که مربوط به یکی از مواد شرکت‌کننده در واکنش ۶ مول کلسیم کربنات با ۱۲ مول هیدروکلریک اسید در یک

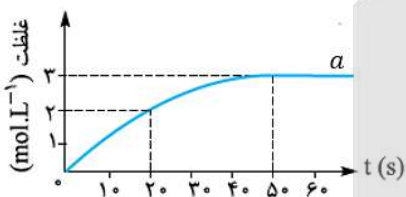
ظرف سر باز است، کدام موارد درست هستند؟

الف - واکنش در محلول آبی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.

ب - سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا ثانیه ۵۰، برابر $0/06 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ است.

ج - سرعت واکنش در ۲۰ ثانیه اول، ۲ برابر سرعت واکنش در بین ثانیه ۲۰ تا ۵۰ است.

د - در لحظه‌ای که غلظت HCl برابر با $3/4$ مولار است، جرم مخلوط واکنش به اندازه $114/4$ گرم کاهش پیدا کرده است.



(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

معادله موازنه شده واکنش هیدروکلریک اسید و کلسیم کربنات به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، عبارتهای (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

با توجه به اینکه غلظت ماده a از ابتدای واکنش در حال افزایش است، می‌توان گفت این ماده از جمله فراورده‌های واکنش است. غلظت

مولار برای مواد گازی و محلول در آب تعریف می‌شود، پس نمودار می‌تواند مربوط به کلسیم کلرید یا کربن دی‌اکسید باشد. با توجه به

برابر بودن ضریب استوکیومتری مواد $CaCl_2$ و CO_2 در معادله واکنش، مقدار مول نهایی تولید شده آن‌ها یکسان بوده اما به دلیل خروج

گاز CO_2 از ظرف، این نمودار نمی‌تواند مربوط به غلظت این ترکیب گازی باشد، پس نمودار قطعاً مربوط به روند تولید کلسیم کلرید

است. حال با استفاده از مول نهایی کلسیم کلرید تولید شده و غلظت نهایی این ماده، حجم محلول موجود در ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ L} = 12 \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } CaCl_2}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{1 \text{ L}}{3 \text{ mol } CaCl_2} = 2 \text{ L}$$

پس واکنش در محلولی به حجم ۲ لیتر در حال انجام است.



ابتدا مول کلسیم کلرید تولید شده و سرعت تولید آن را تا ثانیه ۵۰ به دست می آوریم:

$$? \text{ mol CaCl}_2 = 12 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{2 \text{ mol HCl}} = 6 \text{ mol}$$

$$R = \frac{|\Delta n|}{t} = \frac{6}{50} = 0.12 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

سرعت واکنش از حاصل تقسیم سرعت تولید یا مصرف مواد مختلف به ضریب استوکیومتری آن‌ها به دست می آید. با توجه به اینکه ضریب استوکیومتری کلسیم کلرید برابر ۱ است، سرعت تولید آن با سرعت واکنش برابر است.

سرعت واکنش در بازه‌های مدنظر را با استفاده از نمودار محاسبه می کنیم:

$$R_{0-20} = \frac{|\Delta m_{0-20}|}{t} = \frac{2}{20} = 0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$R_{20-50} = \frac{|\Delta m_{20-50}|}{t} = \frac{1}{30} = \frac{1}{30} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

در پایان نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\frac{R_{0-20}}{R_{20-50}} = \frac{0.1}{\frac{1}{30}} = 3$$

ابتدا مول باقی مانده هیدروکلریک اسید را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\text{مول}}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{مول} = 6/8$$

پس می توان گفت ۵/۲ مول از هیدروکلریک اسید (۱۲ - ۶/۸) مصرف شده است. توجه داریم که در واکنش‌های شیمیایی به ازای مصرف مواد گازی در سمت واکنش دهنده‌ها، شاهد افزایش جرم مواد جامد موجود در ظرف بوده و به ازای تولید گازها در فرآورده‌ها با کاهش جرم مخلوط روبه‌رو هستیم. حال جرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده را به دست می آوریم:

$$? \text{ g CO}_2 = 5/2 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 114/4 \text{ g}$$

پس تا این لحظه ۱۱۴/۴ گرم کاهش جرم مخلوط داریم.



۱۰۹- سدیم هیدروژن کربنات بر اساس معادله $2\text{NaHCO}_3(s) \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3(s) + \text{CO}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(g)$ تجزیه می شود. بر اثر گرما دادن به ۱۶/۸ کیلوگرم سدیم هیدروژن کربنات، ۴۰ درصد از آن در طول ۵۰ ثانیه تجزیه می شود. سرعت متوسط تولید گاز CO_2 در این بازه زمانی و در شرایط استاندارد بر حسب $\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$ کدام است؟

$$(Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$2150/4 \text{ (۴)}$$

$$1075/2 \text{ (۳)}$$

$$385/4 \text{ (۲)}$$

$$179/2 \text{ (۱)}$$

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا حساب می کنیم در این بازه زمانی چند گرم NaHCO_3 مصرف می شود:

$$? \text{ g NaHCO}_3 = 16/8 \text{ kg NaHCO}_3 \times \frac{1000 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ kg NaHCO}_3} \times \frac{40}{100} = 6720 \text{ g NaHCO}_3$$

در قدم دوم حساب می کنیم در این مدت چند لیتر گاز CO_2 تولید شده است:

$$? \text{ L CO}_2 = 6720 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{22/4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 896 \text{ L CO}_2$$

برای حل قسمت اول این سؤال با استفاده از روش تناسب، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{\text{گرم NaHCO}_3}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر CO}_2}{22/4 \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{16800 \times \frac{40}{100}}{2 \times 84} = \frac{x}{1 \times 22/4} \Rightarrow x = 896 \text{ L}$$



برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین (همان سدیم هیدروژن کربنات) می‌افزایند. اضافه کردن این ماده به شوینده‌ها، سبب افزایش خاصیت بازی آن‌ها می‌شود و علاوه بر آن، در صورت استفاده از آب‌های سخت برای شست‌وشوی لباس‌ها، یون‌های HCO_3^- موجود در شوینده موردنظر با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در آب سخت تشکیل رسوب داده و این یون‌ها را از محلول خارج می‌کند.

در نهایت سرعت متوسط تولید CO_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$CO_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\text{حجم } CO_2 \text{ تولید شده}}{\Delta t} = \frac{1896 L}{50 s} \times \frac{60 s}{1 min} = 1075/2 L \cdot min^{-1}$$



۱۱۰- از یک واکنش فرضی در دمای معین، داده‌های جدول زیر به دست آمده است. نسبت سرعت متوسط واکنش در ۵۰ ثانیه سوم به ۵۰ ثانیه دوم چقدر بوده و مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها در معادله موازنه شده چقدر است؟

غلظت ($mol \cdot L^{-1}$)			زمان (ثانیه)
C	B	A	
۰	۰/۰۳	۰/۰۳	۰
۰/۰۰۲	۰/۰۲۶	۰/۰۲۴	۵۰
۰/۰۰۳۶	۰/۰۲۲۸	۰/۰۱۹۲	۱۰۰
۰/۰۰۴۸	۰/۰۲۰۴	۰/۰۱۵۶	۱۵۰

۵ - ۰/۸ (۴)

۴ - ۰/۸ (۳)

۵ - ۰/۷۵ (۲)

۴ - ۰/۷۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با محاسبه تغییر غلظت هر گونه در ۵۰ ثانیه ابتدایی واکنش ضرایب استوکیومتری آن‌ها را در معادله واکنش پیدا می‌کنیم:

$$A \text{ تغییر غلظت} = 0/024 - 0/03 = -0/006 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$B \text{ تغییر غلظت} = 0/026 - 0/03 = -0/004 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$C \text{ تغییر غلظت} = 0/002 - 0 = 0/002 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

از تقسیم مقادیر بالا بر کمترین تغییر غلظت (تغییر غلظت C) ضرایب استوکیومتری به دست می‌آیند:

$$A \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0/006}{0/002} = 3$$

$$B \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0/004}{0/002} = 2$$

$$C \text{ ضریب استوکیومتری} = \frac{0/002}{0/002} = 1$$

از آنجا که تغییر غلظت‌های A و B در این بازه زمانی منفی و تغییر غلظت C مثبت است، A و B واکنش دهنده و C فراورده هستند و معادله واکنش به صورت مقابل است:



بنابراین مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها برابر با ۵ است. در ادامه، سرعت متوسط واکنش که با سرعت متوسط تولید C برابر است را در ۵۰ ثانیه دوم و سوم واکنش حساب می‌کنیم:

$$\text{سرعت متوسط واکنش در } 50 \text{ ثانیه دوم} = \frac{0/0036 - 0/002}{50} = 3/2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

$$\text{سرعت متوسط واکنش در } 50 \text{ ثانیه سوم} = \frac{0/0048 - 0/0036}{50} = 2/4 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

در نهایت نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{2/4 \times 10^{-5}}{3/2 \times 10^{-5}} = 0/75$$

۱۱۱- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ۱) پوست میوه از ورود گاز اکسیژن به درون آن جلوگیری کرده ولی مقاومتی در برابر ورود جانداران ذره‌بینی ندارد.
- ۲) کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته می‌شوند و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- ۳) نمک سود کردن و تهیه ترشی از جمله راه‌های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی هستند.
- ۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به صورت تجربی اندازه‌گیری کرد.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - حفظی - ۱۱۰۲)

اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که تمایل زیادی به واکنش با مواد دیگر دارد. اگر مواد غذایی در معرض اکسیژن قرار بگیرند، سریع‌تر فاسد می‌شوند. وجود پوست در میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی برای افزایش زمان ماندگاری آن‌ها است؛ زیرا مانع از ورود اکسیژن و جانداران ذره‌بینی به درون آن‌ها می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) بدن ما از غذا مواد گوناگونی دریافت می‌کند. این مواد شامل کربوهیدرات‌ها، پروتئین‌ها، چربی‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی بوده که سه ماده نخست، افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تأمین انرژی آن‌ها نیز هستند. در این میان تنها کربوهیدرات‌ها هستند که در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.

۳) انسان همواره به دنبال راه‌هایی بوده که بتواند مواد غذایی را برای مدت‌های طولانی نگهداری کند. از جمله این راه‌ها می‌توان به خشک کردن میوه‌ها، تهیه ترشی و نمک سود کردن غذا اشاره کرد. تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، تاریک و خشک برای نگهداری غذاها در طولانی‌مدت، بهتر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.

۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (گرماسنجی) اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. آشکار است که تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. شیمی‌دان‌ها برای تعیین آنتالپی چنین واکنش‌هایی، از روش‌های دقیق دیگری همانند قانون هس بهره می‌برند.



۱۱۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن، گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.
- ب - نام تجاری آب اکسیژنه، هیدروژن پراکسید بوده و در هر مولکول از آن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.
- ج - آنتالپی واکنش $C(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO(g)$ را نمی‌توان با روش تجربی و به‌طور مستقیم محاسبه کرد.
- د - اگر ارزش سوختی X_2 برابر با ۲۰ واحد باشد، یعنی از سوختن هر مول از آن ماده، ۲۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

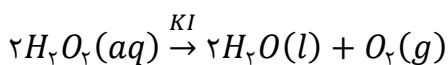
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

عبارتهای (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

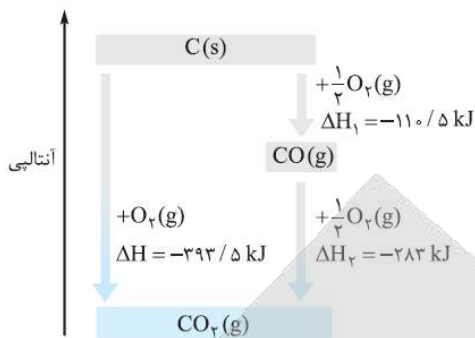
الف) واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن یک واکنش گرماده بوده و طی آن گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد. کاتالیزگر این واکنش، پتاسیم یدید است که باعث افزایش سرعت واکنش تجزیه می‌شود. واکنش انجام شده به صورت زیر است:



پ) فرمول مولکولی هیدروژن پراکسید به صورت H_2O_2 بوده و ساختار لوویس مولکول H_2O_2 به صورت مقابل است.

در هر مولکول از آن، ۳ جفت الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. نام تجاری این ماده، آب اکسیژنه است و از آن برای ضدعفونی استفاده می‌شود.

ج واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی مطابق نمودار زیر دانست:



مطابق نمودار، هم واکنش‌های جانبی مرحله ۱ و ۲ و هم واکنش اصلی، گرماده هستند. مقدار آنتالپی واکنش تبدیل گرافیت به کربن مونوکسید را نمی‌توان با روش تجربی (مستقیم) اندازه‌گیری کرد، چون CO تولید شده در این واکنش به سرعت با اکسیژن واکنش داده و به ماده پایدارتر CO₂ تبدیل می‌شود.

د ارزش سوختی یک ماده مقدار گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم از آن ماده را برحسب کیلوژول نمایش می‌دهد. برای مثال اگر ارزش سوختی یک ماده، ۲۰ کیلوژول بر گرم باشد، یعنی از سوختن هر گرم (نه هر مول) از آن ماده، ۲۰ کیلوژول گرما آزاد شده است.



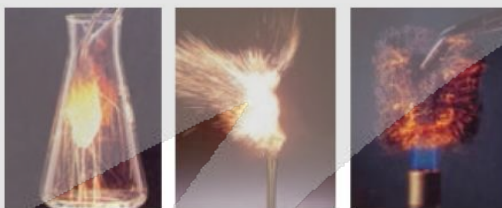
۱۱۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) بازدارنده موجود در هندوانه یک هیدروکربن سیرنشده راست زنجیر است.
- ۲) با آغشته کردن قند با خاک باغچه، به علت افزایش غلظت واکنش‌دهنده، قند سریع‌تر می‌سوزد.
- ۳) ریختن گرد آهن روی شعله همانند گرما دادن به الیاف آهن در حضور اکسیژن خالص، موجب سوختن آهن می‌شود.
- ۴) سرد کردن، پودر کردن، نمک سود کردن، بسته‌بندی و تهیه ترشی از جمله روش‌های افزایش زمان نگهداری غذا هستند.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

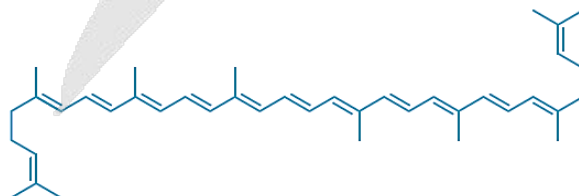
پاسخ: گزینه ۳

با گرفتن الیاف آهن بر روی شعله آتش، واکنش سوختن آهن اتفاق نمی‌افتد و الیاف فقط سرخ و برافروخته می‌شوند. برای آن که این الیاف بسوزند، یا باید آن‌ها را در مجاورت اکسیژن خالص قرار بدهیم و یا این که باید آن‌ها را به صورت پودر درآوریم و بر روی شعله آتش بپاشیم. تصاویر زیر، به ترتیب از راست به چپ، سوختن الیاف آهن در حضور اکسیژن خالص، سوختن گرد آهن و گداخته شدن الیاف آهن را نشان می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) لیکوپن، یک ترکیب آلی سیرنشده و شاخه‌دار است و در مولکول‌های آن تعدادی شاخه فرعی متیل وجود دارد. ساختار این ماده به صورت زیر است:



این ماده یک بازدارنده است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد.

۲) خاک باغچه حاوی کاتالیزگرهای مناسب برای واکنش سوختن قند است؛ به همین دلیل با آغشته کردن قند به خاک باغچه، این ماده با سرعت بیشتری می‌سوزد.



خشک کردن، منجمد کردن، نمک سود کردن، بسته‌بندی خالی از هوا و مات، تولید ترشی، پوشاندن میوه‌ها با آلکان‌ها و اضافه کردن افزودنی‌ها به مواد غذایی از جمله روش‌های افزایش ماندگاری مواد غذایی و کاهش سرعت فاسد شدن آن‌ها هستند. در مقابل پودر کردن و تولید آب میوه موجب کاهش ماندگاری غذاها می‌شوند. به‌عنوان مثال با پودر کردن مغز برخی آجیل‌ها، قاووت ایجاد می‌شود که زودتر از مغزها فاسد می‌شود. دلیل این اتفاق، افزایش سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها بوده که سرعت واکنش فساد را افزایش خواهد داد.



۱۱۴- اگر در شرایط استاندارد، حجم گاز موجود در ظرف واکنشی با معادله موازنه‌نشده $O_3(g) + N_2O_3(g) \rightarrow NO_2(g)$ در هر ثانیه به‌طور متوسط ۴۲۰ میلی‌لیتر افزایش یابد، سرعت متوسط مصرف اوزون در این واکنش برابر چند گرم بر دقیقه است؟

($O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)

۲۷ (۴)

۱۸ (۳)

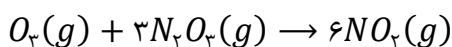
۳۶ (۲)

۵۴ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله موازنه‌شده واکنش به‌صورت زیر است:



راه حل مسئله

با توجه به برابر بودن حجم مقدار مشخصی از هر گاز در شرایط ثابت، باید مقدار گاز اوزون مصرف‌شده را با توجه به تغییر حجم گاز در این واکنش حساب کرده و در نهایت سرعت مصرف آن را مشخص کنیم.

در این واکنش به ازای مصرف در مجموع ۴ مول گاز (۱ مول O_3 و ۳ مول N_2O_3)، ۶ مول گاز NO_2 تولید می‌گردد. پس در این واکنش به ازای مصرف یک مول اوزون، حجم گاز درون ظرف به اندازه دو مول افزایش می‌یابد. بر این اساس، جرم اوزون مصرف‌شده در یک ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } O_3 = 420 \text{ mL گاز} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22/4 \text{ L گاز}} \times \frac{1 \text{ mol } O_3}{2 \text{ mol گاز}} \times \frac{48 \text{ g } O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 0/45 \text{ g}$$

پس سرعت مصرف این ماده بر حسب گرم بر دقیقه برابر است با:

$$\bar{R}_{O_3} = \frac{\text{جرم } O_3 \text{ مصرف شده}}{\Delta t} = \frac{0/45 \text{ g}}{1 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 60 \times 0/45 = 27 \text{ g.min}^{-1}$$

پس سرعت مصرف اوزون در این واکنش برابر ۲۷ گرم بر دقیقه است.



۱۱۵- کدام‌یک از مطالب زیر در مورد واکنش تیغه آهن و محلول مس (II) سولفات درست است؟

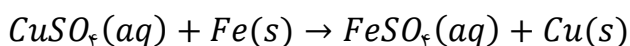
($Fe = ۵۶, Cu = ۶۴ \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) سرعت تغییر رنگ محلول به مرور زمان کاهش می‌یابد.
- (۲) جرم جامد موجود در ظرف واکنش به مرور زمان کاهش می‌یابد.
- (۳) با توجه به این واکنش می‌توان گفت، واکنش‌پذیری مس بیشتر از آهن است.
- (۴) در این واکنش اگر به جای تیغه آهنی از تیغه آلومینیومی استفاده شود، سرعت واکنش کم می‌شود.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:



محلول مس (II) سولفات و آهن (II) سولفات به ترتیب آبی و سبز است. با پیشرفت واکنش، مس (II) سولفات مصرف شده و غلظت آن در محلول کاهش می‌یابد؛ به همین علت در طول انجام واکنش، سرعت واکنش کاهش می‌یابد. پس به مرور زمان سرعت تغییر کاتیون موجود در محلول کاهش یافته و رنگ محلول با سرعت کمتری تغییر خواهد کرد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

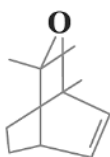
۲) در این واکنش به ازای مصرف یک مول فلز آهن (معادل ۵۶ گرم) یک مول فلز مس (معادل ۶۴ گرم) تولید می‌شود. پس در این واکنش به ازای مصرف یک مول فلز آهن ۸ گرم به جرم جامد موجود در ظرف واکنش اضافه می‌شود.

۳) برای انجام واکنش میان فلز X با ترکیبی از فلز Y ، باید واکنش‌پذیری فلز X بیشتر از فلز Y باشد. پس واکنش‌پذیری فلز آهن که توانسته با ترکیبی از فلز مس واکنش دهد، از واکنش‌پذیری فلز مس بیشتر است.

۴) یکی از عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌های شیمیایی، واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها است. هر چه واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر خواهد بود. واکنش‌پذیری فلز آلومینیم بیشتر از واکنش‌پذیری فلز آهن است؛ پس سرعت و شدت واکنش فلز آلومینیم با محلول مس (II) سولفات بیشتر از واکنش فلز آهن و این محلول خواهد بود.



۱۱۶- در فرمول شیمیایی ترکیب مقابل اتم هیدروژن وجود داشته و برای سیرکردن هر مول از این ماده به گرم گاز هیدروژن نیاز است. ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)



۲) ۱۶ - ۴

۱) ۱۶ - ۲

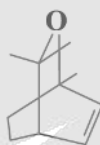
۴) ۱۴ - ۴

۳) ۱۴ - ۲

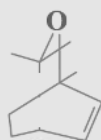
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار این ماده به صورت زیر است:



برای محاسبه شمار حلقه‌ها در ساختار ترکیب‌های آلی که به صورت سه بعدی هستند؛ ابتدا با شکستن یک یا چند پیوند ساختار مورد نظر را به دو بعدی تغییر داده و سپس تعداد حلقه‌های باقی‌مانده را با تعداد پیوندهای شکسته‌شده برای رسیدن به ساختار دو بعدی جمع می‌زنیم تا تعداد حلقه‌ها به دست آید.



پس در این ترکیب در کل دو حلقه وجود دارد و یک پیوند دوگانه دیده می‌شود. بر این اساس تعداد اتم‌های هیدروژن این ترکیب را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times 4 + \left[\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه} \right] \times 2 - 2 = \text{شمار اتم‌های } H$$

$$\Rightarrow m = 2 \times 10 + 2 - 2 \times (2 + 1) = 16$$

همچنین در ساختار این ماده تنها یک پیوند دوگانه میان اتم‌های کربن وجود دارد و برای سیرشدن هر مول از این ترکیب به یک مول گاز هیدروژن که معادل ۲ گرم است، نیاز خواهد بود.

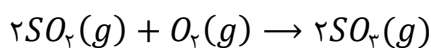
ترکیب‌های سیرنشده

موادی که در ساختار خود پیوند $C \equiv C$ یا $C = C$ دارند، سیرنشده هستند. هر مول از این پیوندها در واکنش سیرشدن ترکیب به ترتیب با یک و دو مول گاز هیدروژن واکنش داده و ترکیب به حالت سیرشده در می‌آید. وجود پیوندهای دوگانه دیگر مانند $C = O$ تأثیری بر سیرشده یا سیرنشده بودن ماده ندارند و این پیوندها در فرایند سیرشدن ترکیب‌ها ثابت باقی می‌مانند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اکسیدی از گوگرد که موجب تولید باران اسیدی است، گوگرد تری‌اکسید است که از واکنش گاز اکسیژن با گاز گوگرد دی‌اکسید تولید می‌شود.



۳) ردپای غذا، دو چهره آشکار و پنهان دارد. چهره آشکار آن نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰ درصد از غذای فراهم شده در جهان، به مصرف

نمی‌رسد و تبدیل به زباله شده یا از بین می‌رود. به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر گرسنه است، اما منابعی که برای تولید غذا از آغاز کار تا سر سفره مصرف می‌شوند مثل مدیریت منابع، نیروی انسانی برای تولید و تأمین مواد اولیه و انرژی، فراوری، ابزار و دستگاه‌های مورد نیاز، بسته‌بندی، حمل و نقل، آب و انرژی مصرفی و زمین‌های بایر، جزء ردپاهای پنهان ایجادشده در صنایع غذایی هستند.

۴) زندگی انسان‌ها و ادامه آن بر روی زمین به تأمین نیازهای ضروری مانند هوا، آب، غذا و ... بستگی دارد، اما میزان نیاز و بهره‌مندی از این منابع برای همه انسان‌ها یکسان نیست. دلیل این تفاوت، سبک زندگی متفاوت هر انسان در طول عمر خود است.



۱۱۹- در واکنش گاز هیدروژن و بخار برم در ظرفی با حجم ۲ لیتر، سرعت متوسط تولید هیدروژن برمید بر حسب گرم بر ثانیه چند برابر

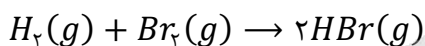
سرعت متوسط واکنش بر حسب مول بر لیتر بر ساعت است؟ ($H = 1, Br = 80 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۰/۰۶ (۲) ۰/۰۳ (۳) ۰/۰۹ (۴) ۰/۰۴۵

(متوسط - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



رابطه میان سرعت متوسط یک ماده و سرعت متوسط واکنش به صورت زیر است:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{ماده}}}{\text{ضریب استوکیومتری}}$$

پس در یکای مشابه سرعت متوسط تولید هیدروژن برمید، ۲ برابر سرعت واکنش است. پس اگر سرعت واکنش در واحد مول بر ساعت برابر x باشد، سرعت تولید هیدروژن برمید در همین یکا برابر $2x$ است. حال دو سرعت را بر حسب یکاهای خواسته‌شده محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = x \text{ mol.hour}^{-1} \xrightarrow{V=2L} \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{x}{2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{hour}^{-1}$$

$$\bar{R}_{HBr} = 2x \text{ mol.hour}^{-1} \xrightarrow{M=81 \text{ g.mol}^{-1}, 1 \text{ hour}=3600 \text{ s}} \bar{R}_{HBr} = \frac{2x \times 81}{3600} \text{ g.s}^{-1} = \frac{9x}{200} \text{ g.s}^{-1}$$

در نهایت نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\frac{9x}{200}}{\frac{x}{2}} = 0/09$$

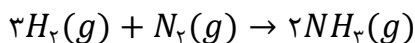
پس نسبت خواسته‌شده برابر ۰/۰۹ است.



۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش تهیه آمونیاک به روش هابر درست است؟

- ۱) آنتالپی این فرایند را همانند واکنش تولید گاز متان از عناصر سازنده، می‌توان با کمک آنتالپی پیوند حساب کرد.
- ۲) سرعت تولید و مصرف تمام مواد موجود در این فرایند را می‌توان به کمک تغییر فشار این مواد اندازه‌گیری کرد.
- ۳) آنتالپی واکنش مرحله اول این فرایند همانند آنتالپی واکنش مرحله اول سوختن گرافیت، مثبت است.
- ۴) فراورده واکنش مرحله اول فرایند هابر از واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های واکنش کلی، پایدارتر است.

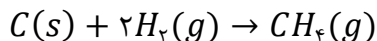
واکنش تولید گاز آمونیاک از طریق فرایند هابر به صورت زیر است:



سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت کننده در یک واکنش را می توان با اندازه گیری کمیت هایی مانند جرم، فشار و ... تعیین کرد. در این واکنش تمامی مواد شرکت کننده در واکنش گازی شکل هستند و تغییر فشار مواد، کمیت خوبی برای بررسی سرعت تولید یا مصرف این مواد است.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ چون در این واکنش تمام مواد حالت گازی دارند، می توان آنتالپی واکنش را از طریق آنتالپی پیوندها به دست آورد. واکنش تولید متان از عناصر کربن و هیدروژن به صورت زیر است:



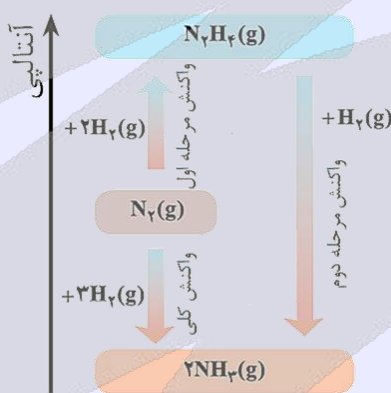
همانطور که مشخص است، در این واکنش کربن حالتی غیر از گاز داشته و نمی توان تغییرات آنتالپی این واکنش را به وسیله آنتالپی پیوندها حساب کرد.

۳ واکنش تولید هیدرازین از عناصر سازنده یک واکنش گرماگیر بوده، در حالی که مرحله اول سوختن گرافیت یا همان تولید کربن مونوکسید از کربن و اکسیژن، واکنشی گرماده است.

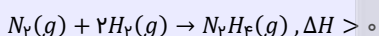
۴ فرآورده واکنش مرحله اول فرایند هابر، هیدرازین بوده که سطح انرژی آن از نیتروژن، هیدروژن و آمونیاک بالاتر است؛ بنابراین، هیدرازین از سایر مواد شرکت کننده در فرایند هابر ناپایدارتر می باشد.

فرایند هابر

با توجه به شواهد تجربی، واکنش تولید آمونیاک به روش هابر از عناصر نیتروژن و هیدروژن که به صورت $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ واقع یک فرایند دو مرحله ای با نمودار آنتالپی زیر است:

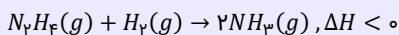


واکنش مرحله اول:



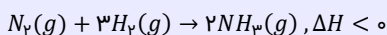
در این مرحله هیدرازین تولید می شود. این مرحله گرماگیر بوده و واکنش دهنده ها (نیتروژن و هیدروژن) پایدارتر از هیدرازین هستند. با توجه به ناپایداری هیدرازین، این ماده به سرعت با هیدروژن واکنش داده و به همین علت نمی توان ΔH این مرحله را به صورت مستقیم حساب کرد.

واکنش مرحله دوم:



در این مرحله، گاز هیدرازین طی یک واکنش گرماده با هیدروژن، آمونیاک را تولید می کند. به علت گرماده بودن این واکنش، می توان گفت آمونیاک نسبت به واکنش دهنده ها (هیدروژن و هیدرازین) پایدارتر است.

واکنش کلی:



از آن جا که مقدار گرمای آزاد شده در واکنش مرحله دوم بیشتر از گرمای مصرف شده در واکنش مرحله اول بوده؛ ΔH واکنش کلی منفی می شود.

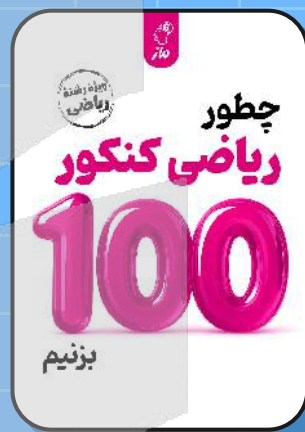


دیجی ماز
کتابخانه دیجیتال ماز

مرکز مشاوره عارف



چطور 100 بزنیم؟



همین الان بنون!



دوازدهم
ریاضی

مشاور فودت باش!

برنامه مطالعاتی تابستان ۱۴۰۴

ویژه آزمون ۲۷ شهریور ماه





۵۰ تا ۶۰ لقمه برای ۱۴ روز!

در این دو هفته، ۱۳ روز مطالعه داری و هر روز ۹ زنگ داری که برابر است با ۱۱۷ زنگ!

اگر برای هر روز ۲، ۳ زنگ رو هم انعطاف برنامه در نظر بگیریم ۳۹ زنگ انعطاف برنامه میشه که اگر از ۱۱۷ کم کنیم در مجموع در این دو هفته حدود ۷۰ تا ۸۰ زنگ مطالعه خواهی داشت. که باید لقمه‌ها را در این زنگ‌ها بچینی.

سعی کنید چیدن لقمه‌ها در هر روز را، شب قبل از همان روز انجام دهید و پیش‌پیش همه لقمه‌ها را در برنامه دو هفته‌ای نچینید.



هر لقمه رو توی چه زنگی بخونیم؟

دوست عزیزم این نکاتی رو که بهت می‌گم حتماً حتماً بخون و برای برنامه‌ریزی در نظر بگیر: هر زنگ برای هر کس یکی از حالت‌های زیر رو داره و معمولاً این حالت در همه روزها همینه



حالت سوم: کم انرژی



حالت دوم: معمولی



حالت اول: پر انرژی

از طرف دیگه لقمه‌ها برای هر کسی سه حالت دارن:



لقمه‌های سنگین



لقمه‌های معمولی



لقمه‌های باقلوا

شاید یه لقمه برای تو باقلوا باشه ولی برای دوستت سنگین و همینطور یک زنگ برای تو پرانرژی باشه و برای دوستت معمولی. پس اینجاست که هر نفر باید از خودش شناخت داشته باشه تا بتونه برنامه خودشو بنویسه.

پس بهترین برنامه‌ریز خودتی.



با این که سعی شده لقمه‌ها طوری انتخاب بشه که مطالعه و تستش با هم در دو زنگ باشه، اما قرار نیست حتماً حتماً اینطوری باشه و اگه لقمه‌ای بیشتر یا کمتر از دو زنگ وقت رو گرفت به زمان اهمیت نده و اولویتت رو یادگیری کامل مطلب بذار.

خب حالا سعی کن برای هر زنگ لقمه‌های مناسب برداری.

لقمه‌های انرژی‌گیر برای زنگ‌های پرانرژی 

لقمه‌های معمولی برای زنگ‌های معمولی 

لقمه‌های باقلوا برای زنگ‌های کم‌انرژی 

راهنمای لقمه‌های آزمون ۲۷ شهریور ماه

۶۰ لقمه، ۲۱ تا لقمه جدید، ۳۹ لقمه مروری

در این آزمون ۲۱ تا لقمه جدید داری که نیاز به مطالعه داره و ۳۹ تا لقمه مروری که قبلاً همه رو خوندی و نیازی نیست مطالعه عمیق کنی و بهشون زنگ اختصاص بدی. پیشنهاد ما اینه به هر لقمه جدید یا مطالعه عمیق دو زنگ اختصاص بدی یک زنگ واسه مطالعه‌اش و یک زنگ هم واسه تستش.

واسه لقمه‌های مروری هم میتونی هر ۳ یا چهار لقمه رو توی یک زنگ مرور کنی.

داخل کاربرد

لقمه‌های جدید با این رنگ  و لقمه‌های مروری با این رنگ  مشخص شده‌اند.



ریاضی دهم	
لقمه (۱)	مجموعه های متناهی و نامتناهی ۷ تا ۲
لقمه (۲)	متمم یک مجموعه ۱۳ تا ۸
لقمه (۳)	الگو و دنباله ۲۰ تا ۱۴
لقمه (۴)	دنباله حسابی ۲۴ تا ۲۱
لقمه (۵)	دنباله هندسی ۲۷ تا ۲۵

حسابان	
لقمه (۱)	مجموع جملات دنباله ها ۶ تا ۱
حسابان دوازدهم	
لقمه (۱)	انتقال های عمودی و افقی ۵ تا ۱
لقمه (۲)	انبساط و انقباض عمودی و افقی ۱۲ تا ۶
لقمه (۳)	تابع درجه ۳ و توابع یکتا ۱۸ تا ۱۳
لقمه (۴)	تقسیم و بخش پذیری ۲۲ تا ۱۸

هندسه	
لقمه (۱)	قضیه سینوس ها ۶۳ تا ۵۹
لقمه (۲)	قضیه کسینوس ها ۶۷ تا ۶۴
لقمه (۳)	قضیه نیمساز ۷۰ تا ۶۸
لقمه (۴)	قضیه هرون ۷۴ تا ۷۱
هندسه دوازدهم	
لقمه (۱)	دترمینان و کاربردهای آن ۳۱ تا ۲۷

آمار و احتمال یازدهم	
لقمه (۱)	نمونه گیری ۱۰۵ تا ۹۷
لقمه (۲)	آمارگیری و متغیرها ۱۱۱ تا ۱۰۶
لقمه (۳)	برآورد نقطه ای ۱۱۵ تا ۱۱۲
لقمه (۴)	برآورد بازه ای ۱۲۱ تا ۱۱۵

ریاضیات گسسته دوازدهم	
لقمه (۱)	استدلال و اثبات ۵ تا ۱
لقمه (۲)	اثبات غیرمستقیم و بازگشتی ۸ تا ۵
لقمه (۳)	بخش پذیری و عادکردن ۱۲ تا ۹
لقمه (۴)	ب م م و ک م م ۱۴ تا ۱۳
لقمه (۵)	قضیه تقسیم و افراز مجموعه z ۱۷ تا ۱۴
لقمه (۶)	ویژگی های همبستگی ۲۲ تا ۱۸
لقمه (۷)	معادله همبستگی ۲۵ تا ۲۲
لقمه (۸)	حل معادلات سیاله ۳۰ تا ۲۶

فیزیک دهم	
لقمه (۱)	دما و دماسنجی ۸۷ تا ۸۳
لقمه (۲)	انبساط و انبساط طولی ۹۲ تا ۸۷
لقمه (۳)	انبساط سطحی و حجمی ۹۴ تا ۹۲
لقمه (۴)	انبساط غیرعادی آب ۹۵
لقمه (۵)	گرمای تغییر دما ۹۹ تا ۹۶
لقمه (۶)	تعادل گرمایی ۱۰۲ تا ۹۹
لقمه (۷)	گذار فاز و ذوب ۱۰۶ تا ۱۰۳
لقمه (۸)	تبخیر ۱۱۱ تا ۱۰۶
لقمه (۹)	روش های انتقال گرما ۱۱۷ تا ۱۱۱
لقمه (۱۰)	قوانین گازها ۱۲۶ تا ۱۱۷

فیزیک یازدهم	
لقمه (۱)	القا و شار مغناطیسی ۱۱۳ تا ۱۰۹
لقمه (۲)	قانون القای فاراده ۱۱۷ تا ۱۱۳
لقمه (۳)	قانون لنز ۱۱۸ تا ۱۱۷
لقمه (۴)	القاگرها ۱۲۲ تا ۱۱۸
لقمه (۵)	جریان متناوب ۱۳۰ تا ۱۲۲

فیزیک دوازدهم	
لقمه (۱)	روابط و نمودارهای حرکت شتاب ثابت ۱۷ تا ۱۵
لقمه (۲)	توقف با شتاب ثابت ۱۹ تا ۱۸
لقمه (۳)	حرکت های چند مرحله ای ۲۱ تا ۱۹

شیمی دهم	
لقمه (۱)	آب کره ۹۲ تا ۸۵
لقمه (۲)	محلول و مقدار حل شونده ها ۹۸ تا ۹۳
لقمه (۳)	مولار ۱۰۰ تا ۹۸

شیمی یازدهم	
لقمه (۱)	درشت ملکول ها ۱۰۴ تا ۹۸
لقمه (۲)	پلیمری شدن ۱۰۹ تا ۱۰۴
لقمه (۳)	گروه های عاملی ۱۱۴ تا ۱۰۹
لقمه (۴)	واکنش استری شدن ۱۱۶ تا ۱۱۴
لقمه (۵)	پلی آمید ۱۱۸ تا ۱۱۶
لقمه (۶)	ماندگاری پلیمرها ۱۲۳ تا ۱۱۸

شیمی دوازدهم	
لقمه (۱)	شیمی و بهداشت ۵ تا ۱
لقمه (۲)	آب سخت ۹ تا ۸
لقمه (۳)	پاک کننده صابونی و غیرصابونی ۱۲ تا ۵
لقمه (۴)	اسیدها و بازها ۱۶ تا ۱۲
لقمه (۵)	رسانایی الکتریکی و قدرت اسیدی ۱۹ تا ۱۶
لقمه (۶)	ثابت تعادل و قدرت اسیدی ۲۰



این کاربرد رو داخل ۸۳ پرینت کن!

لقمه جدید (نیاز به مطالعه عمیق)
 لقمه مروری (نیاز به مطالعه مروری)

در درس فیزیک و شیمی، در هر لقمه علاوه بر صفحات ذکر شده تمرین های انتهای فصل مرتبط با آن لقمه نیز باید بررسی شود

تاریخ / رنگ	۷ تا ۸:۳۰	۸:۴۵ تا ۱۰:۱۵	۱۰:۳۰ تا ۱۲	۱۲:۱۵ تا ۱۳:۴۵	۱۵ تا ۱۶:۳۰	۱۶:۴۵ تا ۱۸:۱۵	۱۸:۳۰ تا ۲۰	۲۰:۱۵ تا ۲۱:۴۵	۲۲ تا ۲۳:۳۰	جمع ساعت روز	جمع ساعت هفته
جمعه ۱۴ شهریور											
شنبه ۱۵ شهریور											
یکشنبه ۱۶ شهریور											
دوشنبه ۱۷ شهریور											
سه شنبه ۱۸ شهریور											
چهارشنبه ۱۹ شهریور											
پنجشنبه ۲۰ شهریور											
جمعه ۲۱ شهریور											
شنبه ۲۲ شهریور											
یکشنبه ۲۳ شهریور											
دوشنبه ۲۴ شهریور											
سه شنبه ۲۵ شهریور											
چهارشنبه ۲۶ شهریور											
پنجشنبه ۲۷ شهریور											
آزمون ماز	تحلیل آزمون ماز										

دانشگاه رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمونها آزمایشتی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



join us ...



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
رضا سید نجفی مأنده بادان فیروز فؤاد خیر آبادی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سید جواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمد پور سعید محمد رضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمد جواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمد جواد حاجی وند - مهدی رحمت اللهی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمد رضا جمشیدی ماهان فرهمندفر متین قنبری	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی مهسا بایمانی نژاد - عالیبه میرزایی فرهنگ امیری - بنیامین بهرامی حسین ایروانی - سعیده محبی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

علامت‌گذاری سؤالات آزمون برای مدیریت زمان

درک اینکه کدوم سؤالات کنکور احتمالاً در کمتر از ۱ دقیقه حل می‌شن، یک مهارت استراتژیک کلیدی‌ه! در مقاله قبلی درباره اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤالا صحبت کردیم تا بتونی سؤالای آسون بیشتری رو بزنی و حسرت به دل نمونی که چرا به چندتا سؤال آسون نرسیدم.

گفتیم که اولویت‌بندی سریع سؤالا بر اساس ۵ نکته مهم انجام می‌شه:

- ۱ **سؤالات محاسباتی و غیر محاسباتی:** معمولاً سؤالای غیر محاسباتی سریع‌تر جواب داده می‌شن.
- ۲ **توجه به طول سؤالات:** سؤالای طولانی‌تر اغلب وقت گیرتر هستن.
- ۳ **سؤالات تحلیلی:** این سؤالا معمولاً به دقت بیشتری نیاز دارن.
- ۴ **گیر نکنید:** اگر حس کردی سؤالی داره وقت رو می‌خوره، سریع رهاش کن.
- ۵ **اولویت‌بندی با اسکن:** یک نگاه سریع به همه سؤالات، کمک می‌کنه از همون اول بدونی کدوم آسون‌تر هست.

حالا می‌خوایم برای این مدیریت، یک کدگذاری یاد بگیریم:

بدون علامت: سؤالاتی که زیر یک دقیقه حل می‌شن و همون لحظه جواب میدی.

X سؤالات حذفی: سؤالایی که مطمئن نیاید درگیرشون بشی (نخوندی یا نمی‌تونی حتی یک گزینه رو حذف کنی).

— سؤالات وقت گیر: سؤالایی که باید بذاری برای دور دوم آزمون.

O سؤالات نیمه‌کاره: سؤالایی که نصفه نیمه حل کردی (مثلاً دو گزینه رو حذف کردی ولی مطمئن نشدی).

سؤالاتی که یک یا دو گزینه‌اش رو با اطمینان حذف کردیم، بزنیم؟!؟!!

کنکور چهارگزینه‌ای طراحی می‌شه و در هر سؤال، سه پاسخ اشتباه یکی از درست‌ها رو حذف می‌کنه. اگه شانس همه سؤالا رو بزنی، در مجموع چیزی به دست نمیاری.

ولی فرض کن در ۳۰ سؤال، بتونی برای هر سؤال فقط یک گزینه رو با اطمینان حذف کنی. بعد بین سه گزینه باقی‌مونده شانس بزنی. از نظر آماری، احتمالاً ۱۰ تا درست می‌زنی، ۲۰ تا غلط میشه که حدود ۷ تا از درستات رو از بین می‌بره. در نهایت ۳ تا درست برات می‌مونه. پس ارزشمند میشه!



نتیجه گیری:

پس قرار شد زمان آزمون رو به دو دور تقسیم کنیم:

دور اول: هر سؤالی که زیر یک دقیقه حل میشه، جواب می‌دیم. بقیه رو با **X** ، **—** یا **O** علامت می‌زنیم.
دور دوم: سراغ سؤالایی میریم که علامت زدیم (وقت گیر یا نیمه‌کاره).
اینطوری خیالمون راحت‌تره که زمان مدیریت شده و هیچ سؤال آسونی از قلم نیافته.

جمع‌بندی آخر...

این چیزی که خوندی، فقط به کلمه آموزشی نبود، بلکه یک مهارت. یعنی تا وقتی چندبار توی آزمون‌ها امتحانش کنی، به درد روز کنکور می‌خوره. خوشبختانه توی آزمون‌های ما امکان علامت‌گذاری سؤالات وجود داره. پس می‌تونی با تمرین توی این آزمون‌ها، مهارت علامت‌گذاری رو به یک عادت حرفه‌ای تبدیل کنی.



بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۲: تابع (تا ابتدای تقسیم و بخش‌پذیری)، صفحه‌های ۱ تا ۱۸
هندسه ۳: ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶
ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۱ تا ۲۵

سهم در
کنکور

حسابان ۲: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۳: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
ریاضیات گسسته: ۱ تست از ۴ تست کنکور



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

۱- اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = |x+3| - 1$ را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین انتقال دهیم، به تابعی چون g خواهیم رسید. مجموع طول و عرض نقطه تلاقی f و g کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

به سرزمین «تبدیلات تابع» خوش آمدید!

برای تابع $f(x)$ داریم:

۱) $f(x+k) \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \\ k < 0 \rightarrow \end{cases}$

- $|k|$ واحد در جهت افقی به چپ
- $|k|$ واحد در جهت افقی به راست

۲) $f(x)+k \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \\ k < 0 \rightarrow \end{cases}$

- k واحد در جهت عمودی به بالا
- $|k|$ واحد در جهت عمودی به پایین

۳) $kf(x) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \\ 0 < k < 1 \rightarrow \end{cases}$

- انبساط عمودی با ضریب k
- انقباض عمودی با ضریب k

۴) $-f(x) \rightarrow$ قرینه نسبت به محور x ها

۵) $f(kx) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \\ 0 < k < 1 \rightarrow \end{cases}$

- $\frac{1}{k}$ انقباض افقی با ضریب $\frac{1}{k}$
- $\frac{1}{k}$ انبساط افقی با ضریب $\frac{1}{k}$

۶) $f(-x) \rightarrow$ قرینه نسبت به محور y ها

برای یافتن ضابطه g کافی است ابتدا در ضابطه f ، x را به $(x-3)$ تبدیل کرده و سپس ضابطه حاصل را با (-2) جمع کنیم.
 $g(x) = |x-3+3| - 1 - 2 \Rightarrow g(x) = |x| - 3$



حال برای یافتن مختصات نقاط تلاقی باید قرار دهیم $f(x) = g(x)$ که خواهیم داشت:

$$|x+3|-1 = |x|-3 \Rightarrow |x+3|-|x|+2=0$$

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \Rightarrow x+3+x+2=0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = \left| -\frac{5}{2} \right| - 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ x < -3 \Rightarrow -x-3+x+2=0 \Rightarrow -1=0 \text{ غ ق ق} \\ x > 0 \Rightarrow x+3-x+2=0 \Rightarrow 5=0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

پس فقط $A \left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2} \right)$ نقطه تلاقی f و g است؛ که مجموع طول و عرض این نقطه $-\frac{5}{2} + (-\frac{1}{2}) = -3$ است.



۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. سپس نمودار به دست آمده را دو واحد به راست و دو واحد

به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. نمودار تابع $g(x)$ در نقطه‌ای با کدام طول نمودار تابع $f(x)$ را قطع می‌کند؟

- (۱) $1 + \sqrt{8}$ (۲) $2 - \sqrt{8}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$f(x) = \sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = \sqrt{-x+2} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} y = \sqrt{-(x-2)+2} = \sqrt{-x+4}$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}} y = \sqrt{-x+4} + 2 = g(x)$$

اکنون باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم:

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{-x+4} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{-x+4} = 2, -2 \leq x \leq 4$$

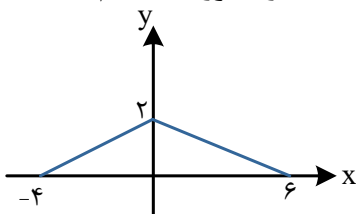
$$x+2-x+4-2\sqrt{(x+2)(-x+4)} = 4 \Rightarrow 2 = 2\sqrt{-x^2+2x+8} \Rightarrow 1 = \sqrt{-x^2+2x+8}$$

$$1 = -x^2 + 2x + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{8} \\ x = 1 - \sqrt{8} \end{cases}$$

بنابراین، با توجه به گزینه‌ها، طول نقطه مورد نظر برابر $1 + \sqrt{8}$ است.



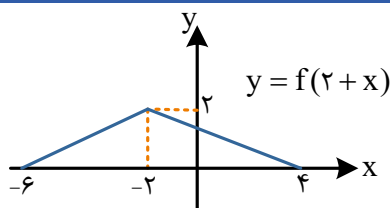
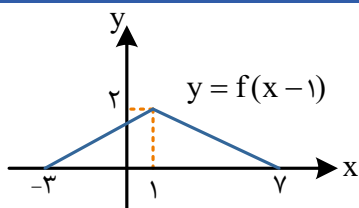
۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل زیر است. مساحت بین نمودار توابع $g(x) = f(x-1)$ و $h(x) = f(2-2x)$ و محور x ‌ها کدام است؟

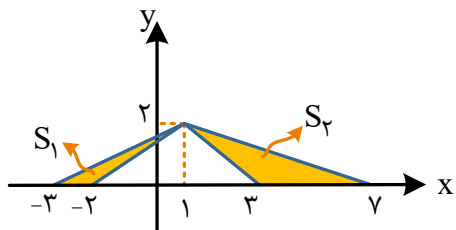
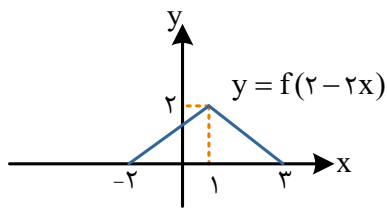
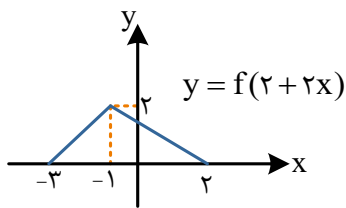


- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



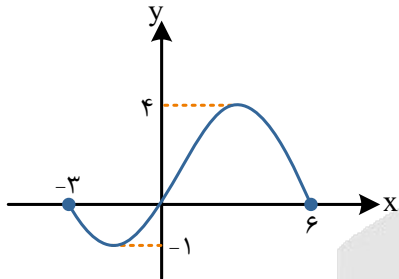


طبق شکل، مساحت بین نمودار توابع $y = f(2 - 2x)$ و $y = f(x - 1)$ برابر است با:

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 1 + 4 = 5$$



۴- اگر نمودار تابع $y = f(-2x) + 1$ به شکل مقابل باشد، اجتماع دامنه و برد تابع $g(x) = 3f\left(\frac{x}{3} + 2\right) - 1$ کدام است؟



- (۱) $[-6, 4]$
- (۲) $[-7, 8]$
- (۳) $[-28, 8]$
- (۴) $[-28, 14]$

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$-3 \leq x \leq 6 \Rightarrow -12 \leq -2x \leq 6$$

چون دامنه تابع $y = f(-2x) + 1$ طبق شکل به صورت $[-3, 6]$ است، پس داریم:

پس باید ورودی جدید تابع f نیز محدوده $[-12, 6]$ را اختیار کند، یعنی داریم:

$$-12 \leq \frac{x}{3} + 2 \leq 6 \Rightarrow -14 \leq \frac{x}{3} \leq 4 \Rightarrow -28 \leq x \leq 8 \Rightarrow D_g = [-28, 8]$$

همچنین طبق شکل، برد تابع $y = f(-2x) + 1$ بازه $[-1, 4]$ است، پس داریم:

$$-1 \leq f(-2x) + 1 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq f(2x) \leq 3 \Rightarrow -2 \leq f(x) \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq f\left(\frac{x}{3} + 2\right) \leq 3 \Rightarrow -6 \leq 3f\left(\frac{x}{3} + 2\right) \leq 9 \Rightarrow -7 \leq 3f\left(\frac{x}{3} + 2\right) - 1 \leq 8$$

$$\Rightarrow -7 \leq g(x) \leq 8 \Rightarrow R_g = [-7, 8] \Rightarrow D_g \cup R_g = [-28, 8]$$

تغییرات روی x برد رو تغییر نمی‌دن و تغییرات روی y دامنه رو تغییر نمی‌دن!

توجه شود که انتقال و یا انبساط و انقباض در راستای محور x ها تاثیری در برد تابع ندارد و تغییری در برد ایجاد نمی‌کند. همچنین انتقال و یا انقباض و انقباض در راستای محور y ها تاثیری در دامنه تابع ندارد و تغییری در دامنه ایجاد نمی‌کند.



۵- سهمی $y = f(x)$ با رأس $S(\alpha, \beta)$ ، محور عرض‌ها را در $(0, -1)$ قطع می‌کند. اگر این سهمی را نسبت به محور y ها قرینه کرده، ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم، سپس ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال داده و عرض نقاط را نصف کنیم رأس سهمی تغییر نمی‌کند. $f(3)$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ضابطه سهمی به صورت $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ می‌باشد.
رأس سهمی را مطابق مسأله انتقال می‌دهیم:

$$\left| \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تقارن نسبت به محور } y\text{ها}} \left| \begin{array}{l} -\alpha \\ \beta \end{array} \right. \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \beta \end{array} \right. \xrightarrow{\text{۳ واحد به سمت پایین}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \beta - 3 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{نصف شدن عرض نقاط}} \left| \begin{array}{l} -\alpha + 2 \\ \frac{\beta - 3}{2} \end{array} \right.$$

خواهیم داشت:

$$(\alpha, \beta) = \left(-\alpha + 2, \frac{\beta - 3}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\alpha + 2 \Rightarrow \alpha = 1 \\ \beta = \frac{\beta - 3}{2} \Rightarrow \beta = -3 \end{cases}$$

$$f(x) = a(x - 1)^2 - 3 \xrightarrow{(0, -1)} -1 = a - 3 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2(x - 1)^2 - 3 \Rightarrow f(3) = 5$$

$$y = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

رأس سهمی رو داریم چطوری معادله شو بنویسیم؟
ضابطه سهمی با رأس $S(\alpha, \beta)$ به صورت مقابل است:

۶- نقطه $A(-4, 1)$ روی نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{2} - 3\right) + 1$ قرار دارد. اگر نقطه $A'(a, b)$ نقطه متناظر با نقطه A روی نمودار تابع

$$y = -\frac{1}{2}f(x - 2) - 1$$

باشد، $2a + b$ کدام است؟

-۶ / ۵ (۴)

-۷ (۳)

-۴ / ۵ (۲)

-۵ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مختصات نقطه A' متناظر با نقطه $A(-4, 1)$ را روی نمودار $y = -\frac{1}{2}f(x - 2) - 1$ پیدا می‌کنیم:

$$y = 2f\left(\frac{x}{2} - 3\right) + 1 \xrightarrow{\text{یک واحد به پایین در راستای محور } y} y = 2f\left(\frac{x}{2} - 3\right) \xrightarrow{\text{عرض نقاط } \frac{1}{2} \text{ برابر}} y = f\left(\frac{x}{2} - 3\right) \xrightarrow{\text{طول نقاط } \frac{1}{2} \text{ برابر}} y = f(x - 3)$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = f(x - 2) \xrightarrow{\text{عرض نقاط } \left(-\frac{1}{2}\right) \text{ برابر}} y = -\frac{1}{2}f(x - 2) \xrightarrow{\text{عرض نقاط یک واحد کم شود}} y = -\frac{1}{2}f(x - 2) - 1$$

$$A(-4, 1) \Rightarrow A_1(-4, 0) \Rightarrow A_2(-4, 0) \Rightarrow A_3(-2, 0) \Rightarrow A_4(-3, 0) \Rightarrow A_5(-3, 0) \Rightarrow A_6(-3, -1)$$

پس $a = -3$ و $b = -1$ ، یعنی $2a + b = -7$ است.



۷- تابع f با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x^2} - 2x$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

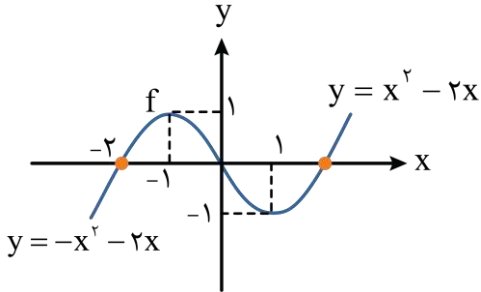
۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای نوشته و سپس نمودار آن را رسم می‌کنیم. پس داریم:



$$f(x) = x\sqrt{x^2} - 2x = x|x| - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید تابع در بازه $(-1, 1)$ اکیداً نزولی است. پس بیشترین مقدار $b - a$ برابر با $2 = 1 - (-1)$ است.



۸- تابع $f(x) = ax^2 - 4x - 3$ در فاصله $[a+1, +\infty)$ اکیداً نزولی است. محدوده a کدام است؟

۴ (۴) $[-2, 0]$

۳ (۳) $[-2, 1]$

۲ (۲) $[-1, 1]$

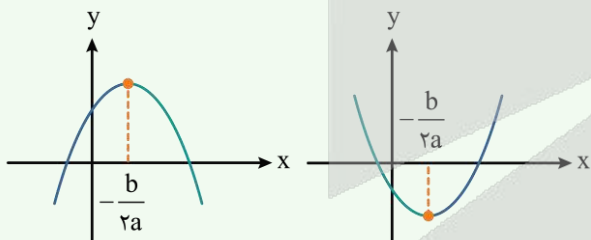
۱ (۱) $[-2, 0)$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

سهمی در چه بازه‌هایی یکنواست؟

تابع $y = ax^2 + bx + c$ ، به شرطی در فاصله $[\alpha, \beta]$ یکنواست که:



$$-\frac{b}{2a} \notin (\alpha, \beta)$$

در واقع رأس سهمی نباید در بازه (α, β) باشد.

با توجه به اینکه تابع $f(x) = ax^2 - 4x - 3$ در فاصله $[a+1, +\infty)$ اکیداً نزولی است a باید منفی باشد.

همچنین رأس سهمی نباید درون بازه $[a+1, +\infty)$ قرار گیرد، یعنی:

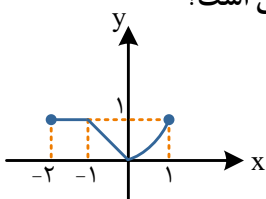
$$x_{\text{رأس}} = \frac{2}{a} \leq a+1 \xrightarrow{a < 0} 2 \geq a^2 + a \Rightarrow a^2 + a - 2 \leq 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq a \leq 1 \xrightarrow{a < 0} -2 \leq a < 0$$

دقت کنیم که $a = 0$ نیز قابل قبول است، زیرا در این حالت $f(x) = -4x - 3$ و همواره اکیداً نزولی است. بنابراین:

$$a \in [-2, 0]$$



۹- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، آن‌گاه تابع $y = -2f(-x-2)$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟



۱ (۱) $[0, 1]$

۲ (۲) $[-2, -1]$

۳ (۳) $[-3, -2]$

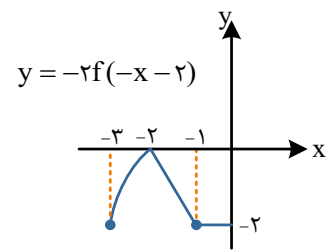
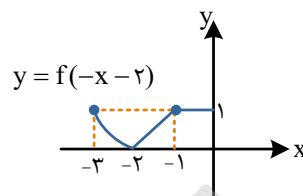
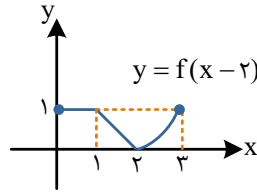
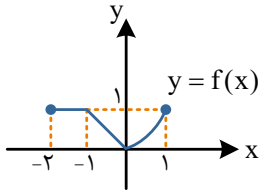
۴ (۴) $[2, 3]$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

کافی است نمودار تابع را رسم کنیم.

به صورت زیر نمودار $y = -2f(-x-2)$ رسم می شود:



همان طور که روی شکل مشاهده می شود تابع $y = -2f(-x-2)$ در بازه $[-2, -1]$ اکیداً نزولی است.



۱۰- اگر $f(x) = 3x + 2\sqrt{x}$ به طوری که $f(2-3\alpha) < f(4\alpha+9)$ باشد، حدود α کدام است؟

(۴) $(-\frac{9}{4}, -1)$

(۳) $(-1, \frac{2}{3}]$

(۲) $(\frac{2}{3}, 1)$

(۱) $(-1, \frac{2}{3})$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

f تابعی صعودی اکید با دامنه $[0, +\infty)$ است، پس:

$2-3\alpha < 4\alpha+9 \Rightarrow 7\alpha > -7 \Rightarrow \alpha > -1$ (۱)

$2-3\alpha \geq 0 \Rightarrow \alpha \leq \frac{2}{3}$ (۲)

$4\alpha+9 \geq 0 \Rightarrow \alpha \geq -\frac{9}{4}$ (۳)

$(1) \cap (2) \cap (3) \rightarrow -1 < \alpha \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha \in (-1, \frac{2}{3}]$

این داستان، یکنوایی!

- تابع f را «نزولی» گوئیم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

- تابع f را «صعودی» گوئیم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

- تابع f را «نزولی اکید» گوئیم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

- تابع f را «صعودی اکید» گوئیم هرگاه داشته باشیم به ازای هر x_1 و x_2 عضو دامنه $f(x)$:

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

- تابع f را «غیریکنوا» گوئیم هرگاه نه صعودی خالص و نه نزولی خالص باشد. یعنی در بعضی از نواحی دامنه صعودی و در بعضی دیگر از نواحی دامنه نزولی باشد.



۱۱- به ازای چند مقدار x ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & x \\ x+1 & x+1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) هیچ مقدار (۲) یک مقدار (۳) دو مقدار (۴) بیش از دو مقدار

پاسخ: گزینه ۲

آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱

چه ماتریس‌هایی وارون پذیر نیستند؟

ماتریسی که دترمینان آن صفر باشد، وارون پذیر نیست. دترمینان A را حساب می‌کنیم و برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{vmatrix} x-1 & x \\ x+1 & x+1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) - x(x+1) = 0 \Rightarrow (x-1-x)(x+1) = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

در نتیجه، فقط برای یک مقدار وارون پذیر نیست.



۱۲- اگر $A^3 = 3I$ باشد، وارون ماتریس $A^2 + A + I$ کدام است؟

- (۱) $\frac{A-I}{2}$ (۲) $\frac{A+I}{2}$ (۳) $\frac{A-I}{4}$ (۴) $\frac{A+I}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱

$$A^3 = 3I \Rightarrow A^3 - I = 2I \Rightarrow (A-I)(A^2 + A + I) = 2I \Rightarrow \frac{(A-I)}{2}(A^2 + A + I) = I$$

$$(A^2 + A + I)^{-1} = \frac{A-I}{2}$$

از اتحاد برای ماتریس استفاده کنیم؟ همیشه نه!

اگر A و B ماتریس‌هایی «مربعی» باشند به طوری که « $AB = BA$ »، اتحادهای مربع دوجمله‌ای، مکعب دوجمله‌ای، مزدوج و چاق و لاغر برایشان برقرار است.

$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$

$$(A \pm B)^3 = A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$$

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$$

تذکر !

توجه کنید که در این سؤال چون $AI = IA = A$ ، توانستیم از اتحاد چاق و لاغر استفاده کنیم.



۱۳- اگر $A = [(-1)^{i+j}(j-i)]_{3 \times 4}$ و $B = [i-j]_{4 \times 2}$ باشد. آن گاه مجموع درایه‌های وارون ماتریس $C = AB$ کدام است؟

۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ماتریس‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}}{-12+16} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = -1$$

وارون ماتریس 2×2

وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$



۱۴- اگر A و B ماتریس‌های وارون‌پذیر از مرتبه 2×2 باشند، که $(A+3I)(B+3I) = 9I$ ، آن گاه در ماتریس $A^{-1} + B^{-1}$ مجموع درایه‌ها چقدر است؟

$\frac{1}{9}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

-۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا از تساوی داده شده داریم:

$$(A+3I)(B+3I) = 9I \Rightarrow AB + 3A + 3B + 9I = 9I$$

$$\Rightarrow AB = -3A - 3B$$



حال اگر عبارت به دست آمده را از چپ در A^{-1} و سپس از راست در B^{-1} ضرب کنیم، داریم:

$$\xrightarrow{A^{-1} \times \square} B = -3I - 3A^{-1}B \xrightarrow{\square \times B^{-1}} I = -3B^{-1} - 3A^{-1} \Rightarrow A^{-1} + B^{-1} = -\frac{1}{3}I = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

پس جمع درایه‌ها برابر $-\frac{2}{3}$ است.



۱۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و B ماتریسی وارون پذیر باشد، به طوری که $A+B=2AB$ است. مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$A+B=2AB \xrightarrow{A^{-1} \times \square \times B^{-1}} A^{-1}AB^{-1} + A^{-1}BB^{-1} = 2A^{-1}ABB^{-1}$$

$$\Rightarrow B^{-1} + A^{-1} = 2I \Rightarrow B^{-1} = 2I - A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 1+0+(-1)+1=1$$



۱۶- اگر $(2A+3I)^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ 3 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد؛ آن گاه کدام عدد، درایه ماتریس $A(2A+3I)^{-1}$ نیست؟

- ۴ (۴) -۳ (۳) -۲ (۲) ۵ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

با روش محاسباتی و کلافه‌کننده پیش نمی‌رویم، بلکه از قضیه یکتایی وارون ماتریس استفاده می‌کنیم. ببینید:

$$(2A+3I)(2A+3I)^{-1} = I \Rightarrow \underbrace{2A(2A+3I)^{-1}}_{\text{خواسته مسئله}} + \underbrace{3I(2A+3I)^{-1}}_{\text{همان } (2A+3I)^{-1}} = I \Rightarrow 2A(2A+3I)^{-1} = I - 3(2A+3I)^{-1}$$

$$A(2A+3I)^{-1} = \frac{I - 3(2A+3I)^{-1}}{2} \Rightarrow A(2A+3I)^{-1} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 3 \times \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ 3 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

پس ۳- درایه ماتریس $A(2A+3I)^{-1}$ نیست.

ماتریس وارون

حاصل ضرب هر ماتریس در ماتریس وارون خود، برابر ماتریس همانی می‌باشد.

$$A \times A^{-1} = I$$





۱۷- در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های وارون ماتریس A کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{11}$ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

دو طرف تساوی را از چپ در وارون $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و از راست در وارون $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \times A \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow I \times A \times I = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5-6} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های A^{-1} برابر با -۱ است.



۱۸- اگر دستگاه $\begin{cases} x + (m-1)y = -2m \\ mx + 6y = 10 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، جمع مقادیر به دست آمده برای m کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

دستگاه داده شده در صورتی جواب ندارد که شرایط زیر برقرار باشد:

$$\frac{1}{m} = \frac{m-1}{6} \neq \frac{-2m}{10} \Rightarrow (m-3)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

$$m^2 - m - 6 = 0$$

$$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3-1}{6} \neq \frac{-2(3)}{10} \\ \frac{1}{3} \neq \frac{-3}{5} \checkmark \end{cases}$$

$$m = -2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2-1}{6} \neq \frac{-2(-2)}{10} \\ \frac{-1}{2} \neq \frac{2}{5} \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 + 3 = 1$$





۱۹- اگر $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، $x+y$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

حل دستگاه معادلات ماتریسی

اگر $AX = B$ معادله ماتریسی یک دستگاه ۲ معادله ۲ مجهولی باشد که $|A| \neq 0$ باشد، آن‌گاه:

$$X = A^{-1}B$$

با توجه به دستگاه داده شده معادله ماتریسی آن به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

اگر دو طرف این معادله را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ضرب کنیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases} \xrightarrow{+} 3x+3y=12 \Rightarrow x+y=4$$

سوالات منتخب

اگر $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=2 \end{cases}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، $y-x$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ تشریحی:

با توجه به دستگاه داده شده معادله ماتریسی آن به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

اگر دو طرف این معادله را از چپ در $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ضرب کنیم، داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases} \xrightarrow{-} y-x=2$$

پاسخ: گزینه ۲

راز طراح

طراح تو این سؤال می‌خواهد ببیند چقدر با مفهوم وارون ماتریس آشنا شدی؟! مفهوم داده سؤال رو گرفتی؟ آگه نگرفتی صفحه بعد قسمت راهنمای زنگ‌بازی منتظرتم. 😊



راهنمای زنگ بازی!

در واقع صورت سؤال با تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_{A^{-1}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A$ داره وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$ رو بهمون می‌ده.

یادمون هست که اصلا تعریف وارون یه ماتریس این بود که حاصل ضربشون در همدیگه، ماتریس همانی بشه. به همین سادگی، به همین خوشمزگی!



۲۰- اگر ماتریس $A^{-1} = \begin{bmatrix} a+1 & -b \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ باشد، آن گاه $\frac{a-b}{c-d}$ کدام است؟ (ضرایب دستگاه معادله غیرصفر هستند).

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه معادلات و ماتریس $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ وارون آن است. با توجه به برابری دو ماتریس

داریم: $\frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} a+1 & -b \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ در نتیجه مساوی بودن درایه‌های واقع در سطر اول و ستون دوم این دو ماتریس، $|A|=1$ است و

$$\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+1 & -b \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -c = -5 \Rightarrow c = 5 \\ a = 2 \\ d = a + 1 \Rightarrow d = 3 \end{cases}$$

$$|A|=1 \Rightarrow ad - bc = 1 \Rightarrow 2 \times 3 - b \times 5 = 1 \Rightarrow 6 - 5b = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$\frac{a-b}{c-d} = \frac{2-1}{5-3} = \frac{1}{2}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:



۲۱- درستی چه تعداد از گزاره‌های زیر به روش بازگشتی قابل اثبات است؟
الف) اگر $a < b$ ، آن‌گاه $a^3 < b^3$ است.

ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت a و b همواره $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ برقرار است.

ج) برای هر دو عدد حقیقی x و y همواره $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ برقرار است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پرده بعدی نمایش ما «اثبات به روش بازگشتی»!

برای این روش اثبات، راه‌های زیر را طی می‌کنیم:

۱) فرض می‌کنیم قضیه (موضوع) موردنظر درست است.

۲) با استفاده از فرض بالا، به یک رابطه بدیهی و یا احکام درست (چه آن‌هایی که سوال داده و چه آن‌هایی که خودمان می‌دانیم) می‌رسیم.

۳) برای تکمیل اثبات باید نشان دهیم که تمام مراحل بازگشت پذیرند (یا در واقع دو شرطی هستند).

بررسی موارد:

گزاره ج) نادرست است، زیرا شرط مثبت بودن باید در صورت گزاره‌ها باشد ($x = -1$ و $y = 1$ مثال نقض آن می‌باشد). اما دو گزاره اول را از روش بازگشتی اثبات می‌کنیم:

همواره برقرار است. $a^3 < b^3 \Rightarrow a^3 - b^3 < 0 \Rightarrow (a-b)(a^2 + ba + b^2) < 0$

$a < b$
 $\Delta = b^2 - 4b^2 < 0$
همواره مثبت
همواره منفی

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{ab}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \Leftrightarrow a + b + 2\sqrt{ab} \geq 4\sqrt{ab} \Leftrightarrow a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$$

$\Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ بدیهی است.

بنابراین، تنها ۲ گزاره به روش بازگشتی قابل اثبات هستند.

۲۲- حاصل ضرب دو عدد طبیعی، ۳۶ واحد از مجموع آن‌ها بزرگ‌تر است. مجموع ارقام عدد بزرگ‌تر کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$xy = x + y + 36 \Rightarrow xy - y = x + 36 \Rightarrow y(x-1) = x + 36 \Rightarrow y = \frac{x+36}{x-1}$$

$$\Rightarrow x-1 \mid x+36 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \mid x+36 \\ x-1 \mid x-1 \end{cases} \Rightarrow x-1 \mid 37 \Rightarrow x-1 = \pm 1, \pm 37 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=38 \checkmark \\ x-1=-1 \Rightarrow x=0 \times \\ x-1=37 \Rightarrow x=38 \Rightarrow y=2 \checkmark \\ x-1=-37 \Rightarrow x=-36 \times \end{cases} \Rightarrow \max = 38$$

$$\Rightarrow 38 \text{ ارقام } = 3 + 8 = 11$$



برای تعیین نقاط با مختصات صحیح روی یک منحنی، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

مرحله اول: اگر معادله تابع به صورت $y = \frac{p(x)}{q(x)}$ نیست، آن را به صورت $y = \frac{p(x)}{q(x)}$ بازنویسی می‌کنیم.

مرحله دوم: از رابطه بخش‌پذیری $q(x) | p(x)$ استفاده می‌کنیم تا مقادیر صحیح x را بیابیم. برای این منظور از رابطه کمکی $q(x) | q(x)$ استفاده می‌کنیم.

سپس با استفاده از رابطه کمکی $q(x) | q(x)$ ، سمت راست رابطه بخش‌پذیری را به عدد تبدیل می‌کنیم. البته می‌توان از روش ریشه‌گذاری یا روش‌های دیگر نیز استفاده کرد.



۲۳- اگر $5 | 7k + 2$ ، $4 | 3k - 4$ و $20 | nk^2 + mk - 8$ باشند، $[n_{\min}, m_{\min}]$ کدام است؟ $(m, n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z})$

۲۸ (۴)

۴۵ (۳)

۱۸ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم: $\begin{cases} a | b \\ c | d \end{cases} \Rightarrow ac | bd$

$$\begin{cases} 5 | 7k + 2 \\ 4 | 3k - 4 \end{cases} \Rightarrow 20 | 21k^2 - 22k - 8 \quad (1)$$

می‌دانیم: $20 | 20 \Rightarrow 20 | 20k^2 \quad (2)$

$(1), (2) \Rightarrow 20 | k^2 - 22k - 8$

می‌دانیم: $20 | 40k$

$$20 | k^2 + 18k - 8 \Rightarrow \begin{cases} n_{\min} = 1 \\ m_{\min} = 18 \end{cases} \Rightarrow [1, 18] = 18$$

همه چیز دربارهٔ عاد کردن

عدد صحیح a را بر عدد صحیح ناصفر b بخش‌پذیر گویند، هرگاه $a = bq$ که به صورت $b | a$ نمایش می‌دهیم و می‌خوانیم « b عاد می‌کند a را».

برخی از خواص عاد کردن به صورت زیر است:

• $\pm 1 | a$ • $a | a$ • $a | 0$ • $0 | 0$ • $\begin{cases} a | b \\ a | c \end{cases} \xrightarrow{m, n \in \mathbb{Z}} a | mb \pm nc$

• $a | b \Rightarrow \begin{cases} -a | b \\ a | -b \\ -a | -b \end{cases}$ • $\begin{cases} a | b \\ c | d \end{cases} \Rightarrow ac | bd$

• $a | b \xrightarrow{n \leq m} a^n | b^m$ • $a | b \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} a | mb$



۲۴- چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که به ازای آن اعداد، باقی مانده $n^3 + 3n + 8$ بر $n - 4$ برابر ۷ شود؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

طبق قضیه تقسیم می توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} n^3 + 3n + 8 = (n - 4)q + 7 \Rightarrow n^3 + 3n + 1 = (n - 4)q \Rightarrow n - 4 \mid n^3 + 3n + 1 \\ n - 4 > 7 \rightarrow n > 11 \end{cases}$$

$$n - 4 \mid n^3 + 3n + 1 \xrightarrow{x-a \mid f(x) \Rightarrow x-a \mid f(a)} n - 4 \mid 77 \Rightarrow n - 4 = \{\pm 1, \pm 7, \pm 11, \pm 77\}$$

$$\Rightarrow n = \{-73, -7, -3, 3, 5, 11, 15, 81\} \xrightarrow{n > 11} n = \{15, 81\}$$

در نتیجه n ، دو مقدار می تواند اختیار کند.

قضیه تقسیم

اگر عدد صحیح a را بر عدد طبیعی b تقسیم کنیم، خارج قسمت q و باقی مانده r باشد، خواهیم داشت:

مقسوم
مقسوم علیه (عدد صحیح)
↑
a
:
r
باقی مانده (عدد حسابی)

(عدد طبیعی)
b
q
خارج قسمت
(عدد صحیح)

$$\Rightarrow a = b \times q + r \quad (0 \leq r < b)$$

بخش پذیری چند جمله ای بر عامل درجه یک

اگر چند جمله ای $f(x)$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، می توان ریشه (یعنی $x = a$) را در چند جمله ای جای گذاری کرد:

$$x - a \mid f(x) \Rightarrow x - a \mid f(a)$$

از این نکته به زیبایی در حل سوالات عاد کردن استفاده می کنیم.

۲۵- اگر $m = [54, (-48, 30)]$ و $n = (-54, [48, -30])$ ، آن گاه مجموع ارقام $m - n$ کدام است؟

۹ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$(-48, 30) = 6 \times (-8, 5) = 6 \Rightarrow m = [54, (-48, 30)] = [54, 6] = 54$$

$$[48, -30] = 6 \times [8, -5] = 6 \times 40 = 240 \Rightarrow n = (-54, 240) = 6 \times (-9, 40) = 6 \times 1 = 6$$

$$\Rightarrow m - n = 54 - 6 = 48 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4 + 8 = 12$$



۲۶- اگر در تقسیم عدد زوج a بر ۲۲ و ۲۴ باقی مانده به ترتیب ۱۶ و ۸ باشد، باقی مانده تقسیم $\frac{a}{۳}$ بر ۳۳ کدام است؟

۲۳ (۴)

۲۶ (۳)

۱۹ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

سلام بر تعریف همنهشتی!

$$a \equiv b \xleftrightarrow{m \neq 1} m | a - b$$

به دنیای ویژگی‌های همنهشتی خوش آمدین!

$$a \equiv b \pm mk \quad (۲) \quad a \equiv b \text{ آن گاه: } m$$

$$a \equiv b \text{ اگر } a \equiv b \text{ و } n | m \text{، آن گاه: } n \quad (۱)$$

$$a \equiv b \text{ آن گاه: } \frac{m}{d} \text{ و } ac \equiv bc \text{ و } (m, c) = d \quad (۴)$$

$$a \equiv b \text{ و } a \equiv b \text{ آن گاه: } [m, n] \quad (۳)$$

نتایج:

$$a \equiv b \text{ آن گاه: } ac \equiv bc \text{ و } c \geq 1 \quad (۲)$$

$$a \equiv b \text{ آن گاه: } ac \equiv bc \text{ و } (m, c) = 1 \quad (۱)$$

روش اول

با استفاده از همنهشتی و خواص آن داریم:

$$\begin{aligned} a \equiv 16 \xrightarrow{\text{نکته ۱}} a \equiv 16 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \equiv 5 \quad (۱) \\ a \equiv 8 \xrightarrow{\text{نکته ۱}} a \equiv 8 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \equiv 5 \quad (۲) \\ \xrightarrow{\text{نکته ۱, ۲, ۳}} a \equiv 5 \xrightarrow{\text{نکته ۲}} a \equiv 38 \xrightarrow{\text{نکته ۴}} \frac{a}{۲} \equiv 19 \end{aligned}$$

روش دوم

به نظرت این سؤال رو چطوری می‌شه با قضیه تقسیم حل کرد؟



۲۷- دو عدد ۶۴ و ۱۲۱ به پیمانه m هم‌نهشت هستند و دو عدد ۲۵۳ و ۱۷۰ به پیمانه n با هم هم‌نهشت هستند. رقم یکان عدد m^{mn} کدام است؟ ($m, n \neq 1, m > 20$)

۵ (۴)

۹ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

راستی تا یادمون نرفته یکی از ویژگی‌های هم‌نهشتی رو بهتر بگیم...

اگر دو رابطه هم‌نهشتی با پیمانه یکسان داشتیم می‌توانیم طرفین این رابطه‌ها را در هم ضرب کنیم:

$$\begin{matrix} m \\ a \equiv b \\ m \\ c \equiv d \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} m \\ ac \equiv bd \end{matrix}$$

حیفه دیگه که محاسبه رقم یکان اعداد به فرم نمایی رو یادآوری نکنیم!

برای محاسبه رقم یکان هر عدد به فرم a^n باید $\begin{cases} n \text{ به پیمانه } 4 \\ a \text{ به پیمانه } 10 \end{cases}$ محاسبه شود.

$$121 \equiv 64 \pmod{m} \Rightarrow m \mid 121 - 64 \Rightarrow m \mid 57 \xrightarrow{m > 20} m = 57$$

$$253 \equiv 170 \pmod{n} \Rightarrow n \mid 253 - 170 \Rightarrow n \mid 83 \xrightarrow{n \neq 1} n = 83$$

$$57^{57 \times 83} \equiv ? \pmod{10}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 4 \\ 57 \equiv 1 \\ 4 \\ 83 \equiv 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \underbrace{57}_1 \times \underbrace{83}_3 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow 57^3 \equiv 7^3 \equiv 3 \pmod{10}$$



۲۸- باقی‌مانده $2023^{2023} \pmod{56}$ بر ۵۶ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۷

۱) ۵۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

یک خاصیت خوب هم‌نهشتی به پیمانه ۸

اگر a یک عدد فرد و b یک عدد زوج باشد، داریم:

$$\underbrace{a^b}_{\text{زوج}} \equiv 1 \pmod{8} \Rightarrow \underbrace{a^{b+1}}_{\text{فرد}} \equiv a \pmod{8}$$

$$2023^{2023} \equiv 2023 \equiv 7 \pmod{8} \quad (1)$$

$$2023^{2023} \equiv 0 \equiv 7 \pmod{56} \quad (2)$$

۵۶ حاصل ضرب ۲ عدد متباین ۷ و ۸ است. از نکته داریم:

با توجه به اینکه $7 \mid 2023$ داریم:

$$(1), (2) \xrightarrow{\text{طبق تعویض پیمانه هم‌نهشتی}} 2023^{2023} \equiv 7 \pmod{56}$$



۲۹- اگر عدد طبیعی شش رقمی \overline{ababab} مضرب ۹۹ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

باقی مانده تقسیم بر برخی اعداد

۱) باقی مانده تقسیم یک عدد بر ۹، برابر باقی مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹ است.

۲) برای پیدا کردن باقی مانده تقسیم یک عدد بر ۱۱، ارقام آن عدد را از سمت راست یک در میان مثبت و منفی نوشته و با هم جمع می کنیم و سپس باقی مانده تقسیم عدد حاصل بر ۱۱ را پیدا می کنیم.

چون عدد مورد نظر مضرب ۹۹ است، پس بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر است.

$$\overline{ababab} \equiv 3 - b + a - b + 1 - a \equiv 4 - 2b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv 4 \Rightarrow b \equiv 2 \Rightarrow b = 2 \quad (1)$$

$$\overline{ababab} \equiv a + 1 + 2 + a + 2 + 3 \equiv 2a + 8 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv -8 \Rightarrow a \equiv -4 \equiv 5 \Rightarrow a = 5 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a - b = 5 - 2 = 3$$



۳۰- معادله $190x \equiv 37 \pmod{17}$ در بازه $(52, m)$ دارای ۳ جواب است. جمع ارقام حداکثر m کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

مازیا می دونید شرط جواب معادله همنهشتی چیه؟!

شرط داشتن جواب در مجموعه اعداد صحیح برای معادله همنهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ برابر است با $(a, m) | b$.

$$\left. \begin{array}{l} 190x \equiv 37 \pmod{17} \\ 190 \equiv 3 \pmod{17} \\ 37 \equiv 3 \pmod{17} \end{array} \right\} \Rightarrow 3x \equiv 3 \xrightarrow[\substack{\div 3 \\ (3, 17)=1}]{\div 3} x \equiv 1 \Rightarrow x = 17k + 1$$

اکنون می دانیم کمترین مقدار $x = 17k + 1$ برابر ۵۲ است، پس کمترین مقدار k برابر است با:

$$52 = x_{\min} = 17 \times k_{\min} + 1 \Rightarrow k_{\min} = \frac{52-1}{17} = 3$$

$$k = 3 \Rightarrow x = 3 \times 17 + 1 = 52$$

$$k = 4 \Rightarrow x = 4 \times 17 + 1 = 69$$

$$k = 5 \Rightarrow x = 5 \times 17 + 1 = 86$$

$$k = 6 \Rightarrow x = 6 \times 17 + 1 = 103$$

$$\Rightarrow m = 103 \Rightarrow 1 + 0 + 3 = 4$$

توجه کنید که حداکثر مقدار m ، برابر چهارمین عدد موجود برای x خواهد بود تا ۳ جواب در بازه $(52, m)$ بیفتد.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

حرکت بر خط راست (تا قبل از حرکت با شتاب ثابت) صفحه‌های ۲ تا ۱۴

بودجه‌بندی
این آزمون

۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

۳۱- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف: در یک بازه زمانی، بردار سرعت متوسط هم‌جهت با بردار تغییرات سرعت است.
ب: اگر متحرک با تندی ثابت حرکت کند، سرعت متوسط و تندی متوسط آن هم‌اندازه‌اند.
پ: در یک بازه زمانی، بردار شتاب متوسط هم‌جهت با بردار تغییرات سرعت است.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» (۴) «پ»

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی موارد:

الف

طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است. (×)

ب

ممکن است جهت حرکت تغییر کند و سرعت متوسط و تندی متوسط برابر نشوند. (×)

پ

طبق رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، شتاب متوسط با بردار تغییرات سرعت هم‌جهت است. (✓)

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

وقتی اندازه یا جهت بردار سرعت متحرک تغییر کند آن حرکت شتاب‌دار است.

نکته

با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است با تغییر مسیر حرکت قطعاً بردار سرعت نیز تغییر جهت دارد.

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه t_1 تا t_2 به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود که در آن \vec{v}_1 سرعت متحرک در لحظه t_1 و \vec{v}_2 سرعت متحرک در لحظه t_2 است:

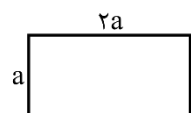
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

یکای شتاب متوسط $\frac{m}{s^2}$ است. شتاب متوسط، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت $\Delta \vec{v}$ است. اگر $\Delta t \rightarrow 0$ میل کند $t_2 \rightarrow t_1$ میل کرده و شتاب متوسط برابر شتاب در لحظه t_1 خواهد شد.

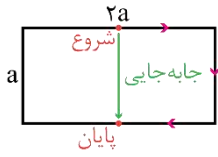


۳۲- متحرکی بر روی مستطیل شکل زیر در جهت ساعت‌گرد حرکت می‌کند. در مدتی که متحرک مسافت $3a$ را طی می‌کند، بیشترین

اندازه جابه‌جایی ممکن، چند برابر کمترین اندازه جابه‌جایی ممکن است؟

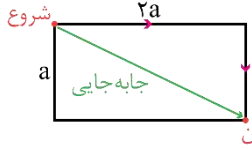


- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۴



اگر متحرک به گونه‌ای حرکت کند که ابتدای حرکت آن وسط طول بالایی مستطیل و انتهای حرکت آن وسط طول پایینی مستطیل باشد، جابه‌جایی کمینه است.

کمترین اندازه جابه‌جایی: $d_{\min} = a$



اگر متحرک به گونه‌ای حرکت کند که ابتدا و انتهای حرکت آن، دو سر قطر مستطیل باشد، جابه‌جایی بیشینه است.

بیشترین اندازه جابه‌جایی: $d_{\max} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

$$\rightarrow \frac{d_{\max}}{d_{\min}} = \frac{a\sqrt{5}}{a} = \sqrt{5}$$



۳۲- سرعت متوسط متحرکی در ۴ ثانیه اول حرکت $-2 \frac{m}{s}$ و در ۱۶ ثانیه بعدی $8 \frac{m}{s}$ است. سرعت متوسط در ۲۰ ثانیه اول حرکت

چند متر بر ثانیه است؟

-۶ (۴)

+۶ (۳)

-۴ (۲)

+۴ (۱)

گام اول:

جابه‌جایی متحرک را در هر کدام از بازه‌های زمانی پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x = v_{av} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = 4 \times (-2) = -8 \text{ m} \\ \Delta x_2 = 16 \times (8) = 128 \text{ m} \end{cases}$$

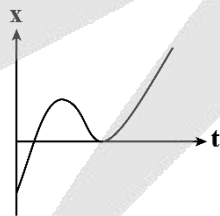
گام آخر:

سرعت متوسط کل متحرک را مطابق رابطه زیر به دست می‌آوریم:

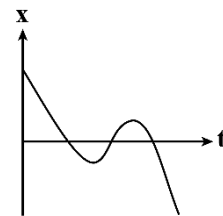
$$v_{av \text{ کل}} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-8 + 128}{4 + 16} = \frac{120}{20} = 6 \frac{m}{s}$$



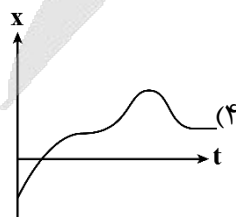
۳۴- کدام یک از نمودارهای مکان - زمان داده شده می‌تواند نشان‌دهنده نمودار $x-t$ یک متحرک باشد که جهت حرکت آن دو بار و جهت بردار مکان آن یک بار تغییر کرده است؟



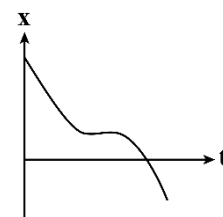
(۲)



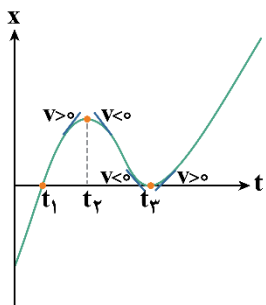
(۱)



(۴)



(۳)



در شکل گزینه (۲)، ۲ بار در لحظات t_2 و t_3 ، علامت شیب نمودار عوض شده و جهت حرکت تغییر کرده است. همچنین یک بار در لحظه t_1 ، علامت x تغییر کرده و در نتیجه جهت بردار مکان عوض شده است.



۳۵- اتومبیلی بر روی محور x حرکت می‌کند. جدول زیر، سرعت متوسط اتومبیل را در بازه‌های زمانی مشخص شده، نشان می‌دهد.

سرعت متوسط این اتومبیل در ۲ ثانیه چهارم حرکت، چند $\frac{m}{s}$ است؟

بازه زمانی	۴ ثانیه اول	۴ ثانیه دوم	۶ ثانیه اول
سرعت متوسط	$4 \frac{m}{s}$	$7 \frac{m}{s}$	$12 \frac{m}{s}$

(۱) ۳-

(۲) ۵-

(۳) ۱۱-

(۴) ۱۴-

جابه‌جایی کل در مدت ۸ ثانیه را به دو صورت زیر، برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_{0-4} + \Delta x_{4-8} = \Delta x_{0-6} + \Delta x_{6-8}$$

$$\Rightarrow v_{av_{0-4}} \Delta t_{0-4} + v_{av_{4-8}} \Delta t_{4-8} = v_{av_{0-6}} \Delta t_{0-6} + v_{av_{6-8}} \Delta t_{6-8}$$

$$\Rightarrow (4 \times 4) + (7 \times 4) = (12 \times 6) + v_{av_{6-8}} (2) \Rightarrow v_{av_{6-8}} = -14 \frac{m}{s}$$



۳۶- متحرکی با سرعت ثابت در حال حرکت است. اگر این متحرک در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -16m$ و $x_2 = -4m$ عبور کند، در کدام لحظه از مبدأ مکان می‌گذرد؟

(۴) پایان ثانیه دهم

(۳) پایان ثانیه نهم

(۲) پایان ثانیه هشتم

(۱) پایان ثانیه هفتم

معادله مکان - زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4 - (-16)}{7 - 4} = \frac{12}{3} = 4 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 = 4t + x_0 \xrightarrow[t = 4s]{x = -16m} -16 = 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -32m$$

در ادامه لحظه عبور از مبدأ مکان ($x = 0$) را به دست می‌آوریم:

$$x = 4t - 32 \Rightarrow 0 = 4t - 32 \Rightarrow t = 8s$$

بنابراین در پایان ثانیه هشتم ($t = 8s$) متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد.

حرکت با سرعت ثابت

اگر در یک حرکت، بردار سرعت تغییر نکند، یعنی هم اندازه سرعت (تندی) و هم جهت حرکت ثابت بماند، حرکت با سرعت ثابت انجام شده است. در حرکت با سرعت ثابت، متحرک بدون تغییر جهت و بر روی یک خط راست حرکت می‌کند و سرعت آن در هر لحظه دلخواه، با سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی دلخواه برابر است. معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت برابر است با:

$$x = vt + x_0$$

$$v = \text{مقداری ثابت}$$

سرعت: v x_0 : مکان اولیه

یه نمونه باحال

متحرکی با سرعت ثابت $v = (-4 \frac{m}{s}) \vec{i}$ از مکان اولیه $x_0 = 6m$ شروع به حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، متحرک از مبدأ محور x می‌گذرد؟

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادله مکان - زمان را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \\ v = -4 \frac{m}{s} \rightarrow x = -4t + 6 \\ x_0 = 6m \end{cases}$$

در هنگام عبور از مبدأ محور، $x = 0$ است، بنابراین داریم:

$$x = -4t + 6 \xrightarrow{x=0} 0 = -4t + 6 \rightarrow t = 1.5 \text{ s}$$



۳۷- متحرکی در حرکت روی خط راست و بدون تغییر جهت، $\frac{1}{4}$ مسیر را با تندی $10 \frac{m}{s}$ ، $\frac{1}{3}$ از باقی‌مانده مسیر را با تندی $20 \frac{m}{s}$

و ادامه مسیر را با تندی $40 \frac{m}{s}$ طی می‌کند. تندی متوسط در کل مسیر چند واحد SI است؟

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

مطابق سؤال در صورتی که کل مسافت طی شده توسط متحرک d باشد؛ طبق گفته مسئله این مسافت را به قسمت‌های مختلف تقسیم می‌کنیم تا بازه زمانی هر بخش را پیدا کنیم:

گام اول:

متحرک مسافت $\frac{d}{4}$ را با تندی $10 \frac{m}{s}$ طی می‌کند؛ بنابراین زمان صرف‌شده در این بخش به صورت زیر است:

$$\Delta t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{\frac{d}{4}}{10} = \frac{d}{40}$$

گام دوم:

در ادامه متحرک $\frac{1}{3}$ باقی مسیر، یعنی $\frac{1}{3} \times \frac{3d}{4} = \frac{d}{4}$ را با تندی $20 \frac{m}{s}$ طی می‌کند. زمان صرف‌شده در این بازه به صورت زیر است:

$$\Delta t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{\frac{d}{4}}{20} = \frac{d}{80}$$

گام سوم:

متحرک باقی مسیر $(d - (\frac{d}{4} + \frac{d}{4}) = \frac{d}{2})$ را نیز با تندی $40 \frac{m}{s}$ طی می کند. زمان صرف شده در این بازه نیز به صورت زیر است:

$$\Delta t_3 = \frac{l_3}{v_3} = \frac{\frac{d}{2}}{40} = \frac{d}{80}$$

گام آخر:

تندی متوسط متحرک را در کل مسیر از رابطه زیر به دست می آوریم:

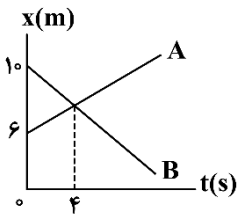
$$s_{av} = \frac{l_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{d}{\frac{d}{40} + \frac{d}{80} + \frac{d}{80}} = \frac{d}{\frac{d}{20}} = 20 \frac{m}{s}$$

نکته

اگر جابه جایی متحرکی در بازه های زمانی متوالی $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ به ترتیب برابر $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots$ باشد، آن گاه جابه جایی کل متحرک برابر $\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots$ است و سرعت متوسط متحرک در کل حرکت برابر $v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$ است.



۳۸- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. فاصله این دو متحرک در لحظه $t = 10s$ از یکدیگر چند متر است؟

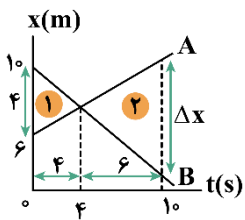


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

از تشابه مثلث ها، فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 10s$ به دست می آوریم:



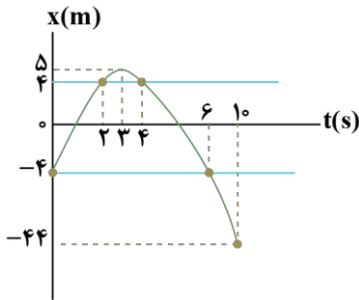
$$\frac{4}{4} = \frac{\Delta x}{6} \Rightarrow \Delta x = 6m$$



۳۹- معادله مکان-زمان متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 4$ است. در ۱۰ ثانیه اول حرکت، حداکثر چند ثانیه فاصله متحرک تا مبدأ محور، بزرگ تر یا برابر ۴ متر است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

ابتدا به کمک مختصات، عرض از مبدأ سهمی و رأس آن، نمودار سهمی را رسم می‌کنیم:



$$t = 0 \Rightarrow x_0 = -4m$$

$$\text{رأس سهمی: } t = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3s \Rightarrow x = -9 + 18 - 4 = 5m$$

در ادامه، زمان‌های مربوط به مکان‌های $+4m$ و $-4m$ را به دست می‌آوریم:

$$x = 4 \Rightarrow -t^2 + 6t - 4 = 4 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 4s \end{cases}$$

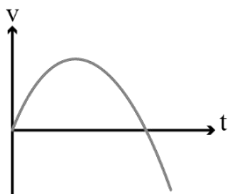
$$x = -4 \Rightarrow -t^2 + 6t - 4 = -4 \Rightarrow t^2 - 6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0s \\ t = 6s \end{cases}$$

با توجه به نمودار، در بازه زمانی $2s$ تا $4s$ و نیز در بازه زمانی $6s$ تا $10s$ ، فاصله متحرک از مبدأ محور، بزرگ‌تر یا برابر 4 متر است، که در مجموع $6s$ می‌شود.



۴۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متوسط متحرک در

۳ ثانیه دوم حرکت صفر باشد، جهت حرکت متحرک در کدام لحظه بر حسب ثانیه تغییر کرده است؟

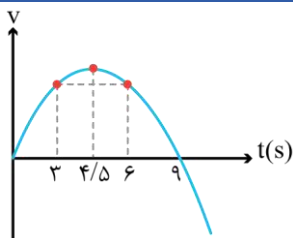


۹ (۱)

۶ (۲)

۱۰ (۳)

۸ (۴)



شتاب متوسط در ۳ ثانیه دوم ($3s < t < 6s$) صفر است، پس سرعت متحرک در لحظات $t = 3s$ و $t = 6s$ برابر است. با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، می‌توان نتیجه گرفت که رأس سهمی در زمان

در $t = \frac{3+6}{2} = 4.5s$ قرار دارد. از طرفی با توجه به این که سرعت در $t = 0$ برابر صفر است و رأس سهمی در

لحظه $t = 4.5s$ قرار دارد، می‌توان فهمید که سرعت در $t = 9s$ دوباره صفر می‌شود، بنابراین علامت سرعت در

لحظه $t = 9s$ عوض می‌شود و در نتیجه جهت حرکت متحرک هم در همین لحظه تغییر می‌کند.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا قبل از رسانایی الکتریکی محلول‌ها)
صفحه‌های ۱ تا ۱۶

بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۳: ۳ تست از ۳۰ تست کنکور

سهم در
کنکور

۴۱- مقدار ۷۶/۵ گرم از یک پاک‌کننده صابونی سیرشده جامد با ۱ لیتر آب سخت با غلظت $10^{-2} \times 6/25$ مولار یون کلسیم و 1500 ppm یون منیزیم به‌طور کامل واکنش می‌دهد. اگر تعداد اتم‌های کربن در این پاک‌کننده صابونی با تعداد اتم‌های کربن در یک پاک‌کننده غیرصابونی برابر باشد، تعداد اتم‌ها در واحد فرمولی پاک‌کننده غیرصابونی کدام است؟

($Mg = 24, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۵۸ (۴)

۵۵ (۳)

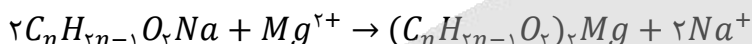
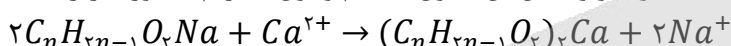
۴۹ (۲)

۵۲ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

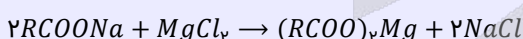
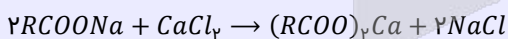
پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی یک پاک‌کننده صابونی سیرشده به‌صورت $C_nH_{2n-1}O_2Na$ بوده و واکنش آن با یون کلسیم و یون منیزیم به‌صورت زیر است:



آب سخت

به آب‌هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود. صابون‌های جامد و مایع هر دو با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهند که به‌صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. برای مثال واکنش صابون‌های جامد با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} به‌صورت زیر است:



مقدار ۷۶/۵ گرم از این پاک‌کننده صابونی با ۱ لیتر آب سخت با غلظت $10^{-2} \times 6/25$ مولار از یون کلسیم و غلظت 1500 ppm از یون منیزیم واکنش داده است. ابتدا باید تعداد مول صابون مصرف شده را محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

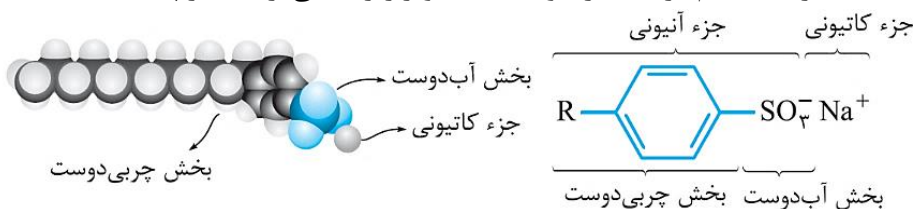
$$? \text{ mol } C_nH_{2n-1}O_2Na = 1 \text{ L آب سخت} \times \frac{6/25 \times 10^{-2} \text{ mol } Ca^{2+}}{1 \text{ L آب سخت}} \times \frac{2 \text{ mol } C_nH_{2n-1}O_2Na}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} = 0.125 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } C_nH_{2n-1}O_2Na = 1 \text{ L آب سخت} \times \frac{1000 \text{ g آب سخت}}{1 \text{ L آب سخت}} \times \frac{1500 \text{ g } Mg^{2+}}{10^6 \text{ g آب سخت}} \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{24 \text{ g } Mg^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol } C_nH_{2n-1}O_2Na}{1 \text{ mol } Mg^{2+}} = 0.125 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات بالا، مجموعاً ۰/۲۵ مول صابون مصرف شده است که معادل ۷۶/۵ گرم است. بنابراین جرم مولی صابون برابر با ۳۰۶ گرم است. در قدم بعد، تعداد کربن موجود در ساختار صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$C_nH_{2n-1}O_2Na: 12n + 2n - 1 + 32 + 23 = 306 \implies n = 18$$

بنابراین در پاک‌کننده صابونی مد نظر ۱۸ اتم کربن وجود دارد. فرمول شیمیایی یک پاک‌کننده غیرصابونی با ۱۸ اتم کربن به‌صورت $C_{12}H_{25}C_6H_4SO_2Na$ است که دارای ۵۲ اتم در ساختار خود است. تصویر زیر، نمایی از ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی را نشان می‌دهد:





پاک‌کننده‌های صابونی

پاک‌کننده‌های صابونی، از جمله موادی هستند که از آن‌ها برای پاک‌کردن لکه‌ها و قطره‌های چربی استفاده می‌شود. به نمک سدیم، پتاسیم و یا آمونیوم اسیدهای چرب بلند زنجیر، صابون گفته می‌شود. در واقع، صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب و صابون‌های جامد نیز نمک سدیم اسیدهای چرب هستند. از آنجا که صابون‌های جامد دمای ذوب بالاتری دارند، پس می‌توان گفت اگر یون Na^+ موجود در نوعی صابون را با کاتیون آمونیوم و یا کاتیون K^+ جایگزین کنیم، دمای ذوب آن کاهش می‌یابد.



۴۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، نصف مقدار این نسبت در سدیم سولفید است.
 ب - فرمول شیمیایی اسید چرب سازنده استر سنگینی با فرمول $C_{54}H_{98}O_6$ ، به صورت $C_{17}H_{31}O_2$ است.
 ج - رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری و آبراه‌ها، آن‌چنان به این سطوح می‌چسبد که با صابون زوده نمی‌شود.
 د - در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حداقل دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.
 ه - مشابه انحلال سدیم اکسید در آب، غلظت آنیون و کاتیون در محلول ایجاد شده از انحلال N_2O_5 در آب، یکسان است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

به جز عبارت (ب)، سایر عبارتهای داده شده درست‌اند.

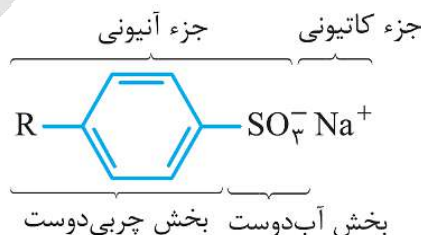
بررسی موارد:

الف) نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در پاک‌کننده‌های غیرصابونی با فرمول عمومی $RC_nH_{2n}SO_3^- Na^+$ و سدیم سولفید (یک ترکیب یونی دوتایی با فرمول شیمیایی Na_2S) به ترتیب برابر با ۱ و ۲ است. توجه داریم که پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند. این مواد قدرت پاک‌کنندگی بیشتری نسبت به صابون (با فرمول عمومی $RCOO^- Na^+$) دارند و در آب‌های سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند؛ زیرا با یون‌های منیزیم و کلسیم موجود در این آب‌ها رسوب نمی‌دهند.

ب) فرمول الکل بکار رفته برای تولید این استر سنگین به صورت $CH_2OHCHOHCH_2OH$ بوده و در نتیجه فرمول اسید چرب سازنده این روغن به صورت $C_{17}H_{31}O_2 = \frac{C_{54}H_{98}O_6 - C_7H_{14} + 2H}{3}$ است. توجه داریم که شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار مولکولی یک اسید چرب سیرشده و یا سیرنشده، هرگز نمی‌تواند یک عدد فرد باشد.

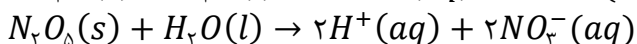
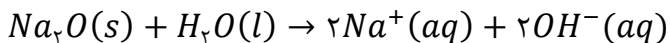
ج) برای زدودن این رسوب‌ها به پاک‌کننده‌های خورنده نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی بدهند و آن‌ها را به فرآورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند. موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید و سفیدکننده‌ها از جمله این پاک‌کننده‌ها هستند. پاک‌کننده‌های خورنده از نظر شیمیایی فعال‌اند و خاصیت خورندگی دارند.

د) در پاک‌کننده‌های غیرصابونی با ساختار زیر، دو اتم کربن حلقه بنزنی که به زنجیره هیدروکربنی و گروه SO_3^- متصل‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده‌اند. توجه داریم که در گروه R نیز می‌تواند اتم کربنی وجود داشته باشد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.





مطابق واکنش‌های زیر، از انحلال یک مول از سدیم اکسید و یک مول دی‌نیتروژن پنتاکسید در آب، دو مول کاتیون و دو مول آنیون تولید می‌شود:



توجه داریم که سدیم اکسید، یک باز آرنیوس و دی‌نیتروژن پنتاکسید، یک اسید آرنیوس است.



۴۳- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف - ذرات صابون در مخلوط ناهمگن آب، روغن و صابون، از طرف دم هیدروکربنی به سمت ذرات روغن جهت‌گیری می‌کنند.
 ب - جوهر نمک، پاک‌کننده‌ای خورنده با خواص اسیدی بوده و همانند مخلوط آب و آهک، رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند.
 ج - از افزودن مواد کلردار به صابون‌ها برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.
 د - نخستین کسی که اسیدها را بر مبنای علمی توصیف کرد، روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

مخلوط مورد نظر، نوعی کلوئید به شمار رفته و در دیدگاه ذره‌ای، از جمله مخلوط‌های ناهمگن به شمار می‌رود. مولکول‌های صابون موجود در این مخلوط از طرف دم هیدروکربنی خود (بخش ناقطبی مولکول‌های صابون) به سمت ذرات روغن (مولکول‌های ناقطبی) جهت‌گیری می‌کنند. این مولکول‌ها از طرف بخش قطبی مولکول‌های خود نیز به سمت مولکول‌های آب (مولکول‌های قطبی) جهت‌گیری می‌کنند. جهت‌گیری مولکول‌های صابون در مخلوط آب و روغن و ساختار این مولکول‌ها مطابق با تصویر زیر است:



جوهر نمک یک پاک‌کننده خورنده با خاصیت اسیدی است و رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند. از آنجا که آهک (کلسیم اکسید) یک اکسید فلزی با خاصیت بازی است، برخلاف جوهر نمک، رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند. روند تغییر رنگ کاغذ pH در مجاورت با مواد مختلف به صورت زیر است:

تغییر رنگ کاغذ پی‌اچ	مواد بازی مثل آب‌آهک، محلول سود، مخلوط صابون در آب و خون انسان	از زرد به آبی
	مواد اسیدی مثل جوهر نمک، سرکه سفید، اسید معده و سولفوریک اسید	از زرد به قرمز

از افزودن مواد گوگرددار به صابون‌ها برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود. تأثیر افزودنی‌های مختلف صابون‌ها به شرح زیر است:

افزودنی‌های صابون	مواد گوگرددار	از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی
	مواد کلردار	افزایش خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی
	نمک‌های فسفات	افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب‌های سخت

آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. او بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد. یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، اما میزان رسانایی آن‌ها با یکدیگر یکسان

نیوده و هر محلول، رسانایی الکتریکی متفاوتی با سایر محلول‌ها دارد. البته، توجه داریم که شواهد تاریخی نشان می‌دهند پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی از واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.



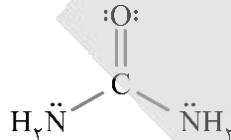
۴۴- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، گروه‌های NH_2 - از ذرات اوره را جدا کرده و به جای آن‌ها، گروه عاملی کربوکسیل قرار می‌دهیم. در ساختار هر مولکول از ترکیب ایجاد شده، چند جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و این ماده، در چه حلالی حل خواهد شد؟

- (۱) ۱۰ - آب (۲) ۱۰ - بنزین (۳) ۸ - آب (۴) ۸ - بنزین

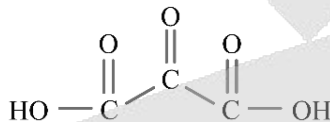
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار اولیه مولکول اوره به صورت زیر است:



اگر گروه‌های NH_2 - از ذرات اوره را جدا کرده و به جای آن‌ها، گروه عاملی کربوکسیل قرار بدهیم، مولکولی با ساختار زیر ایجاد می‌شود:



این ماده، در ساختار خود دارای ۵ اتم اکسیژن بوده و هر اتم اکسیژن نیز دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است، پس می‌توان گفت در ساختار این ماده مجموعاً ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. این ماده شدیداً قطبی بوده و چون توانایی برقرار کردن پیوند هیدروژنی با ذرات آب و ... را دارد، در حلال‌های قطبی مثل آب و اتانول به خوبی حل می‌شود. توجه داریم که به‌عنوان یک قانون کلی، می‌توان گفت شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند. بر این اساس می‌توان مواد را به چهار دسته تقسیم کرد:

انواع مواد	مولکول‌های ناقطبی	برقراری نیروی جاذبه دوقطبی القایی	محلول در حلال ناقطبی
	مولکول‌های قطبی	برقراری نیروی جاذبه دوقطبی	محلول در حلال قطبی
	مولکول‌های دارای H متصل به FON	برقراری پیوند هیدروژنی	محلول در حلال دارای پیوند هیدروژنی
	ترکیب‌های یونی	برقراری جاذبه یونی	اغلب، محلول در آب (حلال قطبی)



۴۵- برای از بین بردن سختی ۲۵ لیتر آب با چگالی $1/2 g \cdot mL^{-1}$ که درصد جرمی کلسیم کلرید در آن برابر با ۲/۲۲ درصد است، باید چند مول نمک پتاسیم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم و در ساختار ترکیب رسوبی تولید شده طی این فرایند، تفاوت

شمار مول آنیون‌ها و کاتیون‌ها چقدر می‌شود؟ ($Ca = 40$ و $Cl = 35/5 : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۲ - ۴ (۲) ۳ - ۴ (۳) ۲ - ۶ (۴) ۳ - ۶

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

افزودن نمک‌های فسفات به شوینده‌ها، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب‌های سخت بر اساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:



طی این واکنش‌ها، یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} به شکل رسوب درآمده و از محلول مورد نظر خارج می‌شوند. با خارج شدن این کاتیون‌های مزاحم، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت از واکنش‌های بالا برای از بین بردن سختی آب استفاده می‌شود. در قدم اول، باید غلظت مولی یون کلسیم را در محلول اولیه به دست بیاوریم:

$$\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 10 = \frac{10 \times 2/22 \times 1/2}{111} = 0/24 \text{ mol} \cdot L^{-1} \rightarrow [Ca^{2+}] = 0/24 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

جرم مولی

۴۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- ۱) مخلوط روغن زیتون در هگزان، یک مخلوط همگن است.
- ۲) یک نمونه آب، برخلاف بنزین، حلال مناسبی برای حل کردن اوره به شمار می‌رود.
- ۳) الیاف سازنده پارچه‌های پلی‌استری در مقایسه با الیاف نخی، خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند.
- ۴) پاک‌کننده‌های صابونی، فاقد حلقه بنزنی بوده و برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، با آب سخت واکنش می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

قدرت چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه‌های پلی‌استری بیشتر از پارچه‌های نخی است. بر این اساس، پارچه‌های پلی‌استری خاصیت چربی‌دوستی (آب‌گریزی) بیشتری دارند. به عبارت دیگر، پارچه‌های نخی خاصیت آب‌دوستی بیشتری دارند. در نتیجه قدرت پاک‌کنندگی صابون برای پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است.

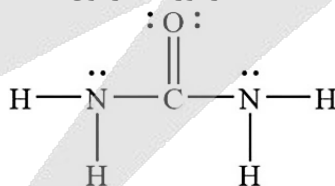
عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

۱. میزان سختی آب: صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون به شدت کاهش می‌یابد.
۲. جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.
۳. آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۴. دما: علاوه بر این که در دمای بالاتر، ساختار چربی موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین گرمای واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۵. افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

روغن زیتون یک درشت مولکول ناقطبی است. هگزان (C_6H_{14}) نیز یک هیدروکربن از دسته آلکان‌ها است و می‌دانیم که هیدروکربن‌ها از جمله مواد ناقطبی هستند. طبق قانون شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند، مواد ناقطبی با هم یک مخلوط همگن (محلول) ایجاد می‌کنند.

اوره یک ماده مولکولی قطبی است و در حلال‌های قطبی به خوبی حل می‌شود. آب برخلاف بنزین یک ماده قطبی است و بر این اساس مخلوط اوره در آب، یک محلول آبی است. به ساختار اوره با فرمول شیمیایی NH_2CONH_2 دقت کنید:



در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی یک حلقه بنزنی وجود دارد، در حالی که پاک‌کننده‌های صابونی فاقد این حلقه هستند. همچنین، پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب واکنش می‌دهند و رسوب تولید می‌کنند.



۴۸- کدام یک از مخلوط‌های زیر ناهمگن و پایدار هستند؟

- ۱) جوهر نمک
- ۲) شربت معده
- ۳) ضدیخ
- ۴) شیر

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

منظور از مخلوط‌های ناهمگن ولی پایدار، کلوئیدها است. کلوئیدها همانند سوسپانسیون‌ها، از نظر میکروسکوپی ناهمگن هستند و نور را پخش می‌کنند. این در حالی است که کلوئیدها، همانند محلول‌ها پایدار هستند و به مرور زمان ته‌نشین نمی‌شوند. به همین دلیل، کلوئیدها همانند مرزی بین سوسپانسیون و محلول هستند. در بین گزینه‌های داده شده، فقط شیر یک کلوئید است. جوهر نمک، محلول رقیق هیدروکلریک



اسید در آب و ضدیخ، محلول اتیلن گلیکول در آب است. شربت معده نیز یک سوسپانسیون به حساب می‌آید که از ریختن منیزیم هیدروکسید در آب به دست می‌آید.



۴۹- اگر نمونه‌ای به جرم ۳۱ گرم از سدیم اکسید با خلوص ۵۰ درصد وارد ۲ لیتر آب مقطر شود، غلظت یون هیدروکسید در محلول

ایجاد شده به چند مول بر لیتر می‌رسد؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید. $(Na = 23, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$)

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

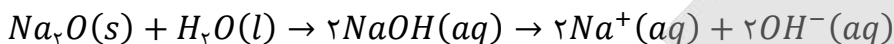
۰/۲ (۲)

۰/۴ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش سدیم اکسید به عنوان یک اکسید بازی با آب به صورت زیر است:



مقدار مول یون هیدروکسید تولید شده در این فرایند برابر است با:

$$? mol OH^- = 31 g Na_2O \text{ ناخالص} \times \frac{50 g Na_2O \text{ خالص}}{100 g Na_2O \text{ ناخالص}} \times \frac{1 mol Na_2O}{62 g Na_2O} \times \frac{2 mol OH^-}{1 mol Na_2O} = 0.5 mol$$

غلظت مولی یون هیدروکسید را نیز می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$M = \frac{n}{V(L)} \Rightarrow M = \frac{0.5}{2} = 0.25 mol \cdot L^{-1}$$

توجه داریم که محلول تولید شده طی این فرایند، خاصیت بازی دارد.



۵۰- بخش آنیونی یک صابون جامد، دارای ۱۸ اتم کربن بوده و فقط دارای یک حلقه بنزنی است. نمونه‌ای به جرم ۱۴/۹ گرم از این صابون،

به مقداری آب سخت حاوی کاتیون کلسیم افزوده شده و طی این فرایند کل صابون مصرف می‌گردد. جرم رسوب ایجاد شده برابر

با چند گرم است؟ $(Ca = 40, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1})$

۱۵/۷۵ (۴)

۷/۸۷۵ (۳)

۱۴/۷۵ (۲)

۷/۳۷۵ (۱)

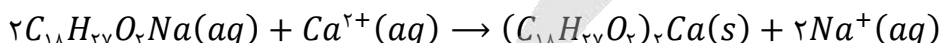
(سخت - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

صابون جامد، نمک سدیم اسید چرب با فرمول مولکولی $RCOO^-Na^+$ است. فرمول شیمیایی بخش آنیونی پاک‌کننده صابونی، به صورت $RCOO^-$ است. در این بخش، ۱۸ اتم کربن و یک حلقه بنزنی وجود دارد. ساختار صابون مورد نظر به صورت زیر است:



فرمول شیمیایی صابون فوق، به صورت $C_{18}H_{37}O_2Na$ بوده و جرم مولی آن، برابر با ۲۹۸ گرم بر مول است. پاک‌کننده‌های صابونی با کاتیون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت واکنش داده و رسوب سفیدرنگ ایجاد می‌کنند. اگر آب سخت، دارای یون‌های کلسیم باشد، واکنش صابون فوق با این یون موجود در آب سخت به صورت زیر است:



جرم رسوب تولید شده در واکنش، برابر است با:

$$? g (C_{18}H_{37}O_2)_2Ca = 14/9 g C_{18}H_{37}O_2Na \times \frac{1 mol C_{18}H_{37}O_2Na}{298 g C_{18}H_{37}O_2Na} \times \frac{1 mol (C_{18}H_{37}O_2)_2Ca}{2 mol C_{18}H_{37}O_2Na} \times \frac{590 g (C_{18}H_{37}O_2)_2Ca}{1 mol (C_{18}H_{37}O_2)_2Ca} = 14/75 g$$

بنابراین جرم رسوب ایجاد شده، برابر با ۱۴/۷۵ گرم است.



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

