

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲۷ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکان مشاوره باارف

هندسه ۱

چندضلعی‌ها
صفحه‌های ۶۵ تا ۷۶

سهم در کنکور: —

ریاضی ۱

تابع + شمارش، بدون شمردن
صفحه‌های ۹۴ تا ۱۴۰

سهم در کنکور: —

شیمی ۱

آب، آهنگ زندگی
(تا قبل از رفتار آب
و دیگر مولکول‌ها)
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۳

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

دما و گرما
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشتر



۱- رابطه $f = \{(1, a+b), (2, a-3b), (1, 2a-1), (2, 4), (3, 2a-b)\}$ تابع است. مقدار $f(3)$ کدام است؟

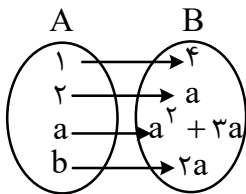
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۲- اگر تابع $f(x) = 2x^2 + (4x+a)(bx-1)$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{6}{5}$ (۳) $-\frac{8}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq a \\ 2x^2 & x \leq a \end{cases}$ تابع باشد، مجموع مقادیر ممکن $f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴



۴- تابع f در نمودار و ن رسم شده، یک تابع خطی را نشان می دهد. مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۵- برد تابع $f(x) = \begin{cases} |2x-1| & x > 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -x^2 - 4x - 3 & x \leq -1 \end{cases}$ کدام است؟

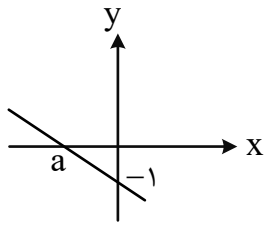
- (۱) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - (0, 1)$ (۳) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۴) $\mathbb{R} - (1, 2)$

۶- در تابع خطی f می دانیم دامنه تابع $D_f = [-1, 5]$ و برد تابع $R_f = [2, 6]$ است. در این صورت، مجموع مقادیر ممکن برای $f(0)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

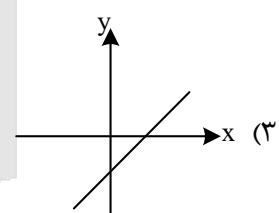
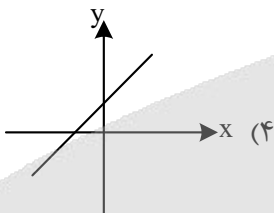
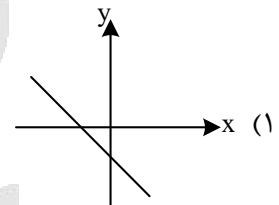
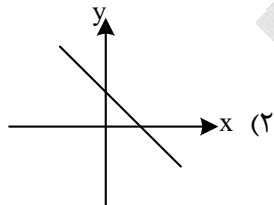
محل انجام محاسبات

۷- نمودار تابع خطی f به شکل مقابل است. اگر جمع جوابهای معادله $|f(x)| = 2$ برابر -6 باشد. مقدار a کدام است؟

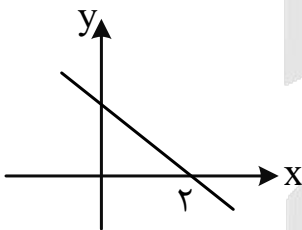


- (۱) -4
- (۲) -3
- (۳) -5
- (۴) -6

۸- تابع $f(x) = 2x - \frac{ax^2 + bx}{x+2}$ همانی است. نمودار تابع $y = af(x) + b$ چگونه است؟



۹- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4ax + c}{b-x} & x \neq b \\ 1 & x = b \end{cases}$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

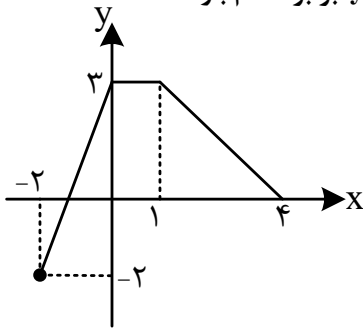


- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{5}{8}$

- (۱) $\frac{7}{4}$
- (۳) $\frac{7}{8}$

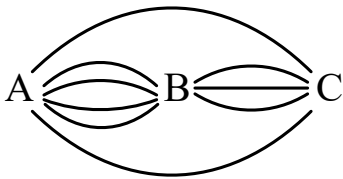
محل انجام محاسبات

۱۰- نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل است. اشتراک دامنه و برد تابع $y=2+f(x-1)$ برابر کدام بازه است؟



- (۱) $[-3, 1]$
- (۲) $[-3, 3]$
- (۳) $[0, 3]$
- (۴) $[0, 5]$

۱۱- در شکل مقابل، راه‌های موجود بین شهرهای A، B و C رسم شده‌اند. به چند طریق می‌توانیم از A به C برویم و برگردیم به طوری که از هیچ کدام از جاده‌ها بیشتر از یک بار استفاده نکنیم؟



- (۱) ۱۲۲
- (۲) ۱۹۶
- (۳) ۱۸۲
- (۴) ۱۶۸

۱۲- با حروف کلمه «جوانمرد» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها کلمه «مرد» دیده شده ولی کلمه «جوان» وجود نداشته باشد؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۱۱۸
- (۳) ۱۱۹
- (۴) ۱۲۰

۱۳- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع می‌توان نوشت، به طوری که $f(1) \neq 2$ و $f(2) \neq 5$ باشد؟

- (۱) ۱۵۰۰
- (۲) ۱۸۰۰
- (۳) ۲۰۰۰
- (۴) ۲۵۰۰

محل انجام محاسبات

۱۴- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۱۵- چند عدد سه رقمی کوچک تر از ۵۷۳ وجود دارد که دارای رقم تکراری است؟

- (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۳۴ (۳) ۱۴۱ (۴) ۱۴۲

۱۶- در چند جایگشت از حروف کلمه today حروف t و d کنار هم قرار می گیرند ولی حروف a و y کنار هم قرار نمی گیرند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۷- می خواهیم رأس های مربع را با چهار رنگ مختلف رنگ کنیم. این کار به چند طریق ممکن است هرگاه رؤس مجاور هم رنگ نباشند؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۸۴

۱۸- در چند جایگشت چهار حرفی از حروف کلمه logarithm حرف m وجود دارد ولی حرف t وجود ندارد؟

- (۱) ۵۰۴ (۲) ۷۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۹۶۰

۱۹- اگر $\binom{n}{2} = 8n$ باشد، در این صورت حاصل $\binom{2n+1}{n-2}$ با کدام یک از مقادیر زیر برابر است؟

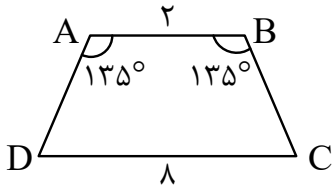
- (۱) $\binom{37}{23}$ (۲) $\binom{33}{19}$ (۳) $\binom{31}{18}$ (۴) $\binom{35}{20}$

۲۰- از بین ۴ دانشمند ایرانی، ۳ آلمانی و ۲ هندی، می خواهیم یک کمیته ۴ نفره تشکیل دهیم به طوری که حداقل یک ایرانی عضو آن باشد و هر دو هندی با هم در آن نباشند. این کار به چند طریق ممکن است؟

- (۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

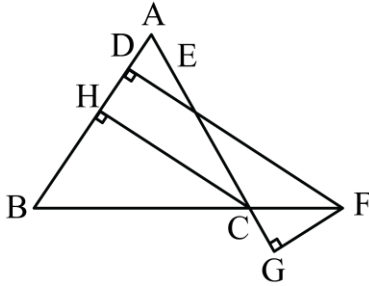
محل انجام محاسبات

۲۱- در ذوزنقه شکل مقابل، زاویه‌های منفرجه هر کدام 135° و طول دو قاعده ۲ و ۸ است. مساحت این ذوزنقه کدام است؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵

۲۲- در شکل مقابل، $AB=AC$ ، $HC=6$ و $FG=4$ است. اگر $AD=DH$ باشد، اندازه EF کدام است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

۲۳- در مثلث $\triangle ABC$ داریم $AB=10$. اگر میان‌های نظیر اضلاع BC و AC به ترتیب ۱۵ و ۱۸ باشند، مساحت مثلث $\triangle ABC$ ، کدام است؟

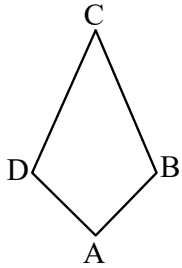
- (۱) ۱۹۲
- (۲) ۱۶۸
- (۳) ۱۰۸
- (۴) ۱۴۴

۲۴- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، فاصله یک نقطه از ۳ ضلع $\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{3}$ می‌باشد. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{3}$
- (۲) $12\sqrt{3}$
- (۳) $24\sqrt{3}$
- (۴) $36\sqrt{3}$

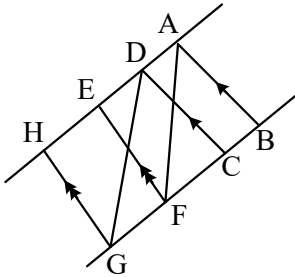
محل انجام محاسبات

۲۵- در چهارضلعی مقابل، $AD=AB$ و $CD=BC$ است. اگر $\hat{A}=150^\circ$ ، $\hat{B}=90^\circ$ و $BD=1$ باشد، مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) ۴
- (۴) ۳

۲۶- در شکل مقابل، $CD \parallel AB$ و $GH \parallel EF$ است. اگر مساحت $ADGF$ ، چهار برابر مساحت $ABCD$ باشد، مساحت $HEFG$ چند برابر $ADGF$ است؟ ($AH \parallel BG$)



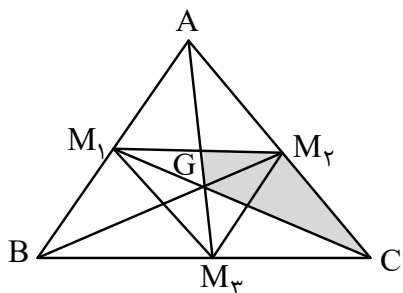
- (۱) ۱
- (۲) ۱/۷۵
- (۳) ۳/۲۵
- (۴) ۴

۲۷- چندضلعی شبکه‌ای A، ۸ نقطهٔ درونی بیشتر و ۴ نقطهٔ مرزی کم‌تر از چندضلعی شبکه‌ای B دارد. اگر مساحت چندضلعی شبکه‌ای A، ۲/۵ برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای B باشد، حداکثر تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای B کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

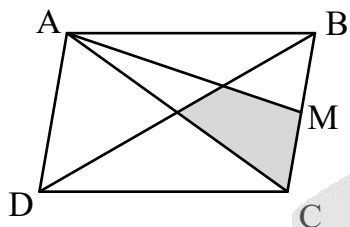
محل انجام محاسبات

۲۸- در شکل مقابل، میانه‌های مثلث $\triangle ABC$ را رسم کرده‌ایم. اگر پای میانه‌های مثلث را به هم وصل کنیم مساحت قسمت هاشور خورده چند برابر مساحت مثلث $\triangle ABC$ است؟



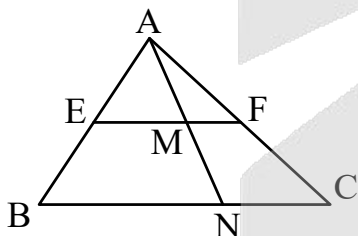
- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{5}{24}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{7}{12}$

۲۹- در شکل مقابل، $ABCD$ ، متوازی‌الاضلاع و M وسط BC است. مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ چند برابر مساحت چهارضلعی رنگی است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۲

۳۰- در مثلث $\triangle ABC$ ، خط EF موازی BC است. اگر $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{MF}{BN} = \frac{1}{6}$ باشد، حاصل $\frac{S_{MFCN}}{S_{\triangle ABC}}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{5}$
- (۲) $\frac{4}{15}$
- (۳) $\frac{21}{15}$
- (۴) $\frac{4}{25}$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲۷ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

مکانشاپور مارف

هندسه ۱

چندضلعی‌ها
صفحه‌های ۶۵ تا ۷۶

سهم در کنکور: —

ریاضی ۱

تابع + شمارش، بدون شمردن
صفحه‌های ۹۴ تا ۱۴۰

سهم در کنکور: —

شیمی ۱

آب، آهنگ زندگی
(تا قبل از رفتار آب
و دیگر مولکول‌ها)
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۳

سهم در کنکور: ۳ سؤال

فیزیک ۱

دما و گرما
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

سهم در کنکور: ۲ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می‌کنید.

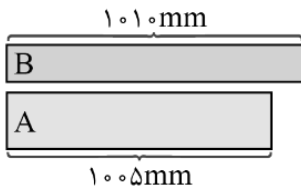
ویژه دانش آموزان پیشتر



۳۱- گرم‌ترین نقطه روی زمین، ناحیه‌ای در کویر لوت است که دمای آن تا حدود 158°F و سردترین نقطه در قطب جنوب است که دمای آن تا -89°C گزارش شده است. اختلاف این دو دما چند کلوین است؟

- ۶۹ (۱) ۱۵۹ (۲) ۲۴۷ (۳) ۴۳۳ (۴)

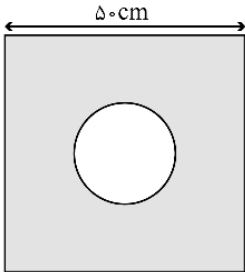
۳۲- در شکل زیر، دمای میله‌ها را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا طول دو میله A و B برابر شود؟



$$(\alpha_B = 2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}, \alpha_A = 4 \times 10^{-5} \text{K}^{-1})$$

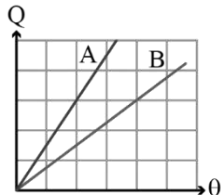
- ۸۰ (۱) ۱۸۰ (۲)
۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴)

۳۳- مطابق شکل، درون یک ورقه مسی مربع شکل یک حفره دایره‌ای به مساحت 400 cm^2 ایجاد کرده‌ایم. اگر دمای این ورقه را افزایش دهیم، طول ضلع ورقه $50/3 \text{ cm}$ می‌شود. مساحت حفره پس از تغییر دما چند سانتی متر مربع خواهد شد؟



- ۴۰۲/۴ (۱)
۴۰۴/۸ (۲)
۴۰۹/۶ (۳)
۴۱۰/۴ (۴)

۳۴- نمودار گرمای دریافت‌شده بر حسب تغییرات دما برای دو کره A و B مطابق شکل زیر است. شعاع خارجی دو کره یکسان است ولی کره B توخالی و کره A توپر است و ضریب انبساط طولی کره B، $\frac{3}{4}$ برابر ضریب انبساط طولی کره A است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این دو کره الزاما درست است؟



الف: اگر به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، افزایش حجم کره B، $\frac{3}{4}$ برابر افزایش حجم کره A خواهد بود.

ب: اگر دمای دو کره را به یک اندازه بالا ببریم، تغییر قطر کره B کمتر از تغییر قطر کره A خواهد بود.

ج: با افزایش دمای کره B، نسبت شعاع داخلی و شعاع خارجی آن کاهش می‌یابد.

د: گرمای ویژه کره A دو برابر گرمای ویژه کره B می‌باشد.



- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر (۱)

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر به جسم A به جرم m، گرمای Q داده شود، دمای آن 10°C بالا می‌رود. اگر به جسم B به جرم $2m$ ، گرمای $8Q$ داده شود، دمای آن 5°C بالا می‌رود. گرمای ویژه جسم A چند برابر گرمای ویژه جسم B است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۸

۳۶- گلوله‌ای مسی به جرم 100 گرم و دمای اولیه 20°C از ارتفاع 60 متری نسبت به سطح زمین با سرعت اولیه $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به درون ظرف عایقی که روی زمین قرار گرفته و حاوی 200 گرم آب صفر درجه سلسیوس است پرتاب شده و در آن متوقف می‌شود. اگر تبادل انرژی فقط بین آب و گلوله مسی صورت گیرد، دمای نهایی مجموعه چند درجه سلسیوس خواهد شد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ، $c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

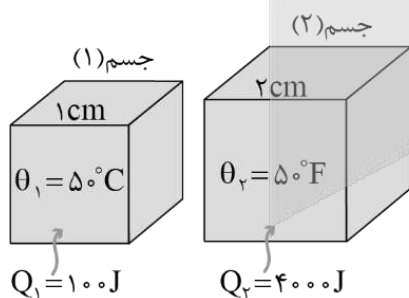
۳۷- درون یک ظرف فلزی با ظرفیت گرمایی $600 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ و دمای 30°C ، 200 گرم آب با دمای 50°C می‌ریزیم و یک گرمکن با راندمان 80 درصد و توان 250W درون آن قرار می‌دهیم. چند ثانیه طول می‌کشد تا در فشار یک جو آب شروع به جوشیدن کند؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۴۲۰

۳۸- درون یک ظرف با دمای 35°C مقدار 200 گرم آب با دمای 20°C و یک قطعه شیشه به جرم 500g و دمای 10°C می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای تعادل به 25°C می‌رسد. با چشم‌پوشی از اتلاف انرژی در محیط، ظرفیت گرمایی ظرف در SI چقدر است؟ ($c_{\text{شیشه}} = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$)

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۹۵۰ (۳) ۱۰۵۰ (۴) ۱۲۰۰

۳۹- در شکل زیر، دمای اولیه دو مکعب توپر و هم‌جنس با گرمای ویژه $400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ مشخص شده است. مطابق شکل، به این دو جسم گرماهای Q_1 و Q_2 را می‌دهیم. اگر دمای نهایی دو جسم برابر باشد، چگالی ماده سازنده مکعب‌ها چند واحد SI است؟ (اجسام تغییر حالت نمی‌دهند.)



- (۱) ۲۵۰۰۰
(۲) ۲۰۰۰۰
(۳) ۲۵۰۰
(۴) ۲۰۰۰

محل انجام محاسبات

۴۰- دو کره مسی توپر A و B در اختیار داریم که شعاع کره B دو برابر شعاع کره A است. اگر به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{8}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{8}$

۴۱- درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $900 \frac{J}{K}$ ، ضریب انبساط طولی $2 \times 10^{-5} K^{-1}$ و حجم $500 cm^3$ ، مقدار $480 cm^3$ از مایعی با ظرفیت گرمایی $1100 \frac{J}{K}$ و ضریب انبساط حجمی $10^{-3} K^{-1}$ قرار دارد. اگر با گرمکنی با توان خروجی $500 W$ به مدت $200 s$ ، مجموعه را گرم کنیم، چند سانتی متر مکعب مایع سرریز می‌شود؟

- (۱) $2/5$ (۲) $2/8$ (۳) $4/5$ (۴) $4/8$

۴۲- چه تعداد از عبارات زیر صحیح هستند؟

- (الف) تمام جامدات نقطه ذوب معینی دارند که به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد.
 (ب) افزایش فشار وارد بر یخ به کاهش نقطه ذوب آن می‌انجامد.
 (پ) وجود ناخالصی نقطه انجماد را پایین می‌آورد.
 (ت) آهنگ تبخیر سطحی به دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد.
 (ث) با افزایش دمای یک جسم گرمای نهان تبخیر افزایش می‌یابد.

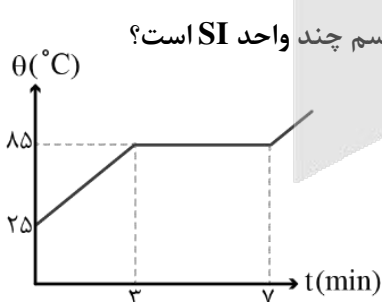
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- m کیلوگرم آب $60^\circ C$ را با m' کیلوگرم بخار آب $100^\circ C$ درون محفظه‌ای قرار می‌دهیم که فقط تبادل گرمایی بین آب و بخار صورت گیرد. اگر پس از رسیدن به تعادل گرمایی جرم آب باقی‌مانده ۲ برابر جرم بخار باقی‌مانده باشد، نسبت

$\frac{m}{m'}$ کدام است؟ $(L_V = 2268 \frac{kJ}{kg}$ بخار آب $, c_{پ} = 4/2 \frac{kJ}{kg \cdot K})$

- (۱) $\frac{7}{9}$ (۲) $\frac{15}{13}$ (۳) $\frac{18}{11}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۴- به جسم جامدی در دمای $25^\circ C$ با گرمکنی با توان خروجی P گرما می‌دهیم و نمودار تغییرات دمای جسم مطابق شکل است. اگر گرمای ویژه نهان ذوب این جسم $240 \frac{kJ}{kg}$ باشد، گرمای ویژه جسم چند واحد SI است؟



- (۱) ۳۰۰۰
 (۲) ۴۰۰۰
 (۳) ۴
 (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۴۵- درون ۲kg آب 20°C ، m کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس می اندازیم و پس از گذشت زمان طولانی، دمای تعادل برابر 5°C می شود. از مخلوط بدست آمده حداقل چند کیلوژول گرما بگیریم تا به طور کامل یخ بزند؟

$$(L_F = 330000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

۸۴۸ (۴)

۷۷۲/۸ (۳)

۸۸۴ (۲)

۸۲۷/۲ (۱)

۴۶- درون ۸۰۰ گرم مخلوط آب و یخ در حال تعادل، گلوله‌ای آهنی با ظرفیت گرمایی $800 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ و دمای 91°C می اندازیم. اگر دمای تعادل مجموعه برابر 280K شود، جرم یخ اولیه چند برابر جرم گلوله آهنی بوده است؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, c_{\text{آهن}} = 500 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

$\frac{13}{100}$ (۴)

$\frac{16}{100}$ (۳)

$\frac{13}{160}$ (۲)

$\frac{16}{130}$ (۱)

۴۷- خورشید با آهنگ ۱۹ وات به صفحه‌ای فلزی به جرم ۵kg گرما می دهد. روش انتقال این گرما از سطح خورشید تا صفحه فلزی چیست و در مدت یک ساعت، دمای صفحه چند درجه سلسیوس بالا می رود؟ (گرمای ویژه فلز برابر

$$\frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ ۳۸۰ است.})$$

۱۸ - همرفت (۴)

تابش - ۱۸ (۳)

همرفت - ۳۶ (۲)

تابش - ۳۶ (۱)

۴۸- اگر در حجم ثابت، دمای مقدار معینی گاز کامل را افزایش دهیم، فشار و چگالی آن به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می کنند؟

کاهش - ثابت (۴)

افزایش - کاهش (۳)

کاهش - کاهش (۲)

افزایش - ثابت (۱)

۴۹- درون استوانه یک تلمبه به طول ۳۰cm که راه‌های ورودی و خروجی هوا به آن بسته است، گازی کامل وجود دارد. در دمای ثابت، طول استوانه را ۶cm افزایش می دهیم و فشار پیمانه‌ای گاز ۵۰ درصد تغییر می کند. در ادامه و در دمای ثابت، چند درصد از گاز درون استوانه را تخلیه کنیم تا فشار پیمانه‌ای آن صفر شود؟

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

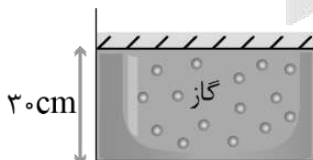
۵۰- مطابق شکل، درون سیلندری گاز با دمای 300K در حال تعادل قرار دارد. اگر دمای گاز به آرامی 90°F افزایش یابد، پیستون سبک به اندازه x_1 بالا می رود و اگر دمای گاز نسبت به دمای اولیه، به آرامی 20K کاهش یابد، پیستون نسبت به حالت اولیه به اندازه x_2 پایین می رود. حاصل $x_2 - x_1$ برابر چند سانتی متر است؟

۳ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۵ (۴)



محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن بوده و مجموع جرم مواد حل شده در آن‌ها در طول زمان تقریباً ثابت است.
 (۲) فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها، در سرم فیزیولوژی وجود داشته و در ساختار خود ۶ الکترون با $l = 1$ دارد.
 (۳) آب شور دریاچه‌ها، برخلاف آب موجود در کوه‌های یخ و رطوبت موجود در خاک، از جمله منابع غیر اقیانوسی آب است.
 (۴) با افزودن مقداری از آب دریای مدیترانه به آب دریای سرخ، مقدار درصد جرمی نمک در آب دریای سرخ افزایش می‌یابد.

۵۲- چند مورد از مطالب زیر، جملهٔ روبه‌رو را به‌درستی تکمیل می‌کنند؟ «با افزودن نمک به محلول، یک نمک نامحلول و یک نمک کم‌محلول در آب تولید می‌شود.»

الف - نقره سولفات، کلسیم کلرید	ب - کلسیم هیدروکسید، منیزیم کلرید
ج - کلسیم کلرید، منیزیم سولفات	د - کلسیم برمید، آمونیوم کربنات
۱ (۱)	۳ (۳)
۲ (۲)	۴ (۴)

۵۳- مقدار $30/3$ گرم پتاسیم نترات در نمونه‌ای به جرم ۱۵ کیلوگرم از آب خارج شده از یک بیمارستان حل شده است.

غلظت یون پتاسیم در این محلول بر حسب ppm کدام است؟ ($g.mol^{-1}$: $N = 14$ و $O = 16$ و $K = 39$)

۱) ۲۰۲۰	۲) ۷۸۰	۳) ۱۸۶۰	۴) ۱۲۴۰
---------	--------	---------	---------

۵۴- شمار یون‌های موجود در ۲ لیتر محلول $6/25$ مولار آمونیوم فسفات، چقدر از شمار اتم‌های اکسیژن در ۸۰ لیتر گاز

اوزون با چگالی ۴ گرم بر لیتر، بیشتر است؟ ($O = 16$: $g.mol^{-1}$)

۱) $1/8.06 \times 10^{23}$	۲) $1/8.06 \times 10^{25}$
۳) $1/2.04 \times 10^{25}$	۴) $1/2.04 \times 10^{23}$

۵۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) در هر محلول، درصد جرمی حلال از درصد جرمی حل‌شونده بیشتر است.
 (۲) در یک نمونه از هوای خشک و پاک، گازی با بیشترین درصد حجمی، حلال محسوب می‌شود.
 (۳) در آزمایشگاه، اندازه‌گیری حجم یک مایع ساده‌تر از جرم بوده و در مخرج کسر ppm حجم محلول قرار می‌گیرد.
 (۴) دستگاه گلوکومتر جرم گلوکز حل شده در خون را با واحد میلی‌گرم بر دسی‌گرم اندازه‌گیری می‌کند.

۵۶- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) در میان ۸ یون فراوان آب دریا، یونی چند اتمی با ساختار فضایی مشابه آمونیاک وجود دارد.
 (۲) آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است.
 (۳) کوه‌های یخ، $2/15$ درصد از منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.
 (۴) آب باران با فرایند تقطیر تولید شده و کاملاً خالص می‌باشد.

۵۷- در شرایط استاندارد، یک نمونه از گاز هیدروژن دیده به حجم $33/6$ لیتر را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول

را با استفاده از آب خالص به 640 میلی‌لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول ایجاد شده برابر با $1/25 g.mL^{-1}$ باشد،

درصد جرمی حل‌شونده در این محلول چقدر می‌شود؟ ($g.mol^{-1}$: $H = 1$ و $I = 127$)

۱) ۳۲	۲) ۲۴	۳) ۱۶	۴) ۱۲
-------	-------	-------	-------

۵۸- ساختار فضایی کدام گونه، با سایر گونه‌ها متفاوت است؟



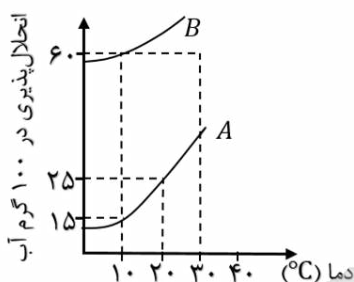
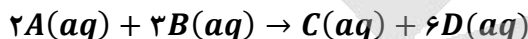
۵۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی و شیمیایی است.
 ب - در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، با عبور جریان برق از $Mg(OH)_2$ ، فلز منیزیم به دست می‌آید.
 ج - دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمک‌های حل شده در آن بسیار زیاد است.
 د - بیشتر آب‌های روی زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۰- دمای ۵۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی A را از $20^\circ C$ به $10^\circ C$ می‌رسانیم تا محلولی سیر شده به دست آید. رسوب ایجاد شده را، در ظرفی حاوی به تقریب چند گرم محلول سیر شده B در دمای $10^\circ C$ ، بریزیم تا همه آن مصرف شود؟

$$(A = 200, B = 150 : g \cdot mol^{-1})$$



(۱) ۶۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۷۵

(۴) ۱۵۰

۶۱- یون‌های A ، B ، C و D به ترتیب کاتیون‌های فراوان آب دریا هستند. کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) همه این یون‌ها، تک اتمی بوده و با افزایش عدد اتمی، فراوانی آن‌ها نیز، افزایش می‌یابد.
 (۲) در فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از یون C و یون سولفات، ۷ اتم وجود دارد.
 (۳) در نام‌گذاری ترکیبات یونی حاصل از یون D ، ذکر ظرفیت کاتیون، ضروری است.
 (۴) آرایش الکترونی یون‌های A و B مشابه یکدیگر است.

۶۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) زیست کره شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.
 (۲) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع حدود ۲ متر می‌پوشاند.
 (۳) سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ کره وارد آب کره می‌شوند.
 (۴) جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.

۶۳- دو محلول ۸۰٪ جرمی و ۶۰٪ جرمی منیزیم سولفات با هم مخلوط می‌شوند. اگر جرم محلول اول، ۳ برابر جرم محلول دیگر باشد، درصد جرمی یون منیزیم در محلول نهایی کدام است؟ ($S = 32, Mg = 24, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) ۷۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

محل انجام محاسبات



۶۴- تأثیر دما بر انحلال پذیری کدام یک از نمک‌های KNO_3 و $KCl, NaCl, Li_2SO_4$ بیشتر از سایر نمک‌ها بوده و در ۲۰۰ میلی لیتر از محلول ۲ مولار آن، چند مول یون وجود دارد؟

- (۱) Li_2SO_4 - ۰/۸
 (۲) KNO_3 - ۰/۴
 (۳) Li_2SO_4 - ۱/۲
 (۴) KNO_3 - ۰/۸

۶۵- با مخلوط کردن کدام دو محلول، رسوب نمکی تشکیل نمی‌شود؟

- (۱) محلول نقره نیترات و محلول آهن(III) کلرید
 (۲) محلول کلسیم یدید و محلول پتاسیم فسفات
 (۳) محلول باریم هیدروکسید و محلول آمونیوم سولفات
 (۴) محلول باریم هیدروکسید و محلول سدیم کلرید

۶۶- معادله انحلال پذیری نمکی به صورت $S = 1/5\theta + 30$ است. ۳۸۰ گرم مخلوط ۴۷/۳ درصد جرمی این نمک، در دمای ۲۰°C موجود است. به تقریب دمای مخلوط را چند درجه افزایش دهیم تا محلولی سیر شده به دست آید؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۵

۶۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب سمت راست، با نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب سمت چپ در کدام گزینه یکسان است؟

- (۱) آهن(II) فسفات - کلسیم اکسید
 (۲) آلومینیم کربنات - منیزیم فسفات
 (۳) کروم(II) سولفات - آمونیوم سولفید
 (۴) آمونیوم فسفید - روی نیتريد

۶۸- ۲۰۰ گرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۲۰۰ ppm، با چند مول آهن(III) کلرید، مطابق واکنش موازنه نشده زیر، واکنش می‌دهد؟ ($H = 1, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- (۱) 10^{-2} (۲) $\frac{1}{3} \times 10^{-3}$ (۳) 10^{-3} (۴) $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$

۶۹- برای تبدیل محلول فراسیر شده به محلول سیر شده آن، باید

- (۱) لیتیم سولفات - دما را افزایش دهیم.
 (۲) سدیم نیترات - مقداری از آب را با حرارت تبخیر کنیم.
 (۳) پتاسیم کلرید - دما را افزایش دهیم.
 (۴) پتاسیم نیترات - محلول را با محلول سیر شده آن مخلوط کنیم.

۷۰- دو ظرف حاوی یک لیتر محلول ۳ مولار نمک A موجود است. ظرف اول را گرما می‌دهیم تا ۴۰۰ میلی لیتر از آب موجود در آن، تبخیر شود. به محلول موجود در ظرف دوم، ۲۰۰ میلی لیتر آب می‌افزاییم. مولاریته محلول ظرف اول چند برابر ظرف دوم می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۳ (۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۳ مهرماه

هندسه ۱

کل کتاب هندسه ۱

ریاضی ۱

کل کتاب ریاضی ۱

شیمی ۱

کل کتاب شیمی ۱

فیزیک ۱

کل کتاب فیزیک ۱



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



پیش خوانی پایه یازدهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال ۶۰ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۵ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	فیزیک	۳
	۱۰ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	شیمی	۴

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

هندسه ۲

دایره
صفحه های ۱۸ تا ۲۶

سهم در کنکور: ۱ سؤال

حسابان ۱

جبر و معادله
صفحه های ۱۷ تا ۳۱

سهم در کنکور: ۱ سؤال

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(تا قبل از نفت)
صفحه های ۱۸ تا ۲۹

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(از ابتدای خطوط میدان الکتریکی
تا قبل از میدان الکتریکی
در داخل رساناها)
صفحه های ۱۷ تا ۲۷

سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه یازدهم

پنج آزمون پیش خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می کنید.



۱- حاصل جمع ریشه‌های معادله $\frac{2}{3x+1} = 1 + \frac{1}{2x+1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲- با فرض $4a + \sqrt{2a+1} = 4$ ، حاصل $2a + \frac{1}{2a}$ برابر کدام است؟

- (۱) $1/15$ (۲) $2/15$ (۳) $2/05$ (۴) $1/95$

۳- معادله $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} = \sqrt{x+2} - \sqrt{2x+5}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- ۲۹۲ کیلوگرم آب نمک با غلظت ۵ درصد موجود است. با افزودن ۳ کیلوگرم نمک و تبخیر ۱۱ کیلوگرم آب، غلظت محلول را به ۸ درصد می‌رسانیم، Π کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۵ (۴) ۴۵

۵- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x + \frac{1}{x} + 1} = \frac{x^2 - x + 1}{x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶- اگر $|x^2 - 3x| = 3x - x^2$ باشد، حاصل عبارت $|x+1| + |x-7|$ کدام است؟

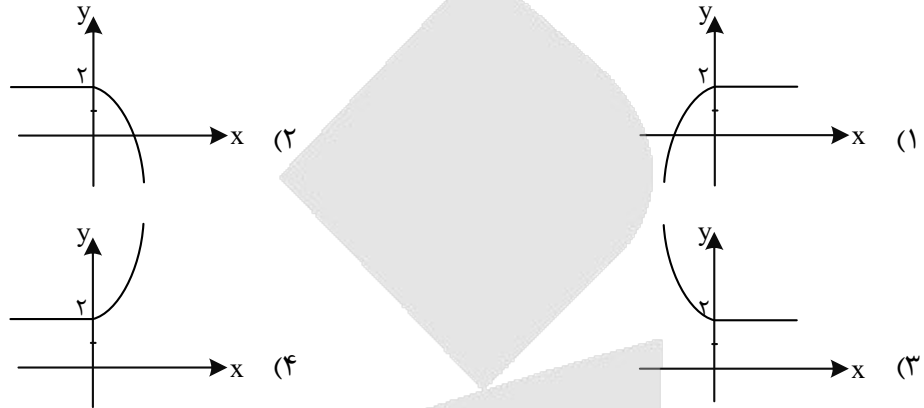
- (۱) ۶ (۲) $2x - 6$ (۳) $6 - 2x$ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۷- مجموع جواب‌های معادله $|x - |2x + 1|| = 3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۸- نمودار تابع $f(x) = x^2 + x|x| + 2$ کدام است؟



۹- نقاط $A(2, 5)$ ، $B(3, -1)$ و $C(3, 7)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، مختصات نقطه H کدام است؟

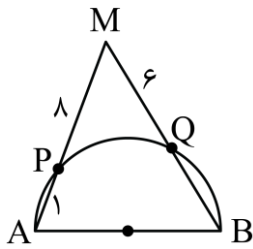
- (۱) $(3, 5)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(3, 4)$ (۴) $(2, 5)$

۱۰- یکی از قطرهای دایره $C(O, R)$ بر خط $x - 4y = 17$ منطبق است. اگر خط $4x - 3y = 10$ در نقطه‌ای به عرض -2 بر دایره مماس باشد، مساحت دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{4}\pi$ (۲) $\frac{15}{4}\pi$ (۳) $\frac{15}{2}\pi$ (۴) $\frac{25}{2}\pi$

محل انجام محاسبات

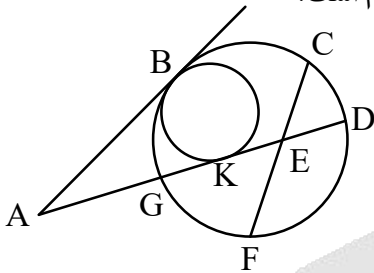
- ۱۱- دایره $C(O, 5)$ محیط دایره $C'(O', 3)$ را در نقاط تقاطع نصف می کند. طول خط المרכזین دو دایره کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



- ۱۲- طول قطر نیم دایره شکل مقابل چقدر است؟

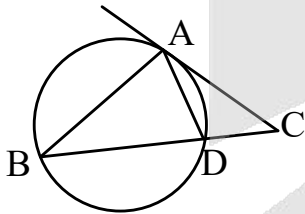
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

- ۱۳- در شکل مقابل، هر دو دایره در نقطه B بر هم مماس بوده و پاره خط AK در نقطه K بر دایره کوچک تر مماس است. اگر $AG=4$ ، $GK=ED=2$ و $FE=3$ باشد، آن گاه اندازه EC کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

- ۱۴- در شکل مقابل، $AB=BD$ و CA مماس بر دایره است. اگر $2CA=3CD=12$ باشد، طول AD کدام است؟



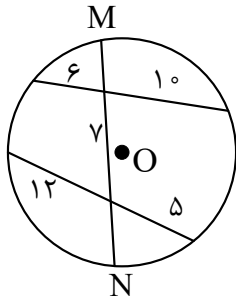
- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۱۵- در دایره $C(O, R)$ دو وتر عمود بر هم AB و CD که هیچ کدام از آن ها از مرکز دایره نمی گذرند، یکدیگر را در نقطه H قطع می کنند. اگر $AH=4$ ، $BH=12$ و $DH=6$ باشد، آن گاه طول بزرگ ترین وتر این دایره کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{65}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $2\sqrt{75}$ (۴) $\sqrt{75}$

محل انجام محاسبات

۱۶- در شکل زیر، اندازه وتر MN کدام است؟



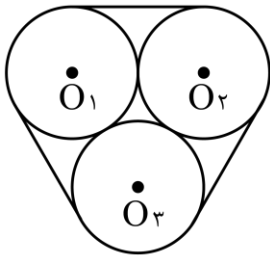
(۱) ۱۶

(۲) ۱۷

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

۱۷- سه دایره به شعاع‌های برابر ۲ واحد، دو به دو بر هم مماس‌اند و مطابق شکل، به وسیله نخ بسته شده‌اند. طول



نخ کدام است؟

(۱) $۱۲ + ۴\pi$

(۲) $۶ + ۲\pi$

(۳) $۱۲ + \pi$

(۴) $۶ + ۴\pi$

۱۸- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس خارج‌اند، اگر طول خط‌المركز بین آنها ۱۳ و طول مماس مشترک خارجی آنها ۱۲ باشد، فاصله نقطه تقاطع مماس مشترک‌های خارجی و مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

(۴) $\frac{۱۱۷}{۵}$

(۳) ۲۵

(۲) $\frac{۱۰۹}{۳}$

(۱) $\frac{۱۰۰}{۷}$

۱۹- از نقطه $M(-۱, ۳)$ مماس بر دایره‌ای به مرکز $O(۲, -۱)$ و قطر ۵ رسم می‌کنیم. طول مماس‌های رسم شده برابر و زاویه بین آنها است.

(۴) $۶۰^\circ, \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

(۳) $۳۰^\circ, \frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$

(۲) $۶۰^\circ, ۵\sqrt{۳}$

(۱) $۳۰^\circ, ۵\sqrt{۳}$

۲۰- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴، اختلاف اندازه شعاع‌های دایره محاطی داخلی و خارجی چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟

(۴) $\frac{۳}{۲}$

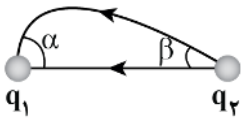
(۳) $\frac{۴}{۳}$

(۲) $\frac{۱}{۳}$

(۱) $\frac{۲}{۳}$

محل انجام محاسبات

۲۱- دو خط میدان الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. اگر $\alpha > \beta$ باشد، کدام مقایسه بین اندازه و نوع بارها درست است؟



(۲) $q_1 < 0, q_2 > 0, |q_2| > |q_1|$

(۱) $q_1 > 0, q_2 < 0, |q_2| > |q_1|$

(۴) $q_1 < 0, q_2 > 0, |q_1| > |q_2|$

(۳) $q_1 > 0, q_2 < 0, |q_1| > |q_2|$

۲۲- روی سطح بادکنکی به جرم $15g$ ، بار الکتریکی $20 \cdot nC$ ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی قرار می‌دهیم. بزرگی و جهت این میدان الکتریکی در صورتی که بادکنک معلق بماند، کدام است؟ (اندازه نیروی شناوری رو به بالای وارد بر بادکنک را $0.7N$ فرض کنید، $g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۲) $4 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت بالا

(۱) $4 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت پایین

(۴) $3/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت پایین

(۳) $3/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت بالا

۲۳- در جابه‌جایی بار الکتریکی q از نقطه A تا B ، نیروی الکتریکی، $1 \cdot mJ$ - کار روی آن انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چگونه تغییر کرده است؟

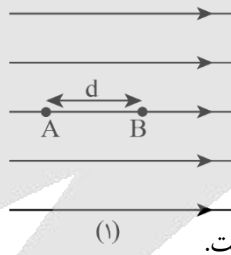
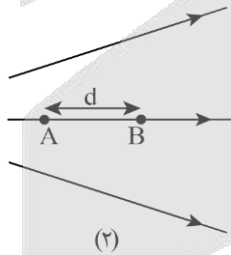
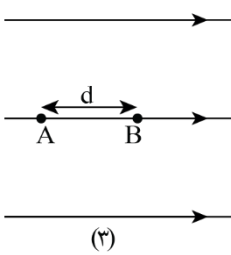
(۱) $1 \cdot mJ$ افزایش یافته است.

(۲) $1 \cdot mJ$ کاهش یافته است.

(۳) بسته به علامت بار q ، گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توانند صحیح باشند.

(۴) اطلاعات کافی نیست.

۲۴- شکل زیر سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون از حالت سکون در نقطه A رها می‌شود و سپس توسط میدان الکتریکی تا نقطه B شتاب می‌گیرد. در کدام شکل تندی پروتون در نقطه B بیش‌تر است؟



(۱) شکل (۱)

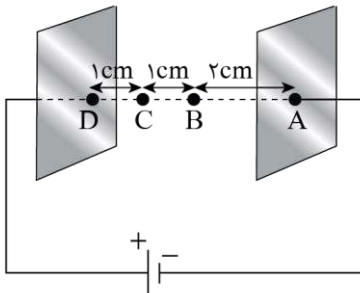
(۲) شکل (۲)

(۳) شکل (۳)

(۴) تندی پروتون در هر سه شکل برابر است.

محل انجام محاسبات

۲۵- در شکل زیر، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است. الکترونی از نقطه B واقع در وسط فاصله دو صفحه رها می‌شود. تندی الکترون در نقطه C، چند برابر تندی آن در نقطه D است؟ (از نیروی وزن و مقاومت هوا صرف نظر شود.)



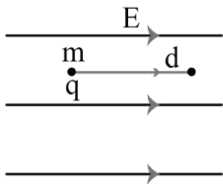
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۶- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، گلوله‌ای به جرم m و بار $+q$ از حال سکون رها شده و به اندازه d در جهت خطوط میدان جابجا می‌شود. سرعت گلوله در انتهای مسیر از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (از نیروی وزن و اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



(۲) $\sqrt{\frac{2qEd}{m}}$

(۱) $\sqrt{\frac{qEd}{m}}$

(۴) $\sqrt{\frac{2qEm}{d}}$

(۳) $\sqrt{\frac{qEm}{d}}$

۲۷- بار $q = -0.5 \mu\text{C}$ به جرم 40 میلی‌گرم در یک میدان الکتریکی یکنواخت در راستای قائم به حالت تعادل قرار دارد. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار وقتی 12 cm در راستای قائم به سمت بالا جابجا می‌شود، چند میلی‌ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) 0.048

(۳) 0.096

(۲) -0.096

(۱) -0.048

۲۸- با حرکت یک الکترون از پایانه مثبت یک باتری 12 ولتی به پایانه منفی آن، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ژول می‌یابد. ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۲) 1.92×10^{-18} کاهش

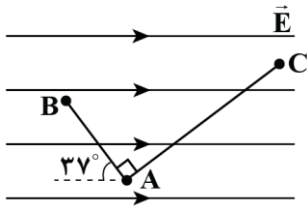
(۱) 1.92×10^{-18} افزایش

(۴) 1.92×10^{-17} کاهش

(۳) 1.92×10^{-17} افزایش

محل انجام محاسبات

۲۹- در شکل زیر، در جابه‌جایی ذره $q = 5\mu\text{C}$ از نقطه A تا B، کار میدان الکتریکی روی آن -8mJ است. اگر بار q' از نقطه A تا C جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن از 0.12 ژول به 0.24 ژول می‌رسد. چند میکروکولن است؟ ($AB = 3\text{m}$, $AC = 5\text{m}$, $\sin 37^\circ = 0.6$)



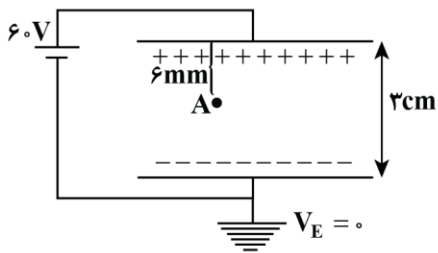
(۱) $+4/5$

(۲) $+6$

(۳) $-4/5$

(۴) -6

۳۰- دو صفحه رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل به یک باتری وصل کرده‌ایم. پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟



(۱) $+12$

(۲) -48

(۳) -12

(۴) $+48$

محل انجام محاسبات



۳۱- کدامیک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) همانند کلوخه‌های زمینی، در کلوخه‌های دریایی نیز فلزهای واسطه دیده می‌شوند.
- ۲) ستون‌های موجود در کف دریاها، حاوی سولفیدهای فلزهای قلیایی خاکی مانند منیزیم هستند.
- ۳) غلظت بیشتر منابع اقیانوسی فلزها در مقایسه با ذخایر زمینی، استخراج آن‌ها را به صرفه کرده است.
- ۴) عبارت «دیگران کاشتند و ما خوردیم، ما بکاریم تا دیگران بخورند.» یکی از نمودهای توسعه پایدار است.

۳۲- کدامیک از مطالب زیر در مورد پرکاربردترین فلز نادرست هستند؟

- الف - اکسیدی از این فلز که در فرایند ترمیت به کار می‌رود، به‌عنوان رنگ قرمز نقاشی کاربرد دارد.
- ب - در واکنش تولید هر مول از این فلز از سنگ معدن آن، 0.75 مول گاز گلخانه‌ای تولید می‌شود.
- ج - در هیدروکسیدی از این فلز که به رنگ سبز است، نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۲ است.
- د - در واکنش با محلول هیدروکلریک اسید، کاتیونی با ۵ الکترون با $n + l = 5$ تولید می‌کند.

- ۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ج» و «د»

۳۳- اگر درصد جرمی نیتروژن در نمونه‌ای کود ناخالص آمونیوم سولفات برابر $4/2$ درصد باشد، درصد خلوص آمونیوم سولفات در این نمونه چند درصد است؟ ($H = 1, N = 14, O = 16, S = 32: g. mol^{-1}$)

- ۱) $13/2$ ۲) $26/4$ ۳) $19/8$ ۴) $39/6$

۳۴- کدامیک از مطالب زیر در مورد اولین عنصری که لایه سوم الکترونی آن پر می‌باشد، درست است؟

- ۱) این عنصر تنها یک یون پایدار دارد.
- ۲) استفاده از گیاه برای استخراج آن صرفه اقتصادی دارد.
- ۳) این فلز می‌تواند آهن را از محلول حاوی یون Fe^{2+} خارج کند.
- ۴) درصد جرمی آن در سنگ معدن بیشتر از گیاه استفاده‌شده برای استخراج آن است.

۳۵- کدامیک از مطالب زیر در مورد واکنش تخمیر گلوکز با بازده 70 درصد نادرست است؟

- ۱) در این واکنش از هر مول واکنش‌دهنده $1/4$ مول سوخت سبز تولید می‌شود.
- ۲) واکنش‌دهنده این واکنش را از پسماند گیاه ذرت و نیشکر می‌توان تهیه کرد.
- ۳) درصد جرمی هیدروژن در واکنش‌دهنده از فراورده غیرگازی بیشتر است.
- ۴) یکی از فراورده‌های این واکنش گازی ناقطبی با خاصیت گلخانه‌ای است.

۳۶- کلسیم اکسید به ترتیب با بازده درصدی 60 و 80 ، با گوگرد دی‌اکسید و کربن دی‌اکسید واکنش می‌دهد. تفاوت جرم کلسیم کربنات و کلسیم سولفیت ($CaSO_3$) که از واکنش یک گرم کلسیم اکسید تولید می‌شود، به تقریب چند میلی‌گرم است؟ ($C = 12, O = 16, S = 32, Ca = 40: g. mol^{-1}$)

- ۱) 286 ۲) 214 ۳) 143 ۴) 107

محل انجام محاسبات



۳۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) گاز حاصل از سوختن ناقص متان را می‌توان برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده کرد.
- (۲) در واکنش ترمیت بار کاتیون موجود در فرآورده‌ها از بار کاتیون موجود در واکنش دهنده‌ها بیشتر است.
- (۳) در استفاده از گیاه برای استخراج فلز، پس از سوزاندن گیاهان، درصد جرمی فلز در گیاه کاهش می‌یابد.
- (۴) در فرایند استخراج آهن، جرم فلز آهن تولیدشده به تقریب ۵۰ درصد از جرم منابع معدنی مصرف‌شده است.

۳۸- اگر بتوان فلز X را توسط فلز Y ، از سنگ معدن آن استخراج کرد، کدام یک از مقایسه‌ها درست است؟

- (۱) دشواری شرایط نگهداری: $Y < X$
- (۲) تمایل به تشکیل کاتیون: $Y < X$
- (۳) سرعت واکنش در هوای مرطوب: $X < Y$
- (۴) واکنش پذیری: اکسید $Y < X$

۳۹- در یک شهر با ۵۰ هزار خانه، سالانه به‌طور متوسط، ۱۵ میلیون قوطی فولادی بازیافت می‌شود. اگر انرژی ذخیره‌شده از بازیافت ۴ قوطی فولادی بتواند یک لامپ ۲۰ وات را در حدود ۱۶ ساعت روشن نگه دارد، انرژی ذخیره‌شده از بازیافت سالانه قوطی‌ها در این شهر برای روشن نگه‌داشتن این شهر، به مدت چند شبانه‌روز کافی است؟ (هر خانه به‌طور متوسط ۸ لامپ ۲۰ وات و هر لامپ به‌طور متوسط به مدت ۶ ساعت در شبانه‌روز روشن است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۴۰- از واکنش $2Li_2O_2(s) + 2CO_2(g) \rightarrow 2Li_2CO_3(s) + O_2(g)$ با بازده ۸۰ درصد برای تبدیل کربن دی‌اکسید به گاز اکسیژن در فضاییما استفاده می‌شود. اگر ۵۰ گرم لیتیم پراکسید (Li_2O_2) برای جذب هر مول گاز کربن دی‌اکسید نیاز باشد، درصد خلوص لیتیم پراکسید چقدر بوده و نسبت مقدار (مول) کربن دی‌اکسید مصرف‌شده به

مقدار اکسیژن تولیدشده چقدر است؟ ($Li = 7, O = 16: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۹۲ - ۲/۵ (۲) ۹۲ - ۱/۶ (۳) ۴۶ - ۱/۶ (۴) ۴۶ - ۲/۵

محل انجام محاسبات

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۳ مهرماه

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشنهاد

هندسه ۲

دایره
صفحه های ۹ تا ۲۶

حسابان ۱

جبر و معادله
صفحه های ۱ تا ۳۱

شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(تا قبل از نفت)
صفحه های ۱ تا ۲۹

فیزیک ۲

الکتروسیته ساکن
(تا قبل از میدان الکتریکی در داخل رساناها)
صفحه های ۱ تا ۲۷



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
منیب نظری امیر بصراوی محمد داودآبادی	علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد پرهام تیزیپا	علی ترابی	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

اتفاقات شناختی احتمالی در جلسه آزمون و راه‌های مدیریت آن

اتفاقات شناختی چیزایی هستن که مستقیم با یادگیری و مغزت در ارتباطن؛ مثل حافظه، تمرکز، تصمیم‌گیری و ... این اتفاقات ممکنه برای هر کسی توی جلسه کنکور رخ بدن. فرق رتبه‌برترها با بقیه در این نیست که براشون پیش نیاد، بلکه در اینه که بلدن چطور مدیریتش کنن. اینجا ۵ اتفاق مهم رو بررسی می‌کنیم و برای هر کدوم، هم راه‌حل فوری (توی همون لحظه) می‌گیم، هم راه‌حل مهارتی (با تمرین قبل از کنکور).

۱ فراموشی آنی (احساس خالی شدن ذهن)

ناگهان حس می‌کنی همه‌چی یادت رفته. حتی ساده‌ترین فرمول‌ها برات غریبه می‌شن. این حالت بیشتر به خاطر اضطراب و ترشح آدرنالین که حافظه کوتاه‌مدت رو موقتاً مختل می‌کنه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **نفس عمیق:** مداد رو بذار زمین، چشمتو ببند و ۳ تا ۵ بار عمیق نفس بکش.
- **تغییر موقت:** از اون سؤال بگذر و یکی آسون‌تر رو جواب بده تا اعتماد به نفس برگرده.
- **یادآوری زمینه‌ای:** سعی کن موقعیت مطالعات رو به یاد بیاری (مثلاً پشت میزت یا کتابخونه). این تصویر گاهی جرقه یادآوری رو می‌زنه.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با کاهش استرس، استرس مثل تاریکی باغه: وقتی چیزی رو نمی‌بینی، هر صدایی برات ترسناک میشه. ولی اگه چراغی همراهت باشه، ترست می‌ریزه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و مبهمه، اما ما توی ماز سعی کردیم چراغ دستت بدیم تا راهو ببینی. چون این مسیر رو هم خودمون رفتیم، هم بارها با بچه‌ها طی کردیم و می‌دونیم ته باغ به یه کلبه روشن و گرم می‌رسی.

۲ حواس‌پرتی و کاهش تمرکز

وسط حل سؤال، فکرت می‌ره سمت نتیجه کنکور، سؤال قبلی، یا حتی صدای سالن.

چطور مدیریتش کنم؟

- **تکنیک "اینجا و اکنون":** به خودت بگو «فقط همین یک سؤال مهمه».
- **یادداشت کردن:** اگه فکری ذهنتو درگیر کرد، یه کلمه کلیدی حاشیه دفترچه بنویس و بذار بعداً برگردی سراغش.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با تکنیک رکورد زدن. به جای اینکه بگی «من تمرکز ندارم»، مدت تمرکزت رو مثل رکورد ورزشی بالا ببر. امروز ۱۰ دقیقه، فردا ۱۵، بعد ۲۰ و ... توقع یک‌بارۀ یک ساعت تمرکز نداشته باش.



یهو ذهنت می‌ره سمت بدترین سناریو: «اگه این تستو غلط بزنی چی؟»، «رتبه‌م خراب میشه».

چطور مدیریتش کنم؟

- **توقف فکر:** توی ذهنت محکم بگو «سه!».
- **جایگزینی افکار:** بگو «حتی رتبه یک هم همه رو درست نزد»، یا «این فقط یه مسابقه‌ست».
- **تمرکز روی فرآیند:** به جای رتبه، حواستو بذار روی کار درست: خوندن دقیق، مدیریت زمان، حل مرحله به مرحله.

چیکار کنم پیش نیاد؟

کتابای انگیزشی بخون، روش مطالعات رو اصلاح کن و به جای غرغر، دنبال راه حل باش.

چند سؤال سخت پشت سر هم

یهو چندتا سؤال میاد که نمی‌تونی جواب بدی. روحیه‌ات می‌ریزه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **پیچ انتظار رو تنظیم کن.** یعنی از قبل بدون که ممکنه چند سؤال سخت پشت سر هم بیاد. وقتی آمادگی داری، دیگه غافلگیر نمی‌شی.

چیکار کنم پیش نیاد؟

این اتفاق برای همه می‌افته. حتی رتبه ۱ سال ۱۳۸۸، هفت سؤال اول کنکورشو نتونست جواب بده! ولی چون مدیریت کرد، در نهایت رتبه ۱ شد. پس بدون این شرایط طبیعی.

خستگی و تحلیل رفتن ذهن

در ساعات پایانی، مغزت کم‌کم خسته میشه. سرعت میاد پایین و بی‌دقتی زیاد میشه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **استراحت میکرو:** چشمتو ببند، یه کم کشش انجام بده، آب بخور.
- **تقویت انرژی:** یه خوراکی شیرین مثل خرما یا شکلات بخور.
- **تغییر وضعیت بدن:** صاف بشین، شونه‌ها عقب. این حالت هوشیاری میاره.

چیکار کنم پیش نیاد؟

تمرین! توی آزمونای آزمایشی ماز، نشستن سه ساعته رو بارها تجربه می‌کنی. مدرسه معمولاً امتحان طولانی نداره، پس لازمه خودتو به این شرایط عادت بدی. حتی با لباس رسمی و صندلی شبیه‌سازی کن تا بدن و مغزت روز کنکور آماده باشن.

جمع‌بندی آخر...

بادت باشه همه داوطلب‌ها این حس‌ها رو تجربه می‌کنن؛ تفاوت در اینه که بعضیا بدن مدیریتش کنن و بعضیا نه. لکتور جنگ (پی احساس بودن) نیست؛ هنر کنترل احساساته. تو ماه‌ها برای این روز تمرین کردی، الان وقتشه به خودت و تجربیات اعتماد کنی. هر بار که بگی از این موقعیت‌ها پیش لومه، به باد پیاز (این اتفاق واسه همه هست، اما من آماده‌ام)»



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
QRcode بالا را اسکن کنید!

پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: تابع + شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۴۰
هندسه ۱: چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۶

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۱: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

سهم در
کنکور

۱- رابطه $f = \{(1, a+b), (2, a-3b), (1, 2a-1), (2, 4), (3, 2a-b)\}$ تابع است. مقدار $f(3)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

رابطه f زمانی تابع را نشان می‌دهد که زوج‌های مرتب با مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشد و یا زوج‌مرتبهایی که مؤلفه‌های اول یکسان دارند، دارای مؤلفه‌های دوم برابر باشند، بنابراین:

مؤلفه اولشان ۱ است. $a + b = 2a - 1 \Rightarrow a = b + 1$

مؤلفه اولشان ۲ است. $a - 3b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = b + 1 \\ a - 3b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{۲ معادله ۲ مجهول}} b = \frac{-3}{2} \text{ و } a = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow f(3) = 2a - b \Rightarrow f(3) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}$



۲- اگر تابع $f(x) = 2x^2 + (4x+a)(bx-1)$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۲/۵ (۴) -۸/۵ (۳) -۶/۵ (۲) ۴/۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

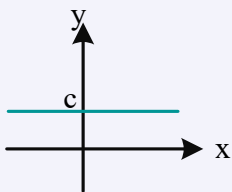
باید عبارت‌های x^2 و x حذف شوند و فقط عدد ثابت بماند.

$f(x) = 2x^2 + 4bx^2 - 4x + abx - a = (2 + 4b)x^2 + (ab - 4)x - a$

$\begin{cases} 2 + 4b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \\ ab - 4 = 0 \Rightarrow a = -8 \end{cases} \Rightarrow a + b = -8 - \frac{1}{2} = -\frac{17}{2}$

یادآوری تابع ثابت

تابع ثابت: هر عضو از دامنه را که به آن بدهیم، فقط یک عدد ثابت مانند (c) را به ما می‌دهد. ضابطه آن به صورت $y = c$ است و برد آن تک عضوی (c) است.



۳- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq a \\ 2x^2 & x \leq a \end{cases}$ تابع باشد، مجموع مقادیر ممکن $f(1)$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

$$a^2 + 4a = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 4a \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 4$$

برای اینکه f تابع باشد، باید:

اگر $a = 0$ ، آن گاه:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 0 \\ 2x^2 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 1^2 + 4 \times 1 = 5$$

اگر $a = 4$ ، آن گاه:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 4 \\ 2x^2 & x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 2 \times 1^2 = 2$$

بنابراین، مجموع مقادیر ممکن $f(1)$ برابر ۷ است.

ایستگاه «بررسی تابع بودن چندضابطه‌ای‌ها»

اگر رابطه $f(x)$ چندضابطه‌ای به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) : D_{f_1} \\ f_2(x) : D_{f_2} \\ \vdots \\ f_n(x) : D_{f_n} \end{cases}$$

زمانی تابع است که شروط زیر را داشته باشد:

شروط ۱: هر کدام از $f_i(x)$ ها در دامنه خود، تابع باشند.

شروط ۲: اگر $D_{f_i} \cap D_{f_j} \neq \emptyset$ ($1 \leq i, j \leq n$) با هم اشتراکی داشته باشند، آن گاه ضابطه‌های $f_i(x)$ و $f_j(x)$ در آن قسمت اشتراک از دامنه‌ها،

با هم برابر باشند.

یه نمونه باحال ببین!

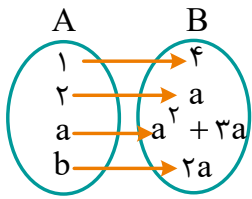
رابطه $f(x)$ به صورت زیر است. اگر این رابطه تابع باشد، مقدار b چقدر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x - b & x \geq 0 \end{cases}$$

شروط ۱: برقرار است. هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه خود، تابع هستند.

شروط ۲: $x = 0$ تنها نقطه اشتراک دامنه‌هاست. پس:

$$0^2 = 0 - b \Rightarrow b = 0$$



۴- تابع f در نمودار و رسم شده، یک تابع خطی را نشان می‌دهد. مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

- (۱) $\frac{5}{2}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) $\frac{2}{5}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

ضابطه تابع خطی چی بود بچه‌ها؟!

ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ می‌باشد. (حواستون هست که توان x باید یک باشه!)

تابع خطی را $f(x) = mx + n$ می‌نامیم. بنابراین:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 4 \Rightarrow m + n = 4 \\ f(2) = a \Rightarrow 2m + n = a \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله ۲ مجهول}} \begin{cases} m = a - 4 \\ n = 4 - a \end{cases}$$

$$f(x) = m x + n \Rightarrow f(x) = (a-4)x + 4-a \Rightarrow f(a) = (a-4)a + 4-a \Rightarrow f(a) = a^2 - 5a + 4$$

طبق نمودار و رسم $f(a) = a^2 + 3a$

$$a^2 - 5a + 4 = a^2 + 3a \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = -3x + 7 \Rightarrow f(b) = 2a = 2$$

$$\Rightarrow f(b) = -3b + 7 = 2 \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$



۵- برد تابع $f(x) = \begin{cases} |2x-1| & x > 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -x^2 - 4x - 3 & x \leq -1 \end{cases}$ کدام است؟

(۴) $\mathbb{R} - (1, 2)$

(۳) $\mathbb{R} - \{0\}$

(۲) $\mathbb{R} - (0, 1)$

(۱) \mathbb{R}

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

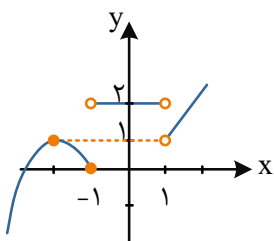
هر تست ماز یک کلاس درس!

در تابع چندضابطه‌ای دامنه تابع، اجتماع دامنه ضابطه‌ها و برد تابع، اجتماع برد همه ضابطه‌ها است.

اگر $x > 1$ باشد، $2x - 1$ همواره مثبت است. در نتیجه:

$$|2x - 1| = 2x - 1$$

تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



$$f(x) = \begin{cases} |2x-1| & x > 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -x^2 - 4x - 3 & x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x > 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -(x+2)^2 + 1 & x \leq -1 \end{cases}$$

با توجه به نمودار، برد تابع برابر \mathbb{R} است.



۶- در تابع خطی f می‌دانیم دامنه تابع $D_f = [-1, 5]$ و برد تابع $R_f = [2, 6]$ است. در این صورت، مجموع مقادیر ممکن برای $f(0)$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

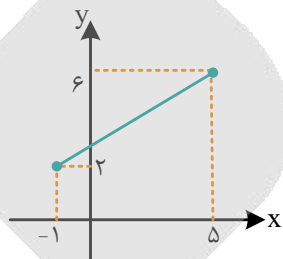
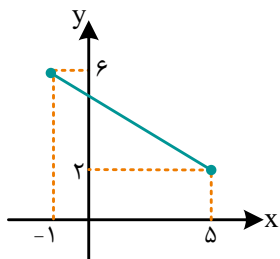
۸ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم $f(x) = ax + b$. در این صورت نمودار تابع f به یکی از دو شکل زیر خواهد بود. یعنی ممکن است $a > 0$ یا $a < 0$ باشد.



در حالت $a < 0$ داریم:

$$f(-1) = 6, f(5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = -a + b = 6 \\ f(5) = 5a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow 6a = -4 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}, b = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \Rightarrow f(0) = \frac{16}{3}$$

در حالت $a > 0$ داریم:

$$f(-1) = 2, f(5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = -a + b = 2 \\ f(5) = 5a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow 6a = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = \frac{8}{3}$$

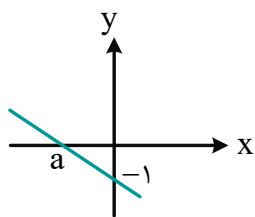
$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \Rightarrow f(0) = \frac{8}{3}$$

$$\frac{16}{3} + \frac{8}{3} = 8$$

مجموع مقادیر ممکن برای $f(0)$ برابر است با:



۷- نمودار تابع خطی f به شکل مقابل است. اگر جمع جواب‌های معادله $|f(x)| = 2$ برابر ۶- باشد، مقدار a کدام است؟



۴ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

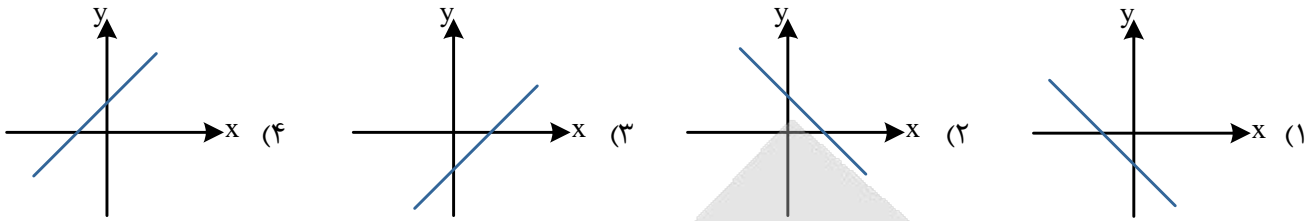
$-1 =$ عرض از مبدأ و $\frac{1}{a} =$ شیب خط

شیب خط را به دست آورده و معادله تابع را می‌نویسیم.

$$f(x) = mx + n \Rightarrow f(x) = \frac{1}{a}x - 1 \Rightarrow |f(x)| = 2 \Rightarrow \left| \frac{1}{a}x - 1 \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3a \\ \frac{1}{a}x - 1 = -2 \Rightarrow x = -a \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2a$$

$$\Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

۸- تابع $f(x) = 2x - \frac{ax^2 + bx}{x+2}$ همانی است. نمودار تابع $y = af(x) + b$ چگونه است؟



پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است.

$$f(x) = x \Rightarrow x = 2x - \frac{ax^2 + bx}{x+2}$$

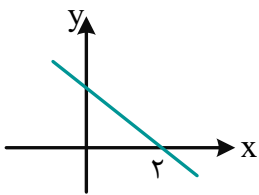
$$\Rightarrow \frac{ax^2 + bx}{x+2} = x \Rightarrow ax^2 + bx = x^2 + 2x \Rightarrow a=1, b=2$$

$$y = af(x) + b = x + 2$$

نمودار تابع $y = x + 2$ به صورت گزینه ۴ است. چون تنها نموداری است که شیب خط و عرض از مبدأ آن، هر دو مثبت هستند.



۹- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4ax + c}{b-x} & x \neq b \\ 1 & x = b \end{cases}$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟



- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{5}{8}$

- (۱) $\frac{7}{4}$
- (۳) $\frac{7}{8}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اینکه نمودار تابع f به صورت خطی بوده و ریشه آن $x = 2$ می باشد، پس مخرج کسر باید عامل صورت باشد تا ساده شود و عبارت خطی شود، در نتیجه $(x - b)$ عاملی از صورت است که با مخرج ساده می شود و تنها عامل $(x - 2)$ باقی می ماند که ریشه تابع خطی f را می دهد. یعنی:

$$f(x) = \frac{(x-b)(x-2)}{(b-x)} = 2-x$$

حال از برابر قرار دادن عبارت صورت کسر در سؤال و صورت کسر عبارتی که خودمان به دست آوردیم، داریم:

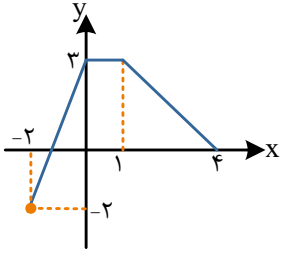
$$\frac{(x-b)(x-2)}{b-x} = \frac{x^2 - 4ax + c}{b-x} \Rightarrow x^2 - (2+b)x + 2b = x^2 - 4ax + c \Rightarrow 2+b = 4a, c = 2b \quad (1)$$

حال از ضابطه ای که سؤال داده می دانیم که $f(b) = 1$ است. از طرفی چون در کل تابع خطی است پس باید در معادله خطی که در قسمت قبل به دست آوردیم نیز صدق کند. پس:

$$f(b) = 1 \xrightarrow{f(x)=2-x} 2-b=1 \Rightarrow b=1 \xrightarrow{(1)} c=2, a=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{\frac{3}{4} + 1}{2} = \frac{\frac{7}{4}}{2} = \frac{7}{8}$$

۱۰- نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت مقابل است. اشتراک دامنه و برد تابع $y=2+f(x-1)$ برابر کدام بازه است؟

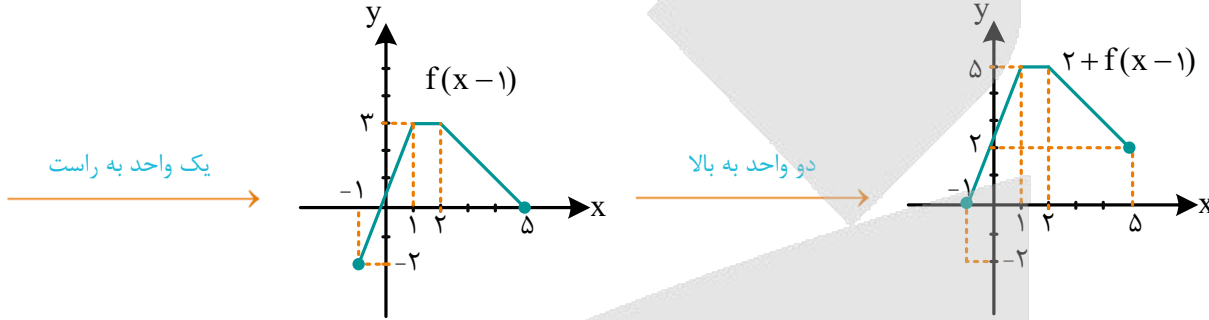


- (۱) $[-3, 1]$
- (۲) $[-3, 3]$
- (۳) $[0, 3]$
- (۴) $[0, 5]$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

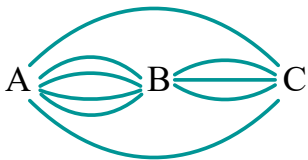
باید نمودار تابع را یک واحد به راست و ۲ واحد به بالا انتقال دهیم.



با توجه به نمودارها، دامنه برابر $[-1, 5]$ و برد برابر $[0, 5]$ است. پس اشتراک دامنه و برد برابر $[0, 5]$ است.



۱۱- در شکل مقابل، راه‌های موجود بین شهرهای A، B و C رسم شده‌اند. به چند طریق می‌توانیم از A به C برویم و برگردیم به طوری که از هیچ کدام از جاده‌ها بیش‌تر از یک بار استفاده نکنیم؟



- (۱) ۱۲۲
- (۲) ۱۹۶
- (۳) ۱۸۲
- (۴) ۱۶۸

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

می‌توانیم از شهر A به صورت مستقیم (بدون عبور از شهر B) و یا به طور غیرمستقیم (با عبور از شهر B) به شهر C برویم و با همین روند به طور مستقیم یا غیرمستقیم از C به A برگردیم. پس با اصل جمع مسئله را به چند حالت تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که چون مسئله بیان کرده از هیچ مسیری بیش‌تر از یک بار استفاده نکنیم به این معنی است که باید برای برگشت، مسیری که در رفت به C استفاده شده حذف شود و در مسیرهای مجاز شمرده نشود. به عنوان مثال اگر یکی از دو مسیر مستقیم به C را انتخاب کنیم و به C برویم و برای برگشت هم بخواهیم از مسیر مستقیم برگردیم تنها یک راه برای برگشت داریم. چون راه دیگر را در مسیر رفتن به C استفاده کرده‌ایم و اکنون دیگر مجاز به استفاده از آن نیستیم. به همین صورت برای باقی حالت‌های دیگر هم، مسیر رفت برای برگشت حذف می‌شود.

$A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} A$	$2 \times 1 = 2$	}
$A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{3} B \xrightarrow{4} A$	$2 \times 3 \times 4 = 24$	
$A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} A$	$4 \times 3 \times 2 = 24$	
$A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{3} A$	$4 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$	

$122 = \text{طبق اصل جمع}$

توجه داریم که در هر حالت از ۴ حالت بالا برای شمارش راه‌های رفتن از A به C از اصل ضرب استفاده می‌شود.



اصل جمع و اصل ضرب یعنی چه؟!

اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار موردنظر $m + n$ روش وجود دارد.

اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد به طوری که برای انجام مرحله اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.



۱۲- با حروف کلمه «جوانمرد» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۷ حرفی می توان نوشت که در آن ها کلمه «مرد» دیده شده ولی کلمه «جوان» وجود نداشته باشد؟

- ۲۴ (۱) ۱۱۸ (۲) ۱۱۹ (۳) ۱۲۰ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

حروف (م، ر، د) را به یکدیگر بسته و آن ها را به صورت یک حرف [مرد] در نظر می گیریم. با ۴ حرف کلمه جوان و بسته [مرد]، ۵ حرف وجود دارد که تعداد جایگشت های آن ها برابر ۵! یعنی ۱۲۰ است. در ۲ حالت از این ۱۲۰ حالت کلمه جوان دیده می شود.

ج و ا ن [مرد]

[مرد] ج و ا ن

که قابل قبول نمی باشند، بنابراین تعداد حالات قابل قبول برابر است با:

$120 - 2 = 118$

جایگشت

اگر چند شیء متمایز داشته باشیم، به هر حالت چیده شدن آن ها کنار هم، یک «جایگشت» از آن اشیاء می گویم.



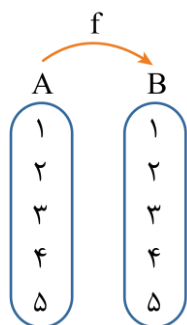
۱۳- از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند تابع می توان نوشت، به طوری که $f(1) \neq 2$ و $f(2) \neq 5$ باشد؟

- ۱۵۰۰ (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۲۵۰۰ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

توجه داریم که چون $f(1) \neq 2$ و $f(2) \neq 5$ است؛ بنابراین برای $f(1)$ و $f(2)$ ، تنها ۴ انتخاب وجود دارد اما $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ برای انتخاب هر یک از ۵ عضو از مجموعه B آزاد هستند.



$f = \{(1, \text{انتخاب ۴}), (2, \text{انتخاب ۵}), (3, \text{انتخاب ۴}), (4, \text{انتخاب ۵}), (5, \text{انتخاب ۵})\} \Rightarrow \text{تعداد کل توابع} = 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 2000$



۱۴- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ چند عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان ساخت؟

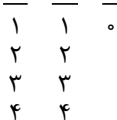
- ۱۸ (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

برای رقم یکان، دو حالت در نظر می گیریم:

۱۲ حالت $\Rightarrow \frac{4 \times 3 \times 1}{4} \times \frac{3 \times 1}{3} = 12$: رقم یکان صفر باشد.



به جز رقمی که در صدگان انتخاب شده



۱۸ حالت $\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{1}$: رقم یکان صفر نباشد.

۱	۰	۲
۲	۱	۴
۳	۲	
۴	۳	
	۴	

به جز رقمی که در یکان و صدگان انتخاب شده به جز رقمی که در یکان انتخاب شده

تعداد کل حالت‌ها برابر $30 = 12 + 18$ است.

رفع ابهام!

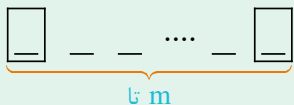
چرا رقم یکان را حالت‌بندی کردیم؟ چون در سؤال گفته شده عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام. برای زوج بودن، رقم یکان می‌تواند صفر باشد یا نباشد و برای تکراری نبودن، اگر رقم یکان صفر بود در دهگان نباید صفر بیاید. برای سه رقمی بودن هم که صدگان هیچ وقت نباید صفر باشد. مجموع این شرایط به ما می‌گوید که باید صفر بودن یا نبودن یکان را یک شرط در نظر بگیریم و طبق اصل جمع تعداد اعداد را در هر کدام از دو حالت به‌دست آورده و با هم جمع کنیم.

راهنمای زرتنگ‌بازی!

همیشه در سؤالات شمارشی، تعدادی جایگاه در نظر می‌گیریم که تعداد حالت‌های ممکن که می‌توانند اتخاذ کنند را در آن می‌نویسیم. حواستان باشد که برای نوشتن تعداد حالت‌های هر خانه، اول به سراغ خانه‌هایی که شرط دارند می‌رویم. در غیر این صورت ممکن است برخی شرایط از قلم بیافتند و تعدادی اشتباه به‌دست بیاوریم!

قلقشو یاد بگیر!

برای چنین سؤالاتی که هدف، ساخت یک عدد m رقمی با شرایط داده شده باشد، ابتدا m تا جایگاه به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



وقتی بحث زوج یا فرد بودن به میان می‌آید یعنی تعداد حالت‌های رقم یکان باید اولین چیزی باشد که مشخص می‌شود. همچنین وجود یا عدم وجود صفر در ارقام داده شده حالت‌بندی را بیش‌تر می‌کند. زیرا برای اینکه عدد خواسته شده m رقمی باشد عدد صفر نمی‌تواند در اولین جایگاه سمت چپ قرار گیرد. وقتی صفر هم بین ارقام وجود دارد، خانه شرط‌دار بعدی، اولین جایگاه از سمت چپ است.



۱۵- چند عدد سه رقمی کوچک‌تر از ۵۷۳ وجود دارد که دارای رقم تکراری است؟

۱۴۲ (۴)

۱۴۱ (۳)

۱۳۴ (۲)

۱۳۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

تعداد کل اعداد سه رقمی کوچک‌تر از ۵۷۳ برابر $473 = 572 - 99$ است.

حال تعداد اعداد سه رقمی کوچک‌تر از ۵۷۳ که رقم تکراری ندارند را محاسبه می‌کنیم.

صدگان کوچک‌تر از ۵ باشد: $4 \times 9 \times 8 = 288$

۱
۲
۳
۴

دهگان کوچک‌تر از ۷ باشد: $1 \times 6 \times 8 = 48$

۵	۰
۱	۰
۲	۰
۳	۰
۴	۰
۶	۰

صدگان برابر ۵ باشد:

دهگان برابر ۷ باشد: $1 \times 1 \times 3 = 3$

۵	۰
۷	۰
۱	۰
۲	۰

+ $\rightarrow 339$



بنابراین تعداد اعداد سه رقمی کوچکتر از ۵۷۳ که رقم تکراری دارند برابر است با:

$$473 - 339 = 134$$



۱۶- در چند جایگشت از حروف کلمه **today** حروف **t** و **d** کنار هم قرار می‌گیرند ولی حروف **a** و **y** کنار هم قرار نمی‌گیرند؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن ۲ حرف **t** و **d** کنار هم هستند، را محاسبه می‌کنیم:

$$a, \boxed{d,t}, y, o \Rightarrow 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن حروف **t** و **d** کنار هم و حروف **a** و **y** نیز کنار هم باشند، برابر است با:

$$\boxed{a,y}, o, \boxed{t,d} \Rightarrow 3! \times 2! \times 2! = 24$$

طبق اصل متمم، تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن ۲ حرف **t** و **d** کنار هم باشند ولی حروف **a** و **y** کنار هم نباشند، برابر است با:

$$\text{جواب} = 48 - 24 = 24$$

جایگشت

هر طریقه قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف و در کنار هم را یک «جایگشت خطی» از آن n شیء می‌گوییم. جایگشت خطی n شیء متمایز برابر $n!$ است.

قلقشو یاد بگیر!

اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم.

یه نمونه باحال بین!

۳ مهندس و ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشانده به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟

پزشک، پزشک، پزشک، پزشک، مهندس، مهندس، مهندس

۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

جایگشت کلی افراد

$$\text{جواب} = 5! \times 3!$$

جایگشت افراد داخل دسته

کل دسته مهندس‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین:



۱۷- می‌خواهیم رأس‌های مربع را با چهار رنگ مختلف رنگ کنیم. این کار به چند طریق ممکن است هرگاه رؤس مجاور هم‌رنگ نباشند؟

۸۴ (۴)

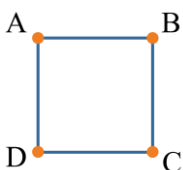
۶۴ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴



دو حالت را در نظر می‌گیریم:

A و **C** هم‌رنگ باشند: که در این حالت برای **A** چهار انتخاب و برای **C** که هم‌رنگ با آن است یک انتخاب وجود دارد، پس برای **B** و **D** سه انتخاب باقی می‌ماند.

$$4 \times 1 \times 3 \times 3 = 36$$



A و C هم‌رنگ نباشند: که در این حالت برای A چهار انتخاب و برای C که ناهم‌رنگ با آن است سه انتخاب وجود دارد، از طرفی رئوس B و D نباید با A و C هم‌رنگ باشند، بنابراین برای هر کدام دو انتخاب باقی می‌ماند.

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

در کل ۸۴ حالت داریم.



۱۸- در چند جایگشت چهار حرفی از حروف کلمه **logarithm** حرف m وجود دارد ولی حرف t وجود ندارد؟

- (۱) ۵۰۴ (۲) ۷۲۰ (۳) ۸۴۰ (۴) ۹۶۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا حرف m را به چهار حالت در یکی از چهار خانه قرار می‌دهیم:

سپس در سه خانه دیگر، باید ۳ تا از ۷ حرف h, i, r, a, g, o, l قرار بگیرد که این کار نیز به $p(7, 3)$ حالت امکان‌پذیر است. پس تعداد جایگشت‌های مطلوب برابر است با:

$$4 \times p(7, 3) = 4 \times \frac{7!}{(7-3)!} = 4 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$



۱۹- اگر $\binom{n}{2} = 8n$ باشد، در این صورت حاصل $\binom{2n+1}{n-2}$ با کدام یک از مقادیر زیر برابر است؟

- (۱) $\binom{37}{23}$ (۲) $\binom{33}{19}$ (۳) $\binom{31}{18}$ (۴) $\binom{35}{20}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

$$\binom{n}{2} = 8n \Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 8n \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2 \times (n-2)!} = 8n$$

$$\frac{n-1}{2} = 8 \Rightarrow n-1 = 16 \Rightarrow n = 17 \Rightarrow \binom{2n+1}{n-2} = \binom{35}{15} = \binom{35}{20}$$

ویژگی ترکیب

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$



۲۰- از بین ۴ دانشمند ایرانی، ۳ آلمانی و ۲ هندی، می‌خواهیم یک کمیته ۴ نفره تشکیل دهیم به طوری که حداقل یک ایرانی عضو آن باشد و هر دو هندی با هم در آن نباشند. این کار به چند طریق ممکن است؟

- (۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴

ترکیب r شیء از n شیء متمایز

به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (0 \leq r \leq n)$$

حالت اول

۱ هندی عضو کمیته باشد: از بین ۴ ایرانی و ۳ آلمانی باید ۳ نفر انتخاب کنیم که حداقل ۱ نفر ایرانی باشد:

راه حل اول: $\binom{4}{1}\binom{3}{2} + \binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{4}{3} = 12 + 18 + 4 = 34$

$\underbrace{\binom{4}{1}\binom{3}{2}}_{\text{ایرانی ۱}}$
 $\underbrace{\binom{4}{2}\binom{3}{1}}_{\text{ایرانی ۲}}$
 $\underbrace{\binom{4}{3}}_{\text{ایرانی ۳}}$

راه حل دوم: $\binom{7}{3} - \binom{3}{3} = 35 - 1 = 34$

ایرانی نباشد - کل حالات:

حال تعداد حالات انتخاب ۱ هندی یعنی $\binom{2}{1}$ را در این عدد ضرب می‌کنیم:

$$\binom{2}{1} \times 34 = 68$$

حالت دوم

هیچ هندی، عضو کمیته نباشد: از بین ۴ ایرانی و ۳ آلمانی باید ۴ نفر انتخاب کنیم که قطعاً حداقل ۱ نفر ایرانی است. $\binom{7}{4} = 35$

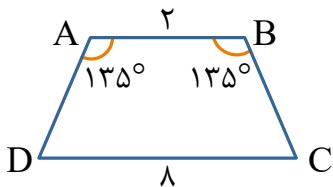
\Rightarrow پاسخ مسئله: $68 + 35 = 103$

رفع ابهام!

چرا حتماً حداقل یک ایرانی انتخاب می‌شود؟ چون تعداد آلمانی‌ها ۳ تا است و افرادی که می‌خواهیم انتخاب کنیم ۴ تا. پس حتی اگر هر ۳ تا آلمانی انتخاب شوند باز هم نفر بعدی مجبور است از بین ایرانی‌ها انتخاب شود.



۲۱- در دوزنقه شکل مقابل، زاویه‌های منفرجه هر کدام 135° و طول دو قاعده ۲ و ۸ است. مساحت این دوزنقه کدام است؟



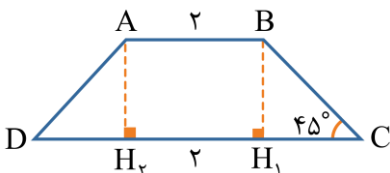
- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۵ (۴)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه $\hat{A} = \hat{B} = 135^\circ$ داریم:
 (۱) دوزنقه $ABCD$ متساوی‌الساقین است.

(۲) $\hat{D} = \hat{C} = 45^\circ$





در نتیجه چهارضلعی ABH_1H_2 مستطیل و مثلث‌های CH_1B و ADH_2 قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین و هم‌نهشت هستند، پس:

$$AB = H_1H_2 = 2 \Rightarrow H_1C = DH_2 = \frac{DC - H_2H_1}{2} = \frac{8 - 2}{2} = 3$$

در نتیجه:

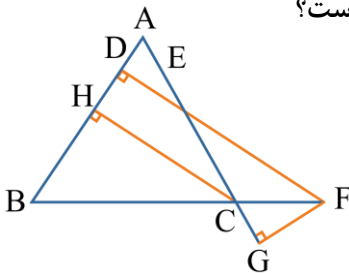
$$BH_1 = 3 \text{ و } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (AB + DC) \times BH_1 = 15$$

ویژگی زاویه‌های دوزنقه متساوی‌الساقین

در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، زاویه ساق‌ها با قاعده بزرگ با هم برابر است و برعکس.
نتیجه در هر دوزنقه متساوی‌الساقین، زاویه ساق‌ها با قاعده کوچک با هم برابر است و برعکس.



۲۲- در شکل مقابل، $AB = AC$ ، $HC = 6$ و $FG = 4$ است. اگر $AD = DH$ باشد، اندازه EF کدام است؟



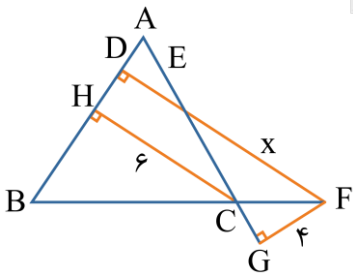
- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۸ (۴)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

دو نکته طلایی!

<p>در مثلث متساوی‌الساقین، اگر از نقطه‌ای روی امتداد قاعده، دو عمود بر ساق‌ها رسم کنیم، قدرمطلق تفاضل طول دو عمود رسم شده با ارتفاع وارد بر ساق برابر است.</p>	<p>در مثلث متساوی‌الساقین، اگر از نقطه‌ای روی قاعده دو عمود بر ساق‌ها رسم کنیم، مجموع طول دو عمود با ارتفاع وارد بر ساق برابر است.</p>
$MH + MH' = h_b = h_c$	$MH + MH' = h_b = h_c$



با توجه به شکل مقابل و به کمک تعمیم قضیه تالس در مثلث AHC داریم:

$$DE \parallel HC \Rightarrow \frac{AD}{AH} = \frac{DE}{HC}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AD + DH} = \frac{DE}{HC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DE}{6} \Rightarrow DE = 3$$

از طرفی به کمک نکته می‌دانیم که $FD - FG = CH$ است، پس:

$$FD - FG = CH \Rightarrow (FE + DE) - FG = CH$$

$$\Rightarrow (x + 3) - 4 = 6 \Rightarrow x + 3 = 10 \Rightarrow x = 7$$



۲۳- در مثلث $\triangle ABC$ داریم $AB=10$. اگر میاندهای نظیر اضلاع BC و AC به ترتیب ۱۵ و ۱۸ باشند، مساحت مثلث $\triangle ABC$ ، کدام است؟

۱۴۴ (۴)

۱۰۸ (۳)

۱۶۸ (۲)

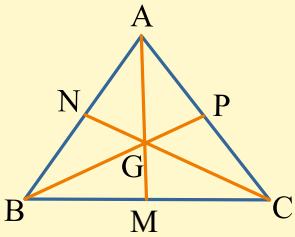
۱۹۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

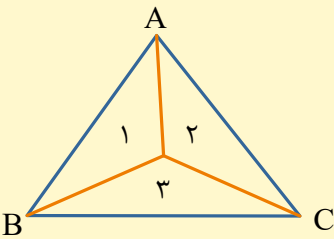
میاندهای مثلث

میاندهای هر مثلث همرسند و فاصله نقطه همرسی میاندها از هر رأس، دو برابر فاصله آن از وسط ضلع مقابل است.



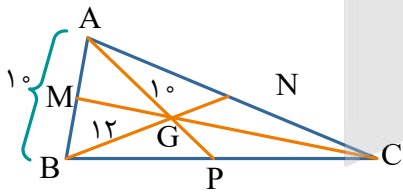
$$GA = 2GM \Rightarrow \begin{cases} GA = \frac{2}{3} AM \\ GM = \frac{1}{3} AM \end{cases}$$

اگر از محل همرسی میاندهای مثلث، به سه رأس وصل کنیم، سه مثلث هممساحت پدید می‌آید.



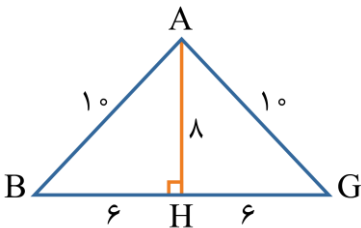
$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

ابتدا با توجه به قسمت اول کلاس درس و اندازه‌های $BN=18$ ، $AP=15$ ، داریم:



$$\begin{cases} GB = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 18 = 12 \\ GA = \frac{2}{3} AP = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \end{cases}$$

حال واضح است که مثلث $\triangle ABG$ با اضلاع $AB=AG=10$ متساوی الساقین است. پس می‌توانیم مساحت آن را حساب کنیم:



$$AH = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} AH \times BG = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$$

و در نهایت با توجه قسمت دوم کلاس درس، خواهیم داشت:

$$S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle ABG} = 3 \times 48 = 144$$

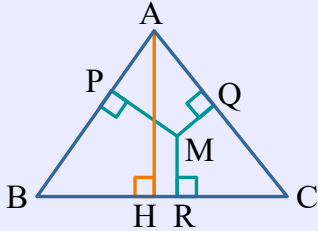


۲۴- در یک مثلث متساوی الاضلاع، فاصله یک نقطه از ۳ ضلع $\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{3}$ می باشد. مساحت این مثلث کدام است؟
 (۱) $6\sqrt{3}$ (۲) $12\sqrt{3}$ (۳) $24\sqrt{3}$ (۴) $36\sqrt{3}$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

در مثلث متساوی الاضلاع...



$$MP + MQ + MR = AH$$

مجموع فواصل هر نقطه از ۳ ضلع مثلث متساوی الاضلاع، با ارتفاع مثلث برابر است.

ارتفاع و مساحت مثلث متساوی الاضلاع رو که یادته؟

در هر مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a ، ارتفاع مثلث $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ و مساحت آن $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.

طبق درسنامه داریم:

$$h = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

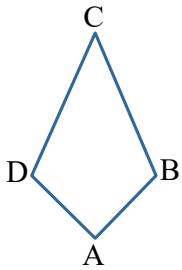
طبق یادآوری داریم:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow 6\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = 12$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(12)^2 = 36\sqrt{3}$$



۲۵- در چهارضلعی مقابل، $AD=AB$ و $CD=BC$ است. اگر $\hat{B}=90^\circ$ ، $\hat{A}=150^\circ$ و $BD=1$ باشد، مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟

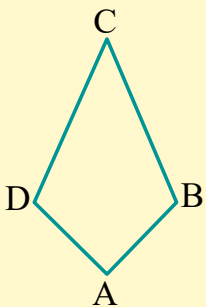


- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) ۴
- (۴) ۳

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

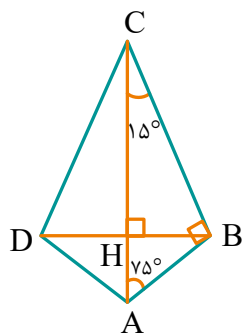
کایت



در چهارضلعی مقابل، اگر $AD=AB$ و $CD=CB$ باشد، قطرهای آن بر هم عمود هستند، AC نیمساز زاویه A و C است، BD توسط AC نصف می شود و مساحت ABCD نصف حاصل ضرب اندازه قطرهای آن است. یعنی:

$$S_{ABCD} = \frac{AC \times BD}{2}$$

با توجه به درسنامه، مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است که زاویه 15° دارد، پس ارتفاع وارد بر وتر یعنی BH ، $\frac{1}{4}$ وتر یعنی AC است، پس داریم:

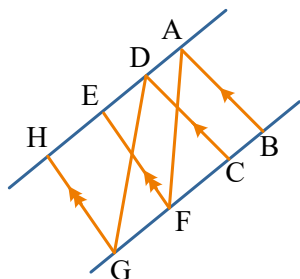


$$BH = \frac{1}{2}BD \xrightarrow{BD=1} BH = \frac{1}{2} \xrightarrow{BH=\frac{1}{4}AC} AC = 2$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$



۲۶- در شکل مقابل، $CD \parallel AB$ و $GH \parallel EF$ است. اگر مساحت $ADGF$ ، چهار برابر مساحت $ABCD$ باشد، مساحت $HEFG$ چند برابر $ADGF$ است؟ ($AH \parallel BG$)



۱ (۱)

۱/۷۵ (۲)

۳/۲۵ (۳)

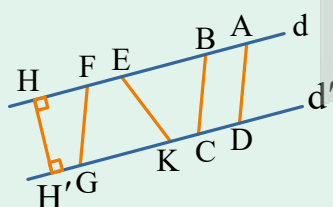
۴ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

قلی‌شو یاد بگیر!

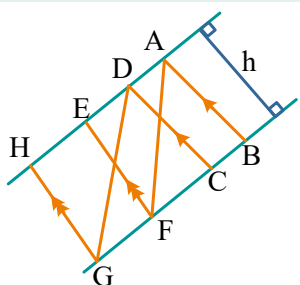
ارتفاع چهارضلعی‌هایی که دو رأس آن روی d و دو رأس دیگر آن روی d' است برابر با HH' است، یعنی:



$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \times HH'$$

$$S_{EFGK} = \frac{EF + GK}{2} \times HH'$$

پس با توجه با قلی قبل داریم:



$$S_{ADGF} = 4S_{ABCD}$$

$$\frac{AD + GF}{2} \times h = 4AD \times h \Rightarrow GF = 7AD$$

$$S_{HEFG} = GF \times h \Rightarrow S_{HEFG} = 7AD \times h \Rightarrow \frac{S_{HEFG}}{S_{ADGF}} = \frac{7AD \times h}{4AD \times h} = \frac{7}{4} = 1/75$$

رفع ابهام!

برای چهارضلعی $ABCD$ از فرمول مساحت متوازی الاضلاع استفاده کردیم چون طبق اطلاعات سؤال فقط می‌دانیم که اضلاع روبه‌رو در آن موازی‌اند. برای چهارضلعی $ADGF$ از فرمول مساحت دوزنقه استفاده کردیم چون فقط می‌دانیم که دو ضلع AD و GF در آن با هم موازی‌اند. (حالا شما بگو ببینم برای چهارضلعی $HEFG$ چرا از فرمول مساحت متوازی الاضلاع استفاده کردیم؟)



۲۷- چندضلعی شبکه‌ای A، ۸ نقطه درونی بیش‌تر و ۴ نقطه مرزی کم‌تر از چندضلعی شبکه‌ای B دارد. اگر مساحت چندضلعی شبکه‌ای A، $\frac{2}{5}$ برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای B باشد، حداکثر تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای B کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

فرض کنید چندضلعی شبکه‌ای B، دارای b نقطه مرزی و i نقطه درونی باشد. در این صورت، چندضلعی شبکه‌ای A، ۴ - b نقطه مرزی و i + ۸ نقطه درونی دارد. طبق فرمول پیک داریم:

$$S_B = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$S_A = \frac{b-4}{2} + (i+8) - 1 = \left(\frac{b}{2} + i - 1\right) + 6 = S_B + 6$$

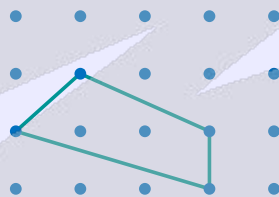
$$\Rightarrow S_A = \frac{2}{5} S_B \Rightarrow S_B + 6 = \frac{2}{5} S_B \Rightarrow \frac{1}{5} S_B = 6 \Rightarrow S_B = 30 \Rightarrow \frac{b}{2} + i - 1 = 30 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 31 \Rightarrow b + 2i = 62$$

پس چندضلعی شبکه‌ای B حداکثر ۶۲ نقطه مرزی دارد که این تعداد وقتی اتفاق می‌افتد که کم‌ترین نقاط درونی را داشته باشد که صفر کم‌ترین آن است.

هر آنچه باید در مورد چندضلعی شبکه‌ای بدانید

مطابق شکل، نقطه‌هایی که روی خط‌های افقی و عمودی واقع‌اند به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی یا خط عمودی برابر یک واحد باشد را «نقاط شبکه‌ای» می‌نامند.

اگر یک چندضلعی، تمام رأس‌هایش روی نقاط شبکه‌ای باشند، «چندضلعی شبکه‌ای» نامیده می‌شود. مانند:



<p>(۲) نقاط واقع در درون چندضلعی شبکه‌ای را «نقاط درونی» می‌نامند و تعداد آن‌ها را با i نشان می‌دهند.</p>	<p>(۱) نقاط شبکه‌ای واقع بر رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی را «نقاط مرزی» می‌نامند و تعداد آن‌ها را با b نشان می‌دهند.</p>
<p>\Rightarrow تعداد نقاط درونی = i = ۳</p>	<p>\Rightarrow تعداد نقاط مرزی = b = ۶</p>

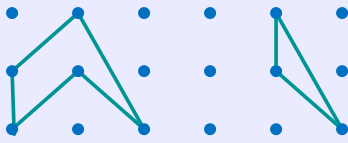
تعداد نقاط مرزی چندضلعی‌های شبکه‌ای هرگز کم‌تر از ۳ نمی‌تواند باشد یا به عبارت دیگر، هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل ۳ نقطه مرزی دارد.



$b \geq 3 \Rightarrow$ چندضلعی شبکه‌ای



چندضلعی‌های شبکه‌ای می‌توانند نقطهٔ درونی نداشته باشند یا به عبارت دیگر تعداد نقاط درونی چندضلعی‌های شبکه‌ای حداقل صفر است.



$$i \geq 0 \Rightarrow \text{چندضلعی شبکه‌ای}$$

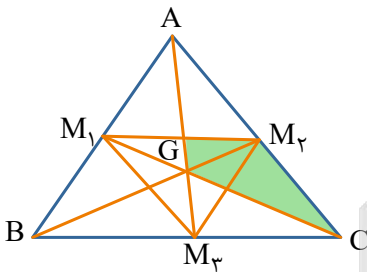
اگر b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای باشد، مساحت آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \quad \text{فرمول پیک}$$



۲۸- در شکل مقابل، میانه‌های مثلث ABC را رسم کرده‌ایم. اگر پای میانه‌های مثلث را به هم وصل کنیم مساحت قسمت هاشورخورده

چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{5}{24}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{7}{12}$

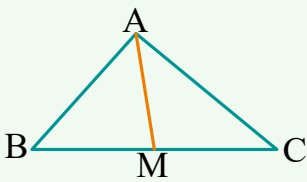
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینهٔ ۲

بیاید اول چند تا نکتهٔ کاربردی دربارهٔ مساحت با هم ببینیم!

نکتهٔ ۱

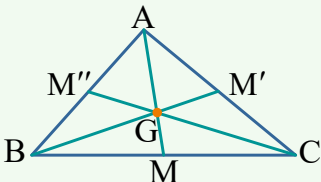
میانهٔ مثلث، مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند، یعنی اگر M میانه باشد:



$$S_{\triangle AMB} = S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

نکتهٔ ۲

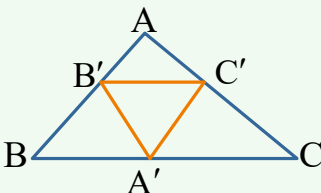
اگر ۳ میانهٔ یک مثلث را رسم کنیم، مثلث به ۶ مثلث دیگر تقسیم می‌شود که مساحت آن‌ها با هم برابر است یعنی:



$$S_{\triangle CGM} = S_{\triangle BGM''} = S_{\triangle AGM'} = S_{\triangle AGM''} = S_{\triangle BGM} = S_{\triangle CGM'} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

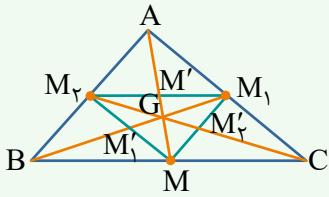
نکتهٔ ۳

اگر وسط اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم ۴ مثلث به دست می‌آید که مساحت آن‌ها با هم برابر است.



$$S_{\triangle AB'C'} = S_{\triangle CC'A'} = S_{\triangle BB'A'} = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

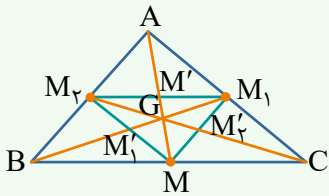
اگر میانه‌های یک مثلث را رسم کنیم و پای میانه‌ها را هم به هم وصل کنیم، مطابق شکل مقابل داریم:



$$S_{\triangle GM_1M_2'} = S_{\triangle GM_2'M_1'} = S_{\triangle GM_1'M_2} = S_{\triangle GM_2'M} = S_{\triangle GMM_1'} = S_{\triangle GM_1'M_2} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle AM_1'M_2} = S_{\triangle M_1M_2'C} = S_{\triangle MM_2'C} = S_{\triangle MM_1'B} = S_{\triangle M_1BM_2} = S_{\triangle AM_1'M_2} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$$

نتیجه ۱) در شکل زیر، اگر M_1, M_2, M و M_1, M_2 وسط اضلاع مثلث ABC باشند، داریم:

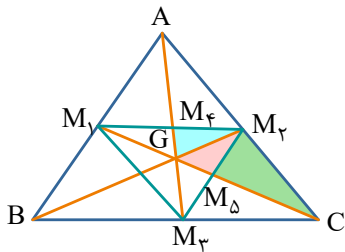


$$S_{\triangle GBC} = S_{\triangle GAB} = S_{\triangle GAC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

نتیجه ۲) در همان شکل قبل داریم:

$$S_{\triangle GMBM_2} = S_{\triangle GM_1AM_2} = S_{\triangle GM_1CM} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

با توجه به درسنامه و نیز شکل مقابل، داریم:

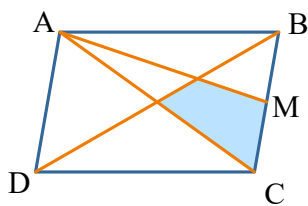


$$\begin{cases} S_{\triangle CM_2M_3} = \frac{1}{2} S_{\triangle CM_2M_3} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} \\ S_{\triangle GM_2M_3} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC} \\ S_{\triangle GM_2M_4} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\text{هاشور}} = S_{\triangle CM_2M_3} + S_{\triangle GM_2M_3} + S_{\triangle GM_2M_4} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24}\right) S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\text{هاشور}} = \frac{5}{24} S_{\triangle ABC}$$

۲۹- در شکل مقابل، ABCD، متوازی الاضلاع و M وسط BC است. مساحت متوازی الاضلاع ABCD چند برابر مساحت چهارضلعی رنگی است؟



رنگی است؟

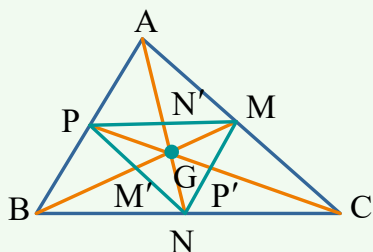
- ۱ (۱)
- ۶ (۲)
- ۸ (۳)
- ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

نکته درباره مساحتها

در شکل مقابل، M، N و P، به ترتیب وسط اضلاع AC، BC و AB هستند. داریم:

$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle MNC} = S_{\triangle AMP} = S_{\triangle BPN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

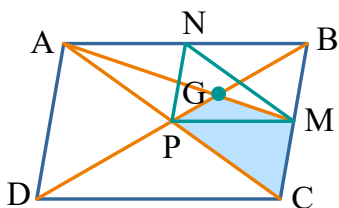


$$S_{\triangle MNG} = S_{\triangle PNG} = S_{\triangle MPG} = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$

در شکل داده شده، مساحت مثلث ABC، نصف مساحت متوازی الاضلاع ABCD است. از طرفی، چون M وسط BC و P وسط AC است (در متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می کنند)، MP چهارضلعی رنگی را به دو قسمت تقسیم می کند.

مساحت مثلث MPC که طبق درسنامه، $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث ABC است و مساحت MGP که آن هم طبق نکته، $\frac{1}{12}$ مساحت مثلث

ABC است، پس:

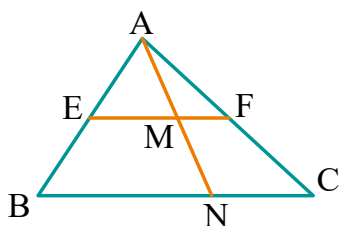


$$S_{MGPC} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{12} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

پس S_{MGPC} برابر $\frac{1}{6}$ مساحت ABCD و در نتیجه مساحت ABCD برابر S_{MGPC} است.



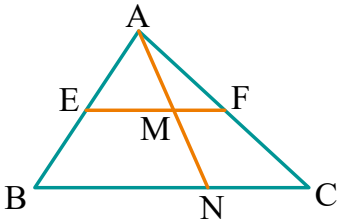
۳۰- در مثلث ABC، خط EF موازی BC است. اگر $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{MF}{BN} = \frac{1}{6}$ باشد، حاصل $\frac{S_{MFNC}}{S_{\triangle ABC}}$ کدام است؟



- $\frac{4}{85}$ (۲)
- $\frac{4}{25}$ (۴)

- $\frac{1}{5}$ (۱)
- $\frac{21}{85}$ (۳)

می‌دانیم که $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{MF}{BN} = \frac{1}{6}$ است، پس:



$$\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\triangle ABC \sim \triangle AEF} \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (1)$$

$$\triangle ABC: \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \triangle ANC: \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{2}{5} = \frac{MF}{NC}$$

$$\frac{MF}{BN} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{BN}{MF} = \frac{6}{1} \Rightarrow \frac{NC}{BN} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{NC}{BC} = \frac{5}{17}$$

و با توجه به اینکه $\frac{NC}{BC} = \frac{5}{17}$ است، می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC: \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} \\ \triangle ANC: \frac{MF}{NC} = \frac{AF}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{MF}{NC} \Rightarrow \frac{MF}{EF} = \frac{NC}{BC} = \frac{5}{17}$$

از آن جا که ارتفاع هر دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ANC$ با هم برابر است نسبت مساحت‌هایشان برابر نسبت قاعده‌هاست:

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{5}{17} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMF}}{S_{\triangle AEF}} = \frac{5}{17} \quad (2)$$

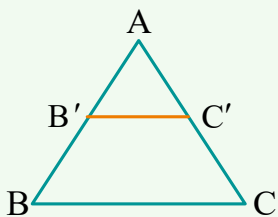
حال به کمک رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$S_{\triangle AMF} = \frac{5}{17} S_{\triangle AEF} \xrightarrow{S_{\triangle AEF} = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC}} S_{\triangle AMF} = \frac{5}{17} \times \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{85} S_{\triangle ABC}$$

از طرفی $S_{MFCN} = S_{\triangle ANC} - S_{\triangle AMF}$ است، پس:

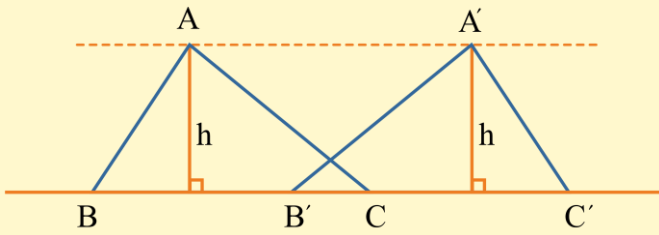
$$S_{MFCN} = \frac{5}{17} S_{\triangle ABC} - \frac{4}{85} S_{\triangle ABC} = \frac{21}{85} S_{\triangle ABC} \Rightarrow \frac{S_{MFCN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{21}{85}$$

موقعیتی که دو مثلث متشابه می‌سازد!



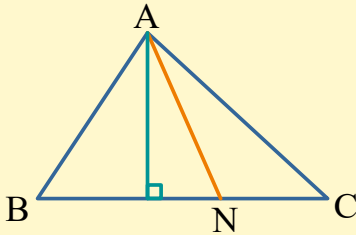
اگر در شکل مقابل، $BC \parallel B'C'$ باشد، مثلث‌های $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متشابه هستند.

۱) در مثلث‌هایی که ارتفاع‌ها با هم برابر است، نسبت مساحت‌ها همان نسبت قاعده‌ها است.



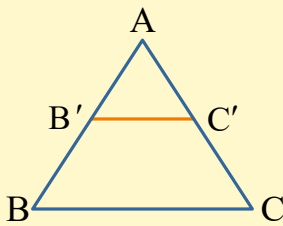
$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$

نمونه‌ای دیگر از رخ دادن این حالت:



$$\frac{S_{\Delta ANC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{NC}{BC}$$

۲) در مثلث‌های متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع (نسبت تشابه) است.



$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \left(\frac{BC}{B'C'}\right)^2$$





بودجه بندی این آزمون

سهم در کنکور

دما و گرما (صفحه های ۸۳ تا ۱۲۶)

۲ تست از ۳۵ تست کنکور

۳۱- گرم ترین نقطه روی زمین، ناحیه ای در کویر لوت است که دمای آن تا حدود 158°F و سردترین نقطه در قطب جنوب است که دمای آن تا -89°C گزارش شده است. اختلاف این دو دما چند کلون است؟

- ۶۹ (۱) ۱۵۹ (۲) ۲۴۷ (۳) ۴۳۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)



$\Delta\theta = \Delta T$

اختلاف دما بر حسب کلون و درجه سلسیوس یکسان است.

گام اول:

بالاترین دما بر حسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$F = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow 158 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 70^{\circ}\text{C}$$

گام آخر:

اختلاف دماها برابر است با:

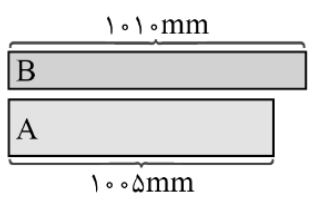
$$\theta_1 - \theta_2 = 70 - (-89) = 159^{\circ}\text{C}$$

$$\Rightarrow \Delta T = 159\text{K}$$



۳۲- در شکل زیر، دمای میله ها را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا طول دو میله A و B برابر شود؟

$(\alpha_B = 2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}, \alpha_A = 4 \times 10^{-5} \text{K}^{-1})$



- ۸۰ (۱)
۱۸۰ (۲)
۲۰۰ (۳)
۲۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

$$L_{\gamma A} = L_{\gamma B} \xrightarrow{L_{\gamma} = L_1 + L_1 \alpha \Delta\theta}$$

$$\rightarrow L_{1A} + L_{1A} \alpha \Delta\theta = L_{1B} + L_{1B} \alpha \Delta\theta$$

$$\rightarrow 1005 + 1005 \times 4 \times 10^{-5} \Delta\theta = 1010 + 1010 \times 2 \times 10^{-5} \Delta\theta$$

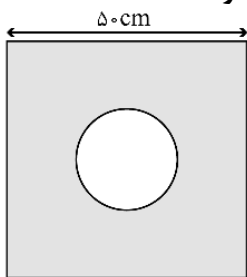
$$\rightarrow 4020 \times 10^{-5} \Delta\theta - 2020 \times 10^{-5} \Delta\theta = 5$$

$$\rightarrow 2000 \times 10^{-5} \Delta\theta = 5$$

$$\rightarrow \Delta\theta = 250^{\circ}\text{C}$$



۳۳- مطابق شکل، درون یک ورقه مسی مربع شکل یک حفره دایره‌ای به مساحت 400 cm^2 ایجاد کرده‌ایم. اگر دمای این ورقه را افزایش دهیم، طول ضلع ورقه $50/3 \text{ cm}$ می‌شود. مساحت حفره پس از تغییر دما چند سانتی‌متر مربع خواهد شد؟



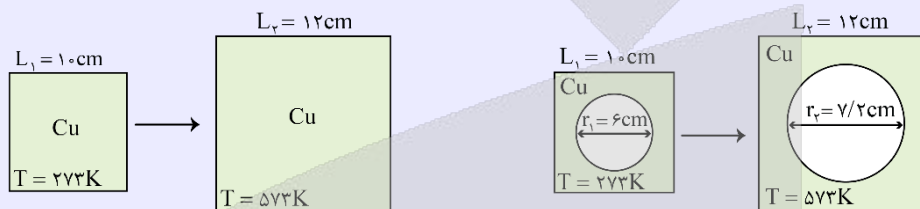
- (۱) $402/4$
- (۲) $404/8$
- (۳) $409/6$
- (۴) $410/4$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه

دو ورقه فلزی کاملاً مشابه در اختیار داریم. درون یکی از ورقه‌ها حفره‌های دایره‌ای شکل ایجاد می‌کنیم سپس دمای هر دو ورقه را به یک میزان افزایش می‌دهیم:



هم فلز و هم حفره هر دو به یک نسبت منبسط می‌شوند گویا اصلاً حفره‌ای وجود ندارد.

$$\frac{12}{10} = \frac{7/2}{6}$$

نسبت انبساط حفره و انبساط فلز یکسان خواهد بود یعنی انبساط حفره دقیقاً از الگوی انبساط فلز اطرافش تبعیت می‌کند. پس برای محاسبه میزان انبساط حفره می‌توان از ضریب انبساط فلز اطرافش استفاده کرد.

$$\Delta r = r_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= L_1 \alpha \Delta \theta \\ \Delta A &= A_1 (2\alpha) \Delta \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta A} = \frac{L_1 \alpha \Delta \theta}{A_1 (2\alpha) \Delta \theta}$$

$$\rightarrow \frac{50/3 - 50}{\Delta A} = \frac{50 \alpha \times \Delta \theta}{400 \times 2\alpha \Delta \theta} \rightarrow \Delta A = 4/8 \text{ cm}^2$$

$$\Delta A = A_2 - A_1 \rightarrow 4/8 = A_2 - 400 \rightarrow A_2 = 404/8 \text{ cm}^2$$



۳۴- نمودار گرمای دریافت‌شده بر حسب تغییرات دما برای دو کره A و B مطابق شکل زیر است. شعاع خارجی دو کره یکسان است

ولی کره B توخالی و کره A توپر است و ضریب انبساط طولی کره B، $\frac{3}{4}$ برابر ضریب انبساط طولی کره A است. چه تعداد از

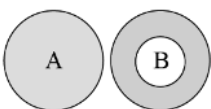
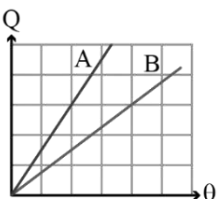
عبارت‌های زیر در مورد این دو کره الزاماً درست است؟

الف: اگر به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، افزایش حجم کره B، $\frac{3}{4}$ برابر افزایش حجم کره A خواهد بود.

ب: اگر دمای دو کره را به یک اندازه بالا ببریم، تغییر قطر کره B کمتر از تغییر قطر کره A خواهد بود.

ج: با افزایش دمای کره B، نسبت شعاع داخلی و شعاع خارجی آن کاهش می‌یابد.

د: گرمای ویژه کره A دو برابر گرمای ویژه کره B می‌باشد.

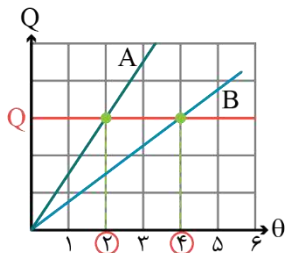


۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



الف: وقتی به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، طبق خط افقی رسم شده، تغییر دمای کره B، دو برابر تغییر دمای کره A خواهد شد:

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \rightarrow \frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = \frac{\beta_B}{\beta_A} \times \frac{\Delta T_B}{\Delta T_A} \rightarrow \frac{\Delta V_B}{\Delta V_A} = \frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{2} \quad (\checkmark)$$

ب: قطر و حجم اولیه دو کره یکسان است. از طرفی افزایش دما هم برای هر دو کره برابر می‌باشد، پس طبق رابطه $\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$ چون

$$\alpha_B = \frac{3}{4} \alpha_A \quad \text{است، پس} \quad \Delta L_B = \frac{3}{4} \Delta L_A \quad \text{می‌باشد.} \quad (\checkmark)$$

ج: همان‌طور که می‌دانید وقتی دمای یک جسم حفره‌دار را افزایش دهیم، تغییر حجم حفره از الگوی تغییر حجم فلز اطراف حفره تبعیت می‌کند، بنابراین نسبت شعاع داخلی به خارجی کره B ثابت می‌ماند. (\times)

د: شیب نمودار $Q - \theta$ برابر ظرفیت گرمایی جسم است نه گرمای ویژه، پس در اینجا ظرفیت گرمایی A، دو برابر B است و چون جرم کره‌ها را نداریم در مورد گرمای ویژه آن‌ها اظهار نظر نمی‌توان کرد. (\times)



۳۵- اگر به جسم A به جرم m، گرمای Q داده شود، دمای آن 1°C بالا می‌رود. اگر به جسم B به جرم ۲m، گرمای ۸Q داده شود، دمای آن 5°C بالا می‌رود. گرمای ویژه جسم A چند برابر گرمای ویژه جسم B است؟

۸ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)



هنگامی که به یک جسم، گرما می‌دهیم، دو حالت می‌تواند رخ دهد.

۱- می‌تواند باعث تغییر دمای یک جسم شود. مثلاً وقتی به آب درون کنتری گرما می‌دهیم، داغ می‌شود و دمای آن بالا می‌رود.

گرما

۲- می‌تواند باعث تغییر حالت (فاز) جسم شود. مثلاً وقتی به یک قطعه یخ صفر درجه سلسیوس گرما می‌دهیم، ذوب خواهد شد.

در این قسمت به بررسی بالا رفتن دمای جسم بر اثر گرما می‌پردازیم.



گرمای لازم برای تغییر دما

این گرما با جرم جسم و تغییر دمای آن متناسب است و طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \text{یا} \quad Q = C\Delta\theta$$

در این روابط، c گرمای ویژه جسم و C، ظرفیت گرمایی آن است.

گرمای ویژه: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از ماده می‌گیرد تا دمای آن یک درجه سلسیوس بالا برود. گرمای ویژه وابسته به جنس ماده

است و یکای استاندارد آن $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ است.



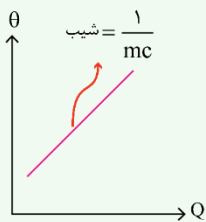
ظرفیت گرمایی

مقدار گرمایی که جسم می‌گیرد تا دمای آن 1°C (یا ۱ K) افزایش یابد، ظرفیت گرمایی گویند و یکای SI آن $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ است.

تذکره: $Q > 0$ نشان‌دهنده گرما گرفتن و $Q < 0$ نشان‌دهنده گرما از دست دادن است.

نکته ۱

مطابق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ داریم:



$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \text{شیب نمودار } \theta \text{ بر حسب } Q: \frac{\Delta\theta}{Q} = \frac{1}{mc} = \frac{1}{C}$$

بنابراین شیب نمودار θ بر حسب Q برابر عکس ظرفیت گرمایی جسم است. دقت کنید که این نمودار فقط به ما کمک می‌کند تا ظرفیت گرمایی را برای دو جسم مقایسه کنیم. اگر بخواهیم گرمای ویژه را هم مقایسه کنیم، باید راجع به جرم دو جسم اطلاعات داشته باشیم. دقت کنید اگر نمودار Q بر حسب θ داده شود، شیب آن برابر ظرفیت گرمایی C است.

نکته ۲

۱- هنگامی که دمای دو جسم با گرفتن گرما تغییر می‌کند، برای مقایسه آن‌ها می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2}{c_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

۲- در صورتی که به جای جرم جسم‌ها، چگالی و حجم آن‌ها داده شده باشد، برای مقایسه آن‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ m = \rho V \end{cases} \rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1} \times \frac{c_2}{c_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

برای مقایسه دو جسم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\rightarrow \frac{Q}{\Delta Q} = \frac{m}{\Delta m} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{1}{\Delta} \rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{1}{\Delta}$$



۳۶- گلوله‌ای مسی به جرم ۱۰۰ گرم و دمای اولیه 20°C از ارتفاع ۶۰ متری نسبت به سطح زمین با سرعت اولیه $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به درون ظرف عایقی که روی زمین قرار گرفته و حاوی ۲۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس است پرتاب شده و در آن متوقف می‌شود. اگر تبادل انرژی فقط بین آب و گلوله مسی صورت گیرد، دمای نهایی مجموعه چند درجه سلسیوس خواهد شد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر

شود و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، $c_{\text{مس}} = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

نکته

اگر جسمی از ارتفاع h سقوط کند و انرژی پتانسیل آن به گرما تبدیل شود، داریم:

$$Q = U = mgh = mc\Delta\theta$$

اگر درصدی از گرمای تولید شده به جسم برگردد و بقیه به زمین و محیط اطراف داده شود:

$$Q = \frac{x}{100} \times mgh \quad x: \text{درصدی که به خود جسم برمی‌گردد}$$

نکته

اگر جسم متحرکی به مانع برخورد کرده و متوقف شود، انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل می‌شود و داریم:

$$Q = K = \frac{1}{2}mv^2 = mc\Delta\theta$$

حال اگر درصدی از گرمای تولید شده به جسم برگردد داریم:

$$Q = \frac{x}{100} \times \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{درصدی که به جسم برمی‌گردد: } x$$

انرژی پتانسیل و جنبشی گلوله به گرما تبدیل شده و به مجموعه آب و مس داده می‌شود اگر دمای نهایی را θ_e در نظر بگیریم داریم:

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (\theta_e - \theta_{\text{آب}}) + m_{\text{مس}} c_{\text{مس}} (\theta_e - \theta_{\text{مس}}) = mgh + \frac{1}{2} mv^2$$

$$0.2 \times 4200 (\theta_e - 0) + 0.1 \times 400 (\theta_e - 20) = 0.1 \times 10 \times 60 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 400$$

$$840\theta_e + 40\theta_e - 800 = 60 + 20 \rightarrow 880\theta_e = 880 \rightarrow \theta_e = 1^\circ\text{C}$$



۳۷- درون یک ظرف فلزی با ظرفیت گرمایی $\frac{600}{\text{K}}$ و دمای 30°C ، 200 گرم آب با دمای 50°C می‌ریزیم و یک گرمکن با راندمان

80% درصد و توان 250W درون آن قرار می‌دهیم. چند ثانیه طول می‌کشد تا در فشار یک جو آب شروع به جوشیدن کند؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

۴۲۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گرما

گرما (Q): انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود.
یکای گرما:

$$1 \text{ cal} = 4/186 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \text{N.m}$$

گرما یک کمیت نرده‌ای و فرعی است.

اشاره کردن به گرمای موجود در یک جسم اشتباه است چون گرما مربوط به انرژی در حال گذار است.

عبارت نادرست	عبارت درست
جسم دارای ۲۰ ژول گرما است.	جسم ۲۰ ژول گرما از دست داده یا گرفته است.
گرمای جسم زیاد شده است.	۲۰ ژول گرما به جسم منتقل شده است.
گرمای جسم A از جسم B بیشتر است.	گرما از جسم A به جسم B منتقل شده

اگر به جسمی گرما بدهیم دو حالت امکان‌پذیر است:

حالت اول) دمای جسم تغییر کند ولی حالت فاز ثابت بماند.

حالت دوم) دمای جسم ثابت بماند ولی حالت (فاز) تغییر کند.

امکان ندارد تغییر دما و تغییر حالت هم‌زمان با هم اتفاق بیفتد.

حالت اول) گرما باعث تغییر دمای جسم شود: (فاز یا حالت ثابت می‌ماند.)

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = C\Delta T$$

C: ظرفیت گرمایی

ΔT : تغییر دما

c: گرمای ویژه

m: جرم

سازگاری یکای گرمای ویژه را مبنای انتخاب سایر یکاها قرار دهید:

الف) یکاها در SI

$$\begin{matrix} & \text{J} & & & \\ \text{J} & \text{kg} & \text{kg.K} & \text{K} & \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\ Q = m & c & \Delta T & & \end{matrix}$$

$$Q = m c \Delta T$$

$\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\text{cal} \quad \text{g} \quad \text{g}^\circ\text{C} \quad ^\circ\text{C}$

علامت گرما:

۱) اگر به جسم گرما بدهیم؛ ← انرژی جنبشی ذرات سازنده آن زیاد می‌شود؛ ← انرژی درونی جسم افزایش می‌یابد؛ ← دمای جسم بالا می‌رود.

$$\uparrow T \Rightarrow T_2 > T_1 \Rightarrow Q > 0$$

۲) اگر از جسم گرما بگیریم؛ ← انرژی جنبشی ذرات سازنده آن کم می‌شود؛ ← انرژی درونی جسم کاهش می‌یابد؛ ← دمای جسم پایین می‌رود.

$$\downarrow T \Rightarrow T_2 < T_1 \Rightarrow Q < 0$$

محاسبه توان و راندمان کتری برقی

انرژی گرمایی که کتری به محتویات داخلش می‌دهد همان انرژی (کار) مفید است.

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{\Delta t}$$

توان مفید کتری برقی

$$Ra = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{انرژی مفید (خروجی)}} \times 100 = \frac{\text{توان کل (ورودی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100$$

$$Ra = 100\% \text{ کتری آرمانی}$$



ابتدا توان مفید گرمکن را محاسبه می‌کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \rightarrow 80 = \frac{P_{\text{مفید}}}{25} \times 100 \rightarrow P_{\text{مفید}} = 200 \text{ W}$$

برای جوشیدن آب باید دمای مجموعه را به 100°C برسانیم:

$$50^\circ\text{C} \text{ آب } 200 \text{ g} \rightarrow 100^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = 0.2 \times 4200 \times 50 = 42000 \text{ J}$$

$$30^\circ\text{C} \text{ ظرف} \rightarrow 100^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta = C\Delta\theta = 600 \times 70 = 42000 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta t} \rightarrow 200 = \frac{42000 + 42000}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 420 \text{ s}$$



۳۸- درون یک ظرف با دمای 35°C مقدار 200 گرم آب با دمای 20°C و یک قطعه شیشه به جرم 500 g و دمای 10°C می‌اندازیم. پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای تعادل به 25°C می‌رسد. با چشم‌پوشی از اتلاف انرژی در محیط، ظرفیت گرمایی ظرف در

$$\text{SI چقدر است؟} \left(c_{\text{شیشه}} = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right)$$

۱۲۰۰ (۴)

۱۰۵۰ (۳)

۹۵۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

تعادل گرمایی

اگر دو یا چند جسم با دماهای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، پس از مدتی هم‌دما می‌شوند یعنی دمای آن‌ها به مقدار یکسانی می‌رسد. به این دما، دمای تعادل می‌گویند.

بنابر قانون پایستگی انرژی، همان قدر که اجسام گرم انرژی از دست می‌دهند، اجسام سرد انرژی می‌گیرند، پس جمع جبری این Q ها صفر می‌شود:

روش کلی:

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

$$|Q_{\text{داده شده}}| = |Q_{\text{گرفته شده}}|$$

۱- اجسامی که دمای آن‌ها بالاتر است گرما از دست می‌دهند و دمای آن‌ها پایین می‌آید، پس علامت Q برای آن‌ها منفی است. Q^-

۲- اجسامی که دمای آن‌ها پایین‌تر است گرما می‌گیرند و دمای آن‌ها بالا می‌رود پس علامت Q برای آن‌ها مثبت است. Q^+

در تعادل گرمایی همه اجسام به دمای یکسان می‌رسند ولی فاز (حالت) آن‌ها ممکن است یکسان نباشد.

همه مواد را به دمای تعادل می‌رسانیم و Q آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$35^\circ\text{C} \rightarrow 25^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = mc\Delta\theta = C\Delta\theta = C \times (25 - 35) = -10C$$

$$20^\circ\text{C} \text{ آب } 200\text{g} \rightarrow 25^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta = 0.2 \times 4200 \times (25 - 20) = 42000\text{J}$$

$$10^\circ\text{C} \text{ شیشه } 500\text{g} \rightarrow 25^\circ\text{C}$$

$$Q_3 = mc\Delta\theta = 0.5 \times 840 \times (25 - 10) = 63000\text{J}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \rightarrow -10C + 42000 + 63000 = 0$$

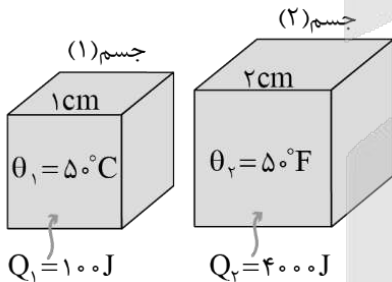
$$\rightarrow 10C = 105000 \rightarrow C = 10500 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$$



۳۹- در شکل زیر، دمای اولیه دو مکعب توپر و هم جنس با گرمای ویژه $400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ مشخص شده است. مطابق شکل، به این دو جسم

گرمای Q_1 و Q_2 را می‌دهیم. اگر دمای نهایی دو جسم برابر باشد، چگالی ماده سازنده مکعب‌ها چند واحد SI است؟ (اجسام

تغییر حالت نمی‌دهند.)



- (۱) ۲۵۰۰۰
- (۲) ۲۰۰۰۰
- (۳) ۲۵۰۰
- (۴) ۲۰۰۰

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

جرم جسم (۲)، ۸ برابر جرم جسم (۱) است (چرا؟) و گرمای دریافتی آن، ۴۰ برابر گرمای دریافتی جسم (۱) است، بنابراین برای مقایسه دو جسم می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1}$$

$$\Rightarrow 40 = 8 \times \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = 5$$

گام دوم:

دمای اولیه دو جسم برابر است با:

$$\theta_1 = 50^\circ\text{C}, \theta_2 = 50^\circ\text{F} = 10^\circ\text{C}$$

دمای نهایی دو جسم با هم برابر است، پس اگر این دما را θ بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \Delta\theta_1 = \theta - 50 \\ \Delta\theta_2 = \theta - 10 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} = \frac{\theta - 10}{\theta - 50}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{\theta - 10}{\theta - 50} \Rightarrow \theta = 60^\circ\text{C}$$

گام آخر:

حال که دمای نهایی را می‌دانیم، چگالی دو جسم را به دست می‌آوریم.

$$Q_1 = m_1 c \Delta\theta_1 = \rho V_1 c \Delta\theta_1$$

$$\Rightarrow 100 = \rho \times 10^{-6} \times 400 \times (60 - 50) \Rightarrow \rho = 25000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



۴۰- دو کره مسی توپر A و B در اختیار داریم که شعاع کره B دو برابر شعاع کره A است. اگر به دو کره گرمای یکسانی بدهیم، تغییر حجم کره A چند برابر تغییر حجم کره B است؟

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\frac{8}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

چون جنس هر دو کره یکسان است پس ρ ، c و β برای هر دو کره برابر است.

$$r_B = 2r_A \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi r^3} V_B = 8V_A \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\text{یکسان } \rho} m_B = 8m_A$$

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc}$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = \frac{Q}{mc}} \Delta V = V_1 \beta \frac{Q}{mc}$$

$$\xrightarrow{\text{یکسان } Q, c, \beta} \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_{1A}}{V_{1B}} \times \frac{m_B}{m_A} \rightarrow \frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A}{8V_A} \times \frac{8m_A}{m_A} = 1$$

نکته

برای مقایسه تغییر حجم دو کره، می‌توانستیم به طور مستقیم از رابطه زیر استفاده کنیم.

$$\begin{cases} \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \\ \Delta V = V_1 \beta \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow \Delta V = \frac{V_1 \beta Q}{mc}$$

$$\xrightarrow{\rho = \frac{m}{V_1}} \Delta V = \frac{\beta Q}{\rho c}$$

در این سؤال هر چهار پارامتر β ، Q ، ρ و c یکسان هستند؛ پس بدون محاسبه، تغییر حجم دو کره برابر است.



- ۴۱- درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $900 \frac{J}{K}$ ، ضریب انبساط طولی $2 \times 10^{-5} K^{-1}$ و حجم $500 cm^3$ ، مقدار $480 cm^3$ از مایعی با ظرفیت گرمایی $1100 \frac{J}{K}$ و ضریب انبساط حجمی $10^{-3} K^{-1}$ قرار دارد. اگر با گرمکنی با توان خروجی $500 W$ به مدت $200 s$ ، مجموعه را گرم کنیم، چند سانتی متر مکعب مایع سرریز می‌شود؟
- (۱) $2/5$ (۲) $2/8$ (۳) $4/5$ (۴) $4/8$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

افزایش دمای مجموعه برابر است با:

$$Q = (C_1 + C_2) \Delta\theta \Rightarrow P \Delta t = (C_1 + C_2) \Delta\theta$$

$$\rightarrow 500 \times 200 = (900 + 1100) \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 50^\circ C$$

برای اینکه متوجه شویم چه حجمی از مایع سرریز می‌شود باید حجم نهایی مایع و ظرف را پس از تغییر دما محاسبه کنیم:

$$\text{حجم نهایی مایع: } V_2 = V_1 + V_1 \beta \Delta\theta = 480 + 480 \times 10^{-3} \times 50 = 504 cm^3$$

$$\text{حجم نهایی ظرف: } V_2 = V_1 + V_1 \alpha \Delta\theta = 500 + 500 \times 3 \times 2 \times 10^{-5} \times 50 = 501.5 cm^3$$

حجم ظرف $501.5 cm^3$ و حجم مایع $504 cm^3$ می‌باشد، پس تمام مایع درون ظرف جا نمی‌گیرد:

$$\text{حجم مایع سرریز شده} = 504 - 501.5 = 2.5 cm^3$$

دقت کنید که در این سؤال چون حجم اولیه مایع و ظرف یکسان نبوده است، پس نمی‌توان ΔV مایع و ظرف را به دست آورد و از هم کم کرد.



اگر حجم اولیه مایع و ظرف برابر بود، می‌توانستیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$\Delta V = V_1 (\beta_{\text{مایع}} - \alpha_{\text{ظرف}}) \Delta\theta$$



- ۴۲- چه تعداد از عبارات زیر صحیح هستند؟

- (الف) تمام جامدات نقطه ذوب معینی دارند که به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد.
 (ب) افزایش فشار وارد بر یخ به کاهش نقطه ذوب آن می‌انجامد.
 (پ) وجود ناخالصی نقطه انجماد را پایین می‌آورد.
 (ت) آهنک تبخیر سطحی به دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد.
 (ث) با افزایش دمای یک جسم گرمای نهان تبخیر افزایش می‌یابد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(آسان - مفهومی و خط به خط کتاب درسی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



- ۱- جامدهای خالص و بلورین نقطه ذوب معینی دارند که به جنس جسم و فشار وارد بر آن بستگی دارد. جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر نقطه ذوب کاملاً مشخصی ندارند، پیش از ذوب شدن خمیری شکل می‌شوند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند.
- ۲- معمولاً افزایش فشار وارد بر جسم سبب بالا رفتن نقطه ذوب جسم می‌شود اما در برخی مواد مانند یخ افزایش فشار به کاهش نقطه ذوب می‌انجامد که این در مورد یخ بسیار ناچیز است.
- ۳- وجود ناخالصی نقطه انجماد را پایین می‌آورد.
- ۴- گرمای نهان ویژه ذوب بستگی به جنس جسم دارد.

۵- تا پیش از رسیدن به نقطه جوش مایع، تبخیر به طور پیوسته‌ای از سطح مایع رخ می‌دهد که به آن تبخیر سطحی می‌گویند، آهنگ تبخیر سطحی به دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد. در جوش کامل آهنگ تبخیر به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

۶- نقطه جوش هر مایع به جنس و فشار وارد بر آن بستگی دارد. افزایش فشار وارد بر مایع سبب بالا رفتن نقطه جوش آن می‌شود افزودن ناخالصی نیز نقطه جوش را افزایش می‌دهد.

۷- گرمای نهان تبخیر به جنس ماده و دمای آن بستگی دارد و با افزایش دما، گرمای نهان تبخیر آب کاهش می‌یابد.

عبارت‌های ب و پ و ت صحیح هستند و عبارت‌های الف و ث نادرست هستند. جامدهای بی‌شکل مانند شیشه و جامدهای ناخالص مانند قیر نقطه ذوب کاملاً مشخصی ندارند پیش از ذوب شدن خمیری شکل می‌شوند و در گستره‌ای از دما به تدریج ذوب می‌شوند؛ همچنین با افزایش دمای یک جسم گرمای نهان تبخیر آن کاهش می‌یابد.



۴۲- m کیلوگرم آب 60°C را با m' کیلوگرم بخار آب 100°C درون محفظه‌ای قرار می‌دهیم که فقط تبادل گرمایی بین آب و بخار صورت گیرد. اگر پس از رسیدن به تعادل گرمایی جرم آب باقی مانده ۲ برابر جرم بخار باقی مانده باشد، نسبت $\frac{m}{m'}$ کدام است؟

صورت گیرد. اگر پس از رسیدن به تعادل گرمایی جرم آب باقی مانده ۲ برابر جرم بخار باقی مانده باشد، نسبت $\frac{m}{m'}$ کدام است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}, L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$$

بخار آب

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{18}{11} \quad (3)$$

$$\frac{15}{13} \quad (2)$$

$$\frac{7}{9} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

خارج کشور ریاضی ۹۹

یک گرمکن با توان گرمایی ثابت در مدت ۱۰ دقیقه، ۱۰۰ گرم یخ صفر درجه را به آب صفر درجه تبدیل می‌کند. این گرمکن همین آب را تقریباً

در مدت چند دقیقه به بخار آب 100°C درجه سلسیوس تبدیل می‌کند؟ $(c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}, L_V = 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, L_F = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

$$80 \quad (4)$$

$$56 \quad (3)$$

$$40 \quad (2)$$

$$26 \quad (1)$$

$$Q_1 = Pt_1 = mL_F \quad (1)$$

$$Q_2 = Pt_2 = mc\Delta\theta + mL_V \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{c\Delta\theta + L_V}{L_F} \rightarrow \frac{t_2}{10 \text{ min}} = \frac{4/2 \times 100 + 2256}{334} = \frac{2676}{334} \approx 8 \rightarrow t_2 \approx 80 \text{ min}$$

پاسخ: گزینه ۴

چون در حالت تعادل مخلوط آب و بخار داریم پس دمای تعادل 100°C است داریم:

$$mc\Delta\theta = m \times 4/2 \times 40 = 168m \text{ kJ}$$

برای تأمین گرمای فوق باید x کیلوگرم بخار آب 100°C به آب 100°C تبدیل شود پس:

$$x \times L_V = 168m \rightarrow 2268x = 168m \rightarrow x = \frac{168m}{2268} \rightarrow x = \frac{2}{27} m$$

$$\text{جرم آب نهایی} = m + x = m + \frac{2}{27} m$$

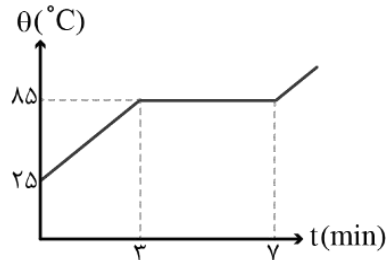
$$\text{جرم بخار آب نهایی} = m' - x = m' - \frac{2}{27} m$$

طبق فرض مسأله داریم:

$$m + \frac{2}{27} m = 2 \left(m' - \frac{2}{27} m \right) \rightarrow \frac{11}{9} m = 2m' \rightarrow \frac{m}{m'} = \frac{18}{11}$$



۴۴- به جسم جامدی در دمای 25°C با گرمکنی با توان خروجی P گرمای می‌دهیم و نمودار تغییرات دمای جسم مطابق شکل است.



اگر گرمای ویژه نهان ذوب این جسم $240 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ باشد، گرمای ویژه جسم چند واحد SI است؟

- (۱) ۳۰۰۰
- (۲) ۴۰۰۰
- (۳) ۴
- (۴) ۳

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

تغییر حالت اجسام

در این بخش به بررسی تغییر حالت جسم در اثر گرما می‌پردازیم.
گرمای تغییر حالت:

در این حالت، گرمایی که جسم می‌گیرد یا از دست می‌دهد باعث تغییر دمای آن نمی‌شود، بلکه باعث تغییر فاز (حالت) آن خواهد شد. طرحواره زیر تغییر حالت‌هایی که ممکن است رخ دهند را نشان می‌دهد.



نکته: تغییر فازها می‌توانند گرماگیر ($Q > 0$) یا گرماده ($Q < 0$) باشند.

گرماده: انجماد، چگالش، میعان

تغییر فاز

گرماگیر: ذوب، تصعید، تبخیر

ذوب و انجماد:

در فرایند ذوب، جسم جامد گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از جامد به مایع تغییر کند. گرما در این حالت برابر است با:

$$Q_F = +mL_F \quad L_F \text{ یکای: } \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

در رابطه بالا، L_F گرمای نهان ویژه ذوب و انجماد است که وابسته به جنس ماده است.

گرمای نهان ویژه ذوب: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از جامد می‌گیرد تا بدون تغییر دما به مایع تبدیل شود.

در فرایند انجماد، جسم مایع گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به جامد تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای ذوب است.

$$Q_{\text{انجماد}} = -mL_F \quad Q_{\text{انجماد}} < 0$$

مثال: به 2 kg یخ با دمای -20°C ، چند ژول گرما دهیم تا به آب با دمای 10°C تبدیل شود؟

$$\left(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

خب از این‌جا به بعد مسائل می‌تونن هم گرمای تغییر دما داشته باشن و هم گرمای تغییر حالت، پس باید به نوبت این گرماها محاسبه بشن...

مطابق شکل زیر می‌توانیم گرمای مورد نیاز را به دست آوریم.

$$Q_1 = mc \Delta\theta = 2 \times 2100 \times 20 = 20 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_F = 2 \times \frac{80 \times 4200}{100} = 160 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_3 = mc \Delta\theta = 2 \times 4200 \times 80 = 160 \times 4200 \text{ J}$$

$$\rightarrow Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 340 \times 4200 \text{ J}$$



تبخیر و میعان:

در فرایند تبخیر، جسم مایع گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به بخار (گاز) تغییر کند. دقت کنید که تبخیر در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. برای محاسبه گرمای تبخیر داریم:

$$Q_V = mL_V \quad L_V \text{ یکای: } \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

در رابطه بالا، L_V گرمای نهان ویژه تبخیر و میعان است که وابسته به جنس ماده و دمای آن است.

گرمای نهان ویژه تبخیر: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از مایع می‌گیرد تا بدون تغییر دما به بخار تبدیل شود.

در فرایند میعان که برعکس تبخیر است، جسم گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت از گاز به مایع تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای تبخیر است و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$Q_{\text{میعان}} = -mL_V \quad Q_{\text{میعان}} < 0$$

در ۳ دقیقه اول، دمای جسم جامد بالا می‌رود و در ۴ دقیقه بعدی، جسم ذوب می‌شود.

$$3 \text{ دقیقه اول: } Q_1 = mc\Delta\theta \rightarrow P \times 3 = mc \times (15 - 25)$$

$$4 \text{ دقیقه بعدی: } Q_2 = mL_F \rightarrow P \times 4 = m \times 240 \times 10^3$$

با تقسیم رابطه دوم بر رابطه اول داریم:

$$\frac{4P}{3P} = \frac{240 \times 10^3}{c \times 60} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4000}{c} \rightarrow c = 3000 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

۴۵- درون ۲kg آب 20°C و m کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم و پس از گذشت زمان طولانی، دمای تعادل برابر 5°C می‌شود. از مخلوط بدست آمده حداقل چند کیلوژول گرما بگیریم تا به طور کامل یخ بزند؟

$$(L_F = 330000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$$

۸۴۸ (۴)

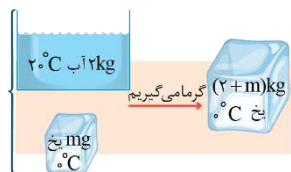
۷۷۲/۸ (۳)

۸۸۴ (۲)

۸۲۷/۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



در ابتدا ۲kg آب 20°C و m کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس داریم که می‌خواهند به تعادل برسند. سپس از مجموعه گرما می‌گیریم که کل آن به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شود.

اگر دقت کنید در واقع برای یخ اتفاقی نیفتاده است و کافی است فقط محاسبه کنیم چه گرمایی باید از آب گرفته شود تا یخ بزند. در واقع اصلاً نیازی نیست که جرم یخ اولیه را محاسبه کنیم.

$$Q = |m_{\text{آب}} c \Delta\theta_{\text{آب}}| + m_{\text{آب}} L_F = 2 \times 4180 \times 20 + 2 \times 330000$$

$$\rightarrow Q = 167200 + 660000 = 827200 \text{ J} = 827 / 2 \text{ kJ}$$



۴۶- درون ۸۰۰ گرم مخلوط آب و یخ در حال تعادل، گلوله‌ای آهنی با ظرفیت گرمایی $800 \frac{J}{K}$ و دمای $91^\circ C$ می‌اندازیم. اگر دمای تعادل مجموعه برابر $280 K$ شود، جرم یخ اولیه چند برابر جرم گلوله آهنی بوده است؟

$$(L_F = 336 \frac{J}{g}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg \cdot K}, c_{\text{آهن}} = 500 \frac{J}{kg \cdot K})$$

$$\frac{13}{100} \quad (4)$$

$$\frac{16}{100} \quad (3)$$

$$\frac{13}{160} \quad (2)$$

$$\frac{16}{130} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



نکته

در سؤالاتی که دمای تعادل نهایی معلوم است، راحت‌ترین روش حل مسأله تعادل، نوشتن پایستگی انرژی است.

$$Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

ابتدا دقت کنید که دمای تعادل برابر $280 K$ معادل $7^\circ C$ است. جرم گلوله به راحتی قابل محاسبه است:

$$m_{\text{گلوله}} = \frac{C}{c} = \frac{800}{500} = 1.6 \text{ kg} = 1600 \text{ g}$$

اگر فرض کنیم جرم یخ اولیه برابر m گرم بوده و جرم آب $m - 800$ گرم بوده است، با استفاده از پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{گلوله}} = 0$$

$$\rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} + C_{\text{گلوله}} \Delta\theta_{\text{گلوله}} = 0$$

$$\rightarrow (800 - m) \times 4 / 2 \times 7 + m \times 336 + m \times 4 / 2 \times 7 + 800 \times (-84) = 0 \rightarrow 800 \times 7 + m \times 80 - 800 \times 20 = 0$$

$$\rightarrow 70 + m - 200 = 0 \rightarrow m = 130 \text{ g} \rightarrow \frac{m_{\text{یخ}}}{m_{\text{گلوله}}} = \frac{130}{1600} = \frac{13}{160}$$



۴۷- خورشید با آهنگ ۱۹ وات به صفحه‌ای فلزی به جرم ۵ kg گرما می‌دهد. روش انتقال این گرما از سطح خورشید تا صفحه فلزی چیست و در مدت یک ساعت، دمای صفحه چند درجه سلسیوس بالا می‌رود؟ (گرمای ویژه فلز برابر $380 \frac{J}{kg \cdot K}$ است.)

(۴) همرفت - ۱۸

(۳) تابش - ۱۸

(۲) همرفت - ۳۶

(۱) تابش - ۳۶

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گرماي خورشید از طریق روش تابش به زمین می‌رسد. برای محاسبه افزایش دمای صفحه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ Q = P\Delta t \end{cases} \Rightarrow P\Delta t = mc\Delta\theta \Rightarrow 19 \times 3600 = 5 \times 380 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 36^\circ C$$



۴۸- اگر در حجم ثابت، دمای مقدار معینی گاز کامل را افزایش دهیم، فشار و چگالی آن به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

(۴) کاهش - ثابت

(۳) افزایش - کاهش

(۲) کاهش - کاهش

(۱) افزایش - ثابت

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

معادله حالت گاز کامل (قانون گازهای کامل)

۱- برای یک گاز کامل (رقیق)، رابطه مقابل برقرار است که به آن معادله حالت (قانون گازهای کامل) می‌گویند:

$$PV = nRT$$

V : حجم گاز برحسب مترمربع (m^3)

P : فشار گاز برحسب پاسکال (Pa)

T : دمای گاز برحسب کلوین (K)

n : تعداد مول گاز (mol)

R : ثابت جهانی گازها که برابر با $(8/314 \frac{J}{mol.k})$ می باشد.

۲- مطابق معادله حالت، برای مقایسه گاز کامل در دو حالت می توان نوشت:

$$\frac{PV}{nT} = R = \text{مقداری ثابت} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

از رابطه فوق می توان قوانین زیر را برای مقدار معینی گاز (n ثابت) نتیجه گرفت:
الف: قانون گازهای کامل در فشار ثابت. اگر فشار گاز، ثابت باشد:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

ب: قانون گازهای کامل در حجم ثابت
اگر حجم گاز، ثابت باشد:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

ج: قانون گازهای کامل در دمای ثابت
اگر دمای گاز، ثابت باشد:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

گام اول:

با استفاده از قانون گازهای کامل در حجم ثابت داریم:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \xrightarrow{T_2 > T_1} \frac{P_2}{P_1} > 1 \Rightarrow P_2 > P_1 \rightarrow \text{فشار گاز افزایش می یابد}$$

گام دوم:

مطابق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چون جرم و حجم گاز ثابت هستند، بنابراین چگالی آن هم ثابت می ماند.



۴۹- درون استوانه یک تلمبه به طول ۳۰cm که راه های ورودی و خروجی هوا به آن بسته است، گازی کامل وجود دارد. در دمای ثابت، طول استوانه را ۶cm افزایش می دهیم و فشار پیمانه ای گاز ۵۰ درصد تغییر می کند. در ادامه و در دمای ثابت، چند درصد از گاز درون استوانه را تخلیه کنیم تا فشار پیمانه ای آن صفر شود؟

۵۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(سخت - محاسباتی و ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

با رساندن طول استوانه از ۳۰cm به ۳۶cm، حجم گاز $\frac{36}{30}$ برابر می شود، بنابراین با استفاده از قانون گازها در دمای ثابت می توان نوشت:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{36}{30} \rightarrow P_1 = \frac{6}{5} P_2$$

بنابراین فشار پیمانه ای گاز در دو حالت برابر است با:

$$\text{حالت اولیه} : P_{\text{پیمانه ای}} = P_1 - P_0 = \frac{6}{5} P_2 - P_0$$

$$\text{حالت نهایی} : P'_{\text{پیمانه ای}} = P_2 - P_0$$

طبق متن سؤال، فشار پیمانه‌ای در حالت دوم، ۵۰ درصد کمتر از حالت اول است، بنابراین داریم:

$$\frac{P'_{\text{پیمانه‌ای}}}{P_{\text{پیمانه‌ای}}} = \frac{50}{100} \rightarrow \frac{P_2 - P_0}{\frac{6}{5}P_2 - P_0} = \frac{50}{100}$$

$$\rightarrow 2P_2 - 2P_0 = \frac{6}{5}P_2 - P_0 \rightarrow \frac{4}{5}P_2 = P_0 \rightarrow P_2 = \frac{5}{4}P_0$$

بنابراین فشار گاز در حالت نهایی $\frac{5}{4}$ برابر فشار هوای محیط است.

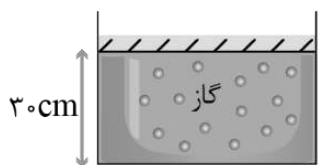
گام آخر:

برای آن که فشار پیمانه‌ای گاز صفر شود، باید کاری کنیم که فشار آن با فشار هوای محیط برابر شود. با توجه به این که $P_2 = \frac{5}{4}P_0$ است،

باید کاری کنیم تا فشار گاز $\frac{4}{5}$ برابر شود، پس کافی است طبق رابطه $PV = nRT$ ، مقدار گاز موجود در ظرف را $\frac{4}{5}$ برابر کنیم تا فشار هم $\frac{4}{5}$ برابر شود و در نتیجه فشار پیمانه‌ای صفر شود. به عبارت دیگر باید $\frac{1}{5}$ از گاز (معادل ۲۰٪) را از محفظه خارج کنیم.



۵۰- مطابق شکل، درون سیلندری گاز با دمای 300K در حال تعادل قرار دارد. اگر دمای گاز به آرامی 90°F افزایش یابد، پیستون سبک به اندازه x_1 بالا می‌رود و اگر دمای گاز نسبت به دمای اولیه، به آرامی 20K کاهش یابد، پیستون نسبت به حالت اولیه به اندازه x_2 پایین می‌رود. حاصل $x_2 - x_1$ برابر چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۳-

(۲) ۳

(۳) ۵-

(۴) ۵

(متوسط - محاسباتی و ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گاز آرمانی

به طور کلی اگر یک گاز آرمانی از حالت (۱) (n_1, P_1, V_1, T_1) به حالت (۲) (n_2, P_2, V_2, T_2) برود، داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

اگر در تغییر حالت از (۱) به (۲) کمیتی تغییر نکند، در رابطه نمی‌آید. برای مثال اگر تعداد مول‌های گاز ثابت باشد، می‌توان رابطه را به صورت

$$\text{نوشت.} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

اگر دمای گاز 90°F افزایش یابد، داریم:

$$\Delta T = \frac{5}{9} \Delta F = \frac{5}{9} \times 90 = 50\text{K} \rightarrow T_2 = 300 + 50 = 350\text{K}$$

فشار گاز همواره در حال تعادل برابر با فشار هوای محیط است، بنابراین با نوشتن قانون گازها در فشار ثابت داریم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{Ah_1}{T_1} = \frac{Ah_2}{T_2} \rightarrow \frac{30}{300} = \frac{h_2}{350} \rightarrow h_2 = 35\text{cm}$$

بنابراین پیستون به اندازه $x_1 = 5\text{cm}$ بالا رفته است.

اگر دمای گاز ۲۰K کاهش یابد نیز می توان نوشت:

$$T_2 = T_1 - 20 = 300 - 20 = 280 \text{K}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{h_1}{T_1} = \frac{h_2}{T_2} \rightarrow \frac{30}{300} = \frac{h_2}{280} \rightarrow h_2 = 28 \text{cm}$$

بنابراین پیستون به اندازه $x_2 = 2 \text{cm}$ پایین رفته است و حاصل $x_2 - x_1$ برابر -3cm است.



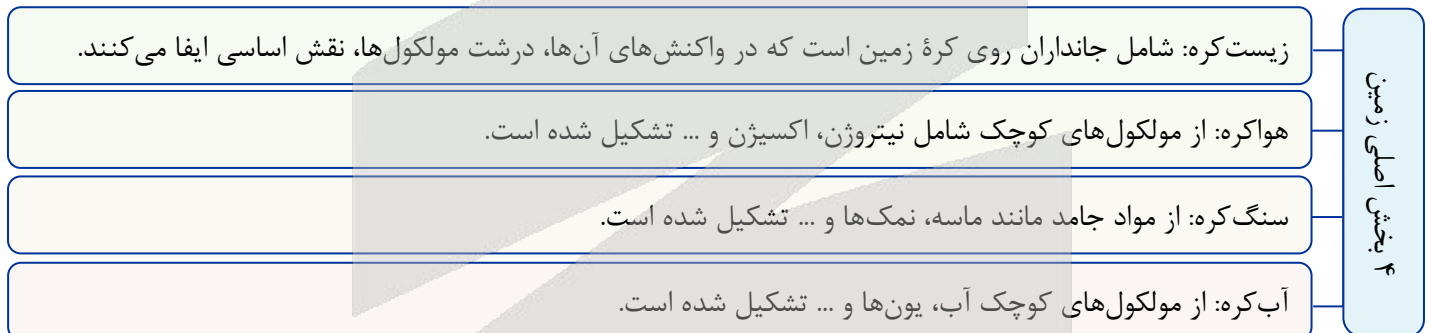
۵۱- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن بوده و مجموع جرم مواد حل شده در آن‌ها در طول زمان تقریباً ثابت است.
- ۲) فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها، در سرم فیزیولوژی وجود داشته و در ساختار خود ۶ الکترون با $l = 1$ دارد.
- ۳) آب شور دریاچه‌ها، برخلاف آب موجود در کوه‌های یخ و رطوبت موجود در خاک، از جمله منابع غیر اقیانوسی آب است.
- ۴) با افزودن مقداری از آب دریای مدیترانه به آب دریای سرخ، مقدار درصد جرمی نمک در آب دریای سرخ افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است که اغلب مزه‌ای شور دارد؛ زیرا مقدار قابل توجهی از نمک‌های گوناگون در آن حل شده است. جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است؛ زیرا همان مقدار موادی که از سنگ‌کره به آب‌کره وارد می‌شود، از آب‌کره نیز به سنگ‌کره وارد می‌شود. بر این اساس، کره زمین را می‌توان سامانه‌ای بزرگ در نظر گرفت که شامل چهار بخش هواکره، آب‌کره، سنگ‌کره و زیست‌کره است. نمودار زیر، نمایی از این چهار بخش مختلف را نشان می‌دهد:



درون این سامانه و بین این چهار بخش، پیوسته مواد گوناگونی مبادله می‌شود. برای نمونه سالانه حجم عظیمی از آب دریاها بخار و وارد هواکره می‌شود و به‌صورت بارش در آب‌کره یا سنگ‌کره فرود می‌آید. جانداران آبی سالانه میلیاردها تن کربن دی‌اکسید را وارد هواکره و مقدار بسیار زیادی از گاز اکسیژن محلول در آب را مصرف می‌کنند. فعالیت‌های آتشفشانی سبب می‌شود گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به‌صورت گرد و غبار وارد هواکره شوند. لاشه جانوران و گیاهان بر اثر واکنش‌های شیمیایی تجزیه شده و به‌صورت مولکول‌های کوچک‌تری وارد آب‌کره، هواکره یا سنگ‌کره می‌شوند.

در رابطه با آب‌کره زمین، به نکات زیر توجه کنید.

- ☆ در حدود ۷۵٪ سطح زمین از آب پوشیده شده است؛ به همین علت در فضا به رنگ آبی دیده می‌شود. بخش عمده این آب در اقیانوس‌ها و دریاها توزیع شده است. اگر زمین مسطح بود، همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر، آب می‌پوشاند.
 - ☆ آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است که اغلب مزه‌ای شور دارد؛ زیرا مقدار قابل توجهی از نمک‌های گوناگون در آن حل شده است. برآوردها نشان می‌دهد که $10^{16} \times 5$ تن نمک در آب اقیانوس‌ها و دریاها وجود دارد و سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره نیز وارد آب‌کره می‌شوند. از آن‌جا که جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است، پس باید همین مقدار ماده نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شود.
 - ☆ در حدود ۹۷/۲ درصد آب‌کره در اقیانوس‌ها و ۲/۸ درصد آن به‌صورت زیر وجود دارد:
- مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب > آب نهرها و جوی‌ها > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ (۲/۱۵٪) : منابع غیر اقیانوسی آب‌کره
- ☆ آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است، زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل شده در آب از آن جدا می‌شود. این فرایند، الگویی برای تهیه آب خالص است. فرایندی که تقطیر و فراورده آن آب مقطر نام دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها، یون کلرید است. یون کلرید، در سرم فیزیولوژی (محلول رقیق آب نمک) وجود داشته و در ساختار خود ۱۲ الکترون در زیرلایه‌های p (الکترون‌هایی با $l = 1$) دارد. آرایش الکترونی یون کلرید به صورت زیر است:

$${}_{17}Cl^{-} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$$

نکات زیر را راجع به یون‌های موجود در آب دریا به خاطر بسپارید.

- ★ کاتیون عنصرهای گروه اول و دوم جدول دوره‌ای در آب دریا وجود دارند.
- ★ مقدار یون کلرید از بقیه آنیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم: $Cl^{-} > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^{-}$: مقدار آنیون‌ها
- ★ توجه داریم که یون سولفات (SO_4^{2-})، فراوان‌ترین آنیون چنداتیمی موجود در آب دریاها است. پس از یون سولفات، یون کربنات (CO_3^{2-}) فراوان‌ترین آنیون چنداتیمی موجود در آب دریاها است.
- ★ مقدار یون سدیم از بقیه کاتیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم: $Na^{+} > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^{+}$: مقدار کاتیون‌ها

۳ آب شیرین و آب شور دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب موجود در هوا، آب‌های زیرزمینی و آب موجود در کوه‌های یخ، از جمله منابع غیراقیانوسی آب به‌شمار می‌روند. این منابع آبی، تقریباً ۲/۸ درصد از کل آب‌های موجود در زمین را تشکیل می‌دهند.

۴ تصویر زیر، درصد جرمی نمک در آب دریاهای مختلف را نشان می‌دهد:



چون درصد جرمی نمک در آب دریای مدیترانه در مقایسه با آب دریای سرخ کمتر است، با افزودن مقداری از آب دریای مدیترانه به آب دریای سرخ، مقداری از غلظت نمک‌ها در آب دریای سرخ کاسته شده و درصد جرمی نمک در این نمونه از آب کاهش می‌یابد.



۵۲ - چند مورد از مطالب زیر، جملهٔ روبه‌رو را به‌درستی تکمیل می‌کنند؟ «با افزودن نمک به محلول، یک نمک نامحلول و یک نمک کم‌محلول در آب تولید می‌شود.»

- | | |
|-----------------------------------|-------|
| الف - نقره سولفات، کلسیم کلرید | ۱ (۱) |
| ب - کلسیم هیدروکسید، منیزیم کلرید | ۲ (۲) |
| ج - کلسیم کلرید، منیزیم سولفات | ۳ (۳) |
| د - کلسیم برمید، آمونیوم کربنات | ۴ (۴) |

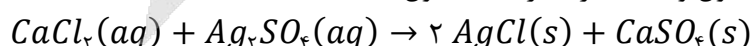
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

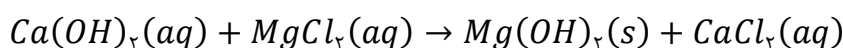
فقط مورد (الف) درست است. واکنش انجام شده در هر مورد را می‌نویسیم:

بررسی موارد:

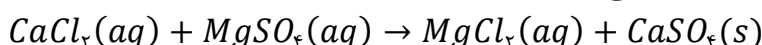
الف) نمک کلسیم سولفات کم محلول و نمک نقره کلرید، نامحلول است.



ب) در این واکنش مادهٔ کم محلول تشکیل نمی‌شود. پیش‌تر، در فرایند استخراج منیزیم، گفته شده که منیزیم هیدروکسید نمکی نامحلول در آب است.

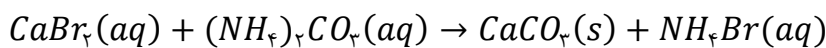


ج) در این واکنش مادهٔ نامحلول تشکیل نمی‌شود.





در این واکنش ماده کم محلول تشکیل نمی‌شود.



۵۳- مقدار ۳۰/۳ گرم پتاسیم نیترات در نمونه‌ای به جرم ۱۵ کیلوگرم از آب خارج شده از یک بیمارستان حل شده است. غلظت یون پتاسیم در این محلول بر حسب ppm کدام است؟

($K = ۳۹$ و $O = ۱۶$ و $N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)

۱۲۴۰ (۴)

۱۸۶۰ (۳)

۷۸۰ (۲)

۲۰۲۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

در قدم اول، جرم یون پتاسیم موجود در ۳۰/۳ گرم پتاسیم نیترات را محاسبه می‌کنیم.

$$? g K^+ = ۳۰/۳ KNO_3 \times \frac{1 mol KNO_3}{101 g KNO_3} \times \frac{1 mol K^+}{1 mol KNO_3} \times \frac{۳۹ g K^+}{1 mol K^+} = ۱۱/۷ g$$

محاسبه غلظت ماده

برای محاسبه غلظت یک ماده بر حسب ppm ، اگر مقیاس جرمی محلول و حل شونده یکسان باشد (به‌عنوان مثال، هر دو مورد در مقیاس گرم یا کیلوگرم بیان شده باشند)، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

برای محاسبه غلظت یک ماده بر حسب ppm ، اگر جرم حل شونده بر حسب میلی‌گرم و جرم محلول بر حسب کیلوگرم باشد، کار راحت‌تر است و از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$ppm = \frac{\text{میلی گرم حل شونده}}{\text{کیلوگرم محلول}}$$

با توجه به روابط بالا، غلظت یون پتاسیم را به دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{۱۱/۷ g K^+}{۱۵۰۰۰ g \text{ محلول}} \times 10^6 = ۷۸۰$$

با توجه به محاسبات انجام شده، غلظت یون پتاسیم در محلول مورد نظر برابر با $۷۸۰ ppm$ می‌شود.



۵۴- شمار یون‌های موجود در ۲ لیتر محلول ۶/۲۵ مولار آمونیوم فسفات، چقدر از شمار اتم‌های اکسیژن در ۸۰ لیتر گاز اوزون با چگالی ۴ گرم بر لیتر، بیشتر است؟ ($O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

۱/۸۰۶ × ۱۰^{۲۵} (۲)

۱/۸۰۶ × ۱۰^{۲۳} (۱)

۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۳} (۴)

۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۵} (۳)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا شمار مول‌های نمک آمونیوم فسفات را با استفاده از غلظت مولار آن به دست می‌آوریم:

$$\text{مول نمک} = \frac{\text{مول نمک}}{\text{حجم محلول}} \rightarrow ۶/۲۵ = \frac{x}{۲} \rightarrow x = \frac{۱۰۰}{۸}$$

برای محاسبات سریع‌تر، کسرهای معادل اعداد زیر را به خاطر بسپارید!

۰/۲۵ = ۱/۴

۰/۷۵ = ۳/۴

۰/۱۲۵ = ۱/۸

۰/۳۷۵ = ۳/۸

۰/۰۶۲۵ = ۱/۱۶

با توجه به درسنامه بالا، برای محاسبات سریع‌تر، به جای عدد ۶/۲۵، می‌توانیم کسر ۱/۱۶ را بنویسیم و سپس در ۲ ضرب کنیم. پس مول نمک آمونیوم فسفات برابر با ۱/۸ است. شمار یون‌های موجود در آن برابر است با:

$$? \text{ یون} = \frac{۱۰۰}{۸} mol (NH_4)_3PO_4 \times \frac{۴ mol \text{ یون}}{1 mol (NH_4)_3PO_4} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}}{1 mol \text{ یون}} = ۵۰ \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$$



حال شمار اتم‌های اکسیژن را در نمونه اوزون محاسبه می‌کنیم:

$$? O = 8 \cdot L O_3 \times \frac{4 g O_3}{1 L O_3} \times \frac{1 mol O_3}{48 g O_3} \times \frac{3 mol O}{1 mol O_3} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} O}{1 mol O} = 20 \times 6/0.2 \times 10^{23}$$

پس اختلاف آن‌ها برابر است با: $50 \times 6/0.2 \times 10^{23} - 20 \times 6/0.2 \times 10^{23} = 30 \times 6/0.2 \times 10^{23} = 1/80.6 \times 10^{25}$



۵۵- کدام مورد درست است؟

- (۱) در هر محلول، درصد جرمی حلال از درصد جرمی حل‌شونده بیشتر است.
- (۲) در یک نمونه از هوای خشک و پاک، گازی با بیشترین درصد حجمی، حلال محسوب می‌شود.
- (۳) در آزمایشگاه، اندازه‌گیری حجم یک مایع ساده‌تر از جرم بوده و در مخرج کسر ppm حجم محلول قرار می‌گیرد.
- (۴) دستگاه گلوکومتر جرم گلوکز حل شده در خون را با واحد میلی‌گرم بر دسی‌گرم اندازه‌گیری می‌کند.

(آسان - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن بیشتر است. هوای پاک که تنفس می‌کنیم، محلولی از گازها است. هر محلول از دو جزء حلال و حل‌شونده تشکیل شده است. در یک نمونه از هوای خشک و پاک، گاز با بیشترین درصد حجمی (نیترژن)، بیشترین مقدار مول را داشته و حلال محسوب می‌شود.

محلول

محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده بوده که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر آن یکسان و یکنواخت است. محلول‌ها کاربردهای فراوانی در زندگی ما دارند. برخی محلول‌ها مانند سرم فیزیولوژی رقیق و برخی مانند گلاب دو آتشه غلیظ هستند. هنگامی که گفته می‌شود محلولی غلیظ است یعنی مقدار حل‌شونده‌ها در آن زیاد است. خواص محلول‌ها به خواص حلال، حل‌شونده و مقدار هر یک از آن‌ها بستگی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و شمار مول‌های آن بیشتر است. برای مثال در محلول دارای ۲ مول آب و یک مول استون، درصد جرمی استون بیشتر است اما به دلیل مول بیشتر آب، آب به‌عنوان حلال معرفی می‌شود.
- (۲) برای بیان ساده‌تر غلظت محلول‌های بسیار رقیق مانند غلظت کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آب معدنی، آب آشامیدنی، آب دریا، بدن جانداران، بافت‌های گیاهی و مقدار آلاینده‌های هوا از کمیتی به نام قسمت در میلیون یا ppm استفاده می‌کنیم. این کمیت نشان می‌دهد در یک میلیون گرم از محلول، چند گرم حل‌شونده وجود دارد. تجربه نشان می‌دهد که اندازه‌گیری حجم یک مایع به ویژه در آزمایشگاه، آسان‌تر از جرم آن است. دقت کنید در مخرج کسر ppm جرم محلول قرار می‌گیرد.
- (۳) دستگاه اندازه‌گیری قند خون گلوکومتر نام دارد. این دستگاه میلی‌گرم گلوکز را در هر دسی‌لیتر (dL) از خون نشان می‌دهد. دقت کنید که هر دسی‌لیتر برابر ۱۰۰ میلی‌لیتر می‌باشد. برای تبدیل غلظت گلوکومتر به غلظت مولی قند خون، عدد دستگاه را تقسیم بر ۱۸۰۰۰ می‌کنیم.



۵۶- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) در میان ۸ یون فراوان آب دریا، یونی چند اتمی با ساختار فضایی مشابه آمونیاک وجود دارد.
- (۲) آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است.
- (۳) کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.
- (۴) آب باران با فرایند تقطیر تولید شده و کاملاً خالص می‌باشد.

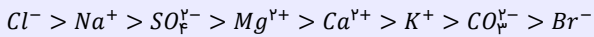
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

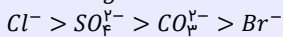
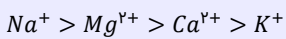
آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است. برخی از این یون‌ها به‌طور طبیعی در آب حل شده و برخی دیگر در مراکز تأمین آب آشامیدنی سالم به آن افزوده می‌شود. برای نمونه به آب آشامیدنی، مقدار بسیار کم و مناسب یون فلوئورید می‌افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندان‌ها می‌شود. به درسنامه زیر دقت کنید:

مقدار یون‌های موجود در آب دریا

ترتیب مقدار یون‌های موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به‌صورت زیر است:

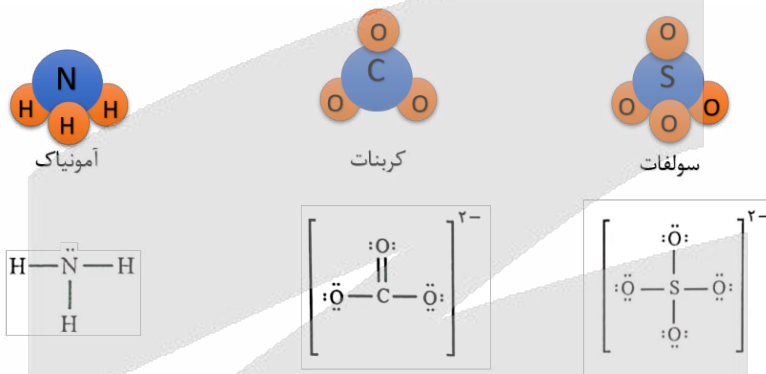


مقایسه کاتیون‌ها و آنیون‌ها، به‌صورت جداگانه نیز در زیر آمده است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

در میان ۸ یون فراوان آب دریا، دو آنیون سولفات و کربنات، چند اتمی هستند. ساختار لوویس و ساختار فضایی این دو یون و همچنین آمونیاک را در شکل زیر می‌بینید:



همان‌طور که می‌بینید، ساختار فضایی هیچ کدام از دو یون سولفات و کربنات، مشابه آمونیاک نیستند.

۹۷/۲٪ آب کره در اقیانوس‌ها و ۲/۸٪ آن به‌صورت زیر وجود دارد:

مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب > آب نهرها و جوی‌ها > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ (۲/۱۵٪).

پس کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از کل آب کره و نه فقط منابع غیراقیانوسی را تشکیل می‌دهند.

آب باران در هوای پاک تقریباً خالص است، زیرا هنگام تشکیل برف و باران، تقریباً همه مواد حل شده در آب از آن جدا می‌شود. این فرایند، الگویی برای تهیه آب خالص است. فرایندی که تقطیر و فراورده آن آب مقطر نام دارد.



۵۷- در شرایط استاندارد، یک نمونه از گاز هیدروژن دیده به حجم ۳۳/۶ لیتر را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را با استفاده از آب خالص به ۶۴۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول ایجاد شده برابر با ۱/۲۵ g.mL⁻¹ باشد، درصد جرمی حل‌شونده در

این محلول چقدر می‌شود؟ (H = ۱ و I = ۱۲۷)

۱۲ (۴)

۱۶ (۳)

۲۴ (۲)

۳۲ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

با استفاده از رابطه زیر، به راحتی می‌توانیم درصد جرمی حل‌شونده در محلول را محاسبه کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول} \times (\text{جرم مولی}) = \text{درصد جرمی} \times \frac{\text{چگالی محلول} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی ترکیب}}$$

برای این منظور، ابتدا باید غلظت مولی محلول را به دست بیاوریم. می دانیم که در شرایط استاندارد، هر مول از گازهای گوناگون حجمی معادل ۲۲/۴ لیتر یا ۲۲۴۰۰ میلی لیتر دارند؛ بنابراین برای محاسبه تعداد مول نمونه هیدروژن یدید، باید حجم نمونه این گاز را در شرایط استاندارد (۳۳/۶L) بر حجم یک مول گاز در شرایط استاندارد (۲۲/۴L) تقسیم کنیم. با توجه به این موضوع، مولاریته نمونه گاز هیدروژن یدید را محاسبه می کنیم:

$$\text{غلظت مولار (مولاریته)} = \frac{\text{تعداد مول}}{\text{محلول حجم (L)}} \Rightarrow \frac{\frac{33/6 \text{ L HI}}{22/4}}{0.64 \text{ L}} = \frac{1/5}{0.64} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال مقادیر را در رابطه اولیه جای گذاری می کنیم. بر این اساس، داریم:

$$a = \frac{(128) \times (\frac{1/5}{0.64})}{10 \times 1/25} = 24 \text{ درصد}$$

بنابراین درصد جرمی حل شونده در این محلول برابر با ۲۴ خواهد بود. البته، برای محاسبه درصد جرمی هیدروژن یدید در این محلول، ابتدا می توانستیم جرم گاز هیدروژن یدید وارد شده به محلول را محاسبه کرده و در قدم بعد، درصد جرمی محلول را به دست بیاوریم. در این رابطه، داریم:

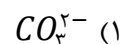
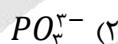
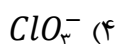
$$? \text{ g HI} = 33/6 \text{ L HI} \times \frac{1 \text{ mol HI}}{22/4 \text{ L HI}} \times \frac{128 \text{ g HI}}{1 \text{ mol HI}} = 192 \text{ g}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \frac{192 \text{ g HI}}{640 \text{ mL محلول} \times \frac{1/25 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}}} \times 100 = 24 \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات انجام شده به روش دوم نیز درصد جرمی محلول برابر با ۲۴ درصد خواهد بود.



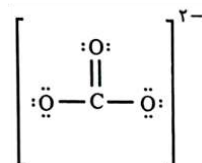
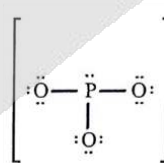
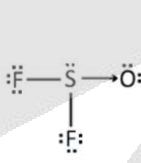
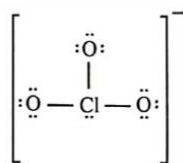
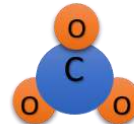
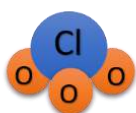
۵۸- ساختار فضایی کدام گونه، با سایر گونه‌ها متفاوت است؟



(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار لوویس و ساختار فضایی گونه‌های داده شده در شکل زیر، آمده است:



هنگامی که اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار فضایی به صورت مسطح است اما اگر اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی باشد، ساختار فضایی آن از حالت مسطح خارج می شود. در این حالت، اگر در اطراف اتم مرکزی، ۳ اتم دیگر وجود داشته باشد، ساختار به صورت هرمی است که در شکل بالا نشان داده شده است اما اگر دو اتم دیگر پیرامون اتم مرکزی باشد، همانند ساختار آب، ساختار فضایی به صورت خمیده است. دقت کنید که اگر ۴ اتم پیرامون اتم مرکزی باشد و جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی نباشد، ساختار به صورت چهار وجهی است. به عنوان مثال یون سولفات یا متان، دارای ساختار فضایی چهار وجهی هستند. همان طور که در شکل بالا می بینید، ساختار فضایی یون کربنات به صورت مثلثی و مسطح است در صورتی که ساختار سایر یون‌ها به صورت هرمی است؛ زیرا اتم‌های مرکزی آن‌ها دارای جفت الکترون ناپیوندی است. دقت کنید که نام ساختارهای فضایی صرفاً برای فهم بهتر گفته شده و نیازی به حفظ کردن آن‌ها نیست.

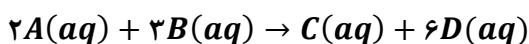




۶۰- دمای ۵۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی A را از 20°C به 10°C می‌رسانیم تا محلولی سیر شده به دست آید. رسوب ایجاد شده را، در

ظرفی حاوی به تقریب چند گرم محلول سیر شده B در دمای 10°C ، بریزیم تا همه آن مصرف شود؟

($A = 200, B = 150 \text{ g.mol}^{-1}$)

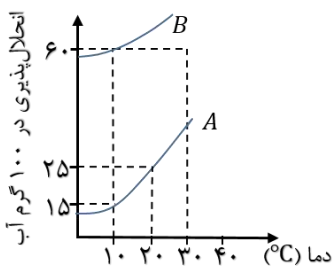


۱۲۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۷۵ (۳)



(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

جرم نمک موجود در ۵۰۰ گرم محلول ۲۰ درصد جرمی نمک A برابر است با:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \rightarrow 20 = \frac{x}{500} \times 100 \rightarrow x = 100 \text{ g}$$

پس در دمای 20°C ، ۱۰۰ گرم نمک در ۴۰۰ گرم آب وجود دارد. با کاهش دمای محلول، مقداری نمک رسوب می‌کند. اکنون مقدار نمک در محلول سیر شده A را در دمای 10°C محاسبه می‌کنیم. مطابق نمودار، در این دما، در ۱۰۰ گرم آب، ۱۵ گرم نمک A حل می‌شود؛ پس در ۴۰۰ گرم آب، ۶۰ گرم نمک حل می‌شود.

جرم آب	جرم نمک
۱۰۰	۱۵
۴۰۰	$x = 60$

بنابراین طی کاهش دما $40 = 100 - 60$ گرم نمک رسوب می‌کند.

اکنون با توجه به واکنش داده شده، مقدار نمک B مورد نیاز برای واکنش با ۴۰ گرم نمک A را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } B = 40 \text{ g } A \times \frac{1 \text{ mol } A}{200 \text{ g } A} \times \frac{2 \text{ mol } B}{2 \text{ mol } A} \times \frac{150 \text{ g } B}{1 \text{ mol } B} = 45$$

با توجه به نمودار، در دمای 10°C ، ۶۰ گرم نمک B در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود؛ پس به تقریب ۴۵ گرم از آن، در ۷۵ گرم آب حل می‌شود.

جرم آب	جرم نمک
۱۰۰	۶۰
$x = 75$	۴۵

بنابراین جرم محلول مورد نیاز به تقریب برابر با $75 + 45 = 120$ گرم است.



۶۱- یون‌های A, B, C و D به ترتیب کاتیون‌های فراوان آب دریا هستند. کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

(۱) همه این یون‌ها، تک اتمی بوده و با افزایش عدد اتمی، فراوانی آن‌ها نیز، افزایش می‌یابد.

(۲) در فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از یون C و یون سولفات، ۷ اتم وجود دارد.

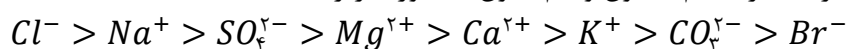
(۳) در نام‌گذاری ترکیبات یونی حاصل از یون D ، ذکر ظرفیت کاتیون، ضروری است.

(۴) آرایش الکترونی یون‌های A و B مشابه یکدیگر است.

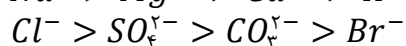
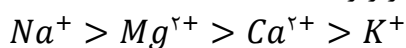
(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ترتیب مقدار یون‌های موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به صورت زیر است:



مقایسه کاتیون‌ها و آنیون‌ها، به صورت جداگانه نیز در زیر آمده است:



پس یون‌های A, B, C و D به ترتیب $\text{Na}^+, \text{Mg}^{2+}, \text{Ca}^{2+}$ و K^+ هستند.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) همه یون‌های مورد نظر تک اتمی هستند اما نمی‌توان گفت با افزایش عدد اتمی، فراوانی آن‌ها افزایش می‌یابد؛ زیرا سدیم عدد اتمی کمتری نسبت به سایر یون‌ها دارد اما فراوانی بیشتری نیز دارد.
- ۲) فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از یون Ca^{2+} و یون سولفات به صورت $CaSO_4$ است و دارای ۶ اتم می‌باشد.
- ۳) یون پتاسیم تنها دارای یک ظرفیت است و در نام‌گذاری ترکیبات آن، نیازی به ذکر ظرفیت کاتیون نیست.
- ۴) آرایش الکترونی هر دو یون Na^+ و Mg^{2+} مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب نئون است.



۶۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.
- ۲) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع حدود ۲ متر می‌پوشاند.
- ۳) سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شوند.
- ۴) جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.

(متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر و نه ۲ متر، می‌پوشاند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

آب‌کره	آب دریا بخار می‌شود.	هواکره
هواکره	بارش	آب‌کره و سنگ‌کره
سنگ‌کره	مواد شیمیایی جامد به صورت گرد و غبار	هواکره



- ۳) سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شوند. از آنجا که جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است، پس باید همین مقدار ماده نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شود.
- ۴) جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.



۶۳- دو محلول ۸۰٪ جرمی و ۶۰٪ جرمی منیزیم سولفات با هم مخلوط می‌شوند. اگر جرم محلول اول، ۳ برابر جرم محلول دیگر باشد، درصد جرمی یون منیزیم در محلول نهایی کدام است؟ ($S = ۳۲, Mg = ۲۴, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

۷۵ (۱) ۷۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

جرم یکی از محلول‌ها را برابر با x در نظر گرفته و جرم محلول دیگر را برابر با $۳x$ در نظر می‌گیریم. در گام اول، درصد جرمی منیزیم سولفات را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{(۳x \times ۸۰) + (x \times ۶۰)}{(۳x + x)} = \frac{(۲۴x \times ۸۰) + (x \times ۶۰)}{(۳x + x)} = ۷۵$$

در گام بعد، درصد جرمی منیزیم را در محلول مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی منیزیم}}{\text{درصد جرمی منیزیم سولفات}} = \frac{\text{جرم مولی منیزیم}}{\text{جرم مولی منیزیم سولفات}} \Rightarrow \frac{\text{درصد جرمی منیزیم}}{۷۵} = \frac{۲۴}{۱۲۰} \Rightarrow \text{درصد جرمی منیزیم} = ۱۵$$



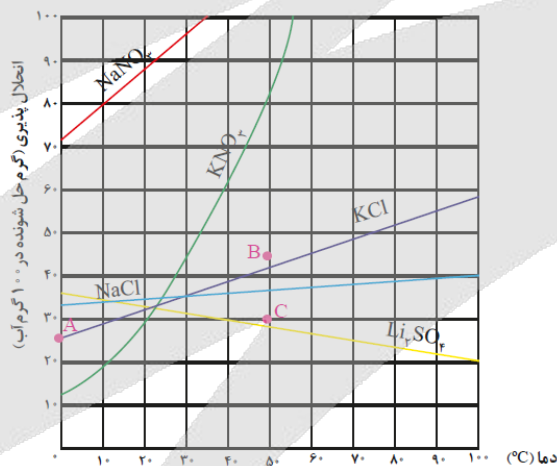
۶۴- تأثیر دما بر انحلال پذیری کدام یک از نمک‌های $KNO_3, NaCl, Li_2SO_4$ و KCl بیشتر از سایر نمک‌ها بوده و در ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول ۲ مولار آن، چند مول یون وجود دارد؟

- ۰/۸ - Li_2SO_4 (۱)
 ۰/۴ - KNO_3 (۲)
 ۰/۸ - KNO_3 (۴)
 ۱/۲ - Li_2SO_4 (۳)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

هر چه شیب نمودار انحلال پذیری ماده‌ای بیشتر باشد (بدون در نظر گرفتن صعودی یا نزولی بودن آن)، تأثیر دما بر انحلال پذیری آن نیز، بیشتر است. در میان مواد داده شده، شیب نمودار انحلال پذیری KNO_3 بیشتر از سایر نمک‌ها است.



هر مول KNO_3 دارای دو مول یون است. پس داریم:

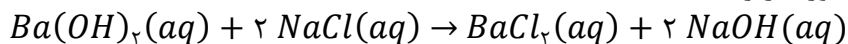
$$۲۰۰ \text{ ml محلول} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰۰۰ \text{ ml}} \times \frac{۲ \text{ mol } KNO_3}{۱ \text{ L محلول}} \times \frac{۲ \text{ mol یون}}{۱ \text{ mol } KNO_3} = ۰/۸$$



۶۵- با مخلوط کردن کدام دو محلول، رسوب نمکی تشکیل نمی‌شود؟

- (۱) محلول نقره نیترات و محلول آهن(III) کلرید
- (۲) محلول کلسیم یدید و محلول پتاسیم فسفات
- (۳) محلول باریوم هیدروکسید و محلول آمونیوم سولفات
- (۴) محلول باریوم هیدروکسید و محلول سدیم کلرید

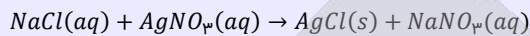
واکنش محلول باریم هیدروکسید و محلول سدیم کلرید به صورت زیر است:



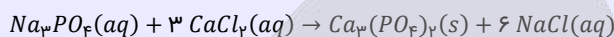
در این واکنش هیچ رسوبی تشکیل نمی‌شود. به درسامه زیر دقت کنید.

شناسایی یون‌ها

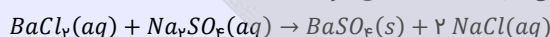
برای شناسایی یون Cl^- از محلول دارای یون Ag^+ استفاده می‌شود.



برای شناسایی یون Ca^{2+} از محلول دارای یون PO_4^{3-} استفاده می‌شود.



برای شناسایی یون Ba^{2+} از محلول دارای یون SO_4^{2-} استفاده می‌شود.



تمامی محلول‌های موجود در واکنش‌های بالا، بی‌رنگ و تمامی رسوب‌های بالا، سفید رنگ هستند.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) برای تشکیل نمک نامحلول نقره کلرید، کافی است محلولی دارای یون نقره (بدون توجه به آنیون آن) و محلولی دارای یون کلرید (بدون توجه به کاتیون آن) داشته باشیم.
- ۲) برای تشکیل نمک نامحلول کلسیم فسفات، کافی است محلولی دارای یون کلسیم (بدون توجه به آنیون آن) و محلولی دارای یون فسفات (بدون توجه به کاتیون آن) داشته باشیم.
- ۳) برای تشکیل نمک نامحلول باریم سولفات، کافی است محلولی دارای یون باریم (بدون توجه به آنیون آن) و محلولی دارای یون سولفات (بدون توجه به کاتیون آن) داشته باشیم.
- ۴) برای تشکیل نمک نامحلول نقره کلرید، کافی است محلولی دارای یون نقره (بدون توجه به آنیون آن) و محلولی دارای یون کلرید (بدون توجه به کاتیون آن) داشته باشیم.



۶۶- معادله انحلال پذیری نمکی به صورت $S = 1/5\theta + 30$ است. ۳۸۰ گرم مخلوط ۴۷/۳ درصد جرمی این نمک، در دمای $20^\circ C$ موجود

است. به تقریب دمای مخلوط را چند درجه افزایش دهیم تا محلولی سیر شده به دست آید؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۵

ابتدا جرم نمک موجود در ۳۸۰ گرم محلول ۴۷/۳ درصد جرمی را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم نمک} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{درصد جرمی}} \times 100 \rightarrow 47/3 = \frac{x}{380} \times 100 = 179/7 \approx 180 \text{ g}$$

بنابراین در ۳۸۰ گرم محلول، ۱۸۰ گرم نمک و ۲۰۰ گرم آب وجود دارد. اگر بخواهیم با افزایش دما، محلولی سیر شده به دست آوریم، یعنی در ۲۰۰ گرم آب، ۱۸۰ گرم نمک حل شود، یعنی انحلال‌پذیری نمک مورد نظر در ۱۰۰ گرم آب، باید ۹۰ گرم باشد. پس با استفاده از معادله داده شده، دمایی را که انحلال‌پذیری برابر با ۹۰ گرم باشد، به دست می‌آوریم:

$$S = 1/5\theta + 30 \xrightarrow{S=90} 90 = 1/5 \times \theta + 30 \rightarrow \theta = 40^\circ C$$

پس دمای محلول را باید به $40^\circ C$ برسانیم. به عبارتی $20^\circ C$ افزایش دما دهیم.



۶۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب سمت راست، با نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب سمت چپ در کدام گزینه یکسان است؟

- ۱) آهن (II) فسفات - کلسیم اکسید
 ۲) آلومینیم کربنات - منیزیم فسفات
 ۳) کروم (II) سولفات - آمونیوم سولفید
 ۴) آمونیوم فسفید - روی نیتريد



برای محاسبه نسبت شمار آنیون به کاتیون، کافی است بدون نوشتن فرمول شیمیایی ترکیب، بار کاتیون را به بار آنیون تقسیم کنیم:

$$\frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{بار آنیون}}$$

به فرمول شیمیایی و بار یون‌های چند اتمی دقت کنید:

فرمول شیمیایی	یون چند اتمی
PO_4^{3-}	فسفات
CO_3^{2-}	کربنات
OH^-	هیدروکسید
NO_3^-	نیتрат
SO_4^{2-}	سولفات
NH_4^+	آمونیم

برای محاسبه نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب آلومینیم کربنات، بار کاتیون آلومینیم (۳) را به بار آنیون کربنات (۲) تقسیم می‌کنیم که برابر با $\frac{۳}{۲}$ است. هم‌چنین برای محاسبه نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب منیزیم فسفات، بار آنیون فسفات (۳) را به بار کاتیون منیزیم (۲) تقسیم می‌کنیم که این مقدار نیز برابر با $\frac{۳}{۲}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به توضیحات داده شده می‌توان نوشت:

آهن (II) فسفات:	کلسیم اکسید:
$\frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۳}$	$\frac{\text{بار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۲}{۲} = ۱$

پس نسبت‌های خواسته شده با هم برابر نیستند.

۳) نسبت‌های خواسته شده در ترکیب‌های این گزینه نیز، با هم برابر نیستند.

کروم (II) سولفات:	آمونیم سولفید (یون سولفید به صورت S^{2-} است):
$\frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۲} = ۱$	$\frac{\text{بار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۲}{۱} = ۲$

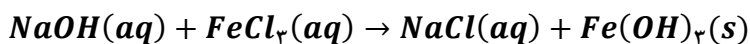
۴) نسبت‌های خواسته شده در ترکیب‌های این گزینه نیز، با هم برابر نیستند.

آمونیم فسفید (یون فسفید به صورت P^{3-} است):	روی نیتريد (یون نیتريد به صورت N^{3-} است):
$\frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۱}{۳}$	$\frac{\text{بار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۳}{۲}$



۶۸- ۲۰۰ گرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت 200 ppm ، با چند مول آهن (III) کلرید، مطابق واکنش موازنه نشده زیر، واکنش می‌دهد؟

$$(H = 1, Na = 23, O = 16 \text{ g.mol}^{-1})$$



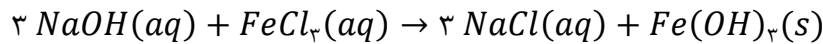
$$\frac{1}{3} \times 10^{-2} \text{ (۴)}$$

$$10^{-3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \times 10^{-3} \text{ (۲)}$$

$$10^{-2} \text{ (۱)}$$

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



اکنون جرم سدیم هیدروکسید موجود در محلول را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{جرم نمک (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6 \rightarrow 200 = \frac{x}{200} \times 10^6 \rightarrow x = 0.04 \text{ g}$$

حال مول آهن (III) کلرید مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$n \text{ mol FeCl}_3 = 0.04 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{3 \text{ mol NaOH}} = \frac{1}{3} \times 10^{-3}$$

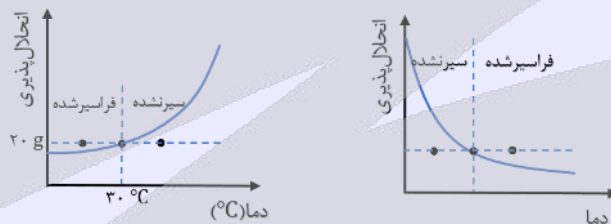
پس در واکنش انجام شده، $10^{-3} \times \frac{1}{3}$ مول FeCl_3 مصرف می‌شود.



۶۹- برای تبدیل محلول فراسیرشده به محلول سیر شده آن، باید

- (۱) لیتیم سولفات - دما را افزایش دهیم.
- (۲) سدیم نیترات - مقداری از آب را با حرارت تبخیر کنیم.
- (۳) پتاسیم کلرید - دما را افزایش دهیم.
- (۴) پتاسیم نیترات - محلول را با محلول سیر شده آن مخلوط کنیم.

محلول‌های فراسیرشده و سیرنشده



موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها صعودی است (نمودار سمت چپ)، با افزایش و کاهش دمای محلول سیر شده آن‌ها، به ترتیب به محلول سیرنشده و فراسیرشده تبدیل می‌شوند. به‌عنوان مثال، اگر ۲۰ گرم از ماده‌ای در دمای 30°C ، در ۱۰۰ گرم آب حل شود و محلول سیرشده‌ای به دست آید، در دماهای بالای 30°C ، محلولی سیرنشده است. همچنین در دماهای پایین‌تر از 30°C ، محلولی فراسیرشده است. موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها نزولی است (نمودار سمت راست)، با افزایش و کاهش دمای محلول سیر شده آن‌ها، به ترتیب به محلول فراسیرشده و سیرنشده تبدیل می‌شوند.

نمودار انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید به‌صورت صعودی است. پس برای حل شدن مقدار اضافی آن، باید دمای محلول را افزایش داد تا انحلال‌پذیری افزایش یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) نمودار انحلال‌پذیری لیتیم سولفات به‌صورت نزولی است. پس برای حل شدن مقدار اضافی آن، باید دمای محلول را کاهش داد تا انحلال‌پذیری افزایش یابد.
- (۲) با تبخیر آب، محلول غلیظ‌تر می‌شود. برای حل شدن مقدار اضافی نمک، باید آب بیشتری به محلول اضافه شود.
- (۴) در دمای ثابت، افزودن محلولی سیرنشده از نمک مورد نظر، می‌تواند باعث تهیه محلول سیر شده شود اما افزودن محلولی سیرشده به محلولی فراسیرشده، همچنان محلول نهایی را به‌صورت فراسیرشده نگه می‌دارد.



۷۰- دو ظرف حاوی یک لیتر محلول ۳ مولار نمک A موجود است. ظرف اول را گرما می‌دهیم تا ۴۰۰ میلی‌لیتر از آب موجود در آن، تبخیر شود. به محلول موجود در ظرف دوم، ۲۰۰ میلی‌لیتر آب می‌افزاییم. مولاریته محلول ظرف اول چند برابر ظرف دوم می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۳ (۴) ۲/۵

در یک لیتر از محلول ۳ مولار نمکی، ۳ مول نمک وجود دارد. اگر حجم محلول کاهش یابد و به ۰/۶ لیتر برسد، مولاریته محلول جدید برابر است با:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{نمک } 3 \text{ mol}}{\text{محلول } 0.6 \text{ L}} = 5$$

به محلول موجود در ظرف دوم، ۲۰۰ میلی لیتر آب می افزاییم و حجم آن به ۱/۲ لیتر می رسد. پس مولاریته کاهش می یابد و به $\frac{5}{2}$ می رسد:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{نمک } 3 \text{ mol}}{\text{محلول } 1.2 \text{ L}} = \frac{5}{2}$$

نسبت مولاریته دو محلول برابر است با:

$$\frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{1}} = 2$$





آرشیو آزمون های الکترونیکی ماز را در **دیجی ماز** بخوانید!

سال
۱۴۰۳-۱۴۰۴



منواسکن کن





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



پیش خوانی پایه یازدهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
منیب نظری امیر بصراوی محمد داودآبادی	علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد پرهام تیزپا	علی ترابی	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

اتفاقات شناختی احتمالی در جلسه آزمون و راه‌های مدیریت آن

اتفاقات شناختی چیزایی هستن که مستقیم با یادگیری و مغزت در ارتباطن؛ مثل حافظه، تمرکز، تصمیم‌گیری و ... این اتفاقات ممکنه برای هر کسی توی جلسه کنکور رخ بدن. فرق رتبه‌برترها با بقیه در این نیست که براشون پیش نیاد، بلکه در اینه که بلدن چطور مدیریتش کنن. اینجا ۵ اتفاق مهم رو بررسی می‌کنیم و برای هر کدوم، هم **راه‌حل فوری** (توی همون لحظه) می‌گیم، هم **راه‌حل مهارتی** (با تمرین قبل از کنکور).

۱ فراموشی آنی (احساس خالی شدن ذهن)

ناگهان حس می‌کنی همه‌چی یادت رفته. حتی ساده‌ترین فرمول‌ها برات غریبه می‌شن. این حالت بیشتر به خاطر اضطراب و ترشح آدرنالین که حافظه کوتاه‌مدت رو موقتاً مختل می‌کنه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **نفس عمیق:** مداد رو بذار زمین، چشمتو ببند و ۳ تا ۵ بار عمیق نفس بکش.
- **تغییر موقت:** از اون سؤال بگذر و یکی آسون‌تر رو جواب بده تا اعتماد به نفس برگرده.
- **یادآوری زمینه‌ای:** سعی کن موقعیت مطالعات رو به یاد بیاری (مثلاً پشت میزت یا کتابخونه). این تصویر گاهی جرقه یادآوری رو می‌زنه.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با کاهش استرس، استرس مثل تاریکی باغه: وقتی چیزی رو نمی‌بینی، هر صدایی برات ترسناک میشه. ولی اگه چراغی همراهت باشه، ترست می‌ریزه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و مبهمه، اما ما توی ماز سعی کردیم چراغ دستت بدیم تا راهو ببینی. چون این مسیر رو هم خودمون رفتیم، هم بارها با بچه‌ها طی کردیم و می‌دونیم ته باغ به یه کلبه روشن و گرم می‌رسی.

۲ حواس‌پرتی و کاهش تمرکز

وسط حل سؤال، فکرت می‌ره سمت نتیجه کنکور، سؤال قبلی، یا حتی صدای سالن.

چطور مدیریتش کنم؟

- **تکنیک "اینجا و اکنون":** به خودت بگو «فقط همین یک سؤال مهمه».
- **یادداشت کردن:** اگه فکری ذهنتو درگیر کرد، یه کلمه کلیدی حاشیه دفترچه بنویس و بذار بعداً برگردی سراغش.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با تکنیک رکورد زدن. به جای اینکه بگی «من تمرکز ندارم»، مدت تمرکزت رو مثل رکورد ورزشی بالا ببر. امروز ۱۰ دقیقه، فردا ۱۵، بعد ۲۰ و ... توقع یک‌بارۀ یک ساعت تمرکز نداشته باش.



یهو ذهنت می‌ره سمت بدترین سناریو: «اگه این تستو غلط بزنی چی؟»، «رتبه‌م خراب میشه».

چطور مدیریتش کنم؟

- **توقف فکر:** توی ذهنت محکم بگو «سه!».
- **جایگزینی افکار:** بگو «حتی رتبه یک هم همه رو درست نزد»، یا «این فقط یه مسابقه‌ست».
- **تمرکز روی فرآیند:** به جای رتبه، حواستو بذار روی کار درست: خوندن دقیق، مدیریت زمان، حل مرحله به مرحله.

چیکار کنم پیش نیاد؟

کتابای انگیزشی بخون، روش مطالعات رو اصلاح کن و به جای غرغر، دنبال راه حل باش.

چند سؤال سخت پشت سر هم

یهو چندتا سؤال میاد که نمی‌تونی جواب بدی. روحیه‌ات می‌ریزه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **پیچ انتظار رو تنظیم کن.** یعنی از قبل بدون که ممکنه چند سؤال سخت پشت سر هم بیاد. وقتی آمادگی داری، دیگه غافلگیر نمی‌شی.

چیکار کنم پیش نیاد؟

این اتفاق برای همه می‌افته. حتی رتبه ۱ سال ۱۳۸۸، هفت سؤال اول کنکورشو نتونست جواب بده! ولی چون مدیریت کرد، در نهایت رتبه ۱ شد. پس بدون این شرایط طبیعی.

خستگی و تحلیل رفتن ذهن

در ساعات پایانی، مغزت کم‌کم خسته میشه. سرعت میاد پایین و بی‌دقتی زیاد میشه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **استراحت میکرو:** چشمتو ببند، یه کم کشش انجام بده، آب بخور.
- **تقویت انرژی:** یه خوراکی شیرین مثل خرما یا شکلات بخور.
- **تغییر وضعیت بدن:** صاف بشین، شونه‌ها عقب. این حالت هوشیاری میاره.

چیکار کنم پیش نیاد؟

تمرین! توی آزمونای آزمایشی ماز، نشستن سه ساعته رو بارها تجربه می‌کنی. مدرسه معمولاً امتحان طولانی نداره، پس لازمه خودتو به این شرایط عادت بدی. حتی با لباس رسمی و صندلی شبیه‌سازی کن تا بدن و مغزت روز کنکور آماده باشن.

جمع‌بندی آخر...

بادت باشه همه داوطلب‌ها این حس‌ها رو تجربه می‌کنن؛ تفاوت در اینه که بعضیا بدن مدیریتش کنن و بعضیا نه. لکتور جنگ (پی احساس بودن) نیست؛ هنر کنترل احساساته. تو ماه‌ها برای این روز تمرین کردی، الان وقتشه به خودت و تجربیات اعتماد کنی. هر بار که بگی از این موقعیت‌ها پیش لومه، به باد پیازه (این اتفاق واسه همه هست، اما من آماده‌ام).



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
QRcode بالا را اسکن کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله، صفحه‌های ۱۷ تا ۳۱
هندسه ۲: دایره، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۱: تست از ۱۰ تست کنکور
هندسه ۲: تست از ۴ تست کنکور

سهم در
کنکور

۱- حاصل جمع ریشه‌های معادله $\frac{2}{3x+1} = 1 + \frac{1}{2x+1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۱

دو طرف تساوی را در $(2x+1)(3x+1)$ ضرب می‌کنیم:

$$2(2x+1) = (3x+1)(2x+1) + (3x+1) \Rightarrow 4x+2 = 6x^2 + 5x+1 + 3x+1$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 4x = 0 \Rightarrow \text{جمع ریشه‌ها} = -\frac{2}{3}$$

حل معادلات گویا

برای حل معادلات گویا، کافی است دو طرف تساوی را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب کنیم.



۲- با فرض $4a + \sqrt{2a+1} = 4$ ، حاصل $2a + \frac{1}{2a}$ برابر کدام است؟

- (۱) $1/85$ (۲) $2/15$ (۳) $2/0.5$ (۴) $1/95$

آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

رادیکال را در یک طرف تنها می‌کنیم و سپس دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{2a+1} = 4 - 4a \xrightarrow{4-4a \geq 0} 2a+1 = (4-4a)^2 = 16 - 32a + 16a^2 \Rightarrow 16a^2 - 32a + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (8a-5)(2a-3) = 0 \xrightarrow{a \leq 1} a = \frac{5}{8} \Rightarrow 2a + \frac{1}{2a} = \frac{5}{4} + \frac{4}{5} = 2/0.5$$



۳- معادله $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} = \sqrt{x+2} - \sqrt{2x+5}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{2x+5} = 2\sqrt{x+2}$$

اولاً با بازنویسی معادله داریم:

$$(x-1) + (2x+5) + 2\sqrt{(x-1)(2x+5)} = 4(x+2)$$

دوماً: طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2\sqrt{(x-1)(2x+5)} = x+4 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4(x-1)(2x+5) = (x+4)^2$$

$$8x^2 + 12x - 20 = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow 7x^2 + 4x - 36 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{256}}{7} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 16}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \checkmark \\ x = -\frac{18}{7} \times \end{cases}$$

فقط $x = 2$ قابل قبول است. چون عدد زیر رادیکال با فرجه زوج نمی تواند منفی باشد. پس معادله تنها یک جواب دارد.

تذکره!

لازم است جواب های به دست آمده را معادله اولیه جای گذاری کنیم و بررسی کنیم که در معادله صدق می کنند یا خیر.



۴- ۲۹۲ کیلوگرم آب نمک با غلظت ۵ درصد موجود است. با افزودن ۳ کیلوگرم نمک و تبخیر n کیلوگرم آب، غلظت محلول را به ۸ درصد می رسانیم، n کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۵۰ (۲) ۶۵ (۳) ۴۵ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{تبخیر } n \text{ کیلوگرم آب یعنی کم شدن از کل وزن محلول. پس:}$$

$$292 \times \frac{5}{100} = 14.6$$

$$\frac{8}{100} = \frac{14.6 + 3}{292 + 3 - n} \Rightarrow 1460 + 300 = 2360 - 8n \Rightarrow n = \frac{600}{8} = 75$$



۵- مجموع جواب های معادله $\sqrt{x + \frac{1}{x} + 1} = \frac{x^2 - x + 1}{x}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنید $t = x + \frac{1}{x}$ باشد، در سمت راست عبارت داریم:

$$\frac{x^2 - x + 1}{x} = x - 1 + \frac{1}{x} = t - 1$$

حال شروع به حل معادله می کنیم:

$$\sqrt{t+1} = t-1 \xrightarrow{t \geq 1} t+1 = (t-1)^2 \Rightarrow t^2 - 3t = 0 \Rightarrow t = 0, 3$$

فقط $t = 3$ در شرط $t \geq 1$ صدق می کند.

$$t = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$$

تغییر متغیر

گاهی با استفاده از تغییر متغیر، می توان معادلات گویا و گنگ را سریع تر و راحت تر حل کرد.



۶- اگر $|x^2 - 3x| = 3x - x^2$ باشد، حاصل عبارت $|x+1| + |x-7|$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۲x - ۶ (۲) ۶ - ۲x (۳) ۸ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

از آن جایی که $|x^2 - 3x| = 3x - x^2$ به کمک تعریف قدر مطلق نتیجه می شود که $x^2 - 3x < 0$.



از آن جا به کمک تعیین علامت و حل نامعادله، داریم:

$$x(x-3) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc|ccc} & & 0 & & 3 & & \\ \hline & + & & - & & + & \end{array} \Rightarrow 0 < x < 3$$

و اینک به کمک تعریف قدرمطلق، خواهیم داشت:

$$0 < x < 3 \begin{cases} 1 < x+1 < 4 \Rightarrow |x+1| = x+1 \\ -7 < x-7 < -4 \Rightarrow |x-7| = 7-x \end{cases}$$

$$|x+1| + |x-7| = x+1+7-x = 8$$

قدرمطلق رو چطوری برداریم؟

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



۷- مجموع جواب‌های معادله $|x - |2x+1|| = 3$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

معادلات قدرمطلق

$$|f(x)| = k \xrightarrow{k > 0} f(x) = \pm k$$

$$f(x) = |g(x)| \rightarrow f(x) = \begin{cases} g(x) & g(x) > 0 \\ -g(x) & g(x) < 0 \end{cases}$$

با توجه به درسنامه، به حل معادله می‌پردازیم:

$$|x - |2x+1|| = 3 \Rightarrow x - |2x+1| = \pm 3$$

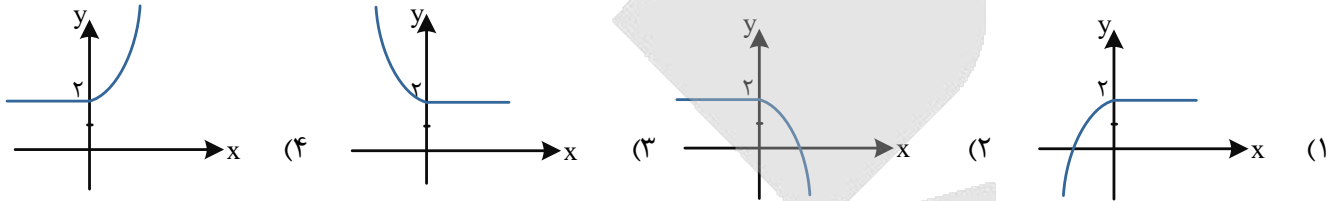
$$1) \ x - |2x+1| = 3 \Rightarrow |2x+1| = x-3 \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} : 2x+1 = x-3 \\ x < -\frac{1}{2} : -2x-1 = x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \not\geq -\frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{2}{3} \not< -\frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$2) x - |2x + 1| = -3 \Rightarrow |2x + 1| = x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} : 2x + 1 = x + 3 \\ x < -\frac{1}{2} : -2x - 1 = x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \geq -\frac{1}{2} \checkmark \\ x = -\frac{4}{3} < -\frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها = $2 + (-\frac{4}{3}) = \frac{2}{3}$

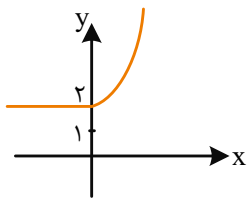


۸- نمودار تابع $f(x) = x^2 + x|x| + 2$ کدام است؟



پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تعریف قدرمطلق، داریم:



$$f(x) = x^2 + x|x| + 2 = \begin{cases} 2x^2 + 2 & x \geq 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



۹- نقاط $A(2, 5)$ ، $B(3, -1)$ و $C(3, 7)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، مختصات نقطه H کدام است؟

- (۱) $(3, 5)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(3, 4)$ (۴) $(2, 5)$

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا معادله خط منطبق بر ضلع BC را می‌نویسیم:

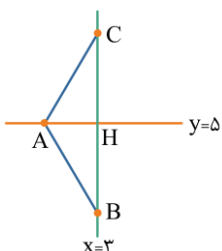
$B(3, -1), C(3, 7)$
 $m = \frac{7 - (-1)}{3 - 3} = \frac{8}{0}$ تعریف نشده

پس خط عمودی است و معادله آن به صورت $x = x_B = x_C$ است.

$x = 3$: خط گذرا از B و C

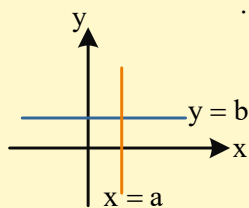
پس معادله ارتفاع AH به صورت $y = b$ است که از رأس $A(2, 5)$ می‌گذرد. یعنی خط $y = 5$ شامل ارتفاع AH است.

مطابق شکل:



پس مختصات نقطه H به صورت $(3, 5)$ است.

خطوط به فرم $x = a$ موازی محور y ها و خطوط به فرم $y = b$ موازی محور x ها هستند و طبیعتاً بر هم عمودند.



تعریف نشده = شیب خط $x = a \rightarrow$
 = شیب خط $y = b \rightarrow$

معادله خطی که از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) می‌گذرد، عبارتست از:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ شیب خط}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ یا } y - y_2 = m(x - x_2) \text{ معادله خط}$$

۱۰- یکی از قطرهای دایره $C(O, R)$ بر خط $x - 4y = 17$ منطبق است. اگر خط $4x - 3y = 10$ در نقطه‌ای به عرض -2 بر دایره مماس باشد، مساحت دایره کدام است؟

$\frac{25}{2} \pi$ (۴)

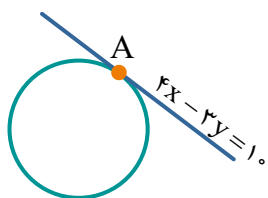
$\frac{15}{2} \pi$ (۳)

$\frac{15}{4} \pi$ (۲)

$\frac{25}{4} \pi$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱



ابتدا با جای گذاری $y = -2$ در معادله خط مماس، مختصات نقطه تماس را به دست می‌آوریم:

$$4x - 3y = 10 \xrightarrow{y = -2} 4x + 6 = 10 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A(1, -2)$$

می‌دانیم قطر دایره در نقطه A بر خط مماس، عمود است. پس معادله قطر عمود بر مماس در نقطه A را می‌نویسیم:

$$4x - 3y = 10 : m_{\text{خط مماس}} = \frac{4}{3} \Rightarrow m_{\text{قطر}} = \frac{-3}{4} \Rightarrow y + 2 = \frac{-3}{4}(x - 1)$$

اینک معادله اخیر را با معادله $x - 4y = 17$ که قطر دیگری از دایره است، تلاقی می‌دهیم تا مختصات مرکز دایره، به دست آید.

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4}x - \frac{17}{4} \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4} = \frac{1}{4}x - \frac{17}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow O(3, -\frac{7}{4})$$

و اینک، فاصله O تا A برابر شعاع دایره است:

$$O(3, -\frac{7}{4}), A(1, -2)$$

$$OA = \sqrt{(3-1)^2 + \left(-\frac{7}{2} + 2\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = R$$

و در نهایت، مساحت دایره برابر است با:

$$S = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \pi$$

شعاع و خط مماس

قطر (شعاع) در نقطه تماس بر خط مماس، عمود است.

دو خط عمود بر هم

دو خط را بر هم عمود می‌گوییم هرگاه شیب آن‌ها عکس و قرینه هم باشند.

طول پاره‌خط

اندازه پاره‌خط AB با نقاط $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



۱۱- دایره $C(O, 5)$ محیط دایره $C'(O', 3)$ را در نقاط تقاطع نصف می کند. طول خط‌المركزین دو دایره کدام است؟

۵ (۴)

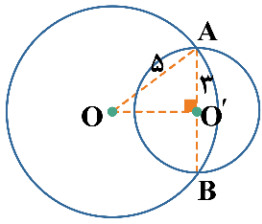
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آسان - مفهومی - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳



اینکه دایره C محیط دایره C' را نصف می کند به این معنی است که: نقاط تقاطع دو دایره، دو سر یک قطر دایره کوچک تر است. پس مطابق شکل داریم:

$$OO' = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$



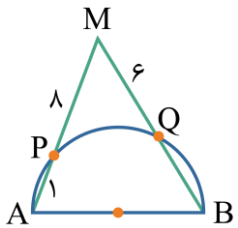
۱۲- طول قطر نیم دایره شکل مقابل چقدر است؟

۸ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

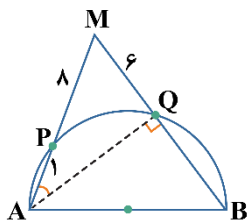


متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۲

از روابط طولی در دایره داریم:

$$MP \cdot MA = MQ \cdot MB \Rightarrow 8 \times 9 = 6 \times MB \Rightarrow MB = 12, BQ = 6$$

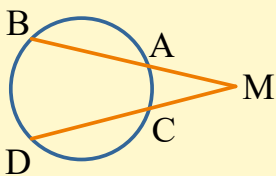


پس Q وسط ضلع MB است.

از طرفی، $\angle AQB = 90^\circ$ (زاویه محاطی روبه‌رو به قطر نیم دایره)، پس AQ میانه و ارتفاع است؛ در نتیجه مثلث ABM متساوی‌الساقین است، پس: $AB = AM = 9$.

دو وتر متقاطع در بیرون دایره

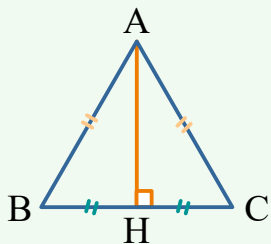
اگر امتداد دو وتر AB و CD در نقطه M بیرون دایره یکدیگر را قطع کنند، آن‌گاه داریم:



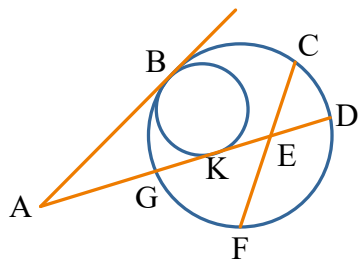
$$MA \times MB = MC \times MD$$

ارتفاع و میانه در مثلث متساوی‌الساقین

در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه وارد بر یک ضلع بر هم منطبق‌اند و برعکس.



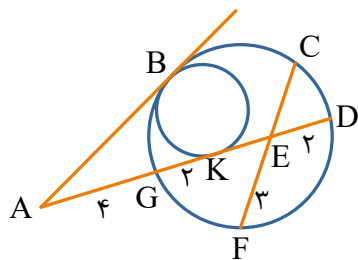
۱۳- در شکل مقابل، هر دو دایره در نقطه B بر هم مماس بوده و پاره خط AK در نقطه K بر دایره کوچک تر مماس است. اگر $AG=4$ ، $GK=ED=2$ و $FE=3$ باشد، آن گاه اندازه EC کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{4}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

می دانیم مماس هایی که از یک نقطه بر دایره رسم می شوند با هم برابرند، لذا:



$AB = AK = 6$

از طرفی، با توجه به رابطه مماس و قاطع، داریم:

$AB^2 = AG \times AD \Rightarrow 36 = 4 \times (4 + KE) \Rightarrow 4 + KE = 9 \Rightarrow KE = 5$

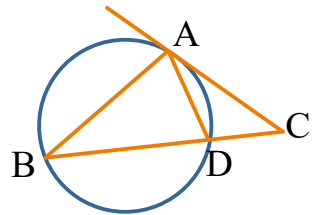
حال به کمک رابطه وترهای متقاطع، داریم:

$EF \times EC = EG \times ED$
 $3 \times EC = 4 \times 2 \Rightarrow EC = \frac{8}{3}$

روابط طولی در دایره

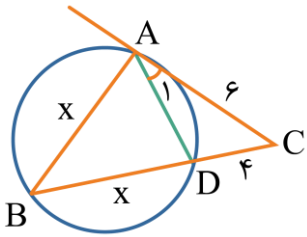
وترهای متقاطع	قاطع و مماس
$MA \times MB = MC \times MD$	$MT^2 = MA \times MB$

۱۴- در شکل مقابل، $AB=BD$ و CA مماس بر دایره است. اگر $\sphericalangle CA=3\angle CD=12$ باشد، طول AD کدام است؟



- (۱) $\frac{8}{3}$
- (۲) $\frac{10}{3}$
- (۳) ۴
- (۴) ۵

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:



$$CA^2 = CD \times CB \Rightarrow 36 = 4(x + 4) \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{AD}{5} = \frac{6}{9} \Rightarrow AD = \frac{4 \times 5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

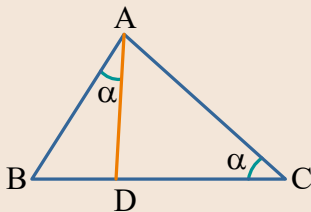
رفع ابهام!

اگه گفتی چرا $\hat{A}_1 = \hat{B}$ ؟! آفرین! می‌دونستم که می‌دونی. چون \hat{A}_1 و B به ترتیب زاویهٔ ظلی و زاویهٔ محاطی روبه‌رو به یک کمان هستن. اندازهٔ زاویهٔ ظلی و محاطی هم که برای هر دو یک جور حساب می‌شه و برابر با نصف کمان روبه‌روش می‌شه. 😊

راز طرح!

یک تشابه مهم در مثلث وجود دارد که در مبحث دایره هم قابل طرح است، به طوری که در چهار سال گذشته، ۳ سوال از این موضوع در کنکور طرح شده است.

به مثلث زیر توجه کنید، پاره‌خط AD طوری بنا شده است که $\hat{BAD} = \hat{C}$. در این حالت، دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABD$ متشابه خواهند بود. زیرا:



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \\ \hat{BAD} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

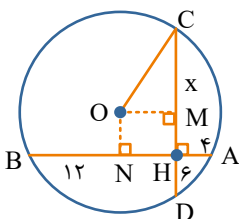
نسبت‌های تشابه:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

۱۵- در دایرهٔ $C(O, R)$ دو وتر عمود بر هم AB و CD که هیچ‌کدام از آن‌ها از مرکز دایره نمی‌گذرند، یکدیگر را در نقطهٔ H قطع می‌کنند. اگر $AH=4$ ، $BH=12$ و $DH=6$ باشد، آن‌گاه طول بزرگ‌ترین وتر این دایره کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{65}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $2\sqrt{75}$ (۴) $\sqrt{75}$

طبق روابط طولی در دایره می‌دانیم:



$$AH \times BH = CH \times DH$$

$$4 \times 12 = x \times 6 \Rightarrow x = 8$$

O را مرکز دایره در نظر می‌گیریم. چون قطر عمود بر وتر آن را نصف می‌کند داریم:

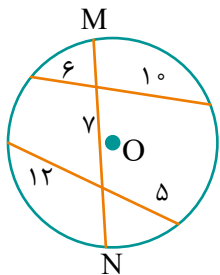
$$CM = \frac{14}{2} = 7, \quad NH = \frac{16}{2} - 4 = 4$$

$$\triangle OMC : OC^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$\Rightarrow r = OC = \sqrt{65}$$

می‌دانیم بزرگ‌ترین وتر یک دایره همان قطر آن است. پس:

$$2R = 2\sqrt{65}$$



۱۶- در شکل زیر، اندازه وتر MN کدام است؟

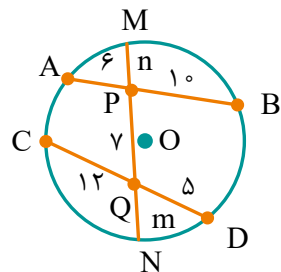
- ۱۶ (۱)
- ۱۷ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۴)



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر $|MP| = n$ و $|QN| = m$ ، بنا بر قضیه وترهای متقاطع داریم:



$$n(\gamma + m) = 6 \times 10 = 60 \quad (1)$$

$$m(\gamma + n) = 5 \times 12 = 60 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} n(\gamma + m) = m(\gamma + n)$$

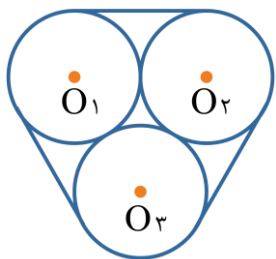
$$\gamma n + nm = \gamma m + mn \Rightarrow m = n \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1), (3)} n(\gamma + n) = 60 \Rightarrow n^2 + \gamma n - 60 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -12 \text{ غ قق} \end{cases}$$

$$|MN| = n + m + \gamma = 5 + 5 + 7 = 17$$



۱۷- سه دایره به شعاع‌های برابر ۲ واحد، دو به دو بر هم مماس‌اند و مطابق شکل، به وسیله نخ بسته شده‌اند. طول نخ کدام است؟

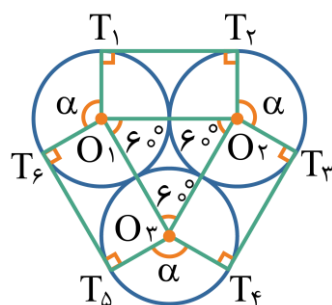


- ۱۲ + ۴π (۱)
- ۶ + ۲π (۲)
- ۱۲ + π (۳)
- ۶ + ۴π (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

از مرکز دایره‌ها به نقطه‌های مماس نظیرشان خطی وصل می‌کنیم. در هر دایره، شعاع، در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.



در نتیجه:

$$T_1T_2 = T_3T_4 = T_5T_6 = \text{خط مرکزین} = 2R = 2(2) = 4$$

$$\triangle O_1O_2O_3 \text{ مثلث متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow \alpha = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 120^\circ$$



سه کمان طول با 120° را کنار هم بگذاریم محیط دایره‌ای به شعاع ۲ را به ما می‌دهد:

$$\text{طول قسمت‌های خمیده نخ} = 2\pi R = 2\pi(2) = 4\pi$$

$$\text{طول نخ} = 3 \times 4 + 4\pi = 12 + 4\pi$$



۱۸- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس خارج‌اند، اگر طول خط‌المركزین آنها ۱۳ و طول مماس مشترک خارجی آنها ۱۲ باشد، فاصله نقطه تقاطع مماس مشترک‌های خارجی و مرکز دایره بزرگ‌تر کدام است؟

(۴) $\frac{117}{5}$

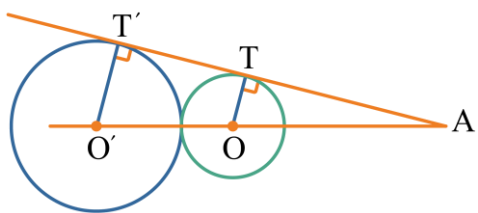
(۳) ۲۵

(۲) $\frac{109}{3}$

(۱) $\frac{100}{7}$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)



می‌دانیم اگر دو دایره مماس خارج باشند، در این صورت طول مماس مشترک خارجی آنها $2\sqrt{RR'}$ است، پس:

$$\begin{cases} 2\sqrt{RR'} = 12 \\ R + R' = 13 \end{cases} \Rightarrow R = 4, R' = 9$$

حال در مثلث $AO'T'$ بر اساس تعمیم قضیه تالس داریم:

$$OT \parallel O'T' \Rightarrow \frac{AO}{AO'} = \frac{OT}{O'T'} = \frac{4}{9}$$

از $\frac{AO}{AO'} = \frac{4}{9}$ داریم:

$$9AO = 4AO' \Rightarrow 9(AO' - 13) = 4AO' \Rightarrow 9AO' - 4AO' = 117 \Rightarrow AO' = \frac{117}{5}$$

سؤال: چطوری مقدار R و R' رو حساب کردیم؟



۱۹- از نقطه $M(-1, 3)$ مماس بر دایره‌ای به مرکز $O(2, -1)$ و قطر ۵ رسم می‌کنیم. طول مماس‌های رسم شده برابر و زاویه بین آنها است.

(۴) $60^\circ, \frac{5\sqrt{3}}{2}$

(۳) $30^\circ, \frac{5\sqrt{3}}{2}$

(۲) $60^\circ, 5\sqrt{3}$

(۱) $30^\circ, 5\sqrt{3}$

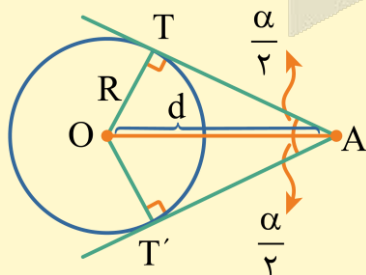
پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

هر تست مازیک کلاس درس!



اگر از نقطه‌ای خارج دایره دو مماس بر دایره رسم شوند، داریم:



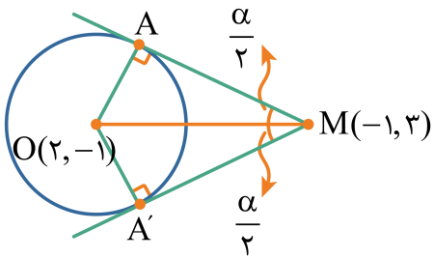
$$AT = \sqrt{d^2 - R^2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{d}$$

تذکره!

زاویه بین دو مماس رسم شده α است.

$R = 2/5 \Rightarrow$ قطر = ۵



$$d = OM = \sqrt{(-1-2)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AM = A'M = \sqrt{d^2 - R^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{d} = \frac{2}{5} = \frac{1}{2.5} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



۲۰- در یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴، اختلاف اندازه شعاع‌های دایره محاطی داخلی و خارجی چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

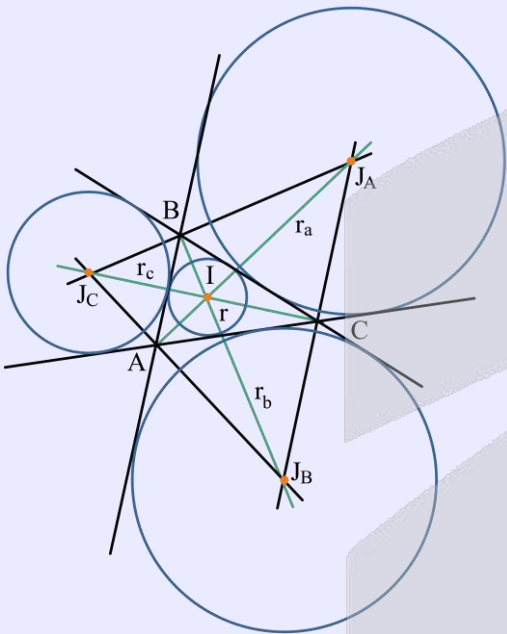
$\frac{2}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

شعاع دایره‌های محاطی داخلی و خارجی

در مثلث $\triangle ABC$ به اضلاع a, b, c و محیط $2P$ و مساحت S ، اندازه شعاع‌های دایره‌های محاطی داخلی و خارجی برابرند با:

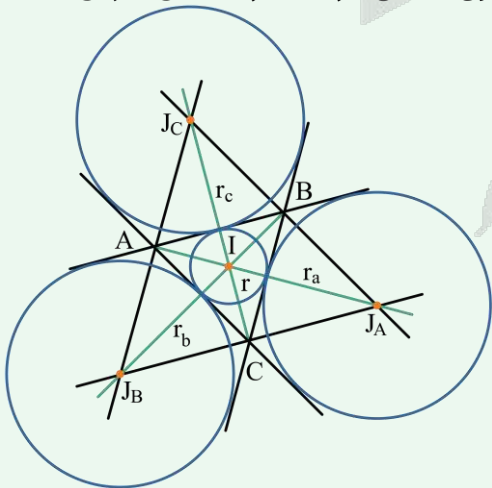


$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی} = r = \frac{S}{P}$$

$$\text{شعاع دایره محاطی خارجی} = r_a = \frac{S}{P-a}, r_b = \frac{S}{P-b}, r_c = \frac{S}{P-c}$$

رفع ابهام!

چرا در سؤال گفته شده دایره محاطی خارجی؟ خب خیلی طبیعیه دیگه! چون در مثلث متساوی الاضلاع هر سه دایره محاطی خارجی یکسان هستن. 😊



مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ است.

با توجه به نکات، اندازه شعاع دایره‌های محاطی داخلی و خارجی مثلث متساوی الاضلاع را به دست می‌آوریم:

$$2P = 4 + 4 + 4 \Rightarrow P = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 = 4\sqrt{3}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{4\sqrt{3}}{6-4} = 2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

اختلاف این دو عدد برابر است با:



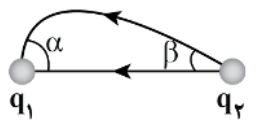
بودجه‌بندی این آزمون

الکتریسیته ساکن (تا قبل از میدان الکتریکی در داخل رساناها) صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷

سهم در کنکور

حداکثر ۱ تست از ۳۵ تست کنکور

۲۱- دو خط میدان الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. اگر $\alpha > \beta$ باشد، کدام مقایسه بین اندازه و نوع بارها درست است؟



- (۱) $q_1 > 0, q_2 < 0, |q_2| > |q_1|$
- (۲) $q_1 < 0, q_2 > 0, |q_2| > |q_1|$
- (۳) $q_1 > 0, q_2 < 0, |q_1| > |q_2|$
- (۴) $q_1 < 0, q_2 > 0, |q_1| > |q_2|$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰)

گام اول:

خط میدان الکتریکی از q_2 به طرف q_1 است، پس $q_2 > 0$ و $q_1 < 0$ است.

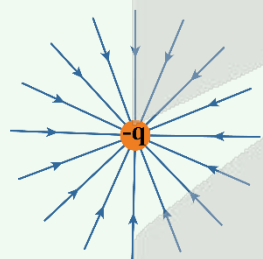
گام آخر:

مماس‌های رسم شده، با خط واصل دو بار، زاویه‌های α و β را تشکیل داده است، به طوری که $\alpha > \beta$ است؛ پس تراکم میدان در اطراف بار q_2 بیش‌تر از q_1 است و نشان‌دهنده بزرگ‌تر بودن میدان در اطراف بار q_2 نسبت به q_1 است.

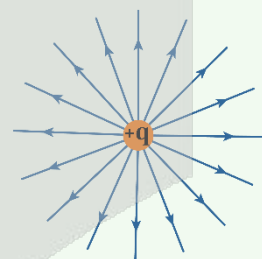
$|q_2| > |q_1|$

نکته

۱- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذره باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

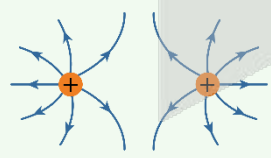


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار منفی

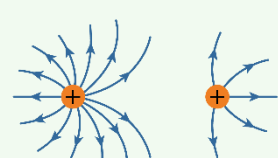


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار مثبت

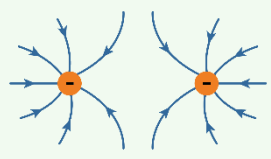
۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار مطابق شکل‌های زیر است:



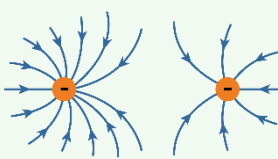
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه



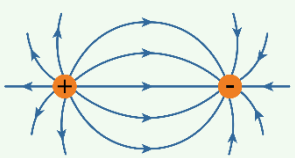
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



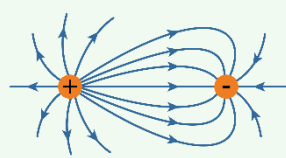
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی هم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی غیرهم‌اندازه

۲۲- روی سطح بادکنکی به جرم $15g$ ، بار الکتریکی $20nC$ ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی قرار می‌دهیم. بزرگی و جهت این میدان الکتریکی در صورتی که بادکنک معلق بماند، کدام است؟ (اندازه نیروی شناوری رو به بالای وارد بر بادکنک را $0.7N$ فرض کنید، $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $4 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت پایین
 (۲) $4 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت بالا
 (۳) $3/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت بالا
 (۴) $3/5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ به سمت پایین

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

راهنمای مسیرت

برای حل این مسئله باید به سه نیروی وارد شده به جسم توجه کنیم:
 ۱- نیروی وزن
 ۲- نیروی الکتریکی
 ۳- نیروی شناوری
 دو حالت زیر ممکن است رخ دهد:

الف) نیروی شناوری کوچک‌تر از وزن باشد:

در این حالت نیروی الکتریکی باید به سمت بالا به جسم وارد شود تا بتواند آن را معلق نگه دارد.



$$F_B + F_E = W$$

شرط تعادل:
 $\Rightarrow F_B + E|q| = mg$

در این حالت اگر بار جسم مثبت باشد، میدان، هم‌جهت نیرو و به سمت بالا خواهد بود و اگر بار جسم منفی باشد، میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

ب) نیروی شناوری بزرگ‌تر از وزن باشد: در این حالت نیروی الکتریکی باید به سمت پایین به جسم وارد شود تا بتواند آن را معلق نگه دارد.

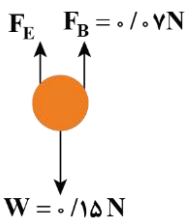


$$F_B = F_E + W$$

شرط تعادل:
 $\Rightarrow F_B = E|q| + mg$

در این حالت اگر بار جسم مثبت باشد، میدان، هم‌جهت نیرو و به سمت پایین خواهد بود و اگر بار جسم منفی باشد، میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

نیروی وزن بادکنک برابر $W = mg = 15 \times 10^{-3} \times 10 = 0.15N$ است که از نیروی شناوری $F_B = 0.7N$ بزرگ‌تر است، بنابراین در غیاب میدان الکتریکی، بادکنک به سمت زمین سقوط می‌کند. برای آن که بادکنک معلق بماند، باید نیروی الکتریکی به سمت بالا به آن وارد شود.



شرط تعادل: $F_E + F_B = W$

$$\Rightarrow |E|q + 0.7 = 0.15$$

$$\Rightarrow |E| \times 200 \times 10^{-9} = 0.08 \Rightarrow |E| = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

چون بار بادکنک منفی است، میدان الکتریکی باید به سمت پایین باشد، تا نیروی الکتریکی به سمت بالا به بادکنک وارد شود.



۲۳- در جابه‌جایی بار الکتریکی q از نقطه A تا B ، نیروی الکتریکی، $10mJ$ - کار روی آن انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چگونه تغییر کرده است؟

- (۱) $10mJ$ افزایش یافته است.
 (۲) $10mJ$ کاهش یافته است.
 (۳) بسته به علامت بار q ، گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توانند صحیح باشند.
 (۴) اطلاعات کافی نیست.

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی همواره قرینه کار نیروی الکتریکی است.

$$\Delta U = -W_E \Rightarrow \Delta U = -(-10) = +10 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ۱۰ mJ افزایش یافته است.

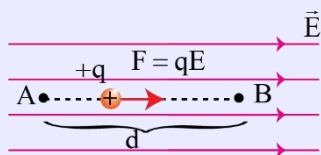
انرژی پتانسیل الکتریکی

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی \vec{E} در یک جابه‌جایی مشخص، برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است.

$$W_E = -\Delta U_E$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

فرض کنید ذره باردار $+q$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} ، تحت اثر میدان الکتریکی، جابه‌جایی \vec{d} را انجام می‌دهد. طبق تعریف کار یک نیرو، خواهیم داشت:



$$W_E = F \cdot d \cdot \cos \theta = |q|E \cdot d \cdot \cos \theta$$

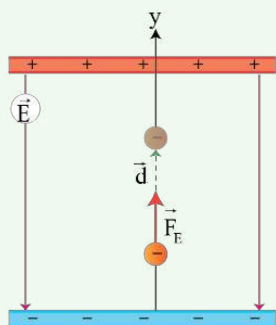
$$\Delta U_E = -W_E = -|q|E \cdot d \cdot \cos \theta$$

θ زاویه بین نیروی الکتریکی \vec{F}_E و جابه‌جایی \vec{d} است.

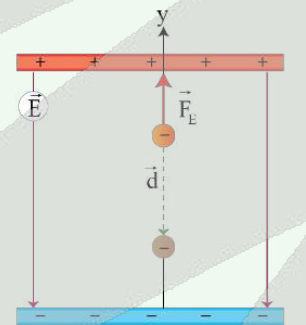
نکات طلایی

۱- به سادگی می‌توان دریافت، اگر بار الکتریکی مثبت، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته و اگر بار الکتریکی منفی، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

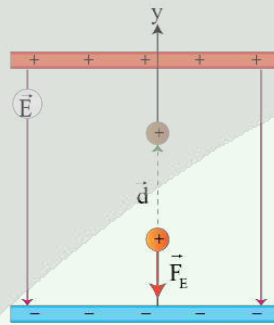
۲- اگر یک بار الکتریکی را در یک میدان الکتریکی رها سازیم، همواره به سمتی می‌رود که انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و اگر برای جابه‌جایی آن مجبور باشیم به زور، این کار را انجام دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. در شکل‌های زیر چند حالت مربوط به جابه‌جایی بارهای مختلف و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی نشان داده شده است.



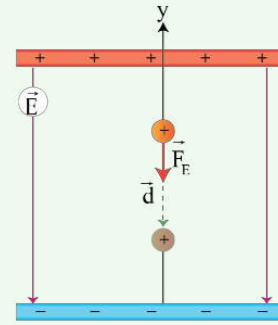
(الف) بار مثبت در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند: میدان الکتریکی کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



(ب) بار منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند: میدان الکتریکی کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



(ب) بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند: میدان الکتریکی کار منفی W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E افزایش می‌یابد.



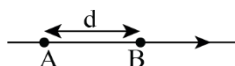
(الف) بار مثبت در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند: میدان الکتریکی کار مثبت W_E را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی U_E کاهش می‌یابد.



۲۴- شکل زیر سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون از حالت سکون در نقطه A رها می‌شود و سپس توسط میدان الکتریکی تا نقطه B شتاب می‌گیرد. در کدام شکل تندی پروتون در نقطه B بیش‌تر است؟



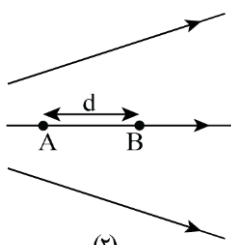
(۱) شکل (۱)



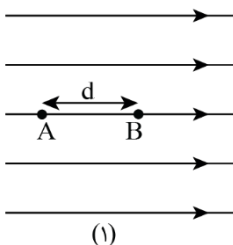
(۲) شکل (۲)



(۳) شکل (۳)



(۴)



(۱)

(۴) تندی پروتون در هر سه شکل برابر است.

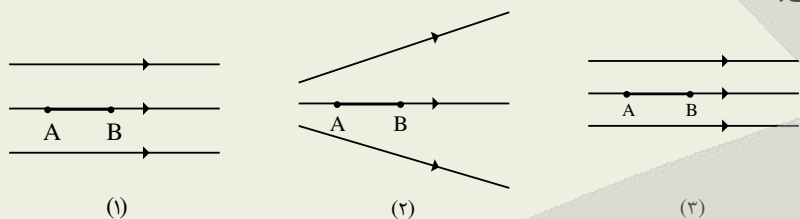
با حرکت در جهت خطوط میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون به اندازه Eqd کاهش می‌یابد، بنابراین طبق پایستگی انرژی، انرژی جنبشی آن به اندازه Eqd افزایش می‌یابد.

با توجه به این که q و d در هر سه شکل یکسان هستند، در شکلی که E بزرگ‌تر است، انرژی جنبشی و در نتیجه تندی پروتون بیش‌تر خواهد بود.

در شکل (۱) تراکم خطوط میدان، بیش‌تر است، بنابراین میدان، قوی‌تر است و طبق توضیحات قسمت قبل، پروتون با تندی بیش‌تری به نقطه B می‌رسد.

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۱

۶۴- شکل زیر، سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. یک الکترون از حالت سکون از نقطه B رها می‌شود و سپس توسط میدان الکتریکی تا نقطه A شتاب می‌گیرد. نقطه‌های A و B در هر سه آرایش در فاصله یکسان قرار دارند. اگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه $(V_A - V_B)$ را ΔV بنامیم، کدام رابطه درست است؟



- (۱) $\Delta V_{(3)} > \Delta V_{(2)} > \Delta V_{(1)}$
- (۲) $\Delta V_{(3)} = \Delta V_{(1)} > \Delta V_{(2)}$
- (۳) $\Delta V_{(1)} > \Delta V_{(2)} > \Delta V_{(3)}$
- (۴) $\Delta V_{(1)} = \Delta V_{(2)} = \Delta V_{(3)}$

پاسخ تشریحی:

تراکم خطوط میدان در شکل (۳) بیش‌تر از شکل (۲) و در شکل (۲) بیش‌تر از شکل (۱) است.

$$E_3 > E_2 > E_1$$

در میدان یکنواخت: $\Delta V = Ed \rightarrow \Delta V_3 > \Delta V_2 > \Delta V_1$

توجه: در شکل (۲)، میدان یکنواخت نیست، ولی می‌شه گفت به‌طور میانگین، میدان الکتریکی در فاصله A تا B در شکل (۲) بزرگ‌تر از شکل (۱) و کوچک‌تر از شکل (۳) است. در ضمن، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ربطی به بار جابه‌جاشده بین اون دو نقطه نداره و «الکترون چی و چی و چی» رو بی‌خیال!

پاسخ: گزینه ۱

پایستگی انرژی و انرژی پتانسیل الکتریکی

در مسائلی که اتلاف انرژی نداریم و نیرویی جز نیروی الکتریکی روی ذره کار انجام نمی‌دهد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و انرژی جنبشی، قرینه هم هستند؛ بنابراین برای محاسبه تغییرات انرژی جنبشی کافی است تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنیم و سپس آن را قرینه کنیم.

$$\Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta K = -\Delta U$$

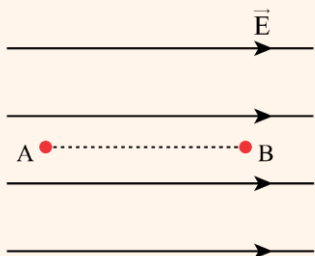
بنابراین با توجه به این که $|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha|$ است، برای محاسبه ΔK داریم:

$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha|$$

درحالتی که روی ذره فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد، هرگاه در جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K > 0$ است و انرژی جنبشی زیاد می‌شود و هرگاه بار الکتریکی در خلاف جهت خودبه‌خودی حرکت کند، $\Delta K < 0$ است و انرژی جنبشی کم می‌شود.

یه نمونه باحال

در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\frac{5}{C} N$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ از نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شود. وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا شده و به نقطه A می‌رسد، انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟ (از اثر گرانش و نیروهای مقاوم در مقابل حرکت ذره صرف نظر شود.)



پاسخ:

گام اول: بار منفی در خلاف جهت میدان حرکت کرده و از نقطه B به A می‌رسد؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد، پس $\Delta K > 0$ است.

گام دوم: برای محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

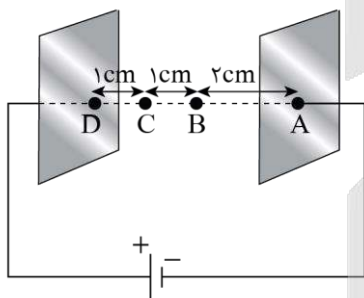
$$|\Delta K| = |Eqd \cos \alpha| = |10^{-5} \times 5 \times 10^{-6} \times 0.2| = 0.1 J$$

$$\Delta K > 0 \rightarrow \Delta K = +0.1 J$$

$$\rightarrow K_2 - \cancel{K_1} = 0.1 J \rightarrow K_2 = 0.1 J$$



۲۵- در شکل زیر، میدان الکتریکی بین دو صفحه یکنواخت است. الکترونی از نقطه B واقع در وسط فاصله دو صفحه رها می‌شود. تندی الکترون در نقطه C، چند برابر تندی آن در نقطه D است؟ (از نیروی وزن و مقاومت هوا صرف نظر شود.)



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ابتدا کار نیروی الکتریکی را در این دو جابه‌جایی مقایسه می‌کنیم.

W_{BC} : BC کار نیروی الکتریکی در جابه‌جایی

W_{BD} : BD کار نیروی الکتریکی در جابه‌جایی

$$\begin{cases} W_{BC} = |q| E d_{BC} \cos \theta \\ W_{BD} = |q| E d_{BD} \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \frac{W_{BC}}{W_{BD}} = \frac{d_{BC}}{d_{BD}} \xrightarrow{\substack{d_{BC}=1\text{cm} \\ d_{BD}=d_{AB}=2\text{cm}}} \frac{W_{BC}}{W_{BD}} = \frac{1}{2}$$

با توجه به این که تنها نیروی وارد شده بر الکترون نیروی الکتریکی است، به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

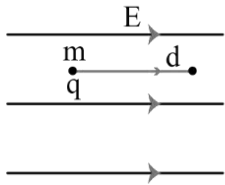
$$W_{\text{کل}} = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E} W_E = \Delta K$$

$$\frac{W_{BC} = \Delta K_{BC}}{W_{BD} = \Delta K_{BD}} \rightarrow \frac{W_{BC}}{W_{BD}} = \frac{K_C - K_B}{K_D - K_B} \xrightarrow{\frac{W_{BC} = 1}{W_{BD} = 2}, K_B = 0} \frac{1}{2} = \frac{K_C}{K_D}$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{K_C}{K_D} = \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{v_C}{v_D}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_C}{v_D} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۲۶- مطابق شکل زیر، در یک میدان الکتریکی یکنواخت، گلوله‌ای به جرم m و بار $+q$ از حال سکون رها شده و به اندازه d در جهت خطوط میدان جابجا می‌شود. سرعت گلوله در انتهای مسیر از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (از نیروی وزن و اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



$$\sqrt{\frac{2qEd}{m}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2qEm}{d}} \quad (۴)$$

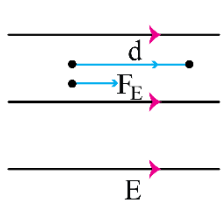
$$\sqrt{\frac{qEd}{m}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{qEm}{d}} \quad (۳)$$

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

چون بار گلوله مثبت است نیرویی که میدان الکتریکی بر آن وارد می‌کند ($F_E = qE$) هم‌جهت خطوط میدان است. حال با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_E = K_2 - K_1$$

$$\rightarrow F_E d \cos 0 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\rightarrow qEd = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$



۲۷- بار $q = -0.5 \mu\text{C}$ به جرم 40 میلی‌گرم در یک میدان الکتریکی یکنواخت در راستای قائم به حالت تعادل قرار دارد. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار وقتی 12 cm در راستای قائم به سمت بالا جابجا می‌شود، چند میلی‌ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۴) 0.048

(۳) 0.096

(۲) -0.096

(۱) -0.048

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مقدار میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه بار معلق است، در می‌یابیم نیروی الکتریکی که بر بار وارد می‌شود، رو به بالاست و باید نیروی وزن را خنثی کند.

$$F_E = mg \xrightarrow{F_E = E|q|, |q| = 0.5 \mu\text{C} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow E = \frac{40 \times 10^{-6} \times 10}{0.5 \times 10^{-6}} = 800 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\Delta U = -E|q|d \cos \theta \xrightarrow{E = 800 \frac{\text{N}}{\text{C}}, d = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, |q| = 0.5 \mu\text{C} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ C}, \theta = 0} \rightarrow \Delta U = -800 \times 0.5 \times 10^{-6} \times 0.12 \times 1 = -48 \times 10^{-6} \text{ J} = -0.048 \text{ mJ}$$



۲۸- با حرکت یک الکترون از پایانه مثبت یک باتری ۱۲ ولتی به پایانه منفی آن، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ژول می‌یابد. $(e=1/6 \times 10^{-19} C)$

- (۱) $1/92 \times 10^{-18}$ افزایش
 (۲) $1/92 \times 10^{-18}$ کاهش
 (۳) $1/92 \times 10^{-17}$ افزایش
 (۴) $1/92 \times 10^{-17}$ کاهش

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

گام اول:

اختلاف پتانسیل مقصد و مبدأ حرکت برابر است با:

$$\Delta V = V_- - V_+ = -12V$$

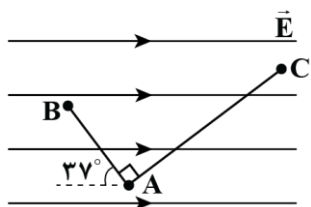
گام آخر:

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با:

$$\Delta U = q\Delta V = -1/6 \times 10^{-19} \times (-12) = 1/92 \times 10^{-18} J$$



۲۹- در شکل زیر، در جابه‌جایی ذره $q = 5 \mu C$ از نقطه A تا B، کار میدان الکتریکی روی آن $-8mJ$ است. اگر بار q' از نقطه A تا C جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن از $0/12$ ژول به $0/24$ ژول می‌رسد. q' چند میکروکولن است؟



$(AB = 3m, AC = 5m, \sin 37^\circ = 0/6)$

- (۱) $+4/5$
 (۲) $+6$
 (۳) $-4/5$
 (۴) -6

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰)

کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در جابه‌جایی d در میدان E رابطه زیر را باهم دارند:

$$\Delta U_E = -W_E = -|q|Ed \cos \theta$$

در جابه‌جایی نقطه A تا B داریم:

$$|W_E| = |qEd \cos \theta| \Rightarrow 8 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-6} \times E \times 3 \cos(37^\circ)$$

$$8 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-6} \times E \times 3 \times (0/8) \Rightarrow E = \frac{2000}{3} \frac{N}{C}$$

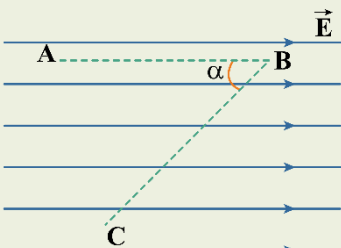
در جابه‌جایی A تا C، چون جابه‌جایی در جهت خطوط میدان است (ΔV منفی است) و چون انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش داشته است (ΔU_E مثبت است) پس طبق رابطه ($\Delta U = q\Delta V$)، باید بار q' منفی باشد.

$$|\Delta U_E| = |qEd \cos \theta| \Rightarrow 0/24 - 0/12 = |q'| \times \frac{2000}{3} \times 5 \cos(53^\circ)$$

$$\Rightarrow 12 \times 10^{-3} = |q'| \times 2000 \Rightarrow |q'| = 6 \times 10^{-6} C \xrightarrow{q' \text{ منفی است}} q' = -6 \mu C$$

کنکور سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۱

۶۶- در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^5 \frac{N}{C}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -5 \mu C$ مسیر ABC را از A تا C طی کرده است. انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این مسیر، چگونه تغییر کرده است؟ $(\sin \alpha = 0/8, AB = BC = 50 \text{ cm})$



- (۱) $0/1$ ژول، افزایش
 (۲) $0/1$ ژول، کاهش
 (۳) $0/4$ ژول، افزایش
 (۴) $0/4$ ژول، کاهش

پاسخ تشریحی:

تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار نیروی الکتریکی است.

$$\Delta U = -W$$

برای محاسبه کار نیروی الکتریکی، با توجه به شکل زیر، می‌توان نوشت:

$$F = E|q| = 10^5 \times (5 \times 10^{-6}) = 0.5 \text{ N}$$

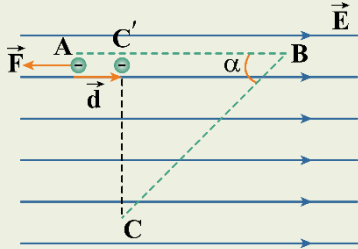
$$d = AB - (BC) \cos \alpha$$

$$d = 50 - 50 \times 0.6 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$W = Fd \cos \theta$$

$$W = 0.5 \times 0.2 \times \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = -0.1 \text{ J}$$

$$\Delta U = -W = +0.1 \text{ J}$$

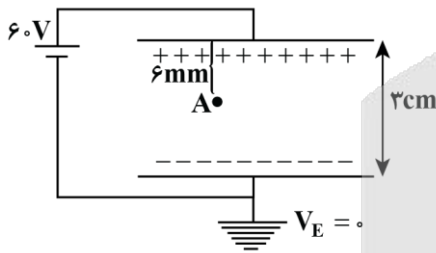


+ ← (یعنی افزایش انرژی)

پاسخ: گزینه ۱



۳۰- دو صفحه رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل به یک باتری وصل کرده‌ایم. پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟



- (۱) +۱۲
- (۲) -۴۸
- (۳) -۱۲
- (۴) +۴۸

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

طبق فرمول $|\Delta V| = Ed$ می‌دانیم در میدان الکتریکی یکنواخت، اختلاف پتانسیل متناسب با فاصله دو نقطه در راستای میدان است؛ پس داریم:

$$\frac{\Delta V'}{\Delta V} = \frac{d'}{d} \Rightarrow \frac{V_A - 0}{60 - 0} = \frac{(30 - 6) \text{ mm}}{30 \text{ mm}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{60} = \frac{24}{30} \Rightarrow V_A = 48 \text{ V}$$





۳۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) همانند کلوخه‌های زمینی، در کلوخه‌های دریایی نیز فلزهای واسطه دیده می‌شوند.
- (۲) ستون‌های موجود در کف دریاها، حاوی سولفیدهای فلزهای قلیایی خاکی مانند منیزیم هستند.
- (۳) غلظت بیشتر منابع اقیانوسی فلزها در مقایسه با ذخایر زمینی، استخراج آن‌ها را به صرفه کرده است.
- (۴) عبارت «دیگران کاشتند و ما خوردیم، ما بکاریم تا دیگران بخورند.» یکی از نمودهای توسعه پایدار است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

در برخی مناطق دریا، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزهایی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس وجود دارد؛ در حالی که در مناطق دیگر ستون‌های سولفیدی برخی از عناصر واسطه، یافت می‌شود. پس در این ستون‌ها سولفید فلزهای اصلی مانند فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی دیده نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ امکان مشاهده منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس، به صورت کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از این فلزات در کف اقیانوس‌ها وجود دارد. این در حالی است که طلا تنها فلز موجود در طبیعت است که به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

فقط طلا	کلوخه‌های خاک
منگنز، کبالت، آهن، نیکل، مس	کلوخه‌های اقیانوسی

همه این عناصر، فلز واسطه هستند.

۳ غلظت بیشتر گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، صرفه اقتصادی و بهره‌برداری از این منابع را نوید می‌دهد. امروزه شرکت‌هایی از برخی کشورها طرح‌های استخراج این مواد را از بستر اقیانوس‌ها در دست دارند. پیش‌بینی می‌شود اکتشاف و بهره‌برداری از منابع شیمیایی بستر دریا به یکی از صنایع کلیدی و تأثیرگذار در روابط کشورها تبدیل شود.

۴ جامعه‌ای در مسیر توسعه پایدار قرار دارد که اقتصاد آن شکوفا باشد، به محیط زیست آسیب کمتری بزند و همچنین، مردم به اخلاق آراسته و خوش‌نامی معروف باشند. پس به‌منظور تولید یک ماده یا عرضه یک خدمت به شیوه توسعه پایدار، باید همه هزینه‌ها و ملاحظات اقتصادی، اجتماعی و محیط زیستی را در نظر گرفت. یکی از روش‌های توسعه پایدار در زبان فارسی با این عبارت مطرح شده است که «دیگران کاشتند و ما خوردیم، ما بکاریم تا دیگران بخورند.»



۳۲- کدام یک از مطالب زیر در مورد پرکاربردترین فلز نادرست هستند؟

- الف - اکسیدی از این فلز که در فرایند ترمیت به کار می‌رود، به‌عنوان رنگ قرمز نقاشی کاربرد دارد.
- ب - در واکنش تولید هر مول از این فلز از سنگ معدن آن، ۰/۷۵ مول گاز گلخانه‌ای تولید می‌شود.
- ج - در هیدروکسیدی از این فلز که به رنگ سبز است، نسبت شمار کاتیون به آنیون برابر ۲ است.
- د - در واکنش با محلول هیدروکلریک اسید، کاتیونی با ۵ الکترون با $n + l = 5$ تولید می‌کند.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ج» و «د»

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

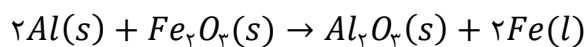
بیشترین فلز به کار رفته در صنعت و پرکاربردترین فلز، آهن است. عبارت‌های (ج) و (د) در مورد این عنصر نادرست هستند.



بررسی موارد:



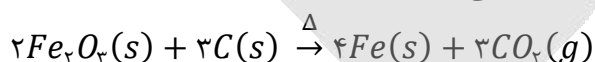
واکنش پذیری آلومینیم از آهن بیشتر است؛ بنابراین آلومینیم می تواند آهن را از ترکیب های این عنصر خارج کند. به واکنش آلومینیم با آهن (III) اکسید، واکنش ترمیت می گویند که منجر به تولید آلومینیم اکسید و آهن مذاب می شود.



در این واکنش به علت آزاد شدن گرمای بسیار زیاد، آهن به شکل مایع درمی آید. از این آهن مذاب در صنعت جوشکاری (خصوصاً برای جوش دادن خطوط راه آهن) استفاده می شود. در واکنش ترمیت از اکسیدی از آهن به فرمول شیمیایی Fe_2O_3 استفاده می شود که آهن (III) اکسید نام دارد و به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می رود.



در همه شرکت های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده می کنند. واکنش زیر نحوه استخراج آهن از سنگ معدن آن را توسط عنصر کربن نشان می دهد:



در این واکنش به ازای تولید هر مول فلز آهن ۰/۷۵ مول گاز کربن دی اکسید که گازی گلخانه ای است، تولید می شود.



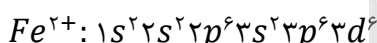
آهن دو هیدروکسید دارد. یکی آهن (II) هیدروکسید که سبز رنگ بوده و دیگری آهن (III) هیدروکسید که قرمز رنگ است. فرمول شیمیایی این دو ترکیب به ترتیب $Fe(OH)_2$ و $Fe(OH)_3$ می باشد. نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در $Fe(OH)_2$ برابر ۰/۵ است.



معادله واکنش فلز آهن با محلول هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:



در این واکنش کاتیون Fe^{2+} تولید می شود که آرایش الکترونی آن به صورت زیر است:



در آرایش این یون ۶ الکترون با $n + l = 5$ (الکترون های زیر لایه $3d$) دیده می شود.



۳۳- اگر درصد جرمی نیتروژن در نمونه ای کود ناخالص آمونیوم سولفات برابر ۴/۲ درصد باشد، درصد خلوص آمونیوم سولفات در این

نمونه چند درصد است؟ ($H = 1, N = 14, O = 16, S = 32: g \cdot mol^{-1}$)

۳۹/۶ (۴)

۱۹/۸ (۳)

۲۶/۴ (۲)

۱۳/۲ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

فرمول شیمیایی آمونیوم سولفات به صورت $(NH_4)_2SO_4$ است.

راه حل مسئله

برای حل این گونه مسائل، کافی است جرم کل را برابر ۱۰۰ گرم در نظر بگیریم و جرم ماده مورد نظر را به کمک درصد جرمی اتم که برابر جرم آن در همین ۱۰۰ گرم است، محاسبه کنیم. جرم ماده برابر درصد خلوص آن است.

اگر جرم کود را ۱۰۰ گرم در نظر بگیریم، در این کود ۴/۲ گرم اتم نیتروژن وجود دارد. پس جرم آمونیوم سولفاتی را که ۴/۲ گرم اتم نیتروژن دارد، حساب می کنیم:

$$? g (NH_4)_2SO_4 = 4/2 g N \times \frac{1 mol N}{14 g N} \times \frac{1 mol (NH_4)_2SO_4}{2 mol N} \times \frac{132 g (NH_4)_2SO_4}{1 mol (NH_4)_2SO_4} = 19/8 g$$

پس در ۱۰۰ گرم از این کود ۱۹/۸ گرم آمونیوم سولفات وجود دارد و درصد خلوص آمونیوم سولفات برابر ۱۹/۸ است.

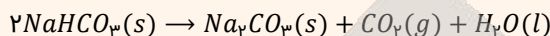


برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۱۲۰۰ گرم نمونه‌ای ناخالص از سدیم هیدروژن کربنات مطابق واکنش موازنه نشده $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$ در اثر گرما تجزیه شده است. اگر بازده درصدی این واکنش برابر با ۵۶ درصد و حجم فراورده گازی در شرایط استاندارد برابر ۷۸/۴ لیتر باشد؛ درصد خلوص این نمونه سدیم هیدروژن کربنات چقدر است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23: g. mol^{-1}$)

(۱) ۶۲/۵ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۸۷/۵

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، بازده درصدی آن و مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده، مقدار سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده را به دست می‌آوریم:

$$? g NaHCO_3 = 78.4 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4 L CO_2} \times \frac{2 mol NaHCO_3}{1 mol CO_2} \times \frac{84 g NaHCO_3}{1 mol NaHCO_3} = 588 g$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 56 = \frac{588}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1050 g$$

در مرحله بعد، با توجه به جرم سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده، درصد خلوص این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص } NaHCO_3 = \frac{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ خالص}}{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{588}{1050} \times 100 = 87.5 \text{ درصد}$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۸۷/۵ درصد است.

پاسخ: گزینه ۴



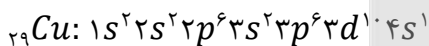
۳۴- کدام یک از مطالب زیر در مورد اولین عنصری که لایه سوم الکترونی آن پر می‌باشد، درست است؟

- (۱) این عنصر تنها یک یون پایدار دارد.
- (۲) استفاده از گیاه برای استخراج آن صرفه اقتصادی دارد.
- (۳) این فلز می‌تواند آهن را از محلول حاوی یون Fe^{2+} خارج کند.
- (۴) درصد جرمی آن در سنگ معدن بیشتر از گیاه استفاده‌شده برای استخراج آن است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

سومین لایه الکترونی از سه زیرلایه $3s$ ، $3p$ و $3d$ تشکیل شده است. دو زیرلایه اول در عناصر دوره سوم در حال الکترون گرفتن هستند؛ اما زیرلایه $3d$ در عناصر واسطه دوره چهارم الکترون می‌گیرد. پس انتظار داریم که آخرین اتم واسطه دوره چهارم یعنی، روی، اولین عنصری باشد که لایه سوم آن پر شده است؛ اما یک استثنا در قاعده آفبا موجب شده که عنصر مس (عنصر پیش از روی) زودتر به این مهم دست یابد. آرایش الکترونی فلز مس به صورت زیر است:



گیاه در خدمت صنعت

یکی از روش‌های بیرون کشیدن فلزها از لابه‌لای خاک استفاده از گیاهان (گیاه پالایی) است. به این منظور در معدن یا خاک دارای فلز، گیاهانی را می‌کارند که می‌توانند آن فلز را جذب کنند؛ سپس گیاه را برداشت کرده، می‌سوزانند و از خاکستر حاصل از آن فلز را جداسازی می‌کنند. درصد فلز روی در سنگ معدن بیشتر از درصد فلز روی در یک کیلوگرم گیاه است، لذا روش گیاه پالایی برای فلز روی مناسب نیست. از طرفی، درصد فلز نیکل در سنگ معدن کمتر از درصد فلز نیکل در یک کیلوگرم گیاه است، با این حال استخراج نیکل نیز با این روش به علت قیمت کم نیکل صرفه اقتصادی ندارد. درصد فلزهای مس و طلا در سنگ معدن کمتر از درصد این فلزها در یک کیلوگرم گیاه است و همچنین این دو فلز قیمت بالایی نیز دارند؛ به همین علت استفاده از گیاهان برای استخراج این دو فلز صرفه اقتصادی بیشتری نسبت به استخراج آن‌ها از سنگ معدن دارد.

استخراج مس و طلا توسط گیاهان صرفه اقتصادی دارد؛ ولی استخراج نیکل و روی توسط گیاهان مقرون به صرفه نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

اکثر عناصر واسطه بیش از دو یون پایدار دارند. سه عنصر نقره، روی و اسکاندیم استثنای مطرح شده در کتاب درسی هستند و توانایی تشکیل تنها یک یون پایدار را دارند. مس دو کاتیون پایدار Cu^+ و Cu^{2+} دارد.

۳ واکنش پذیری فلز مس از فلز آهن کمتر است. پس فلز مس نمی تواند کاتیون های موجود در ترکیبات آهن را از این ترکیبات یا محلول آن ها خارج کند.

واکنش پذیری: فلز $B < A$

خارج کردن فلز A از ترکیب آن توسط فلز B



۴ در روش استفاده از گیاه برای پالایش فلزها (گیاه پالایی)، از میان طلا، مس، روی و نیکل، تنها درصد جرمی روی در گیاه از درصد جرمی فلز در سنگ معدن کمتر است. مس، طلا و نیکل درصد جرمی بیشتری در گیاه نسبت به سنگ معدن دارند.



۳۵- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش تخمیر گلوکز با بازده ۷۰ درصد نادرست است؟

- ۱) در این واکنش از هر مول واکنش دهنده ۱/۴ مول سوخت سبز تولید می شود.
- ۲) واکنش دهنده این واکنش را از پسماند گیاه ذرت و نیشکر می توان تهیه کرد.
- ۳) درصد جرمی هیدروژن در واکنش دهنده از فراورده غیر گازی بیشتر است.
- ۴) یکی از فراورده های این واکنش گازی ناقطبی با خاصیت گلخانه ای است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز به صورت زیر انجام می گیرد:



شمار اتم های هیدروژن در دو مول اتانول ($2 \times C_2H_5O$) و یک مول گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) برابر است. (صورت کسر درصد جرمی هیدروژن برای دو ماده برابر است.) اما یک مول گلوکز نسبت به دو مول اتانول، به اندازه ۴ اتم اکسیژن و دو اتم کربن، جرم بیشتری دارد. (مخرج کسر درصد جرمی برای گلوکز بیشتر است.) پس درصد جرمی هیدروژن در اتانول بیشتر از گلوکز خواهد بود.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) در این واکنش اتانول (C_2H_5OH) که یکی از سوخت های سبز است تولید می شود. در این واکنش به ازای مصرف یک مول واکنش دهنده، دو مول سوخت سبز به صورت نظری تولید می شود. پس با توجه به بازده درصدی واکنش، مقدار اتانول تولید شده را حساب می کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{x}{2 \text{ mol}} \times 100 \Rightarrow x = 1/4 \text{ mol}$$

پس در این واکنش ۱/۴ مول اتانول به صورت عملی تولید می گردد.

۲) گلوکز مورد نیاز این واکنش را می توان از بقایای گیاهانی مانند نیشکر، سیب زمینی و ذرت تهیه کرد. به گونه ای که امروزه مزارع زیادی را برای تهیه سوخت سبز، روغن و خوراک دام به کشت ذرت اختصاص می دهند.

۴) گاز تولید شده در این واکنش کربن دی اکسید بوده که مولکول های آن ناقطبی هستند. همچنین گاز کربن دی اکسید یک گاز گلخانه ای بوده و موجب ایجاد گرمایش گلخانه ای می شود.

سوخت سبز

در ساختار سوخت های سبز علاوه بر اتم های کربن و هیدروژن، اتم اکسیژن نیز حضور دارد. حضور اکسیژن در ساختار این مواد موجب کاهش نیاز به گاز اکسیژن برای سوختن کامل آن ها است به عنوان مثال برای سوختن یک مول اتانول به عنوان یک سوخت سبز، به ۳ مول اکسیژن نیاز است اما برای سوختن یک مول اتان (سوختی فسیلی با تعداد کربن برابر با اتانول) به ۳/۵ مول اکسیژن نیاز می باشد. به همین علت به سوخت های دارای اکسیژن در مولکول خود، سوخت سبز (دوست دار محیط زیست) می گویند.



۳۶- کلسیم اکسید به ترتیب با بازده درصدی ۶۰ و ۸۰، با گوگرد دی اکسید و کربن دی اکسید واکنش می دهد. تفاوت جرم کلسیم کربنات

و کلسیم سولفیت ($CaSO_3$) که از واکنش یک گرم کلسیم اکسید تولید می شود، به تقریب چند میلی گرم است؟

($C = 12, O = 16, S = 32, Ca = 40: g. mol^{-1}$)

۱۰۷ (۴)

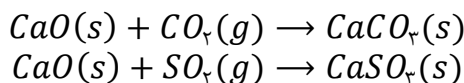
۱۴۳ (۳)

۲۱۴ (۲)

۲۸۶ (۱)



واکنش کلسیم اکسید با دو ماده گوگرد دی اکسید و کربن دی اکسید به صورت زیر انجام می شود:



راه حل مسئله

جرم هر یک از فراورده های واکنش را حساب می کنیم. سپس با توجه به بازده واکنش ها، جرم فراورده ها را به صورت عملی محاسبه می کنیم. در نهایت تفاوت جرم دو ماده تولید شده را به دست می آوریم.

بر این اساس جرم دو ماده ای را که توسط یک گرم کلسیم اکسید تولید می شود، حساب می کنیم:

$$CaCO_3: ? \text{ g } CaCO_3 = 1 \text{ g } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{56 \text{ g } CaO} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaO} \times \frac{100 \text{ g } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} = \frac{25}{14} \text{ g}$$

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{\frac{25}{14}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{10}{7} \text{ g}$$

$$CaSO_3: ? \text{ g } CaSO_3 = 1 \text{ g } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{56 \text{ g } CaO} \times \frac{1 \text{ mol } CaSO_3}{1 \text{ mol } CaO} \times \frac{120 \text{ g } CaSO_3}{1 \text{ mol } CaSO_3} = \frac{15}{7} \text{ g}$$

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{y}{\frac{15}{7}} \times 100 \Rightarrow y = \frac{9}{7} \text{ g}$$

تفاوت جرم دو ماده تولید شده برابر است با:

$$x - y = \frac{10}{7} - \frac{9}{7} = \frac{1}{7} \text{ g} = \frac{100}{7} \text{ mg} \cong 14.3 \text{ mg}$$

بنابراین تفاوت جرم دو ماده برابر ۱۴۳ میلی گرم است.



۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) گاز حاصل از سوختن ناقص متان را می توان برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده کرد.
- ۲) در واکنش ترمیت بار کاتیون موجود در فراورده ها از بار کاتیون موجود در واکنش دهنده ها بیشتر است.
- ۳) در استفاده از گیاه برای استخراج فلز، پس از سوزاندن گیاهان، درصد جرمی فلز در گیاه کاهش می یابد.
- ۴) در فرایند استخراج آهن، جرم فلز آهن تولید شده به تقریب ۵۰ درصد از جرم منابع معدنی مصرف شده است.

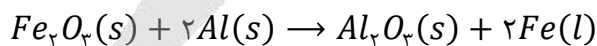
گاز تولید شده از واکنش سوختن ناقص متان، گاز کربن مونواکسید است. همچنین اکسید موجود در سنگ معدن آهن، Fe_2O_3 می باشد. واکنش انجام گرفته میان این دو ماده به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است، گاز کربن مونواکسید می تواند، آهن را از ترکیب آهن (III) اکسید خارج کند.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) معادله واکنش انجام شده در فرایند ترمیت به صورت زیر است:



در سمت واکنش دهنده ها، کاتیون Fe^{3+} و در سمت فراورده ها کاتیون Al^{3+} دیده می شود که هر دو بار یکسانی دارند.

۲) با استفاده از کاشت گیاهان در خاک معدن یا خاک حاوی برخی عناصر فلزی، می توان این عناصر فلزی را از لایه لای خاک بیرون کشید.

در این روش پس از برداشت گیاهان، آن ها را می سوزانند و فلز را از خاکستر این گیاهان جدا می سازند. در اثر سوختن این گیاه جرم فلز

ثابت مانده اما جرم گیاه کاهش می یابد و به خاکستر تبدیل می شود. پس درصد جرمی فلز بر اثر فرایند سوختن گیاه افزایش می یابد.

۳) مطابق کتاب درسی، در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر

استفاده می شود. پس برای تولید ۱ تن آهن در مجموع به ۳ تن منابع معدنی مختلف نیاز است. پس در فرایند استخراج آهن، ۱/۳ جرم

منابع مصرف شده (معادل ۳۳ درصد) به آهن تبدیل می شود.



۳۸- اگر بتوان فلز X را توسط فلز Y ، از سنگ معدن آن استخراج کرد، کدام یک از مقایسه‌ها درست است؟

- (۱) دشواری شرایط نگهداری: $Y < X$
 (۲) تمایل به تشکیل کاتیون: $Y < X$
 (۳) سرعت واکنش در هوای مرطوب: $X < Y$
 (۴) واکنش پذیری: اکسید $Y < X$

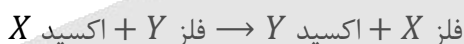
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر فلز Y بتواند فلز X را از سنگ معدن آن استخراج کند یا به بیان دیگر اگر فلز Y فلز X را از ترکیبات آن خارج کند، به معنای آن است که فلز Y واکنش پذیری بیشتری نسبت به فلز X دارد. واکنش پذیری فلز Y بیشتر بوده و این فلز با سرعت بیشتری با هوای مرطوب واکنش می‌دهد و به اکسید فلز تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ① فراهم کردن شرایط نگهداری فلزی که واکنش پذیری بیشتری دارد، سخت‌تر است. پس شرایط عدم واکنش فلز Y سخت‌تر از شرایط نگهداری فلز X ایجاد می‌شود.
 ② واکنش پذیری فلزها معادل تمایل آن‌ها به از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون است. پس اگر واکنش پذیری فلز Y بیشتر از فلز X باشد، فلز Y تمایل بیشتری نسبت به فلز X برای تشکیل کاتیون دارد.
 ④ چون واکنش پذیری فلز Y بیشتر از فلز X است، می‌توان گفت واکنش زیر صورت طبیعی انجام می‌شود:



با توجه به این که این واکنش به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود؛ پس فراورده‌های این واکنش نسبت به واکنش دهنده‌های آن پایدارتر بوده و بر این اساس اکسید Y پایدارتر از اکسید X است. به‌طور کلی این نکته را در نظر داریم که هرچه یک فلز واکنش پذیری بیشتری داشته باشد و ناپایدارتر باشد، ترکیب آن پایدارتر است.



۳۹- در یک شهر با ۵۰ هزار خانه، سالانه به‌طور متوسط، ۱۵ میلیون قوطی فولادی بازیافت می‌شود. اگر انرژی ذخیره‌شده از بازیافت ۴ قوطی فولادی بتواند یک لامپ ۲۰ وات را در حدود ۱۶ ساعت روشن نگه دارد، انرژی ذخیره‌شده از بازیافت سالانه قوطی‌ها در این شهر برای روشن نگه‌داشتن این شهر، به مدت چند شبانه‌روز کافی است؟ (هر خانه به‌طور متوسط ۸ لامپ ۲۰ وات و هر لامپ به‌طور متوسط به مدت ۶ ساعت در شبانه‌روز روشن است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۲۰ (۴) ۴۰

(آسان - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ساعات روشن بودن لامپ‌های موجود در این شهر را به مدت یک شبانه‌روز به‌دست می‌آوریم:

$$\text{ساعت} = ۲۴۰۰۰۰۰ = \frac{\text{ساعت}}{\text{لامپ}} \times \frac{\text{لامپ}}{\text{خانه}} \times \text{خانه} = \frac{۶}{۱} \times \frac{۸}{۱} \times ۵۰۰۰۰$$

حال، ساعات روشن ماندن یک لامپ در ازای انرژی ذخیره‌شده از بازیافت ۱۵ میلیون قوطی فولادی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ساعت} = ۶۰۰۰۰۰۰ = \frac{\text{ساعت}}{\text{قوطی}} \times \text{قوطی} = \frac{۱۶}{۴} \times ۱۵۰۰۰۰۰$$

در نهایت شبانه‌روز روشن ماندن شهر را با توجه به ساعات روشن ماندن یک لامپ و ساعات مورد نیاز شبانه‌روزی شهر، حساب می‌کنیم:

$$\text{شبانه‌روز} = ۲۵ = \frac{\text{شبانه‌روز}}{\text{ساعت}} \times \text{ساعت} = \frac{۱}{۲۴۰۰۰۰۰} \times ۶۰۰۰۰۰۰$$

پس با انرژی ذخیره‌شده از بازیافت قوطی‌های فولادی یک شهر، می‌توان انرژی الکتریکی لازم برای روشن نگه‌داشتن تقریباً یک ماه همان شهر را تهیه کرد.



فولاد

آهن خالص فلزی نسبتاً نرم است که استحکام کافی برای کاربردهای مختلف را ندارد. همچنین، این فلز بعد از مدتی اکسید شده و تغییر ماهیت می‌دهد. برای افزایش استحکام آهن و همچنین برای به تأخیر انداختن فرایند زنگ زدن این عنصر، آهن را با عناصر دیگر خصوصاً کربن مخلوط کرده و آلیاژ فولاد را تولید می‌کنند. هرچه درصد کربن این آلیاژ افزایش پیدا کند، فولاد نیز سخت‌تر می‌شود؛ از طرفی با افزایش درصد کربن، این آلیاژ شکننده‌تر می‌شود. پس درصد جرمی کربن فولاد بیش از ۲ درصد نمی‌شود؛ اگر درصد کربن از این مقدار بیش‌تر گردد (تا ۶ درصد)، آلیاژی دیگر از آهن به اسم چدن تولید می‌شود که کاربرد آن در تولید ظروف آشپزخانه را هر روز می‌بینیم.



۴۰- از واکنش $2Li_2O_2(s) + 2CO_2(g) \rightarrow 2Li_2CO_3(s) + O_2(g)$ با بازده ۸۰ درصد برای تبدیل کربن دی‌اکسید به گاز اکسیژن در فضاپیما استفاده می‌شود. اگر ۵۰ گرم لیتیم پراکسید (Li_2O_2) برای جذب هر مول گاز کربن دی‌اکسید نیاز باشد، درصد خلوص لیتیم پراکسید چقدر بوده و نسبت مقدار (مول) کربن دی‌اکسید مصرف‌شده به مقدار اکسیژن تولیدشده چقدر است؟

($Li = 7, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

۱/۶ - ۹۲ (۲)

۲/۵ - ۹۲ (۱)

۲/۵ - ۴۶ (۴)

۱/۶ - ۴۶ (۳)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای حل قسمت اول، کافی است که جرم خالص لیتیم پراکسیدی را که با یک مول گاز کربن دی‌اکسید واکنش می‌دهد، مشخص کرده که برابر جرم خالص آن ماده است و به کمک آن درصد خلوص این ماده را حساب کنیم. در قسمت دوم نیز، مقدار کربن دی‌اکسید مشخص است و باید به کمک بازده واکنش، مقدار اکسیژن مصرف‌شده در این واکنش را محاسبه کرده و نسبت خواسته‌شده را مشخص کنیم.

ابتدا جرم لیتیم پراکسید خالص مصرف‌شده در این واکنش را به دست می‌آوریم:

$$? g Li_2O_2 = 1 mol CO_2 \times \frac{2 mol Li_2O_2}{2 mol CO_2} \times \frac{46 g Li_2O_2}{1 mol Li_2O_2} = 46 g$$

حال درصد خلوص این نمونه لیتیم پراکسید را محاسبه می‌کنیم:

$$Li_2O_2 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص } Li_2O_2}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{46}{50} \times 100 = 92\%$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۹۲ درصد است.

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا مقدار گاز اکسیژن تولیدشده در این واکنش را حساب می‌کنیم:

کسر تبدیل بازده واکنش

اگر بازده درصدی یک واکنش برابر A باشد، کسر تبدیل آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\text{فراورده عملی } Ag, mol, L}{\text{فراورده نظری } 100g, mol, L}$$

یا

$$\frac{\text{فراورده نظری } 100g, mol, L}{\text{فراورده عملی } Ag, mol, L}$$

نکته: در این کسر تبدیل، واحد صورت و مخرج باید یکسان باشد، یعنی یا باید هر دو لیتر باشد، یا هر دو گرم یا هر دو مول.

$$? mol O_2 \text{ عملی} = 1 mol CO_2 \times \frac{1 mol O_2}{2 mol CO_2} \times \frac{80 \text{ عملی } mol O_2}{100 \text{ نظری } mol O_2} = 0.4 mol$$

در نهایت نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\text{مقدار } CO_2}{\text{مقدار } O_2} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

بنابراین نسبت مقدار کربن دی‌اکسید مصرف‌شده به اکسیژن تولیدشده برابر ۲/۵ است.



آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

