

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۳ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

# بودجه بندی دروس این آزمون

مکانشاپور مارف

## هندسه ۱

چندضلعی‌ها  
صفحه های ۵۴ تا ۶۴

سهم در کنکور: —

## ریاضی ۱

معادله‌ها و نامعادله‌ها  
صفحه های ۶۹ تا ۹۳

سهم در کنکور: —

## شیمی ۱

ردپای گازها در زندگی  
صفحه‌های ۶۶ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

## فیزیک ۱

کار، انرژی و توان  
(از ابتدای کار و انرژی جنبشی  
تا انتهای فصل سوم)  
صفحه های ۶۱ تا ۸۲

سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

### مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم  
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار



۱- اگر  $x = -2$  یکی از ریشه‌های معادله  $\sqrt{2}x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$  باشد، مجذور ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۲- اگر در حل معادله درجه دوم  $(1-x)(2x+1)+2=0$  به روش مربع کامل، معادله را به فرم  $(x+m)^2 = n^2$  بنویسیم، حاصل  $m+n$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۳- مساحت یک مستطیل برابر  $120^\circ$  واحد مربع و محیط آن برابر ۴۶ واحد است. اندازه قطر این مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

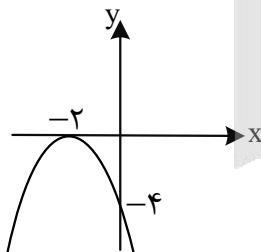
۴- نمودار یک سهمی از نقاط  $(2,4)$ ،  $(-1,-2)$  و  $(-3,4)$  عبور می‌کند. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟

- (۱)  $-\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳) ۲ (۴) -۲

۵- به ازای کدام مقدار  $m$ ، رأس سهمی به معادله  $y = mx^2 + (m-1)x + 1$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد؟

- (۱)  $2 - \sqrt{5}$  (۲)  $1 - \sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{5} - 2$  (۴)  $\sqrt{3} + 1$

۶- نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. مجموع طول نقاط برخورد نمودار این سهمی با نیمساز ناحیه سوم کدام است؟



- (۱) -۴ (۲)  $-4/5$  (۳) -۵ (۴)  $-5/5$

محل انجام محاسبات

۷- اگر خط  $2x-1=0$  محور تقارن سهمی  $y=(1+3k)x^2-(k-1)x+1$  باشد، در این صورت، کدام یک از نقاط زیر، روی سهمی به معادله  $y=kx^2-2(1-k)x+2$  قرار ندارد؟

- (۱)  $(1, -3)$  (۲)  $(-4, 2)$  (۳)  $(-3, 4)$  (۴)  $(-1, 5)$

۸- جدول تعیین علامت  $p(x)=x^3+ax^2+bx-3$  به صورت مقابل است. مقدار  $b-a$  کدام است؟

$x$	۱	۳		
$p(x)$	-	-	+	
				۱۲ (۲)
				-۱۲ (۴)
				-۲ (۱)
				۲ (۳)

۹- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله  $(m+1)x^2-2mx+m+2=0$  ریشه حقیقی ندارد؟

- (۱)  $m < \frac{2}{3}$  (۲)  $m > \frac{2}{3}$  (۳)  $m < -\frac{2}{3}$  (۴)  $m > -\frac{2}{3}$

۱۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $(a+4)x^2+2x-a+6 < 0$  به شکل  $(-\infty, b)$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱)  $-11$  (۲)  $-10$  (۳)  $-9$  (۴)  $-13$

۱۱- اگر نمودار سهمی  $f(x)=(m-1)x^2-mx+m-2$  همواره بالای خط  $y=mx-6$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m > 1$  (۲)  $\frac{3}{4} < m < 1$  (۳)  $1 < m < \frac{4}{3}$  (۴)  $m > \frac{4}{3}$

۱۲- اگر یکی از جواب‌های معادله  $x^2-mx-5=0$  بزرگ‌تر از ۳ و جواب دیگر آن کوچک‌تر از ۳ باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m > \frac{4}{3}$  (۲)  $m > \frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{5}{4} < m < \frac{4}{3}$  (۴)  $m < \frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات

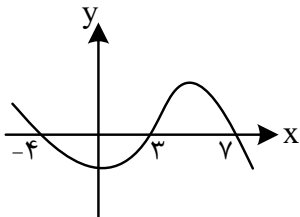
۱۳- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 + ax + b < 0$  بازه  $(2, 3)$  است. مجموعه جواب نامعادله  $-x^2 + bx + a > 0$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, -2)$  (۲)  $(1, 5)$   
 (۳)  $(-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

۱۴- هرگاه بازه  $(\alpha, \beta)$  مجموعه جواب نامعادله  $2 < \frac{3x+2}{x+2} < 1$  باشد، مقدار  $\frac{\alpha+\beta}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۵- اگر نمودار  $f(x)$  مطابق شکل مقابل باشد، مجموعه جواب نامعادله  $xf(x) \geq 0$  شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۱

۱۶- مجموعه جواب نامعادله  $||x-3|-2| \leq 1$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۷- در بازه  $(\alpha, \beta)$  نمودار تابع  $f(x) = x(4-x) + 3$  بالاتر از  $y = 3x + |x|$  قرار گرفته است. بیشترین مقدار  $\beta - \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴) ۱

۱۸- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} \geq 4$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

محل انجام محاسبات

۱۹- در بازه  $(a, b)$ ، عبارت  $6x^2 - 5x - 6$  منفی و عبارت  $|2x - 3| - x$  کمتر از ۲ است. حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۲۰- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 - 3x + 1 < \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  است.  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

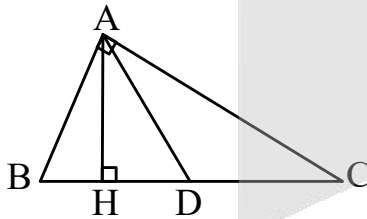
۲۱- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب، ۴ برابر تعداد ضلع های آن است. تعداد قطرهای این چندضلعی کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۲۲ (۳) ۳۳ (۴) ۴۴

۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر چهارضلعی که در آن هر دو زاویه روبه‌رو برابر باشند، متوازی‌الاضلاع است.  
 (۲) هر چهارضلعی که در آن هر دو زاویه مجاور مکمل باشند، متوازی‌الاضلاع است.  
 (۳) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن برابر و دو ضلع مقابل دیگر موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.  
 (۴) هر چهارضلعی که در آن دو ضلع مقابل، موازی و برابر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

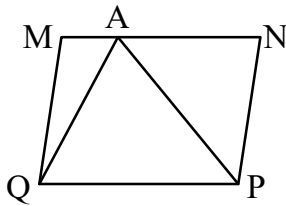
۲۳- با توجه به شکل مقابل، اگر  $AD = DC$ ،  $BH = 2$  و  $HD = 4$  باشد، اندازه  $AB$  کدام است؟



- (۱) ۷  
 (۲)  $3\sqrt{5}$   
 (۳) ۶  
 (۴)  $2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات

۲۴- در متوازی الاضلاع شکل مقابل،  $\widehat{MNP} = 5\widehat{MQA}$  و  $\widehat{APQ} = 4\widehat{APN}$  است. حاصل  $\widehat{MAQ} + \widehat{NAP}$  کدام است؟



(۱)  $144^\circ$

(۲)  $154^\circ$

(۳)  $132^\circ$

(۴)  $92^\circ$

۲۵- وسط‌های اضلاع لوزی به قطرهای ۱۲ و ۱۶ را به هم وصل کرده‌ایم تا چهارضلعی ABCD به دست آید. محیط این چهارضلعی کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۲۲

(۲) ۱۷

(۱) ۱۵

۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه حاده  $75^\circ$ ، مجموع طول میانه و ارتفاع وارد بر وتر  $18\sqrt{2}$  واحد است. مساحت این مثلث، کدام است؟

(۴) ۱۴۴

(۳) ۱۵۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۱۳۶

۲۷- متوازی‌الاضلاع ABCD به طول اضلاع  $AB=8$  و  $AD=6$  را در نظر بگیرید که دو قطر برابر دارد. اگر از رأس A، عمودی بر قطر BD رسم کنیم، فاصله رأس D تا پای عمود چقدر است؟

(۴)  $4/2$

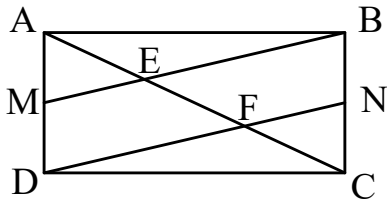
(۳)  $5/8$

(۲)  $3/6$

(۱)  $6/4$

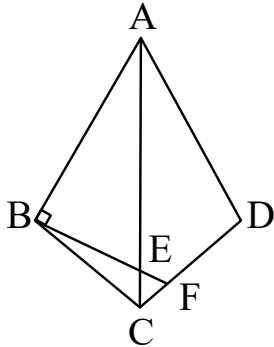
محل انجام محاسبات

۲۸- در مستطیل شکل زیر، به ابعاد  $۱۸ \times ۶$ ، نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط اضلاع  $AD$  و  $BC$  هستند. حاصل  $EF(AE+FC)$ ، کدام است؟



- (۱) ۶۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۸۰
- (۴) ۵۰

۲۹- چهارضلعی  $ABCD$ ، کایت است. اگر  $AB=AD$ ،  $AE=۱۸$ ،  $EC=۴$  و  $\widehat{BCD}=2\widehat{BAD}$  باشند، اندازه  $FD$  چقدر است؟  $(AB \perp BF)$



- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۳۰- در متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۶ و ۱۱ واحد، طول قطر چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی‌الاضلاع، چقدر است؟

(۴) ۵/۵

(۳) ۵

(۲) ۴/۵

(۱) ۴

محل انجام محاسبات



# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۳ شهریور ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

# بودجه بندی دروس این آزمون

مکانشاپور مارف

## هندسه ۱

چندضلعی‌ها  
صفحه های ۵۴ تا ۶۴

سهم در کنکور: —

## ریاضی ۱

معادله‌ها و نامعادله‌ها  
صفحه های ۶۹ تا ۹۳

سهم در کنکور: —

## شیمی ۱

ردپای گازها در زندگی  
صفحه‌های ۶۶ تا ۸۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

## فیزیک ۱

کار، انرژی و توان  
(از ابتدای کار و انرژی جنبشی  
تا انتهای فصل سوم)  
صفحه های ۶۱ تا ۸۲

سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

### مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم  
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

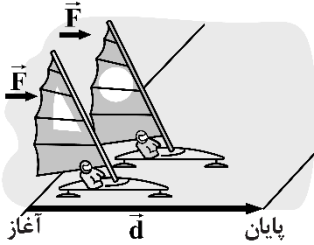
یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می‌کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار



۳۱- دو قایق مخصوص با جرم‌های متفاوت، روی سطح افقی یخ‌زده و بدون اصطکاک دریاچه‌ای مطابق شکل زیر، قرار دارند. قایق‌ها تحت اثر نیروهای مساوی باد، شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله  $d$  می‌گذرند. چند مورد از موارد زیر درست است؟



الف: انرژی جنبشی قایق سبک‌تر در خط پایان، بیش‌تر است.

ب: تندی هر دو قایق در خط پایان یکسان است.

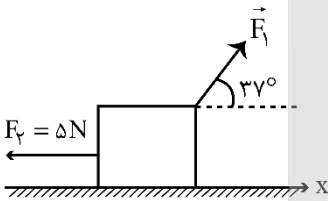
پ: کل کار انجام‌شده روی قایق سنگین‌تر، بیش‌تر است.

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

۳۲- کودکی، سنگی را از بالای یک ساختمان پرتاب می‌کند. در کدام گزینه، کار نیروی وزن سنگ و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن الزاماً قرینه یکدیگرند؟

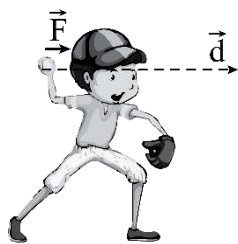
- (۱) فقط در پرتاب در راستای قائم رو به بالا  
(۲) فقط در پرتاب در راستای قائم رو به پایین  
(۳) فقط در پرتاب در راستای قائم  
(۴) در هر حالتی قرینه یکدیگرند.

۳۳- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم  $m$  که روی سطح افقی ساکن است، نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. اگر پس از ۵ متر جابه‌جایی روی سطح افقی در جهت محور  $x$ ، کار کل انجام‌شده روی جسم  $20J$  باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  چند نیوتون است؟ ( $\cos 37^\circ = 0.8$  و بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم  $15N$  است).



- (۱) ۴۰  
(۲) ۳۰  
(۳) ۲۰  
(۴) ۱۵

۳۴- ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم  $200g$  را با حداکثر تندی  $30 \frac{m}{s}$  پرتاب کند. به همین دلیل، ورزشکار نیرویی به بزرگی  $F = 60N$  را تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی  $d = 2m$ ، مطابق شکل بر آن وارد می‌کند.

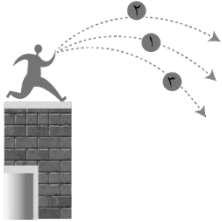


کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- (۱) ۳۰  
(۲) -۳۰  
(۳) -۱۵  
(۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۳۵- مطابق شکل زیر، شخصی سه توپ مشابه (۱)، (۲) و (۳) را به ترتیب با تندی های ۷، ۲۷ و ۴۷ از بالای ساختمانی در جهت های نشان داده شده پرتاب می کند. اگر توپ های (۱) و (۲) به ترتیب با تندی های  $10\sqrt{5} \frac{m}{s}$  و  $20\sqrt{2} \frac{m}{s}$  به زمین برسند، تندی توپ (۳) هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



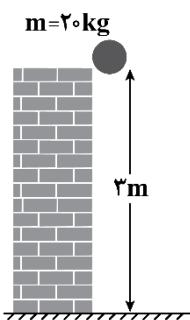
(۱)  $20\sqrt{5}$

(۲)  $20\sqrt{3}$

(۳) ۴۰

(۴) ارتفاع ساختمان باید معلوم باشد.

۳۶- جسمى به جرم  $20 \text{ kg}$  از ارتفاع ۳ متری سطح زمین، مطابق شکل رها می شود. کار نیروی وزن جسم در این جابه جایی چند ژول است؟ ( $g = 9/8 \frac{N}{kg}$ )



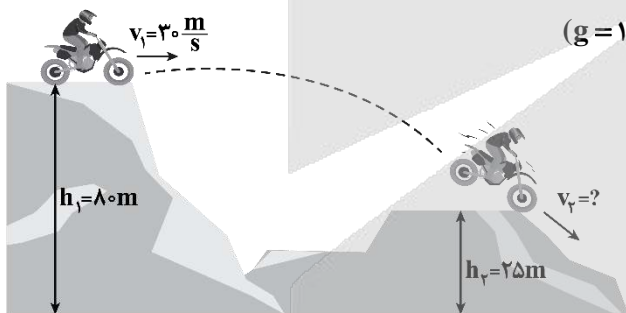
(۱) ۶۰۰

(۲) -۶۰۰

(۳) -۵۸۸

(۴) ۵۸۸

۳۷- موتورسواری مطابق شکل با تندی  $30 \frac{m}{s}$  از تپه اول می پرد. اگر کار نیروهای اتلافی ناچیز باشد، تندی موتورسوار در لحظه رسیدن به تپه دوم چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(۱)  $20\sqrt{2}$

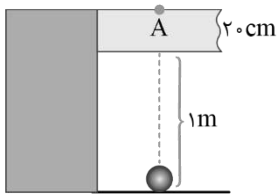
(۲)  $10\sqrt{2}$

(۳)  $20\sqrt{5}$

(۴)  $10\sqrt{5}$

محل انجام محاسبات

۳۸- گلوله‌ای به جرم ۲۰g با تندی  $100 \frac{m}{s}$  به سمت بالا شلیک شده و بعد از برخورد به مانع با تندی  $10 \frac{m}{s}$  از نقطه A خارج می‌شود. اگر از اثر مقاومت هوا صرف نظر شود، چند ژول از انرژی اولیه به انرژی درونی مجموعه گلوله و مانع تبدیل شده است؟ (سطح زمین مبدأ گرانش فرض شود،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



۸۷/۶ (۲)

۹۹ (۴)

۹۶/۶ (۱)

۹۸/۷۶ (۳)

۳۹- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی  $16 \frac{m}{s}$  از ارتفاع ۱/۵ متری سطح زمین به سمت

چراغی در ارتفاع ۶ متری از سطح زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به چراغ برخورد کند، کار نیروی

مقاومت هوا چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

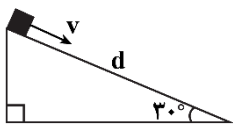
-۷/۸ (۴)

-۴/۵ (۳)

-۳/۳ (۲)

-۱/۸ (۱)

۴۰- مطابق شکل، بر روی یک سطح شیب‌دار به طول d، بسته‌ای به جرم ۲kg را مماس بر سطح با تندی v به سمت پایین پرتاب می‌کنیم و بسته در پایین سطح شیب‌دار متوقف می‌شود. چنانچه، بسته را مماس بر سطح و با همان تندی v از پایین سطح شیب‌دار به سمت بالا پرتاب کنیم، چه مسافتی را بر روی سطح طی می‌کند؟ (نیروی اصطکاک جنبشی بین بسته و سطح، ثابت و برابر با ۲۰N است و  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ).



$\frac{1}{2}d$  (۲)

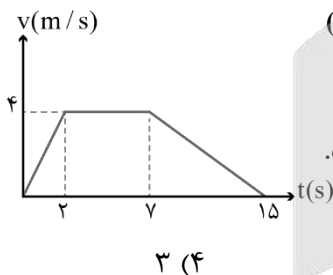
d (۴)

$\frac{1}{3}d$  (۱)

$\frac{2}{3}d$  (۳)

۴۱- جسمی به جرم ۲۰kg کف آسانسوری قرار دارد. آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان

حرکت آن مطابق شکل است. چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



(الف) کار نیروی وزن روی جسم در کل حرکت برابر  $-8kJ$  است.

(ب) کار نیرویی که کف آسانسور بر جسم وارد می‌کند، در کل حرکت برابر  $8kJ$  است.

(ج) کار کل انجام شده روی جسم در ۲ ثانیه سوم حرکت صفر است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

محل انجام محاسبات



۴۲- جسمی به جرم  $2\text{kg}$  را از بالنی که در ارتفاع  $10$  متری سطح زمین با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت بالا در حرکت است، رها می‌کنیم. اگر تا لحظه رسیدن جسم به سطح زمین،  $75$  درصد از انرژی جنبشی اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

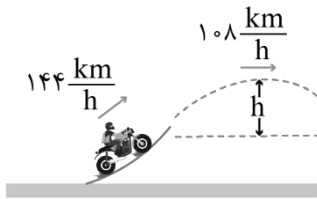
۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۴۳- در شکل مقابل، موتورسواری با تندی  $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  از انتهای سکویی می‌پرد و تندی حرکت آن در بالاترین نقطه مسیرش به  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  می‌رسد. ارتفاع  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و مقاومت هوا ناچیز است).



۳۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۲۵ (۴)

۴۴- توپ فوتبالی به جرم  $450\text{g}$  از نقطه پناستی با تندی  $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف دروازه شوت می‌شود و با تندی  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به تیرک افقی که ارتفاع آن  $2/44\text{m}$  است، برخورد می‌کند. اندازه کار نیروی مقاومت هوا در این مسیر چند ژول بوده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۲/۸۸ (۴)

۱۹/۰۸ (۳)

۲۹/۵۲ (۲)

۵۱/۴۸ (۱)

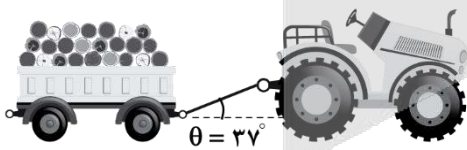
۴۵- در شکل زیر، جرم کل سورت‌مه و بار آن  $1920$  کیلوگرم است و تراکتور تحت زاویه  $\theta = 37^\circ$ ، نیروی ثابت  $8000\text{N}$  را بر آن وارد می‌کند. در نتیجه، سورت‌مه از حال سکون در مسیر مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند. پس از جابه‌جایی  $d$ ، ناگهان زنجیر پاره می‌شود و سورت‌مه به اندازه  $d' = \frac{4}{3}d$  جابه‌جا می‌شود و می‌ایستد. اگر نیروی اصطکاک بین سورت‌مه و زمین پس از پاره شدن طناب،  $25$  درصد کاهش یابد، نیروی اصطکاک جنبشی بین سورت‌مه و زمین قبل از پاره شدن طناب چند نیوتون بوده است؟ ( $\cos 37^\circ = 0/8$ )

۲۴۰۰ (۱)

۳۲۰۰ (۲)

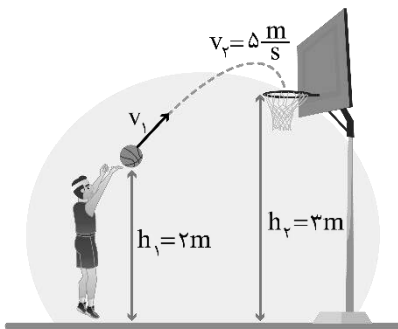
۴۰۰۰ (۳)

۶۴۰۰ (۴)



محل انجام محاسبات

۴۶- مطابق شکل زیر، ورزشکاری توپ را با تندی اولیه  $v_1$  به سمت سبد پرتاب می‌کند. در طول مسیر،  $\frac{1}{8}$  انرژی جنبشی اولیه توپ صرف افزایش انرژی درونی محیط و  $\frac{1}{4}$  آن صرف افزایش انرژی درونی توپ می‌شود. اگر توپ با تندی  $5 \frac{m}{s}$  به سبد برسد،  $v_1$  چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱) ۶
- (۲)  $6\sqrt{2}$
- (۳) ۸
- (۴)  $8\sqrt{2}$

۴۷- شخصی در شرایط خلأ، جسمی به جرم  $200$  گرم را از سطح زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع  $3$  متری بالا می‌برد و سپس جسم را با تندی  $7$  پرتاب می‌کند. اگر در این حرکت، شخص  $16J$  کار روی جسم انجام داده باشد، تندی  $7$  چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۵
- (۲) ۲۰
- (۳)  $2/5$
- (۴) ۱۰

۴۸- در شکل زیر، توان مفید متوسط شخصی به جرم  $90kg$  در بالا رفتن از پله‌ها برابر  $120W$  است. اگر ارتفاع هر پله  $25cm$  باشد، این شخص در هر دقیقه چند پله را بالا می‌رود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۳۲
- (۴) ۶۴

۴۹- جرم اتاقک آسانسوری  $660kg$  است و باری به جرم  $540kg$  درون آن قرار دارد. اگر آسانسور با تندی ثابت  $0.8 \frac{m}{s}$  به اندازه  $60$  متر بالا برود، توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱)  $9/6$
- (۲) ۸
- (۳)  $8/4$
- (۴)  $6/6$

۵۰- پمپ آبی در مدت  $2$  ساعت،  $126$  تن آب را از سطح زمین تا ارتفاع  $12$  متر بالا می‌برد. اگر بازده این پمپ  $60$  درصد باشد، توان این پمپ چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱)  $1/75$
- (۲)  $3/5$
- (۳) ۷
- (۴) ۱۴

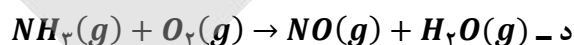
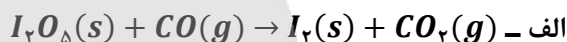
محل انجام محاسبات



۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

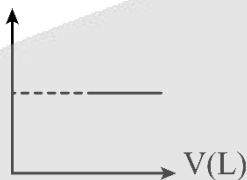
- ۱) گاز اکسیژن راحت تر از گاز نیتروژن، با هیدروژن واکنش می دهد.
- ۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن دار است که مستقیم به خاک تزریق می شود.
- ۳) طی واکنش عناصر سازنده آب با یکدیگر، در حضور کاتالیزگر، نور و گرمای زیادی تولید می شود.
- ۴) فراوان ترین گاز هواکره به جو بی اثر شهرت یافته و دارای نقطه جوشی در حدود  $196\text{ K}$  است.

۵۲- با توجه به واکنش های زیر که در ظرف سر بسته و دمای ثابت انجام می گیرد، اگر واکنش دهنده ها به طور کامل مصرف شوند، به ترتیب در کدام ظرف افزایش فشار و در کدام ظرف کاهش فشار خواهیم داشت؟



- ۱) «د» و «ج»      ۲) «الف» و «ب»      ۳) «ج» و «د»      ۴) «ب» و «ج»

۵۳- نمودار زیر، می تواند تغییرات کدام مورد بر حسب حجم باشد؟ ( $P$  و  $V$ ، به ترتیب بیانگر فشار و حجم هستند).



- الف - مول گاز      ب -  $PV$  (در دمای ثابت)      ج -  $\frac{V}{T}$  (در فشار ثابت)      د -  $P$

- ۱) «ب» و «د»      ۲) «ب» و «ج»      ۳) «الف» و «د»      ۴) «الف» و «ج»

۵۴- اگر دمای مناسب برای انجام فرایند هابر در حدود  $450^\circ\text{C}$  باشد، برای جداسازی آمونیاک، دمای مخلوط را بر حسب کلین به تقریب چند درصد باید کاهش دهیم؟

- ۱) ۶۷      ۲) ۷۵      ۳) ۳۳      ۴) ۲۵

۵۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) سبک زندگی بیانگر میزان اثرگذاری هر انسان بر روی هواکره بوده و ردپا نیز اصطلاحی است که به این اثر نسبت داده اند.
- ۲) اگر حجم مقداری از گازهای  $CO$  و  $CO_2$  با جرم یکسان در فشار  $5\text{ atm}$  با هم برابر باشد، دمای گاز  $CO$  پایین تر است.
- ۳) لایه اوزون، بخشی از استراتوسفر با بیشترین غلظت اوزون بوده و به طور کامل مانع عبور پرتوهای فرابنفش می شود.
- ۴) با افزایش فشار روی مقداری گاز اکسیژن که در یک سیلندر با پیستون متحرک است، چگالی گاز افزایش می یابد.

۵۶- در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن برابر با  $x$  گرم بر لیتر باشد، جرم چند لیتر گاز گوگرد دی اکسید برابر با  $3/2x$  گرم است؟ ( $S = 32, O = 16: g.mol^{-1}$ )

- ۱)  $3/2$       ۲) ۳      ۳)  $2/4$       ۴)  $1/6$

محل انجام محاسبات

۵۷- در سیلندری با پیستون متحرک، مقداری گاز نیتروژن وجود دارد. با افزایش ..... .

- (۱) مقدار گاز، فشار آن نیز، افزایش می‌یابد.
- (۲) دمای گاز، فشار آن کاهش می‌یابد.
- (۳) حجم گاز، دمای آن نیز، افزایش می‌یابد.
- (۴) مقدار گاز، حجم آن کاهش می‌یابد.

۵۸- کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- الف - در دمای اتاق، نمونه‌هایی از فلئور و برم به شکل ظرف محتوی آن در می‌آیند و همانند گازهای نجیب، تراکم‌پذیر هستند.  
 ب - گاز نیتروژن، از مولکول‌های دواتمی ساخته شده و به خاطر واکنش‌پذیری ناچیز، به جو بی اثر شهرت یافته است.  
 ج - طبق قانون آووگادرو، در دما و فشار ثابت، حجم یک مول از مواد گازی گوناگون برابر با ۲۲/۴ لیتر خواهد بود.  
 د - در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، اکسیدی از نیتروژن که قهوه‌ای رنگ است، به مصرف می‌رسد.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۵۹- مقدار آب تولید شده در سوختن ۴۸ گرم متان، از سوختن چند گرم  $C_3H_8$  تولید می‌شود؟



- (۱) ۵۵ (۲) ۴۴ (۳) ۶۶ (۴) ۸۸

۶۰- اگر فشار نمونه‌ای گازی را ۲۵٪ افزایش و حجم آن را ۲۵٪ کاهش دهیم، دما چند درصد تغییر می‌یابد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲/۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۶/۲۵

۶۱- در واکنش سوختن گاز هیدروژن و تولید بخار آب، مقداری گرما آزاد می‌شود. اگر در ابتدا، واکنش‌دهنده‌ها در شرایط  $STP$  باشند و در پایان واکنش حجم مخلوط گازی ثابت بماند، دما چند کلونین تغییر یافته است؟ (فشار ثابت است).

- (۱) ۱۳۶/۵ (۲) ۴۰۹/۵ (۳) ۱۸۲ (۴) ۴۵۵

۶۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) با افزایش مقدار  $CO_2$  هواکره، بخشی از آن در آب دریاها و اقیانوس‌ها حل شده و خاصیت اسیدی آب افزایش می‌یابد.
- (۲) به ازای تولید مقدار مشخص انرژی الکتریکی به کمک باد، در مقایسه با انرژی خورشید،  $CO_2$  کمتری تولید می‌شود.
- (۳) روغن‌های گیاهی به کمک پسماند گیاهی و دانه‌های روغنی به دست آمده و از جمله مواد زیست‌تخریب‌پذیر هستند.
- (۴) بخش قابل توجهی از گرمای خورشیدی جذب شده توسط زمین، توسط امواجی با  $\lambda < 400nm$  بازتاب می‌شوند.

۶۳- از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، در نام‌گذاری چند ماده از پیشوندهای یونانی استفاده می‌شود و ماده‌ای که بیشترین شمار جفت الکترون ناپیوندی را دارد، در کدام سمت واکنش قرار دارد؟

- (۱) ۱ - واکنش‌دهنده‌ها (۲) ۲ - فراورده‌ها  
 (۳) ۱ - فراورده‌ها (۴) ۲ - واکنش‌دهنده‌ها

۶۴- چه تعداد از مطالب زیر، در مورد فرایند هابر درست است؟

- الف - نقطه جوش گاز هیدروژن در حدود  $120K$  است.  
 ب - بزرگترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای انجام این واکنش بود.  
 ج - کاتالیزگر آن فلزی از عناصر دسته  $d$  با قابلیت تشکیل دو نوع یون است.  
 د - این واکنش همانند واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در استراتوسفر، برگشت پذیر است.
- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۵- در لایه اوزون، با انجام واکنش  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$  در جهت .....، پرتو ..... تولید می شود.

- (۱) برگشت - فروسرخ      (۲) رفت - فرابنفش  
 (۳) رفت - فروسرخ      (۴) برگشت - فرابنفش

۶۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) اتانول همانند گلوکز، در ساختار خود سه نوع عنصر اکسیژن، کربن و هیدروژن دارد.  
 (۲) شتر، با اکسایش چربی های ذخیره شده در کوهان خود، شرایط بی آبی را در بیابان های گرم سپری می کند.  
 (۳) با وارد کردن ۳ مول گاز هیدروژن و ۱ مول گاز نیتروژن در شرایط فرایند هابر، ۲ مول آمونیاک به دست می آید.  
 (۴) گاز شهری به طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به صورت ناقص می سوزد و بخار آب و  $CO$  تولید می کند.

۶۷- به ازای تولید برق یکسان، میزان کربن دی اکسید تولید شده از .....، بیشتر از ..... است.

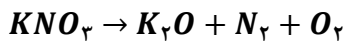
- (۱) منبعی که یکی از فراورده های سوختن آن،  $SO_3$  است - باد  
 (۲) انرژی خورشید - گرمای زمین  
 (۳) منبعی که حدود ۷٪ جرمی آن را گاز  $He$  تشکیل می دهد - باد  
 (۴) گرمای زمین - گاز طبیعی

۶۸- با توجه به واکنش های سه مرحله ای تولید اوزون تروپوسفری از نیتروژن موجود در هواکره، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) به ازای مصرف هر مول اکسید نیتروژن در واکنش های مرحله دوم و سوم، یک مول گاز اکسیژن نیز در هر واکنش مصرف می شود.  
 (۲) با مصرف هر مول گاز نیتروژن در این واکنش ها، در نهایت دو مول گاز اوزون تروپوسفری تولید می شود.  
 (۳) در واکنش سوم برخلاف واکنش دوم، از مقدار گاز قهوه ای رنگ هواکره کاسته می شود.  
 (۴) برای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، به ۲ مول گاز اکسیژن نیاز است.

محل انجام محاسبات

۶۹- در دمای  $409/5K$  و فشار  $3 atm$  از تجزیه چند مول  $KNO_3$  مطابق واکنش زیر،  $8/4$  لیتر گاز اکسیژن تولید می‌شود؟



(۴)  $0/15$

(۳)  $0/16$

(۲)  $0/14$

(۱)  $0/175$

۷۰- کدام یک از مطالب زیر، در مورد واکنش تولید اوزون تروپوسفری نادرست است؟ ( $O = 16 : g.mol^{-1}$ )

(۱) از مصرف  $32$  گرم از یکی از آلوتروپ‌های اکسیژن،  $48$  گرم از آلوتروپ دیگر تولید می‌شود.

(۲) از مصرف  $3/5$  مول واکنش دهنده،  $10^{23} \times 4/214$  مولکول فراورده تولید می‌شود.

(۳) از مصرف  $4/6$  گرم گاز قهوه‌ای رنگ،  $10^{22} \times 6/02$  مولکول اوزون تولید می‌شود.

(۴) از مصرف  $2$  مول اکسید نیتروژن،  $4$  مول فراورده مولکولی تولید می‌شود.

محل انجام محاسبات



## بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ شهریورماه

### هندسه ۱

چندضلعی‌ها  
صفحه‌های ۶۵ تا ۷۶

### ریاضی ۱

تابع + شمارش، بدون شمردن  
صفحه‌های ۹۴ تا ۱۴۰

### شیمی ۱

آب، آهنگ زندگی  
(تا قبل از رفتار آب و دیگر مولکول‌ها)  
صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۳

### فیزیک ۱

دما و گرما  
صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶



# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



پیش خوانی پایه یازدهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۱۳ شهریورماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال ۶۰ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۵ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	فیزیک	۳
	۱۰ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	شیمی	۴

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

# بودجه بندی دروس این آزمون

## هندسه ۲

دایره  
(از ابتدای زاویه ظلی)  
صفحه های ۱۴ تا ۲۳

سهم در کنکور: ۱ سؤال  
(ترکیبی یا مباحث دیگر)

## حسابان ۱

جبر و معادله  
صفحه های ۷ تا ۲۲

سهم در کنکور: ۱ سؤال  
(ترکیبی یا مباحث دیگر)

## شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم  
(از ابتدای دنیایی رنگی  
تا قبل از گنج های اعماق دریا)  
صفحه های ۱۴ تا ۲۵

سهم در کنکور: ۳ سؤال

## فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن  
(از ابتدای میدان الکتریکی  
تا قبل از انرژی پتانسیل الکتریکی)  
صفحه های ۱۰ تا ۲۱

سهم در کنکور: ۱ سؤال

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه یازدهم

پنج آزمون پیش خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیشواز



۱- در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع دو ریشه حقیقی با حاصل ضرب آن‌ها برابر است. اگر مجموع مربعات ریشه‌ها برابر ۳ باشد، مجموع مکعبات ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 7x + 1 = 0$  باشند، ریشه‌های کدام معادله  $\sqrt{\alpha}$  و  $\sqrt{\beta}$  می‌باشند؟

(۱)  $x^2 - 3x + 1 = 0$  (۲)  $x^2 + 3x + 1 = 0$  (۳)  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$  (۴)  $x^2 + \sqrt{5}x + 1 = 0$

۳- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه معادله  $(x^2 + x)^2 + 12 = 8(x^2 + x)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۴- فرض کنید  $A(-1, 9)$  رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  گذرا از نقطه  $(3, 1)$  باشد، مجموع مربعات طول‌های نقاط تقاطع سهمی با محور  $x$ ها کدام است؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۳۸ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۵- اگر مساحت مثلثی که رأس‌های آن نقاط برخورد منحنی به معادله  $y = x^2 - kx + 1$  با محورهای مختصات است، برابر یک واحد مربع باشد،  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 2$  (۲)  $\pm 4$  (۳)  $\pm 2\sqrt{2}$  (۴)  $\pm\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۶- به ازای چند مقدار صحیح منفی برای  $m$  هر دو ریشه حقیقی معادله  $3x^2 + mx + m = 0$  کوچکتر از ۱ هستند؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ (۴) بی شمار

۷- اگر  $\alpha$  ریشه معادله  $\sqrt{x^2 + 3x} + x = 3$  باشد، مقدار  $\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}$  کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $1 + \sqrt{3}$  (۳)  $1 + \sqrt{2}$  (۴) ۱

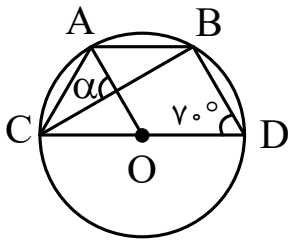
۸- معادله  $\frac{1}{2 + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{x}{3\sqrt{x}}$  چند جواب دارد؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۹- شخص  $a$  به تنهایی کاری را در ۱۲۰ روز انجام می‌دهد. اگر اشخاص  $a$  و  $b$  با هم آن کار را انجام دهند ۱۰ روز زودتر از حالتی که شخص  $b$  به تنهایی آن کار را انجام دهد، کار را تمام می‌کنند. شخص  $b$  به تنهایی در چند روز کار را انجام می‌دهد؟  
 (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۱۰- معادله  $\frac{ax}{x^2 - 1} + \frac{2}{x + 1} = \frac{2 - x}{x^2 - x}$ ، دو جواب حقیقی متمایز دارد. کدام نامساوی همواره برقرار است؟  
 (۱)  $a > -4$  (۲)  $a > -\frac{33}{8}$  (۳)  $a > 2$  (۴)  $a > 1$

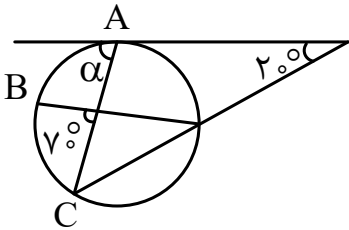
محل انجام محاسبات

۱۱- در شکل مقابل،  $ABDC$  دوزنقه و  $O$  مرکز دایره است. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



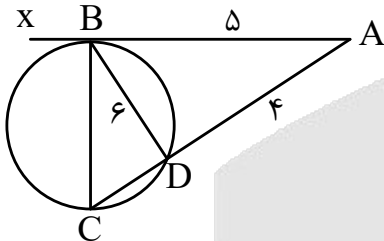
- (۱)  $60^\circ$
- (۲)  $70^\circ$
- (۳)  $50^\circ$
- (۴)  $80^\circ$

۱۲- در شکل مقابل،  $\widehat{AB} = \widehat{BC}$  است. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



- (۱)  $80^\circ$
- (۲)  $60^\circ$
- (۳)  $40^\circ$
- (۴)  $20^\circ$

۱۳- در شکل مقابل، نیم خط  $Ax$  در نقطه  $B$  بر دایره مماس است. اگر  $AB=5$  و  $AD=4$  و  $BD=6$  باشد، آنگاه اندازه  $BC$  چقدر است؟



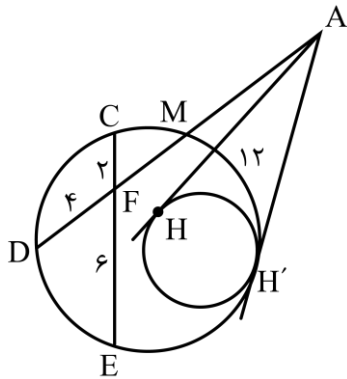
- (۱)  $6/25$
- (۲)  $6/5$
- (۳)  $7$
- (۴)  $7/5$

۱۴- در دایره  $C(O, R)$  وتر  $AB$  به طول ۱۱ واحد وتر  $CD$  را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می کند. اگر  $AB$  به نسبت ۲ به ۹ تقسیم شده باشد، طول وتر  $CD$  کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۲

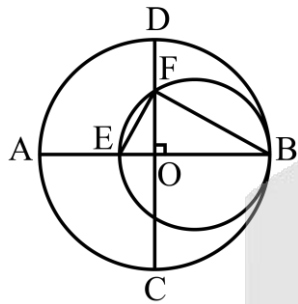
محل انجام محاسبات

۱۵- در شکل زیر دو دایره مماس و شعاع دایره بزرگ تر، قطر دایره کوچک تر است.  $AH$  بر دایره کوچک تر و  $AH'$  بر هر دو دایره مماس است، اگر  $CF=2$  و  $DF=4$  و  $EF=6$  و  $AH=12$  باشد، اندازه  $AM$  کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۷
- (۴) ۹

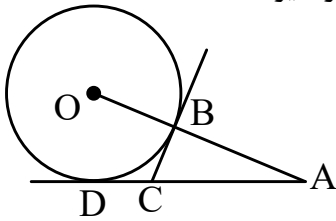
۱۶- در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس اند و قطرهای  $AB$  و  $CD$  از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر  $AE=7$  و  $DF=4$  باشند،  $\frac{BF}{EF}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{2}$
- (۲)  $\frac{4}{2}$
- (۳)  $\frac{5}{4}$
- (۴)  $\frac{6}{5}$

محل انجام محاسبات

۱۷- در شکل مقابل، اگر  $AB=4$  و  $DC=3$  باشد، شعاع دایره کدام است؟ (O مرکز دایره است).



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۱۸- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع ۹ و ۱۶ برابر ۲۴ است، طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۴

(۲) ۳۶

(۱) ۷

۱۹- زاویه بین مماس‌های رسم شده از نقطه M بر دایره  $C(O, 6)$  برابر  $60^\circ$  درجه است. اگر T و T' نقاط تماس مماس‌ها با دایره باشند، مساحت چهارضلعی MTOT' چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۱۸

(۲) ۷۲

(۱) ۱۲

۲۰- سه زمین بازی دایره‌ای شکل به شعاع ۳، دو به دو بر هم مماس‌اند. می‌خواهیم ناحیه محدود به هر سه آن‌ها را

گل‌کاری کنیم. مساحت این ناحیه کدام است؟ ( $\pi=3, \sqrt{3}=1/7$ )

(۴)  $2/3$

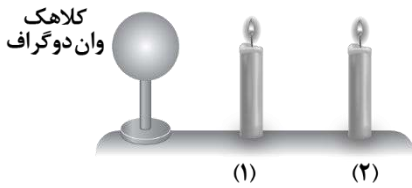
(۳)  $1/8$

(۲)  $1/2$

(۱)  $0/64$

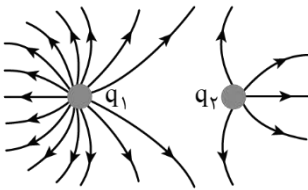
محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر، اگر به کلاهک مولد وان دوگراف مقدار زیادی بار الکتریکی منفی داده شود، شعله شمع ..... انحراف بیش تری پیدا می کند، علت این انحراف این است که شعله شمع دارای یون های ..... است که توسط وان دوگراف جذب می شوند.



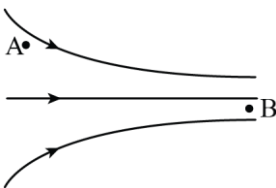
- (۱) (۱)، مثبت
- (۲) (۱)، منفی
- (۳) (۲)، مثبت
- (۴) (۲)، منفی

۲۲- خطوط میدان الکتریکی اطراف دو بار نقطه ای مطابق شکل رسم شده است. این دو بار ..... هستند و اندازه بار  $q_1$  ..... از اندازه  $q_2$  است.



- (۱) هم نام - بزرگ تر
- (۲) هم نام - کوچک تر
- (۳) ناهم نام - بزرگ تر
- (۴) ناهم نام - کوچک تر

۲۳- یک ذره باردار با بار مثبت را یک بار در نقطه A و بار دیگر در نقطه B قرار می دهیم. نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر این ذره باردار در این دو نقطه وارد می شود در کدام نقطه بزرگ تر است و جهت نیروی وارد بر ذره در نقطه A کدام است؟



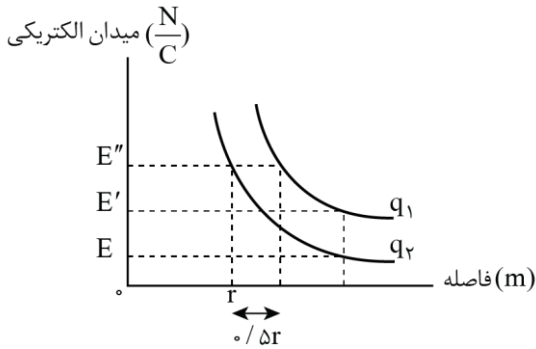
- (۱) A ↘
- (۲) A ↖
- (۳) B ↘
- (۴) B ↖

محل انجام محاسبات

۲۴- در یک میدان الکتریکی یکنواخت که در راستای قائم است، ذره باردار با بار الکتریکی  $-2\mu\text{C}$  و جرم  $5\text{g}$  معلّق و به حال سکون قرار دارد. اندازه و جهت میدان الکتریکی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱)  $25000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، پایین (۲)  $25000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، بالا (۳)  $20000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، پایین (۴)  $20000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، بالا

۲۵- در شکل زیر، نمودارهای اندازه میدان الکتریکی حاصل از دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  بر حسب فاصله از آن‌ها نشان داده شده است. نسبت  $\frac{E'}{E}$  کدام است؟



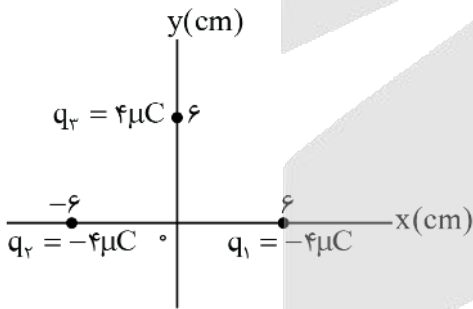
- (۱)  $1/25$   
(۲)  $2/25$   
(۳)  $1/5$   
(۴)  $2/5$

۲۶- ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = 5\mu\text{C}$  در نقطه  $A \begin{pmatrix} -2\text{m} \\ -2\text{m} \end{pmatrix}$  قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از این ذره در نقطه

$B \begin{pmatrix} 3\text{m} \\ 3\text{m} \end{pmatrix}$  چند برابر بزرگی میدان الکتریکی آن در نقطه  $C \begin{pmatrix} 4\text{m} \\ -10\text{m} \end{pmatrix}$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2$

۲۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده قرار دارند. بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات در



SI کدام است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

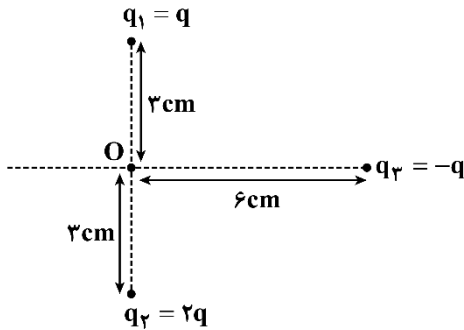
- (۱)  $10^7 \vec{i}$   
(۲)  $2 \times 10^7 \vec{i}$   
(۳)  $-10^7 \vec{j}$   
(۴)  $-2 \times 10^7 \vec{i} - 10^7 \vec{j}$

محل انجام محاسبات

۲۸- شکل زیر، آرایشی از دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام (دوقطبی الکتریکی) را نشان می‌دهد که در آن فاصله دو بار از هم  $6\text{cm}$  است. اختلاف اندازه میدان الکتریکی خالص در نقاط O و M چند واحد SI است؟



۲۹- در شکل زیر، اندازه میدان برای سه بار نقطه‌ای در نقطه O برابر E است. اگر بار  $q_1$  قرینه شود، اندازه میدان برای O در نقطه O چند برابر E می‌شود؟



- (۱)  $\sqrt{\frac{145}{17}}$   
 (۲)  $\sqrt{2}$   
 (۳)  $\sqrt{\frac{135}{17}}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۰- الکترونی به جرم  $9.1 \times 10^{-31}\text{ kg}$  داخل یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  که جهت خطوط آن به سمت غرب است، قرار می‌گیرد. شتاب این الکترون چند واحد SI و به چه سمتی است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$  و از اثر نیروی گرانش صرف نظر شود).

- (۱)  $1.6 \times 10^{16}$ ، غرب    (۲)  $1.6 \times 10^{16}$ ، شرق  
 (۳)  $1.6 \times 10^{14}$ ، شرق    (۴)  $1.6 \times 10^{14}$ ، غرب

محل انجام محاسبات

۳۱- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش استخراج آهن در صنعت نادرست است؟

- ۱) واکنش مناسب برای استخراج آن با تولید گاز ناقطبی همراه است.
- ۲) برای انجام این واکنش باید به مخلوط واکنش دهنده‌ها گرما دهیم.
- ۳) در صنعت استفاده از فلز سدیم برای استخراج آهن به صرفه است.
- ۴) به طور علمی نمی‌توان از فلز مس برای استخراج آهن استفاده کرد.

۳۲- اگر به طور طبیعی، فلز  $M$  با آهن ( $II$ ) اکسید و سولفید فلز  $M$  با فلز پتاسیم واکنش دهد، به طور قطع، واکنش پذیری فلز ..... از واکنش پذیری فلز ..... کمتر است.

- ۱)  $M$  - منیزیم
- ۲)  $M$  - آلومینیم
- ۳) مس -  $M$
- ۴) روبیدیم -  $M$

۳۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) رنگ سنگ‌های فیروزه، زمرد و یاقوت به علت وجود ترکیباتی از فلزهای دسته  $d$  است.
  - ۲) رفتار فلزهای دسته  $d$  همانند فلزهای اصلی بوده، اما خاصیت‌های منحصر به فردی نیز دارند.
  - ۳) فلزهای دسته  $d$  دوره چهارم به هنگام تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌هایی را با  $n = 4$  از دست می‌دهند.
  - ۴) در آرایش الکترونی فشرده عناصر واسطه دوره چهارم، گاز نجیبی است که تمام لایه‌های الکترونی آن پر هستند.
- ۳۴- اگر ناخالصی یک نمونه گاز اکسیژن با خلوص ۹۶ درصد جرمی، گاز هلیم باشد، ۱۴۰ لیتر از آن در شرایط استاندارد با چند گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهد؟ (فراورده این واکنش آب است.  $H = 1, He = 4, O = 16: g. mol^{-1}$ )

- ۱) ۹/۳۷۵
- ۲) ۶/۲۵
- ۳) ۱۲/۵
- ۴) ۱۸/۷۵

۳۵- با توجه به جدول زیر، تأمین شرایط نگهداری فلز ..... سخت‌تر از فلز ..... است.

اکسید فلز $X$ + فلز $Y$ → اکسید فلز $X$ + فلز $Y$	۱) $M - X$
اکسید فلز $Z$ + فلز $Y$ → اکسید فلز $Z$ + فلز $Y$	۲) $Y - M$
به طور طبیعی انجام نمی‌شود → اکسید فلز $Z$ + فلز $M$	۳) $X - Z$
اکسید فلز $Y$ + فلز $M$ → اکسید فلز $Y$ + فلز $M$	۴) $Z - Y$

۳۶- اگر ۶۰ کیلوگرم کلسیم کربنات ناخالص در اثر گرما در واکنش  $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$  با بازده ۵۰ درصد، ۱۸۰ مول گاز تولید کند، درصد خلوص این نمونه چقدر بوده است؟

( $C = 12, O = 16, Ca = 40: g. mol^{-1}$ )

- ۱) ۴۵
- ۲) ۶۰
- ۳) ۷۵
- ۴) ۹۰

محل انجام محاسبات





## بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲۷ شهریورماه

## اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشنهاد

<p><b>هندسه ۲</b></p> <p>دایره</p> <p>صفحه های ۱۸ تا ۲۶</p>	<p><b>حسابان ۱</b></p> <p>جبر و معادله</p> <p>صفحه های ۱۷ تا ۳۱</p>
<p><b>شیمی ۲</b></p> <p>قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا قبل از نفت)</p> <p>صفحه های ۱۸ تا ۲۹</p>	<p><b>فیزیک ۲</b></p> <p>الکتروسیته ساکن (از ابتدای خطوط میدان الکتریکی تا قبل از میدان الکتریکی در داخل رساناها)</p> <p>صفحه های ۱۷ تا ۲۷</p>

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



مرور و تثبیت پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
مهرداد اسپیدکار مائده بادان فیروز علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت‌اللهی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمدرضا جمشیدی متین قنبری پرهام امیری	علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد پرهام تیزیپا	علی ترابی	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

**راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.**

## علامت‌گذاری سؤالات آزمون برای مدیریت زمان

درک اینکه کدوم سؤالات کنکور احتمالاً در کمتر از ۱ دقیقه حل می‌شن، یک مهارت استراتژیک کلیدی‌ه! در مقاله قبلی درباره اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤالا صحبت کردیم تا بتونی سؤالای آسون بیشتری رو بزنی و حسرت به دل نمونی که چرا به چندتا سؤال آسون نرسیدم.

**گفتیم که اولویت‌بندی سریع سؤالا بر اساس ۵ نکته مهم انجام می‌شه:**

- ۱ **سؤالات محاسباتی و غیر محاسباتی:** معمولاً سؤالای غیر محاسباتی سریع‌تر جواب داده می‌شن.
- ۲ **توجه به طول سؤالات:** سؤالای طولانی‌تر اغلب وقت گیرتر هستن.
- ۳ **سؤالات تحلیلی:** این سؤالا معمولاً به دقت بیشتری نیاز دارن.
- ۴ **گیر نکنید:** اگر حس کردی سؤالی داره وقت رو می‌خوره، سریع رهاش کن.
- ۵ **اولویت‌بندی با اسکن:** یک نگاه سریع به همه سؤالات، کمک می‌کنه از همون اول بدونی کدوم آسون‌تر هست.

**حالا می‌خوایم برای این مدیریت، یک کدگذاری یاد بگیریم:**

بدون علامت: سؤالاتی که زیر یک دقیقه حل می‌شن و همون لحظه جواب میدی.

**X** سؤالات حذفی: سؤالایی که مطمئن نیاید درگیرشون بشی (نخوندی یا نمی‌تونی حتی یک گزینه رو حذف کنی).

**—** سؤالات وقت‌گیر: سؤالایی که باید بذاری برای دور دوم آزمون.

**O** سؤالات نیمه‌کاره: سؤالایی که نصفه نیمه حل کردی (مثلاً دو گزینه رو حذف کردی ولی مطمئن نشدی).

**سؤالاتی که یک یا دو گزینه‌اش رو با اطمینان حذف کردیم، بزنیم؟!؟!!**

کنکور چهارگزینه‌ای طراحی می‌شه و در هر سؤال، سه پاسخ اشتباه یکی از درست‌ها رو حذف می‌کنه. اگه شانس همه سؤالا رو بزنی، در مجموع چیزی به دست نمیاری.

ولی فرض کن در ۳۰ سؤال، بتونی برای هر سؤال فقط یک گزینه رو با اطمینان حذف کنی. بعد بین سه گزینه باقی‌مونده شانس بزنی. از نظر آماری، احتمالاً ۱۰ تا درست می‌زنی، ۲۰ تا غلط میشه که حدود ۷ تا از درستات رو از بین می‌بره. در نهایت ۳ تا درست برات می‌مونه. پس ارزشمند میشه!



**نتیجه گیری:**

پس قرار شد زمان آزمون رو به دو دور تقسیم کنیم:

دور اول: هر سؤالی که زیر یک دقیقه حل میشه، جواب می‌دیم. بقیه رو با **X**، **—** یا **O** علامت می‌زنیم.  
دور دوم: سراغ سؤالایی میریم که علامت زدیم (وقت‌گیر یا نیمه‌کاره).  
اینطوری خیالمون راحت‌تره که زمان مدیریت شده و هیچ سؤال آسونی از قلم نیفته.

## جمع‌بندی آخر...

این چیزی که خوندی، فقط به کلمه آموزشی نبود، بلکه یک مهارت. یعنی تا وقتی چندبار توی آزمون‌ها امتحانش کنی، به درد روز کنکور می‌خوره. خوشبختانه توی آزمون‌های ما امکان علامت‌گذاری سؤالات وجود داره. پس می‌تونی با تمرین توی این آزمون‌ها، مهارت علامت‌گذاری رو به یک عادت حرفه‌ای تبدیل کنی.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!  
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!  
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!

پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳  
هندسه ۱: چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴

بودجه‌بندی  
این آزمون

ریاضی ۱: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.  
هندسه ۱: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

سهم در  
کنکور

۱- اگر  $x = -2$  یکی از ریشه‌های معادله  $\sqrt{2}x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$  باشد، مجذور ریشه دیگر کدام است؟  
(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که  $x = -2$  یکی از ریشه‌های معادله است، بنابراین در آن صدق می‌کند:

$$\sqrt{2}x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0 \xrightarrow{x=-2} 4\sqrt{2} - 4(m-1) - 4 = 0 \Rightarrow 4\sqrt{2} - 4m + 4 - 4 = 0 \Rightarrow 4m = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = \sqrt{2}$$

بنابراین معادله به صورت  $\sqrt{2}x^2 + 2(\sqrt{2}-1)x - 4 = 0$  است، پس:

$$\sqrt{2}x^2 + 2(\sqrt{2}-1)x - 4 = 0 \Rightarrow (\sqrt{2}x - 2)(x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{2}x - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

در نتیجه، مجذور ریشه دیگر معادله برابر است با:

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$



۲- اگر در حل معادله درجه دوم  $(1-x)(2x+1)+2=0$  به روش مربع کامل، معادله را به فرم  $(x+m)^2 = n^2$  بنویسیم، حاصل  $m+n$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) -۱ (۲)  $-\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل

اگر بخواهیم یک معادله درجه دوم را به روش مربع کامل حل کنیم، ابتدا باید معادله را به فرم  $x^2 + ax = b$  در بیاوریم و سپس  $(\frac{a}{2})^2$  را به طرفین اضافه کنیم. (دقت کنید که  $a$  ضریب  $x$  است).

توجه!

در این روش حتماً باید ضریب  $x^2$  برابر یک باشد و اگر ضریب  $x^2$  برابر یک نبود، ابتدا آن را به یک تبدیل می‌کنیم و سپس از روش بالا استفاده می‌کنیم.

ابتدا معادله داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$(1-x)(2x+1)+2=0 \Rightarrow -2x^2 + x + 3 = 0$$



سپس عدد ثابت را به سمت راست تساوی می‌بریم و طرفین تساوی را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم:

$$-2x^2 + x = -3 \xrightarrow[\div(-2)]{\text{طرفین}} x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}$$

حال ضریب  $x$  را نصف کرده و مربع آن را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \frac{3}{2} + \frac{1}{16} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

حال با مقایسه معادله فوق با معادله  $(x+m)^2 = n^2$  داریم:

$$\begin{cases} m = -\frac{1}{4} \\ n = \pm \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=1 \\ m+n=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

که فقط  $m+n = -\frac{3}{2}$  در گزینه‌ها وجود دارد.



۳- مساحت یک مستطیل برابر ۱۲۰ واحد مربع و محیط آن برابر ۴۶ واحد است. اندازه قطر این مستطیل چقدر است؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

اگر طول مستطیل را برابر  $x$  و عرض آن را برابر  $y$  فرض کنیم با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

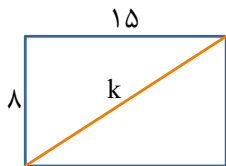
$$\begin{cases} \text{محیط مستطیل: } 2x + 2y = 46 \Rightarrow x + y = 23 \\ \text{مساحت مستطیل: } xy = 120 \end{cases}$$

حال اگر در رابطه  $xy = 120$ ، به جای  $y$ ، عبارت  $23 - x$  را جای‌گذاری کنیم:

$$xy = 120 \xrightarrow{y=23-x} x(23-x) = 120 \Rightarrow -x^2 + 23x - 120 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 23x + 120 = 0 \Rightarrow (x-15)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=15 \checkmark \\ x=8 \times \end{cases} \xrightarrow{y=23-x} \begin{cases} y=8 \checkmark \\ y=15 \times \end{cases}$$

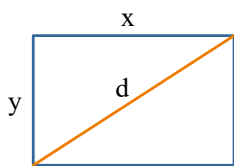
رئیساً این طول مستطیل برابر ۱۵ و عرض آن برابر ۸ است. در نتیجه با توجه به شکل زیر و به کمک قضیه فیثاغورس داریم:



$$k^2 = (15)^2 + (8)^2 \Rightarrow k = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$$

روش دوم

اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب  $x$  و  $y$  بنامیم، داریم:



$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$



با توجه به اطلاعات سؤال و با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 46 \Rightarrow x + y = 23 \\ \text{مساحت مستطیل: } xy = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{23} = x^2 + y^2 + \underbrace{2xy}_{120} \Rightarrow x^2 + y^2 = 529 - 240$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 289 \Rightarrow d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{289} = 17$$

### میانبر رو داشتی؟

در روش دوم به زیبایی از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده کردیم و بدون حل معادله درجه دوم به جواب رسیدیم. پس اتحادها رو دریاب و حواست باشه که خیلی می‌تونن تو روش‌های خلاقانه و میانبر کمک کنن. 😊



۴- نمودار یک سهمی از نقاط  $(2, 4)$ ،  $(-1, -2)$  و  $(-3, 4)$  عبور می‌کند. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟

- (۱)  $-\frac{9}{4}$       (۲)  $\frac{9}{4}$       (۳) ۲      (۴)  $-2$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

با توجه به نقاط داده شده می‌توان گفت که دو نقطه  $A(-3, 4)$  و  $B(2, 4)$  هم‌عرض هستند، بنابراین طول رأس سهمی وسط طول این دو نقطه است، یعنی:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = -\frac{1}{2}$$

از طرفی، می‌دانیم که اگر نقطه  $(h, k)$  رأس یک سهمی باشد، معادله آن را می‌توانیم به صورت  $y = a(x - h)^2 + k$  بنویسیم، پس تا به اینجا معادله سهمی به صورت  $y = a(x + \frac{1}{2})^2 + k$  است. حال اگر مختصات دو نقطه را در معادله این سهمی جای‌گذاری کنیم، معادله آن

$$(-1, -2) \in y \Rightarrow a(-1 + \frac{1}{2})^2 + k = -2 \Rightarrow \frac{1}{4}a + k = -2$$

به‌دست می‌آید:

$$(2, 4) \in y \Rightarrow a(2 + \frac{1}{2})^2 + k = 4 \Rightarrow \frac{25}{4}a + k = 4$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}a + k = -2 \\ \frac{25}{4}a + k = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 1 \\ k = -\frac{9}{4} \end{cases}$$

بنابراین، معادله سهمی به صورت  $y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$  است؛ که برای پیدا کردن عرض از مبدأ سهمی، کافی است که در معادله به‌دست

$$y = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} \xrightarrow{x=0} \text{عرض از مبدأ سهمی} = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{8}{4} = -2$$

آمده،  $x = 0$  را جای‌گذاری کنیم:

روش دوم

اگر معادله سهمی به فرم  $y = ax^2 + bx + c$  باشد، مختصات نقاط  $(2, 4)$ ،  $(-1, -2)$ ،  $(-3, 4)$  در آن صدق می‌کند؛ بنابراین:

$$(2, 4) \rightarrow 4 = a \times 2^2 + b \times 2 + c \Rightarrow 4a + 2b + c = 4 \quad (I)$$

$$(1, -2) \rightarrow -2 = a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c \Rightarrow a - b + c = -2 \quad (II) \quad \begin{array}{l} (I) - (II) \rightarrow 3a + 3b = 6 \Rightarrow a + b = 2 \\ (III) - (II) \rightarrow 8a - 2b = 6 \Rightarrow 4a - b = 3 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$(-3, 4) \rightarrow 4 = a \times (-3)^2 + b \times (-3) + c \Rightarrow 9a - 3b + c = 4 \quad (III)$$



با جای گذاری  $a = b = 1$  در یکی از معادلات (I)، (II) یا (III)، مقدار  $c$  به دست می آید.

$$a - b + c = -2 \Rightarrow 1 - 1 + c = -2 \Rightarrow c = -2$$

بنابراین معادله سهمی به فرم  $y = x^2 + x - 2$  است، که عرض از مبدأ آن همان  $c$  یعنی  $-2$  است.



۵- به ازای کدام مقدار  $m$  رأس سهمی به معادله  $y = mx^2 + (m-1)x + 1$  روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد؟

- (۱)  $2 - \sqrt{5}$       (۲)  $1 - \sqrt{3}$       (۳)  $\sqrt{5} - 2$       (۴)  $\sqrt{3} + 1$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{m-1}{2m} \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(m-1)^2 - 4(m)(1)}{4m} = -\frac{m^2 - 2m + 1 - 4m}{4m} = -\frac{m^2 - 6m + 1}{4m} \end{cases}$$

می دانیم که رأس سهمی روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم ( $y = -x$ ) قرار دارد، بنابراین:

$$y_S = -x_S \Rightarrow -\frac{m^2 - 6m + 1}{4m} = -\left(-\frac{m-1}{2m}\right) \Rightarrow -\frac{m^2 - 6m + 1}{4m} = \frac{m-1}{2m}$$

توجه کنید برای این که معادله  $y = mx^2 + (m-1)x + 1$  مربوط به یک سهمی باشد، باید ضریب  $x^2$  مخالف صفر باشد، بنابراین  $m \neq 0$  است.

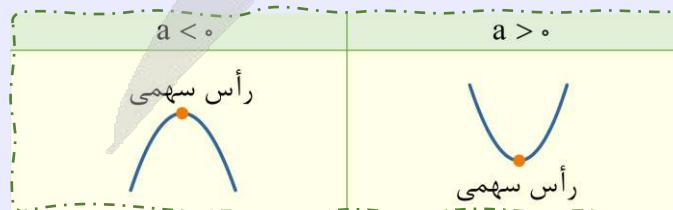
$$\xrightarrow{m \neq 0} -\frac{m^2 - 6m + 1}{4} = m - 1 \Rightarrow -m^2 + 6m - 1 = 2m - 2$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta = 20} \begin{cases} m = \frac{4 + \sqrt{20}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{5}}{2} = 2 + \sqrt{5} \\ m = \frac{4 - \sqrt{20}}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{5}}{2} = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

که تنها  $m = 2 - \sqrt{5}$  در گزینه ها وجود دارد.

رأس سهمی

رأس یک سهمی در واقع بالاترین نقطه یا پایین ترین نقطه از یک سهمی است که با توجه به علامت ضریب  $x^2$  در تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  می توان گفت که اگر  $a > 0$  باشد، رأس سهمی، پایین ترین نقطه و اگر  $a < 0$  باشد، رأس سهمی، بالاترین نقطه آن است، ببینید:





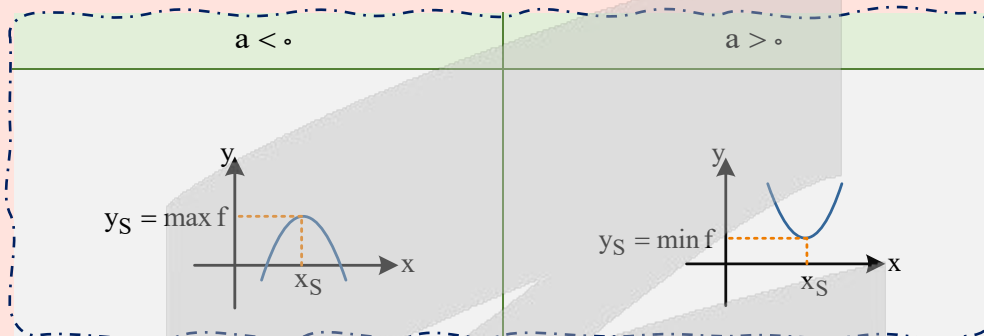
**طول و عرض رأس سهمی**

خب! مگه رأس سهمی به نقطه نیست؟ بله! پس باید طول و عرض داشته باشه، حالا می‌خوایم طول و عرض رأس یک سهمی رو توی نمایش‌های مختلف ضابطهٔ سهمی پیدا کنیم، جدول رو دریا ب...

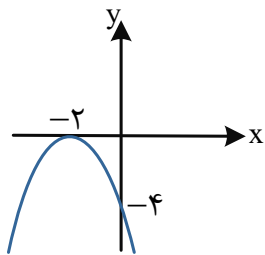
نوع نمایش سهمی	$f(x) = a(x-h)^2 + k$	$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$	$f(x) = ax^2 + bx + c$
طول رأس	$x_S = h$	$x_S = \frac{\alpha + \beta}{2}$	$x_S = -\frac{b}{2a}$
عرض رأس	$y_S = k$	$y_S = f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$	$y_S = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$

**کم‌ترین یا بیش‌ترین مقدار در سهمی**

توجه کنید که منظور از بیش‌ترین مقدار (max) و یا کم‌ترین مقدار (min) یک سهمی، همان عرض رأس سهمی ( $y_S$ ) است که با توجه به علامت  $a$  در تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  داریم:



۶- نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. مجموع طول نقاط برخورد نمودار این سهمی با نیمساز ناحیهٔ سوم کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۴/۵
- (۳) -۵
- (۴) -۵/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینهٔ ۳

روش اول

ابتدا معادلهٔ سهمی را به دست می‌آوریم. می‌دانیم که سهمی از دو نقطهٔ  $(-2, 0)$  و  $(0, -4)$  عبور می‌کند، پس:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} (0, -4) \in y \Rightarrow 0 + 0 + c = -4 \Rightarrow c = -4 \\ (-2, 0) \in y \Rightarrow 4a - 2b + c = 0 \xrightarrow{c=-4} 4a - 2b = 4 \quad (1) \end{cases}$$

از طرفی، با توجه به نمودار مشخص است که طول رأس سهمی نیز برابر  $-2$  است، پس:

$$x_S = -2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a \quad (2)$$

حال با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$4a - 2b = 4 \xrightarrow{b=4a} 4a - 8a = 4 \Rightarrow -4a = 4 \Rightarrow a = -1$$

$$b = 4a \xrightarrow{a=-1} b = -4$$

بنابراین، معادله سهمی به صورت  $y = -x^2 - 4x - 4$  است. حال برای پیدا کردن طول نقاط برخورد سهمی با نیمساز ناحیه سوم ( $y = x, x < 0$ )، باید معادله این دو نمودار را با هم برابر قرار دهیم:

$$-x^2 - 4x - 4 = x \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x+4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{مجموع}} -5$$

روش دوم

نقطه  $(-2, 0)$  رأس سهمی است پس معادله سهمی به فرم  $y = a(x+2)^2$  می‌باشد؛ که با توجه به این که سهمی از نقطه  $(0, -4)$  می‌گذرد، مقدار  $a$  برابر می‌شود با:

$$y = a(x+2)^2 \xrightarrow{(0, -4)} -4 = a(0+2)^2 \Rightarrow a = -1$$

بنابراین معادله سهمی به صورت  $y = -(x+2)^2$  می‌باشد. حال نقطه برخورد سهمی با نیمساز ناحیه سوم ( $y = x, x < 0$ ) را محاسبه می‌کنیم.

$$-(x+2)^2 = x \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = -x \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

بنابراین مجموع طول نقاط برخورد سهمی با نیمساز ناحیه سوم برابر  $-5$  است.



۷- اگر خط  $2x - 1 = 0$  محور تقارن سهمی  $y = (1+3k)x^2 - (k-1)x + 1$  باشد، در این صورت، کدام یک از نقاط زیر، روی سهمی به

معادله  $y = kx^2 - 2(1-k)x + 2$  قرار ندارد؟

(۴)  $(-1, 5)$

(۳)  $(-3, 4)$

(۲)  $(-4, 2)$

(۱)  $(1, -3)$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که خط  $2x - 1 = 0$ ، محور تقارن سهمی  $y = (1+3k)x^2 - (k-1)x + 1$  است، پس:

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله محور تقارن: } x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_S = \frac{1}{2}$$

$$x_S = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{-(k-1)}{2(1+3k)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1+3k = k-1 \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$$

حال به کمک  $k = -1$ ، معادله سهمی  $y = kx^2 - 2(1-k)x + 2$  را بازنویسی می‌کنیم:

$$y = kx^2 - 2(1-k)x + 2 \xrightarrow{k=-1} y = -x^2 - 4x + 2$$

از بین نقاط موجود در گزینه‌ها، فقط مختصات نقطه  $(-3, 4)$  در معادله سهمی  $y = -x^2 - 4x + 2$  صدق نمی‌کند.





x	1	3	
p(x)	-	-	+

۸- جدول تعیین علامت  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$  به صورت مقابل است. مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) ۱۲  
(۳) ۲  
(۴) -۱۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

با توجه به جدول تعیین علامت واضح است که  $x = 1$  ریشه مضاعف معادله است چون در دو طرف آن تغییر علامت رخ نداده. داریم:

$$p(x) = (x - 1)^2(x - 3)$$

$$p(x) = (x^2 - 2x + 1)(x - 3) = (x^3 - 5x^2 + 7x - 3) = (x^3 + ax^2 + bx - 3)$$

$$a = -5, b = 7$$

$$\Rightarrow b - a = 12$$

روش دوم

به کمک جدول تعیین علامت می توان گفت:

$$P(1) = P(3) = 0$$

$$P(1) = 1 + a + b - 3 = 0 \Rightarrow a + b = 2$$

$$P(3) = 27 + 9a + 3b - 3 = 0 \Rightarrow 9a + 3b = -24 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 7 \end{cases}$$

بنابراین:

$$b - a = 7 - (-5) = 12$$

ایستگاه تعیین علامت تابع درجه دوم

برای تعیین علامت یک تابع درجه دوم به فرم  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , ابتدا ریشه(های) عبارت  $f(x) = 0$  را در صورت وجود به دست می آوریم. حال با توجه به علامت  $\Delta$  سه حالت ممکن است اتفاق بیافتد:

حالت اول

اگر  $\Delta > 0$  باشد، معادله  $f(x) = 0$  دو ریشه متمایز به صورت  $\alpha$  و  $\beta$  خواهد داشت. با فرض  $\alpha < \beta$  جدول تعیین علامت آن (با توجه به علامت  $a$ ) به صورت زیر است:

$\Delta > 0$															
$a < 0$	$a > 0$														
<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$\alpha$	$\beta$	f(x)	-	+	-	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>+</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$\alpha$	$\beta$	f(x)	+	-	+
x	$\alpha$	$\beta$													
f(x)	-	+	-												
x	$\alpha$	$\beta$													
f(x)	+	-	+												
<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>\beta</math></td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>موافق علامت a</td> <td>مخالف علامت a</td> <td>موافق علامت a</td> </tr> </table>		x	$\alpha$	$\beta$	f(x)	موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a							
x	$\alpha$	$\beta$													
f(x)	موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a												

حالت دوم

اگر  $\Delta = 0$  باشد، معادله  $f(x) = 0$  یک ریشه مضاعف به صورت  $x = -\frac{b}{2a}$  خواهد داشت و جدول تعیین علامت آن (با توجه به علامت a) به صورت زیر است:

$\Delta = 0$									
$a < 0$	$a > 0$								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td><math>-\frac{b}{2a}</math></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>- 0 -</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{2a}$	f(x)	- 0 -	<table border="1"> <tr><td>x</td><td><math>-\frac{b}{2a}</math></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>+ 0 +</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{2a}$	f(x)	+ 0 +
x	$-\frac{b}{2a}$								
f(x)	- 0 -								
x	$-\frac{b}{2a}$								
f(x)	+ 0 +								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td><math>-\frac{b}{2a}</math></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>a موافق علامت 0 a موافق علامت</td></tr> </table>		x	$-\frac{b}{2a}$	f(x)	a موافق علامت 0 a موافق علامت				
x	$-\frac{b}{2a}$								
f(x)	a موافق علامت 0 a موافق علامت								

حالت سوم

اگر  $\Delta < 0$  باشد، معادله  $f(x) = 0$  ریشه حقیقی ندارد و جدول تعیین علامت آن (با توجه به علامت a) به صورت زیر است:

$\Delta < 0$									
$a < 0$	$a > 0$								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>-</td></tr> </table>	x		f(x)	-	<table border="1"> <tr><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>+</td></tr> </table>	x		f(x)	+
x									
f(x)	-								
x									
f(x)	+								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td></td></tr> <tr><td>f(x)</td><td>a موافق علامت</td></tr> </table>		x		f(x)	a موافق علامت				
x									
f(x)	a موافق علامت								

همان طور که از حالت سوم هم مشخص است:

▲ اگر  $\Delta < 0$  و  $a > 0$  باشد، عبارت درجه دوم، همواره مثبت است.

▲ اگر  $\Delta < 0$  و  $a < 0$  باشد، عبارت درجه دوم، همواره منفی است.

۹- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله درجه دوم  $(m+1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  ریشه حقیقی ندارد؟

- (۱)  $m < \frac{2}{3}$       (۲)  $m > \frac{2}{3}$       (۳)  $m < -\frac{2}{3}$       (۴)  $m > -\frac{2}{3}$

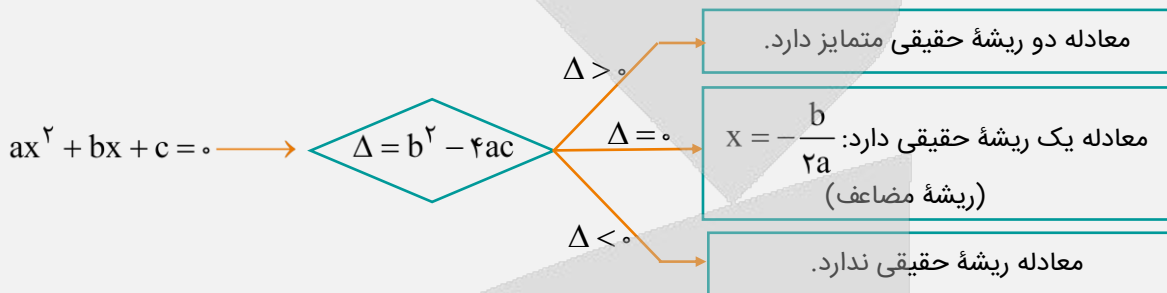
(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$\Delta$  باید کوچکتر از صفر باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(m+1)(m+2) < 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 - (m+1)(m+2) < 0 \Rightarrow -3m - 2 < 0 \Rightarrow m > -\frac{2}{3}$$

بریم با هم ببینیم که "حالات مختلف معادله درجه ۲" چگونه است!



۱۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $(a+4)x^2 + 2x - a + 6 < 0$  به شکل  $(-\infty, b)$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) -۱۱      (۲) -۱۰      (۳) -۹      (۴) -۱۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

بازه‌های جواب نامعادله درجه دوم چه شکلی‌ان؟

مجموعه جواب نامعادله درجه دوم، نمی‌تواند به شکل یک بازه نیم‌باز، یعنی به صورت  $(a, +\infty)$  یا  $(-\infty, a)$  باشد.

بنابر نکته بالا نامعادله  $(a+4)x^2 + 2x - a + 6 < 0$  درجه دوم نیست. پس ضریب  $x^2$  باید صفر باشد:

$$a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

حال با جای گذاری مقدار  $a$  در نامعادله داریم:

$$2x + 10 < 0 \Rightarrow 2x < -10 \Rightarrow x < -5 \xrightarrow{\text{مجموعه جواب}} (-\infty, -5) \Rightarrow b = -5 \Rightarrow a + b = -9$$

۱۱- اگر نمودار سهمی  $f(x) = (m-1)x^2 - mx + m - 2$  همواره بالای خط  $y = mx - 6$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m > 1$       (۲)  $\frac{3}{4} < m < 1$       (۳)  $1 < m < \frac{4}{3}$       (۴)  $m > \frac{4}{3}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

بالاتر بودن نمودار  $f(x)$  به معنای بزرگتر بودن ضابطه جبری آن است.

$$f(x) > mx - 6 \Rightarrow (m-1)x^2 - mx + m - 2 > mx - 6 \Rightarrow (m-1)x^2 - 2mx + m + 4 > 0$$

نابرابری باید همواره برقرار باشد، پس:  $\Delta < 0$ ,  $a > 0$  است.

$$\begin{cases} m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \\ m^2 - (m-1)(m+4) < 0 \Rightarrow m^2 - (m^2 + 3m - 4) < 0 \Rightarrow 4 - 3m < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} m > \frac{4}{3} \\ m > 1 \end{cases} \rightarrow m > \frac{4}{3}$$



۱۲- اگر یکی از جواب‌های معادله  $x^2 - mx - 5 = 0$  بزرگ‌تر از ۳ و جواب دیگر آن کوچک‌تر از ۳ باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$m < \frac{5}{4}$  (۴)

$\frac{5}{4} < m < \frac{4}{3}$  (۳)

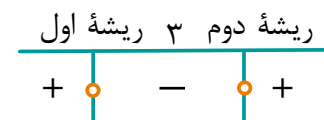
$m > \frac{5}{4}$  (۲)

$m > \frac{4}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

گام اول

ضریب  $x^2$  برابر ۱ است، پس ضریب  $x$  مثبت است. جدول تعیین علامت با توجه به توضیحات بالا به صورت زیر است، حال دقت کنید که در صورت سؤال گفته شده است که یک ریشه بزرگ‌تر از ۳ و یک ریشه کوچک‌تر از ۳ است، این یعنی عدد ۳ بین دو ریشه قرار دارد، با توجه به این موضوع، عدد ۳ را هم وارد جدول می‌کنیم:



گام دوم

همانطور که از جدول بالا پیداست، عبارت داده شده به ازای  $x = 3$  باید منفی شود، پس:

$$y = x^2 - mx - 5 \xrightarrow[x < 0]{x=3} 9 - 3m - 5 < 0 \Rightarrow 3m > 4 \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$



۱۳- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 + ax + b < 0$  بازه  $(2, 3)$  است. مجموعه جواب نامعادله  $-x^2 + bx + a > 0$  کدام است؟

$(1, 5)$  (۲)

$(-3, -2)$  (۱)

$(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$  (۴)

$(-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

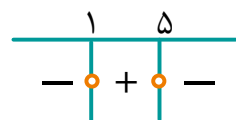
گام اول

با توجه به قسمت اول صورت سؤال، واضح است که  $x = 2$  و  $x = 3$  ریشه‌های عبارت  $x^2 + ax + b$  هستند، پس با جای‌گذاری آن‌ها و  $a$  و  $b$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 2^2 + 2a + b = 0 &\Rightarrow 2a + b = -4 \\ 3^2 + 3a + b = 0 &\Rightarrow 3a + b = -9 \end{aligned} \xrightarrow{(-)} a = -5 \Rightarrow b = 6$$

گام دوم

حالا که  $a$  و  $b$  را به دست آوردیم، باید نامعادله  $-x^2 + 6x - 5 > 0$  را حل کنیم:



$$\begin{aligned} -x^2 + 6x - 5 = 0 &\xrightarrow{a+b+c=0} x = 1, x = 5 \\ \Rightarrow 1 < x < 5 &\Rightarrow x \in (1, 5) \end{aligned}$$



۱۴- هرگاه بازه  $(\alpha, \beta)$  مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{3x+2}{x+2} < 2$  باشد، مقدار  $\frac{\alpha+\beta}{2}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{3x+2}{x+2} < 2 \Rightarrow \frac{x-2}{x+2} < 0 \Rightarrow -2 < x < 2$$

$$\frac{3x+2}{x+2} > 1 \Rightarrow \frac{2x}{x+2} > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ یا } x < -2$$

پس جواب نهایی بازه  $(0, 2)$  است. پس  $\beta = 2$  و  $\alpha = 0$ ، لذا  $\frac{\alpha+\beta}{2} = 1$  است.

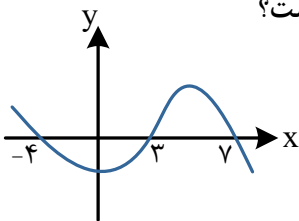
جرعه ذهنی!

تعیین علامت نامعادله کسری  $\frac{x-2}{x+2} < 0$  مثل تعیین علامت نامعادله درجه دوم  $(x-2)(x+2) < 0$  است. با این تفاوت که «در ریشه مخرج تعریف نشده» است. پس خیلی راحت از این که علامت، بین دو ریشه مخالف علامت  $a$  است، به  $-2 < x < 2$  رسیدیم.

بعدی رو خودت بگو چطوری تعیین علامت کردیم؟

ilo

۱۵- اگر نمودار  $f(x)$  مطابق شکل مقابل باشد، مجموعه جواب نامعادله  $xf(x) \geq 0$  شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱۰  
(۲) ۹  
(۳) ۸  
(۴) ۱۱

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

راهنمای زرنگ‌بازی!

مجموعه جواب نامعادله  $xf(x) \geq 0$ ، دامنه بخش‌هایی از نمودار  $f$  است که در ناحیه اول یا سوم قرار دارد.

طبق نکته بالا، مجموعه جواب نامعادله داده شده  $[-4, 0] \cup [3, 7]$  است، که شامل اعداد صحیح  $3, 4, 5, 6, 7, 0, -1, -2, -3, -4$  است. تعداد این اعداد ۱۰ تا است.

ilo

۱۶- مجموعه جواب نامعادله  $||x-3|-2| \leq 1$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$\Rightarrow ||x-3|-2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq |x-3|-2 \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq |x-3| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} |x-3| \geq 1 & (1) \\ |x-3| \leq 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow |x-3| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 1 \Rightarrow x \geq 4 \\ x-3 \leq -1 \Rightarrow x \leq 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow |x-3| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x-3 \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 6 \quad (4)$$

$$(3) \cap (4) \Rightarrow 0 \leq x \leq 2, 4 \leq x \leq 6 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$$

خب، بالاخره رسیدیم به نامعادلات قدرمطلق!

دو حالت برای نامعادلات قدرمطلق داریم: ( $a > 0$ )

$$-a < f(x) < a \iff |f(x)| < a \quad (1)$$

$$f(x) < -a \text{ یا } f(x) > a \iff |f(x)| > a \quad (2)$$

اینم نوشابه اضافی واسه بچه‌های عشق فرمول 😊

با فرض ( $b > 0$ ):

$$\text{نتیجه: } -b < f(x) < -a \text{ یا } a < f(x) < b \iff a < |f(x)| < b$$



۱۷- در بازه  $(\alpha, \beta)$  نمودار تابع  $f(x) = x(4-x) + 3$  بالاتر از  $y = 3x + |x|$  قرار گرفته است. بیشترین مقدار  $\beta - \alpha$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۱

$$x \leq 0: f(x) > 3x + |x| \Rightarrow 4x - x^2 + 3 > 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$$

با توجه به آن که  $x \leq 0$ ، پس فعلاً  $-1 < x \leq 0$  قابل قبول است.

$$x > 0: f(x) > 3x + |x| \Rightarrow 4x - x^2 + 3 > 4x \Rightarrow x^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

با توجه به آن که  $x > 0$ ، پس  $0 < x < \sqrt{3}$  قابل قبول است. پس در نهایت، بازه  $(-1, \sqrt{3})$  قابل قبول است. بنابراین  $\beta - \alpha = 1 + \sqrt{3}$  است.



۱۸- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} \geq 4$  شامل چند عدد صحیح است؟

۱ (۴ بی‌شمار)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱ صفر)

متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴

پاسخ: گزینه ۱

نامعادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} \geq 4 \Rightarrow \frac{(x+1)^2 + (x-1)^2}{x^2-1} \geq 4 \Rightarrow \frac{2(x^2+1)}{x^2-1} \geq 4 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x^2-1} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x^2-1} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2+3}{x^2-1} \geq 0$$

جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{3}$
P	-	+	-	+

$\Rightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \leq x < -1 \end{cases}$

در بازه‌های فوق هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

کنکور سراسری تجربی خارج ۹۸

مجموعه جواب نامعادله  $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$  به صورت کدام بازه است؟

- (۱)  $(-4, -2) \cup (1, 2)$   
 (۲)  $(2, 4)$   
 (۳)  $(-1, 2) \cup (2, 4)$   
 (۴)  $(-1, 2)$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} - \frac{x}{x-2} > 0 \Rightarrow \frac{7x-8}{(x-2)(x+1)} - \frac{x \times (x+1)}{(x-2) \times (x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x-2)(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{-(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+1)} > 0$$

این جا قبل از این که  $x-2$  رو از صورت و مخرج ساده کنیم حواسمون رو جمع می‌کنیم که عدد ۲ چون ریشه مخرج شده از دامنه حذف می‌شه و نمی‌تونه توی مجموعه جواب باشه.

$$\Rightarrow \frac{-x+4}{x+1} > 0$$

x	-1	2	4	
-x+4	+	+	+	○ -
x+1	-	○ +	+	+
$\frac{-x+4}{x+1}$	-	+	+	○ -

ت.ن      ت.ن

پس با توجه به جدول تعیین علامت، مجموعه جواب به صورت  $(-1, 2) \cup (2, 4)$  است.

پاسخ: گزینه ۳

دام تستی!

گاهی وقتا طراحا خیلی شیطون می‌شن و مثلا بازه  $(-1, 4)$  رو هم توی گزینه‌ها قرار می‌دن. اینجا اگه حواست نباشه که ۲ باید حذف بشه تست رو اشتباه می‌زنی. پس همیشه حواست به «حذف ریشه‌های مخرج قبل از ساده کردن» عبارت باشه.

راهنمای زنگ بازی!

می‌تونستی برای تعیین علامت کسر  $\frac{-x+4}{x+1}$  به جای یه جدول تعیین علامت به اون بزرگی و سه تا سطر، از جدول تعیین علامت معادله درجه دوم  $(-x+4)(x+1)$  استفاده کنی. البته اگه یادت نمیره ریشه‌های مخرج رو حتما حذف کنی! چون در ضرب یا تقسیم، مثبت یا منفی شدن علامت‌ها مثل همدیگه‌ست و در تعیین علامت هم فقط علامت برای ما مهمه! می‌دونی که چی می‌گم؟ 😊



۱۹- در بازه  $(a, b)$ ، عبارت  $6x^2 - 5x - 6$  منفی و عبارت  $|2x-3| - x$  کم‌تر از ۲ است. حاصل  $b-a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$       (۲)  $\frac{2}{3}$       (۳)  $\frac{7}{6}$       (۴)  $\frac{5}{6}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

هر دو عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$$6x^2 - 5x - 6 < 0 \Rightarrow (2x-3)(3x+2) < 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$|2x-3| - x < 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x-3-x < 2; x \geq \frac{3}{2} \\ 3-2x-x < 2; x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 5 & ; & x \geq \frac{3}{2} \\ x > \frac{1}{3} & ; & x < \frac{4}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 5 \quad (2)$$

$$b - a = \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$$

اشتراک دو بازه بالا به صورت بازه  $(\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$  است. پس:



۲۰- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 - 3x + 1 < \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  است.  $b - a$  کدام است؟

$\frac{5}{2}$  (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

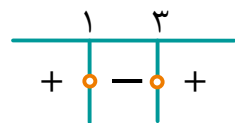
گام اول

ابتدا عبارت سمت چپ را به کمک اتحاد چاق و لاغر ساده می‌کنیم:

$$\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2+2x+4} < x^2 - 3x + 1 \Rightarrow x - 2 < x^2 - 3x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 > 0$$

گام دوم

حال عبارت به دست آمده را تعیین علامت می‌کنیم:



$$x^2 - 4x + 3 = 0 \xrightarrow{a+b+c=} x = 1, x = 3$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty) \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [1, 3]$$

گام سوم

با توجه به مجموعه جواب به دست آمده و صورت سؤال واضح است که  $a = 1$  و  $b = 3$ ، در نتیجه:

$$b - a = 3 - 1 = 2$$

قلقشو یاد بگیر!

در اتحاد چاق و لاغر، پرانتر چاق، یک عبارت درجه دوم همیشه مثبت یا همیشه منفی است. این یعنی ریشه ندارد و هیچ جا صفر نمی‌شود.

کارآگاه بازی!

حالا فهمیدی چرا علی‌رغم تأکید همیشگی‌مون به حذف ریشه‌های مخرج، در گام اول هیچ حرفی از حذف ریشه مخرج نزدیم؟ چون اصلا عبارت مخرج ریشه نداشت!



۲۱- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب، ۴ برابر تعداد ضلع‌های آن است. تعداد قطرهای این چندضلعی کدام است؟

۴۴ (۴)

۳۳ (۳)

۲۲ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

$$\frac{n(n-3)}{2} = 4n \Rightarrow \frac{n-3}{2} = 4 \Rightarrow n-3 = 8 \Rightarrow n = 11$$

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-3)}{2} \xrightarrow{n=11} \text{تعداد قطرها} = \frac{11(11-3)}{2} = 44$$



بریم تعداد قطرهای  $n$  ضلعی‌ها رو بررسی کنیم

تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

**نتیجه ۱)** تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب،  $\frac{n-3}{2}$  برابر تعداد ضلع‌های آن است.

**نتیجه ۲)** تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی محدب،  $\frac{n(n-5)}{2}$  تا بیشتر از تعداد ضلع‌های آن است.



۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) هر چهارضلعی که در آن هر دو زاویه روبه‌رو برابر باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۲) هر چهارضلعی که در آن هر دو زاویه مجاور مکمل باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۳) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن برابر و دو ضلع مقابل دیگر موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- ۴) هر چهارضلعی که در آن دو ضلع مقابل، موازی و برابر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

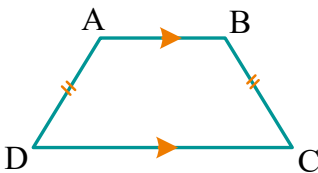
پاسخ: گزینه ۳

متوازی‌الاضلاع چیست؟

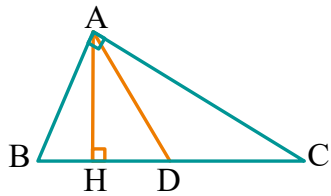
شرایط زیر معادل با متوازی‌الاضلاع بودن ۴ ضلعی است:

- ۱) ضلع‌های روبه‌رو، دوجه‌دو موازی باشند.
- ۲) ضلع‌های روبه‌رو، دوجه‌دو مساوی باشند.
- ۳) زاویه‌های روبه‌رو، دوجه‌دو مساوی باشند.
- ۴) زاویه‌های مجاور، دوجه‌دو مکمل باشند.
- ۵) قطرها، منصف یکدیگر باشند.
- ۶) دو ضلع مقابل، موازی و برابر باشند.

گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ به ترتیب با توجه به قسمت‌های ۳، ۴ و ۶ کلاس درس درست است؛ ولی در یک ذوزنقه متساوی‌الساقین، دو قاعده موازی و دو ساق برابرند، ولی متوازی‌الاضلاع نیست، پس جواب گزینه ۳ می‌باشد.



۲۳- با توجه به شکل مقابل، اگر  $AD=DC$ ،  $BH=2$  و  $HD=4$  باشد، اندازه  $AB$  کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲)  $3\sqrt{5}$
- (۳) ۶
- (۴)  $2\sqrt{6}$

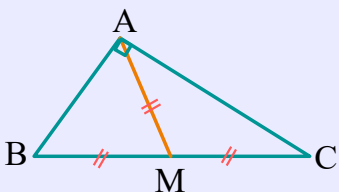
(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

میانه وارد بر وتر

در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و بالعکس. یعنی اگر در مثلثی، اندازه یکی از میانه‌ها نصف ضلع نظیر آن باشد، آن مثلث قطعاً قائم الزاویه است.

**نتیجه:** اگر در یک مثلث قائم الزاویه پاره‌خطی از رأس قائمه به نقطه‌ای روی وتر وصل کنیم به طوری که اندازه این پاره‌خط با یکی از قطعه‌های ایجاد شده روی وتر برابر باشد، آن پاره‌خط حتماً میانه وارد بر وتر است.

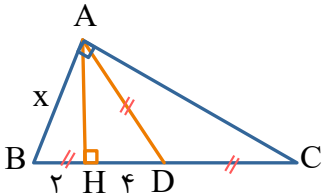


$$\hat{A} = 90^\circ \Leftrightarrow AM = \frac{BC}{2}$$

روش اول

با توجه به اطلاعات سؤال، می‌دانیم که  $AD = DC$  است. بنابراین طبق نکته بالا می‌توان نتیجه گرفت که  $AD$  میانه وارد بر وتر بوده و  $AD = DC = BD = 6$  است.

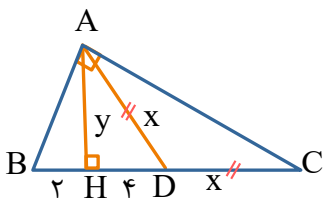
بنابراین به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه، داریم:



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB = \sqrt{2 \times 12} = \sqrt{24} \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$

روش دوم

با فرض  $AD = DC = x$  و  $AH = y$  و طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:



$$\left. \begin{aligned} \triangle AHD &\Rightarrow y^2 + 4^2 = x^2 \Rightarrow y^2 = x^2 - 16 \\ \triangle ABC &\Rightarrow AH^2 = BH \times HC \Rightarrow y^2 = 2 \times (4 + x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - 16 = 2(4 + x)$$

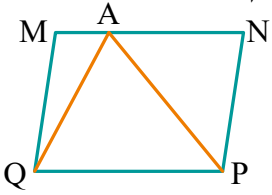
$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \quad \checkmark \\ x = -4 \quad \times \end{cases}$$

بنابراین:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 2 \times (2 + 4 + 6) \Rightarrow AB^2 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$



۲۴- در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل،  $M\hat{N}P = 5M\hat{Q}A$  و  $A\hat{P}Q = 4A\hat{P}N$  است. حاصل  $M\hat{A}Q + N\hat{A}P$  کدام است؟



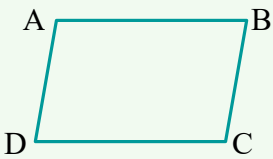
- (۱)  $144^\circ$
- (۲)  $154^\circ$
- (۳)  $132^\circ$
- (۴)  $92^\circ$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکاتی در مورد زوایا در متوازی‌الاضلاع

زوایای مقابل در متوازی‌الاضلاع با هم برابرند و زوایای مجاور نیز با یکدیگر مکمل‌اند. برای درک بهتر، به شکل روبه‌رو دقت کنید.

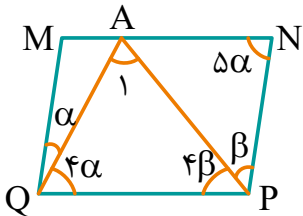


$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{C} & \hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{B} &= \hat{D} & \hat{A} + \hat{D} &= 180^\circ \end{aligned}$$

گام اول

ابتدا از داده‌های صورت سؤال استفاده می‌کنیم و آن‌ها را روی شکل پیاده می‌کنیم:  
 زاویه  $M\hat{Q}A$  را برابر  $\alpha$  در نظر می‌گیریم، سپس طبق صورت سؤال:

$$M\hat{N}P = 5M\hat{Q}A = 5\alpha$$



از طرفی می‌دانیم که زوایای مقابل در متوازی‌الاضلاع با هم برابرند، پس  $M\hat{Q}P$  نیز برابر با  $5\alpha$  است. بنابراین:

$$A\hat{Q}P = M\hat{Q}P - M\hat{Q}A = 5\alpha - \alpha = 4\alpha$$

به گفته صورت سؤال،  $A\hat{P}Q = 4A\hat{P}N$ ، پس اگر  $A\hat{P}N$  را برابر  $\beta$  در نظر بگیریم،  $A\hat{P}Q$  برابر  $4\beta$  خواهد بود، در نتیجه:

$$N\hat{P}Q = 5\beta$$

گام دوم

زوایای مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند، با توجه به گام اول نیز می‌دانیم:  $M\hat{Q}P = 5\alpha$  و  $N\hat{P}Q = 5\beta$ ، پس:

$$M\hat{Q}P + N\hat{P}Q = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha + 5\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 36^\circ$$

گام سوم

خواسته سؤال،  $M\hat{A}Q + N\hat{A}P$  است که با توجه به شکل گام اول، برابر می‌شود با  $180^\circ - A_1$ ، پس:

$$A_1 = 180^\circ - (4\alpha + 4\beta) \Rightarrow A_1 = 180^\circ - 4(\alpha + \beta) \Rightarrow A_1 = 180^\circ - 4(36^\circ) = 36^\circ$$

$$M\hat{A}Q + N\hat{A}P = 180^\circ - A_1 = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$



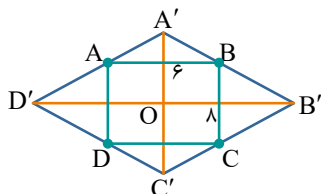
۲۵- وسط‌های اضلاع لوزی به قطرهای ۱۲ و ۱۶ را به هم وصل کرده‌ایم تا چهارضلعی ABCD به دست آید. محیط این چهارضلعی کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۲۲ (۴) ۲۸

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

می‌دانیم از وصل کردن وسط اضلاع لوزی، مستطیل به دست می‌آید. برای به دست آوردن محیط مستطیل ایجاد شده خواهیم داشت:

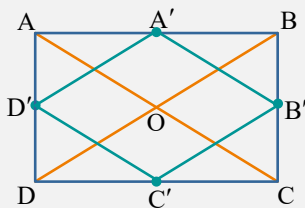
$$ABCD \text{ محیط مستطیل } = 2(AB + BC) = 2\left(\frac{1}{2}B'D' + \frac{1}{2}A'C'\right) = B'D' + A'C' = 12 + 16 = 28$$



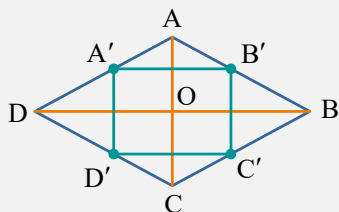
پاره‌خط میانگین در چهارضلعی

از به هم وصل کردن وسط اضلاع یک چهارضلعی محدب به یکدیگر، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید، حال اگر:

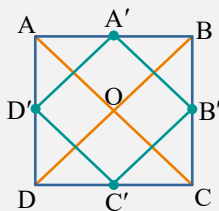
(۱) قطرهای چهارضلعی اولیه مساوی باشد ← چهارضلعی حاصل لوزی است.



(۲) قطرهای چهارضلعی اولیه بر هم عمود باشد ← چهارضلعی حاصل مستطیل است.



(۳) قطرهای چهارضلعی اولیه بر هم عمود و مساوی باشد ← چهارضلعی حاصل مربع است.



میانبری برای محاسبه محیط چهارضلعی به دست آمده

محیط متوازی‌الاضلاع حاصل برابر است با مجموع قطرهای چهارضلعی اولیه. یعنی در تمام شکل‌های بالا:

$$A'B'C'D' \text{ محیط } = AC + BD$$



۲۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویه حاده  $75^\circ$ ، مجموع طول میانه و ارتفاع وارد بر وتر  $18\sqrt{2}$  واحد است. مساحت این مثلث، کدام است؟

۱۴۴ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۳۶ (۱)

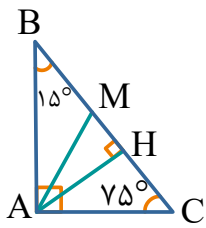
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ارتفاع و میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه

(۱) میانه: در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.  
(۲) ارتفاع: در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه  $15^\circ$  (یا  $75^\circ$ ) داشته باشد، ارتفاع وارد بر وتر، ربع وتر است.

با توجه به نکات، مطابق شکل، داریم:



$$AM + AH = 18\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{2}BC + \frac{1}{4}BC = 18\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}BC = 18\sqrt{2} \Rightarrow BC = 24\sqrt{2} \Rightarrow AH = 6\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 24\sqrt{2} = 144$$

بنابراین مساحت مثلث، برابر است با:

۲۷- متوازی‌الاضلاع ABCD به طول اضلاع  $AB=8$  و  $AD=6$  را در نظر بگیرید که دو قطر برابر دارد. اگر از رأس A، عمودی بر قطر BD رسم کنیم، فاصله رأس D تا پای عمود چقدر است؟

۴/۲ (۴)

۵/۸ (۳)

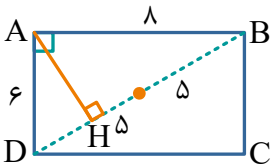
۳/۶ (۲)

۶/۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

متوازی‌الاضلاع که دو قطر برابر دارد، مستطیل است. در نتیجه:



$$\begin{cases} BD^2 = AB^2 + AD^2 \\ BD^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow BD = 10 \end{cases}$$

$$AD^2 = DH \times BD$$

$$36 = DH \times 10 \Rightarrow DH = 3/6$$

بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

میانبر سه‌تایی فیثاغورثی رو که بلدی نه؟

دو دسته عدد پرتکرار داریم که در رابطه فیثاغورث صدق می‌کنند و بهتر است همیشه آن‌ها را حفظ باشیم. این روش میانبر برای حذف محاسبات مربوط به رابطه فیثاغورث و سرعت عمل بیشتر است. وقتی دو عدد از بین این ۳ تا را داشته باشیم می‌توانیم بدون محاسبه سومی را به دست بیاوریم:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

k برابر سه‌تایی‌های فیثاغورثی هم فیثاغورثی‌اند!

این نکته تکمیلی هم برای اونایی که دیگه خیلی می‌خوان خفن باشن بگیریم. اگر k یک عدد صحیح باشه داریم:

$$(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

$$(5k)^2 + (12k)^2 = (13k)^2$$

$$(2 \times 3)^2 + (2 \times 4)^2 = (2 \times 5)^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2$$

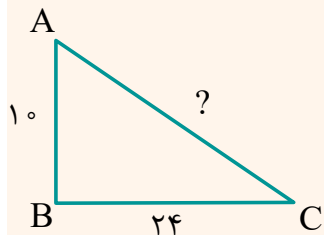
مثلا:

**تذکر**

توجه داشته باشید که هر ۳ عدد باید در یک ضریب یکسان ضرب شوند، تا همچنان رابطه فیثاغورث برقرار باشد.

**یه نمونه بحال ببین**

برای به دست آوردن طول ضلع AC با دقت به طول دو ضلع دیگر می‌بینیم:



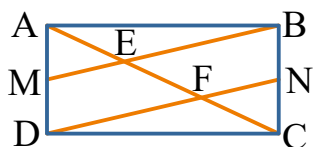
$$10 = 2 \times 5$$

$$24 = 2 \times 12$$

پس با سه تایی فیثاغورثی ۵، ۱۲ و ۱۳ سر و کار داریم و عدد سوم برابر است با:  $2 \times 13 = 26$



۲۸- در مستطیل شکل زیر، به ابعاد  $18 \times 6$ ، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AD و BC هستند. حاصل  $EF(AE + FC)$ ، کدام است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۴۰

(۳) ۸۰

(۴) ۵۰

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

**پاسخ: گزینه ۳**

با توجه به اطلاعات مسأله، واضح است که چهارضلعی MBND متوازی‌الاضلاع است، زیرا:

$$\parallel \Rightarrow MD = BN \Rightarrow MB \parallel DN \quad (1)$$

حال با توجه به رابطه (۱)، به کمک قضیه تالس در مثلث‌های  $\triangle ADF$  و  $\triangle CBE$ ، داریم:

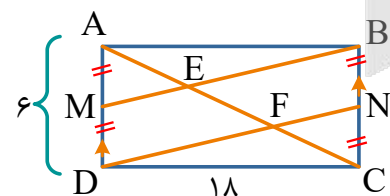
$$\left. \begin{aligned} \triangle ADF : ME \parallel DF &\Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AM}{MD} = 1 \Rightarrow AE = EF \\ \triangle CBE : NF \parallel BE &\Rightarrow \frac{FC}{EF} = \frac{CN}{NB} = 1 \Rightarrow FC = EF \end{aligned} \right\} \Rightarrow AE = EF = FC \quad (2)$$

اینک به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث  $\triangle ADC$ ، داریم:

$$AD = 6, DC = 18 : AC^2 = AD^2 + DC^2 = 36 + 324 = 360 \Rightarrow AC = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}$$

پس با توجه به رابطه (۲)، خواهیم داشت:

$$AE = EF = FC = \frac{AC}{3} = \frac{6\sqrt{10}}{3} = 2\sqrt{10}$$



بنابراین حاصل  $EF(AE + FC)$  برابر است با:

$$2\sqrt{10}(2\sqrt{10} + 2\sqrt{10}) = 2\sqrt{10} \times 4\sqrt{10} = 80$$

**متوازی‌الاضلاعی که قطرهایش با هم برابرند چیست؟ مستطیل.**

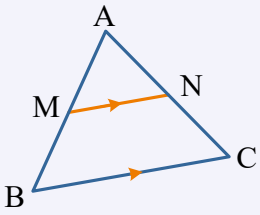
مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است که در آن، قطرهایش با هم برابرند.

**متوازی‌الاضلاع چیست؟**

هر چهارضلعی که دو ضلع مقابلش، موازی و مساوی باشند، متوازی‌الاضلاع است.

قضیه تالس رو یادته؟

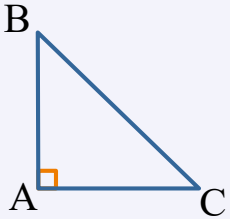
طبق قضیه تالس، مطابق شکل، داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

قضیه فیثاغورس که دیگه از راهنمایی باهاته!

طبق قضیه فیثاغورس در هر مثلث قائم‌الزاویه داریم:



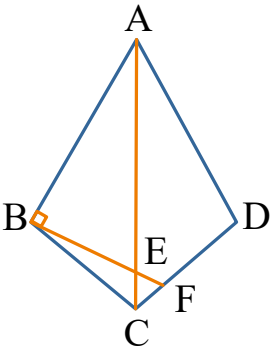
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$



۲۹- چهارضلعی ABCD، کایت است. اگر  $AB = AD$ ،  $AE = 18$ ،  $EC = 4$  و  $\hat{BCD} = 2\hat{BAD}$  باشند، اندازه FD چقدر است؟

( $AB \perp BF$ )

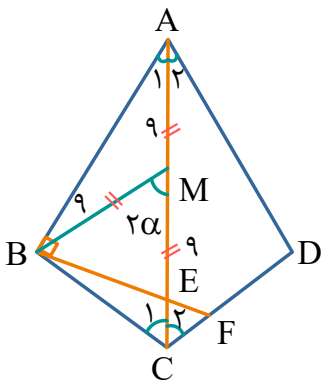
- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که زاویه BCD دو برابر زاویه BAD است، حال اگر زاویه BCD را برابر  $4\alpha$  فرض کنیم با توجه به این که AC نیمساز زاویه‌های A و C است، داریم:



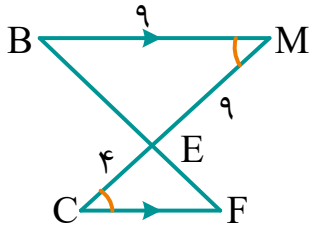
$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 2\alpha \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \alpha \end{cases}$$

می‌دانیم که در یک مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است حال اگر در مثلث قائم‌الزاویه ABE، میانه BM را رسم کنیم، با توجه به این که  $AE = 18$  است،  $BM = AM = ME = 9$  بوده و مثلث AMB متساوی‌الساقین است. لذا در این مثلث زاویه‌های ABM و

با هم برابرند و با کمی دقت می‌توان فهمید که چون زاویه BME، زاویه خارجی مثلث AMB است پس با جمع زاویه‌های داخلی

غیرمجاور برابر است لذا  $\hat{BME} = 2\alpha$ .

از طرفی می‌دانیم که زاویه  $\hat{C}_\gamma$  نیز برابر  $2\alpha$  است پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که  $BM \parallel CD$  است. لذا به کمک تشابه مثلث‌ها داریم: (با توجه به فرض سؤال،  $EC = 4$  است)



$$\frac{BE}{EF} = \frac{ME}{EC} = \frac{BM}{CF} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{9}{CF} \Rightarrow CF = 4$$

از طرفی چون  $\hat{C}_\gamma = \hat{C}_\gamma = \hat{BME} = 2\alpha$  است، بنابراین مثلث  $BMC$  متساوی‌الساقین است و داریم:

$$BC = BM = 9$$

و چون چهارضلعی  $ABCD$  کایت است، پس  $BC = CD = 9$  در نتیجه:

$$CD = CF + FD \xrightarrow{\substack{CD=9 \\ CF=4}} 9 = 4 + FD \Rightarrow FD = 5$$



۳۰- در متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۶ و ۱۱ واحد، طول قطر چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی‌الاضلاع، چقدر است؟  
 ۴ (۱)      ۴/۵ (۲)      ۵ (۳)      ۵/۵ (۴)

**پاسخ: گزینه ۳**

**شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی چهارضلعی**

بر خلاف نیمسازهای داخلی تمام مثلث‌ها که هم‌مرس هستند، نیمسازهای داخلی همهٔ چهارضلعی‌ها هم‌مرس نیستند و از برخورد آن‌ها با هم (در صورت هم‌مرس نبودن) یک چهارضلعی دیگر حاصل می‌شود که نوع چهارضلعی ایجاد شده، به نوع چهارضلعی اولیه بستگی دارد. در کتاب درسی فقط به متوازی‌الاضلاع (حالت‌های خاص آن) پرداخته شده است.

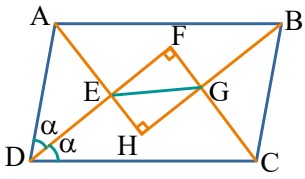
<p>(۲) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر مستطیل، همواره یک مربع حاصل می‌شود.</p>	<p>(۱) از تقاطع نیمسازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، همواره یک مستطیل حاصل می‌شود.</p> <p style="text-align: center;"><math>2\alpha</math> یکی از زاویه‌های متوازی‌الاضلاع است.</p>
<p>طول اضلاع این مربع، <math>x = \frac{ a-b }{\sqrt{2}}</math> است.</p>	<p>طول اضلاع این مستطیل، <math>y =  a-b \cos\alpha</math>، <math>x =  a-b \sin\alpha</math> است.</p>

**روش اول**

مطابق درسنامه، طول اضلاع این مستطیل به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} x = |a-b|\sin\alpha \Rightarrow x = |11-6|\sin\alpha \Rightarrow x = 5\sin\alpha \\ y = |a-b|\cos\alpha \Rightarrow y = |11-6|\cos\alpha \Rightarrow y = 5\cos\alpha \end{cases}$$

حال به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه  $\triangle FEG$  داریم:



$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$

$$\Rightarrow EG^2 = 25 \sin^2 \alpha + 25 \cos^2 \alpha = 25 (\underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{=1})$$

$$EG^2 = 25 \Rightarrow EG = 5$$

روش دوم

در متوازی الاضلاعی به اضلاع  $a$  و  $b$  واحد، طول قطر چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع، برابر  $|a - b|$  است لذا:  
 طول قطر مستطیل  $= |a - b| = |11 - 6| = 5$

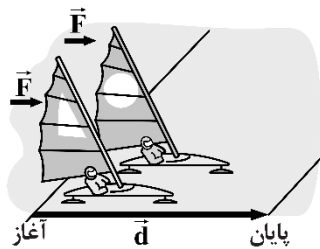




بودجه‌بندی این آزمون: کار، انرژی و توان (از ابتدای کار و انرژی جنبشی تا انتهای فصل سوم) صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

سهم در کنکور: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور

۳۱- دو قایق مخصوص با جرم‌های متفاوت، روی سطح افقی یخ‌زده و بدون اصطکاک دریاچه‌ای مطابق شکل زیر، قرار دارند. قایق‌ها تحت اثر نیروهای مساوی باد، شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله  $d$  می‌گذرند. چند مورد از موارد زیر درست است؟



- الف: انرژی جنبشی قایق سبک‌تر در خط پایان، بیش‌تر است.  
ب: تندی هر دو قایق در خط پایان یکسان است.  
پ: کل کار انجام‌شده روی قایق سنگین‌تر، بیش‌تر است.
- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{\text{وزن}}} + \cancel{W_{\text{نیروی شناوری}}} + W_F = K_2 - K_1$$

قایق‌ها در ابتدا ساکن هستند؛ بنابراین  $K_1 = 0$  است. نیروی وزن و نیروی شناوری بر جابه‌جایی عمود هستند بنابراین کار آن‌ها صفر است؛ بنابراین:

$$Fd \cos 0^\circ = K_2 \Rightarrow K_2 = F \cdot d$$

طبق رابطه فوق، انرژی جنبشی قایق‌ها به جرم آن‌ها بستگی ندارد. («الف» ×)

از طرفی، طبق رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  و یکسان بودن انرژی جنبشی، قایقی که سبک‌تر است، تندی بیش‌تری دارد. («ب» ×)

کل کار انجام‌شده بر روی هر دو قایق یکسان است؛ زیرا: طبق رابطه زیر،  $F$  و  $d$  برای هر دو قایق یکسان است. («پ» ×)

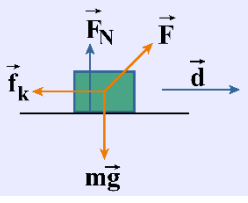
$$W_t = \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{\text{نیروی شناوری}}} + W_F = F \cdot d$$

روش‌های محاسبه کار کل

۱- قضیه کار - انرژی جنبشی: اگر در سؤال، تندی یا انرژی جنبشی را بدهند، برای محاسبه کار کل بهتر است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنیم:

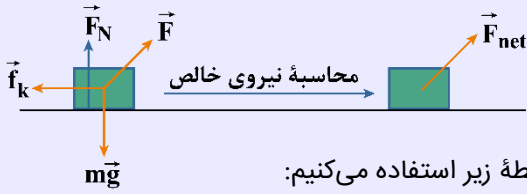
$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

۲- کار تک‌تک نیروها را جداگانه به دست می‌آوریم و در نهایت همه آن‌ها را جمع جبری می‌کنیم:



$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_F + \dots$$

۳- ابتدا برابند نیروهای وارد بر جسم را به دست آورده و در نهایت کار نیروی برابند (نیروی خالص) را محاسبه می‌کنیم:



$$W_t = W_{F_{net}} \Rightarrow W_t = F_{net} d \cos \theta$$

✓ اگر شتاب حرکت جسم را داشته باشیم برای محاسبه کار انجام شده بر روی جسم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$W_t = F_{net} d \cos \theta \xrightarrow{F_{net} = ma} W_t = m a d \cos \theta$$

فقط در حرکت تندشونده روی خط راست که شتاب، هم‌جهت جابه‌جایی است ( $\theta = 0^\circ$ )، نیازی به محاسبه  $\cos \theta$  نیست زیرا:

$$W_t = m a d \cos \theta \xrightarrow{\substack{\theta = 0^\circ \\ \cos \theta = 1}} W_t = m a d$$

نکته

در اکثر سؤالات نیاز است تا کار کل را از دو روش بالا به دست آورده و مساوی هم قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.



۳۲- کودکی، سنگی را از بالای یک ساختمان پرتاب می‌کند. در کدام گزینه، کار نیروی وزن سنگ و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن

الزاماً قرینه یکدیگرند؟

(۲) فقط در پرتاب در راستای قائم رو به پایین

(۱) فقط در پرتاب در راستای قائم رو به بالا

(۴) در هر حالتی قرینه یکدیگرند.

(۳) فقط در پرتاب در راستای قائم

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

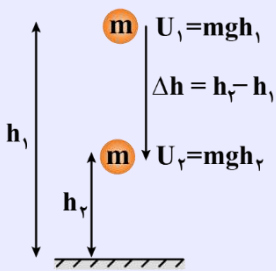
طبق درس‌نامه زیر، گزینه (۴) صحیح است.

نکته

کار نیروی وزن، مستقل از مسیر حرکت است و فقط به جابه‌جایی قائم جسم بستگی دارد.

نکته

کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم، همواره قرینه یکدیگرند و این رابطه برای هر مسیر دلخواهی برقرار است.



تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

با تغییر ارتفاع، انرژی پتانسیل گرانشی جسم تغییر می‌کند:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) \Rightarrow \Delta U = mg\Delta h$$

کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی:

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_g = mg\Delta h \text{ : تغییر انرژی پتانسیل گرانشی} \\ W_{mg} = -mg\Delta h \text{ : کار نیروی وزن} \end{array} \right\} \Rightarrow W_{mg} = -\Delta U_g$$

نکته ۱

۱- هنگامی که جسمی رو به پایین حرکت می‌کند h کاهش می‌یابد ( $\Delta h$  منفی)، نیروی وزن جسم کار مثبت انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی کاهش می‌یابد.

۲- هنگامی که جسمی رو به بالا حرکت می‌کند h افزایش می‌یابد ( $\Delta h$  مثبت)، نیروی وزن جسم کار منفی انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی افزایش می‌یابد.

۳- اگر ارتفاع جسم تغییر نکند، کار نیروی وزن صفر می‌شود و انرژی پتانسیل گرانشی ثابت می‌ماند.

حالت (۱)	حالت (۲)	حالت (۳)	حالت (۳)
$W_{mg} > 0$ $\Delta U < 0$	$W_{mg} < 0$ $\Delta U > 0$	$W_{mg} = 0$ $\Delta U = 0$	$W_{mg} = 0$ $\Delta U = 0$

نکته ۲

اگر مبدأ پتانسیل را تغییر دهیم انرژی پتانسیل تغییر می‌کند ولی کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل ثابت می‌ماند. پس انرژی پتانسیل به مبدأ بستگی دارد ولی کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل به مبدأ وابسته نیست.

نکته ۳

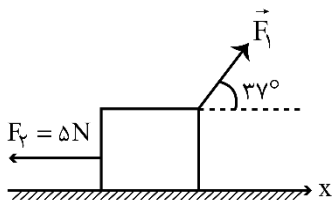
در تست‌ها اگر مبدأ پتانسیل را مشخص کردند همان نقطه را مبدأ گرفته و سؤال را حل کنید؛ ولی اگر مبدأ پتانسیل مشخص نشد هر نقطه‌ای را که تمایل داشتید مبدأ بگیرید ولی ترجیحاً بهتر است پایین‌ترین نقطه‌ای که جسم در آن قرار می‌گیرد را مبدأ پتانسیل بگیرید.

نکته ۴

در محاسبه انرژی پتانسیل گرانشی، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی و کار نیروی وزن ارتفاع قائم مهم است یعنی مسافت طی شده و مسیر حرکت اهمیتی ندارد.



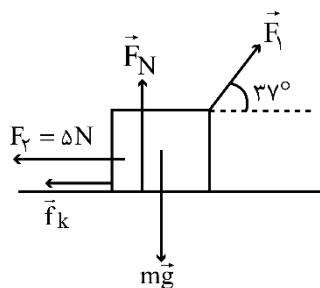
۳۲- مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم  $m$  که روی سطح افقی ساکن است، نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. اگر پس از ۵ متر جابه‌جایی روی سطح افقی در جهت محور  $x$ ، کار کل انجام شده روی جسم ۲۰ J باشد، اندازه نیروی  $\vec{F}_1$  چند نیوتون است؟  
 (  $\cos 37^\circ = 0.8$  و بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم ۱۵ N است.)



- ۴۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۱۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



$$W_t = 20 \text{ J}$$

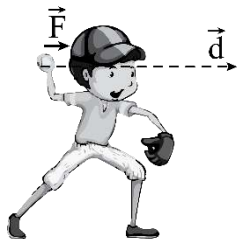
$$\rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = 20$$

$$\rightarrow (F_1 \times 5 \times \underbrace{\cos 37^\circ}_{0.8}) - \underbrace{F_2 \times 5}_{5} - 15 \times 5 = 20$$

$$\rightarrow 4F_1 = 120 \rightarrow F_1 = 30 \text{ N}$$



۳۴- ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم  $200\text{g}$  را با حداکثر تندی  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  پرتاب کند. به همین دلیل، ورزشکار نیرویی به بزرگی  $F=60\text{N}$  را تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه‌جایی  $d=2\text{m}$ ، مطابق شکل بر آن وارد می‌کند. کار نیروی مقاومت هوا



در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- (۱) ۳۰  
(۲) -۳۰  
(۳) -۱۵  
(۴) ۱۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

هرچند تا نیرو هم که داشته باشیم به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی قطعاً می‌تونیم از پس کارشون بر بیایم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_D} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow Fd + W_{f_D} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 60 \times 2 + W_{f_D} = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} (30^2 - 0^2) \Rightarrow 120 + W_{f_D} = 90 \Rightarrow W_{f_D} = -30\text{J}$$

راهنمای مسیرت

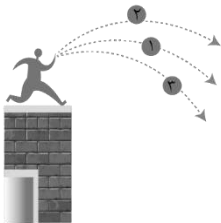
در تمام مسائلی که اصطکاک یا مقاومت هوا وجود ندارد، می‌شه اون سؤال رو باز طراحی کرد و از نیروهای مقاوم هم استفاده کرد. به همین دلیل توی این سؤال که اتفاقاً از تمرینات کتاب درسی هست، سعی کردیم این کار رو انجام بدیم و شما رو با جنبه‌های دیگر طرح سؤال از تمرینات کتاب درسی آشنا کنیم.



۳۵- مطابق شکل زیر، شخصی سه توپ مشابه (۱)، (۲) و (۳) را به ترتیب با تندی‌های ۷، ۲۷ و ۴۷ از بالای ساختمانی در جهت‌های نشان

داده شده پرتاب می‌کند. اگر توپ‌های (۱) و (۲) به ترتیب با تندی‌های  $10\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  و  $20\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به زمین برسند، تندی توپ (۳)

هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و  $g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱)  $20\sqrt{5}$   
(۲)  $20\sqrt{3}$   
(۳) ۴۰

(۴) ارتفاع ساختمان باید معلوم باشد.

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

انرژی مکانیکی

۱- در سؤالاتی که نیروهای غیرپایستار مثل اصطکاک وجود ندارند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند و می‌توانیم در حل سؤال از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده کنیم.

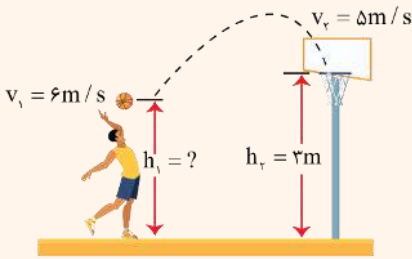
$$E \rightarrow E_1 = E_2$$

$$\rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

۲- در رابطه فوق  $K$  انرژی جنبشی است و  $U$  انرژی پتانسیل می‌باشد. دقت کنید که در سؤالات این بخش انرژی پتانسیل می‌تواند به فرم پتانسیل گرانشی و یا پتانسیل کشسانی باشد و نیاز است در حل سؤالات هر دو نوع انرژی پتانسیل را در نظر بگیرید.

یه نمونه باحال

در شکل زیر ورزشکار، توپ را با تندی اولیه  $\frac{m}{s}$  ۶ پرتاب می‌کند و اندازه سرعت توپ هنگام ورود به سبد  $\frac{m}{s}$  ۵ است. فاصله نقطه پرتاب توپ تا سطح زمین ( $h_1$ ) چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است).



پاسخ:

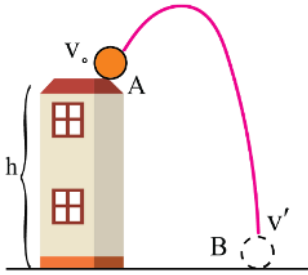
کافی است بین نقطه پرتاب و سبد رابطه پایستگی انرژی را بنویسیم.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\xrightarrow{\text{ساده کردن } m} 10 \cdot h_1 + \frac{1}{2} \times 6^2 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5^2 \rightarrow h_1 = 2.45 \text{ m}$$

دقت کنید که چون فقط یک شکل از فنر در کتاب درسی باقی مانده است، احتمال طرح سؤال از آن بسیار کم است.

با توجه به پایستگی انرژی، برای هر سه توپ می‌توان نوشت:



$$\begin{aligned} E_A &= E_B \\ \Rightarrow U_A + K_A &= U_B + K_B \\ \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 &= \frac{1}{2}mv'^2 \\ \Rightarrow v' &= \sqrt{2gh + v_0^2} \quad \text{رابطه (۱)} \end{aligned}$$

بنابراین تندی نهایی گلوله‌ها به ارتفاع و تندی اولیه بستگی دارد. حال کافی است در رابطه (۱)، مقادیر  $v_0 = v$  و  $v_0 = 2v$  را برای توپ‌های (۱) و (۲) قرار دهیم.

$$\begin{cases} \text{توپ (۱): } 10\sqrt{5} = \sqrt{2gh + v^2} \Rightarrow 500 = 2 \times 10 \times h + v^2 \\ \text{توپ (۲): } 20\sqrt{2} = \sqrt{2gh + (2v)^2} \Rightarrow 800 = 2 \times 10 \times h + 4v^2 \end{cases}$$

با کم کردن دو طرف دو رابطه بالا از هم داریم:

$$800 - 500 = 4v^2 - v^2 \Rightarrow 300 = 3v^2 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

با جای‌گذاری  $v = 10 \frac{m}{s}$  در رابطه  $500 = 20h + v^2$ ، مقدار  $h$  هم به دست می‌آید.

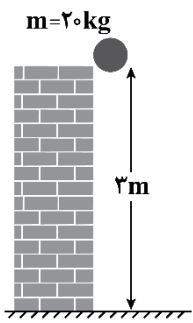
$$500 = 20h + v^2 \xrightarrow{v=10 \frac{m}{s}} h = 20 \text{ m}$$

در نهایت گلوله (۳) با تندی  $47 = 40 \frac{m}{s}$  پرتاب می‌شود و تندی آن هنگام رسیدن به زمین برابر است با:

$$\text{توپ (۳): } v_3 = \sqrt{2gh + (4v)^2} = \sqrt{2 \times 10 \times 20 + 40^2} = 20\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

این سؤال براساس یکی از تمرین‌های انتهای فصل سوم کتاب درسی فیزیک دهم طرح شده است.

۳۶- جسمی به جرم  $20\text{ kg}$  از ارتفاع  $3$  متری سطح زمین، مطابق شکل رها می‌شود. کار نیروی وزن جسم در این جابه‌جایی چند ژول



است؟  $(g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- (۱) ۶۰۰
- (۲) -۶۰۰
- (۳) -۵۸۸
- (۴) ۵۸۸

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:  
گام اول:

اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta U = mg\Delta h = mg(h_f - h_i) = 20 \times 9.8(0 - 3) = -588\text{ J}$$

گام آخر:

می‌دانیم کار نیروی وزن، قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است؛ بنابراین داریم:

$$W_{mg} = -\Delta U = -(-588) = 588\text{ J}$$

روش دوم:

با استفاده از رابطه  $W_F = Fd \cos \theta$  داریم:

$$W_{mg} = mgd \cos \theta = 20 \times 9.8 \times 3 \times \cos 0^\circ = 588\text{ J}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر  $g$  رو  $10$  بگیریم در دام گزینه (۱) می‌افتی و اگر به علامت کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم به سمت پایین حواست نباشه در دام گزینه (۲) یا (۳) می‌افتی. پس گول سادگی سؤال رو نخور.

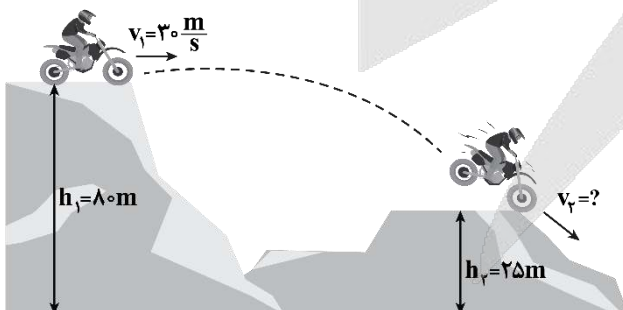
راهنمای مسیرت

این‌که در بیش از  $90\%$  درصد سؤالات فیزیک،  $g$  رو  $10$  می‌گیرن دلیل نمی‌شه شما این رو پایه کارت کنی و حتماً در داده‌های صورت سؤال دقت کافی داشته باشین.



۳۷- موتورسواری مطابق شکل با تندی  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از تپه اول می‌پرد. اگر کار نیروهای اتلافی ناچیز باشد، تندی موتورسوار در لحظه

رسیدن به تپه دوم چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



- (۱)  $20\sqrt{2}$
- (۲)  $10\sqrt{2}$
- (۳)  $20\sqrt{5}$
- (۴)  $10\sqrt{5}$

چون کار نیروهای اتلافی ناچیز است، پس انرژی مکانیکی موتورسوار پایسته بوده و داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (30)^2 + 10 \times 80 = \frac{1}{2} v_2^2 + 10 \times 25 \Rightarrow 900 + 1600 = v_2^2 + 500 \Rightarrow v_2^2 = 2000$$

$$\Rightarrow v_2 = 20\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

راهنمای مسیرت

ایده این سؤال همیشه مورد علاقه ما طراحان هست. پس یک بار با دقت ویژه این سؤال رو یاد بگیر تا برای همیشه از این سؤال و سؤالای مشابهش خیالت تخت بشه.

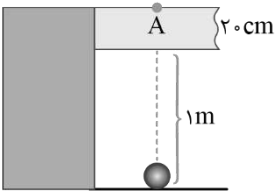
جرعه ذهنی

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g(h_2 - h_1)$$

$$v_2^2 - 900 = -20(-55) \Rightarrow v_2^2 = 2000 \Rightarrow v_2 = 20\sqrt{5} \frac{m}{s}$$



۳۸ - گلوله‌ای به جرم ۲۰g با تندی  $100 \frac{m}{s}$  به سمت بالا شلیک شده و بعد از برخورد به مانع با تندی  $10 \frac{m}{s}$  از نقطه A خارج می‌شود. اگر از اثر مقاومت هوا صرف نظر شود، چند ژول از انرژی اولیه به انرژی درونی مجموعه گلوله و مانع تبدیل شده است؟ (سطح زمین مبدأ گرانش فرض شود،  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )



- ۸۷/۶ (۲)
- ۹۹ (۴)

- ۹۶/۶ (۱)
- ۹۸/۷۶ (۳)

انرژی درونی

به مجموع انرژی‌های ذره‌های سازنده یک جسم انرژی درونی می‌گویند. افزایش انرژی درونی معمولاً به صورت گرم شدن ظاهر می‌شود. هر چه تعداد ذرات سازنده یک جسم بیشتر باشد و انرژی هر ذره آن زیادتر باشد، انرژی درونی بیشتر است.

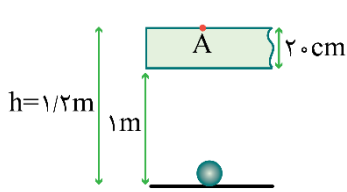
قانون پایستگی انرژی

هرگاه سامانه‌ای با محیط اطرافش تبادل انرژی نداشته باشد (سامانه منزوی) مجموع کل انرژی‌های آن پایسته می‌ماند. یعنی انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد و تنها می‌توان آن را از شکلی به شکل دیگر تبدیل کرد. مثلاً در شکل زیر هنگامی که توپ را پرتاب می‌کنیم بعد از طی مسافتی متوقف می‌شود.



در این حالت انرژی جنبشی جسم به انرژی دیگری به نام انرژی درونی تبدیل شده است که قبلاً به آن پرداختیم. بعد از تبدیل انرژی‌ها به انرژی درونی چون اغلب فایده‌ای برای ما ندارد به آن انرژی تلف شده می‌گویند. اگر علاوه بر نیروهای پایستار (فتر، وزن، الکتریکی) نیروهای اتلافی کار انجام دهند:

$$E_2 - E_1 = W < 0 \text{ نیروهای اتلافی}$$



$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 = 0.2 \times 10 \times 1/2 + \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2 = 0.24 + 1 = 1.24 \text{ J}$$

$$E_1 = K_1 = \frac{1}{2} \times \frac{20}{1000} \times 1000^2 = 100 \text{ J}$$

$E_2 - E_1 = 1.24 - 100 = -98.76 \text{ J} \rightarrow$  کار نیروهای اتلافی که به انرژی درونی تبدیل شده است.



۳۹- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی  $16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از ارتفاع ۱/۵ متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع

۶ متری از سطح زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۴) -۷/۸

(۳) -۴/۵

(۲) -۳/۳

(۱) -۱/۸

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

### انرژی درونی و مکانیکی

همان‌طور که می‌دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشتند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درس‌نامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار منفی است،  $E_2$  کوچک‌تر از  $E_1$  می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر  $E_1 - E_2$  خواهد بود.

### روش اول:

طبق قانون پایستگی انرژی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = (mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (0.1 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 100) - (0.1 \times 10 \times 1/5 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 16^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (6 + 5) - (1/5 + 12.8) = -3.3 \text{ J}$$

### روش دوم:

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

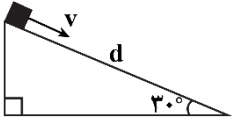
$$W_t = \Delta K \rightarrow \frac{W_t = W_{mg} + W_f}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} \rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{mg} = -mg\Delta h = -0.1 \times 10 \times (6 - 1/5) = -4.8 \text{ J}}{m = 0.1 \text{ kg}, v_1 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow -4.8 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (100 - 256) = -7.8$$

$$\Rightarrow W_f = -3.3 \text{ J}$$



۴۰- مطابق شکل، بر روی یک سطح شیب‌دار به طول  $d$ ، بسته‌ای به جرم  $۲\text{ kg}$  را مماس بر سطح با تندی  $v$  به سمت پایین پرتاب می‌کنیم و بسته در پایین سطح شیب‌دار متوقف می‌شود. چنانچه، بسته را مماس بر سطح و با همان تندی  $v$  از پایین سطح شیب‌دار به سمت بالا پرتاب کنیم، چه مسافتی را بر روی سطح طی می‌کند؟ (نیروی اصطکاک جنبشی بین بسته و سطح، ثابت و برابر با  $۲۰\text{ N}$  است و  $g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ).



$$\frac{1}{2}d \quad (۲)$$

$$d \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3}d \quad (۱)$$

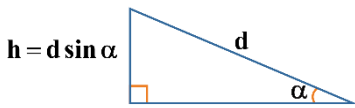
$$\frac{2}{3}d \quad (۳)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$f_k = mg = ۲۰\text{ N}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K = K_2 - K_1$$

هنگام پایین آمدن:

$$mg \times d \sin \alpha - f_k d = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

$$۲ \times ۱۰ \times d \times \frac{1}{2} - ۲۰ \times d = -\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = ۱۰d \quad (۱)$$

هنگام بالا رفتن:

$$-mg \times d' \sin \alpha - f_k d' = 0 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

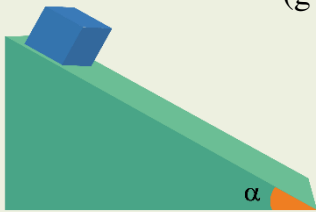
$$-۲ \times ۱۰ \times d' \times \frac{1}{2} - ۲۰ \times d' = -\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = ۳۰d' \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} ۳۰d' = ۱۰d \Rightarrow d' = \frac{1}{3}d$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۳

۷۳- مطابق شکل جسمی به جرم  $۱۰۰\text{ g}$  از بالای سطح شیب‌داری با تندی  $۴ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  از ارتفاع  $۱۰$  متری مماس بر سطح شیب‌دار پرتاب می‌شود

و با تندی  $۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. کار نیروهای مقاوم روی جسم چند ژول است؟ ( $g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )



$$-۲/۱ \quad (۱)$$

$$-۲/۴ \quad (۲)$$

$$-۴/۲ \quad (۳)$$

$$-۵/۸ \quad (۴)$$

پاسخ تشریحی:

بر جسم سه نیروی  $m\vec{g}$  و  $\vec{F}_N$  و  $\vec{f}$  وارد می‌شوند:

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -۰/۱ \times ۱۰ \times (-۱۰) = +۱۰\text{ J}$$

چون  $\vec{F}_N$  عمود بر جابه‌جایی است، پس کار آن صفر است.

$$W_{FN} = 0$$

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{mg} + W_{FN} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

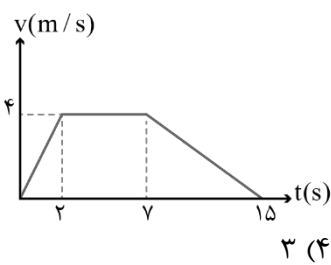
$$\rightarrow +10 + 0 + W_f = \frac{1}{2} \times 0 / 1 \times (10^2 - 4^2)$$

$$\rightarrow W_f = 4/2 - 10 \rightarrow W_f = -5/8 J$$

پاسخ: گزینه ۴



۴۱- جسمی به جرم  $20 \text{ kg}$  کف آسانسوری قرار دارد. آسانسور به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان حرکت



آن مطابق شکل است. چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

الف) کار نیروی وزن روی جسم در کل حرکت برابر  $-8 \text{ kJ}$  است.

ب) کار نیرویی که کف آسانسور بر جسم وارد می‌کند، در کل حرکت برابر  $8 \text{ kJ}$  است.

ج) کار کل انجام شده روی جسم در ۲ ثانیه سوم حرکت صفر است.

۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی آسانسور به سمت بالا را بدست می‌آوریم.

$$d = \frac{5 + 15}{2} \times 4 = 40 \text{ m}$$

کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgd = -20 \times 10 \times 40 = -8000 \text{ J} = -8 \text{ kJ}$$

با توجه به آن که تندی اولیه و نهایی جسم برابر است، طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم صفر است و در نتیجه کار نیروی کف آسانسور قرینه کار وزن است.

$$W_N = -W_{\text{وزن}} = -(-8 \text{ kJ}) = +8 \text{ kJ}$$

همچنین دقت کنید که در ۲ ثانیه سوم، تندی جسم ثابت است و در نتیجه کار کل انجام شده روی آن صفر است. مطابق توضیحات فوق، هر سه عبارت صحیح هستند.

اگر؟

اگر کار نیروی کف آسانسور بر جسم را در ۲ ثانیه اول حرکت می‌خواستیم پاسخ چه بود؟  
پاسخ: جابه‌جایی آسانسور در ۲ ثانیه اول برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است.

$$d = \frac{2 \times 4}{2} = 4 \text{ m}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_{\text{وزن}} + W_N = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow -mgd + W_N = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow (-20 \times 10 \times 4) + W_N = 10(4^2 - 0)$$

$$\rightarrow W_N = 960 \text{ N}$$





۴۲- جسمی به جرم  $2\text{kg}$  را از بالنی که در ارتفاع  $10$  متری سطح زمین با تندی  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به سمت بالا در حرکت است، رها می‌کنیم. اگر تا لحظه رسیدن جسم به سطح زمین،  $75$  درصد از انرژی جنبشی اولیه به انرژی درونی تبدیل شود، تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۱۸ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی مکانیکی اولیه جسم برابر است با:

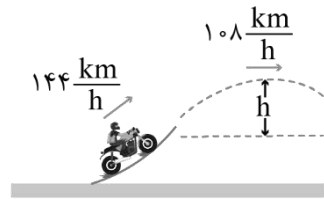
$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100\text{J} \\ U_1 = mgh = 2 \times 10 \times 10 = 200\text{J} \end{cases} \rightarrow E_1 = U_1 + K_1 = 300\text{J}$$

$75$  درصد انرژی جنبشی اولیه، یعنی  $75\text{J}$  از انرژی مکانیکی جسم به انرژی درونی تبدیل می‌شود، بنابراین انرژی مکانیکی نهایی جسم برابر  $E_2 = E_1 - 75 = 225\text{J}$  خواهد بود و در نتیجه تندی جسم هنگام رسیدن به زمین برابر می‌شود با:

$$K_2 = 225\text{J} \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} 225 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 \rightarrow v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۳- در شکل مقابل، موتورسواری با تندی  $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  از انتهای سکویی می‌پرد و تندی حرکت آن در بالاترین نقطه مسیرش به  $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  می‌رسد. ارتفاع  $h$  چند متر است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و مقاومت هوا ناچیز است.)



۳۵ (۱)

۳۰ (۲)

۴۰ (۳)

۲۵ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بین محل پرش و بالاترین نقطه مسیر از پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times (40)^2 = (10 \times h) + \frac{1}{2} \times 30^2$$

$$\rightarrow 800 = 10h + 450 \rightarrow h = 35\text{m}$$

دقت کنید که در روابط فوق، تندی‌ها باید بر حسب  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  جایگذاری شوند.

$$v_1 = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۴- توپ فوتبالی به جرم  $450\text{g}$  از نقطه پناستی با تندی  $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به طرف دروازه شوت می‌شود و با تندی  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به تیرک افقی که ارتفاع آن  $2/44\text{m}$  است، برخورد می‌کند. اندازه کار نیروی مقاومت هوا در این مسیر چند ژول بوده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۲/۸۸ (۴)

۱۹/۰۸ (۳)

۲۹/۵۲ (۲)

۵۱/۴۸ (۱)

روش اول:

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{mg} + W_{fD} = \Delta K \Rightarrow -mg\Delta h + W_{fD} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -0.45 \times 10 \times 2/44 + W_{fD} = \frac{1}{2}(0.45)(12^2 - 18^2)$$

$$\Rightarrow -10/98 + W_{fD} = -40/5 \Rightarrow W_{fD} = -29/52J$$

روش دوم:

کار نیروی اتلافی برابر تغییرات انرژی مکانیکی است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

۱) لحظه شوت زدن توپ

۲) لحظه برخورد توپ به تیرک

$$E_2 - E_1 = W_f \quad \begin{matrix} E_1 = K_1 + U_1 \\ E_2 = K_2 + U_2 \end{matrix} \rightarrow K_2 + U_2 - K_1 = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_f \quad \begin{matrix} m=0.45 \text{ kg}, v_1=18 \frac{m}{s} \\ v_2=12 \frac{m}{s}, h=2/44 \text{ m} \end{matrix}$$

$$W_f = (\frac{1}{2} \times 0.45 \times 144) + (0.45 \times 10 \times 2/44) - (\frac{1}{2} \times 0.45 \times 324) = -29/52J$$

انرژی درونی

«انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی ذره‌های تشکیل دهنده آن است.»

عوامل مؤثر بر انرژی درونی یک جسم:

- ۱- تعداد ذرات جسم: هرچه تعداد ذرات یک جسم بیشتر باشد، انرژی درونی جسم بیشتر است.
- ۲- انرژی هر ذره: هرچه ذرات جسم انرژی بیشتری داشته باشند، انرژی درونی جسم بیشتر است.

قضیه کار و انرژی درونی

اگر در طول مسیر، نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا به جسم وارد شوند و روی جسم، کار منفی انجام دهند، بخشی از انرژی مکانیکی جسم را به انرژی درونی جسم، سطح مسیر و هوا تبدیل می کنند.

کاهش انرژی مکانیکی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن (سطح مسیر و هوا) درمی آید.

تغییر انرژی مکانیکی جسم = کار انجام شده توسط نیروهای اتلافی

$$W_f = E_2 - E_1$$

$W_f$ : تلفات انرژی (تغییر انرژی درونی سامانه) می باشد که در تست ها با حالت های زیر مواجه خواهید شد:

۱- اگر در سؤال، بحث نیروی اصطکاک و مقاومت هوا شد، به جای تلفات انرژی باید کار نیروی اصطکاک و مقاومت هوا را قرار دهید.

$$W_{f_k} = -f_k \times L, \quad W_{f_{air}} = -f_{air} \times L$$

۲- علامت تلفات انرژی باید حتماً منفی باشد. مثلاً اگر در سؤال گفته شد تلفات انرژی ۷ ژول است باید در رابطه  $-7J$  را قرار دهید.

۳- ممکن است تلفات انرژی را بر حسب درصد بدهند. مثلاً اگر گفته شود تلفات انرژی ۳۰ درصد انرژی جنبشی اولیه است، شما در رابطه

$$\text{به جای تلفات } K_1 - \frac{30}{100} \text{ را قرار دهید.}$$

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این که علامت کار منفی است،  $E_2$  کوچکتر از  $E_1$  می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد، صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر  $E_1 - E_2$  خواهد بود.

یه نمونه باحال



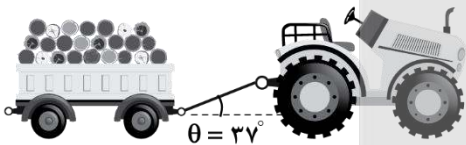
در شکل مقابل، توپ در حال حرکتی که انرژی جنبشی دارد را با دست متوقف می‌کنیم. انرژی جنبشی توپ در اثر برخورد با مولکول‌های هوا و دست باعث گرم شدن مولکول‌های هوا و دست می‌شود. در واقع گفته می‌شود انرژی درونی مولکول‌های هوا و دست افزایش می‌یابد، پس انرژی جنبشی توپ از بین نرفته و تبدیل به انرژی درونی شده است.



۴۵- در شکل زیر، جرم کل سورت‌مه و بار آن ۱۹۲۰ کیلوگرم است و تراکتور تحت زاویه  $\theta = 37^\circ$ ، نیروی ثابت  $8000\text{N}$  را بر آن وارد می‌کند. در نتیجه، سورت‌مه از حال سکون در مسیر مستقیم و افقی شروع به حرکت می‌کند. پس از جابه‌جایی  $d$ ، ناگهان زنجیر پاره می‌شود و سورت‌مه به اندازه  $d' = \frac{4}{3}d$  جابه‌جا می‌شود و می‌ایستد. اگر نیروی اصطکاک بین سورت‌مه و زمین پس از پاره شدن طناب، ۲۵ درصد کاهش یابد، نیروی اصطکاک جنبشی بین سورت‌مه و زمین قبل از پاره شدن طناب چند نیوتون بوده است؟

$$(\cos 37^\circ = 0.8)$$

- ۱) ۲۴۰۰
- ۲) ۳۲۰۰
- ۳) ۴۰۰۰
- ۴) ۶۴۰۰



(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی جنبشی سورت‌مه در لحظه پاره شدن زنجیر را برابر  $K$  در نظر می‌گیریم. طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} + W_F + W_{f_k} = K - 0$$

$F$  نیروی کشش زنجیر و  $F_N$  نیروی عمودی سطح و  $f_k$  نیروی اصطکاک جنبشی است.

$mg$  و  $F_N$  بر جابه‌جایی عمود هستند؛ بنابراین کار آن‌ها صفر است.

$$K = Fd \cos \theta + f_k d \cos 180^\circ = 8000 \times d \times 0.8 + f_k \times d \times (-1) = 6400 \cdot d - f_k d \quad (1)$$

بعد از پاره شدن زنجیر و حذف نیروی تراکتور، نیروی عمودی سطح و در نتیجه نیروی اصطکاک تغییر می‌کند.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} + W_{f'_k} = 0 - K \Rightarrow -f'_k d' = -K$$

$$\frac{f'_k = \frac{3}{4}f_k}{d' = \frac{4}{3}d} \rightarrow K = \frac{3}{4}f_k \times \frac{4}{3}d = f_k d \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} f_k d = 6400 \cdot d - f_k d$$

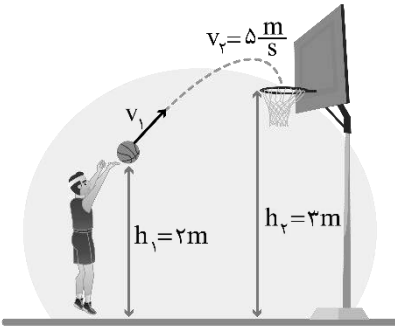
$$\Rightarrow 2f_k = 6400 \Rightarrow f_k = 3200 \text{ N}$$





۴۶- مطابق شکل زیر، ورزشکاری توپ را با تندی اولیه  $v_1$  به سمت سبد پرتاب می‌کند. در طول مسیر،  $\frac{1}{8}$  انرژی جنبشی اولیه توپ صرف افزایش انرژی درونی محیط و  $\frac{1}{4}$  آن صرف افزایش انرژی درونی توپ می‌شود. اگر توپ با تندی  $\frac{5m}{s}$  به سبد برسد،  $v_1$  چند

متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )



- (۱) ۶
- (۲)  $6\sqrt{2}$
- (۳) ۸
- (۴)  $8\sqrt{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$E_2 - E_1 = W_f \rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = \underbrace{\left(-\frac{1}{4}K_1\right)}_{\text{توپ}} + \underbrace{\left(-\frac{1}{8}K_1\right)}_{\text{محیط}}$$

$$\rightarrow (mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2) = -\frac{3}{8} \times \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\rightarrow (10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5^2) - (10 \times 2 + \frac{1}{2}v_1^2) = -\frac{3}{16}v_1^2$$

$$\rightarrow 22/5 = \frac{5}{16}v_1^2 \rightarrow v_1^2 = 72 \rightarrow v_1 = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \frac{m}{s}$$



۴۷- شخصی در شرایط خلأ، جسمی به جرم ۲۰۰ گرم را از سطح زمین برمی‌دارد و تا ارتفاع ۳ متری بالا می‌برد و سپس جسم را با تندی ۷ پرتاب می‌کند. اگر در این حرکت، شخص ۱۶ J+ کار روی جسم انجام داده باشد، تندی ۷ چند متر بر ثانیه است؟

( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۱۰ (۴)

۲/۵ (۳)

۲۰ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

روی جسم دو نیرو کار انجام می‌دهند، یکی نیروی وزن است و یکی نیرویی که شخص به جسم وارد می‌کند. چون جسم به سمت بالا حرکت کرده است، کار نیروی وزن منفی است، پس طبق قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_T = \Delta K \rightarrow W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{\text{شخص}} - mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\rightarrow 16 - 0/2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 0/2 \times (v^2 - 0) \rightarrow v^2 = 100 \rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$



۴۸- در شکل زیر، توان مفید متوسط شخصی به جرم ۹۰ kg در بالا رفتن از پله‌ها برابر ۱۲۰ W است. اگر ارتفاع هر پله ۲۵ cm باشد،

این شخص در هر دقیقه چند پله را بالا می‌رود؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۳۲
- (۴) ۶۴



توان شخص برابر کار انجام شده توسط شخص در واحد زمان می باشد، پس:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mg\Delta h}{t} \Rightarrow 120 = \frac{90 \times 10 \times \Delta h}{60} \Rightarrow \Delta h = 8 \text{ m}$$

با توجه به ارتفاع هر یک از پله ها که ۰/۲۵m است تعداد پله ها را به دست می آوریم:

$$\text{تعداد پله ها} = \frac{8}{0.25} = 32$$

توان (P)

توان (P): آهنگ انجام کار را توان می گویند که از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان، یک کمیت نرده ای است که یکای آن در SI، وات (W) است که معادل با ژول بر ثانیه ( $\frac{J}{s}$ ) می باشد.

توان موتور وسایل نقلیه را برحسب اسب بخار (hp) بیان می کنند.

$$1 \text{ hp} \approx 746 \text{ W}$$

نکته

۱- توان در واقع بیانگر آهنگ انجام کار است؛ بنابراین هرچه توان، بیشتر باشد، یعنی مقدار کار معینی در مدت زمان کمتری صورت می گیرد یا در مدت زمان معین، کار بیشتری انجام می شود.

۲- توان مصرفی یک وسیله برابر آهنگ مصرف انرژی توسط آن وسیله است و داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{\Delta t}$$

یه نمونه باحال

شخصی به جرم ۷۲kg در مدت زمان ۹۰s از تعداد ۵۰ پله با تندی ثابت بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟

(ارتفاع هر پله را ۳۰cm فرض کنید و  $g = 10 \frac{N}{kg}$ ).

پاسخ تشریحی:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow P_{av} = \frac{72 \times 10 \times (50 \times 0.3)}{90}$$

$$\Rightarrow P_{av} = 8 \times 15 \Rightarrow P_{av} = 120 \text{ W}$$



۴۹- جرم اتاقک آسانسوری ۶۶۰kg است و باری به جرم ۵۴۰kg درون آن قرار دارد. اگر آسانسور با تندی ثابت  $\frac{m}{s} 0.8$  به اندازه ۶۰

متر بالا برود، توان متوسط موتور آسانسور چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

۶/۶ (۴)

۸/۴ (۳)

۸ (۲)

۹/۶ (۱)

نکته

اگر یک آسانسور با تندی ثابت  $v$  حرکت کند، توان متوسط آن برابر است با:

$$P = Fv$$

در این رابطه،  $F$  نیروی موتور آسانسور است.

چون آسانسور با تندی ثابت بالا می‌رود، نیروی موتور آن دقیقاً هم‌اندازهٔ مجموع وزن اتاقک و بار درون آن است.

$$F = (m_{\text{اتاقک}} + m_{\text{بار}})g = (660 + 540) \times 10 = 12000 \text{ N}$$

بنابراین توان موتور آسانسور برابر است با:

$$P = Fv \rightarrow P = 12000 \times 0.8 = 9600 \text{ W} = 9.6 \text{ kW}$$



۵۰- پمپ آبی در مدت ۲ ساعت، ۱۲۶ تن آب را از سطح زمین تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌برد. اگر بازده این پمپ ۶۰ درصد باشد، توان این

پمپ چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۱۴ (۴)

۷ (۳)

۳/۵ (۲)

۱/۷۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} = \frac{126 \times 10^3 \times 10 \times 12}{2 \times 60 \times 60} = 2100 \text{ W}$$

حال برای محاسبهٔ توان ورودی پمپ می‌توان نوشت:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{2100}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 3500 \text{ W} = 3.5 \text{ kW}$$

توان (P)

توان (P): آهنگ انجام کار را توان می‌گویند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان، یک کمیت نرده‌ای است که یکای آن در SI، وات (W) است که معادل با ژول بر ثانیه ( $\frac{\text{J}}{\text{s}}$ ) می‌باشد. توان موتور وسایل نقلیه را برحسب اسب بخار (hp) بیان می‌کنند.

$$1 \text{ hp} \approx 746 \text{ W}$$

نکته ۱

۱- توان در واقع بیانگر آهنگ انجام کار است؛ بنابراین هرچه توان، بیشتر باشد، یعنی مقدار کار معینی در مدت زمان کمتری صورت می‌گیرد یا در مدت زمان معین، کار بیشتری انجام می‌شود.

۲- توان مصرفی یک وسیله برابر آهنگ مصرف انرژی توسط آن وسیله است و داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{\Delta t}$$

یه نمونهٔ باحال

شخصی به جرم ۷۲kg در مدت زمان ۹۰s از تعداد ۵۰ پله با تندی ثابت بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟

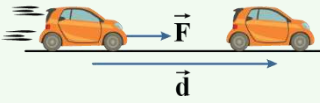
(ارتفاع هر پله را ۳۰cm فرض کنید و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ .)

پاسخ تشریحی:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow P_{\text{av}} = \frac{72 \times 10 \times (50 \times 0.3)}{90}$$

$$\Rightarrow P_{\text{av}} = 120 \text{ W}$$

اگر بر جسمی نیروی ثابت  $\vec{F}$  وارد شود و جسم با سرعت ثابت حرکت کند، برای محاسبه توان نیروی  $\vec{F}$  می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:



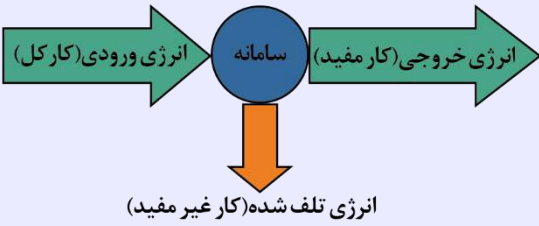
$$P_{av} = Fv \cos \theta$$

✓ برای محاسبه توان نیروی خودرویی که با تندی ثابت در حال حرکت است، می‌توان از این رابطه استفاده کرد.

### راندمان (بازده)

$$Ra = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100$$

✓ بازده، یکا ندارد و درصد آن همواره کوچکتر مساوی ۱۰۰ است.



ماشین آرمانی:  $Ra = 100\%$

$$P_{کل} = P_{مفید} + P_{غیرمفید}$$

### انواع توان

۱- **توان کل (توان ورودی):** توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد.

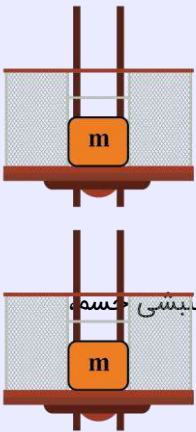
✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است.

✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.

۲- **توان غیرمفید (توان تلف شده در داخل دستگاه):** این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.

۳- **توان مفید (خروجی):** این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود. این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{مفید} = \frac{W_{مفید}}{\Delta t}$$



### نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ:

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود، بنابراین:

$$P_{مفید} = \frac{W_{مفید}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{و} \quad \Delta E = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$P_{مفید} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \text{توان مفید پمپ (بالابر)}$$



۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) گاز اکسیژن راحت‌تر از گاز نیتروژن، با هیدروژن واکنش می‌دهد.
- ۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن دار است که مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.
- ۳) طی واکنش عناصر سازنده آب با یکدیگر، در حضور کاتالیزگر، نور و گرمای زیادی تولید می‌شود.
- ۴) فراوان‌ترین گاز هواکره به جو بی‌اثر شهرت یافته و دارای نقطه جوشی در حدود  $196\text{ K}$  است.

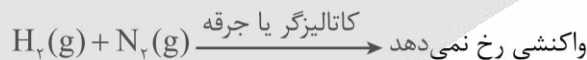
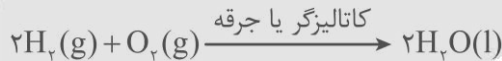
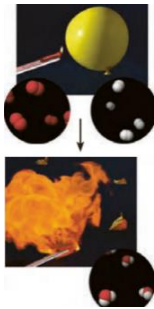
پاسخ: گزینه ۴

آسان - مفهومی - ۱۰۰۲

فراوان‌ترین گاز هواکره، نیتروژن است که به جو بی‌اثر شهرت یافته و دارای نقطه جوشی در حدود  $196\text{ }^\circ\text{C}$  است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش‌پذیری اکسیژن از نیتروژن بیشتر است. به‌عنوان مثال مخلوطی از اکسیژن و هیدروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه، واکنش می‌دهند و آب تولید می‌شود؛ در صورتی که مخلوط نیتروژن و هیدروژن در دمای اتاق، حتی با وجود کاتالیزگر یا جرقه واکنش نمی‌دهند.

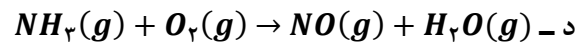
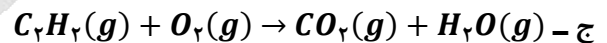
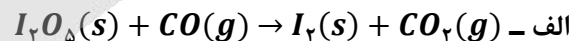


۲) آمونیاک از جمله کودهای نیتروژن دار است که مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.

۳) طی واکنش عناصر سازنده آب با یکدیگر یعنی واکنش گازهای اکسیژن و هیدروژن، در حضور کاتالیزگر، نور و گرمای زیادی تولید می‌شود.



۵۲- با توجه به واکنش‌های زیر که در ظرف سربسته و دمای ثابت انجام می‌گیرد، اگر واکنش‌دهنده‌ها به‌طور کامل مصرف شوند، به ترتیب در کدام ظرف افزایش فشار و در کدام ظرف کاهش فشار خواهیم داشت؟



۱) «د» و «ج»

۲) «الف» و «ب»

۳) «ج» و «د»

۴) «ب» و «ج»

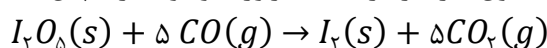
پاسخ: گزینه ۱

متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲

با توجه به اینکه واکنش‌ها در حجم (ظرف سربسته) و دمای ثابت انجام می‌شوند، اگر مجموع مول گازهای فراورده‌ها بیشتر از مجموع مول گازهای واکنش‌دهنده‌ها باشد، با توجه به رابطه  $\left(\frac{PV}{nT} = \text{عدد ثابت}\right)$ ، فشار نیز افزایش می‌یابد؛ اما اگر مجموع مول گازهای فراورده‌ها کمتر از مجموع مول گازهای واکنش‌دهنده‌ها باشد، یعنی کاهش مقدار  $n$  داشته باشیم، فشار نیز کاهش می‌یابد.

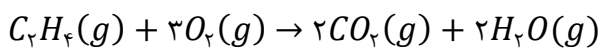
پس ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم و اختلاف مول مواد گازی را به دست می‌آوریم:

الف) ۵ مول گاز در سمت واکنش‌دهنده و ۵ مول گاز نیز در سمت فراورده وجود دارد؛ پس تغییر حجم و فشار در این واکنش نداریم.

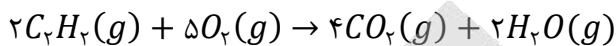




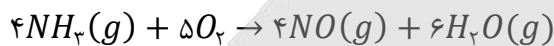
در واکنش زیر، مجموع مول مواد گازی در دو طرف واکنش یکسان است. پس در این واکنش نیز، تغییر حجم و فشار نداریم.



۷ مول ماده گازی در سمت واکنش دهنده‌ها و ۶ مول ماده گازی در سمت فراورده‌ها داریم. پس مجموع مول مواد گازی کاهش یافته و فشار نیز کاهش می‌یابد.



۹ مول ماده گازی در سمت واکنش دهنده‌ها و ۱۰ مول ماده گازی در سمت فراورده‌ها داریم. پس مجموع مول مواد گازی افزایش یافته و فشار نیز افزایش می‌یابد.



۵۳- نمودار زیر، می‌تواند تغییرات کدام مورد بر حسب حجم باشد؟ ( $P$  و  $V$ ، به ترتیب بیانگر فشار و حجم هستند).



الف - مول گاز  
(۱) «ب» و «د»

ب -  $PV$  (در دمای ثابت)  
(۲) «ب» و «ج»

ج -  $\frac{V}{T}$  (در فشار ثابت)  
(۳) «الف» و «د»

د -  $P$   
(۴) «الف» و «ج»

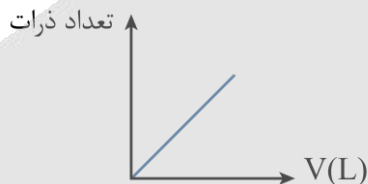
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

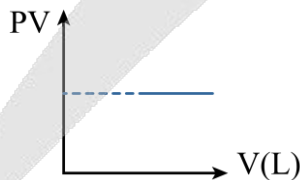
موارد (ب) و (ج) درست هستند.



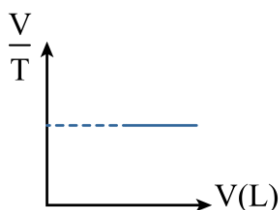
حجم گاز با مول آن نسبت مستقیم دارد و نمودار مول گاز بر حسب حجم به صورت خطی است. به عنوان مثال با دو برابر کردن مول گاز در شرایط ثابت، حجم آن نیز دو برابر می‌شود.



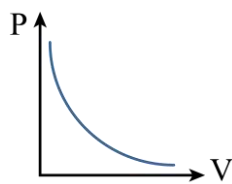
با توجه به رابطه ((عدد ثابت =  $\frac{PV}{T}$ ))، در شرایطی که دما ثابت باشد، حاصل  $PV$ ، همواره مقدار ثابتی است و با تغییرات حجم، تغییری نمی‌کند. پس نمودار  $PV$  بر حسب حجم به صورت زیر است:



با توجه به رابطه ((عدد ثابت =  $\frac{PV}{T}$ ))، در شرایطی که فشار ثابت باشد، حاصل  $\frac{V}{T}$ ، همواره مقدار ثابتی است و با تغییرات حجم، تغییری نمی‌کند. پس نمودار  $\frac{V}{T}$  بر حسب حجم به صورت زیر است:



به طور کلی حجم با فشار رابطه عکس دارد و با افزایش حجم یک نمونه گاز، فشار آن کاهش می‌یابد.



ilo

۵۴- اگر دمای مناسب برای انجام فرایند هابر در حدود  $450^{\circ}\text{C}$  باشد، برای جداسازی آمونیاک، دمای مخلوط را برحسب کلوین به تقریب چند درصد باید کاهش دهیم؟

۲۵ (۴)

۳۳ (۳)

۷۵ (۲)

۶۷ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در فرایند هابر، برای جداسازی آمونیاک، دمای مخلوط واکنش را تا حدود نقطه جوش آمونیاک یعنی  $33^{\circ}\text{C}$  کاهش می‌دهند. مطابق صورت سؤال دمای انجام واکنش برحسب کلوین برابر با  $450 + 273 = 723$  است و به  $723 - 33 = 690$  می‌رسد. پس  $483$  درجه سلسیوس کاهش دما داریم. درصد آن برابر است با:

$$\frac{483}{723} \times 100 \approx 67\%$$

پس دمای مخلوط برحسب کلوین، ۶۷٪ کاهش می‌یابد.

ilo

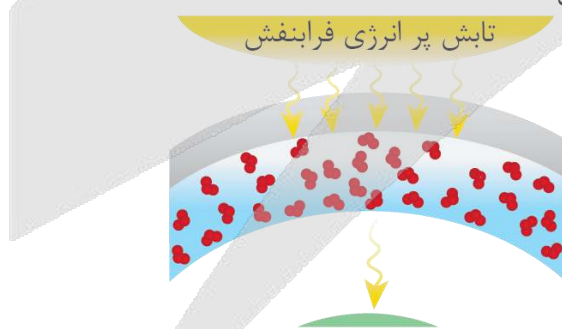
۵۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) سبک زندگی بیانگر میزان اثرگذاری هر انسان بر روی هواکره بوده و ردپا نیز اصطلاحی است که به این اثر نسبت داده‌اند.
- ۲) اگر حجم مقداری از گازهای  $\text{CO}$  و  $\text{CO}_2$  با جرم یکسان در فشار  $5\text{atm}$  با هم برابر باشد، دمای گاز  $\text{CO}$  پایین‌تر است.
- ۳) لایه اوزون، بخشی از استراتوسفر با بیشترین غلظت اوزون بوده و به‌طور کامل مانع عبور پرتوهای فرابنفش می‌شود.
- ۴) با افزایش فشار روی مقداری گاز اکسیژن که در یک سیلندر با پیستون متحرک است، چگالی گاز افزایش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

لایه اوزون، منطقه‌ای از استراتوسفر (دومین لایه هواکره) است که بیشترین غلظت اوزون را داشته و به‌طور عمده مانع عبور پرتوهای فرابنفش می‌شود. تصویر زیر، نمایی از لایه اوزون را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، مقدار کمی از پرتوهای فرابنفش خورشیدی از لایه اوزون رد شده و به سطح زمین رسیده‌اند. همان‌طور که می‌دانیم، در مولکول اوزون سه پیوند اشتراکی وجود دارد. هنگامی که تابش پرتوهای فرابنفش به این مولکول می‌رسد، یک پیوند اشتراکی در این مولکول می‌شکند و مولکول اوزون به یک اتم اکسیژن و یک مولکول اکسیژن تبدیل می‌شود. ذره‌های تولید شده می‌توانند دوباره در واکنش با یکدیگر، مولکول اوزون را تولید کنند، اما در این واکنش، مقداری انرژی به‌صورت تابش فرورسرخ آزاد می‌شود. با تکرار پیوسته این دو واکنش، لایه اوزون بخش قابل توجهی از تابش فرابنفش را جذب می‌کند و تابش‌های کم انرژی‌تر فرورسرخ را به زمین گسیل می‌دهد.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سبک زندگی انسان، نوع وسایلی که در زندگی استفاده می‌کند و رفتارهایی که در شرایط مختلف محیطی انجام می‌دهد، روی هواکره تأثیر می‌گذارد. برای مثال، نوع وسیله نقلیه‌ای که برای رفتن به مدرسه استفاده می‌کنیم، غذایی که می‌خوریم و وسایل گرمایشی که استفاده می‌کنیم، به دلیل مصرف انرژی الکتریکی، مقداری کربن دی‌اکسید وارد هواکره می‌کند و درصد گازهای هواکره را تغییر می‌دهد. در واقع سبک زندگی می‌تواند بیانگر میزان اثرگذاری هر انسان روی کره زمین و هواکره باشد. ردپا اصطلاحی است که به این اثر نسبت داده‌اند. یکی از این ردپاها، ردپای کربن دی‌اکسید است. برای اینکه مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره از مقدار طبیعی آن فراتر نرود، باید مقدار اضافی کربن دی‌اکسید به وسیله گیاهان یا دیگر پدیده‌های طبیعی مصرف شود.

۲) مولکول کربن دی‌اکسید، در مقایسه با مولکول کربن مونوکسید، یک اتم اکسیژن بیشتر داشته و بر این اساس، می‌توان گفت جرم مولی این ماده در مقایسه با کربن مونوکسید بیشتر است. با توجه به توضیحات داده شده، اگر نمونه‌هایی به جرم برابر از گازهای کربن مونوکسید و کربن دی‌اکسید داشته باشیم، شمار مول‌های گاز کربن مونوکسید (گازی با جرم مولی کمتر) بیشتر از شمار مول‌های گاز کربن دی‌اکسید خواهد بود. رابطه کلی قانون گازها که از آن برای مقایسه مؤلفه‌های مختلف مواد گازی استفاده می‌شود، به شرح زیر است:

$$PV = nRT$$

طبق فرض سؤال، شمار مول‌های گاز کربن مونوکسید بیشتر است؛ اما فشار و حجم دو نمونه گازی با هم برابر است، پس دمای نمونه گاز کربن مونوکسید باید کمتر از دمای نمونه کربن دی‌اکسید باشد.

۴) با توجه به قانون گازها، با افزایش فشار روی مقداری گاز اکسیژن که در یک سیلندر با پیستون متحرک است، حجم گاز مورد نظر کاهش پیدا می‌کند، درحالی که جرم آن ثابت باقی مانده است. با کاهش حجم یک گاز، چگالی گاز مورد نظر افزایش می‌یابد.



۵۶- در شرایطی که چگالی گاز اکسیژن برابر با  $x$  گرم بر لیتر باشد، جرم چند لیتر گاز گوگرد دی‌اکسید برابر با  $3/2x$  گرم است؟ ( $S = 32, O = 16: g.mol^{-1}$ )

۱/۶ (۴)

۲/۴ (۳)

۳ (۲)

۳/۲ (۱)

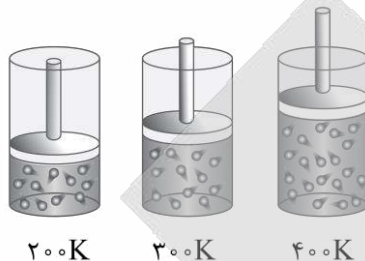
متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲	پاسخ: گزینه ۴
<p>طبق قانون آووگادرو در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای مختلف با هم برابر است. با توجه به این قانون، اگر جرم مولی گاز A برابر با a باشد و جرم مولی گاز B برابر با b گرم بر مول باشد و حجم مولی گازها برابر با V باشد، داریم:</p> $\frac{\text{چگالی گاز A}}{\text{چگالی گاز B}} = \frac{\frac{a}{V}}{\frac{b}{V}} = \frac{a}{b}$ <p>پس می‌توان گفت که نسبت میان چگالی گاز A به چگالی گاز B برابر با نسبت جرم مولی این دو گاز است. توجه داریم که استفاده از این رابطه فقط در شرایطی کاربرد دارد که دما و فشار نمونه‌های مختلف گازی با هم برابر باشد.</p>	<p>جرم مولی گازهای اکسیژن و گوگرد دی‌اکسید به ترتیب برابر با ۳۲ و ۶۴ گرم است. پس چگالی <math>SO_2</math> برابر است با:</p> $\frac{\text{چگالی گاز } SO_2}{\text{چگالی گاز } O_2} = \frac{\text{جرم مولی } SO_2}{\text{جرم مولی } O_2} \rightarrow \frac{\text{چگالی گاز } SO_2}{x} = \frac{64}{32} \rightarrow \text{چگالی گاز } SO_2 = 2x$ <p>چگالی از تقسیم جرم بر حجم به دست می‌آید:</p> $\frac{m}{V} = 2x \rightarrow \frac{3/2x}{V} = 2x \rightarrow V = 1/6$ <p>پس جرم ۱/۶ لیتر از گاز <math>SO_2</math> برابر با <math>3/2x</math> گرم است.</p>



۵۷- در سیلندری با پیستون متحرک، مقداری گاز نیتروژن وجود دارد. با افزایش ..... .

- (۱) مقدار گاز، فشار آن نیز، افزایش می‌یابد.  
 (۲) دمای گاز، فشار آن کاهش می‌یابد.  
 (۳) حجم گاز، دمای آن نیز، افزایش می‌یابد.  
 (۴) مقدار گاز، حجم آن کاهش می‌یابد.

هنگامی که گازی را در سیلندری با پیستون متحرک قرار می‌دهیم، فشار آن ثابت می‌ماند. پس با تغییر مقدار و یا حجم گاز، فشار تغییری نخواهد کرد. در فشار ثابت، با افزایش حجم، دما نیز افزایش می‌یابد. به شکل زیر دقت کنید. مقداری گاز در پیستون متحرک وجود دارد که با افزایش حجم، دما نیز افزایش یافته اما فشار ثابت است (زیرا نیروی پیستون ثابت است):



۵۸ - کدام موارد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- الف - در دمای اتاق، نمونه‌هایی از فلئوئور و برم به شکل ظرف محتوی آن در می‌آیند و همانند گازهای نجیب، تراکم‌پذیر هستند.  
 ب - گاز نیتروژن، از مولکول‌های دواتمی ساخته شده و به خاطر واکنش‌پذیری ناچیز، به جو بی اثر شهرت یافته است.  
 ج - طبق قانون آووگادرو، در دما و فشار ثابت، حجم یک مول از مواد گازی گوناگون برابر با ۲۲/۴ لیتر خواهد بود.  
 د - در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، اکسیدی از نیتروژن که قهوه‌ای رنگ است، به مصرف می‌رسد.
- (۱) «الف» و «ج»      (۲) «الف» و «د»      (۳) «ب» و «ج»      (۴) «ب» و «د»

عبارتهای (ب) و (د) درست هستند.

### بررسی موارد:

**الف** در دمای اتاق، فلئوئور به شکل گاز و برم به شکل مایع است. این دو ماده، اعضای از خانواده هالوژن‌ها هستند. گازها و مایع‌ها، برخلاف مواد جامد به شکل ظرف محتوی خود درمی‌آیند، ولی مایع‌ها برخلاف مواد گازی تراکم‌ناپذیر هستند و بر اثر تغییر فشار، دچار تغییر حجم نمی‌شوند. مواد جامد نیز تراکم‌ناپذیر بوده و به شکل ظرف محتوی خود در نمی‌آیند.

### ویژگی‌های مواد در حالت‌های فیزیکی گوناگون

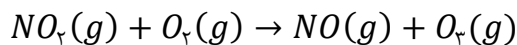
ماده به حالت گاز، شکل معینی ندارد، بلکه به شکل ظرف محتوی آن در می‌آید. برای مثال اگر مقداری گاز را در ظرفی به حجم ۲۰ لیتر قرار دهیم، مولکول‌های گاز در کل ظرف پخش می‌شوند؛ در نتیجه حجم گاز نیز برابر با حجم ظرف یعنی ۲۰ لیتر می‌شود. مایع‌ها، به شکل ظرف محتوی آن‌ها در می‌آیند ولی حجم آن‌ها، لزوماً با حجم ظرف برابر نیست. مواد جامد نیز، به شکل ظرف در نمی‌آیند و حجم آن‌ها نیز با حجم ظرف لزوماً برابر نیست. گازها، برخلاف مایع‌ها و جامدها تراکم‌پذیر هستند، یعنی اگر به یک نمونه گاز درون سرنگ یا سیلندری با پیستون روان، فشار وارد کنیم، گاز متراکم می‌شود و فاصله مولکول‌های آن کاهش می‌یابد؛ در نتیجه حجم گاز نیز کاهش می‌یابد.

**ب** گاز نیتروژن، به خاطر پیوندهای سه‌گانه و محکمی که میان اتم‌های موجود در هر مولکول آن وجود دارد، پایداری بالایی داشته و نسبت به گاز اکسیژن، واکنش‌پذیری کمتری دارد. در نتیجه، در محیط‌هایی که گاز اکسیژن، عامل ایجاد تغییر شیمیایی است (برای مثال، در هنگام بسته‌بندی مواد غذایی) به جای این گاز از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند.

**ج** بر طبق قانون آووگادرو، در دما و فشار ثابت، حجم یک مول از گازهای گوناگون، مستقل از نوع گاز مورد نظر، با هم برابر است. برای مثال، در دما و فشار یکسان، مقدار مول برابر از گازهای آرگون و نیتروژن، حجم برابری دارند. توجه داریم که تنها در شرایط استاندارد (دمای  $0^{\circ}\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$ ) حجم مولی گازها برابر با ۲۲/۴L است، اما اگر حجم و یا فشار گازها را تغییر بدهیم، حجم مولی آن‌ها نیز دچار تغییر می‌شود.



در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، اکسیدی از نیتروژن که بی‌رنگ است (گاز  $NO$ )، به همراه گاز اوزون حاصل می‌شود. توجه داریم که اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن (گاز  $NO_2$ ) در واکنش تولید اوزون تروپوسفری مصرف می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:



گاز نیتروژن به‌عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته و به‌طور معمول، با اکسیژن موجود در هوا واکنش نمی‌دهد. این گاز تنها هنگام رعد و برق و یا در دمای بالای موتور خودروها با اکسیژن واکنش داده و اکسیدهای نیتروژن را تولید می‌کند. همین اکسیدهای نیتروژن، در نهایت منجر به تولید گاز اوزون در لایه تروپوسفر می‌شوند.



۵۹- مقدار آب تولید شده در سوختن ۴۸ گرم متان، از سوختن چند گرم  $C_3H_8$  تولید می‌شود؟



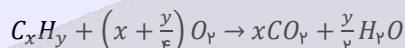
(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

فرمول شیمیایی گاز متان،  $CH_4$  است. معادله واکنش سوختن آن به صورت روبه‌رو است:

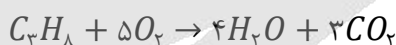
$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

واکنش کلی سوختن هیدروکربن‌ها (ترکیباتی که فقط از هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند مانند متان) به صورت زیر است:



به عبارتی از سوختن کامل همه آن‌ها،  $CO_2$  و  $H_2O$  تولید می‌شود. ضریب  $CO_2$ ، برابر با زیروند کربن در  $C_xH_y$  و ضریب  $H_2O$ ، برابر با نصف ضریب هیدروژن در  $C_xH_y$  است.

پس واکنش موازنه شده سوختن  $C_3H_8$  نیز، به صورت زیر است:



ابتدا مقدار آب تولید شده در واکنش اول را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2O = 48 \text{ g } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 \text{ g } CH_4} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4} = 6$$

پس در واکنش اول، ۶ مول آب تولید می‌شود. اکنون باید ببینیم که از سوختن چند گرم  $C_3H_8$ ، ۶ مول آب به دست می‌آید:

$$? \text{ g } C_3H_8 = 6 \text{ mol } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{4 \text{ mol } H_2O} \times \frac{44 \text{ g } C_3H_8}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 66$$

بنابراین از سوختن ۶۶ گرم  $C_3H_8$ ، ۶ مول آب به دست می‌آید.



۶۰- اگر فشار نمونه‌ای گازی را ۲۵٪ افزایش و حجم آن را ۲۵٪ کاهش دهیم، دما چند درصد تغییر می‌یابد؟

(۱) ۱۰      (۲) ۲/۵      (۳) ۱۲/۵      (۴) ۶/۲۵

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

هنگامی که فشار ۲۵٪ افزایش یابد، یعنی به مقدار ۱۰۰ درصد اولیه، ۲۵ درصد افزوده شده و به ۱۲۵٪ معادل  $\frac{125}{100} = \frac{5}{4}$  مقدار اولیه رسیده است. پس  $\frac{1}{25}$  یا  $\frac{4}{5}$  برابر شده است. هم‌چنین هنگامی که حجم ۲۵٪ کاهش یابد، یعنی به ۷۵٪ معادل  $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$  حجم اولیه رسیده است. پس داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{\frac{5}{4} P_1 \times \frac{3}{4} V_1}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{15}{16} T_1$$

هنگامی که دما  $\frac{15}{16}$  برابر شود، یعنی  $\frac{1}{16}$  آن کاهش یافته است. اکنون این مقدار را به درصد تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{1}{16} \times 100 = 6/25\%$$

پس دما ۶/۲۵٪ کاهش یافته است.



برای محاسبات سریع‌تر، معادل کسرهای زیر را حفظ باشید:

$$\frac{1}{2} = 0/5 \quad \frac{1}{4} = 0/25 \quad \frac{3}{4} = 0/75 \quad \frac{1}{8} = 0/125 \quad \frac{3}{8} = 0/375 \quad \frac{1}{16} = 0/0625$$



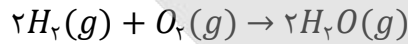
۶۱- در واکنش سوختن گاز هیدروژن و تولید بخار آب، مقداری گرما آزاد می‌شود. اگر در ابتدا، واکنش‌دهنده‌ها در شرایط *STP* باشند و در پایان واکنش حجم مخلوط گازی ثابت بماند، دما چند کلوین تغییر یافته است؟ (فشار ثابت است).

- (۱) ۱۳۶/۵      (۲) ۴۰۹/۵      (۳) ۱۸۲      (۴) ۴۵۵

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



طی این واکنش، ۳ مول گاز، به ۲ مول گاز تبدیل می‌شود. پس اگر شرایط قبل و بعد از واکنش یکسان بود، انتظار داشتیم که حجم مخلوط کاهش یابد اما با توجه به صورت سؤال، گرما آزاد شده و دما افزایش یافته است. از آنجا که فشار ثابت است، حجم نیز افزایش یافته است. اگر تصور کنیم که در ابتدا ۳ مول گاز در شرایط *STP* داشتیم، حجم آن برابر با  $3 \times 22/4$  لیتر می‌شود. در نهایت نیز ۲ مول گاز با حجم مشابه داریم. پس حجم مولی گازها در شرایط پایان واکنش برابر با  $1/5 \times 22/4$  لیتر است:

$$3 \times 22/4 = 2 \times V \rightarrow V = 1/5 \times 22/4$$

حال شرایط نهایی را با شرایط استاندارد مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{P \times V}{T} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{1 \times 1/5 \times 22/4}{T} \rightarrow T = 409/5$$

مخلوط اولیه نیز در شرایط استاندارد بوده است. پس دمای مخلوط از ۲۷۳ به ۴۰۹/۵ کلوین تغییر یافته است. اختلاف آن‌ها برابر است با:

$$409/5 - 273 = 136/5$$



۶۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) با افزایش مقدار  $CO_2$  هواکره، بخشی از آن در آب دریاها و اقیانوس‌ها حل شده و خاصیت اسیدی آب افزایش می‌یابد.
- (۲) به ازای تولید مقدار مشخص انرژی الکتریکی به کمک باد، در مقایسه با انرژی خورشید،  $CO_2$  کمتری تولید می‌شود.
- (۳) روغن‌های گیاهی به کمک پسماند گیاهی و دانه‌های روغنی به دست آمده و از جمله مواد زیست‌تخریب‌پذیر هستند.
- (۴) بخش قابل توجه از گرمای خورشیدی جذب شده توسط زمین، توسط امواجی با  $400 \text{ nm} < \lambda$  بازتاب می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - شیمی سبز و آوزون - مفهومی - ۱۰۰۲)

بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی، جذب زمین شده و زمین نیز بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می‌دهد. توجه داریم که انرژی پرتوهای فروسرخ کمتر از انرژی امواج مرئی است؛ در نتیجه طول موج این پرتوها نیز بیشتر از امواج مرئی است. می‌دانیم که طول موج امواج مرئی بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است، در نتیجه طول موج امواج فروسرخ بیشتر از ۷۰۰ نانومتر است. شکل زیر نحوه رسیدن پرتوهای خورشیدی به زمین و نحوه بازتاب این پرتوها از سطح زمین را بررسی می‌کند:



## بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) اکسیدهای نافلزی، اغلب خاصیت اسیدی دارند. چون گاز کربن دی‌اکسید یک اکسید نافلزی با خاصیت اسیدی است، با افزایش مقدار  $CO_2$  در هواکره، بخش زیادی از آن در آب دریاها و اقیانوس‌ها حل شده و خاصیت اسیدی آب افزایش می‌یابد. برای خنثی کردن آب اسیدی موجود در دریاها و دریاچه‌ها، می‌توان از یک اکسید بازی مثل آهک (کلسیم اکسید) استفاده کرد.
- ۲) ردپای  $CO_2$  نشان می‌دهد در تولید یک محصول یا بر اثر انجام یک فعالیت، چه مقدار از این گاز تولید و وارد هواکره می‌شود. به ازای تولید یک مقدار مشخص انرژی الکتریکی با استفاده از باد، در مقایسه با انرژی خورشید، مقدار گاز  $CO_2$  کمتری تولید می‌شود. نمودار زیر، مقدار گاز  $CO_2$  تولید شده در روش‌های مختلف را مقایسه می‌کند:



توجه داریم که گاز طبیعی، نفت و زغال سنگ، از جمله سوخت‌های فسیلی به شمار رفته و در مقایسه با سایر منابع انرژی مثل خورشید و باد، ردپای کربن دی‌اکسید بیشتری را ایجاد می‌کنند.

۳) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد، همانند پلاستیک‌های سبز، زیست تخریب‌پذیر هستند و از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.

### شیمی سبز و ابعاد آن

شیمی سبز شاخه‌ای از علم شیمی است که در آن شیمی‌دان‌ها در جستجوی فرایندها و فرآورده‌هایی هستند که به کمک آن‌ها بتوان کیفیت زندگی را با بهره‌گیری از منابع طبیعی افزایش داد و هم‌زمان از طبیعت محافظت کرد. در این راستا بایستی تولید و مصرف مواد شیمیایی را که ردپاهای سنگینی روی کره زمین برجای می‌گذارند، کاهش داد یا به‌طور کامل متوقف کرد. شاخه‌های مختلفی از علم شیمی مثل الکتروشیمی و ... به برقراری اصول شیمی سبز کمک می‌کنند. به‌طور کلی، اقدامات زیر در راستای پیاده‌سازی اصول شیمی سبز انجام می‌شوند:

تولید سوخت سبز: سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد و از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید. این مواد زیست‌تخریب‌پذیرند، از این رو به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند. اتانول و روغن‌های گیاهی نمونه‌هایی از این نوع سوخت‌ها هستند.

تبدیل  $CO_2$  به مواد معدنی: برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند. معادله واکنش‌های شیمیایی انجام شده به‌صورت زیر است:



تولید پلاستیک‌های سبز: پلاستیک‌های سبز یا زیست‌تخریب‌پذیر، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل، در ساختار آن‌ها اتم‌های اکسیژن نیز وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاهی توسط جانداران ذره‌بینی تجزیه می‌شوند و به طبیعت باز می‌گردند. برای مثال، پلی‌لاکتیک اسید نمونه‌ای از پلیمرهای سازنده این پلاستیک‌ها است.

دفن کربن دی‌اکسید: کربن دی‌اکسید را می‌توان به‌جای رها کردن در هواکره، در مکان‌های عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد. سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، مکان‌های مناسبی برای دفن این گاز هستند.



۶۳- از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، در نام‌گذاری چند ماده از پیشوندهای یونانی استفاده می‌شود و

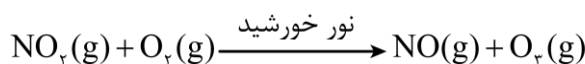
ماده‌ای که بیشترین شمار جفت الکترون ناپیوندی را دارد، در کدام سمت واکنش قرار دارد؟

- (۱) ۱ - واکنش‌دهنده‌ها  
 (۲) ۲ - فرآورده‌ها  
 (۳) ۱ - فرآورده‌ها  
 (۴) ۲ - واکنش‌دهنده‌ها

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فرایند تولید اوزون در تروپوسفر به‌صورت زیر است:



نام دو اکسید  $NO$  و  $NO_2$  به ترتیب نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی اکسید است. در نام گذاری ترکیبات مولکولی ناشی از ترکیب دو نافلز با یکدیگر، از پیشوند استفاده می شود.

مواد شرکت کننده در واکنش بالا به ترتیب از چپ به راست دارای ۵، ۴، ۳ و ۶ جفت الکترون ناپیوندی هستند؛ پس بیشترین شمار جفت الکترون ناپیوندی مربوط به اوزون است که در سمت فرآورده ها قرار دارد.



۶۴- چه تعداد از مطالب زیر، در مورد فرایند هابر درست است؟

الف - نقطه جوش گاز هیدروژن در حدود  $120K$  است.

ب - بزرگ ترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای انجام این واکنش بود.

ج - کاتالیزگر آن فلزی از عناصر دسته  $d$  با قابلیت تشکیل دو نوع یون است.

د - این واکنش همانند واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در استراتوسفر، برگشت پذیر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

موارد (ب)، (ج) و (د) درست هستند.

گاز نیتروژن واکنش پذیری ناچیزی دارد و بزرگ ترین چالش در تهیه آمونیاک از نیتروژن و هیدروژن این است که در دما و فشار اتاق حتی در حضور کاتالیزگر و یا جرقه نیز، واکنشی بین آن ها انجام نمی شود.

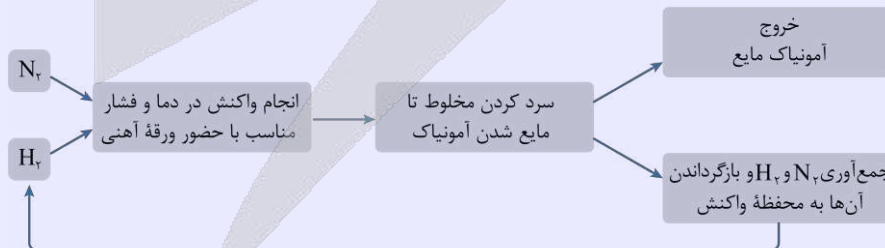
واکنشی رخ نمی دهد  
 $H_2(g) + N_2(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر یا جرقه}}$   
 دانشمندی به نام هابر، واکنش را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا بتواند شرایط بهینه آن را پیدا کند.



سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی یک ورقه آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور دهد با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می شود؛ طی این واکنش ۳ مول هیدروژن به همراه ۱ مول نیتروژن مصرف می شود و ۲ مول آمونیاک به دست می آید. اما همه واکنش دهنده ها به فرآورده تبدیل نخواهند شد؛ زیرا این واکنش برگشت پذیر است؛ با این توصیف در ظرف واکنش مخلوطی از سه گاز هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک وجود دارد. با توجه به نقطه جوش آن ها می توان دریافت با کاهش دما به دماهای پایین تر از نقطه جوش آمونیاک (پایین تر از  $33^\circ C$ ؛ به عنوان مثال  $40^\circ C$ -)، آمونیاک به مایع تبدیل می شود و می توان آن را از مخلوط جداسازی کرد.

ماده	نقطه جوش ( $^\circ C$ )
$H_2$	-۲۵۳
$N_2$	-۱۹۶
$NH_3$	-۳۳

به طور خلاصه فرایند هابر را می توان به صورت زیر نوشت:



بررسی موارد:

الف) نقطه جوش گاز هیدروژن  $253^\circ C$  - معادل  $20K$  است.

ب) بزرگ ترین چالش هابر، یافتن شرایط بهینه برای انجام این واکنش بود.

ج) کاتالیزگر فرایند هابر آهن است که فلزی از عناصر دسته  $d$  با قابلیت تشکیل دو نوع یون با بارهای  $2+$  و  $3+$  است.

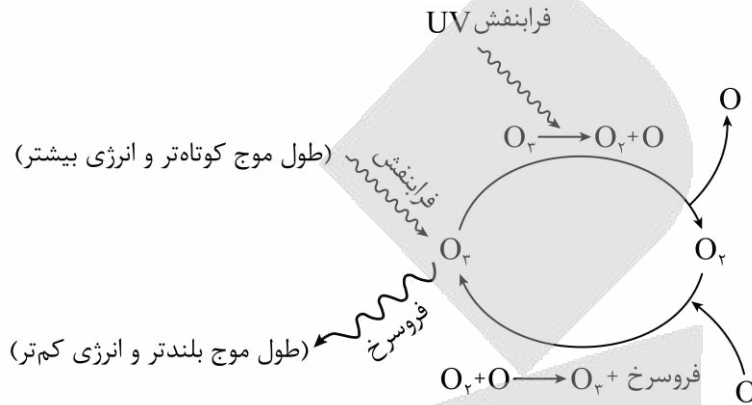
د) این واکنش همانند واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن در استراتوسفر و همچنین واکنش انجام شده در باتری های قابل شارژ، برگشت پذیر است.

۶۵- در لایه اوزون، با انجام واکنش  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$  در جهت .....، پرتو ..... تولید می‌شود.

- (۱) برگشت - فروسرخ (۲) رفت - فرابنفش (۳) رفت - فروسرخ (۴) برگشت - فرابنفش

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

در معادله  $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$ ، در واکنش برگشت پرتو فرابنفش جذب شده و در واکنش رفت پرتو فروسرخ آزاد می‌شود. با تکرار این چرخه، پرتوهای پرنرژی خورشید، به پرتوهایی با طول موج بیشتر و انرژی کمتر تبدیل می‌شود.



۶۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) اتانول همانند گلوکز، در ساختار خود سه نوع عناصر اکسیژن، کربن و هیدروژن دارد.
- (۲) شتر، با اکسایش چربی‌های ذخیره شده در کوهان خود، شرایط بی‌آبی را در بیابان‌های گرم سپری می‌کند.
- (۳) با وارد کردن ۳ مول گاز هیدروژن و ۱ مول گاز نیتروژن در شرایط فرایند هابر، ۲ مول آمونیاک به دست می‌آید.
- (۴) گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب و CO تولید می‌کند.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

طی فرایند هابر، ۳ مول هیدروژن به همراه ۱ مول نیتروژن مصرف می‌شود و ۲ مول آمونیاک به دست می‌آید. اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهند شد؛ زیرا این واکنش برگشت‌پذیر است. پس همه ۳ مول هیدروژن و ۱ مول نیتروژن به‌طور کامل مصرف نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) اتانول با فرمول شیمیایی  $C_2H_5OH$  همانند گلوکز با فرمول شیمیایی  $C_6H_{12}O_6$ ، در ساختار خود سه نوع عنصر اکسیژن، کربن و هیدروژن دارد.
- (۲) شتر جانوری است که می‌تواند چندین روز را بدون نوشیدن آب در هوای گرم بیابان سپری کند. در این شرایط، چربی ذخیره شده در کوهان این جانور اکسایش یافته و افزون بر تولید انرژی، آب مورد نیاز جانور را نیز تأمین می‌کند.
- (۴) گاز شهری به‌طور عمده از متان تشکیل شده و در محیط کم اکسیژن، به‌صورت ناقص می‌سوزد و بخار آب، CO و گرما تولید می‌کند.

۶۷- به ازای تولید برق یکسان، میزان کربن دی‌اکسید تولید شده از ..... بیشتر از ..... است.

- (۱) منبعی که یکی از فراورده‌های سوختن آن،  $SO_3$  است - باد (۲) انرژی خورشید - گرمای زمین (۳) منبعی که حدود ۷٪ جرمی آن را گاز He تشکیل می‌دهد - باد (۴) گرمای زمین - گاز طبیعی

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

به ازای تولید برق یکسان، میزان کربن دی‌اکسید تولید شده از انرژی خورشید، بیشتر از گرمای زمین است.

ترتیب مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، در منابع مختلف به‌صورت زیر است:

زغال سنگ < نفت خام < گاز طبیعی < انرژی خورشید < گرمای زمین < باد

### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تنها اکسیدی از گوگرد که از سوختن زغال سنگ خارج می‌شود، گاز  $SO_2$  یا همان گوگرد دی‌اکسید است. گاز  $SO_2$  وارد اتمسفر می‌شود و در آنجا با اکسیژن واکنش می‌دهد و به  $SO_3$  تبدیل می‌شود.
- ۲) حدود ۷٪ حجمی و نه جرمی گاز طبیعی را گاز  $He$  تشکیل می‌دهد.
- ۳) به ازای تولید برق یکسان، میزان کربن دی‌اکسید تولید شده از گاز طبیعی، بیشتر از گرمای زمین است.



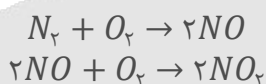
۶۸- با توجه به واکنش‌های سه مرحله‌ای تولید اوزون تروپوسفری از نیتروژن موجود در هواکره، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) به ازای مصرف هر مول اکسید نیتروژن در واکنش‌های مرحله دوم و سوم، یک مول گاز اکسیژن نیز در هر واکنش مصرف می‌شود.
- ۲) با مصرف هر مول گاز نیتروژن در این واکنش‌ها، در نهایت دو مول گاز اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.
- ۳) در واکنش سوم برخلاف واکنش دوم، از مقدار گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.
- ۴) برای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، به ۲ مول گاز اکسیژن نیاز است.

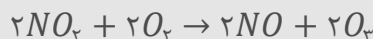
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

از سوختن هر مول گاز  $N_2$  به هنگام رعد و برق، طی دو مرحله، دو مول گاز  $NO_2$  تولید می‌شود. بدین صورت که ابتدا ۲ مول  $NO$  تولید شده و سپس این دو مول  $NO$  مجدداً می‌سوزد و دو مول  $NO_2$  تولید می‌کند:



در مرحله بعد نیز، دو مول  $NO_2$  مطابق معادله زیر، واکنش می‌دهد:

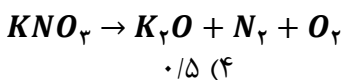


### بررسی گزینه‌ها:

- ۱) به ازای مصرف هر مول اکسید نیتروژن در واکنش‌های مرحله دوم و سوم، به ترتیب نیم و یک مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. پس گزینه اول نادرست است.
- ۲) همان‌طور که در واکنش‌های بالا می‌بینید، با مصرف هر مول گاز نیتروژن در این واکنش‌ها، در نهایت دو مول گاز اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.
- ۳) در واکنش سوم برخلاف واکنش دوم،  $NO_2$  مصرف شده و از مقدار گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.
- ۴) در واکنش‌های بالا، برای تولید ۲ مول اوزون، مجموعاً ۴ مول گاز اکسیژن مصرف شده است؛ پس برای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، به ۲ مول گاز اکسیژن نیاز است.



۶۹- در دمای  $409/5K$  و فشار  $3 atm$  از تجزیه چند مول  $KNO_3$  مطابق واکنش زیر،  $8/4$  لیتر گاز اکسیژن تولید می‌شود؟



(۴)  $0/5$

(۳)  $0/6$

(۲)  $0/4$

(۱)  $0/75$

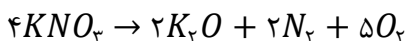
(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا حجم مولی گازها را در شرایط داده شده به دست می‌آوریم. بدین منظور شرایط داده شده را با شرایط  $STP$  مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{3 \times V_2}{409/5} \rightarrow V_2 = 11/2$$

حال واکنش را موازنه می‌کنیم:



اکنون جرم  $KNO_3$  را محاسبه می‌کنیم:

$$? g KNO_3 = 8/4 LO_2 \times \frac{1 mol O_2}{11/2 LO_2} \times \frac{4 mol KNO_3}{5 mol O_2} = 0/6$$

بنابراین  $0/6$  مول  $KNO_3$  مصرف می‌شود.



- ۷۰- کدام یک از مطالب زیر، در مورد واکنش تولید اوزون تروپوسفری نادرست است؟ ( $O = 16 : g.mol^{-1}$ )
- (۱) از مصرف ۳۲ گرم از یکی از آلوتروپ‌های اکسیژن، ۴۸ گرم از آلوتروپ دیگر تولید می‌شود.
  - (۲) از مصرف ۳/۵ مول واکنش‌دهنده،  $10^{23} \times 4/214$  مولکول فرآورده تولید می‌شود.
  - (۳) از مصرف ۴/۶ گرم گاز قهوه‌ای رنگ،  $10^{22} \times 6/0.2$  مولکول اوزون تولید می‌شود.
  - (۴) از مصرف ۲ مول اکسید نیتروژن، ۴ مول فرآورده مولکولی تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

واکنش تولید اوزون تروپوسفری، به صورت زیر است:



ضرایب همه مواد در این واکنش یکسان است. پس اگر ۳/۵ مول واکنش‌دهنده مصرف شود، ۳/۵ مول فرآورده نیز تولید می‌شود. این ۳/۵ مول معادل  $10^{24} \times 2/107$  است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

① در این واکنش یک مول  $O_3$  مصرف و یک مول  $O_2$  تولید می‌شود. جرم هر مول  $O_3$  برابر با ۳۲ گرم و جرم هر مول  $O_2$  برابر با ۴۸ گرم است.

② گاز  $NO_2$  قهوه‌ای رنگ است. باید ببینیم از ۴/۶ گرم گاز  $NO_2$ ، چه تعداد گاز  $O_3$  تولید می‌شود:

$$? O_3 = 4/6 \text{ g } NO_2 \times \frac{1 \text{ mol } NO_2}{46 \text{ g } NO_2} \times \frac{1 \text{ mol } O_3}{1 \text{ mol } NO_2} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 6/0.2 \times 10^{22}$$

④ از مصرف هر مول اکسید نیتروژن ( $NO_2$ )، دو مول فرآورده تولید می‌شود. هر دو فرآورده ساختار مولکولی دارند؛ پس می‌توان گفت از مصرف ۲ مول از آن، ۴ مول فرآورده مولکولی تولید می‌شود.





دیجی ماز  
کتابخانه دیجیتال ماز

مرکز مشاوره عارف



# چطور 100 بزنیم؟



همین الان بنون!

digimaze.org  
WWW.ArefOnline.ir



# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



پیش خوانی پایه یازدهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۳ شهریورماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز فؤاد خیرآبادی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت‌اللهی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
محمدرضا جمشیدی متین قنبری پرهام امیری	علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد پرهام تیزپا	علی ترابی	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستند تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

**راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.**

## علامت‌گذاری سؤالات آزمون برای مدیریت زمان

درک اینکه کدوم سؤالات کنکور احتمالاً در کمتر از ۱ دقیقه حل می‌شن، یک مهارت استراتژیک کلیدی‌ه! در مقاله قبلی درباره اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤالا صحبت کردیم تا بتونی سؤالای آسون بیشتری رو بزنی و حسرت به دل نمونی که چرا به چندتا سؤال آسون نرسیدم.

**گفتیم که اولویت‌بندی سریع سؤالا بر اساس ۵ نکته مهم انجام می‌شه:**

- ۱ **سؤالات محاسباتی و غیر محاسباتی:** معمولاً سؤالای غیر محاسباتی سریع‌تر جواب داده می‌شن.
- ۲ **توجه به طول سؤالات:** سؤالای طولانی‌تر اغلب وقت گیرتر هستن.
- ۳ **سؤالات تحلیلی:** این سؤالا معمولاً به دقت بیشتری نیاز دارن.
- ۴ **گیر نکنید:** اگر حس کردی سؤالی داره وقت رو می‌خوره، سریع رهاش کن.
- ۵ **اولویت‌بندی با اسکن:** یک نگاه سریع به همه سؤالات، کمک می‌کنه از همون اول بدونی کدوم آسون‌تر هست.

**حالا می‌خوایم برای این مدیریت، یک کدگذاری یاد بگیریم:**

بدون علامت: سؤالاتی که زیر یک دقیقه حل می‌شن و همون لحظه جواب میدی.

**X** سؤالات حذفی: سؤالایی که مطمئن نیاید درگیرشون بشی (نخوندی یا نمی‌تونی حتی یک گزینه رو حذف کنی).

**—** سؤالات وقت گیر: سؤالایی که باید بذاری برای دور دوم آزمون.

**O** سؤالات نیمه‌کاره: سؤالایی که نصفه نیمه حل کردی (مثلاً دو گزینه رو حذف کردی ولی مطمئن نشدی).

**سؤالاتی که یک یا دو گزینه‌اش رو با اطمینان حذف کردیم، بزنیم؟!؟!!**

کنکور چهارگزینه‌ای طراحی می‌شه و در هر سؤال، سه پاسخ اشتباه یکی از درست‌ها رو حذف می‌کنه. اگه شانس همه سؤالا رو بزنی، در مجموع چیزی به دست نمیاری.

ولی فرض کن در ۳۰ سؤال، بتونی برای هر سؤال فقط یک گزینه رو با اطمینان حذف کنی. بعد بین سه گزینه باقی‌مونده شانس بزنی. از نظر آماری، احتمالاً ۱۰ تا درست می‌زنی، ۲۰ تا غلط میشه که حدود ۷ تا از درستات رو از بین می‌بره. در نهایت ۳ تا درست برات می‌مونه. پس ارزشمند میشه!



**نتیجه گیری:**

پس قرار شد زمان آزمون رو به دو دور تقسیم کنیم:

دور اول: هر سؤالی که زیر یک دقیقه حل میشه، جواب می‌دیم. بقیه رو با **X**، **—** یا **O** علامت می‌زنیم.  
دور دوم: سراغ سؤالایی میریم که علامت زدیم (وقت گیر یا نیمه‌کاره).  
اینطوری خیالمون راحته که زمان مدیریت شده و هیچ سؤال آسونی از قلم نیافته.

## جمع‌بندی آخر...

این چیزی که خوندی، فقط به کلمه آموزشی نبود، بلکه یک مهارت. یعنی تا وقتی چندبار توی آزمون‌ها امتحانش کنی، به درد روز کنکور می‌خوره. خوشبختانه توی آزمون‌های ما امکان علامت‌گذاری سؤالات وجود داره. پس می‌تونی با قرین توی این آزمون‌ها، مهارت علامت‌گذاری رو به یک عادت حرفه‌ای تبدیل کنی.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!  
QRcode بالا را اسکن کنید!

بودجه‌بندی  
این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله، صفحه‌های ۷ تا ۲۲  
هندسه ۲: دایره (از ابتدای زاویه‌ی ظلی)، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۳

سهم در  
کنکور

حسابان ۱: ۱ تست از ۱۰ تستِ کنکور (ترکیبی با مباحث دیگر)  
هندسه ۲: ۱ تست از ۴ تستِ کنکور (ترکیبی با مباحث دیگر)

۱- در معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع دو ریشه‌ی حقیقی با حاصل ضرب آن‌ها برابر است. اگر مجموع مربعات ریشه‌ها برابر ۳ باشد، مجموع مکعبات ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) -۲      (۳) ۴      (۴) -۴

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم  $\alpha + \beta = \alpha\beta \Rightarrow S = P$  (۱)

$$\alpha^2 + \beta^2 = 3 \Rightarrow S^2 - 2P = 3 \xrightarrow{(1)} P^2 - 2P - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = -1 \Rightarrow S = -1 \checkmark \\ P = 3 \Rightarrow S = 3 \times \end{cases}$$

توجه کنید، معادله‌ای که با  $P = 3$  و  $S = 3$  ساخته می‌شود دارای  $\Delta$  منفی خواهد بود، پس:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2PS = -1 - 3 = -4$$

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها در معادله‌ی درجه دوم

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند؛ روابط زیر برقرارند:

$$\text{جمع ریشه‌ها} = S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها} = P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

می‌دونستی اگه فقط  $S$  و  $P$  رو داشته باشی می‌تونی معادله‌ی درجه دوم رو بنویسی؟

اگر  $S$  مجموع و  $P$  حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم باشد، می‌توان معادله‌ی درجه دوم را به صورت زیر نوشت:

$$x^2 - Sx + P = 0$$



هر آنچه باید در مورد روابط بین ریشه‌ها بدانید!



رابطه	حاصل بر حسب S و P
$\alpha^2 + \beta^2$	$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$
$\alpha^3 + \beta^3$	$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$
$\alpha^4 + \beta^4$	$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2$
$\alpha^6 + \beta^6$	$\alpha^6 + \beta^6 = (\alpha^3 + \beta^3)^2 - 2(\alpha\beta)^3 = (S^3 - 3P)^2 - 2P^3$
$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$	$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$
$\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$	$\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = \frac{\beta^3 + \alpha^3}{\alpha^3\beta^3} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^3} = \frac{S^3 - 3PS}{P^3}$
$\frac{1}{\alpha^4} + \frac{1}{\beta^4}$	$\frac{1}{\alpha^4} + \frac{1}{\beta^4} = \frac{\beta^4 + \alpha^4}{\alpha^4\beta^4} = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2}{(\alpha\beta)^4} = \frac{(S^2 - 2P)^2 - 2P^2}{P^4}$
$ \alpha - \beta $	$ \alpha - \beta  = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } = \sqrt{S^2 - 4P}$
$ \alpha^2 - \beta^2 $	$ \alpha^2 - \beta^2  =  (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)  = \left  \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } \times S \right $
$ \alpha^3 - \beta^3 $	$ \alpha^3 - \beta^3  =  (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)  = \left  \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } (S^2 - P) \right $
$ \alpha^4 - \beta^4 $	$ \alpha^4 - \beta^4  =  (\alpha^2 - \beta^2)(\alpha^2 + \beta^2)  = \left  \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } (S)(S^2 - 2P) \right $
$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$
$ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} $	$ \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}  = \sqrt{\alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta}} = \sqrt{S - 2\sqrt{P}} \quad (\alpha, \beta > 0)$
$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} + \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{S}{\sqrt{P}}$

راهنمای زرنگ‌بازی!

نیازی به حفظ کردن جدول طولانی بالا نیست. کافیه فقط یاد بگیری که چطوری می‌تونی با بازی کردن با اتحادها و عبارتهای جبری حاصل عبارتی که بر حسب  $\alpha$  و  $\beta$  داده شده رو بر حسب S و P به دست بیاری. 😊

سوالات منتخب

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$  و  $\alpha + \beta = 1$  و  $\alpha\beta = -2$  باشد، مقدار k چقدر است؟

۴ (۴)

-۳ (۳)

$\frac{27}{5}$  (۲)

$-\frac{27}{5}$  (۱)

پاسخ تشریحی:

با داشتن S و P می توان معادله درجه دوم را نوشت:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

پس  $x^2 - x - 2 = 0$  عاملی از معادله درجه سوم بالا است. در نتیجه باید بر آن بخش پذیر باشد و خارج قسمت آن یک چندجمله ای درجه یک به صورت  $ax + b$  است.

$$4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = (ax + b)(x^2 - x - 2) = ax^3 + (-a + b)x^2 - (2a + b)x - 2b$$

از برابر قرار دادن ضرایب نظیر داریم:

$$\begin{cases} 4 = a \\ k = -a + b \Rightarrow k = -4 + b \\ -9 = -2a - b \text{ اضافی} \\ -2 = -2b \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

پس:

$$k = -4 + b \xrightarrow{b=1} k = -3$$

پاسخ: گزینه ۳



۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 7x + 1 = 0$  باشند، ریشه های کدام معادله  $\sqrt{\alpha}$  و  $\sqrt{\beta}$  می باشند؟

$$x^2 + \sqrt{5}x + 1 = 0 \quad (۴) \quad x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \quad (۳) \quad x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (۲) \quad x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

$\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 7x + 1 = 0$  می باشند.

$$S = \alpha + \beta = 7, \quad P = \alpha\beta = 1$$

خواهیم داشت:

$$S' = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{7 + 2} = 3$$

$$P' = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{P} = 1$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

بنابراین:

سوالات منتخب:

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x(\Delta x + 3) = 2$  باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب های معادله  $4x^2 - kx + 25 = 0$  به صورت

$$\left\{ \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2} \right\} \text{ است؟}$$

۳۱ (۴)

۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

پاسخ تشریحی:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{\Delta}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{2}{\Delta}$$

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2} = \frac{\frac{9}{\Delta^2} - 2\left(-\frac{2}{\Delta}\right)}{\frac{4}{\Delta^2}} = \frac{29}{4}$$

$$\text{می دانیم که } \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2} \text{ پس:}$$

$$\frac{29}{4} = \frac{k}{4} \Rightarrow k = 29$$

پس در معادله  $4x^2 - kx + 25 = 0$  داریم:

پاسخ: گزینه ۳



۳- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه معادله  $(x^2 + x)^2 + 12 = 8(x^2 + x)$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم. فرض کنید  $x^2 + x = t$  باشد.

$$t^2 + 12 = 8t \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x = 2 \\ x^2 + x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1, -2 \\ x = 2, -3 \end{cases}$$

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه به ترتیب ۲ و -۳ هستند، که اختلاف آن‌ها برابر ۵ است.

معادلات قابل تبدیل به معادله درجه دوم

بعضی از معادلات در نگاه اول درجه دوم نیستند، اما با توجه بیشتر و به کمک تغییر متغیر می‌توانیم آن‌ها را به یک معادله درجه دوم تبدیل کنیم.

معادله اولیه	تغییر متغیر	معادله جدید
$x^4 - 2x^2 - 3 = 0$	$x^2 = t$	$t^2 - 2t - 3 = 0$
$x - 3\sqrt{x} - 6 = 0$	$\sqrt{x} = t$	$t^2 - 3t - 6 = 0$
$\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	$\cos x = t$	$t^2 - t - 1 = 0$
$(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) - 3 = 0$	$(x^2 + 3x) = t$	$t^2 + 2t - 3 = 0$

دقت کنید که بعد از حل معادله جدید، کار هنوز تمام نشده و باید tهای به دست آمده را جای‌گذاری کنیم تا xها را به دست آوریم.



۴- فرض کنید رأس سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  گذرا از نقطه  $(3, 1)$  باشد، مجموع مربعات طول‌های نقاط تقاطع سهمی با محور xها کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۰ (۳)

۳۸ (۲)

۴۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که نقطه  $A(-1, 9)$  رأس سهمی است، پس معادله این سهمی به فرم زیر است:

$$f(x) = a(x+1)^2 + 9$$

از طرفی این سهمی از نقطه  $B(3, 1)$  نیز عبور می‌کند، پس:

$$f(3) = 1 \Rightarrow a(3+1)^2 + 9 = 1 \Rightarrow 16a + 9 = 1 \Rightarrow 16a = -8 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 9 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{17}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -17 \end{cases}$$

ما به دنبال مجموع مربعات طول‌های نقاط تقاطع این سهمی با محور xها هستیم.

حال اگر  $x_1$  و  $x_2$  طول نقاط تلاقی سهمی با محور  $x$ ها باشند، داریم:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-2)^2 - 2(-17) = 4 + 34 = 38$$

نوشتن معادله سهمی به کمک رأس آن

اگر مختصات رأس یک سهمی را داشته باشیم  $(x_0, y_0)$ ، معادله آن سهمی به صورت زیر است:

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

دقت کنید که  $a$  یک عدد ثابت است و به کمک یک نقطه دیگر واقع بر سهمی، باید آن را پیدا کنیم.

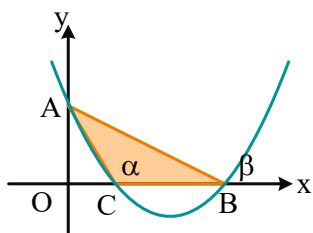


۵- اگر مساحت مثلثی که رأسهای آن نقاط برخورد منحنی به معادله  $y = x^2 - kx + 1$  با محورهای مختصات است، برابر یک واحد مربع باشد،  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 2$       (۲)  $\pm 4$       (۳)  $\pm 2\sqrt{2}$       (۴)  $\pm\sqrt{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



به نمودار فرضی مقابل توجه کنید. با توجه به شکل در نقطه برخورد منحنی با محور  $y$ ها،  $x = 0$  است. حال  $x = 0$  را به معادله سهمی می‌دهیم:

$$x = 0 \rightarrow y_A = 1$$

نقاط برخورد منحنی با محور  $x$ ها هم، همان ریشه‌های تابع هستند. حال برای محاسبه مساحت مثلث به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$S = \frac{BC \times OA}{2} \rightarrow \frac{|\alpha - \beta| \times 1}{2} = \frac{|\alpha - \beta|}{2}$$

چون مساحت مثلث برابر یک است و قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها در تابع درجه دوم برابر  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  است، داریم:

$$1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow 2|a| = \sqrt{\Delta} \Rightarrow 2 = \sqrt{k^2 - 4} \Rightarrow k^2 - 4 = 4 \Rightarrow k^2 = 8 \Rightarrow k = \pm 2\sqrt{2}$$



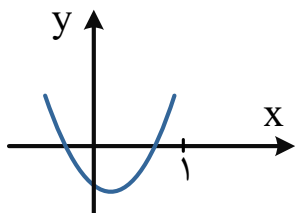
۶- به ازای چند مقدار صحیح منفی برای  $m$  هر دو ریشه حقیقی معادله  $3x^2 + mx + m = 0$  کوچک‌تر از ۱ هستند؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) هیچ      (۴) بی‌شمار

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

به ازای  $x = 1$  مقدار عرض تابع سهمی، مثبت است. چون  $a > 0$  و ۱ بعد از ریشه دوم سهمی است. پس:



$$x = 1 \Rightarrow 3 + m + m > 0 \Rightarrow m > -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 12m > 0 \xrightarrow{m < 0} m < 0 \\ x_S < 1 \Rightarrow \frac{-m}{6} < 1 \Rightarrow m > -6 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2} < m < 0$$



فقط  $m = -1$  قابل قبول است. در نتیجه فقط یک مقدار قابل قبول برای  $m$  وجود دارد.



۷- اگر  $\alpha$  ریشه معادله  $\sqrt{x^2 + 3x} + x = 3$  باشد، مقدار  $\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$       (۲)  $1 + \sqrt{3}$       (۳)  $1 + \sqrt{2}$       (۴) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

حل معادلات گنگ

برای حل معادلات گنگ، تا جایی که ممکن است طرفین را به توان فرجه می‌رسانیم تا رادیکال‌ها حذف شوند و با حل معادله درجه ۱ یا ۲ به جواب معادله می‌رسیم. جواب‌هایی قابل قبول‌اند که در معادله اولیه صدق کنند.

$$\sqrt{x^2 + 3x} = 3 - x$$

$$3 - x \geq 0 \Rightarrow x^2 + 3x = (3 - x)^2 \Rightarrow x^2 + 3x = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$  در شرط  $3 - x \geq 0$  صدق می‌کند، پس  $\alpha = 1$  است.

$$\Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} = 1$$



۸- معادله  $\frac{1}{2 + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{x}{3\sqrt{x}}$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مخرج مشترک گرفته و سپس طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x} - 2 + 2 + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{\sqrt{x}}{3} \xrightarrow{x \neq 0} \frac{2}{x - 4} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x - 4 = 6 \Rightarrow x = 10$$

پس فقط یک جواب دارد.



۹- شخص  $a$  به تنهایی کاری را در ۱۲۰ روز انجام می‌دهد. اگر اشخاص  $a$  و  $b$  با هم آن کار را انجام دهند ۱۰ روز زودتر از حالتی که

شخص  $b$  به تنهایی آن کار را انجام دهد، کار را تمام می‌کنند. شخص  $b$  به تنهایی در چند روز کار را انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳۰      (۲) ۴۰      (۳) ۵۰      (۴) ۶۰

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم شخص  $b$  به تنهایی در  $x$  روز کار را انجام دهد. در این صورت در یک روز شخص  $b$  به اندازه  $\frac{1}{x}$  کار و شخص  $a$  به اندازه

$\frac{1}{120}$  کار را انجام می‌دهند و هر دو با هم در یک روز به اندازه  $\frac{1}{x-10}$  کار را انجام می‌دهند. پس داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{120} = \frac{1}{x-10} \Rightarrow \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x} = \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow \frac{x - x + 10}{x(x-10)} = \frac{1}{120} \Rightarrow \frac{10}{x^2 - 10x} = \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \Rightarrow (x - 40)(x + 30) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -30 & \text{غ قق} \\ x = 40 & \checkmark \end{cases}$$

پس شخص b به تنهایی در ۴۰ روز کار را انجام می دهد.



۱۰- معادله  $\frac{ax}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$  ، دو جواب حقیقی متمایز دارد. کدام نامساوی همواره برقرار است؟

(۴)  $a > 1$

(۳)  $a > 2$

(۲)  $a > -\frac{33}{8}$

(۱)  $a > -4$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا طرفین معادله را در  $x(x-1)(x+1)$  ضرب می کنیم و داریم:

$$ax^2 + 2x(x-1) = (2-x)(x+1) \Rightarrow (a+3)x^2 - 3x - 2 = 0$$

برای آن که معادله دو جواب متمایز داشته باشد، باید  $\Delta > 0$  باشد و در ضمن ریشه های معادله ریشه مخرج کسرها نباشند، پس:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 4(a+3)(-2) > 0 \Rightarrow 8a > -33 \Rightarrow a > -\frac{33}{8}$$

$$x \neq 1 \Rightarrow a + 3 - 3 - 2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 2$$

$$x \neq 0 \Rightarrow -2 \neq 0 \Rightarrow \text{برقرار است.}$$

$$x \neq -1 \Rightarrow a + 3 + 3 - 2 \neq 0 \Rightarrow a \neq -4$$

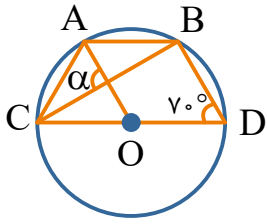
با توجه به شرطهای به دست آمده  $a > 2$  همواره برقرار است.

قلقشو یاد بگیر!

وقتی یک تساوی با چندین کسر با مخرج های متفاوت داریم، برای از بین بردن مخرج ها کل عبارت را در ک.م.م مخرج ها ضرب می کنیم.



۱۱- در شکل مقابل، ABDC دوزنقه و O مرکز دایره است. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



- (۱)  $60^\circ$
- (۲)  $70^\circ$
- (۳)  $50^\circ$
- (۴)  $80^\circ$

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

وترهای AB و CD موازی هستند، بنابراین:

$$\widehat{AC} = \widehat{BD} = x \Rightarrow \widehat{AB} = 180^\circ - x - x = 180^\circ - 2x$$

از طرفی:

$$\hat{D} = \frac{\widehat{CAB}}{2} \Rightarrow \gamma^\circ = \frac{x + 180^\circ - 2x}{2} \Rightarrow 140^\circ = 180^\circ - x \Rightarrow x = 40^\circ$$

بنابراین:

$$\widehat{AC} = 40^\circ \text{ و } \widehat{AB} = 100^\circ \text{ و } \widehat{BD} = 40^\circ \text{ و } \widehat{DE} = \widehat{AC} = 40^\circ$$

در نتیجه:

$$\alpha = \frac{\widehat{AC} + \widehat{BDE}}{2} = \frac{40^\circ + 80^\circ}{2} = 60^\circ$$

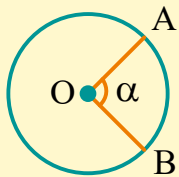
روش دوم

تا محاسبه مقدار X مشابه روش اول عمل می کنیم. سپس:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = x = 40^\circ \\ \hat{C}_1 = \frac{x}{2} = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \hat{O}_1 + \hat{C}_1 = 60^\circ$$

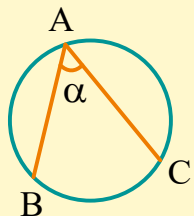
انواع زاویه‌ها در دایره

(۱) زاویه مرکزی: رأس آن روی مرکز دایره است.



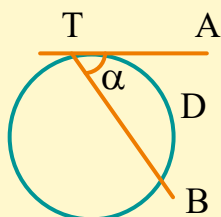
$$\hat{AOB} = \alpha = \widehat{AB}$$

(۲) زاویه محاطی: رأس آن روی محیط دایره است.



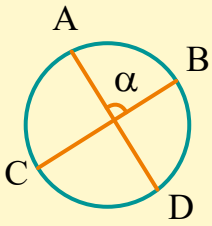
$$\hat{BAC} = \alpha = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

(۳) زاویه ظلی: یک ضلع آن بر دایره مماس است و ضلع دیگر آن وتری از دایره است.



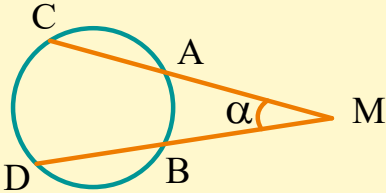
$$\alpha = \frac{\widehat{TDB}}{2}$$

۴) زاویه بین دو وتر متقاطع:



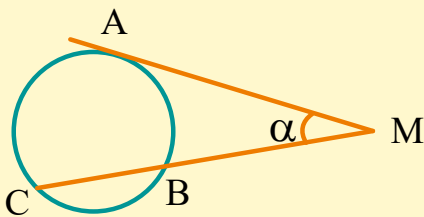
$$\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

۵) زاویه بین امتدادهای متقاطع دو وتر:



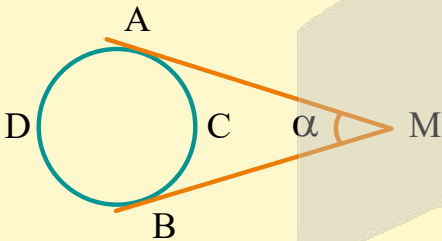
$$\alpha = \frac{\widehat{CD} - \widehat{AB}}{2}$$

۶) زاویه بین خط مماس و امتداد یک وتر:



$$\alpha = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AB}}{2}$$

۷) زاویه بین دو خط مماس متقاطع:



$$\alpha = \frac{\widehat{ADB} - \widehat{ACB}}{2}$$

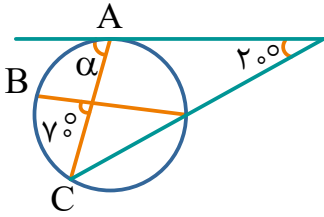
راهنمای زرنگ‌بازی!

در سوالات مربوط به زاویه در دایره‌ها، پیشنهاد می‌کنم طبق استراتژی زیر عمل کنید:

- ۱) کمان‌ها را اسم‌گذاری می‌کنیم، اما از حداقل تعداد اسامی ممکن استفاده می‌کنیم.
- ۲) کمان‌های بین وترهای موازی هم‌اندازه هستند، بنابراین چنین کمان‌هایی را با یک اسم مشترک نام‌گذاری می‌کنیم.
- ۳) مجموع همه کمان‌ها برابر با  $360^\circ$  است. پس برای آخرین کمان می‌توانیم از اسم جدید استفاده نکنیم، بلکه به جای آن، از  $360^\circ$  منهای سایر زوایا استفاده کنیم.
- ۴) اگر یکی از وترها، قطر دایره باشد، مجموع زوایای هر طرف آن برابر با  $180^\circ$  است. از این نکته هم استفاده می‌کنیم.
- ۵) پس از نام‌گذاری کمان‌ها از روابط معروف زوایا در دایره استفاده می‌کنیم.

۱۲- در شکل مقابل، اندازه زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟

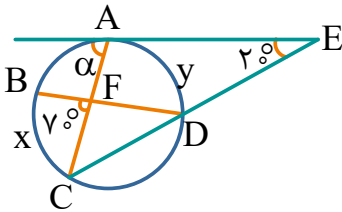
- (۱)  $۸۰^\circ$
- (۲)  $۶۰^\circ$
- (۳)  $۴۰^\circ$
- (۴)  $۲۰^\circ$



پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

در شکل مقابل داریم:



$$\hat{E} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AD}}{2}$$

با توجه به اینکه  $\widehat{AB} = \widehat{BC} = x$  و  $\widehat{AC} = \widehat{AB} + \widehat{BC}$  و  $\widehat{AD} = y$  و  $\hat{E} = 20^\circ$  داریم:

$$20^\circ = \frac{2x - y}{2} \Rightarrow 2x - y = 40^\circ \quad (I)$$

$$\hat{F} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} \xrightarrow{F=70^\circ, \widehat{AD}=y, \widehat{BC}=x} 70^\circ = \frac{y + x}{2} \Rightarrow x + y = 140^\circ \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 40^\circ \\ x + y = 140^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 60^\circ \\ y = 80^\circ \end{cases}$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{2x}{2} = 60^\circ$$

$\hat{A}$  زاویه ظلی است و اندازه‌اش برابر نصف کمان روبه‌روی آن است. یعنی:

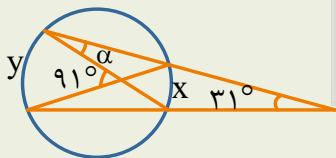
سوالات منتخب (تمرین ۲ صفحه ۱۶ کتاب درسی)

در شکل مقابل، اندازه زاویه  $\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$
- (۲)  $45^\circ$
- (۳)  $15^\circ$
- (۴)  $60^\circ$

پاسخ تشریحی:

ابتدا دو کمان مجهول که مورد نیاز هستند را نام‌گذاری می‌کنیم:



$$91^\circ = \frac{x + y}{2} \Rightarrow x + y = 182^\circ$$

$$31^\circ = \frac{y - x}{2} \Rightarrow y - x = 62^\circ$$

با حل دستگاه داریم:

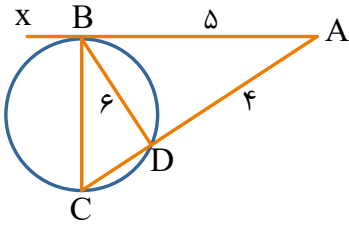
$$\begin{cases} x + y = 182^\circ \\ y - x = 62^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 60^\circ, y = 122^\circ$$

زاویه  $\alpha$  محاطی است. پس:

$$\alpha = \frac{x}{2} = 30^\circ$$

پاسخ: گزینه ۱

۱۳- در شکل مقابل، نیم خط Ax در نقطه B بر دایره مماس است. اگر  $AB=5$  و  $AD=4$  و  $BD=6$  باشد، آن گاه اندازه BC چقدر است؟

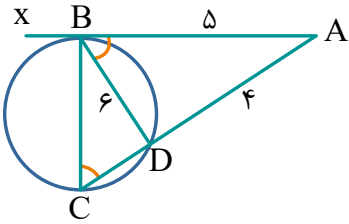


- (۱)  $6/25$
- (۲)  $6/5$
- (۳)  $7$
- (۴)  $7/5$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

زاویه B، ظلی است. بنابراین:



$$\widehat{D\hat{B}A} = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

زاویه C نیز محاطی و روبه رو به کمان BD است. بنابراین:

$$\widehat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2}$$

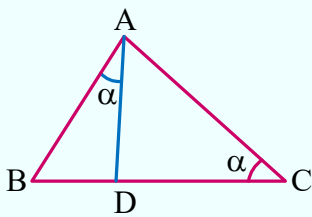
در نتیجه:

$$\begin{cases} \widehat{D\hat{B}A} = \widehat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = \frac{30}{4} = 7.5$$

جدیداً ترکیبی می زن!

یک تشابه مهم در مثلث وجود دارد که در مبحث دایره هم قابل طرح است، به طوری که در چهار سال گذشته، ۳ سوال از این موضوع در کنکور طرح شده است.

به مثلث زیر توجه کنید، پاره خط AD طوری بنا شده است که  $\widehat{BAD} = \widehat{C}$ . در این حالت، دو مثلث  $\triangle ABD$  و  $\triangle ABC$  متشابه خواهند بود. زیرا:



$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \\ \widehat{BAD} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

نسبت های تشابه:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

۱۴- در دایره  $C(O, R)$  وتر  $AB$  به طول ۱۱ واحد وتر  $CD$  را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. اگر  $AB$  به نسبت ۲ به ۹ تقسیم شده باشد، طول وتر  $CD$  کدام است؟

۱۲ (۴)

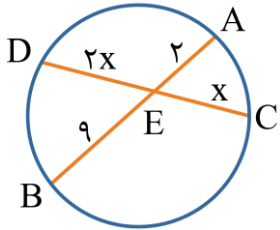
۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

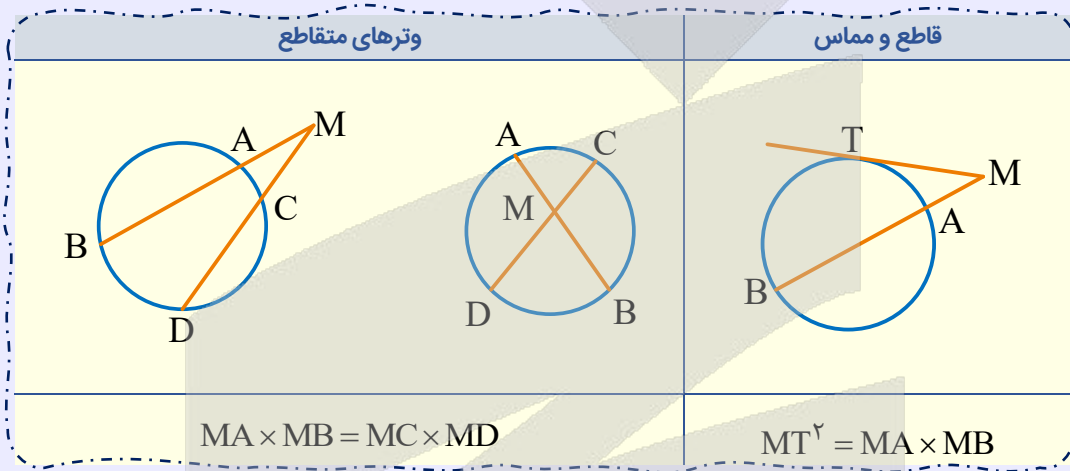


$$AE \times EB = EC \times ED$$

$$2 \times 9 = x \times 2x \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow DC = x + 2x = 3 + 6 = 9$$

روابط طولی در دایره



سوالات منتخب (کتاب درسی)

در دایره  $C(O, R)$  وتر  $AB$  به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر  $AB = 11 \text{ cm}$ ، آنگاه وتر  $CD$ ، وتر  $AB$  را به چه نسبتی قطع کرده است؟

۹ به ۲ (۴)

۸ به ۳ (۳)

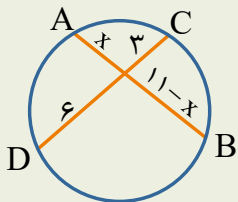
۷ به ۴ (۲)

۶ به ۵ (۱)

پاسخ تشریحی:

طول قطعاتی که  $AB$  روی  $CD$  جدا می‌کند، به راحتی به دست می‌آیند:

$$a + 2a = 9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$



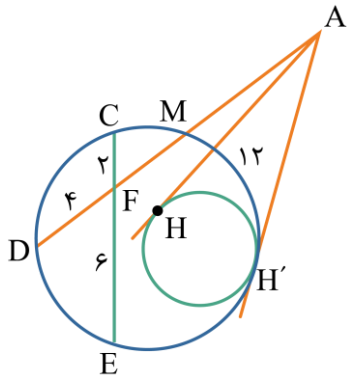
بنابر روابط طولی در دایره داریم:

$$3 \times 6 = x \times (11 - x) \Rightarrow x^2 - 11x + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 9 \end{cases} \text{ یا}$$

این‌جا فرقی ندارد که  $x$  برابر ۲ در نظر گرفته شود یا ۹. در هر صورت  $CD$  به نسبت ۲ به ۹،  $AB$  را قطع می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴

۱۵- در شکل زیر دو دایره مماس و شعاع دایره بزرگ تر، قطر دایره کوچک تر و  $AH$  بر دایره کوچک تر و  $AH'$  بر هر دو دایره مماس است، اگر  $CF=2$  و  $DF=4$  و  $EF=6$  و  $AH=12$  باشد، اندازه  $AM$  کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۷
- (۴) ۹

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

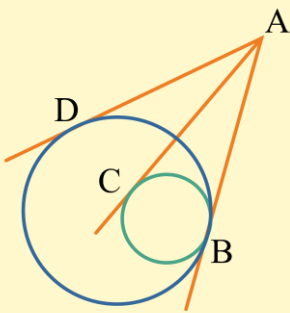
$$MF \times FD = CF \times FE \xrightarrow[\substack{DF=4 \\ CF=2, FE=6}]{\text{}} MF \times 4 = 2 \times 6 \Rightarrow MF = 3$$

$AH = AH' = 12$ . از طرفی:

$$AH'^2 = AM \times AD \Rightarrow 12^2 = AM(3 + 4 + AM) \Rightarrow AM^2 + 7AM - 144 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AM = 9 \quad \checkmark \\ AM = -16 \quad \times \end{cases}$$

یه نکته طلایی!

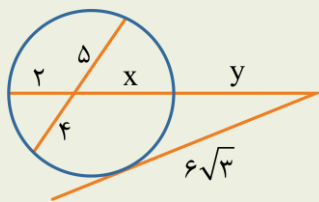
اگر دو دایره در نقطه B بر هم مماس باشند، آن گاه:



$$AD = AC = AB$$

سوالات منتخب (کنکور سراسری ریاضی ۱۳۸۵)

در شکل مقابل، مقدار  $y$  کدام است؟



- (۱) ۶
- (۲) ۷/۵
- (۳) ۸
- (۴) ۹

پاسخ تشریحی:

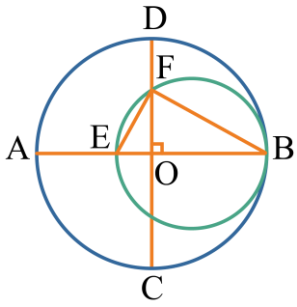
بنابر روابط طولی در دایره داریم:

$$2x = 4 \times 5 \Rightarrow x = 10$$

$$(6\sqrt{3})^2 = y \times (y + 12) \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \quad \checkmark \\ y = -18 \quad \times \end{cases}$$

پاسخ: گزینه ۱

۱۶- در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس اند و قطرهای AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر  $AE=7$  و  $DF=4$  باشند،  $\frac{BF}{EF}$  کدام است؟



کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$
- (۲)  $\frac{4}{3}$
- (۳)  $\frac{5}{4}$
- (۴)  $\frac{6}{5}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

شعاع دایره بزرگ تر را  $x$  می گیریم؛ می دانیم:

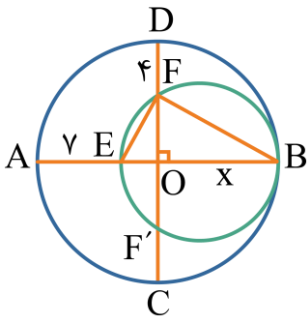
$$OE = x - 7, OF' = OF = x - 4$$

از روابط طولی در دایره کوچک داریم:

$$OE \times OB = OF \times OF'$$

$$\Rightarrow (x - 7) \times x = (x - 4)(x - 4)$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow \begin{cases} OF = 16 - 4 = 12 \\ OE = 16 - 7 = 9 \end{cases}$$



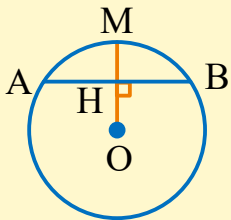
$$\Rightarrow \begin{cases} FB^2 = OF^2 + OB^2 \Rightarrow FB^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow FB = 20 \\ FE^2 = OF^2 + OE^2 \Rightarrow FE^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow FE = 15 \end{cases} \Rightarrow \frac{BF}{EF} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

خط مرکزین دو دایره مماس

خط مرکزین دو دایره مماس از نقطه تماس می گذرد و برعکس.

قضیه قطر عمود بر وتر

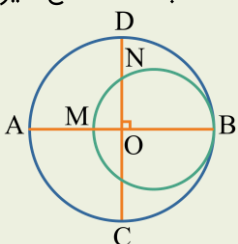
طبق قضیه قطر عمود بر وتر، قطر (شعاع) عمود بر وتر، وتر و کمان هایش را نصف می کند.



$$OM \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AM} = \widehat{BM} \end{cases}$$

سوالات منتخب (کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰ خارج و تمرین کتاب درسی)

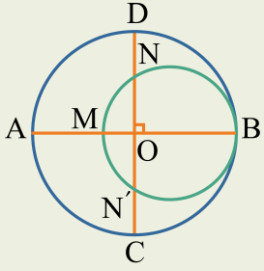
در شکل زیر دو دایره بر هم مماس اند و قطرهای AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر  $AM=16$  و  $DN=10$  باشند، شعاع دایره کوچک تر کدام است؟



- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۷
- (۴) ۲۵

پاسخ تشریحی:

شعاع دایره بزرگتر را  $x$  می‌گیریم؛ می‌دانیم:



$$OM = x - 16, \quad ON = ON' = x - 10$$

از روابط طولی در دایره کوچک داریم:

$$OM \times OB = ON \times ON'$$

$$\Rightarrow (x - 16) \times x = (x - 10)(x - 10)$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x = x^2 - 20x + 100 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow \begin{cases} ON = 25 - 10 = 15 \\ OM = 25 - 16 = 9 \end{cases}$$

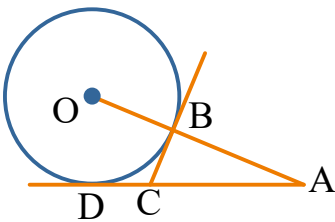
واضح است که  $MB$  قطر دایره کوچکتر است. پس نصف طول آن شعاع دایره کوچکتر است:

$$MB = OM + OB = 9 + 25 = 34 \Rightarrow \frac{MB}{2} = 17$$

پاسخ: گزینه ۳



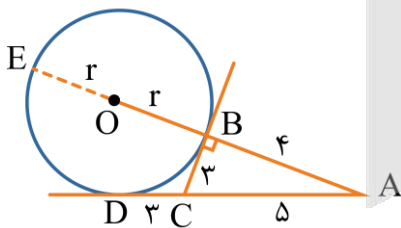
۱۷- در شکل مقابل، اگر  $AB = 4$  و  $DC = 3$  باشد، شعاع دایره کدام است؟ ( $O$  مرکز دایره است.)



- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



می‌دانیم که  $DC = 3$  است، بنابراین:  $BC = 3$ .

از طرفی، شعاع  $OB$  در نقطه  $B$  بر خط مماس، عمود است.

بنابراین مثلث  $ABC$  در رأس  $B$  قائم‌الزاویه است، پس:  $AC = 5$ .

حال از نقطه  $O$  به نقطه  $E$  وصل کرده و با توجه به روابط طولی در دایره (مماس و قاطع) داریم:

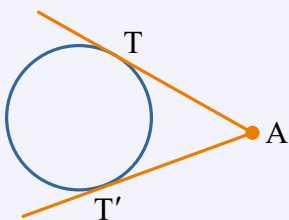
$$AD^2 = AB \times AE \Rightarrow (5 + 3)^2 = 4 \times (4 + 2r) \Rightarrow 64 = 4 \times (4 + 2r)$$

$$\Rightarrow 16 = 4 + 2r \Rightarrow 2r = 12 \Rightarrow r = 6$$

خط مماس بر دایره

(۱) شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

(۲) هرگاه از نقطه  $A$  خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم اندازه دو مماس با هم برابر است.



$$AT = AT'$$

۱۸- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع ۹ و ۱۶ برابر ۲۴ است، طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۳۶ (۲)

۷ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

دو دایره مماس خارج‌اند  $\Rightarrow 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{9 \times 16} = 24$

$\Rightarrow OO' = R + R' = 9 + 16 = 25$

این داستان: تشخیص وضعیت دو دایره از روی مماس مشترک خارجی دو دایره

(الف) اگر دو دایره  $C(O, R), C'(O', R')$  مماس خارج باشند:

(۱) طول خط‌المركزین آنها برابر است با  $R + R'$

(۲) طول مماس مشترک خارجی آنها برابر است با  $2\sqrt{RR'}$

(ب) عکس نکته (الف) هم درست است.

(پ) اگر طول مماس مشترک خارجی  $x$  باشد، داریم:

دو دایره متخارج  $\Rightarrow x \geq 2\sqrt{RR'}$

دو دایره مماس خارج  $\Rightarrow x = 2\sqrt{RR'}$

دو دایره متقاطع  $\Rightarrow x \leq 2\sqrt{RR'}$

••• i/o •••

۱۹- زاویه بین مماس‌های رسم شده از نقطه  $M$  بر دایره  $C(O, 6)$  برابر  $60^\circ$  درجه است. اگر  $T$  و  $T'$  نقاط تماس مماس‌ها با دایره باشند،

مساحت چهارضلعی  $MTOT'$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۷۲ (۲)

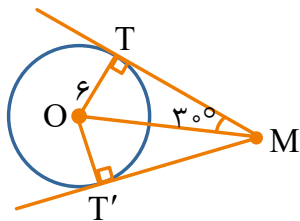
۱۲ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

از آن جایی که  $OM$  نیمساز زاویه  $\widehat{TMT'}$  است، پس  $\widehat{OMT} = 30^\circ$  است.

از طرفی  $OT \perp MT$ ، پس به کمک نسبت مثلثاتی تانژانت در مثلث قائم‌الزاویه  $OTM$ ، داریم:



$$\tan 30^\circ = \frac{OT}{MT} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6}{MT} \Rightarrow MT = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

و اینک با توجه به اینکه  $MT = MT'$  است، پس مثلث‌های  $OTM$ ،  $OT'M$  هم‌نهشت هستند و داریم:

$$S_{MTOT'} = 2S_{\triangle OTM} = 2 \times \frac{1}{2} \times OT \times MT = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

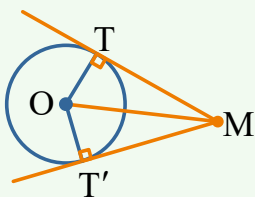
بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

🎯 قضیه دو مماس چی می‌گه؟

**قضیه دو مماس:** اگر از نقطه  $M$  خارج دایره  $C(O, R)$  مماس‌های  $MT$  و  $MT'$  را بر دایره رسم کنیم، داریم:

(۱)  $MT = MT'$

(۲)  $OM$  نیمساز زاویه  $\widehat{TMT'}$  است.



••• i/o •••

۲۰- سه زمین بازی دایره‌ای شکل به شعاع ۳، دو به دو بر هم مماس‌اند. می‌خواهیم ناحیه محدود به هر سه آن‌ها را گل‌کاری کنیم.

مساحت این ناحیه کدام است؟ ( $\pi = 3, \sqrt{3} = 1.7$ )

(۴) ۲/۳

(۳) ۱/۸

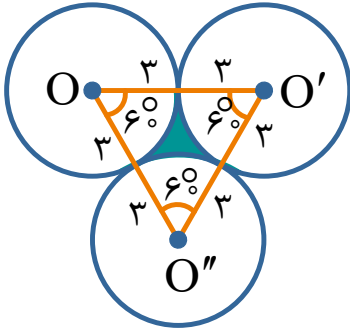
(۲) ۱/۲

(۱) ۰/۶۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به صورت سؤال، مساحت محدود بین سه زمین به صورت زیر خواهد بود:



کافی است مساحت مثلث  $\triangle OO'O''$  را به دست آوریم و مساحت نیم‌دایره‌ای به شعاع ۳ را از آن کم کنیم، زیرا ۳ قطاع با زاویه  $60^\circ$  همان

نیم‌دایره را می‌سازند. مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $a$  از رابطه  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$  به دست می‌آید:

$$S_{\Delta} - S_{\Delta} = \frac{36\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} \times \pi \times 9 = 9\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2} = 9 \times 1.7 - 4.5 \times 3 = 15.3 - 13.5 = 1.8$$





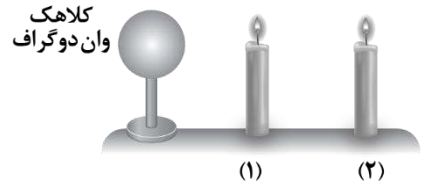
بودجه‌بندی این آزمون

سهم در کنکور

الکتروسیته ساکن (از ابتدای میدان الکتریکی تا قبل از انرژی پتانسیل الکتریکی) صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱

۱ تست از ۳۵ تست کنکور

۲۱- در شکل زیر، اگر به کلاهک مولد وان دوگراف مقدار زیادی بار الکتریکی منفی داده شود، شعله شمع ..... انحراف بیش تری پیدا می‌کند، علت این انحراف این است که شعله شمع دارای یون‌های ..... است که توسط وان دوگراف جذب می‌شوند.



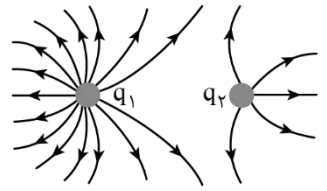
- (۱) (۱)، مثبت
- (۲) (۱)، منفی
- (۳) (۲)، مثبت
- (۴) (۲)، منفی

پاسخ: گزینه ۱



همان‌طور که در شکل مقابل مشاهده می‌کنید شعله شمع نزدیک‌تر به سمت کلاهک کشیده شده است، درحالی‌که شعله شمع دورتر تغییر چندانی نکرده است. دلیل آن است که کلاهک مولد وان دوگراف بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت شعله شمع نزدیک‌تر را به سمت خود می‌کشد، درحالی‌که شمع دیگر در فاصله دوری از کلاهک قرار گرفته است که تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیف‌تری قرار می‌گیرد.

۲۲- خطوط میدان الکتریکی اطراف دو بار نقطه‌ای مطابق شکل رسم شده است. این دو بار ..... هستند و اندازه بار  $q_1$  ..... از اندازه  $q_2$  است.



- (۱) هم‌نام - بزرگ‌تر
- (۲) هم‌نام - کوچک‌تر
- (۳) ناهم‌نام - بزرگ‌تر
- (۴) ناهم‌نام - کوچک‌تر

پاسخ: گزینه ۱

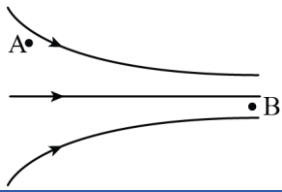
خطوط میدان از هر دو بار خارج شده، پس هر دو بار مثبت هستند. تراکم خطوط نزدیک  $q_1$  بیش‌تر از  $q_2$  است، بنابراین اندازه  $q_1$  بزرگ‌تر از اندازه  $q_2$  است.

نکات مهم مربوط به خطوط میدان الکتریکی را در نمودار زیر جمع‌آوری کرده‌ایم

- خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می‌شوند.
- هرچه میدان الکتریکی قوی‌تر باشد، خطوط میدان، متراکم‌تر می‌شوند.
- هرچه یک بار الکتریکی بزرگ‌تر باشد، تعداد خطوطی که از آن خارج می‌شود یا به آن وارد می‌شود بیشتر خواهد شد.
- جهت خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی، جهت میدان را نشان می‌دهد. خطوط میدان هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.



۲۳- یک ذره باردار با بار مثبت را یک بار در نقطه A و بار دیگر در نقطه B قرار می‌دهیم. نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر این ذره باردار در این دو نقطه وارد می‌شود در کدام نقطه بزرگ‌تر است و جهت نیروی وارد بر ذره در نقطه A کدام است؟



- (۱) A ↘  
 (۲) A ↖  
 (۳) B ↘  
 (۴) B ↖

(آسان - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

تراکم خطوط در نقطه B بیشتر است، پس میدان الکتریکی در این نقطه بزرگ‌تر است و در نتیجه طبق رابطه  $|F| = |q||E|$ ، اندازه نیروی وارد بر ذره نیز در نقطه B بیشتر است.

جهت میدان در هر نقطه در جهت خط مماس بر خطوط میدان در آن نقطه است، بنابراین در نقطه A، جهت میدان به صورت ↖ خواهد بود و چون بار ذره مثبت است، جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن نیز به همین صورت است.

اگر؟

اگر بار ذره منفی بود، نیروی الکتریکی وارد بر آن در نقطه A در جهت ↖ بود، زیرا نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

نیروی وارد بر بار الکتریکی در میدان الکتریکی

گرچه برای تعریف میدان الکتریکی یک جسم باردار از بار آزمون مثبت استفاده کردیم ولی وجود این میدان مستقل از بار آزمون است؛ بنابراین، اگر بار الکتریکی در میدان الکتریکی ناشی از اجسام باردار دیگری قرار گیرد، این میدان بر آن نیرو وارد می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

مطابق رابطه فوق به دو نتیجه زیر می‌رسیم:

۱- اندازه نیروی الکتریکی از رابطه  $|F| = |q||E|$  محاسبه می‌شود.

۲- به بار مثبت در جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود و به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود.



۲۴- در یک میدان الکتریکی یکنواخت که در راستای قائم است، ذره بارداری با بار الکتریکی  $-2\mu\text{C}$  و جرم  $5\text{g}$  معلق و به حال سکون

قرار دارد. اندازه و جهت میدان الکتریکی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

- (۱)  $25000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، پایین (۲)  $25000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، بالا (۳)  $20000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، پایین (۴)  $20000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، بالا

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

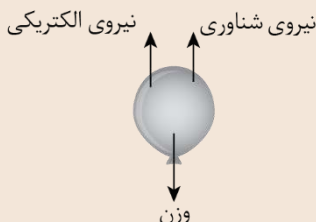
پاسخ: گزینه ۱

برای آن که ذره معلق بماند، باید نیروی الکتریکی، هم‌اندازه وزن باشد و جهت این نیرو به سمت بالا باشد. با توجه به این که به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، جهت میدان به سمت پایین است.

$$mg = |qE| \Rightarrow 5 \times 10^{-3} \times 10 = 2 \times 10^{-6} E \Rightarrow E = 25000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

رازهای پشت سؤال

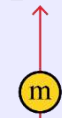
یکی از روش‌هایی که طراح، این سبک سؤالات را سخت‌تر می‌کند، در نظر گرفتن نیروی شناوری وارد بر جسم است. مثلاً فرض کنید طبق شکل زیر، جسم بادکنک بارداری باشد که نیروی شناوری وارد بر آن قابل توجه است.



شرط تعادل بادکنک آن است که نیروی وزن، هم‌اندازه مجموع نیروهای الکتریکی و شناوری باشد.

### تعداد بین نیروی الکتریکی و وزن

$$F_E = qE$$



$$W = mg$$

در این قسمت می‌خواهیم تعادل جسم بارداری را که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و وزن قرار دارد بررسی کنیم. شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد:

با توجه به این که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی، هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

$$F_E = W \rightarrow |qE| = mg$$

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

**الف)** اگر بار مثبت باشد ( $q > 0$ )، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

**ب)** اگر بار منفی باشد ( $q < 0$ )، نیروی الکتریکی و میدان در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

### یه نمونه باحال

یک ذرهٔ باردار به جرم ۲ گرم دارای بار الکتریکی  $q = -5\mu\text{C}$  است. این ذره را از ارتفاعی رها می‌کنیم. برای آن که این ذره معلق بماند و سقوط نکند، باید میدان الکتریکی در جهت ..... و با بزرگی ..... واحد SI در اطراف ذره ایجاد کنیم. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

..... و با بزرگی ..... واحد SI در اطراف ذره ایجاد کنیم. ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

**پاسخ:**

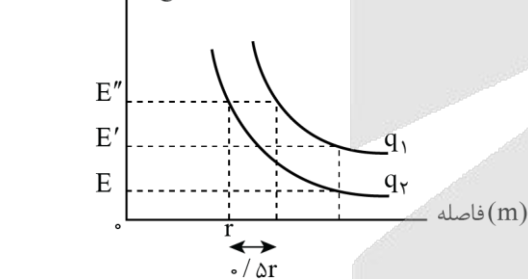
ابتدا دقت کنید که چون بار ذره منفی است، میدان به سمت پایین خواهد بود. برای محاسبهٔ اندازهٔ میدان می‌توان نوشت:

$$mg = |qE| \rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 10 = 5 \times 10^{-6} \times E \rightarrow E = 4000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



۲۵- در شکل زیر، نمودارهای اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از دو ذرهٔ باردار  $q_1$  و  $q_2$  برحسب فاصله از آن‌ها نشان داده شده است.

نسبت  $\frac{E'}{E}$  کدام است؟



- ۱)  $1/25$
- ۲)  $2/25$
- ۳)  $1/5$
- ۴)  $2/5$

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۱)

**پاسخ: گزینهٔ ۲**

با توجه به رابطهٔ زیر، بزرگی میدان الکتریکی با اندازهٔ بار، رابطهٔ مستقیم و با مربع فاصله از آن رابطهٔ عکس دارد.

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E \propto \frac{|q|}{r^2}$$

با توجه به نمودار، میدان در فاصلهٔ  $r$  از  $q_2$  هم‌اندازهٔ میدان در فاصلهٔ  $1/\delta r$  از بار  $q_1$  است، بنابراین داریم:

$$E'' = E_A = E_B \Rightarrow k \frac{q_2}{r^2} = k \frac{q_1}{(r + \delta r)^2} \Rightarrow q_1 = 2/25 q_2$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{E_C}{E_D} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{E} = 2/25$$



۲۶- ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = 5\mu\text{C}$  در نقطه  $A \begin{cases} -2\text{m} \\ -2\text{m} \end{cases}$  قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از این ذره در نقطه  $B \begin{cases} 3\text{m} \\ 3\text{m} \end{cases}$  چند برابر بزرگی میدان الکتریکی آن در نقطه  $C \begin{cases} 4\text{m} \\ -1.0\text{m} \end{cases}$  است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

فاصله  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  را حساب می‌کنیم:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (3 - (-2))^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}\text{m}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (-1.0 - (-2))^2} = \sqrt{36 + 1} = 1.0\text{m}$$

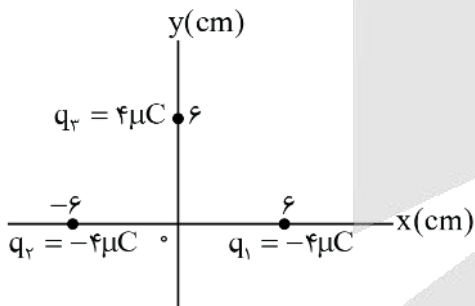
گام آخر:

نسبت میدان ناشی از بار  $q$  در نقطه  $B$  به میدان ناشی از بار  $q$  در نقطه  $C$  را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت } q} \frac{E_B}{E_C} = \left(\frac{r_{AC}}{r_{AB}}\right)^2 = \frac{r_{AC}=1.0\text{m}}{r_{AB}=5\sqrt{2}\text{m}} \rightarrow \frac{E_B}{E_C} = \left(\frac{1.0}{5\sqrt{2}}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$



۲۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده قرار دارند. بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات در SI کدام است؟



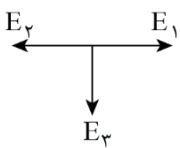
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$

- (۱)  $1.0^7 \vec{i}$   
 (۲)  $2 \times 10^7 \vec{i}$   
 (۳)  $-1.0^7 \vec{j}$   
 (۴)  $-2 \times 10^7 \vec{i} - 1.0^7 \vec{j}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:



ابتدا جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از این ۳ بار را در مبدأ مختصات مشخص می‌کنیم:

به دلیل برابر بودن فاصله و بار  $q_1$  و  $q_2$  میدان‌های ناشی از آنها برابری و یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین میدان الکتریکی خالص در مبدأ، همان میدان  $\vec{E}_3$  است.

گام آخر:

بزرگی میدان الکتریکی  $\vec{E}_3$  را محاسبه می‌کنیم:

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{6 \times 6 \times 10^{-4}} = 1.0^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_3 = -1.0^7 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)$$

راهنمای زنگ‌بازی

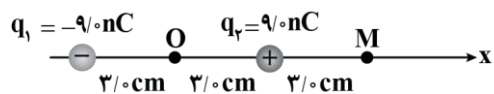
با توجه به این‌که میدان بارهای  $q_1$  و  $q_2$  اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند، میدان خالص باید حتماً در راستای محور  $y$  باشد و فقط مؤلفه  $\vec{j}$  داشته باشد، بنابراین بدون محاسبه می‌توان گفت گزینه (۳) صحیح است.





۲۸- شکل زیر، آرایشی از دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام (دوقطبی الکتریکی) را نشان می‌دهد که در آن فاصله دو بار از هم

۶/۰cm است. اختلاف اندازه میدان الکتریکی خالص در نقاط O و M چند واحد SI است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



- (۲)  $1/8 \times 10^5$
- (۴)  $10^5$

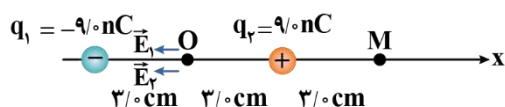
- (۱)  $1/8 \times 10^4$
- (۳)  $8 \times 10^4$

**پاسخ: گزینه ۴**

**متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱**

**گام اول:**

محاسبه میدان الکتریکی خالص در نقطه O:

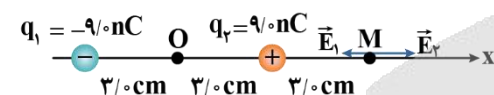


$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-9}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow E_O = E_1 + E_2 = 9 \times 10^4 + 9 \times 10^4 = 18 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

**گام دوم:**

محاسبه میدان الکتریکی خالص در نقطه M:



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-9}}{(9 \times 10^{-2})^2} = 10^4 \frac{N}{C} \\ E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-9}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^4 \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_M = E_2 - E_1 = 9 \times 10^4 - 10^4 = 8 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

**گام آخر:**

بنابراین اختلاف اندازه میدان الکتریکی در این دو نقطه برابر است با:

$$E_O - E_M = 18 \times 10^4 - 8 \times 10^4 = 10 \times 10^4 = 10^5 \frac{N}{C}$$

**سوتی‌های پرتکرار**

اگر میدان‌ها در نقطه M را یکسو در نظر می‌گرفتید،  $E_M = 10^5 \frac{N}{C}$  به دست می‌آمد و اختلاف میدان دو نقطه مانند گزینه (۳) برابر

$$\frac{N}{C} 8 \times 10^4 \text{ به دست می‌آید.}$$

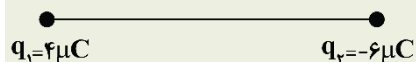
**اگر؟**

اگر  $\vec{E}_O - \vec{E}_M$  را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

$$\vec{E}_O - \vec{E}_M = -18 \times 10^4 \vec{i} - 8 \times 10^4 \vec{i} = -26 \times 10^4 \vec{i} \left( \frac{N}{C} \right)$$

**کنکور سراسری تجربی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۳**

۶۱- مطابق شکل، دو ذره باردار در فاصله ۶cm از یکدیگر قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی در وسط خط واصل دو ذره چند برابر بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی خط واصل دو ذره به فاصله ۳cm از بار  $q_1$  و ۹cm از بار  $q_2$  است؟



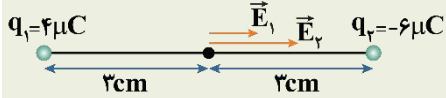
- (۱)  $\frac{15}{7}$
- (۲)  $\frac{5}{3}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

پاسخ تشریحی:

در سؤال، نسبت دو میدان خواسته شده است. پس نیازی به نوشتن مقدار  $k$  و تبدیل یکا نیست چون از صورت و مخرج خط می‌خورد.

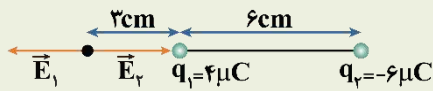
$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E \propto \frac{|q|}{r^2}$$

حالت اول:



$$E_{t1} = E_1 + E_2 = \left(\frac{4}{3^2} + \frac{6}{3^2}\right)k = \frac{10}{9}k$$

حالت دوم:



$$E_{t2} = E_1 - E_2 = \left(\frac{4}{3^2} - \frac{6}{9^2}\right)k = \left(\frac{36-6}{81}\right)k = \frac{30}{81}k$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

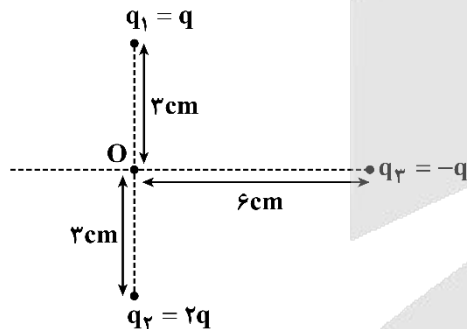
$$\frac{E_{t1}}{E_{t2}} = \frac{\frac{10}{9}k}{\frac{30}{81}k} = 3$$

پاسخ: گزینه ۴



۲۹- در شکل زیر، اندازه میدان برایند سه بار نقطه‌ای در نقطه O برابر E است. اگر بار  $q_1$  قرینه شود، اندازه میدان برایند در نقطه O

چند برابر E می‌شود؟



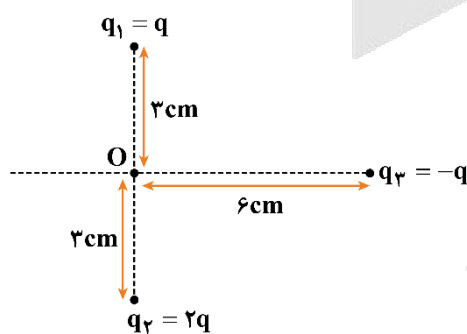
- (۱)  $\sqrt{\frac{145}{17}}$
- (۲)  $\sqrt{2}$
- (۳)  $\sqrt{\frac{135}{17}}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا میدان برایند را در نقطه O به دست می‌آوریم:

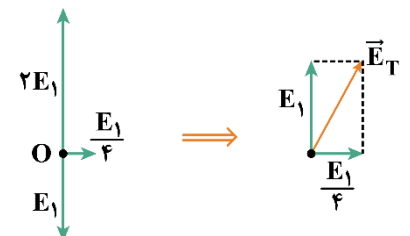


$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{kq}{(0.03)^2}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{k(2q)}{(0.03)^2} = 2E_1$$

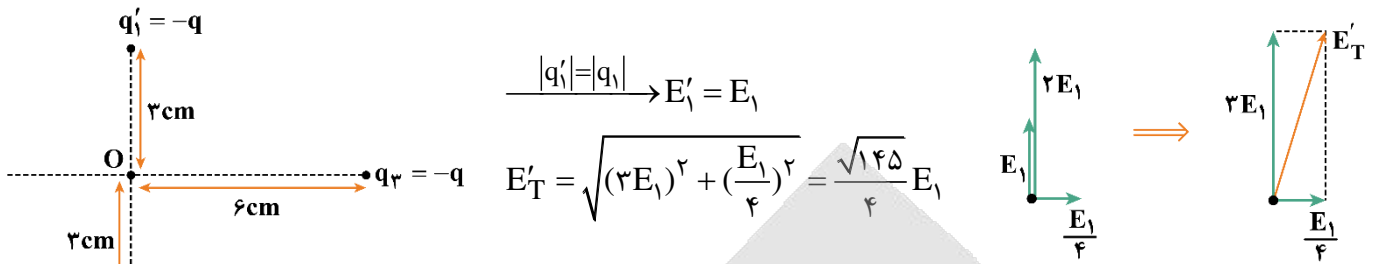
$$E_3 = \frac{k|q_3|}{r_3^2} = \frac{k(q)}{(0.06)^2} = \frac{E_1}{4}$$

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + \left(\frac{E_1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{4} E_1 = E$$



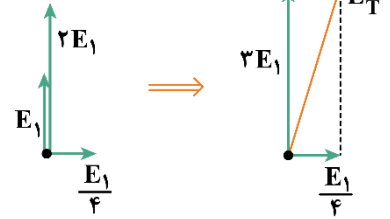
گام دوم:

سپس میدان را در حالت جدید به دست می آوریم:



$$\frac{|q_1| = |q_2|}{\rightarrow E_1 = E_2}$$

$$E_T = \sqrt{(3E_1)^2 + \left(\frac{E_1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{145}}{4} E_1$$



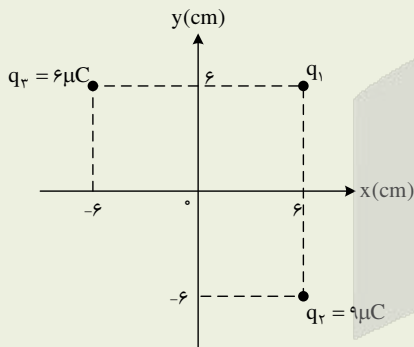
گام آخر:

حالا نسبت دو میدان را محاسبه می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{E_T}{E_T} = \frac{\frac{\sqrt{145}}{4} E_1}{\frac{\sqrt{17}}{4} E_1} \Rightarrow \frac{E_T}{E} = \frac{\sqrt{145}}{\sqrt{17}} \Rightarrow E_T = \sqrt{\frac{145}{17}} E$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۳- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در صفحه XY قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مبدأ مختصات) در SI، برابر

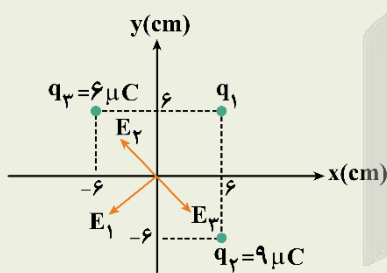


$$\frac{N}{C} \times 10^6 / 25 \times 6 \text{ است. } |q_1| \text{ چند میکروکولن است؟ } \left( k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \right)$$

- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید فاصله همه بارها تا مرکز مختصات برابر  $6\sqrt{2}$  cm است. در ادامه میدان حاصل از بارهای  $q_2$  و  $q_3$  را به دست می آوریم. به شکل صفحه بعد که جهت بردارهای میدان را نشان می دهد، توجه کنید.



$$E_2 = k \frac{q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = k \frac{q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{6}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

بنابراین برای  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  برابر است با:

$$\vec{E}_{2,3} \text{ و } \vec{E}_2: E_{2,3} = E_2 - E_3 = \frac{9}{8} \times 10^7 - \frac{6}{8} \times 10^7 = \frac{3}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

میدان کل در مرکز مختصات با استفاده از رابطه فیثاغورس به دست می آید:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} \rightarrow 6/25 \times 10^6 = \sqrt{E_1^2 + \left(\frac{3}{8} \times 10^7\right)^2}$$

$$\frac{6/25, 5, 3/75}{\rightarrow E_1 = 5 \times 10^6 \frac{N}{C}}$$

در ادامه با داشتن  $E_1$  می‌توانیم  $q_1$  را محاسبه کنیم:

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} \rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$\rightarrow q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu\text{C}$$

پاسخ: گزینه ۳



۳۰- الکترونی به جرم  $10^{-30} \text{ kg}$  داخل یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی  $10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  که جهت خطوط آن به سمت غرب است،

قرار می‌گیرد. شتاب این الکترون چند واحد SI و به چه سمتی است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) و از اثر نیروی گرانش صرف نظر شود.

- (۱)  $1/6 \times 10^{16}$ ، غرب (۲)  $1/6 \times 10^{16}$ ، شرق (۳)  $1/6 \times 10^{14}$ ، شرق (۴)  $1/6 \times 10^{14}$ ، غرب

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

گام اول:

نیروی الکتریکی وارد بر الکترون را حساب می‌کنیم:

$$F = |q|E \Rightarrow F = 1/6 \times 10^{-19} \times 10^5 = 1/6 \times 10^{-14} \text{ N}$$

گام دوم:

بزرگی شتاب الکترون را به دست می‌آوریم. طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{1/6 \times 10^{-14}}{10^{-30}} = 1/6 \times 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام آخر:

چون بار الکترون منفی است، نیروی الکتریکی در خلاف جهت میدان الکتریکی به آن وارد می‌شود، از طرفی چون جهت میدان به سمت غرب است، نیروی الکتریکی به سمت شرق خواهد بود و در نتیجه شتاب الکترون نیز به سمت شرق خواهد بود.



۳۱- کدام یک از مطالب زیر در مورد واکنش استخراج آهن در صنعت نادرست است؟

- ۱) واکنش مناسب برای استخراج آن با تولید گاز ناقطبی همراه است.
- ۲) برای انجام این واکنش باید به مخلوط واکنش دهنده‌ها گرما دهیم.
- ۳) در صنعت استفاده از فلز سدیم برای استخراج آهن به‌صرفه است.
- ۴) به‌طور علمی نمی‌توان از فلز مس برای استخراج آهن استفاده کرد.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

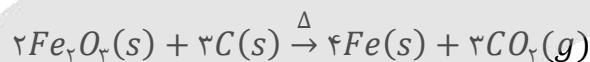
برای استخراج یک فلز از ترکیبات یا همان سنگ معدن آن، می‌توان از واکنش عناصری با واکنش‌پذیری بیشتر نسبت به آن فلز استفاده کرد. جدول زیر واکنش‌پذیری برخی از فلزها را نشان می‌دهد:

واکنش‌پذیری	ناچیز	کم	زیاد
نام فلز	مس، نقره و طلا	آهن و روی	سدیم و پتاسیم

واکنش‌پذیری فلز سدیم بیشتر از فلز آهن بوده و از آن برای استخراج آهن می‌توان استفاده کرد. اما چون دسترسی به سدیم کم و دشوارتر است و استفاده از آن به‌صرفه نیست، در صنعت به‌طور عملی نمی‌توان از این واکنش بهره برد.

**بررسی سایر گزینه‌ها:**

۱) واکنش استخراج آهن از سنگ معدن آن به‌صورت زیر است. در این واکنش با توجه به فراوانی مناسب گرافیت (یکی از دگرشکل‌های کربن)، از این عنصر استفاده می‌شود.



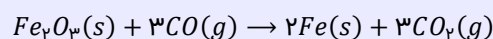
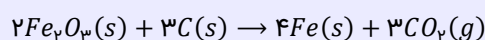
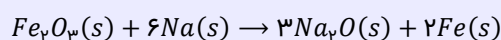
در این واکنش گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود که یک ماده ناقطبی است.

۲) وجود علامت  $\Delta$  بر روی فلش معادله واکنش به معنای گرما دادن به واکنش‌دهنده‌ها برای انجام واکنش است.

۴) واکنش‌پذیری فلز مس کمتر از واکنش‌پذیری فلز آهن است. پس مس با ترکیبات آهن به‌طور طبیعی واکنش نمی‌دهد و از این فلز نمی‌توان برای استخراج آهن از سنگ معدن استفاده کرد.

**استخراج آهن**

آهن در میان فلزات بیشترین مصرف سالانه را دارد و اغلب در طبیعت به‌صورت کانی هماتیت ( $Fe_2O_3$  به همراه ناخالصی) یافت می‌شود. چون واکنش‌پذیری آهن از کربن و سدیم کمتر است، می‌توان از این عناصر برای استخراج آهن از سنگ معدن آن استفاده کرد. از آن جا که دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم راحت‌تر است و صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه اصفهان، همانند همه شرکت‌های فولاد جهان از کربن برای استخراج آهن استفاده می‌شود. برای استخراج آهن از سنگ معدن آن می‌توان از سه معادله زیر کمک گرفت:





سؤال مشابه کنکور تجربی ۱۴۰۲

؟ کدام موارد زیر درست است؟

الف: استخراج فلز مس، دشوارتر از استخراج فلز آهن است.

ب: کربن و کربن مونوکسید در واکنش با آهن (III) اکسید، فرآورده‌های مشابه تولید می‌کنند.

ج: می‌توان درصد قابل توجهی از سنگ معدن آهن را در فرایند استخراج، به فلز تبدیل کرد.

د: خوردگی و فرسایش فلزات از روش‌های اصلی بازگشت فلز به طبیعت به شکل سنگ معدن است.

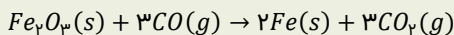
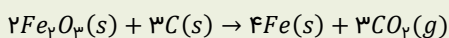
(۱) «الف»، «ب» (۲) «الف»، «ج» (۳) «ج»، «د» (۴) «ب»، «د»

موارد ب و د درست هستند.

بررسی موارد:

الف: هرچه واکنش پذیری یک فلز بیشتر باشد، استخراج آن از معدن دشوارتر خواهد بود. فلز آهن نسبت به فلز مس واکنش پذیری بیشتری دارد، در نتیجه استخراج فلز آهن دشوارتر است.

ب: معادله واکنش‌ها به صورت زیر است:



ج: در استخراج فلز تنها درصد کمی از سنگ معدن به فلز تبدیل می‌شود.

د: با توجه به شکل کتاب، وسایل فلزی طی فرایندهای خوردگی و فرسایش به طبیعت باز می‌گردند.



پاسخ: گزینه ۴



۳۲- اگر به طور طبیعی، فلز  $M$  با آهن (II) اکسید و سولفید فلز  $M$  با فلز پتاسیم واکنش دهد، به طور قطع، واکنش پذیری فلز ..... کمتر است.

(۱)  $M$  - منیزیم

(۲)  $M$  - آلومینیم

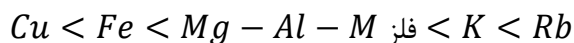
(۳)  $M$  - مس

(۴)  $M$  - روبیدیم

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به واکنش طبیعی فلز  $M$  با ترکیبی از آهن، واکنش پذیری آن از آهن بیشتر است. همچنین چون ترکیبی از  $M$  با فلز پتاسیم واکنش می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت واکنش پذیری آن کمتر از پتاسیم است. پس ترتیب واکنش پذیری این سه فلز به صورت  $Fe < M < K$  می‌باشد. مقایسه واکنش پذیری فلزهای مطرح شده در گزینه‌ها و دو فلز پتاسیم و آهن به صورت زیر است:



بر این اساس واکنش پذیری آلومینیم و منیزیم را نمی‌توان با فلز  $M$  مقایسه کرد؛ اما می‌دانیم به طور قطع، واکنش پذیری فلز  $M$  از فلز روبیدیم کمتر و واکنش پذیری فلز  $M$  از فلز مس بیشتر است.

### مقایسه واکنش پذیری دو فلز

- اگر واکنش پذیری فلز  $X$  بیشتر از واکنش پذیری فلز  $Y$  باشد:
- فلز  $X$  می‌تواند فلز  $Y$  را از ترکیبات این فلز خارج کند، اما فلز  $Y$  نمی‌تواند فلز  $X$  را از ترکیبات آن خارج کند.
- تمایل به از دست دادن الکترون و تبدیل شدن به کاتیون در فلز  $X$  بیشتر از فلز  $Y$  است.
- واکنش پذیری ترکیبات  $X$  کمتر از واکنش پذیری ترکیبات فلز  $Y$  است.
- پایداری ترکیبات  $X$  بیشتر از پایداری ترکیبات فلز  $Y$  است.
- استخراج فلز  $X$  دشوارتر از استخراج فلز  $Y$  است.
- شرایط نگهداری فلز  $X$  از فلز  $Y$  دشوارتر است.
- پایداری فلز  $X$  کمتر از پایداری فلز  $Y$  است.

### توجه!

رابطه میان تمام گزاره‌های بالا دو طرفه است؛ یعنی هر یک از عبارتهای بالا درست باشد، سایر عبارتهای نیز درست بوده و به معنای واکنش پذیری بیشتر فلز  $X$  نسبت به فلز  $Y$  است.



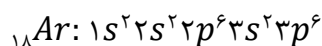
### ۳۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) رنگ سنگ‌های فیروزه، زمرد و یاقوت به علت وجود ترکیباتی از فلزهای دسته  $d$  است.
- (۲) رفتار فلزهای دسته  $d$  همانند فلزهای اصلی بوده، اما خاصیت‌های منحصر به فردی نیز دارند.
- (۳) فلزهای دسته  $d$  دوره چهارم به هنگام تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌هایی را با  $n = 4$  از دست می‌دهند.
- (۴) در آرایش الکترونی فشرده عناصر واسطه دوره چهارم، گاز نجیبی است که تمام لایه‌های الکترونی آن پر هستند.

### (آسان - مفهومی - ۱۱۰)

### پاسخ: گزینه ۴

در آرایش الکترونی عناصر دوره دوم به بعد، برای جلوگیری از اضافه نویسی، می‌توان از آرایش فشرده استفاده کرد. به این منظور، گاز نجیب دوره قبل را نوشته و زیرلایه‌هایی را که در آرایش آن گاز نجیب وجود ندارد، جلوی آن قرار می‌دهیم. در آرایش الکترونی فشرده عناصر دوره چهارم، گاز نجیب دوره سوم یعنی آرگون دیده می‌شود. آرایش الکترونی آرگون به صورت مقابل است:



در این عنصر دو لایه اول پر شده هستند. اما لایه سوم به علت عدم الکترون گرفتن زیرلایه  $3d$  در این عنصر، پر نیست.

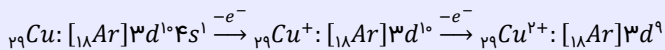
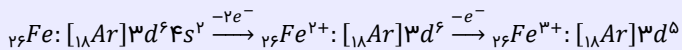
### بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) رنگ سنگ‌های زینتی و شیشه‌های رنگی، ناشی از عناصری است که به فلزهای واسطه یا همان فلزهای دسته  $d$  شهرت دارند. رنگ سنگ‌های یاقوت، زمرد و فیروزه به ترتیب قرمز، سبز و آبی هستند.
- ۲) اگرچه همه فلزها در حالت‌های کلی رفتارهای مشابهی دارند، اما تفاوت‌های قابل توجهی میان آن‌ها وجود دارد، به طوری که هر فلز رفتارهای ویژه خود را دارد. فلزها به طور کلی، چکش‌خوار (قابلیت مفتول شدن، ورقه‌ای شدن و شکل پذیری) و رسانای جریان الکتریکی و گرما هستند. همچنین سطح آن‌ها درخشان بوده و کدر نیست. از طرفی فلزها در واکنش با سایر عناصر، الکترون یا الکترون‌های خود را از دست می‌دهند. این ویژگی‌ها میان فلزها مشترک است؛ اما برخی از این فلزها ویژگی‌هایی دارند که در سایر فلزها نمی‌تواند دید. به عنوان مثال تیتانیوم فلزی محکم با چگالی پایین است. یا طلا با اسیدهای متعارف واکنش نمی‌دهد. یا تنگستن در دماهای بالا چنان مقاومتی الکتریکی از خود نشان می‌دهد که از آن برای تولید نور استفاده می‌شود.
- ۳) فلزهای دسته  $d$  دوره چهارم به هنگام تشکیل کاتیون می‌توانند الکترون‌های زیرلایه  $3d$  یا  $4s$  را از دست دهند. در این حالت، ابتدا زیرلایه  $4s$  الکترون‌های خود را از دست داده و در ادامه الکترون‌های زیرلایه  $3d$  را از دست خواهد داد.

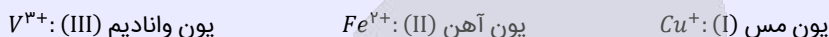


آرایش الکترونی کاتیون‌های فلز واسطه

فلزهای واسطه برای تشکیل کاتیون، ابتدا الکترون‌های زیرلایه  $ns$  و بعد از آن در صورت نیاز، الکترون‌های زیرلایه  $(n-1)d$  خود را از دست می‌دهند. به عنوان مثال، روند تولید کاتیون از برخی عناصر موجود در این دسته به صورت زیر است:



بر اساس همین ویژگی، برخی از عناصر واسطه یک بار تنها الکترون‌های زیرلایه  $ns$  و بار دیگر نیز الکترون‌های  $ns$  و تعدادی از الکترون‌های زیرلایه  $(n-1)d$  را از دست داده و یون‌های تک اتمی، با بارهای الکتریکی متفاوت تولید می‌کنند. بنابراین، در مراحل نام‌گذاری این یون‌ها، لازم است بار الکتریکی آن‌ها نیز نشان داده شود. به این منظور پس از نام یون، بار آن یون با اعداد رومی در پرانتز آورده می‌شود. به عنوان مثال:



۳۴- اگر ناخالصی یک نمونه گاز اکسیژن با خلوص ۹۶ درصد جرمی، گاز هلیوم باشد، ۱۴۰ لیتر از آن در شرایط استاندارد با چند گرم گاز

هیدروژن واکنش می‌دهد؟ (فراورده این واکنش آب است.  $H = 1, He = 4, O = 16: g.mol^{-1}$ )

۱۸/۷۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

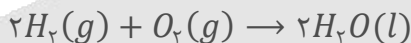
۶/۲۵ (۲)

۹/۳۷۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش گاز هیدروژن و اکسیژن به صورت زیر انجام می‌شود:



راه حل مسئله

از آن‌جا که مقدار گاز مصرف شده به صورت حجم بیان شده است، باید ابتدا نسبت حجمی گاز اکسیژن را در مخلوط گازی محاسبه کنیم و سپس جرم گاز هیدروژن مصرف شده را حساب کنیم.

اگر جرم کل گاز را ۱۰۰ گرم در نظر بگیریم، ۹۶ گرم آن اکسیژن و ۴ گرم آن هلیوم است، پس در این مخلوط ۳ مول گاز اکسیژن و ۱ مول گاز هلیوم وجود داشته و بنابراین در این مخلوط از میان ۴ مول گاز، ۳ مول گاز اکسیژن وجود دارد.

در گازها در دما و فشار مشخص، نسبت حجم گازها برابر نسبت مقدار (مول) آن‌ها است. پس  $\frac{3}{4}$  حجم گاز اکسیژن ناخالص، به اکسیژن خالص اختصاص دارد. بر این اساس، جرم گاز هیدروژن مصرف شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? g H_2 = 140 L \text{ گاز اکسیژن ناخالص} \times \frac{3 L O_2}{4 L \text{ گاز اکسیژن ناخالص}} \times \frac{1 mol O_2}{22/4 L O_2} \times \frac{2 mol H_2}{1 mol O_2} \times \frac{2 g H_2}{1 mol H_2} = 18/75 g$$

پس جرم گاز هیدروژن مصرف شده در این حالت برابر ۱۸/۷۵ گرم است.



۳۵- با توجه به جدول زیر، تأمین شرایط نگهداری فلز ..... سخت‌تر از فلز ..... است.

اکسید فلز X + فلز Y → اکسید فلز X + فلز Y
اکسید فلز Z + فلز Y → اکسید فلز Z + فلز Y
به طور طبیعی انجام نمی‌شود → اکسید فلز Z + فلز M
اکسید فلز Y + فلز M → اکسید فلز M + فلز Y

(۱)  $M - X$

(۲)  $Y - M$

(۳)  $X - Z$

(۴)  $Z - Y$



پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

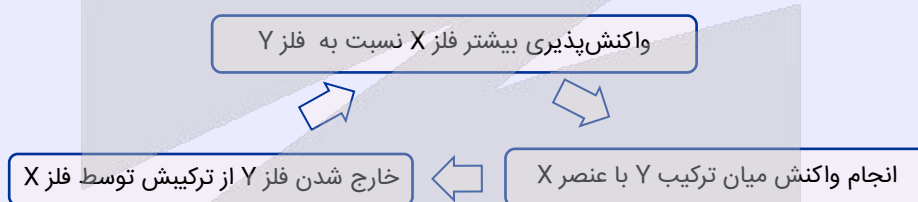
اگر فلز  $A$  با ترکیبی از فلز  $B$  به طور طبیعی واکنش دهد، واکنش پذیری فلز  $A$  بیشتر از فلز  $B$  خواهد بود. همچنین اگر فلز  $A$  با ترکیبی از فلز  $B$  واکنش ندهد، واکنش پذیری فلز  $A$  کمتر از فلز  $B$  است. پس از واکنش های مطرح شده در صورت سؤال داریم:

واکنش	واکنش پذیری
اکسید فلز $X$ + فلز $Y \rightarrow$ اکسید فلز $X$ + فلز $Y$	$X > Y$
اکسید فلز $Z$ + فلز $Y \rightarrow$ اکسید فلز $Z$ + فلز $Y$	$Z > Y$
به طور طبیعی انجام نمی شود $\rightarrow$ اکسید فلز $Z$ + فلز $M$	$Z > M$
اکسید فلز $Y$ + فلز $M \rightarrow$ اکسید فلز $M$ + فلز $Y$	$Y > M$

پس ترتیب واکنش پذیری فلزها به صورت  $X - Z > Y > M$  است و نمی توان واکنش پذیری  $X$  و  $Z$  را مقایسه کرد. هر چه واکنش پذیری یک فلز بیشتر باشد، تأمین شرایط نگهداری آن یا همان شرایط واکنش ندادن آن سخت تر است. پس شرایط نگهداری فلز  $X$  دشوارتر از فلز  $M$  می باشد.

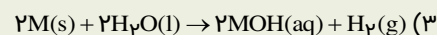
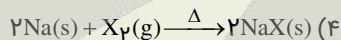
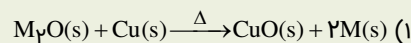
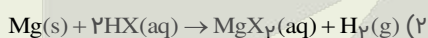
مقایسه واکنش پذیری فلزها

واکنش پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم های آن عنصر به انجام واکنش شیمیایی است؛ بنابراین، هرچه واکنش پذیری عنصری بیشتر باشد، تمایل آن به ایجاد ترکیب بیشتر و آن ترکیب پایدارتر است. به همین علت برای آن که فلز  $X$  بتواند فلز  $Y$  را از ترکیب این فلز خارج کند، باید واکنش پذیری بیشتری داشته باشد تا تمایل به تشکیل ترکیب جدید (ترکیب فلز  $X$ ) بیشتر از تمایل برای بقای ترکیب قبلی (ترکیب فلز  $Y$ ) باشد. به بیان دیگر، اگر واکنش پذیری فلز  $X$  از فلز  $Y$  بیشتر باشد، فلز  $X$  با ترکیب های فلز  $Y$ ، واکنش می دهد؛ اما اگر واکنش پذیری فلز  $X$  از فلز  $Y$  کمتر باشد، واکنش میان فلز  $X$  و ترکیب های  $Y$  رخ نمی دهد.



سؤال مشابه کنکور تجربی ۱۴۰۰

? با توجه به نمودار کتاب درسی کدام واکنش، انجام ناپذیر است؟ (M: فلز اصلی، X: نافلز)



به طور کلی واکنش پذیری فلزهای اصلی از فلزهای واسطه بیشتر است. با توجه به اینکه M فلز اصلی است، واکنش پذیری بیشتری نسبت به فلز Cu دارد و مس نمی تواند کاتیون آن را از ترکیب جدا کند.

پاسخ: گزینه ۱



۳۶- اگر ۶۰ کیلوگرم کلسیم کربنات ناخالص در اثر گرما در واکنش  $\text{CaCO}_3(s) \rightarrow \text{CaO}(s) + \text{CO}_2(g)$  با بازده ۵۰ درصد، ۱۸۰

مول گاز تولید کند، درصد خلوص این نمونه چقدر بوده است؟ ( $C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰: g \cdot mol^{-1}$ )

۹۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:





### راه حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص نیاز به جرم خلوص کلسیم کربنات داریم. جرم کلسیم کربنات را پس از محاسبه فراورده نظری به کمک فراورده عملی و بازده واکنش، به دست می‌آوریم.

ابتدا مقدار گاز تولیدشده به صورت نظری را محاسبه می‌کنیم:

$$(R) \text{ بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 50 = \frac{180}{x} \times 100 \Rightarrow x = 360 \text{ mol}$$

حال جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده برای تولید ۳۶۰ مول گاز را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kg CaCO}_3 = 360 \text{ mol CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 36 \text{ kg}$$

در نهایت، درصد خلوص کلسیم کربنات را محاسبه می‌کنیم:

### درصد خلوص

اغلب مواد موجود در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه، ناخالص هستند؛ بنابراین، برای بیان میزان خلوص بودن یک ماده از درصد خلوص استفاده می‌کنیم. درصد خلوص به معنی مقدار گرم ماده خلوص موجود در صد گرم ماده ناخالص است. درصد خلوص از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{درصد خلوص ماده} = \frac{\text{جرم ماده خلوص (g)}}{\text{جرم ماده ناخالص (g)}} \times 100$$

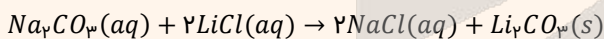
**نکته:** به هنگام محاسبه درصد خلوص، نیاز نیست حتماً از واحد گرم استفاده شود و تنها یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج، کافی است.

$$(P) \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خلوص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow P = \frac{26}{60} \times 100 = 60\%$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۶۰ است.

### برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول که حاوی ۹/۰ مول سدیم کربنات است، ۳۵۰ میلی‌لیتر محلول لیتیم کلرید با غلظت کافی اضافه می‌کنیم تا مطابق معادله زیر، با یکدیگر واکنش دهند. اگر بازده درصدی واکنش برابر ۸۰ درصد باشد، غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر چند مول بر لیتر می‌گردد؟



۰/۴ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۳۶ (۱)

از آن جا که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، تنها ۲۰ درصد از یون‌های کربنات وارد شده به محلول، رسوب نکرده و به صورت حل شده، در محلول نهایی حضور دارند؛ بنابراین، مقدار یون‌های کربنات در محلول نهایی برابر است با:

$$? \text{ mol CO}_3^{2-} \text{ باقی مانده} = 0/9 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_3^{2-}}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} \times \frac{20 \text{ mol CO}_3^{2-} \text{ مانده}}{100 \text{ mol CO}_3^{2-}} = 0/18 \text{ mol}$$

و در آخر غلظت یون کربنات را محاسبه می‌کنیم. از آن جا که دو محلول با حجم‌های ۴۰۰ و ۳۵۰ میلی‌لیتر را با یکدیگر مخلوط کرده‌ایم؛ حجم محلول نهایی برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$[CO_3^{2-}] = \frac{\text{مول CO}_3^{2-}}{\text{محلول}} \rightarrow x = \frac{0/18}{750 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 0/24 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

بر این اساس، می‌توان گفت غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر ۰/۲۴ مول بر لیتر است.

پاسخ: گزینه ۲



۳۷- یکی از مواد طلایی رنگ موجود در طبیعت که ممکن است با طلا اشتباه گرفته شود، پیریت بوده که نمونه ناخالص  $FeS_2$  است. اگر

از ۴۰۰ گرم از این ماده، ۱۶۵/۲ گرم آهن استخراج شود، درصد ناخالصی این نمونه چقدر است؟ ( $S = 32, Fe = 56: g \cdot mol^{-1}$ )

۱۳ (۴)

۱۱/۵ (۳)

۹/۵ (۲)

۸ (۱)

آسان - مسئله - ۱۱۰۱

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به جرم آهن موجود در این نمونه، جرم  $FeS_2$  را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g FeS}_2 = 165/2 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{120 \text{ g FeS}_2}{1 \text{ mol FeS}_2} = 354 \text{ g}$$



پس از ۴۰۰ گرم این ماده ۳۵۴ گرم آن  $FeS_2$  و ۴۶ گرم آن ناخالصی است. درصد ناخالصی در این نمونه را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد ناخالصی} = \frac{\text{جرم ناخالصی}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow B = \frac{46}{400} \times 100 = 11.5\%$$

پس درصد ناخالصی در این ماده برابر ۱۱/۵ درصد است.



۳۸- چند مورد از مطالب زیر درباره طلا درست است؟

- الف - همانند فلز سدیم، نرم است و برخلاف فلز سدیم، واکنش پذیری کمی دارد.  
 ب - این عنصر همانند نافلز جامد زردرنگ، در طبیعت به شکل عنصری و آزاد یافت می‌شود.  
 ج - فلز طلا در واکنش با اکسیژن هوا، با از دست دادن الکترون به یون مثبت تبدیل می‌شود.  
 د - یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد آن عایق شدن نسبت به جریان الکتریکی در دماهای بالا است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - حفظی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

طلا یکی از فلزهای واسطه است که خواص و کاربردهای منحصر به فردی دارد. عبارتهای (الف) و (ب) درست هستند.

طلا، فلزی خاص

طلا از فلزهای واسطه جدول تناوبی است که علاوه بر خواص مشترک فلزها، خواص منحصر به فردی نیز دارد که موجب گران‌بها و پرکاربرد بودن آن شده است. فلز طلا به قدری چکش‌خوار، نرم و شکل‌پذیر است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد. به همین علت، در ساخت زیورآلات از طلای ناخالص استفاده می‌شود تا استحکام لازم را داشته باشد.

رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در دماهای گوناگون، موجب شده است که از این فلز در صنعت الکترونیک مانند تولید قطعات مختلف رایانه و همچنین ساخت ویلچر الکترونیکی استفاده شود.

واکنش‌پذیری فلز طلا پایین بوده و این فلز برخلاف سدیم و آهن، با گازهای هواکره واکنش نمی‌دهد و سطح درخشان خود را حفظ می‌کند؛ بنابراین معمولاً در طبیعت به شکل عنصری (آزاد) یافت می‌شود؛ اما به علت کم بودن آن در معادن طلا، حجم انبوهی از پسماند در مقابل مقدار اندکی طلا تولید می‌شود؛ به‌عنوان مثال برای تولید یک حلقه عروسی حدود ۳ تن پسماند ایجاد می‌شود.

از طلا به علت بازتاب بسیار زیاد پرتوهای نور تابیده‌شده به آن، در تولید کلاه‌های فضاوردی استفاده می‌شود.

بررسی موارد:

الف) طلا به اندازه‌های چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد. همچنین فلز سدیم، دومین فلز قلیایی، به گونه‌ای نرم است که با چاقو بریده می‌شود. واکنش‌پذیری طلا به اندازه‌ای پایین است که به آن فلز نجیب نیز می‌گویند. از طرفی در میان فلزها، فلزهای قلیایی بیشترین واکنش‌پذیری را دارند.

ب) در میان فلزها، طلا، نقره، مس و پلاتین به شکل عنصری در طبیعت یافت می‌شوند. همچنین برخی نافلزها نیز به‌صورت عنصری در طبیعت یافت می‌شوند. یکی از این نافلزها گوگرد بوده که جامدی زردرنگ است.

ج) یکی از ویژگی‌های خاص عنصر طلا، واکنش ندادن این فلز با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان است. این ویژگی سبب شده که از این عنصر بتوان در شرایطی استفاده کرد که سایر فلزها واکنش می‌دهند و پایدار نیستند.

د) رسانایی الکتریکی بالای طلا در شرایط دمایی مختلف و در دماهای بالا حفظ می‌شود. این ویژگی، یکی از خواص مهم عنصر طلا به شمار می‌رود که آن را فلزی مناسب برای استفاده در قطعات الکتریکی می‌کند.



۳۹- در دما و فشار ثابت، واکنش موازنه‌نشده  $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$  انجام می‌شود. اگر حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده دو

برابر حجم گاز آمونیاک تولیدشده باشد، بازده درصدی این واکنش چقدر است؟

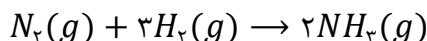
۵۰ (۴)

۶۰ (۳)

۶۶/۷ (۲)

۷۵ (۱)

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



این واکنش در دما و فشار ثابت انجام می‌شود. پس حجم مولی گازها ثابت بوده و نسبت مقدار (مول) دو گاز برابر نسبت حجم این دو گاز است. بنابراین اگر در این واکنش  $x$  مول هیدروژن مصرف شود، به طور عملی  $\frac{x}{3}$  مول آمونیاک تولید می‌شود. بر این اساس ابتدا مقدار فرآورده نظری تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } NH_3 = x \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{3 \text{ mol } H_2} = \frac{2}{3} x \text{ mol}$$

بنابراین بازده انجام این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فرآورده عملی}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{\frac{x}{3}}{\frac{2}{3}x} \times 100 = 75\%$$

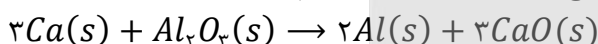
بنابراین بازده این واکنش برابر ۷۵ درصد است.



۴۰ - اگر  $1/50.5 \times 10^{24}$  اتم کلسیم با مقدار کافی آلومینیم اکسید واکنش دهد و ۳۶ گرم فلز آلومینیم تولید شود، بازده این واکنش برابر چند درصد است؟ ( $Al = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

- ۸۰ (۱)      ۷۵ (۲)      ۶۰ (۳)      ۵۰ (۴)

واکنش پذیری کلسیم از آلومینیم بیشتر بوده و می‌تواند آلومینیم را از اکسید آن خارج کند. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا با توجه به مقدار کلسیم مصرف شده، جرم آلومینیم تولیدشده به صورت نظری را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } Al = 1/50.5 \times 10^{24} \text{ Ca} \times \frac{1 \text{ mol } Ca}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ Ca}} \times \frac{2 \text{ mol } Al}{3 \text{ mol } Ca} \times \frac{27 \text{ g } Al}{1 \text{ mol } Al} = 45 \text{ g}$$

حال بازده واکنش را به دست می‌آوریم:



در واقعیت، واکنش‌های شیمیایی به علت ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌ها، انجام گرفتن واکنش‌های ناخواسته و همچنین کامل نشدن واکنش، همیشه مطابق انتظار ما پیش نرفته و میزان فرآورده تولید شده، کمتر از مقدار به دست آمده در محاسبات ما می‌شود. در این شرایط، نیاز به مفهومی که نشان دهد واکنش به چه اندازه انجام شده است، حس می‌شود. از این رو، شیمی‌دان‌ها با مطرح کردن مفهوم بازده واکنش، به دنبال مشخص کردن مقدار فرآورده تولید شده در واقعیت (فرآورده عملی) با استفاده از مقدار مورد انتظار از طریق محاسبه (فرآورده نظری) هستند. رابطه بازده درصدی به صورت زیر است:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فرآورده عملی}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times 100$$

☆ نکته مهم: تنها شرط مورد نیاز برای محاسبه بازده درصدی، یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج است و این واحد می‌تواند گرم، کیلوگرم، مول، لیتر گاز و ... باشد.

$$(R) \text{ بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{36}{45} \times 100 = 80\%$$

پس بازده واکنش انجام شده برابر ۸۰ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

از واکنش میان  $6/321 \times 10^{24}$  اتم کربن با مقدار کافی سیلیسیم اکسید ( $SiO_2$ )، مقداری گاز کربن مونوکسید و ۴۸ میلی‌لیتر سیلیسیم مایع با چگالی ۲/۴۵ گرم بر میلی‌لیتر تولید می‌شود. بازده این واکنش چند درصد بوده و در این واکنش چند گرم گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود؟

$$(C = 12, O = 16, Si = 28: g \cdot mol^{-1})$$

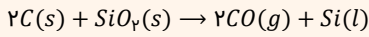
$$176/4 - 60 \quad (4)$$

$$176/4 - 80 \quad (3)$$

$$235/2 - 60 \quad (2)$$

$$235/2 - 80 \quad (1)$$

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار نظری سیلیسیم مایع را به دست می‌آوریم:

$$? g Si = 6/321 \times 10^{24} \text{ اتم } C \times \frac{1 \text{ mol } C}{6/02 \times 10^{23} \text{ اتم } C} \times \frac{1 \text{ mol } Si}{2 \text{ mol } C} \times \frac{28 \text{ g } Si}{1 \text{ mol } Si} = 147 \text{ g } Si$$

سپس، مقدار فرآورده عملی را محاسبه می‌کنیم:

$$Si \text{ چگالی} = \frac{\text{جرم } Si}{\text{حجم } Si} \Rightarrow 2/45 = \frac{x}{48} \Rightarrow x = 2/45 \times 48 = 117/6 \text{ g } Si$$

حال، بازده درصدی واکنش مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فرآورده عملی}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times 100 \rightarrow x = \frac{117/6}{147} \times 100 = \%80$$

در نهایت جرم کربن مونوکسید تولید شده را نیز به دست می‌آوریم:

$$? g CO = 117/6 \text{ g } Si \times \frac{1 \text{ mol } Si}{28 \text{ g } Si} \times \frac{2 \text{ mol } CO}{1 \text{ mol } Si} \times \frac{28 \text{ g } CO}{1 \text{ mol } CO} = 235/2 \text{ g}$$

بنابراین در این واکنش ۲۳۵/۲ گرم گاز کربن مونوکسید تولید شده است.

پاسخ: گزینه ۱



# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

