



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۳ مهر ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

کل کتاب هندسه ۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

ریاضی ۱

کل کتاب ریاضی ۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۱

کل کتاب شیمی ۱

سهم در کنکور: ۱۰-۱۱ سؤال

فیزیک ۱

کل کتاب فیزیک ۱

سهم در کنکور: ۷-۸ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می کنید.





۱- با فرض $A = \left\{ x | x \in \mathbb{R}, -2x < \frac{11x+1}{-3} \right\}$ و $B = \left\{ x | x \in \mathbb{R}, \frac{x-1}{2} \geq -2x \right\}$ ، مجموعه $A \cup B$ به کدام صورت است؟

(۱) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right]$ (۲) $\left(-\infty, -\frac{1}{5} \right] \cup \left(\frac{1}{5}, +\infty \right)$

(۴) $\mathbb{R}$

(۳) $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right]$

۲- اگر U مجموعه مرجع و $n(A) = 14$ و $n(B) = 12$ و $n(A' \cap B') = 30$ و $n(A' \cup B') = 48$ باشد، تعداد $n(U)$ کدام است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۵۲

(۲) ۵۰

(۱) ۴۸

۳- در یک دنباله حسابی اگر مجموع جملات سوم و هفتم برابر پانزده و مجموع جملات نهم و بیست و یکم برابر بیست و نه باشد، جمله دهم برابر کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

۴- بین دو عدد ۸ و ۲۷ دو واسطه هندسی درج کرده ایم، جمع این دو واسطه با جمله چندم دنباله حسابی $98, 94, 90, \dots$ برابر است؟

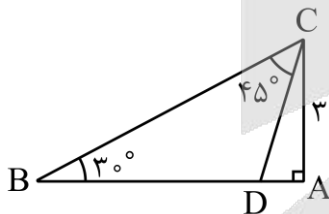
(۴) ۱۸

(۳) ۱۶

(۲) ۳۴

(۱) ۲۴

۵- در شکل مقابل، اندازه BD کدام است؟



(۱) $3(\sqrt{3} - 1)$

(۲) $6(\sqrt{3} - 1)$

(۳) $2(\sqrt{3} + 1)$

(۴) $3(\sqrt{3} + 1)$

محل انجام محاسبات





۶- اگر $100^\circ < \alpha < 200^\circ$ و $\sin 3\alpha = \frac{m-1}{2}$ و $\cos 3\alpha = \frac{n+1}{2}$ باشد، اشتراک بازه‌های قابل قبول برای m و n کدام است؟

- (۱) $[-1, 0)$ (۲) $(0, -2-2\sqrt{3})$ (۳) $(-1, 1+2\sqrt{3})$ (۴) $(-4, 3)$

۷- اگر $\tan \theta = 4 \cot \theta$ و انتهای کمان θ در ناحیه چهارم باشد، حاصل $\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{2 \sin \theta + 3 \cos \theta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{8}{7}$

۸- اگر $27^\circ < x < 315^\circ$ باشد، حاصل $A = \sqrt{1+2 \sin x \cos x} - \sqrt{1-2 \sin x \cos x}$ کدام است؟

- (۱) $2 \sin x$ (۲) $2 \cos x$ (۳) $-2 \cos x$ (۴) $-2 \sin x$

۹- حاصل عبارت $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۰- حاصل عبارت $1 + \frac{2\sqrt{2}x^3 + 1}{2x^2 - \sqrt{2}x + 1}$ به ازای $x = 1 - \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) صفر

۱۱- α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - 4 = 0$ می‌باشند. اگر $\alpha > \beta$ باشد، حاصل $\sqrt{2\alpha + 8} + \sqrt{6\beta + 20}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{5} - 2$ (۴) $2\sqrt{5} - 4$

۱۲- رأس سهمی $y = x^2 - mx + m$ روی خط $y = 2x - 1$ قرار دارد. اگر سهمی از ناحیه سوم محورهای مختصات عبور کند، معادله خط تقارن آن کدام است؟

- (۱) $x = 1$ (۲) $x = -1$ (۳) $x = 2$ (۴) $x = -2$

محل انجام محاسبات





۱۳- تمامی مقادیر m که به ازای آن‌ها عبارت $y = mx^2 + mx + m - 1$ همواره منفی است، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 0)$ (۲) $(0, \frac{4}{3})$ (۳) $(-\frac{4}{3}, 0)$ (۴) $(-\infty, 0) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$

۱۴- جدول تعیین علامت $P = \frac{x+a}{x^2+bx+c}$ به صورت زیر است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

x	-2	1
P	-	+

تعریف نشده

- (۱) ۱
(۲) -۳
(۳) ۵
(۴) -۷

۱۵- چه تعداد عدد صحیح در هر دو نامساوی $|2x-1| < 7$ و $|3x+1| \geq 2$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

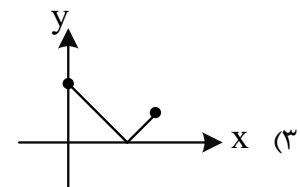
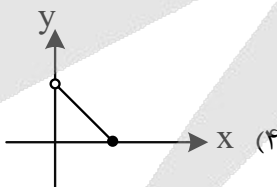
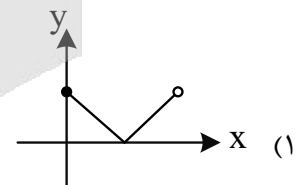
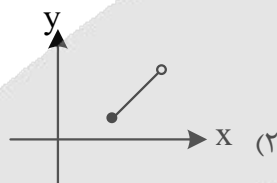
۱۶- اگر رابطه $f = \{(m, 4), (-n, 2), (3, -1), (3, m+1), (-2, n^2)\}$ یک تابع باشد، حاصل mn کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۷- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد و $\frac{g(5)+f(-1)}{f(3)+g(1)} = g(-2)$ باشد، مقدار $g(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۸- دامنه تابع قدرمطلق بازه $(-4, 3]$ است. اگر برد این تابع با دامنه تابع $f(x) = |x-2|$ برابر باشد، نمودار تابع $y = f(x)$ کدام است؟



محل انجام محاسبات



۱۹- تابع $f(x)$ را ۲ واحد به سمت پایین و ۳ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا تابع $g(x) = x^2 - 8x + 15$ حاصل شود. اگر $f(a) = 2$ باشد، مجموع مقادیر a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۷

۲۰- چه تعداد عدد چهار رقمی وجود دارد که فقط دو رقم دهگان و صدگان آن با هم برابر باشند؟

- (۱) ۸۴۱ (۲) ۷۲۹ (۳) ۶۴۸ (۴) ۷۲۰

۲۱- در چند جایگشت از حروف کلمه "Friends" حروف e و i مجاورند ولی حروف r و s مجاور نیستند؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۹۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۵۶۰

۲۲- از بین ۷ جفت کفش به چند طریق می‌توان ۸ لنگه کفش انتخاب نمود، به طوری که در بین آن‌ها دقیقاً ۲ جفت کفش باشد؟

- (۱) ۸۴۰ (۲) ۱۶۸۰ (۳) ۶۴۰ (۴) ۲۱۰۰

۲۳- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع اعداد روشده حداقل ۸ است؟

- (۱) $\frac{5}{36}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{18}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۲۴- از یک کیسه که حاوی ۶ مهره قرمز و ۴ مهره آبی است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل ۱ مهره قرمز است؟

- (۱) $\frac{23}{30}$ (۲) $\frac{29}{30}$ (۳) $\frac{113}{120}$ (۴) $\frac{119}{120}$

۲۵- در یک مسابقه پیش‌بینی «طاها» با احتمال $\frac{6}{10}$ و «پارسا» با احتمال $\frac{5}{10}$ برنده می‌شود. اگر احتمال آن که هر دو برنده شوند $\frac{3}{10}$ باشد، با چه احتمالی هیچ‌کدام برنده نمی‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{15}{100}$ (۳) $\frac{2}{10}$ (۴) $\frac{25}{100}$

محل انجام محاسبات



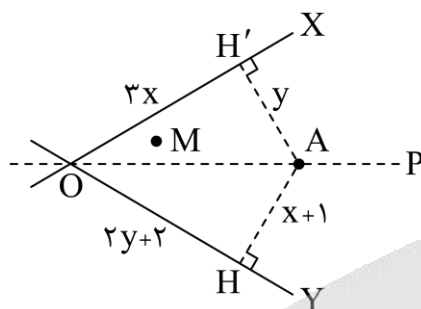
۲۶- در مربعی به قطر ۲، مکان هندسی نقاطی از درون مربع که فاصله آنها از تمام رئوس بزرگتر از $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است دارای کدام مساحت است؟

- (۱) $2 - \pi$ (۲) $\frac{2 - \pi}{2}$ (۳) $4 - \pi$ (۴) $\frac{4 - \pi}{2}$

۲۷- در مثلث ABC که $AB = AC = 40$ و $BC = 48$ است. نیمساز رأس A و عمود منصف AB یکدیگر را در O قطع کرده‌اند. فاصله نقطه O از ضلع AB کدام است؟

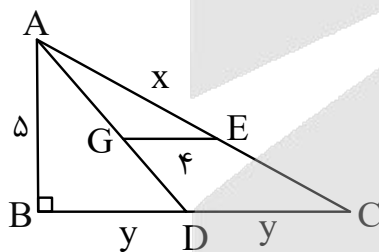
- (۱) ۱۵ (۲) ۷ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۲۸- در شکل زیر اگر $\angle XOY$ دو برابر زاویه $\angle XOP$ باشد، $MO + MA + MH'$ کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۲۷ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۲۹- می‌دانیم هر رأس در مثلث از محل تلاقی میانه‌ها، به فاصله $\frac{2}{3}$ اندازه میانه رسم شده از آن رأس است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC مطابق شکل، محل تلاقی میانه‌ها و GE موازی ضلع BC است. اندازه AE کدام است؟



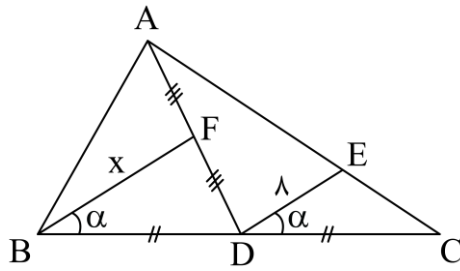
- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) $\frac{13}{2}$ (۳) ۹ (۴) $\frac{26}{3}$

محل انجام محاسبات





۳۰- در شکل مقابل اندازه پاره خط BF کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۳۱- درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک، بزرگ ترین مربع ممکن را قرار می دهیم. مساحت این مربع کدام است؟

(۴) $21 - 12\sqrt{3}$

(۳) ۲۱

(۲) $13 - 4\sqrt{3}$

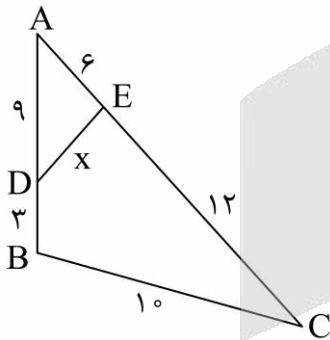
(۱) ۱۳

۳۲- مستطیل ABCD به ضلع $AB = 3\sqrt{13}$ مفروض است. اگر طول کوتاه ترین ارتفاع در مثلث ABD، ۶ واحد باشد،

عرض این مستطیل کدام است؟

(۴) $8\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{13}$ (۱) $\sqrt{13}$

۳۳- در شکل مقابل، اندازه هر پاره خط روی آن نوشته شده است. اندازه x کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۷/۵

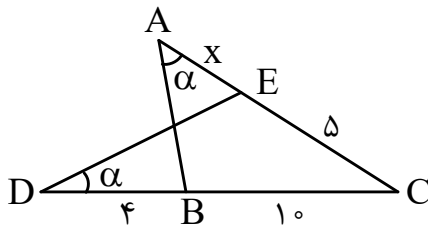
(۴) ۵

محل انجام محاسبات





۳۴- با توجه به شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



(۱) ۲۰

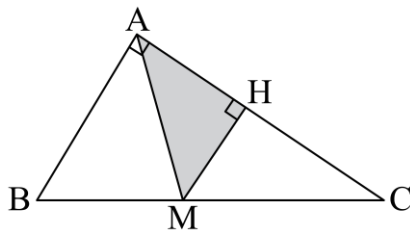
(۲) ۲۱

(۳) ۲۲

(۴) ۲۳

۳۵- در شکل مقابل، مثلث $\triangle ABC$ قائم الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) و $\hat{B} - \hat{C} = 60^\circ$ و $BC = 8$ است. اگر AM میانه مثلث $\triangle ABC$

و MH ارتفاع مثلث $\triangle AMC$ باشد، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



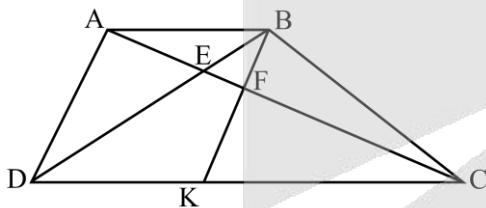
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۳۶- در شکل مقابل چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه و چهارضلعی $ABKD$ متوازی الاضلاع است. اگر $DE = 3EB$ باشد، نسبت

مساحت چهارضلعی $DEFK$ به مساحت مثلث BEF کدام است؟



(۱) ۹

(۲) ۱۰

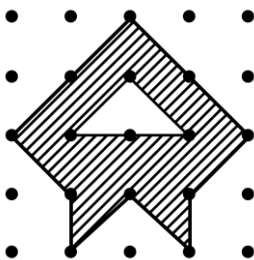
(۳) ۱۱

(۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

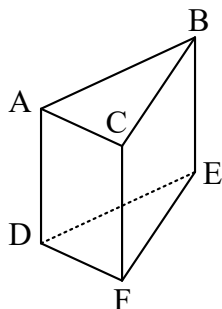


۳۷- مساحت قسمت هاشور خورده در شبکه مقابل کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) ۷/۵
(۳) ۷
(۴) ۶/۵

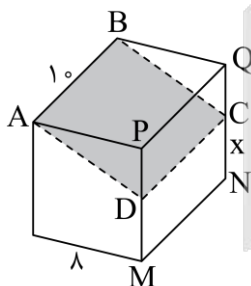
۳۸- شکل زیر، یک منشور سه پهلوی است. خط‌های گذرنده از یال‌ها را در نظر بگیرید. چند تا از آن‌ها با خط گذرنده از



AB متناظر است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۵

۳۹- در مکعب مستطیلی با ابعاد قاعده ۸ و ۱۰ و حجم ۱۰۴۰، صفحه ABCD طوری یال‌های PM و QN را برش زده است که سطح مقطع حاصل مربع شده است. فاصله نقطه C و D از صفحه قاعده پایین مکعب کدام است؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۷

۴۰- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ، $AB=AC=5$ و $BC=8$ است. اگر AB را به اندازه خودش امتداد دهیم تا به

D برسیم و مثلث $\triangle ABC$ را حول CD دوران دهیم، حجم جسم حاصل کدام است؟

- (۱) 128π (۲) 96π (۳) 64π (۴) 112π

محل انجام محاسبات





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه یازدهم



جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۳ مهر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال	۳۵ دقیقه	۶۵	۴۱	۲۵	فیزیک	۱
۶۰ دقیقه	۲۵ دقیقه	۹۰	۶۶	۲۵	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

هندسه ۱

کل کتاب هندسه ۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

ریاضی ۱

کل کتاب ریاضی ۱

سهم در کنکور: ۴ سؤال

شیمی ۱

کل کتاب شیمی ۱

سهم در کنکور: ۱۰-۱۱ سؤال

فیزیک ۱

کل کتاب فیزیک ۱

سهم در کنکور: ۷-۸ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳ تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه یازدهم دریافت می کنید.

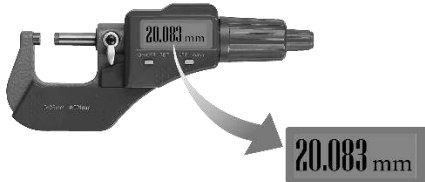




۴۱- کدام یکاها، همگی مربوط به کمیت‌های اصلی هستند؟

- (۱) ژول، کولن و مول
(۲) کیلوگرم، آمپر و مول
(۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع)
(۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)

۴۲- دقت اندازه‌گیری وسیله زیر چند دسی‌متر است و عدد خوانده‌شده به صورت نمادگذاری علمی برابر چند متر است؟
(به ترتیب از راست به چپ)



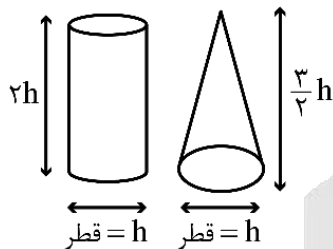
(۱) 10^{-3} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(۲) 10^{-3} و $2/0083 \times 10^{-3}$

(۳) 10^{-5} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(۴) 10^{-5} و $2/0083 \times 10^{-5}$

۴۳- مطابق شکل زیر، چگالی استوانه توپر ۲ برابر چگالی مخروط توپر است. جرم مخروط چند برابر جرم استوانه است؟



(۱) ۸

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{1}{8}$

۴۴- درون یک ظرف استوانه‌ای، $2/5$ لیتر مایع به چگالی $\frac{1}{2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه 50 cm^2 باشد،

فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۴) $2/8$

(۳) $8/2$

(۲) $4/4$

(۱) $7/6$

محل انجام محاسبات



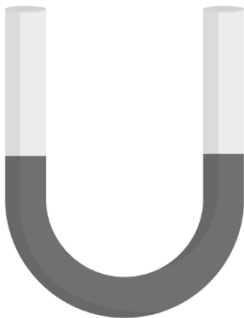


۴۵- وقتی شیشه می شکند با نزدیک کردن قطعه های آن به هم نمی توان اجزای شیشه را دوباره به هم چسباند؛ ولی اگر قطعه های شیشه را آن قدر گرم کنیم که نرم شوند می توان آن ها را به هم چسباند. علت این پدیده چیست؟

- (۱) کوتاه برد بودن نیروهای بین مولکولی
- (۲) تفاوت نیروی دگر چسبی و هم چسبی
- (۳) تبدیل نیروی بین مولکولی به نیروی دافعه در فاصله های کم
- (۴) تفاوت جامدهای بلورین و آمورف

۴۶- در شکل زیر، درون لوله U شکل مقداری جیوه قرار دارد. در یکی از شاخه ها روی جیوه به ارتفاع ۱۷cm مایعی به

چگالی $2 \frac{g}{cm^3}$ می ریزیم. در شاخه مقابل، سطح جیوه نسبت به موقعیت اولیه، چند سانتی متر بالا می آید؟



$$\left(\rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3}\right)$$

(۱) ۱/۲۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۳/۷۵

(۴) ۵

۴۷- در شکل زیر، یک بارومتر و یک مانومتر نشان داده شده است، که هر دو در یک محل قرار داشته و مایع های درون

آن ها در حال تعادل می باشد. اگر مساحت انتهای بسته لوله در بارومتر برابر $4 cm^2$ و بزرگی نیرویی که جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می کند برابر $27/2 N$ باشد، فشار گاز درون مخزن چند سانتی متر جیوه است؟

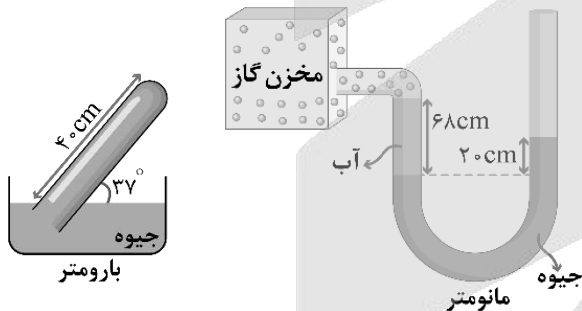
$$\left(\sin 37^\circ = 0/6, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg}\right)$$

(۱) ۹۰

(۲) ۹۱

(۳) ۸۸

(۴) ۸۹

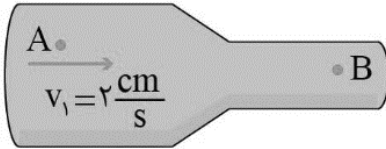


محل انجام محاسبات





- ۴۸- مطابق شکل، درون لوله، آب به صورت پایا و لایه‌ای جریان دارد. در مدتی که یک قطره یک گرمی آب از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود، کار کل انجام شده روی آن چند ژول است؟ (قطر مقطع لوله در قسمت‌های A و B آن به ترتیب ۳cm و ۱cm است.)



(۱) $3/2 \times 10^{-5}$

(۲) $1/6 \times 10^{-5}$

(۳) $-3/2 \times 10^{-5}$

(۴) $-1/6 \times 10^{-5}$

- ۴۹- جسمی درون آب یک ظرف غوطه‌ور است. دمای آب را 40°F کاهش می‌دهیم، با فرض ثابت بودن حالت آب، کدام یک از شرایط زیر نمی‌تواند رخ دهد؟ (تغییر حجم جسم ناچیز است.)

(۱) جسم به ته ظرف می‌رود. (۲) جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود.

(۳) جسم ابتدا پایین رفته و سپس بالا می‌آید. (۴) جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

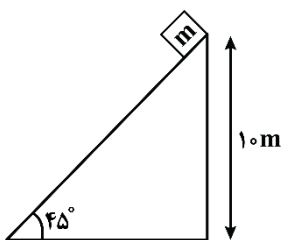
- ۵۰- دونده‌ای به جرم 80 kg ، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. این دونده تندی خود را با آهنگ چند واحد SI افزایش دهد تا پس از ۵s، انرژی جنبشی او به 1440 J برسد؟

(۱) ۱ (۲) $1/2$ (۳) $1/6$ (۴) ۲

- ۵۱- جسمی به جرم 60 kg از موقعیت A به موقعیت B می‌رود. کار کل انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی 24 kJ است. اگر تندی جسم در موقعیت A برابر $12\frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ است؟

(۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۶۲

- ۵۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $m = 2\text{ kg}$ از بالای سطح شیبدار به پایین سطح می‌لغزد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در این مسیر $\frac{1}{4}$ بزرگی وزن جسم باشد، کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۱۵۰

(۲) ۲۰۰

(۳) $150\sqrt{2}$

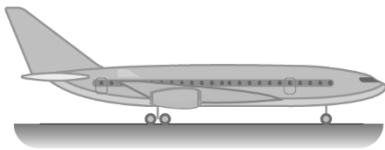
(۴) $200\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات





۵۳- اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/50 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی $864 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در ارتفاع 30000 پا حرکت می‌کند، چند گیگاژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، هر پا برابر 30 cm است و سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



(۲) ۴/۵۹

(۱) ۶/۱۲

(۴) ۴/۱۲

(۳) ۶/۴۳

۵۴- وزنه 200 گرمی را به نخ به طول 2 متر بسته و از سقف آویزان کرده‌ایم. اگر وزنه را روی دایره‌ای به شعاع nx از حالت قائم آنقدر دور کنیم که زاویه nx با راستای قائم 60° درجه شود و از این حالت وزنه را رها کنیم، بیشینه انرژی جنبشی وزنه در مسیر، چند ژول می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و مقاومت هوا و جرم نخ ناچیز است.)

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) ۴

(۱) $2\sqrt{2}$

۵۵- سه بالابر در جدول زیر توصیف شده‌اند. اگر توان ورودی بالابرها A ، B و C به ترتیب P_A ، P_B و P_C باشد، کدام مقایسه صحیح است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

توصیف	بازده	بالابر
در هر دقیقه 60 L آب را با تندی ثابت، 10 m بالا می‌برد.	40%	A
در هر دقیقه 40 L آب را با تندی ثابت، 12 m بالا می‌برد.	20%	B
در هر دقیقه، 80 L نفت را با تندی ثابت، 6 m بالا می‌برد.	30%	C

(۱) $P_A > P_B > P_C$ (۲) $P_B > P_A > P_C$ (۳) $P_A > P_C > P_B$ (۴) $P_B > P_C > P_A$

۵۶- مقدار 5 kg آلومینیم با دمای 100°C در اختیار داریم. اگر این آلومینیم 18 kJ گرما از دست بدهد دمای آن چند درجه سلسیوس خواهد شد؟ ($c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$)

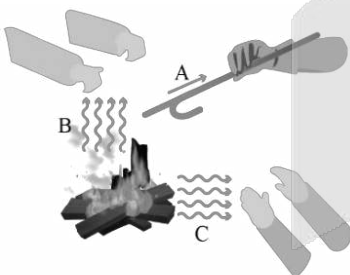
(۴) ۱۴۰

(۳) ۱۲۰

(۲) ۸۰

(۱) ۶۰

۵۷- در طرح‌واره زیر که سه روش انتقال گرما را نشان می‌دهد، روش‌های A و C به ترتیب از راست به چپ کدامند؟



(۱) همرفت - تابش

(۲) همرفت - رسانش

(۳) رسانش - همرفت

(۴) رسانش - تابش

محل انجام محاسبات



۵۸- یک ظرف آلومینیمی با حجم 500 cm^3 در دمای 20°C به طور کامل از گلیسرین پر شده است. اگر دمای ظرف و گلیسرین به 40°C برسد، چند سانتی متر مکعب گلیسرین از ظرف بیرون می ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیم $23 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ و ضریب انبساط حجمی گلیسرین $5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ است.)

(۱) $4/77$ (۲) $4/31$ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۹- $1/2 \text{ kg}$ آب با دمای صفر درجه سلسیوس را درون یک کتری برقی با توان الکتریکی 800 W و بازده 75% می ریزیم.

چند دقیقه طول می کشد تا کل آب، بخار شود؟ ($L_V = 2280 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)

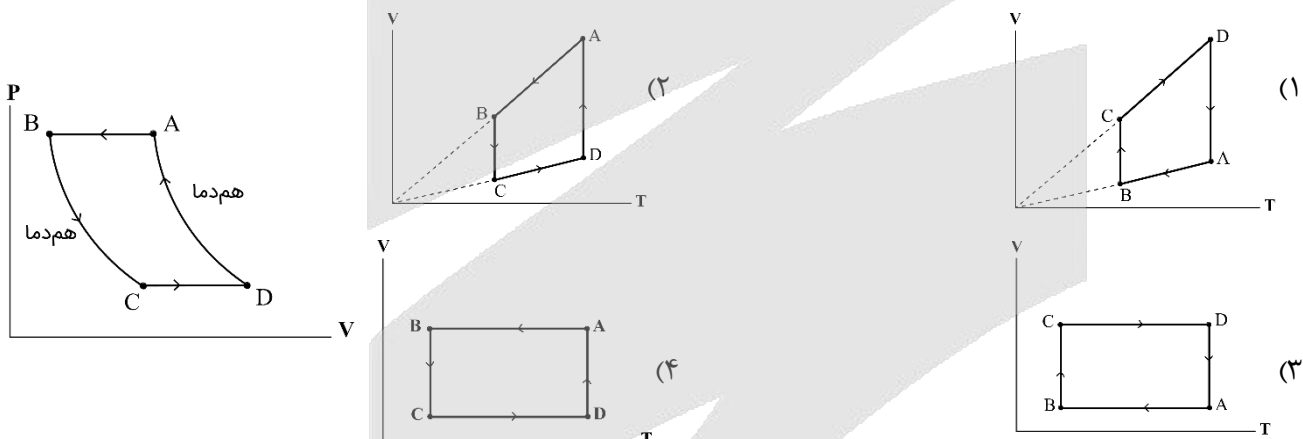
(۱) $47/5$ (۲) $67/5$ (۳) ۷۶ (۴) ۹۰

۶۰- 200 گرم آب با دمای 10°C را با 800 گرم یخ با دمای -15°C مخلوط می کنیم. بعد از تعادل گرمایی، درون ظرف چه

چیزی باقی می ماند؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

(۱) 150 گرم آب 0°C و 85 گرم یخ 0°C (۲) 175 گرم آب 0°C و 825 گرم یخ 0°C
(۳) 600 گرم آب 0°C و 200 گرم یخ 0°C (۴) 1000 گرم آب 0°C

۶۱- گاز کاملی چرخه ای ترمودینامیکی مطابق شکل زیر را طی می کند. نمودار $V-T$ این گاز در این چرخه در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



محل انجام محاسبات



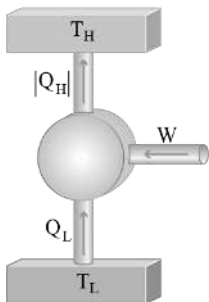


۶۲- درون کپسولی با حجم ثابت، مقداری گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای ۳ اتمسفر و دمای ۴۷ درجه سلسیوس قرار دارد. دریچه کپسول را باز می‌کنیم مقداری از گاز خارج می‌شود. اگر فشار پیمانه‌ای گاز به ۲ اتمسفر و دمای آن به ۲۷ درجه سلسیوس برسد، چند درصد از جرم گاز خارج شده است؟ (فشار هوا یک اتمسفر فرض شود).

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۶۳- در فشار ثابت ۲atm، حجم گازی کامل را از ۱۰Lit به ۸Lit می‌رسانیم. اگر اندازه گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در این فرایند برابر ۱۴۰۰J باشد، انرژی درونی گاز چند ژول و چگونه تغییر کرده است؟

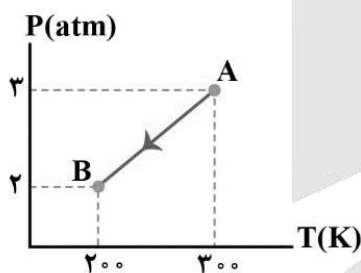
- (۱) ۱۰۰۰ ژول افزایش یافته است. (۲) ۱۰۰۰ ژول کاهش یافته است.
(۳) ۱۸۰۰ ژول افزایش یافته است. (۴) ۱۸۰۰ ژول کاهش یافته است.



۶۴- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟

- (۱) یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد.
(۲) اگر $|Q_H| > |Q_L| + |W|$ باشد، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.
(۳) اگر $|Q_H| = |Q_L|$ باشد، قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود.
(۴) اساس کار این دستگاه این است که می‌توان با انجام کار، گرما را از جسمی سرد به جسمی گرم منتقل کرد.

۶۵- نمودار P-T یک مول گاز کامل مطابق شکل زیر است. کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط در فرایند AB چند



ژول است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)

- (۱) ۲۰۰ (۲) -۲۰۰ (۳) صفر (۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات





۶۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) پرتوهای بنفش رنگ حاصل از تجزیه نور خورشید، پراثری ترین پرتوهای موجود در این نور هستند.
 (۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده فسفر و بور، به ترتیب از نماد عناصر نئون و هلیوم استفاده می شود.
 (۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، سه برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه $3p$ است.
 (۴) اگر تعداد الکترون های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، اتم مورد نظر به یقین تمایل دارد به کاتیون تبدیل شود.
 ۶۷- شمار اتم های اکسیژن در ۱۱۴ گرم دی نیتروژن تری اکسید با شمار الکترون های مبادله شده در هنگام تشکیل چند گرم آهن (III) اکسید برابر است؟ ($N = 14, O = 16, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۲۰ (۲) ۵۴ (۳) ۷۸ (۴) ۱۰۴

۶۸- در دوره چهارم، حداقل و حداکثر اختلاف شمار الکترون های لایه سوم و چهارم به ترتیب در کدام عناصر دیده می شود؟

(۱) $31Ga - 21Sc$ (۲) $29Cu - 21Sc$ (۳) $3.Zn - 2.Ca$ (۴) $29Cu - 2.Ca$

۶۹- در یک نمونه از اتم های منیزیم که از ایزوتوپ های طبیعی این عنصر تشکیل شده است، درصد فراوانی ^{25}Mg برابر ۵۰ درصد بوده و فراوانی سبک ترین ایزوتوپ، ۴ برابر فراوانی سنگین ترین ایزوتوپ است. جرم اتمی میانگین این نمونه از اتم های منیزیم چقدر بوده و جرم 0.2 مول از این ماده، برابر با چند گرم می شود؟ (جرم مولی هر عنصر، برابر با جرم اتمی میانگین آن است.)

(۱) $9/88 - 24/7$ (۲) $4/94 - 24/7$ (۳) $9/76 - 24/4$ (۴) $4/88 - 24/4$

۷۰- در چند درصد از عناصر موجود در دسته d جدول دوره ای، زیرلایه $4p$ به طور کامل پر از الکترون است؟

(۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۷۱- ۵۶ گرم گاز اتن مطابق واکنش موازنه نشده $C_2H_4 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ می سوزد. اگر ۲۰٪ از آب تولید شده، مطابق واکنش موازنه نشده $H_2O \rightarrow H_2 + O_2$ تجزیه شود، چه تعداد گاز هیدروژن تولید می شود؟

($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۱) $2/40.8 \times 10^{24}$ (۲) $2/40.8 \times 10^{23}$ (۳) $4/81.6 \times 10^{24}$ (۴) $4/81.6 \times 10^{23}$

۷۲- مخلوطی به جرم ۸۴۰ گرم از دو رادیوایزوتوپ A و B در اختیار داریم. اگر پس از گذشت مدت زمان چهار ساعت، جرم دو رادیوایزوتوپ با هم برابر شود، درصد جرمی رادیوایزوتوپ A در مخلوط اولیه چقدر است؟ (نیم عمر رادیوایزوتوپ B برابر با دو ساعت و نیم عمر رادیوایزوتوپ A برابر با یک ساعت است.)

(۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۵

محل انجام محاسبات





۷۸- پس از موازنه معادله واکنش $P_4O_{10}(s) + NaOH(aq) \rightarrow Na_3PO_4(aq) + H_2O(l)$ مجموع ضرایب فراورده‌ها در این واکنش با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول کدام ماده برابر می‌شود؟

(۱) دی‌نیتروژن مونوکسید (۲) گوگرد تری‌اکسید (۳) نیتروژن تری‌فلوئورید (۴) هیدروژن سولفید

۷۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - آلوتروپی از اکسیژن که شمار جفت الکترون ناپیوندی بیشتری دارد، نقطه جوشی در حدود $183^\circ C$ دارد.

ب - برخی گازهای موجود در هواکره از جمله بخار آب، مانع از خروج کامل گرمای زمین از هواکره می‌شوند.

ج - در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، از میزان گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.

د - نماد Δ بدین معناست که در طی انجام واکنش، گرما تولید می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

۸۰- اگر با حل کردن 0.2 مول نمک سولفات فلز M در $108/8$ گرم آب خالص، محلول 20 درصد جرمی از این نمک به دست

آید، فلز M معادل با کدام یک از عناصر زیر است؟ ($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ^{24}Mg (۲) ^{39}K (۳) ^{40}Ca (۴) ^{88}Sr

۸۱- اگر عنصر X نافلزی از دوره سوم باشد، کدام یک از مطالب زیر، در مورد یون XO_4^{a-} نادرست است؟

(۱) اگر $a = 2$ باشد، از ترکیب یون XO_4^{2-} و سومین کاتیون فراوان آب دریا، نمکی کم‌محلول به دست می‌آید.

(۲) اگر $a = 3$ باشد، عنصر X در واکنش با فلوئور، مولکولی با 10 جفت الکترون ناپیوندی تولید می‌کند.

(۳) اگر $a = 3$ باشد، فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از یون نقره و یون XO_4^{3-} دارای 8 اتم است.

(۴) اگر $a = 2$ باشد، مجموع الکترون‌های ظرفیتی یون XO_4^{2-} برابر با 30 است.

۸۲- 200 گرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت $200 ppm$ ، با چند مول آهن (III) کلرید، مطابق واکنش موازنه نشده

زیر، واکنش می‌دهد؟ ($H = 1, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)



(۱) 10^{-2} (۲) $\frac{1}{3} \times 10^{-3}$ (۳) 10^{-3} (۴) $\frac{1}{3} \times 10^{-2}$

۸۳- مقدار 2 گرم سدیم هیدروکسید را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به 5 لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول

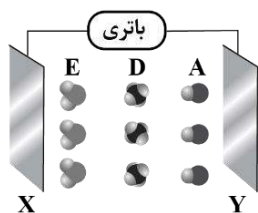
حاصل برابر $1/15$ گرم بر میلی‌لیتر شده باشد، غلظت یون سدیم در این محلول برابر با چند ppm می‌شود؟

($Na = 23$ و $O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) 174 (۲) 400 (۳) 348 (۴) 200

محل انجام محاسبات





۸۴- با توجه به شکل داده شده، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) اگر A معادل مولکول هیدروژن فلئورید باشد، بار صفحه X منفی است.
- (۲) یک نمونه از مولکول های A برخلاف D ، انحلال پذیری مناسبی در آب دارد.
- (۳) اگر E ، مولکول گوگرد دی اکسید باشد، بار جزئی اتم مرکزی با بار صفحه X یکسان است.
- (۴) ذرات A ، D و E به ترتیب می توانند معادل کربن مونوکسید، کربن تتراکلرید و بخار آب باشند.

۸۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون سدیم، نزدیک به دو برابر نیاز آن به یون پتاسیم است.
- (۲) در حجم های برابر از آب و یخ با دمای 0°C ، تعداد مولکول های H_2O در نمونه آب بیشتر است.
- (۳) مولکول های استون دارای ۱۰ پیوند اشتراکی در ساختار خود بوده و به هر نسبتی در آب حل می شوند.
- (۴) در شرایط یکسان، انحلال پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در مقایسه با انحلال پذیری اکسیژن در آب بیشتر است.

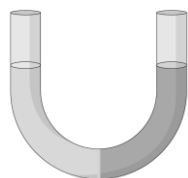
۸۶- چند مورد از موارد زیر به درستی بیان شده است؟

- الف - از میان فلزهای دوره سوم جدول تناوبی، کاتیون فلز با عدد اتمی بیشتر، درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد.
- ب - بخش عمده منابع غیراقیانوسی آب کره را آب های زیرزمینی تشکیل می دهند.
- ج - فعالیت های آتشفشانی سبب پویایی اجزای سازنده زمین و ارتباط میان سنگ کره و هواکره می شوند.
- د - سالانه حجم عظیمی از آب دریاها، بخار و وارد هواکره می شود، در نتیجه حجم آب های کره زمین رو به کاهش است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- در شکل روبه رو، در محلول سمت راست، ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۴ مولار سدیم نیترات و در محلول سمت چپ، ۲۰۰

میلی لیتر محلول سدیم نیترات با غلظت ۴۲۵ گرم بر لیتر می ریزیم. در ابتدا، در هر دو سمت غشای نیمه تراوا، مقدار یکسانی آب وجود دارد. با گذشت زمان، کدام یک از وقایع زیر رخ نمی دهد؟



- (۱) حجم محلول سمت چپ افزایش می یابد.
- (۲) مولاریته محلول سمت راست افزایش می یابد.
- (۳) تعداد مول یون ها در محلول سمت چپ افزایش می یابد.
- (۴) جرم محلول سمت راست، کاهش می یابد.

۸۸- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اسمز معکوس درست است؟

- (۱) برخلاف روش تقطیر، میکروب های مضر آب را جداسازی می کند.
- (۲) توانایی تصفیه آب در آن، همانند صافی کربن و بیشتر از روش تقطیر است.
- (۳) آب از محلول رقیق به سمت محلول غلیظ، تحت فشار پمپ حرکت می کند.
- (۴) در این فرایند محلول غلیظ، به مرور رقیق تر و محلول رقیق به مرور غلیظ تر می شود.

محل انجام محاسبات



۸۹- چند مورد از موارد زیر در مورد نقطه جوش گازها درست است؟

- الف - اگر در دمایی هیدروژن به حالت گاز یافت شود، هلیوم نیز در این دما به یقین به حالت گاز است.
ب - اگر در دمایی نیتروژن به حالت گاز یافت شود، اکسیژن نیز در این دما به یقین به حالت گاز است.
ج - اگر در دمایی آرگون به حالت گاز یافت شود، آمونیاک ممکن است در این دما به حالت مایع باشد.
د - اگر در دمایی آمونیاک به حالت گاز یافت شود، هیدروژن فلوئورید می تواند در این دما به حالت مایع باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) به ازای مقدار مشخص از افزایش فشار گازها، مقدار انحلال پذیری گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن کمتر تغییر می کند.
(۲) اگر انحلال پذیری N_2 در نمونه هایی از آب دریای مدیترانه و دریای مرده برابر باشد، دمای آب دریای مدیترانه کمتر است.
(۳) طی انحلال ید در هگزان، ماهیت مولکول های حل شونده حفظ شده و در نهایت، محلولی سبز رنگ ایجاد می شود.
(۴) بیش از نیمی از آب موجود در بدن انسان، بیرون سلول ها و باقی آن در مایع های درون سلولی جریان دارد.

محل انجام محاسبات





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۷ مهرماه

هندسه ۲

دایره
(مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره تا ابتدای زاویه ظلی)
صفحه‌های ۹ تا ۱۴

حسابان ۱

جبر و معادله (مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معادلات درجه دوم تا انتهای روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم)
صفحه‌های ۱ تا ۹

فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن
(تا ابتدای برهم نهی نیروهای الکتروستاتیکی)
صفحه‌های ۱ تا ۸

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(آشنایی با منطق ریاضی تا ابتدای ترکیب شرطی دو گزاره)
صفحه‌های ۱ تا ۷

شیمی ۲

قدردهایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای فصل تا انتهای رفتار عنصرها و شعاع اتم)
صفحه‌های ۱ تا ۱۴



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز پایه یازدهم



جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۳ مهرماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



دِرس	مَسئول دِرس	طراحان	وِراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان – حسین شفیع زاده سیدجواد نظری – محمد خانگلدی کاظم اجلائی – محمدپورسعید محمد رضا حسینی فرد – سوگند روشنی کیوان دارابی – رسول حاجی زاده	فاطمه روانبخش مائده بادان فیروز فؤاد خیرآبادی
فیزیک	سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده – محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد – مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا – ارسلان رحمانی – محمد باغبان محسن قندچلر – آروین صالحی	حنا خلعتبری
شیمی	علی ترابی	علی ترابی – مهسا بایمانی نژاد پرهام تیزپا	رامین رزمجو سجاد سیفاللهی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



استرس کنکور چیست؟

«ترس» ریشه در نادانی دارد. وقتی شب وارد باغی تاریک می‌شی، هر صدایی برات ترسناکه چون نمی‌دونی اطرافت چه خبره. اما همون باغ در روز و روشنایی، پر از آرامشه. راه کم کردن ترس توی تاریکی اینه که یه چراغ دست بگیر و مطمئن قدم برداری تا برسی به ته باغ، جایی که یه کلبه گرم و نرم منتظرت باشه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و ناشناخته‌ست. این همون دلیله که استرس سراغت میاد. ما توی ماز تلاش کردیم مسیر رو برات روشن کنیم، چون خودمون این راه رو رفتیم و بارها هم کنار دانش‌آموزا تجربه‌اش کردیم. حالا قراره تجربه‌هامون رو به تو هم منتقل کنیم تا این مسیر برات روشن‌تر و امن‌تر باشه.

چرا باید استرس کنکور رو کنترل کنیم؟

وقتی هیجان منفی مثل ترس یا خشم بر ذهن مسلط می‌شه، مغز دیگه از همه ظرفیت خودش استفاده نمی‌کنه. این واکنش یه ریشه تکاملی داره: اجداد ما وقتی با حیوانات درنده روبه‌رو می‌شدن، باید فوری و بدون فکر واکنش نشون می‌دادن. همون «واکنش بدون فکر» هنوز هم توی وجود ما هست. نتیجه‌اش چیه؟ وقتی استرس زیاد می‌گیری، توی مطالعه یا جلسه کنکور، رفتارت غریزی و شتابزده میشه. راندمانت میاد پایین. در حالی که اگر آرامش داشته باشی، می‌تونی از تمام توان مغزت استفاده کنی. البته یه مقدار استرس لازمه تا انگیزه تلاش داشته باشی، ولی زیاده‌اش مخربه.

چطور استرس کنکور رو کنترل کنیم؟

کنترل استرس یعنی نه سرکوبش کنی، نه بذاری فلجت کنه؛ بلکه یاد بگیري باهاش کنار بیای. ذهن با برنامه‌ریزی درست آرام میشه، بدن با تمرین‌هایی مثل تنفس عمیق و شبیه‌سازی آزمون. همین ترکیب ساده باعث میشه استرس به‌جای دشمن، تبدیل به نیروی محرک بشه.

۱ آزمون شبیه‌سازی کنکور بده

هرچی بیشتر توی شرایط مشابه کنکور قرار بگیری، روز اصلی کمتر غافلگیر می‌شی. این تکرار باعث میشه محیط آزمون برات آشنا بشه و استرست کم بشه.

۲ مباحث درسی رو اولویت‌بندی کن

توی کنکور قرار نیست همه کتابا رو کامل جواب بدی. حتی نفر اول هم همه‌چیو درست نمی‌زنه. پس اول سراغ اونایی برو که:
 ■ ساده‌تر و قابل فهم‌ترن و می‌تونی قطعی بهشون جواب بدی.
 ■ بودجه‌بندی بالاتری دارن (هر سال سؤال بیشتری ازشون میاد).
 ■ پیش‌نیاز مباحث دیگه هستن (یاد نگرفتنشون جلوی چند فصل دیگه رو هم می‌بنده).



یادت باشه کنکور مثل دوی سرعت نیست که فقط کسی برنده باشه که اول برسه؛ کنکور یه رقابته که حتی یک تست درست بیشتر می‌تونه جایگاهت رو تغییر بده. خیلیا توی این مسیر، درگیر وسواس "همه کتابا باید تموم بشه" می‌شن، در حالی که هیچ تضمینی وجود نداره. مهم اینه که اون چیزی رو که خوندی، بتونی سر جلسه درست استفاده کنی. پس به جای استرس بابت حجم باقی‌مونده، روی "به‌کارگیری مباحث خونده‌شده" تمرکز کن. یادت باشه ذهنت گاهی برای تنبلی دنبال بهانه می‌گرده ("حالا که خیلی مونده ولش کن")، حواست باشه گول نخوری.

۴ تکنیک تنفسی ۸-۷-۴

این تکنیک یه ابزار فوری برای آرام شدن بدنه. روشش اینطوره:

۴ ثانیه با بینی نفس عمیق بکش.

۷ ثانیه نفس رو نگه دار.

۸ ثانیه خیلی آرام با دهان بیرون بده.

این چرخه رو ۱۰ تا ۱۵ بار انجام بدی، ضربان قلبت کم می‌شه و آرامش می‌گیری. اما نکته مهم اینه که فقط روز آزمون یادت نیفته! باید از قبل تمرین کرده باشی تا بدن و مغزت عادت کنن. حتی می‌تونی شب قبل از خواب یا بعد از یه مطالعه سنگین انجام بدی.

۵ انتظار معقول از خودت داشته باش

بزرگ‌ترین منبع استرس برای خیلی از داوطلب‌ها، توقعات غیرواقعیه. مثلاً کسی که تراز ۸۰۰۰ داره، می‌خواد توی یک هفته به ۱۰۰۰۰ برسه؛ این فقط فشار میاره و نتیجه معکوس میده. کنکور یه ماراتنه، نه دویدن سرعتی. باید قدم به قدم پیشرفت کنی. پیشرفت کوچیک ولی پایدار، خیلی مطمئن‌تر از پرش‌های غیرواقعیه. پس به جای اینکه کمال‌گرا باشی و همیشه خودتو سرزنش کنی، واقع‌بین باش و از پیشرفت‌های کوچیک لذت ببر. همین باعث می‌شه استرس کمتر و انگیزت بیشتر بشه.



یه نکته مهم درباره کنکور امروز

استرس کنکور الان خیلی کمتر از قبل شده. چون سال‌ها پیش همه‌چیز فقط به همون چند ساعت جلسه کنکور بستگی داشت. اما الان ۶۰ درصد قبولی به سابقه تحصیلی ربط داره. همین باعث میشه فشار کنکور به تنهایی کمتر بشه و استرس مدیریت‌پذیرتر.

جمع‌بندی آخر...

استرس مثل سابه‌ست: همیشه همراهته، اما می‌تونی بادگیری چطور باهاش کناربیای. بخشیش طبیعی و مغیره، بخشیش اضافی و مخرب. با تمرین‌هایی که گفتیم، می‌تونی قسمت اضافی رو کنترل کنی. یادت باشه کنکور فقط یه رقابته، نه یک قضاوت نهایی. کسی برنده‌ست که بتونه مسیر رو با آرامش طی کنه، نه کسی که بدون استرس باشه.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!
پاسخنامه ویدئویی آزمون

ریاضی ۱: کل کتاب
هندسه ۱: کل کتاب

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: ۴ تست از ۴ تست کنکور
هندسه ۱: ۴ تست از ۴ تست کنکور

سهم در
کنکور

۱- با فرض $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, -2x < \frac{11x+1}{-3} \right\}$ و $B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{x-1}{2} \geq -2x \right\}$ ، مجموعه $A \cup B$ به کدام صورت است؟

(۱) $\left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right]$

(۲) $\left(-\infty, -\frac{1}{5} \right] \cup \left(\frac{1}{5}, +\infty \right)$

(۴) $\mathbb{R}$

(۳) $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right)$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مجموعه A و B را با اعضایشان مشخص می‌کنیم:

$$-2x < \frac{11x+1}{-3} \Rightarrow 6x > 11x+1 \Rightarrow 5x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow A = \left(-\infty, -\frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{x-1}{2} \geq -2x \Rightarrow x-1 \geq -4x \Rightarrow 5x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow B = \left[\frac{1}{5}, +\infty \right)$$

$$A \cup B = \left(-\infty, -\frac{1}{5} \right) \cup \left[\frac{1}{5}, +\infty \right) = \mathbb{R} - \left[-\frac{1}{5}, \frac{1}{5} \right)$$



۲- اگر U مجموعه مرجع و $n(A)=14$ و $n(B)=12$ و $n(A' \cap B')=30$ و $n(A' \cup B')=48$ باشد، تعداد $n(U)$ کدام است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۵۲

(۲) ۵۰

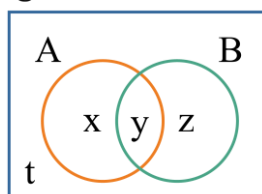
(۱) ۴۸

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

U



$$n(A' \cap B') = 30 \Rightarrow t = 30$$

$$n(A' \cup B') = 48 \Rightarrow x + z + t = 48 \Rightarrow x + z = 18 \quad (1)$$

$$n(A) = 14 \Rightarrow x + y = 14 \quad (2)$$

$$n(B) = 12 \Rightarrow y + z = 12 \quad (3)$$

در نمودار ون تعداد اعضای نواحی مختلف را با x, y, z, t نمایش می‌دهیم.

از جمع روابط (۱)، (۲) و (۳) خواهیم داشت:

$$2(x + y + z) = 44 \Rightarrow x + y + z = 22$$



بنابراین:

$$n(U) = x + y + z + t = 22 + 30 = 52$$

روش دوم

$$n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B') \Rightarrow \frac{n(U)-n(A)}{n(A')} + \frac{n(U)-n(B)}{n(B')} = 48 + 30 = 78$$

$$\Rightarrow n(U) - n(A) + n(U) - n(B) = 78 \Rightarrow 2n(U) - 14 - 12 = 78 \Rightarrow n(U) = 52$$

هر تست ماز یک کلاس درس!



در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند، «مجموعه مرجع» می‌نامیم و با U نمایش می‌دهیم. مجموعه $U - A$ را «متمم A » نامیده و با A' نمایش می‌دهیم.

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

•• ماز ••

۳- در یک دنباله حسابی اگر مجموع جملات سوم و هفتم برابر پانزده و مجموع جملات نهم و بیست و یکم برابر بیست و نه باشد، جمله دهم برابر کدام است؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱



روش اول

اگر جمله اول برابر a و قدرنسبت برابر d باشد:

$$\begin{cases} t_3 + t_7 = 15 \Rightarrow a + 2d + a + 6d = 15 \\ t_9 + t_{21} = 29 \Rightarrow a + 8d + a + 20d = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 8d = 15 \\ 2a + 28d = 29 \end{cases}$$

$$20d = 14 \Rightarrow d = 0.7 \Rightarrow a = 4/7$$

$$t_{10} = a + 9d = 4/7 + 9 \times 0.7 = 11$$

روش دوم

براساس نکته آمده در درسنامه داریم:

$$t_3 + t_7 + t_9 + t_{21} = 4t_{10} = 44 \Rightarrow t_{10} = 11$$

$$3 + 7 + 9 + 21 = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

زیرا:

قانون اندیس‌ها در دنباله‌های حسابی و هندسی



در هر دنباله حسابی داریم:

$$t_n + t_m = t_s + t_t \Leftrightarrow n + m = s + t$$

همین‌طور ممکن است تعداد جملات هر طرف بیشتر از دو تا باشد ولی برای اینکه بتوانیم از این نکته استفاده کنیم باید حتماً تعداد جملات دو طرف برابر و نیز مجموع اندیس‌های دو طرف با هم برابر باشند.



یه نمونه باحال ببین!

$$t_1 + t_7 + t_{19} = t_9 + t_9 + t_9 = t_7 + t_8 + t_{17}$$

نکته مشابهی در مورد دنباله هندسی هم وجود دارد. در هر دنباله هندسی:

$$a_m \times a_n = a_s \times a_t \Leftrightarrow m + n = s + t$$

یه نمونه باحال ببین!

$$a_1 \times a_9 = a_3 \times a_7 = a_5 \times a_5$$



۴- بین دو عدد ۸ و ۲۷ دو واسطه هندسی درج کرده‌ایم، جمع این دو واسطه با جمله چندم دنباله حسابی ...، ۹۴، ۹۸، ۹۰ برابر است؟
 (۱) ۲۴ (۲) ۳۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

در واقع در دنباله هندسی، ۸ جمله اول و ۲۷ جمله چهارم است و آن دو واسطه هندسی جملات دوم و سوم‌اند، پس:

$$8, a, b, 27 \Rightarrow 27 = 8r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow r = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \times \frac{3}{2} = 12 \\ b = 12 \times \frac{3}{2} = 18 \end{cases} \Rightarrow a + b = 30$$

از طرفی در دنباله حسابی داریم:

$$a_1 = 98 \\ d = -4 \Rightarrow a_n = 98 + (n-1)(-4) = -4n + 102$$

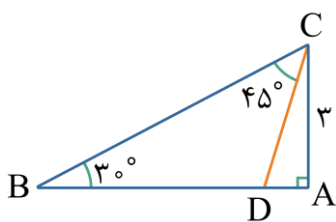
حال باید بدانیم چندمین جمله آن ۳۰ است، پس:

$$102 - 4n = 30 \\ 4n = 72 \Rightarrow n = 18$$



۵- در شکل مقابل، اندازه BD کدام است؟

- (۱) $3(\sqrt{3}-1)$
- (۲) $6(\sqrt{3}-1)$
- (۳) $2(\sqrt{3}+1)$
- (۴) $3(\sqrt{3}+1)$



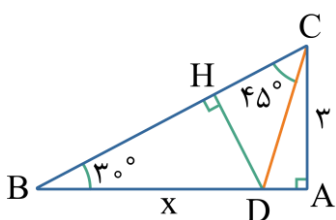
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اندازه BD را برابر x در نظر می‌گیریم، ارتفاع DH را رسم می‌کنیم:

$$\triangle ABC: \frac{AC}{BC} = \sin \hat{B} \Rightarrow \frac{3}{BC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 6$$

$$\triangle BDH: \begin{cases} \frac{DH}{BD} = \sin 30^\circ \Rightarrow DH = \frac{x}{2} \\ \frac{BH}{BD} = \cos 30^\circ \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}x}{2} \end{cases}$$





$$\triangle DHC: \frac{DH}{HC} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow HC = DH = \frac{x}{2}$$

$$BH + CH = BC \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{x}{2} = 6 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)x = 6 \Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3}+1} = \frac{12(\sqrt{3}-1)}{2} = 6(\sqrt{3}-1)$$

••• زی •••

۶- اگر $20^\circ < \alpha < 100^\circ$ و $\sin 3\alpha = \frac{m-1}{2}$ و $\cos 3\alpha = \frac{n+1}{2}$ باشد، اشتراک بازه‌های قابل قبول برای m و n کدام است؟

- (۱) $[-1, 0)$ (۲) $(-2-2\sqrt{3}, 0)$ (۳) $[-1, 1+2\sqrt{3})$ (۴) $(-4, 3)$

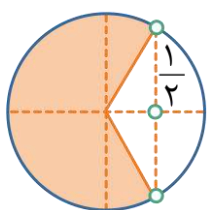
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا محدوده 3α را به دست می‌آوریم، تا بدانیم مقادیر قابل قبول در چه بازه‌ای قرار می‌گیرند:

$$20^\circ < \alpha < 100^\circ \Rightarrow 60^\circ < 3\alpha < 300^\circ$$

ناحیه رنگی محدوده 3α است. می‌توان دریافت $-1 \leq \sin 3\alpha \leq 1$ و $-\frac{1}{2} \leq \cos 3\alpha < 1$. بنابراین:



$$-1 \leq \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m \leq 3 \Rightarrow m \in [-1, 3] \quad (1)$$

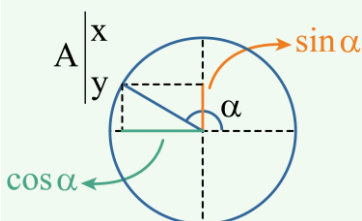
$$-1 \leq \frac{n+1}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow -3 \leq n < 0 \Rightarrow n \in [-3, 0) \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow [-1, 3] \cap [-3, 0) = [-1, 0)$$

مقادیر مثلثاتی زوایای معروف

مقدار	0°	90°	180°	270°	360°
$\sin \theta$	۰	۱	۰	-۱	۰
$\cos \theta$	۱	۰	-۱	۰	۱
$\tan \theta$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot \theta$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

مشاهده نسبت‌های مثلثاتی روی دایره مثلثاتی



$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = x$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\cot \alpha = \frac{x}{y}$$

••• زی •••

۷- اگر $\tan \theta = 4 \cot \theta$ و انتهای کمان θ در ناحیه چهارم باشد، حاصل $\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{2 \sin \theta + 3 \cos \theta}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$\frac{7}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$\tan \theta = 4 \cot \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{\tan \theta} \Rightarrow \tan^2 \theta = 4 \xrightarrow{\tan \theta < 0} \tan \theta = -2$$



دقت کنید که انتهای کمان θ در ناحیه چهارم بوده و $\tan \theta$ در این ناحیه منفی است.

$$\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{2 \sin \theta + 3 \cos \theta} = A \xrightarrow[\text{cos } \theta \text{ تقسیم می کنیم.}]{\text{صورت و مخرج کسر را بر}} A = \frac{3 \tan \theta + 2}{2 \tan \theta + 3} = \frac{-4}{-1} = 4$$

یادآوری!

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$



۸- اگر $27^\circ < x < 315^\circ$ باشد، حاصل $A = \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x} - \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x}$ کدام است؟

- (۱) $2 \sin x$ (۲) $2 \cos x$ (۳) $-2 \cos x$ (۴) $-2 \sin x$

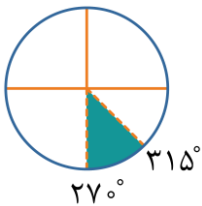
(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$A = \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x} - \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} - \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} = |\sin x + \cos x| - |\sin x - \cos x|$$

می دانیم $27^\circ < x < 315^\circ$ است. با توجه به دایره مثلثاتی، در بازه داده شده $\sin x < 0$ ، $\cos x > 0$ و $|\sin x| > |\cos x|$ می باشد.

در نتیجه $\sin x + \cos x < 0$ و $\sin x - \cos x < 0$ است.



$$|\sin x + \cos x| - |\sin x - \cos x| = -(\sin x + \cos x) + (\sin x - \cos x) = -2 \cos x$$

دو اتحاد پرتکرار مثلثاتی

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$$

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x$$



۹- حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مخرج کسرها را گویا می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \sqrt{2} &= \left(\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right) + \left(\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \right) + \sqrt{2} \\ &= \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} \right) + \left(\frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} \right) + \sqrt{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

عبارت های مزدوج

دو عبارت مانند $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ که شامل مجموع و تفاضل دو قسمت یکسان هستند را «مزدوج» یکدیگر می گوئیم.



حاصل ضرب این دو عبارت را می‌توانیم به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، سمت راست تساوی بالا فاقد یک عبارت رادیکالی است. از این روش برای گویا کردن مخرج کسرها استفاده می‌کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

برای گویا کردن $\frac{2}{\sqrt{3}+5}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+5} = \frac{2}{\sqrt{3}+5} \times \frac{\sqrt{3}-5}{\sqrt{3}-5} = \frac{2(\sqrt{3}-5)}{(\sqrt{3})^2 - 5^2} = \frac{2(\sqrt{3}-5)}{3-25} = \frac{5-\sqrt{3}}{11}$$

••• **یادآوری** •••

۱۰- حاصل عبارت $1 + \frac{2\sqrt{2}x^3+1}{2x^2-\sqrt{2}x+1}$ به ازای $x=1-\sqrt{2}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) ۱

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

در عبارت داده شده به جای x مقدار $1-\sqrt{2}$ را قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}x^3+1}{2x^2-\sqrt{2}x+1} + 1 &= \frac{2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})^3+1}{2(1-\sqrt{2})^2-\sqrt{2}(1-\sqrt{2})+1} + 1 = \frac{2\sqrt{2}(1-3\sqrt{2}+6-2\sqrt{2})+1}{2(1-2\sqrt{2}+2)-\sqrt{2}+2+1} + 1 \\ &= \frac{2\sqrt{2}(7-5\sqrt{2})+1}{2(3-2\sqrt{2})-\sqrt{2}+3} + 1 = \frac{14\sqrt{2}-20+1}{6-4\sqrt{2}-\sqrt{2}+3} + 1 = \frac{14\sqrt{2}-19}{9-5\sqrt{2}} + 1 = \frac{14\sqrt{2}-19+9-5\sqrt{2}}{9-5\sqrt{2}} \\ &= \frac{9\sqrt{2}-10}{9-5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(9-5\sqrt{2})}{9-5\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

روش دوم

صورت کسر را به وسیله اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{2\sqrt{2}x^3+1}{2x^2-\sqrt{2}x+1} + 1 = \frac{(\sqrt{2}x+1)(2x^2-\sqrt{2}x+1)}{2x^2-\sqrt{2}x+1} + 1 = \sqrt{2}x+2 \xrightarrow{x=1-\sqrt{2}} \sqrt{2}(1-\sqrt{2})+2 = \sqrt{2}$$

یادآوری اتحادها!

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج}$$



اتحاد مربع دو جمله‌ای: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

اتحاد چاق و لاغر: $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

اتحاد جمله مشترک: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

اتحاد مکعب دو جمله‌ای: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

اتحاد مربع سه جمله‌ای: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$



۱۱- α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - 4 = 0$ می‌باشند. اگر $\alpha > \beta$ باشد، حاصل $\sqrt{2\alpha+8} + \sqrt{6\beta+20}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{5} - 4$

(۳) $2\sqrt{5} - 2$

(۲) ۴

(۱) ۲

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + 2x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta = 4 + 16 = 20} x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \sqrt{5} - 1 \\ \beta = -\sqrt{5} - 1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \sqrt{2\alpha+8} + \sqrt{6\beta+20} &= \sqrt{2\sqrt{5}-2+8} + \sqrt{6(-\sqrt{5}-1)+20} \\ &= \sqrt{2\sqrt{5}+6} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = |\sqrt{5}+1| + |\sqrt{5}-3| = \sqrt{5}+1+3-\sqrt{5} = 4 \end{aligned}$$

ریشه‌های معادله درجه دوم

۱) ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به صورت $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ می‌باشند. عبارت $b^2 - 4ac$ را Δ (دلتا) می‌نامیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \text{معادله دارای دو ریشه متمایز است.} \\ \Delta = 0 \Rightarrow \text{معادله دارای یک ریشه مضاعف است.} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه حقیقی ندارد.} \end{cases}$$

۲) در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ اگر b زوج باشد، برای ساده‌تر شدن محاسبات می‌توان از رابطه $x = \frac{(-\frac{b}{2}) \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - ac}}{a}$ استفاده کرد. عبارت $(\frac{b}{2})^2 - ac$ را Δ' می‌نامیم.



رادیكال مرکب

برای ساده کردن عباراتی مانند $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$ که «رادیكال مرکب» نامیده می‌شوند، معمولاً از اتحاد مربع دو جمله‌ای استفاده می‌شود. جمله اول همان عدد زیر رادیكال است و برای یافتن جمله دوم در اتحاد، ابتدا عدد زیر رادیكال را از عدد دیگر کم می‌کنیم و جذر آن را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{14-6\sqrt{5}} \xrightarrow[\sqrt{9=3}]{14-5=9} \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{9+5-2\sqrt{2}} = \sqrt{(3)^2 + (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = |\sqrt{5}-3| = 3-\sqrt{5}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $a^2 \quad b^2 \quad 2ab$



۱۲- رأس سهمی $y = x^2 - mx + m$ روی خط $y = 2x - 1$ قرار دارد. اگر سهمی از ناحیه سوم محورهای مختصات عبور کند، معادله خط تقارن آن کدام است؟

$$x = -2 \quad (4)$$

$$x = 2 \quad (3)$$

$$x = -1 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + m$ برابر $x = \frac{m}{2}$ می‌باشد.

$$x = \frac{m}{2} \Rightarrow y = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - m\left(\frac{m}{2}\right) + m = -\frac{m^2}{4} + m$$

مختصات رأس سهمی $S\left(\frac{m}{2}, -\frac{m^2}{4} + m\right)$ است. S روی خط $y = 2x - 1$ قرار دارد. بنابراین مختصات آن در این خط، صدق می‌کند.

$$-\frac{m^2}{4} + m = m - 1 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S(1, 1) \text{ غ ق ق} \\ S(-1, -3) \text{ صحیح} \end{cases}$$

توجه کنید که اگر مختصات رأس سهمی $S(1, 1)$ باشد، با توجه به اینکه ضریب x^2 مثبت بوده و سهمی رو به بالاست از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد.

$$\Rightarrow m = -2 \Rightarrow \text{معادله محور تقارن: } x = \frac{m}{2} = -1$$



۱۳- تمامی مقادیر m که به ازای آن‌ها عبارت $y = mx^2 + mx + m - 1$ همواره منفی است، کدام است؟

$$(-\infty, 0) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right) \quad (4)$$

$$\left(-\frac{4}{3}, 0\right) \quad (3)$$

$$\left(0, \frac{4}{3}\right) \quad (2)$$

$$(-\infty, 0) \quad (1)$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

برای اینکه عبارت $y = mx^2 + mx + m - 1$ همواره منفی باشد، لازم است $\Delta < 0$ و $a < 0$ برقرار باشد:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m(m-1) < 0 \Rightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases} \quad (1) \\ m < 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow m < 0 \Rightarrow m \in (-\infty, 0)$$





x	-۲	۱
P	-	+

تعریف نشده

۱۴- جدول تعیین علامت $P = \frac{x+a}{x^2+bx+c}$ به صورت زیر است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۳
(۳) ۵
(۴) -۷

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به جدول، ۲- ریشه صورت کسر و ۱ ریشه مضاعف مخرج کسر است. بنابراین:

$$x+a=0 \Rightarrow x=-a \Rightarrow -a=-2 \Rightarrow a=2$$

$$x^2+bx+c=(x-1)^2=x^2-2x+1 \Rightarrow b=-2, c=1$$

$$\Rightarrow a+b+c=2-2+1=1$$

روش سریع تعیین علامت

ابتدا تمامی ریشه‌ها را به دست آورده و آن‌ها را در جدول قرار می‌دهیم. (عبارت در ریشه‌های مخرج تعریف نشده است). یکی از نواحی را معمولاً اولین ناحیه از سمت راست) با عددگذاری تعیین علامت می‌کنیم. به تعداد تکرار ریشه‌ها توجه کنید. اگر فرد بار تکرار شده بود ریشه ساده و اگر زوج بار تکرار شده بود ریشه مضاعف در نظر می‌گیریم. عبارت در ریشه‌های ساده تغییر علامت داده و در ریشه‌های مضاعف تغییر علامت نمی‌دهد. ریشه داخل قدرمطلق مانند ریشه مضاعف و ریشه زیر رادیکال با فرجه فرد مانند ریشه ساده است.

یه نمونه باحال ببین!

x	-۳	-۱	۰	۱	۲	۳
p	-	+	-	+	+	-

اولین ناحیه

۱ بار ۱ بار ۱ بار ۲ بار ۱ بار ۲ بار

$$P = \frac{(x^2-9)(2-x)}{(x^3-2x^2+x)(x^2-2x-3)}$$

تذکره!

استفاده از دو خط موازی در جدول (||) به معنای تعریف نشده است.



۱۵- چه تعداد عدد صحیح در هر دو نامساوی $|2x-1| < 7$ و $|3x+1| \geq 2$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$|2x-1| < 7 \Rightarrow -7 < 2x-1 < 7 \Rightarrow -6 < 2x < 8 \Rightarrow -3 < x < 4 \quad (1)$$

$$|3x+1| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} 3x+1 \geq 2 \\ 3x+1 \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x \leq -1 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow (-3, -1] \cup [\frac{1}{3}, 4) \Rightarrow x \in \{-2, -1, 1, 2, 3\}$$

پس ۵ مقدار صحیح در دو نامساوی مذکور صدق می‌کنند.

نامعادلات قدرمطلق

فرض کنیم a یک عدد حقیقی مثبت و u یک عبارت جبری باشد. در این صورت:

(۲) اگر $|u| \geq a$ ؛ آن‌گاه $u \geq a$ یا $u \leq -a$.

(۱) اگر $|u| \leq a$ ؛ آن‌گاه $-a \leq u \leq a$.



۱۶- اگر رابطه $f = \{(m, 4), (-n, 2), (3, -1), (3, m+1), (-2, n^2)\}$ یک تابع باشد، حاصل mn کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} (3, -1) \in f \\ (3, m+1) \in f \end{aligned} \right\} \Rightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$$

$$\left. \begin{aligned} (-2, 4) \in f \\ (-2, n^2) \in f \end{aligned} \right\} \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 & \text{غلط} \\ n = -2 & \text{درست} \end{cases}$$

اگر $n = 2$ باشد، زوج مرتب‌های $(-2, 2)$ و $(-2, 4)$ عضو f خواهند بود که در این صورت f تابع نمی‌شود، بنابراین:
 $mn = (-2)(-2) = 4$

مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها چه وقتی تابعه؟

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن، مولفه اول برابر نداشته باشند.

۱۷- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد و $\frac{g(5)+f(-1)}{f(3)+g(1)} = g(-2)$ باشد، مقدار $g(4)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

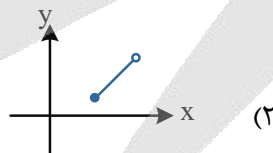
اگر فرض کنیم $g(x) = k$ و با توجه به این که f تابع همانی است، داریم:

$$\frac{g(5)+f(-1)}{f(3)+g(1)} = g(-2) \Rightarrow \frac{k-1}{3+k} = k \Rightarrow k-1 = k^2+3k \Rightarrow k^2+2k+1=0 \Rightarrow k=-1 \Rightarrow g(4)=-1$$

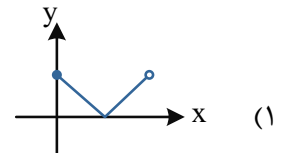
تابع ثابت و تابع همانی

تابع ثابت به هر عضو دامنه، تنها یک عدد را متناظر می‌کند. مثلاً در تابع ثابت $g(x) = 2$ به هر عضو از دامنه، عدد ۲ را متناظر می‌کند.
 تابع همانی به هر عضو دامنه، همان عضو را متناظر می‌کند و ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ است.

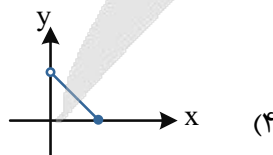
۱۸- دامنه تابع قدرمطلق بازه $(-4, 3]$ است. اگر برد این تابع با دامنه تابع $f(x) = |x-2|$ برابر باشد، نمودار تابع $y = f(x)$ کدام است؟



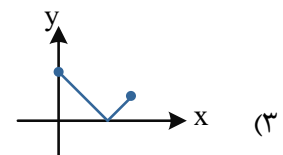
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

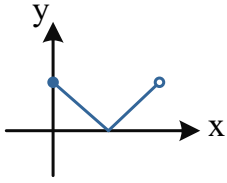
پاسخ: گزینه ۱

دامنه تابع $y = |x|$ بازه $(-4, 3]$ است.

$$-4 < x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 4$$



برد تابع $y = |x|$ بازه $[0, 4]$ است. بنابراین دامنه تابع $f(x) = |x - 2|$ بازه $[0, 4]$ است و نمودار آن به صورت زیر است:



تابع قدرمطلق

تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدرمطلق آن در برد نظیر می‌کند، تابع قدرمطلق نامیده می‌شود. تابع قدرمطلق را با $f(x) = |x|$ یا $y = |x|$ نمایش می‌دهند.



۱۹- تابع $f(x)$ را ۲ واحد به سمت پایین و ۳ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم تا تابع $g(x) = x^2 - 8x + 15$ حاصل شود. اگر $f(a) = 2$ باشد، مجموع مقادیر a کدام است؟

۷ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

برای به دست آوردن تابع $f(x)$ کافیست تابع $g(x)$ را ۲ واحد به سمت بالا و ۳ واحد به سمت چپ منتقل کنیم.

$$g(x) = x^2 - 8x + 15 \Rightarrow g(x+3) + 2 = (x+3)^2 - 8(x+3) + 15 + 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 2$$

خواهیم داشت:

$$f(a) = 2 \Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 2 \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow a_1 + a_2 = 2$$

روش دوم

تابع $g(x)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$g(x) = x^2 - 8x + 15 = (x-4)^2 - 1$$

برای به دست آوردن $f(x)$ کافیست $g(x)$ را ۲ واحد به سمت بالا و ۳ واحد به سمت چپ منتقل کنیم:

$$g(x) = (x-4)^2 - 1 \xrightarrow[\text{۳ واحد به چپ}]{x \rightarrow x+3} ((x+3)-4)^2 - 1 \xrightarrow[\text{۲ واحد به بالا}]{+2} (x-1)^2 - 1 + 2$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 + 1 \Rightarrow f(a) = 2 \Rightarrow (a-1)^2 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow a_1 + a_2 = 2$$



۲۰- چه تعداد عدد چهار رقمی وجود دارد که فقط دو رقم دهگان و صدگان آن با هم برابر باشند؟

۷۲۰ (۴)

۶۴۸ (۳)

۷۲۹ (۲)

۸۴۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳

حالت اول

رقم دهگان و صدگان صفر باشد:

$$\begin{array}{r} 9 \ 1 \ 1 \ 8 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 0 \ 0 \end{array} = 72$$



رقم دهگان و صدگان عددی غیر از صفر باشد:

$$\frac{8}{\boxed{}} - \frac{8}{} = 576$$

صفر نمی تواند باشد
عددی که در جایگاه دهگان و صدگان است نمی تواند باشد

$$576 + 72 = 648$$

صفر در جایگشت اعداد n رقمی

اگر رقم صفر در اولین جایگاه سمت چپ عدد مورد نظر قرار بگیرد، عددمان دیگر n رقمی نخواهد بود و ۱ - n رقمی می شود. پس باید به این نکته توجه کنید که صفر را در این جایگاه قرار ندهید.



۲۱- در چند جایگشت از حروف کلمه "Friends" حروف e و i مجاورند ولی حروف r و s مجاور نیستند؟

۵۶۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۹۶۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

کل جایگشت هایی که i, e مجاورند:

$$\frac{6!}{2!} = 1440$$

جایگشت هایی که i, e مجاورند و s, r هم مجاورند:

$$\frac{5!}{2! \times 2!} = 480$$

$$1440 - 480 = 960$$

سوال: مطلوب سوال

روش متمم در تعداد جایگشت ها

هرگاه محاسبه جایگشت های مطلوب کار دشوار و زمان بری بود، می توانیم تعداد کل جایگشت ها و جایگشت های غیر مطلوب را به دست آوریم و سپس برای به دست آوردن خواسته سوال جایگشت های کل را منهای جایگشت های نامطلوب کنیم.



۲۲- از بین ۷ جفت کفش به چند طریق می توان ۸ لنگه کفش انتخاب نمود، به طوری که در بین آن ها دقیقاً ۲ جفت کفش باشد؟

۲۱۰۰ (۴)

۶۴۰ (۳)

۱۶۸۰ (۲)

۸۴۰ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ۲ جفت از ۷ جفت را انتخاب می کنیم:

$$\binom{7}{2} = 21$$

وقتی ۲ جفت کفش انتخاب شوند در حقیقت ۴ لنگه کفش وجود دارد، پس نیاز است ۴ لنگه کفش دیگر انتخاب شود به صورتی که جفت کفش دیگری حاصل نشود:

$$4 - (2 \times 2) = 4, \quad \binom{5}{4} = 5 \Rightarrow 5 \text{ جفت باقی مانده جهت انتخاب لنگه های باقی مانده}$$



$$= \text{تعداد کل حالت‌ها} = \binom{7}{2} \times \binom{5}{4} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 21 \times 5 \times 2^4 = 21 \times 5 \times 16 = 1680$$



۲۳- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده حداقل ۸ است؟

(۴) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{5}{18}$

(۲) $\frac{5}{12}$

(۱) $\frac{5}{36}$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

در پرتاب دو تاس فضای نمونه‌ای $n(S) = 36$ عضو دارد و تعداد حالتی که مجموع دو تاس حداقل ۸ است، یعنی ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ برابر است با:

$$A = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \Rightarrow n(A) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$



۲۴- از یک کیسه که حاوی ۶ مهره قرمز و ۴ مهره آبی است، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل ۱ مهره قرمز است؟

(۴) $\frac{119}{120}$

(۳) $\frac{113}{120}$

(۲) $\frac{29}{30}$

(۱) $\frac{23}{30}$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

فضای نمونه‌ای را S و پیشامد را A می‌نامیم.

روش اول

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{1}\binom{4}{2} + \binom{6}{2}\binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{36 + 60 + 20}{120} = \frac{116}{120} = \frac{29}{30}$$

روش دوم

روش ممتنع:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = 1 - \frac{4}{120} = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$



۲۵- در یک مسابقه پیش‌بینی «طاها» با احتمال $\frac{6}{10}$ و «پارسا» با احتمال $\frac{5}{10}$ برنده می‌شود. اگر احتمال آن که هر دو برنده شوند $\frac{3}{10}$ باشد، با چه احتمالی هیچ‌کدام برنده نمی‌شود؟

(۴) $\frac{0}{25}$

(۳) $\frac{0}{2}$

(۲) $\frac{0}{15}$

(۱) $\frac{0}{1}$



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۷)

پاسخ: گزینه ۳

اگر پیشامد برنده شدن طلاها را A و پیشامد برنده شدن پارسا را B بنامیم، خواهیم داشت:

$$P(A) = 0/6, \quad P(B) = 0/5, \quad P(A \cap B) = 0/3$$

بنابراین:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0/6 + 0/5 - 0/3) = 1 - 0/8 = 0/2$$

احتمال اجتماع دو مجموعه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



۲۶- در مربعی به قطر ۲، مکان هندسی نقاطی از درون مربع که فاصله آن‌ها از تمام رئوس بزرگ‌تر از $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است، دارای کدام مساحت است؟

$$\frac{4-\pi}{2} \quad (۴)$$

$$4-\pi \quad (۳)$$

$$\frac{2-\pi}{2} \quad (۲)$$

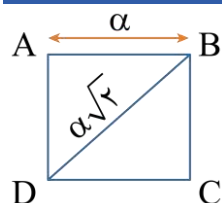
$$2-\pi \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

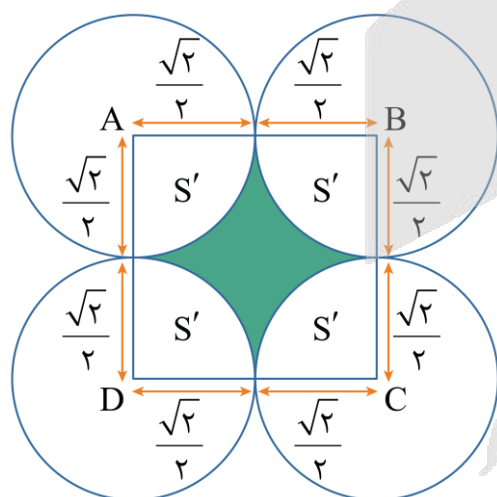
پاسخ: گزینه ۴

در مربع به ضلع a اندازه قطر برابر $a\sqrt{2}$ است، پس در مربع گفته شده داریم:

$$\Rightarrow a\sqrt{2} = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$



مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس A فاصله‌ای بیشتر از $\frac{\sqrt{2}}{2}$ داشته باشند نقاطی بیرون از دایره‌ای به مرکز A و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$ خواهد بود. (به‌طور مشابه برای سه رأس دیگر)



$$S' = \frac{\text{مساحت دایره به شعاع } \frac{\sqrt{2}}{2}}{4}$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{مربع}} - 4(S')$$

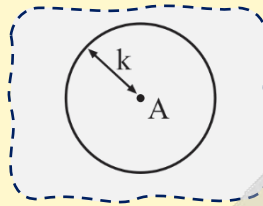
$$S_{\text{رنگی}} = (\sqrt{2})^2 - \pi \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 2 - \frac{\pi}{2} = \frac{4-\pi}{2}$$

کلاس درس مکان هندسی

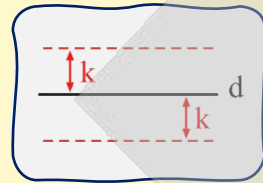
بسیاری از اشکالی که رسم می‌کنیم مجموعه نقاطی هستند که ویژگی مشترک دارند، این مجموعه نقاط را **مکان هندسی** می‌نامیم. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک نقطه و یک خط به فاصله ثابتی هستند اهمیت ویژه‌ای دارد.



۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله k واحد از نقطه A قرار دارند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع k است.



۲) مکان هندسی نقاطی از صفحه که به فاصله k واحد از خط d قرار دارند، دو خط به موازات خط d و به فاصله k واحد از آن هستند.



۲۷- در مثلث ABC که $AB=AC=40$ و $BC=48$ است. نیمساز رأس A و عمودمنصف AB یکدیگر را در O قطع کرده‌اند. فاصله نقطه O از ضلع AB کدام است؟

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۷ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

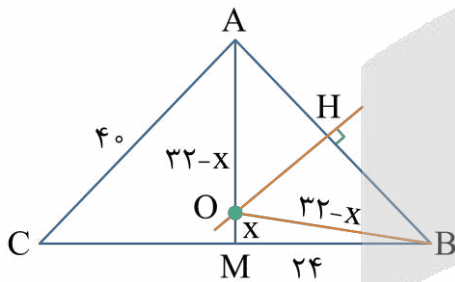
پاسخ: گزینه ۱

نیمساز A را رسم می‌کنیم. این نیمساز عمودمنصف BC هم می‌باشد، پس داریم:

$$AM^2 = AB^2 - BM^2 = 40^2 - 24^2 = (4 \times 8)^2 \Rightarrow AM = 32$$

$(5 \times 8)^2$ $(3 \times 8)^2$

از طرفی O روی عمودمنصف AB است، پس:

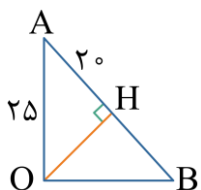


$$OA = OB = 32 - x$$

در مثلث قائم‌الزاویه OMB داریم:

$$(32 - x)^2 = x^2 + 24^2 \Rightarrow x^2 - 64x + 1024 = x^2 + 576 \Rightarrow 64x = 448 \Rightarrow x = 7$$

در مثلث متساوی‌الساقین OAB با اضلاع ۲۵، ۲۵ و ۴۰ ارتفاع وارد بر قاعده یعنی OH را می‌خواهیم:



$$OH^2 = OA^2 - AH^2 \Rightarrow OH^2 = 25^2 - 20^2 = 225 \Rightarrow OH = 15$$

در مثلث متساوی‌الساقین چه خبر است؟

در مثلث متساوی‌الساقین نیمساز، ارتفاع، میانه و عمودمنصف وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند.



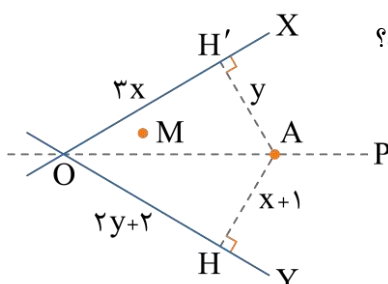
۲۸- در شکل زیر اگر $\hat{XOY}$ دو برابر زاویه $\hat{XOP}$ باشد، $MO + MA + MH'$ کدام می‌تواند باشد؟

۱۵ (۱)

۲۷ (۲)

۳۰ (۳)

۳۲ (۴)





پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

با توجه به اینکه $\widehat{XOY} = 2\widehat{XOP}$ است، می‌توان فهمید OP نیمساز زاویه داده شده است. از طرفی هر نقطه روی نیمساز، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و این باعث می‌شود مثلث‌های قائم‌الزاویه موجود در شکل، هم‌نهشت باشند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ 2y + 2 = 3x \end{cases} \Rightarrow 2(x + 1) + 2 = 3x \Rightarrow 2x + 4 = 3x \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 5$$

با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:

$$OA = \sqrt{(3x)^2 + y^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

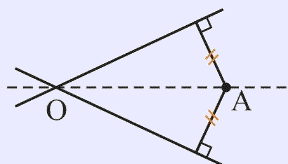
محیط مثلث OAH' برابر 30 است و مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث از سه رأس مقداری بین نصف محیط و محیط مثلث اختیار می‌کند پس:

$$15 < MO + MA + MH' < 30$$

فقط گزینه ۲ در این شرایط صدق می‌کند.

هر نقطه روی نیمساز زاویه...

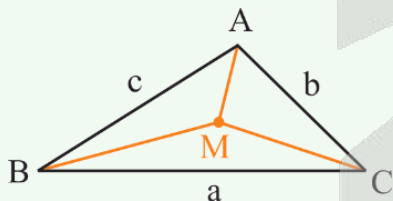
با توجه به قاعده رسم نیمساز می‌توان نتیجه گرفت که:



«هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و برعکس»

هر نقطه داخل مثلث...

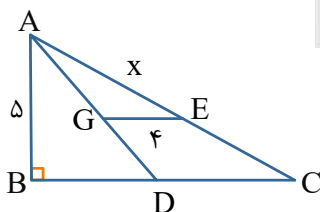
اگر M نقطه‌ای دلخواه داخل مثلث ABC باشد، آن‌گاه حاصل جمع فاصله M از سه رأس مثلث مقداری بین نصف محیط و محیط مثلث اختیار می‌کند. به عبارت دیگر اگر محیط مثلث ABC برابر $2P = a + b + c$ باشد آن‌گاه:



$$P < MA + MB + MC < 2P$$

۱۴۰۵

۲۹- می‌دانیم هر رأس در مثلث از محل تلاقی میانه‌ها، به فاصله $\frac{2}{3}$ اندازه میانه رسم شده از آن رأس است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC

مطابق شکل، محل تلاقی میانه‌ها و GE موازی ضلع BC است. اندازه AE کدام است؟

$$\frac{13}{2} \quad (2)$$

$$\frac{26}{3} \quad (4)$$

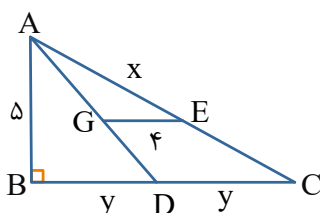
$$\frac{20}{3} \quad (1)$$

$$9 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

چون G محل تلاقی میانه‌ها است، پس AD میانه است و $BD = DC = y$ خواهد بود. حال در مثلث ADC طبق تالس داریم:



$$\frac{GE}{DC} = \frac{AG}{AD} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{\frac{2}{3}AD}{AD} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = 6$$



به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ABC، $AC = 13$ به دست می آید.

$$AC = \sqrt{5^2 + (2y)^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

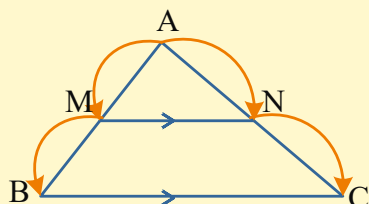
مجدداً در مثلث ADC طبق تالس داریم:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{GE}{DC} \Rightarrow \frac{x}{13} = \frac{4}{y} \Rightarrow x = \frac{13 \times 4}{6} = \frac{26}{3} \Rightarrow AE = \frac{26}{3}$$

قضیه تالس

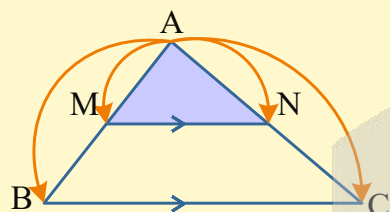
هرگاه در یک مثلث، خطی راست موازی یکی از اضلاع دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند:

(۱) روی آن دو ضلع چهار پاره خط جدا می کند که اندازه آن ها تشکیل یک تناسب می دهد، این قضیه را **تالس جزء به جزء** می گویند.



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

(۲) مثلثی را از مثلث اصلی جدا می کند که اندازه ضلع های آن، با اندازه ضلع های مثلث اصلی متناسب است، این قضیه را **تالس جزء به کل** می گویند.



$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



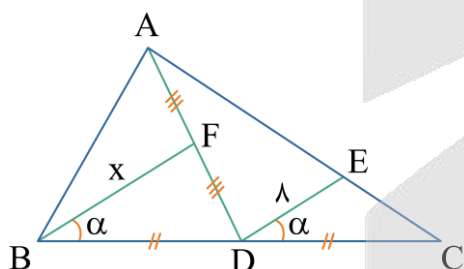
۳۰- در شکل مقابل اندازه پاره خط BF کدام است؟

۶ (۱)

۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاره خط BF را امتداد می دهیم تا AC را در M قطع کند. در مثلث BMC داریم:

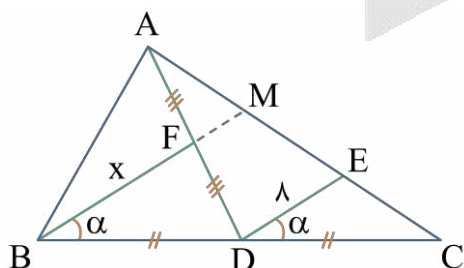
$$\widehat{CDE} = \widehat{CBM} = \alpha \Rightarrow BM \parallel DE$$

$$\text{تالس جزء به کل: } \frac{DE}{BM} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow \frac{8}{BM} = \frac{1}{2} \Rightarrow BM = 16$$

$$FM = BM - BF \Rightarrow FM = 16 - x$$

در مثلث ADE با توجه به آن که $DE \parallel FM$ است، طبق تالس داریم:

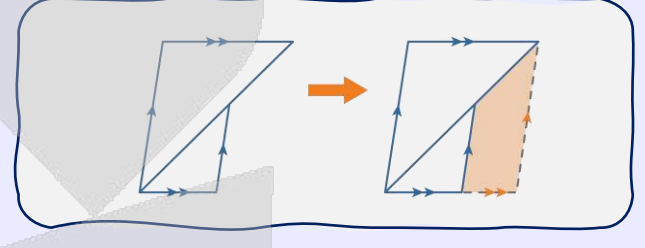
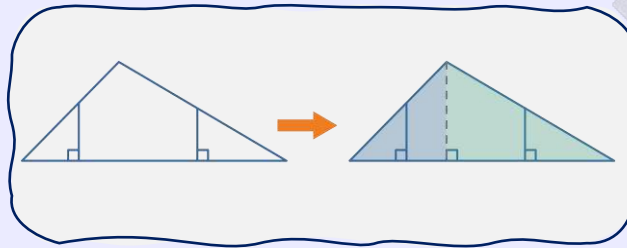
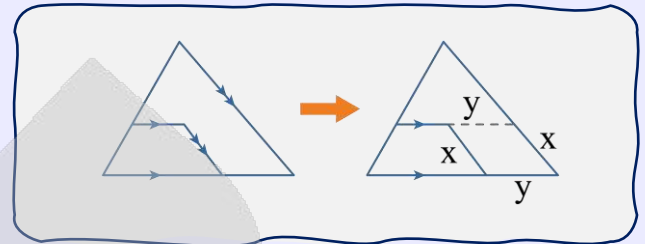
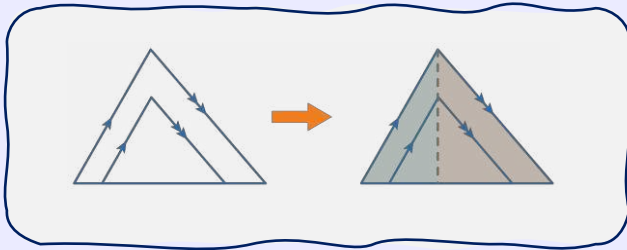
$$\text{تالس جزء به کل: } \frac{FM}{DE} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow \frac{16 - x}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 16 - x = 4 \Rightarrow x = BF = 12$$





کجاها باید تالس بنویسیم؟!

در بعضی از مسائل مربوط به تالس مثلثی که باید روی آن تالس بنویسیم در ظاهر وجود ندارد، در این موارد با رسم یک یا دو خط اضافه این مثلث را از دل مسئله آشکار می‌کنیم تا بتوانیم تالس را بنویسیم. به مثال‌های پرکاربرد زیر توجه کنید.



۳۱- درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع یک، بزرگ‌ترین مربع ممکن را قرار می‌دهیم. مساحت این مربع کدام است؟

$$۲۱ - ۱۲\sqrt{۳} \quad (۴)$$

$$۲۱ \quad (۳)$$

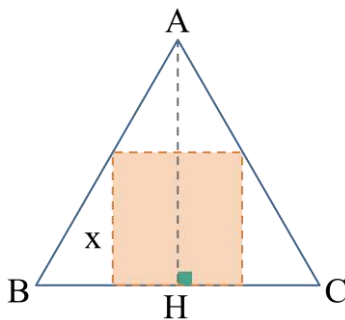
$$۱۳ - ۴\sqrt{۳} \quad (۲)$$

$$۱۳ \quad (۱)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ضلع است، بنابراین $AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ می‌باشد. حال چون اضلاع مربع، موازی ارتفاع AH و قاعده BC هستند، داریم:



$$\frac{1}{x} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AH} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = 1 + \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۲ + \sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}$$

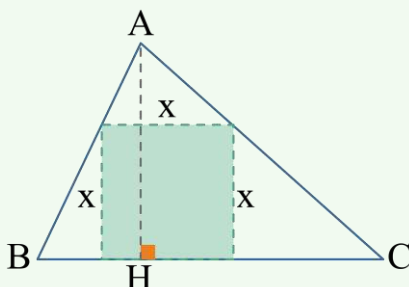
$$x = \frac{\sqrt{۳}}{۲ + \sqrt{۳}} \times \frac{۲ - \sqrt{۳}}{۲ - \sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳} - ۳ \Rightarrow S = x^2 = ۱۲ - ۱۲\sqrt{۳} + ۹ = ۲۱ - ۱۲\sqrt{۳}$$

گویا کردن

چند تا نکته فوق خفن!

اگر یک لوزی یا یک مربع درون یک مثلث محاط شده باشد [یعنی رئوس آن روی اضلاع مثلث باشد]، به طوری که دو ضلع متقاطع از چهار ضلعی با دو جزء از مثلث موازی باشد [منظور از دو جزء دو ضلع یا یک ضلع و یک ارتفاع است]، با دو بار استفاده از قضیه تالس می‌توان به نتایج جالبی رسید. این نتایج که محصول ترکیب این دو بار استفاده از قضیه تالس است عبارتند از:

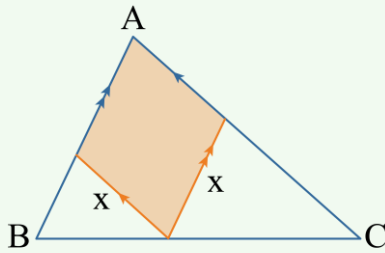
۱) اگر مربعی مطابق شکل، درون یک مثلث محاط شده و اضلاع مربع، موازی ارتفاع و قاعده مثلث باشد، ضلع مربع برحسب آن‌ها به صورت زیر قابل محاسبه است:



$$\frac{1}{x} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AH}$$

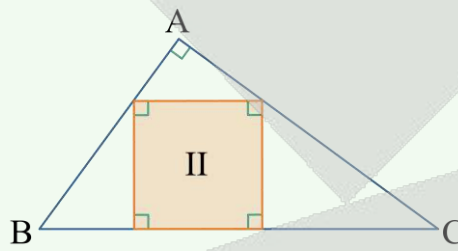
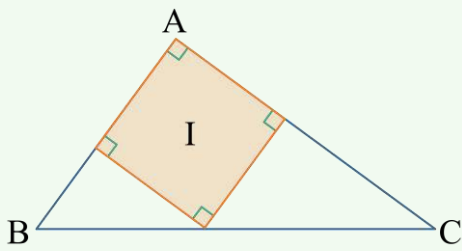


۲) اگر یک لوزی [یا یک مربع] مطابق شکل، درون مثلث ABC محاط شده و اضلاع آن موازی اضلاع AB و AC باشد، اندازه ضلع لوزی برحسب آن‌ها به صورت زیر قابل محاسبه است:



$$\frac{1}{x} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$$

در مثلث‌های قائم‌الزاویه به دو طریق می‌توان مربع را محاط کرد. که در هر کدام، ضلع مربع با توجه به اضلاع و خطوط موازی آن‌ها به دست می‌آید.



۳۲- مستطیل ABCD به ضلع $AB = 3\sqrt{13}$ مفروض است. اگر طول کوتاه‌ترین ارتفاع در مثلث ABD، ۶ واحد باشد، عرض این مستطیل کدام است؟

۸√۳ (۴)

۴√۳ (۳)

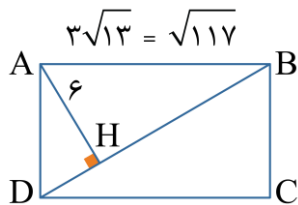
۲√۱۳ (۲)

√۱۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

کوتاه‌ترین ارتفاع به بزرگترین ضلع (وتر) وارد می‌شود؛ پس $AH = 6$ است.



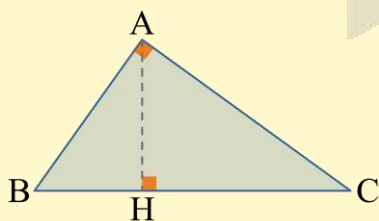
$$\triangle ABH : BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{117 - 36} = \sqrt{81} = 9$$

$$\triangle ABD : AH^2 = BH \times DH \Rightarrow 36 = 9 \times DH \Rightarrow DH = 4$$

$$\triangle ABD : AH \times BD = AB \times AD \Rightarrow 6 \times 13 = 3\sqrt{13} \times AD \Rightarrow AD = 2\sqrt{13}$$

هر تست ماز یک کلاس درس!

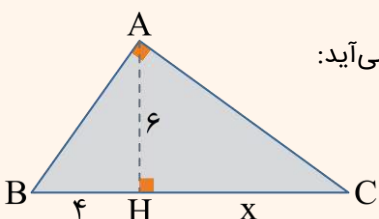
۱) ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین قطعه‌های ایجاد شده روی وتر است، یعنی:



$$AH^2 = BH \times HC$$

یه نمونه بحال ببین!

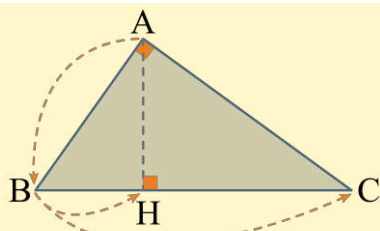
در مثلث شکل مقابل، اگر $BH = 4$ و $AH = 6$ باشد، مقدار HC و اندازه وتر به صورت زیر به دست می‌آید:



$$6^2 = 4 \times x \Rightarrow x = 9 \Rightarrow BC = 13$$



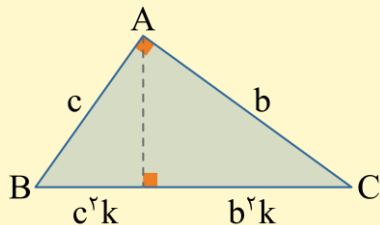
۲) اگر ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه ABC باشد، آن‌گاه:



$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

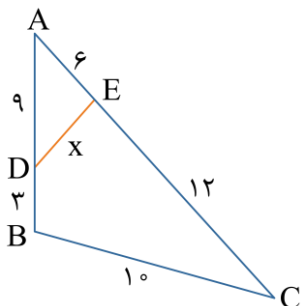
یکی از نتایج مهم نکته فوق این است که اندازه قطعه‌های ایجاد شده توسط ارتفاع، روی وتر، متناسب با مربع اندازه اضلاع کناری است.



$$c^2/k + b^2/k = a$$



۳۳- در شکل مقابل، اندازه هر پاره‌خط روی آن نوشته شده است. اندازه x کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

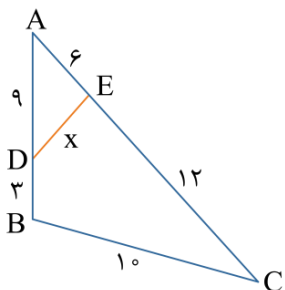
(۳) ۷/۵

(۴) ۵

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در شکل مقابل داریم:



$$AE = 6$$

$$AD = 9$$

$$AB = 9 + 3 = 12$$

$$AC = 18$$

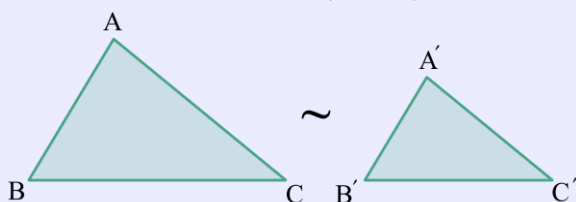
دو مثلث $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$ با توجه به اینکه $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$ و $\hat{A}$ مشترک است، به دلیل تناسب دو ضلع و برابری زاویه بین، متشابه‌اند

و نسبت تشابه $\frac{1}{2}$ است. پس داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5$$

تشابه دو مثلث

دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ متشابه‌اند هرگاه زوایای متناظر با هم برابر باشند و نسبت اضلاع متناظر در دو مثلث یکسان باشد.



$$1) \hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}'$$

$$2) \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k$$



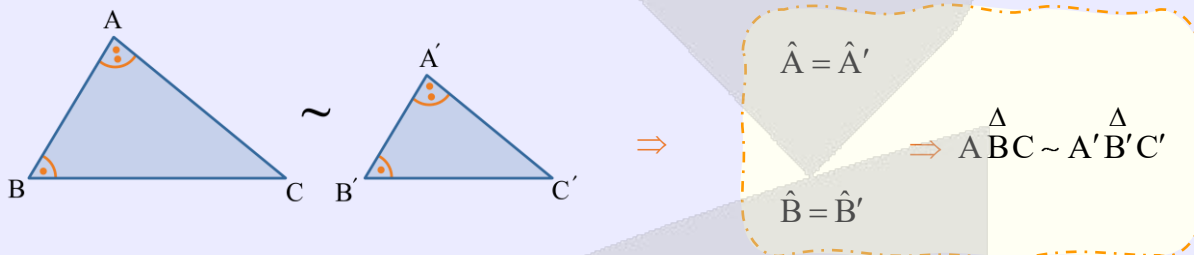
عدد k را در رابطه فوق نسبت تشابه می‌نامند. حال اگر نسبت تشابه برابر با k باشد، می‌گویند مثلث ABC با نسبت k با مثلث $A'B'C'$ متشابه است. در این صورت مثلث $A'B'C'$ نیز با نسبت $\frac{1}{k}$ با مثلث ABC متشابه است.

اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث دو ضلع دیگر [یا امتداد آن‌ها] را قطع کند، در این صورت مثلث کوچکی که به وجود می‌آید، طبق قضیه اساسی تشابه با مثلث اصلی متشابه است.

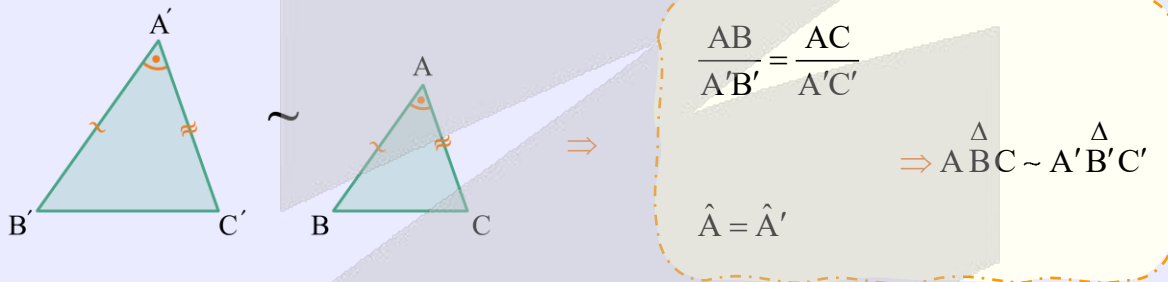
حالت‌های مختلف تشابه دو مثلث

با توجه به قضیه اساسی تشابه، سه قضیه دیگر را می‌توان نتیجه گرفت که به قضیه‌های تشابه مشهورند.

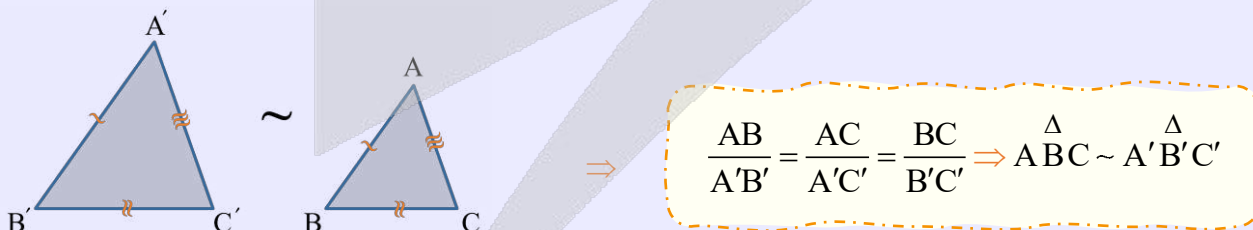
۱) هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، دو مثلث متشابه‌اند.



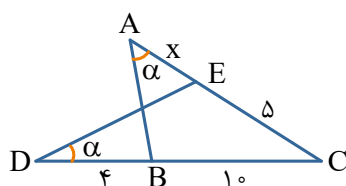
۲) هرگاه یک زاویه از دو مثلث با هم برابر و اضلاع این دو زاویه در دو مثلث متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



۳) هرگاه اندازه‌های سه ضلع یک مثلث با اندازه‌های سه ضلع مثلثی دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



۳۴- با توجه به شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۲۰ (۱)

۲۱ (۲)

۲۲ (۳)

۲۳ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

می دانیم هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه و اضلاع با هم متناسب هستند.

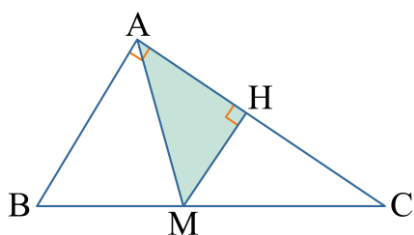
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} = \alpha \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{10}{5} = \frac{x+5}{14} \Rightarrow x+5=28 \Rightarrow x=23$$



۳۵- در شکل مقابل، مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ($\hat{A}=90^\circ$) و $\hat{B}-\hat{C}=60^\circ$ و $BC=8$ است. اگر AM میانه مثلث $\triangle ABC$ و MH

ارتفاع مثلث $\triangle AMC$ باشد، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



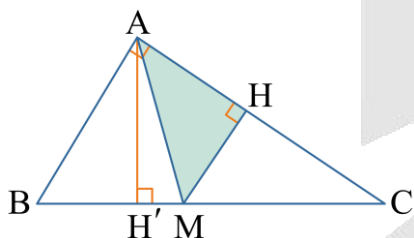
- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) $\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{2}$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه $\hat{A}=90^\circ$ پس $\hat{B}+\hat{C}=90^\circ$ است و از آنجایی که در صورت سوال آمده است $\hat{B}-\hat{C}=60^\circ$ پس $\hat{B}=75^\circ$ و $\hat{C}=15^\circ$ می باشد.

لذا $AH' = \frac{1}{4}BC = 2$ است و مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر است با:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH' \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$$

مساحت مثلث قائم الزاویه $\triangle AMH$ ، $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث $\triangle ABC$ است. پس مساحت مثلث $\triangle AMH$ برابر است با ۲.

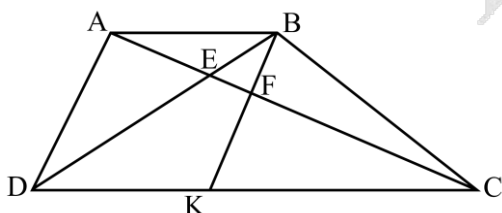
ارتفاع در مثلث های قائم الزاویه خاص

ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه ای که یک زاویه آن 15° است، $\frac{1}{4}$ وتر است.

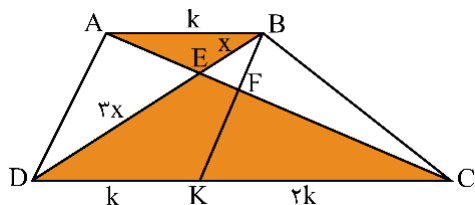
در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است.



۳۶- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD دوزنقه و چهارضلعی ABKD متوازی الاضلاع است. اگر $DE=3EB$ باشد، نسبت مساحت چهارضلعی DEFK به مساحت مثلث BEF کدام است؟



- (۱) ۹
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۱
- (۴) ۱۲



$$DE = 3EB \Rightarrow \begin{cases} DE = 3x \\ EB = x \end{cases}$$

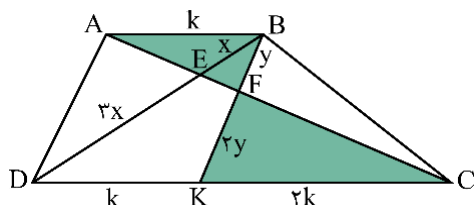
مطابق شکل مقابل، دو مثلث AEB و EDC با هم متشابه‌اند، پس:

$$\frac{DC}{AB} = 3 \Rightarrow \begin{cases} DC = 3k \\ AB = k \end{cases} \Rightarrow KC = 2k$$

از طرفی دو مثلث ABF و FKC نیز متشابه‌اند، پس:

$$\frac{FK}{FB} = 2 \Rightarrow \begin{cases} FK = 2y \\ FB = y \end{cases}$$

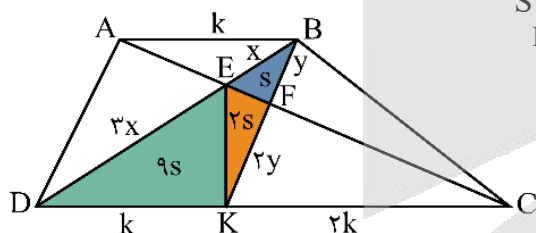
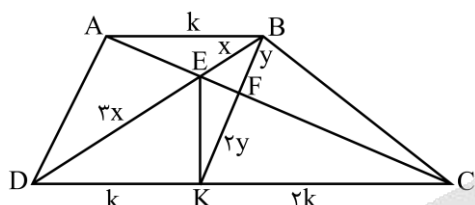
حالا اگر خط کمکی EK را رسم کنیم و مساحت مثلث BEF را برابر S فرض کنیم خواهیم داشت:



$$\frac{S_{\triangle EFK}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{FK}{BF} = \frac{2y}{y} = 2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFK}}{S} = 2 \Rightarrow S_{\triangle EFK} = 2S$$

$$\frac{S_{\triangle KED}}{S_{\triangle KEB}} = \frac{3x}{x} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle KED}}{S + 2S} = 3 \Rightarrow S_{\triangle KED} = 9S$$

جمع‌بندی کنیم:



در نتیجه:

$$\frac{S_{DEFK}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{S_{\triangle KED} + S_{\triangle EFK}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{9S + 2S}{S} = \frac{11S}{S} = 11$$



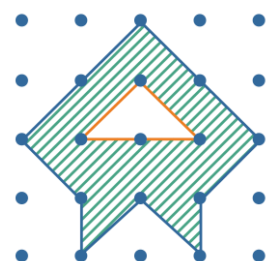
۳۷- مساحت قسمت هاشور خورده در شبکه مقابل کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۷/۵

(۳) ۷

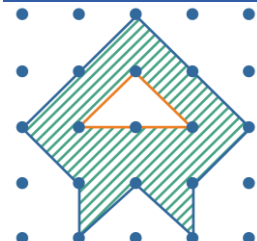
(۴) ۶/۵



(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

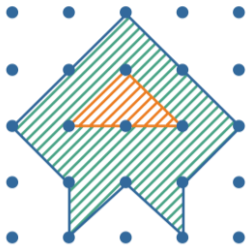
ابتدا مساحت شکل مقابل را حساب می‌کنیم:



$$b = 10, i = 4 \Rightarrow S = \frac{10}{2} + 4 - 1 = 8$$



سپس مساحت مثلث را از آن کم می کنیم:



$$b=4, i=0 \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{4}{2} - 1 = 1$$

$$\text{جواب} = 8 - 1 = 7$$

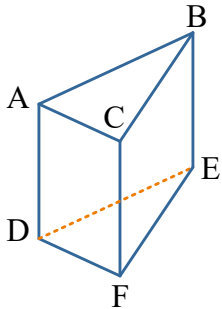
فرمول پیک

اگر در یک چند ضلعی شبکه ای تعداد نقاط مرزی برابر با b و تعداد نقاط درونی برابر i باشد، مساحت چندضلعی شبکه ای برابر است با:

$$\frac{b}{2} + i - 1$$



۳۸- شکل زیر، یک منشور سه پهلو است. خط های گذرنده از یال ها را در نظر بگیرید. چند تا از آن ها با خط گذرنده از AB متنافر است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۵ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

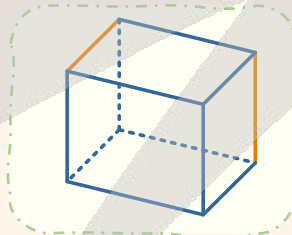
خطوط گذرنده از ۳ یال CF , FE و FD با خط گذرنده از AB متنافرند.

دو خط متنافر

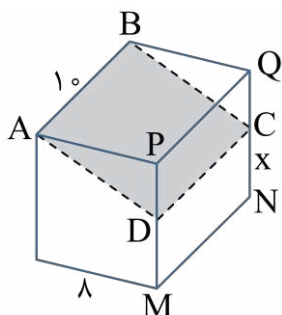
دو خط در فضا که نه موازی باشند و نه متقاطع را متنافر گویند.

یه نمونه باحال ببین!

دو خط نارنجی در شکل زیر نمونه ای از خطوط متنافر است.



۳۹- در مکعب مستطیلی با ابعاد قاعده ۸ و ۱۰ و حجم ۱۰۴۰، صفحه $ABCD$ طوری یال های PM و QN را برش زده است که سطح مقطع حاصل مربع شده است. فاصله نقطه C و D از صفحه قاعده پایین مکعب کدام است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۵ (۳)
- ۷ (۴)

با توجه به حجم مکعب مستطیل ارتفاع آن را محاسبه می‌کنیم:

$$1040 = 8 \times 10 \times \text{ارتفاع} \Rightarrow \text{ارتفاع} = 13$$

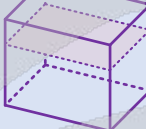
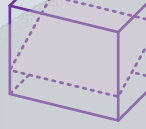
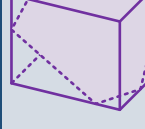
از طرفی برای آنکه ABCD مربع باشد، باید $AB = AD$ باشد. طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$(AD)^r = (DP)^r + (AP)^r \xrightarrow{AB=AD} \lambda \circ = (DP)^r + (\lambda)^r \Rightarrow DP = \epsilon$$

$$\Rightarrow x = \text{QN} - \text{DP} = 13 - 6 = 7$$

برش و سطح مقطع

منظور از برش تقاطع دادن یک صفحه با جسم هندسی (مثل کره، استوانه و ...) است. شکل حاصل از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی، **سطح مقطع** آن نامیده می‌شود. نمونه‌هایی از برش افقی، مایل و قائم یک مکعب مستطیل به قاعده مستطیل را در جدول زیر ببینید.

نوع برش	برش قائم	برش افقی	برش مایل			
نمایش برش						
شکل حاصل از برش	مستطیل	مستطیل	دوزنقه	مثلث	مستطیل	شش ضلعی



۴۰- در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ، $AB=AC=5$ و $BC=8$ است. اگر AB را به اندازه خودش امتداد دهیم تا به D برسیم و

مثلث $\triangle ABC$ را حول CD دوران دهیم، حجم جسم حاصل کدام است؟

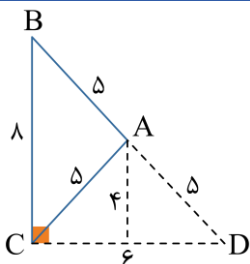
 112π (¢)

64π (3)

96 π (5)
$$1 \ 2 \wedge \pi \quad (1)$$

(متوسط - مفہومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

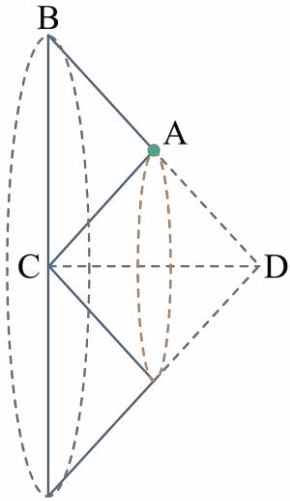
پاسخ: گزینه ۲



اگر AB را از سمت A به اندازه خودش امتداد دهیم مثلث BDC به وجود می آید که $AC = AB = AD = 5$

است، طبق نکته $\hat{\Delta BCD}$ قائم الزاویه و $\hat{BCD} = 90^\circ$ است، پس:

$$CD^r = BD^r - BC^r \Rightarrow CD^r = 10^r - 8^r \Rightarrow CD = 6$$



دوران مثلث $\triangle BCD$ حول CD یک مخروط به ارتفاع ۶ و شعاع قاعده ۸ ایجاد می‌کند که حجم آن $\frac{1}{3} \times 6 \times \pi (8)^2 = 128\pi$ است. از این، باید دو مخروط که هر دو به ارتفاع ۳ و شعاع ۴ هستند و از دوران مثلث $\triangle ACD$ حول CD حاصل می‌شود را کم کرد حجم این دو مخروط برابر است با:

$$2 \times \frac{1}{3} \times 3 \times \pi (4)^2 = 32\pi \Rightarrow \text{حجم نهایی} = 128\pi - 32\pi = 96\pi$$

یادآوری!

میانه وارد بر وتر، در هر مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است و برعکس. برعکس یعنی: اگر در یک مثلث میانه وارد بر یک ضلع نصف آن ضلع بود، آن مثلث قائم‌الزاویه است.





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

کل کتاب فیزیک ۱

بودجه بندی
این آزمون

۷ یا ۸ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

۴۱- کدام یکها، همگی مربوط به کمیت‌های اصلی هستند؟

(۱) ژول، کولن و مول (۲) کیلوگرم، آمپر و مول (۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع) (۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)

(آسان - حفظی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

درسنامه

کمیت‌های اصلی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف می‌شوند، کمیت اصلی و یکای آن‌ها را یکای اصلی می‌نامند.
۷ کمیت اصلی وجود دارد:

کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کندلا (cd)

کمیت‌های فرعی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می‌شوند، کمیت فرعی و یکای آن‌ها را یکای فرعی می‌نامند.
با توجه به درسنامه بالا گزینه (۲) صحیح است.



۴۲- دقت اندازه‌گیری وسیله زیر چند دسی‌متر است و عدد خوانده شده به صورت نمادگذاری علمی برابر چند متر است؟ (به ترتیب از

راست به چپ)



20.083 mm

(۱) 10^{-3} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(۲) 10^{-3} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(۳) 10^{-5} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(۴) 10^{-5} و $2/0083 \times 10^{-2}$

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

دقت اندازه‌گیری

وسایل اندازه‌گیری به دو دسته رقمی (دیجیتال) و مدرج تقسیم‌بندی می‌شوند. دقت اندازه‌گیری این وسایل به صورت زیر تعیین می‌شود:
۱- وسایل دیجیتال: دقت اندازه‌گیری آن‌ها برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که می‌خواند. به شکل‌های زیر دقت کنید:



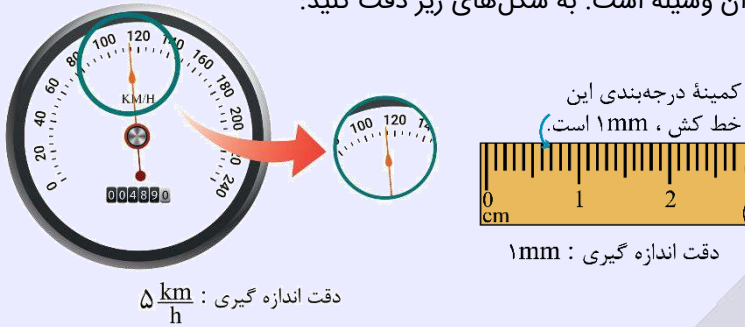
دقت اندازه‌گیری: 0.1°C



دقت اندازه‌گیری: 0.01 mm



۲- وسایل مدرج: دقت اندازه‌گیری آن‌ها برابر کمینه درجه‌بندی آن وسیله است. به شکل‌های زیر دقت کنید:



دقت اندازه‌گیری وسیله دیجیتال نشان داده شده برابر با ۱ mm / ۰۰۰ است که بر حسب دسی‌متر برابر است با:

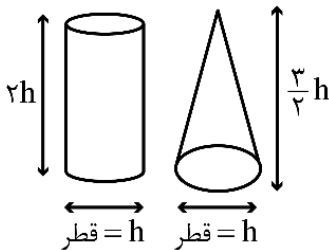
$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ mm} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ mm}} \times \frac{1 \text{ dm}}{10^{-1} \text{ m}} = 10^{-5} \text{ dm}$$

همچنین عدد خوانده شده بر حسب متر برابر است با:

$$\text{عدد خوانده شده} = 20.083 \text{ mm} = 20.083 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.0083 \times 10^{-2} \text{ m}$$



۴۳- مطابق شکل زیر، چگالی استوانه توپر ۲ برابر چگالی مخروط توپر است. جرم مخروط چند برابر جرم استوانه است؟



- (۱) ۸
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) ۴
- (۴) $\frac{1}{8}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴



جرم واحد حجم جسم را چگالی می‌نامند و از ویژگی‌های یک ماده است و با ρ نشان می‌دهند.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

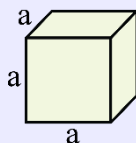
$$\frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ نیز استفاده می‌شود، } \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ است اما اغلب از } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ چگالی SI}$$

برای مقایسه چگالی دو جسم می‌توان از رابطه روبرو استفاده کرد:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2}$$

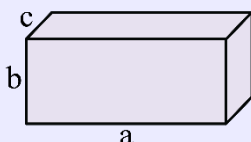
برخی مواقع در مورد چگالی اجسام با شکل هندسی مشخص، مثل کره، مکعب، مخروط و ... سؤال پرسیده می‌شود، به همین دلیل روابط محاسبه حجم اجسام هندسی را به یاد داشته باشید.

مکعب



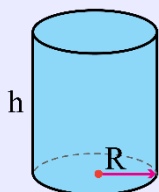
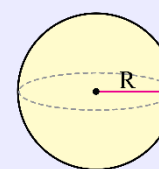
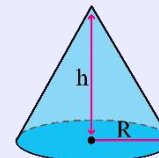
$$V = a^3$$

مکعب مستطیل



$$V = abc$$



استوانه		$V = \pi R^2 h$
کره		$V = \frac{4}{3} \pi R^3$
مخروط		$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

از رابطه چگالی، می توان جرم را به دست آورد.

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V \rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

مخروط را جسم (۲) و استوانه را جسم (۱) در نظر می گیریم. طبق صورت سؤال:

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

برای حجم استوانه و مخروط داریم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \frac{h^2}{4} \times 2h = \frac{\pi}{2} h^3 = V_1$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times \frac{h^2}{4} \times \frac{3}{2} h = \frac{\pi}{8} h^3 = V_2$$

خواسته سؤال نسبت جرم مخروط به جرم استوانه است.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} = \frac{\rho_2}{2\rho_2} \times \frac{\frac{\pi}{8} h^3}{\frac{\pi}{2} h^3} = \frac{1}{8}$$

دقت کنید که چون سطح مقطع مخروط و استوانه هر دو دایره می باشد و قطرهای برابر هستند، می توانستیم نتیجه بگیریم مساحت قاعده برابری دارند.

$$A_1 = A_2$$

۴۴- درون یک ظرف استوانه ای، ۲/۵ لیتر مایع به چگالی $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$ قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه $50 cm^2$ باشد، فشار پیمانه ای

در کف ظرف چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{g}{cm^3}$)

۲/۸ (۴)

۸/۲ (۳)

۴/۴ (۲)

۷/۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ارتفاع مایع درون ظرف را به دست می آوریم:

$$V = Ah_{\text{مایع}} \Rightarrow 2/5 \times 10^3 cm^3 = 50 cm^2 \times h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 50 cm$$



برای نوشتن فشار بر حسب cmHg داریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow 13/6 \times 50 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{60}{13/6} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 4/4 \text{ cm}$$



۴۵- وقتی شیشه می‌شکند با نزدیک کردن قطعه‌های آن به هم نمی‌توان اجزای شیشه را دوباره به هم چسباند؛ ولی اگر قطعه‌های شیشه را آن قدر گرم کنیم که نرم شوند می‌توان آن‌ها را به هم چسباند. علت این پدیده چیست؟

(۱) کوتاه‌برد بودن نیروهای بین‌مولکولی

(۲) تفاوت نیروی دگرچسبی و هم‌چسبی

(۳) تبدیل نیروی بین‌مولکولی به نیروی دافعه در فاصله‌های کم

(۴) تفاوت جامدهای بلورین و آمورف

(آسان - براساس متن کتاب درسی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



نیروهای بین‌مولکولی



نیروی بین مولکول‌های همسان که سبب پیوستگی جامد یا مایع می‌شود را نیروی هم‌چسبی گویند. با کاهش فاصله بین مولکولی، نیروی رانشی بزرگی ایجاد می‌شود که سبب تراکم‌ناپذیری مایع‌ها می‌شود. با افزایش فاصله بین مولکولی، نیروی جاذبه (ربایش) بین مولکول‌ها ظاهر می‌شود و سبب پیوستگی مایع‌ها می‌شود. این نیرو سبب می‌گردد آب به صورت قطره درآید. این نیرو کوتاه برد است. گرما و ناخالصی (مایع شوینده) سبب کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شود. کشش سطحی کشش سطحی ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است. نیروی ربایشی بین مولکولی سبب می‌گردد سطح مایع شبیه پوسته تحت کشش رفتار کند. علت فرو نرفتن سوزن‌های فولادی در آب و حرکت حشرات روی سطح آب کشش سطحی است. هنگام سقوط آب، کشش سطحی و تمایل به کمینه شدن سطح، آب را به صورت قطره کروی در می‌آورد.	هم‌چسبی
نیروی جاذبه بین مولکول‌های نامشابه (مانند آب و شیشه) ترشوندگی: نیروی دگرچسبی بین مایع و جامد از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر است. آب روی شیشه خاصیت ترشوندگی دارد، جیوه روی شیشه خاصیت ترشوندگی ندارد. مویینگی عامل ایجاد مویینگی تفاوت در نیروی هم‌چسبی مایع و دگرچسبی بین مایع و لوله مویین است. عوامل موثر در مویینگی قطر لوله، نوع مایع و جنس لوله است. بالا و پایین رفتن لوله مویین در درون مایع تأثیری در ارتفاع مایع درون لوله ندارد. اگر قطر لوله افزایش یابد، سطح مایع درون لوله به سطح مایع درون ظرف نزدیک‌تر می‌شود.	دگرچسبی

نیروهای بین‌مولکولی

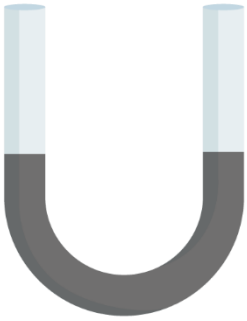
با داغ کردن قطعات شیشه و نرم شدن آن‌ها، هنگامی که آن‌ها را به هم نزدیک می‌کنیم، ذرات شیشه در فاصله کمی از هم قرار می‌گیرند و با توجه به کوتاه‌برد بودن نیروی بین‌مولکولی، می‌توانند به هم بچسبند.





۴۶- در شکل زیر، درون لوله U شکل مقداری جیوه قرار دارد. در یکی از شاخه‌ها روی جیوه به ارتفاع ۱۷cm مایعی به چگالی $2 \frac{g}{cm^3}$

می‌ریزیم. در شاخه مقابل، سطح جیوه نسبت به موقعیت اولیه، چند سانتی‌متر بالا می‌آید؟ ($\rho_{Hg} = 13.6 \frac{g}{cm^3}$)



(۱) ۱/۲۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۳/۷۵

(۴) ۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

شکل زیر، وضعیت لوله را قبل و بعد از اضافه کردن مایع نشان می‌دهد. فشار در نقاط هم‌تراز M و N برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{مایع}} gh_{\text{مایع}} = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 2 \times 17 = 13.6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{34}{13.6} = 2.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 2x = 2.5 \Rightarrow x = 1.25 \text{ cm}$$



۴۷- در شکل زیر، یک بارومتر و یک مانومتر نشان داده شده است، که هر دو در یک محل قرار داشته و مایع‌های درون آن‌ها در حال

تعادل می‌باشد. اگر مساحت انتهای بسته لوله در بارومتر برابر 4 cm^2 و بزرگی نیرویی که جیوه بر انتهای بسته لوله وارد می‌کند

برابر $27/2 \text{ N}$ باشد، فشار گاز درون مخزن چند سانتی‌متر جیوه است؟

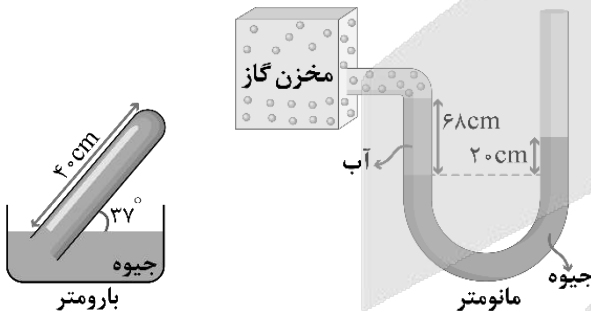
$$(\sin 37^\circ = 0.6, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$$

(۱) ۹۰

(۲) ۹۱

(۳) ۸۸

(۴) ۸۹



(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

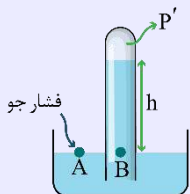
فشارسنج هوا

۱- فشارسنج هوا (بارومتر) وسیله‌ای است که با آن می‌توان فشار هوا را به دست آورد.

۲- ارتفاع ستون مایع، فشار هوا را نشان می‌دهد.

برای مثال اگر در شکل زیر $h = 75 \text{ cm}$ باشد و مایع جیوه باشد، فشار هوا ۷۵ سانتی‌متر جیوه است و فضای بالای لوله خلأ است. ($P' = 0$)

اگر بالای لوله خلأ نبود، ارتفاع ستون جیوه کمتر از ۷۵ cm می‌شد.

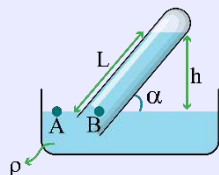


$$P_A = P_B \rightarrow P_0 = P' + \rho gh \xrightarrow{P' > 0} h < 75 \text{ cm}$$



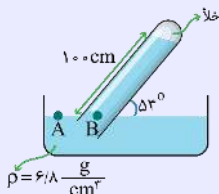
یعنی بالای ستون مایع (جیوه) خلأ نیست و یک فشاری وجود دارد.

۳- اگر لوله به طور قائم در ظرف قرار نگیرد، در محاسبه فشار باید ارتفاع قائم مایع را لحاظ کنیم.



$$P_A = P_B \rightarrow P_0 = \rho gh \xrightarrow{h=L\sin\alpha} P_0 = \rho gL\sin\alpha$$

مثال:



در شکل مقابل، فشار هوای محیط چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\sin 53^\circ = 4/5$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

ابتدا ارتفاع قائم مایع را به دست می‌آوریم:

$$h = L\sin\alpha = 100 \times \sin 53^\circ = 100 \times 4/5 = 80 \text{ cm}$$

بنابراین فشار هوای محیط معادل ۸۰ cm از مایعی با چگالی $6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است که باید این فشار را به cmHg تبدیل کنیم.

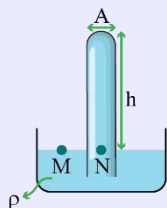
$$P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6/8 \times 80 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 40 \text{ cm}$$

بنابراین فشار هوای محیط برابر ۴۰ cmHg است.

توجه کنید که نیازی به محاسبه فشار بر حسب پاسکال نداشتیم.

۴- گاهی طول لوله بارومتر، کوتاه است و مایع به سقف لوله می‌رسد. در این حالت مایع به سقف لوله فشار و نیرو وارد می‌کند. فشار وارد بر سقف لوله برابر اختلاف فشار هوا و فشار ستون مایع است.



$$P_M = P_N$$

$$\rightarrow P_0 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{سقف}}$$

$$\rightarrow P_0 = \rho gh + P_{\text{سقف}} \rightarrow P_{\text{سقف}} = P_0 - \rho gh$$

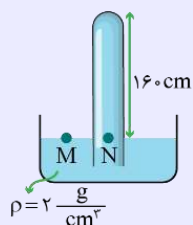
با ضرب کردن فشار وارد بر سقف لوله در مساحت آن، بزرگی نیروی وارد بر سقف لوله به دست می‌آید:

$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A$$

مثال:

در شکل زیر، مساحت مقطع انتهای لوله برابر ۲ cm^۲ است. اگر فشار هوای محیط برابر ۱۰^۵ پاسکال باشد، بزرگی نیرویی که مایع بر انتهای لوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$



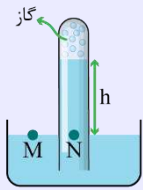
با توجه به نکات فوق داریم:

$$P_{\text{سقف}} = P_0 - \rho gh = 10^5 - (2000 \times 10 \times 1/6) = 68000 \text{ Pa}$$

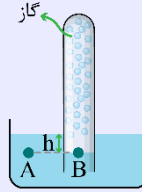
$$F_{\text{سقف}} = P_{\text{سقف}} A = 68000 \times 2 \times 10^{-4} = 13/6 \text{ N}$$



۵- گاهی در قسمت انتهایی لوله گازی محبوس شده است و فشار گاز محبوس شده هم باید در نظر گرفته شود. به شکل‌های زیر دقت کنید:



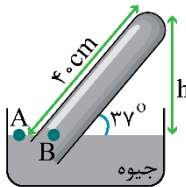
$$P_M = P_N \rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + \rho gh$$



$$P_A = P_B \rightarrow P_0 + \rho gh = P_{\text{گاز}}$$

گام اول:

ابتدا ارتفاع قائم لوله (h) را در بارومتر محاسبه می‌کنیم:



$$\sin 37^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin 37^\circ = \frac{h}{40} \rightarrow \frac{\sin 37^\circ = 0.6}{\sin 37^\circ = 0.6} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{h}{40} \rightarrow h = 24 \text{ cm}$$

پس ارتفاع ستون جیوه برابر ۲۴ cm است.

اکنون به محاسبه فشار وارد بر انتهای بسته لوله می‌پردازیم:

$$P_{\text{انتهای بسته لوله}} = \frac{F}{A} = \frac{F=27/2 \text{ N}}{A=4 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \rightarrow P_{\text{انتهای بسته لوله}} = \frac{27/2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-4}} \rightarrow P_{\text{انتهای بسته لوله}} = 68 \times 10^3 \text{ Pa}$$

گام دوم:

حال باید ببینیم $68 \times 10^3 \text{ Pa}$ معادل چند سانتی متر جیوه است:

$$P = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \rightarrow \frac{P=68 \times 10^3 \text{ Pa}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 68 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0.5 \text{ m} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 50 \text{ cm}$$

پس فشار در انتهای لوله برابر ۵۰ cmHg است.

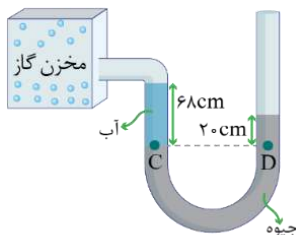
با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز A و B در یک مایع ساکن داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{ستون جیوه}} + P_{\text{انتهای بسته لوله}} = 24 \text{ cmHg} + 50 \text{ cmHg} \rightarrow P_0 = 24 + 50 = 74 \text{ cmHg}$$

پس فشار هوا (P_0) در محل قرارگیری بارومتر و بارومتر برابر با ۷۴ سانتی متر جیوه است.

گام آخر:

حال با توجه به مانومتر، ابتدا فشار حاصل از ۶۸ cm آب را بر حسب سانتی متر جیوه به دست می‌آوریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow \frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, h_{\text{آب}} = 68 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow 1 \times 68 = 13.6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm}$$

پس ۶۸ cm آب فشاری معادل ۵ سانتی متر جیوه (5 cmHg) ایجاد می‌کند.

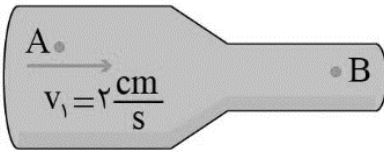
با توجه به برابری فشار نقاط هم‌تراز C و D در یک مایع ساکن داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{68 \text{ cm آب}} = P_{20 \text{ cm جیوه}} + P_0 \rightarrow \frac{P_{68 \text{ cm آب}} = 5 \text{ cmHg}}{P_{20 \text{ cm جیوه}} = 20 \text{ cmHg}, P_0 = 74 \text{ cmHg}} \rightarrow P_{\text{گاز}} + 5 = 20 + 74 \Rightarrow P_{\text{مطلق گاز}} = 89 \text{ cmHg}$$





۴۸- مطابق شکل، درون لوله، آب به صورت پایا و لایه‌ای جریان دارد. در مدتی که یک قطره یک گرمی آب از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود، کار کل انجام شده روی آن چند ژول است؟ (قطر مقطع لوله در قسمت‌های A و B آن به ترتیب ۳ cm و ۱ cm است).



(۱) $3/2 \times 10^{-5}$

(۲) $1/6 \times 10^{-5}$

(۳) $-3/2 \times 10^{-5}$

(۴) $-1/6 \times 10^{-5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکات

۱- مطابق اصل پیوستگی، هنگام حرکت پایا و لایه‌ای آب در لوله، تندی حرکت آب با سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2}$$

۲- طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی هر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

گام اول:

تندی آب در نقطه B برابر است با:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi D_A^2 v_A = \pi D_B^2 v_B$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 2 = 1^2 \times v_B \Rightarrow v_B = 18 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

گام آخر:

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی قطره برابر است با:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \left[(0.18)^2 - (0.02)^2 \right] = 1/6 \times 10^{-5} \text{ J}$$



۴۹- جسمی درون آب یک ظرف غوطه‌ور است. دمای آب را 40°F کاهش می‌دهیم، با فرض ثابت بودن حالت آب، کدام یک از شرایط زیر نمی‌تواند رخ دهد؟ (تغییر حجم جسم ناچیز است).

- (۱) جسم به ته ظرف می‌رود. (۲) جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود.
(۳) جسم ابتدا پایین رفته و سپس بالا می‌آید. (۴) جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته

هنگامی که جسمی را درون یک مایع بیاندازیم اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد بر روی سطح مایع شناور می‌شود و اگر چگالی جسم با چگالی مایع برابر باشد درون مایع غوطه‌ور می‌شود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر باشد درون مایع پایین می‌رود.

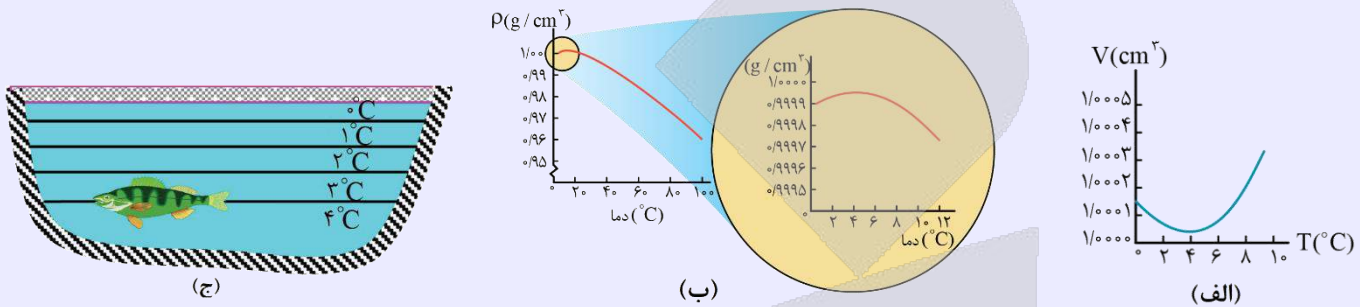
انبساط غیرعادی آب

در زمستان‌های سرد، سطح آب آبگیرها و دریاچه‌های کوچک یخ می‌زند و به تدریج یخ ضخیم‌تر می‌شود؛ اما در ته آبگیرها، دمای آب بالاتر از 4°C بوده و برای موجودات زنده‌ای که آنجا زندگی می‌کنند، نسبتاً گرم و مناسب است. در واقع حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش و در نتیجه چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد، ولی رفتار آب در محدوده دمایی 4°C تا 0°C متفاوت است؛ یعنی در این محدوده با کاهش دما، حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد. شکل‌های (الف) و (ب)، به ترتیب نمودار حجم بر حسب دما و نمودار چگالی بر حسب دما را برای آب شیرین نشان می‌دهد که در آن‌ها رفتار غیرعادی آب در محدوده 4°C تا 0°C دیده می‌شود. همان‌طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، در بازه دمایی 4°C تا 0°C با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد. پس از دمای 4°C مانند دیگر



اجسام، با افزایش دما، حجم افزایش و چگالی کاهش می‌یابد. همین تغییر حجم غیرعادی آب است که موجب می‌شود دریاچه‌ها به جای اینکه از پایین به بالا یخ بزنند، از بالا یخ بزنند. وقتی دمای سطح آب مثلاً از 10°C اندکی کمتر شود، چگالی آب نسبت به آب زیر خود افزایش می‌یابد و این آب، پایین می‌رود. این رفتار تا رسیدن به دمای 4°C ادامه می‌یابد؛ ولی همان‌طور که دیدیم در دمای پایین‌تر از 4°C ، حجم آب افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد؛ یعنی سرد شدن بیشتر آب موجب می‌شود که چگالی آب سطح دریاچه نسبت به آب زیر آن کمتر شود و در نتیجه در سطح باقی بماند تا اینکه یخ بزند (شکل ج)). بنابراین، در حالی که آب زیر دریاچه هنوز مایع است و دمایی بیش از صفر درجه دارد، سطح آب یخ می‌زند. اگر آب دریاچه‌ها از پایین به بالا یخ می‌زد، اثرات زیست‌محیطی زیان‌باری در پی داشت و حیات گیاهی و جانوری در عمق دریاچه‌ها از بین می‌رفت.

نکته: نمودارهای حجم آب و چگالی آب برحسب دما و طریقه قرار گرفتن لایه‌های آب برحسب دما از صفر تا 4°C درجه سلسیوس به صورت زیر است:



رفتار شگفت‌انگیز آب را می‌توان با ساختار مولکول‌های آن در یخ توضیح داد. مولکول‌های آب در یخ شبکه‌ای بلوری تشکیل می‌دهند، به طوری که مولکول‌ها در بعضی نواحی خیلی به هم نزدیک‌اند و در نواحی دیگر، بین آن‌ها فضای خالی وجود دارد. وقتی آب از یخ به حالت مایع تبدیل می‌شود، ساختار شبکه بلوری در هم می‌شکند و آرایش مولکول‌های آن یکنواخت‌تر می‌شود و در نتیجه حجم اشغال شده کاهش می‌یابد. در محدوده دماهای 0°C تا 4°C بقایای ساختار مولکولی یخ هنوز در آب وجود دارد و موجب رفتار غیرعادی آب می‌شود.

باتوجه به تغییرات دما برحسب درجه فارنهایت، تغییرات دما برحسب درجه سانتی گراد را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow 4 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{20}{9}^{\circ}\text{C}$$

می‌دانیم چگالی آب در 4°C بیشترین مقدار است. چون $\Delta \theta < 4^{\circ}\text{C}$ و حالت آب هم همان مایع است چند حالت امکان دارد رخ دهد.

حالت اول:

اگر با کاهش دما، دمای آب همچنان در بازه $\theta \geq 4^{\circ}\text{C}$ باشد، چگالی آب افزایش می‌یابد و با توجه به کوچک‌تر بودن چگالی جسم از چگالی آب، جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود.

حالت دوم:

اگر با کاهش دما، دمای آب به 4°C رسیده و مقداری پایین‌تر رود، چگالی آب ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. اما کاهش آن ممکن است به گونه‌ای باشد از چگالی اولیه کمتر نشود. در این صورت جسم بالا رفته و شناور می‌شود.

حالت سوم:

اگر با کاهش دما، دمای آب به 4°C رسیده و مقداری پایین‌تر رود چگالی آب ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. اما کاهش آن ممکن است به گونه‌ای باشد از چگالی اولیه کمتر شود. در این صورت جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

حالت چهارم:

اگر دمای اولیه آب کمتر از 4°C بوده و با کاهش دما، دمای آب به 0°C نزدیک شود، چگالی آب کاهش می‌یابد و با توجه به کوچک‌تر شدن چگالی آب از چگالی جسم، جسم به ته ظرف می‌رود.



۵۰- دونده‌ای به جرم 8kg ، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. این دونده تندی خود را با آهنگ چند واحد SI افزایش دهد تا پس از 5s ، انرژی جنبشی او به 1440J برسد؟

۲ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۲ (۲)

۱ (۱)



انرژی جنبشی

۱- انرژی جنبشی یک جسم مطابق رابطه زیر به دست می آید.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

در این رابطه m جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)، v تندی حرکت جسم بر حسب متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$)، K انرژی جنبشی جسم بر حسب ژول (J) است.

۲- مطابق رابطه فوق، هر ژول معادل با $\frac{\text{متر مربع} \times \text{کیلوگرم}}{\text{مربع ثانیه}}$ است. ($J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$)

۳- برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

مثال:

تندی حرکت جسم A ، $\frac{m}{s}$ ، بیشتر از تندی حرکت جسم B است. اگر جرم دو جسم برابر باشد و انرژی جنبشی A ، ۲۱ درصد بیشتر از انرژی جنبشی جسم B باشد، تندی حرکت جسم B چند متر بر ثانیه است؟

اگر تندی حرکت جسم B برابر v باشد، تندی حرکت A برابر $v + 8 \frac{m}{s}$ است. در این صورت می توان نوشت:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 \rightarrow \frac{121}{100} = 1 \times \left(\frac{v+8}{v} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{11}{10} = \frac{v+8}{v} \rightarrow v = 80 \frac{m}{s}$$

گام اول:

برای آن که انرژی جنبشی دونه برابر $1440 J$ شود، تندی دونه باید برابر شود با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1440 = \frac{1}{2} \times 80 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 36 \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

گام آخر:

آهنگ تغییرات تندی برابر است با:

$$\text{آهنگ تغییرات تندی} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-0}{5} = 1.2 \frac{m}{s^2}$$



۵۱- جسمی به جرم $60 kg$ از موقعیت A به موقعیت B می رود. کار کل انجام شده روی جسم در این جابه جایی $24 kJ$ است. اگر تندی

جسم در موقعیت A برابر $126 \frac{km}{h}$ باشد، تندی آن در موقعیت B چند $\frac{km}{h}$ است؟

۱۶۲ (۴)

۱۴۴ (۳)

۴۵ (۲)

۳۵ (۱)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

از قضیه کار - انرژی جنبشی کمک می گیریم:

$$v_A = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 126 \times \frac{10}{36} = \frac{1260}{36} = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

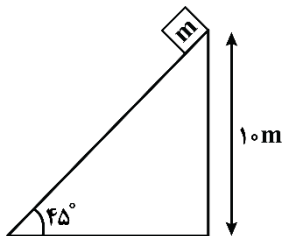
$$\Rightarrow 24000 = \frac{1}{2} \times 60 (v_B^2 - 1225)$$

$$\Rightarrow 800 = v_B^2 - 1225 \Rightarrow v_B^2 = 2025 \Rightarrow v_B = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45 \times \frac{36}{10} = \frac{1620}{10} = 162 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



۵۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $m = 2 \text{ kg}$ از بالای سطح شیبدار به پایین سطح می لغزد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در این

مسیر $\frac{1}{4}$ بزرگی وزن جسم باشد، کار نیروی وزن در این جابه جایی چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۱۵۰

(۲) ۲۰۰

(۳) $150\sqrt{2}$

(۴) $200\sqrt{2}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

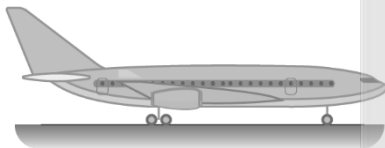
کار نیروی وزن مستقل از مسیر حرکت است و فقط به تغییر ارتفاع جسم ربط دارد؛ بنابراین:

$$m = 2 \text{ kg} \\ h = 10 \text{ m} \Rightarrow W_{mg} = mgh = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$



۵۳- اختلاف انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/50 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی $864 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در

ارتفاع ۳۰۰۰ پا حرکت می کند، چند گیگاژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، هر پا برابر ۳۰ cm است و سطح زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی



در نظر بگیرید.)

(۲) ۴/۵۹

(۱) ۶/۱۲

(۴) ۴/۱۲

(۳) ۶/۴۳

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی که اجسام به خاطر ارتفاعشان از سطح زمین دارند و از رابطه $U = mgh$ به دست می آید.



انرژی پتانسیل گرانشی (U) به سطح مبدأ وابسته است. به عبارتی سطح مبدأ دارای انرژی پتانسیل گرانشی صفر است. اما تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی (ΔU) به سطح مبدأ وابسته نیست.



ابتدا دقت کنید که ارتفاع هواپیما برابر $h = 3000 \times \frac{1}{3} = 900 \text{ m}$ است. در ادامه برای محاسبه انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی می توان نوشت:

$$v = 864 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{864}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 10^4 \times 240^2 = 2.16 \times 10^9 \text{ J} = 2.16 \text{ GJ}$$

$$U = mgh = 7.5 \times 10^4 \times 10 \times 900 = 6.75 \times 10^9 \text{ J} = 6.75 \text{ GJ}$$

$$\Rightarrow U - K = 6.75 - 2.16 = 4.59 \text{ GJ}$$



۵۴- وزنه ۲۰۰ گرمی را به نخ به طول ۲ متر بسته و از سقف آویزان کرده ایم. اگر وزنه را روی دایره ای به شعاع نخ از حالت قائم آنقدر دور کنیم که زاویه نخ با راستای قائم ۶۰ درجه شود و از این حالت وزنه را رها کنیم، بیشینه انرژی جنبشی وزنه در مسیر، چند ژول می شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و مقاومت هوا و جرم نخ ناچیز است).

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲√۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

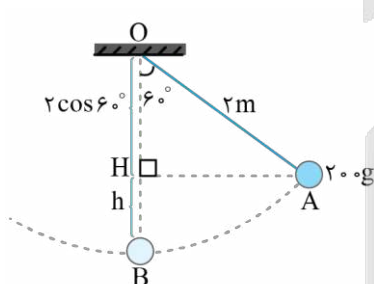


۱- هنگامی که یک آونگ ساده را از وضع تعادل خارج کنیم و به نوسان درآوریم، انرژی جنبشی آن در دو انتهای مسیر برابر صفر و در پایین ترین نقطه مسیر، بیشینه است.

۲- هنگامی که نیروهای اتلافی (اصطکاک، مقاومت هوا و...) ناچیز باشند و تنها نیروی مؤثر بر جسم، نیروی وزن آن باشد، انرژی مکانیکی جسم (E) پایسته می ماند، بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

مطابق شکل، فرض می کنیم وزنه از نقطه A رها شود. با توجه به نکات فوق، انرژی جنبشی وزنه در نقطه B، بیشینه است. داریم:



$$h = \overline{OB} - \overline{OH} = 2 - 2 \cos 60^\circ = 1 \text{ m}$$

$$E_B = E_A \Rightarrow U_B + K_B = U_A + K_A$$

وزنه از نقطه A رها شده است، بنابراین $K_A = 0$ است. با انتخاب نقطه B به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی، U_B برابر صفر می شود. در نتیجه داریم:

$$K_B = U_A = mgh = 0.2 \times 10 \times 1 = 2 \text{ J}$$

$$\Rightarrow K_{\text{max}} = 2 \text{ J}$$



۵۵- سه بالابر در جدول زیر توصیف شده اند. اگر توان ورودی بالابرهای A، B و C به ترتیب P_A ، P_B و P_C باشد، کدام مقایسه صحیح

توصیف	بازده	بالابر
در هر دقیقه ۶۰ L آب را با تندی ثابت، ۱۰ m بالا می برد.	٪۴۰	A
در هر دقیقه ۴۰ L آب را با تندی ثابت، ۱۲ m بالا می برد.	٪۲۰	B
در هر دقیقه، ۸۰ L نفت را با تندی ثابت، ۶ m بالا می برد.	٪۳۰	C

است؟ (آب $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ و نفت $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$)

$$P_A > P_B > P_C \quad (1)$$

$$P_B > P_A > P_C \quad (2)$$

$$P_A > P_C > P_B \quad (3)$$

$$P_B > P_C > P_A \quad (4)$$



آنچه گذشت...

هنگامی که یک بالابر جرم m را با تندی ثابت در مدت Δt به اندازه Δh بالا می‌برد، توان آن برابر است با:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{mg\Delta h}{\Delta t}$$

گام اول:

برای محاسبه توان ورودی بالابرهای می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد:

$$\begin{cases} P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho Vgh}{\Delta t} \\ Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{Ra} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = \frac{\rho Vgh}{Ra \times \Delta t} \end{cases}$$

گام دوم:

مقایسه توان ورودی بالابرهای A و B:

$$\begin{aligned} \frac{P_{B \text{ ورودی}}}{P_{A \text{ ورودی}}} &= \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \times \frac{h_B}{h_A} \times \frac{Ra_A}{Ra_B} \times \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} \\ \Rightarrow \frac{P_{B \text{ ورودی}}}{P_{A \text{ ورودی}}} &= 1 \times \frac{40}{60} \times \frac{12}{10} \times \frac{40}{20} \times 1 = 1/6 \end{aligned}$$

گام آخر:

مقایسه توان ورودی بالابرهای A و C:

$$\begin{aligned} \frac{P_{C \text{ ورودی}}}{P_{A \text{ ورودی}}} &= \frac{\rho_C}{\rho_A} \times \frac{V_C}{V_A} \times \frac{h_C}{h_A} \times \frac{Ra_A}{Ra_C} \times \frac{\Delta t_A}{\Delta t_C} \\ \Rightarrow \frac{P_{C \text{ ورودی}}}{P_{A \text{ ورودی}}} &= \frac{8}{10} \times \frac{80}{60} \times \frac{6}{10} \times \frac{40}{30} \times 1 = \frac{64}{75} \\ \Rightarrow P_{B \text{ ورودی}} &> P_{A \text{ ورودی}} > P_{C \text{ ورودی}} \end{aligned}$$



۵۶ - مقدار 5 kg آلومینیم با دمای 100°C در اختیار داریم. اگر این آلومینیم 180 kJ گرما از دست بدهد دمای آن چند درجه

سلسیوس خواهد شد؟ ($c_{Al} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$)

۱۴۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

داده‌ها را در رابطه $Q = mc\Delta\theta$ قرار داده و دمای نهایی را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow -180 \times 10^3 = 5 \times 900 \times (\theta_f - 100) \Rightarrow \theta_f = 60^\circ\text{C}$$

گرما

گرما (Q): انرژی‌ای است که به دلیل اختلاف دما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود.

یکای گرما:

$$1 \text{ cal} = 4/186 \text{ J} \quad \text{یکای گرما} = J = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \text{N.m}$$

گرما یک کمیت نرده‌ای و فرعی است.



اشاره کردن به گرمای موجود در یک جسم اشتباه است چون گرما مربوط به انرژی در حال گذار است.

عبارت نادرست	عبارت درست
جسم دارای ۲۰ ژول گرما است.	جسم ۲۰ ژول گرما از دست داده یا گرفته است.
گرمای جسم زیاد شده است.	۲۰ ژول گرما به جسم منتقل شده است.
گرمای جسم A از جسم B بیش‌تر است.	گرما از جسم A به جسم B منتقل شده است.

اگر به جسمی گرما بدهیم دو حالت امکان‌پذیر است:

حالت اول) دمای جسم تغییر کند ولی حالت (فاز) ثابت بماند.

حالت دوم) دمای جسم ثابت بماند ولی حالت (فاز) تغییر کند.

امکان ندارد تغییر دما و تغییر حالت، هم‌زمان باهم اتفاق بیفتد.

در حالت اول اگر گرما باعث تغییر دمای جسم شود، فاز یا حالت ثابت می‌ماند:

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = C\Delta T$$

C: ظرفیت گرمایی

ΔT : تغییر دما

c: گرمای ویژه

Q: انرژی گرمایی m: جرم

سازگاری یکاها: یکای گرمای ویژه را مبنای انتخاب سایر یکاها قرار دهید:

الف) یکاها در SI

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$\begin{matrix} & J & \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ J & kg & kg.K & K \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ Q = m & c & \Delta T \end{matrix}$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$\begin{matrix} & cal & \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ cal & g & g.^{\circ}C & ^{\circ}C \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ Q = m & c & \Delta T \end{matrix}$

ب) یکاهای متداول

علامت گرما:

۱- اگر به جسم گرما بدهیم؛ $\leftarrow$ انرژی جنبشی ذرات سازنده آن زیاد می‌شود؛ $\leftarrow$ انرژی درونی جسم افزایش می‌یابد؛ $\leftarrow$ دمای جسم بالا می‌رود.

$$\uparrow T \Rightarrow T_p > T_l \Rightarrow Q > 0$$

۲- اگر از جسم گرما بگیریم؛ $\leftarrow$ انرژی جنبشی ذرات سازنده آن کم می‌شود؛ $\leftarrow$ انرژی درونی جسم کاهش می‌یابد؛ $\leftarrow$ دمای جسم پایین می‌رود.

$$\downarrow T \Rightarrow T_p < T_l \Rightarrow Q < 0$$

یه نمونه باحال

چند ژول گرما به جسمی که جرمش ۵kg / و ظرفیت گرمایی ویژه آن $850 \frac{J}{kg.K}$ است باید بدهیم تا دمای آن از $20^{\circ}C$ به $45^{\circ}C$ برسد؟

پاسخ تشریحی:

$$m = 5 \text{ kg}, c = 850 \frac{J}{kg.K}, \theta_l = 20^{\circ}C, \theta_p = 45^{\circ}C, Q = ?$$

$$Q = mc\Delta\theta = 5 \times 850 \times (45 - 20) = 10625J$$



یه نمونه باحال

۴۲ کیلوژول گرما از جسمی با ظرفیت گرمایی ویژه $2400 \frac{J}{kg.K}$ گرفته می‌شود. اگر جرم جسم $2/5 kg$ باشد و دمای نهایی آن $18^\circ C$ درجه سلسیوس شود، دمای اولیه آن چند درجه سلسیوس بوده است؟

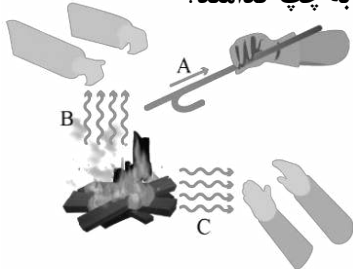
پاسخ تشریحی:

$$Q = -42 kJ, c = 2400 \frac{J}{kg.K}, \theta_f = 18^\circ C, \theta_i = ?$$

$$\Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{-42 \times 10^3}{2/5 \times 2400} = -7^\circ C \Rightarrow \Delta\theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow -7 = 18 - \theta_i \Rightarrow \theta_i = 25^\circ C$$



۵۷- در طرح‌واره زیر که سه روش انتقال گرما را نشان می‌دهد، روش‌های A و C به ترتیب از راست به چپ کدامند؟



- (۱) همرفت - تابش
- (۲) همرفت - رسانش
- (۳) رسانش - همرفت
- (۴) رسانش - تابش

(آسان - براساس متن کتاب درسی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

روش‌های A، B و C به ترتیب رسانش، همرفت و تابش هستند.



۵۸- یک ظرف آلومینیمی با حجم $500 cm^3$ در دمای $20^\circ C$ به‌طور کامل از گلیسرین پر شده است. اگر دمای ظرف و گلیسرین به $40^\circ C$ برسد، چند سانتی‌متر مکعب گلیسرین از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیم $23 \times 10^{-6} K^{-1}$ و ضریب انبساط حجمی گلیسرین $5 \times 10^{-4} K^{-1}$ است.)

۲ (۴)

۳ (۳)

۴/۳۱ (۲)

۴/۷۷ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



نکته

۱- اگر درون یک ظرف از مایعی پر شده باشد و با گرم شدن مجموعه، مقداری از مایع سرریز شود، داریم:

$$\Delta V_{\text{ظرف}} - \Delta V_{\text{مایع}} = \text{حجم مایع سرریز شده}$$

۲- ضریب انبساط حجمی جامدات، ۳ برابر ضریب انبساط طولی آن‌هاست.

$$\beta = 3\alpha$$

۳- رابطه انبساط حجمی:

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta\theta$$

با توجه به اینکه در ابتدا ظرف از مایع پر شده است بنابراین، حجم اولیه مایع و ظرف یکسان است. دما از $20^\circ C$ به $40^\circ C$ رسیده است، بنابراین $\Delta\theta = 20^\circ C$ است.

$$\begin{cases} \Delta V_{\text{مایع}} = V_0 \beta \Delta\theta = 500 \times 5 \times 10^{-4} \times 20 = 5 cm^3 \\ \Delta V_{\text{ظرف}} = V_0 (3\alpha) \Delta\theta = 500 \times 3 \times 23 \times 10^{-6} \times 20 = 0.69 cm^3 \end{cases}$$

$$\text{حجم مایع سرریز شده} = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 5 - 0.69 = 4.31 cm^3$$





۵۹- $1/2 \text{ kg}$ آب با دمای صفر درجه سلسیوس را درون یک کتری برقی با توان الکتریکی 800 W و بازده 75% درصد می ریزیم. چند

دقیقه طول می کشد تا کل آب، بخار شود؟ ($L_V = 2280 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)

۹۰ (۴)

۷۶ (۳)

۶۷/۵ (۲)

۴۷/۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$P_{\text{مفید}} = \frac{75}{100} \times 800 = 600 \text{ W}$$

$$^{\circ}\text{C}_{\text{آب}} \xrightarrow{Q_1 = mc\Delta\theta} 100^{\circ}\text{C}_{\text{آب}} \xrightarrow{Q_2 = mL_F} 100^{\circ}\text{C}_{\text{بخار آب}}$$

$$Q_t = mc\Delta\theta + mL_F = 1/2 \times 4200 \times 100 + 1/2 \times 2280 \times 10^3$$

با توجه به رابطه توان مفید داریم:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \rightarrow 600 = \frac{1/2 \times 4200 \times 100 + 1/2 \times 2280 \times 10^3}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \Delta t = 5400 \text{ s} = 90 \text{ min}$$



۶۰- 200°C گرم آب با دمای 10°C را با 800°C گرم یخ با دمای 15°C مخلوط می کنیم. بعد از تعادل گرمایی، درون ظرف چه چیزی باقی

می ماند؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

(۱) 150°C گرم آب و 85°C یخ

(۲) 175°C گرم آب و 825°C یخ

(۳) 600°C گرم آب و 200°C یخ

(۴) 1000°C گرم آب

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اعداد داده شده در صورت سؤال بهتر است داده ها را بر حسب گرم و کالری بنویسید تا محاسبات آن راحت تر شود.

$$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

$$c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{1}{2} \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

$$L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

ابتدا دمای آب و یخ را به صفر درجه سلسیوس می رسانیم و Q را محاسبه می کنیم.

$$10^{\circ}\text{C}_{\text{آب}} 200 \text{ g} \xrightarrow{Q_1} 10^{\circ}\text{C}_{\text{آب}}$$

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta_1 = 200 \times 1 \times (-10) = -2000 \text{ cal}$$

$$15^{\circ}\text{C}_{\text{یخ}} 800 \text{ g} \rightarrow 0^{\circ}\text{C}_{\text{یخ}}$$

$$Q_2 = m_2 c_2 \Delta\theta_2 = 800 \times \frac{1}{2} \times 15 = 6000 \text{ cal}$$

برای تبدیل کل یخ به یخ 0°C نیاز به 6000 کالری گرما است که فقط 2000 کالری از آن تأمین شده است، پس معادله (۱) را یک مرحله جلو می بریم و به اندازه 4000 کالری از آن گرما می گیریم:

$$0^{\circ}\text{C}_{\text{آب}} \rightarrow 0^{\circ}\text{C}_{\text{یخ}}$$

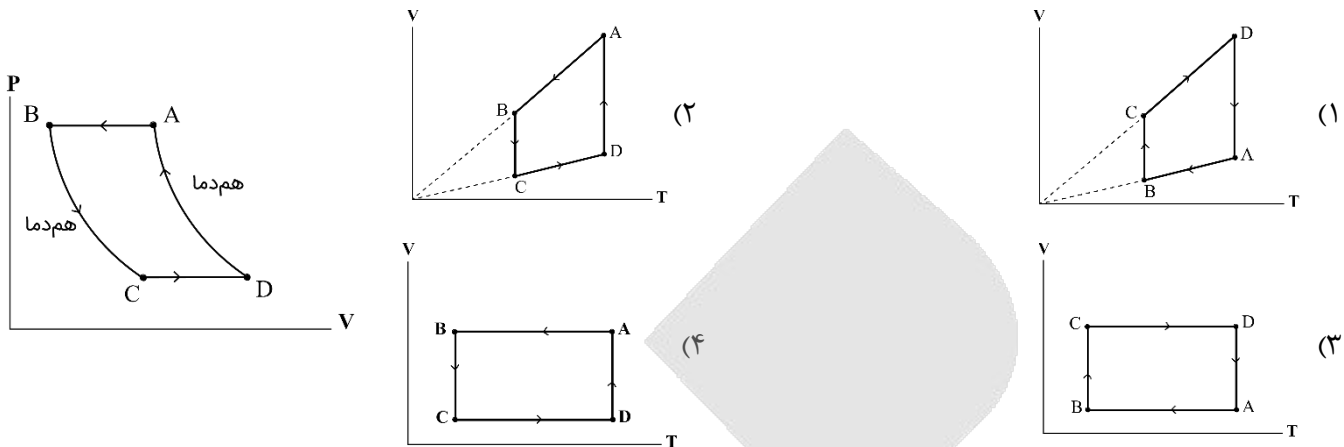
$$Q_3 = -mL_F \rightarrow -4000 = -m \times 80 \rightarrow m = 50 \text{ g}$$

پس 50 g از آب 0°C تبدیل به یخ 0°C می شود و در نهایت در ظرف 150 g آب با دمای 0°C و 85 g یخ با دمای 0°C داریم.





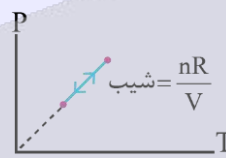
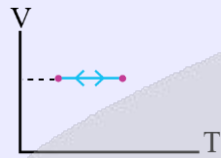
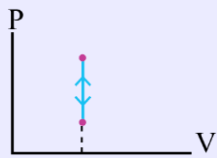
۶۱- گاز کاملی چرخه‌ای ترمودینامیکی مطابق شکل زیر را طی می‌کند. نمودار $V-T$ این گاز در این چرخه در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



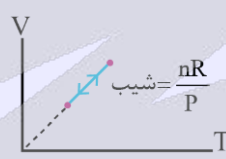
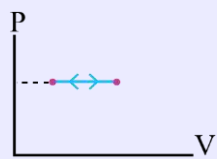
(آسان - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

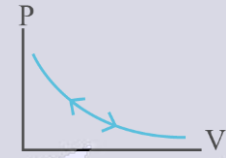
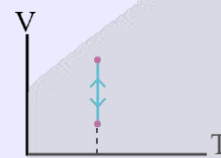
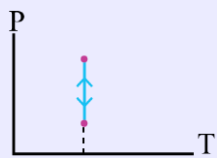
فرایندهای ترمودینامیکی



(۱) حجم گاز ثابت می‌ماند
در فرایند هم‌حجم: $W = 0$ (۲)
 $\Delta U = Q$ (۳)



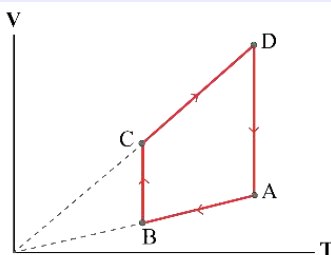
(۱) فشار گاز ثابت می‌ماند
در فرایند هم‌فشار: $\Delta U = Q + W$ (۲)



(۱) دمای گاز ثابت می‌ماند
در فرایند هم‌دما: $\Delta U = 0$ (۲)
 $Q = -W$ (۳)



(۱) $Q = 0$
در فرایند بی‌دررو: $\Delta U = W$ (۲)

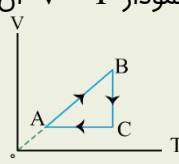
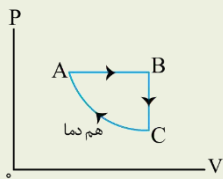


فرایندهای AB و CD هم‌فشار هستند، بنابراین در نمودار $V-T$ باید به صورت خطی مورب رسم شوند که امتداد آن‌ها از مبدأ مختصات می‌گذرد، بنابراین گزینه‌های (۳) و (۴) نمی‌توانند صحیح باشند. برای انتخاب بین گزینه‌های (۱) و (۲)، کافی است توجه کنیم که حجم گاز در نقطه D بیشتر از نقطه A است، بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

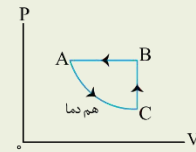


کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۲

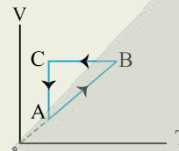
نمودار $P - V$ مقداری گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار $V - T$ آن کدام است؟



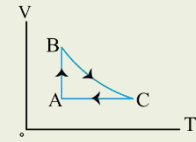
(۲)



(۱)



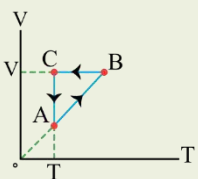
(۴)



(۳)

پاسخ: گزینه ۴

به کمک نمودار $P - V$ هر فرایند، نمودار $V - T$ را رسم می‌کنیم:



فرایند یک فرایند هم‌فشار است که در آن حجم گاز افزایش می‌یابد، بنابراین نمودار آن خطی مورب است که از مبدأ مختصات می‌گذرد. فرایند یک فرایند هم‌حجم است که در آن دمای گاز کاهش می‌یابد. هم‌چنین فرایند یک فرایند هم‌دما است که در آن حجم گاز در حال کاهش است.



۶۲- درون کپسولی با حجم ثابت، مقداری گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای ۳ اتمسفر و دمای ۴۷ درجه سلسیوس قرار دارد. درجه کپسول را باز می‌کنیم مقداری از گاز خارج می‌شود. اگر فشار پیمانه‌ای گاز به ۲ اتمسفر و دمای آن به ۲۷ درجه سلسیوس برسد، چند درصد از جرم گاز خارج شده است؟ (فشار هوا یک اتمسفر فرض شود).

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



۱- منظور از فشار پیمانه‌ای یک گاز (P_g)، اختلاف فشار مطلق گاز با فشار هوای محیط است.

$$P_g = P - P_o \Rightarrow \text{فشار مطلق گاز} = P = P_g + P_o$$

۲- رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلون به صورت زیر است:

$$T = \theta + ۲۷۳$$

۳- برای گازهای کامل (آرمانی) داریم:

$$\frac{PV}{nT} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

توجه کنید که در رابطه فوق، P فشار مطلق گاز و T دمای گاز در مقیاس کلون است.

داده‌ها و خواسته سؤال به صورت زیر است:

$$V_1 = V_2, P_1 = P_{g_1} + P_o = ۳ + ۱ = ۴ \text{ atm}, T_1 = \theta_1 + ۲۷۳ = ۳۲۰ \text{ K}$$

$$P_2 = P_{g_2} + P_o = ۲ + ۱ = ۳ \text{ atm}, T_2 = \theta_2 + ۲۷۳ = ۳۰۰ \text{ K}$$

؟ = درصد گاز خارج شده



$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{1 \text{ atm}}{n_1 \times 300 \text{ K}} = \frac{1 \text{ atm}}{n_2 \times 300 \text{ K}}$$

$$\Rightarrow 100 n_2 = 80 n_1 \Rightarrow n_2 = 0.8 n_1$$

بنابراین ۲۰ درصد از جرم گاز، خارج شده است.



۶۳- در فشار ثابت ۲ atm، حجم گازی کامل را از ۱۰ Lit به ۸ Lit می‌رسانیم. اگر اندازه گرمای مبادله شده بین گاز و محیط در این فرایند برابر ۱۴۰۰ J باشد، انرژی درونی گاز چند ژول و چگونه تغییر کرده است؟

- (۱) ۱۰۰۰ ژول افزایش یافته است. (۲) ۱۰۰۰ ژول کاهش یافته است.
(۳) ۱۸۰۰ ژول افزایش یافته است. (۴) ۱۸۰۰ ژول کاهش یافته است.

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

محاسبه کار در فرایند هم‌فشار

کار محیط روی دستگاه در فرایند هم‌فشار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W = -P\Delta V$$

طبق رابطه فوق:

- ۱- اگر گاز منبسط شود $\Delta V > 0$ علامت W (کار محیط روی دستگاه) منفی است و کار دستگاه روی محیط مثبت است.
۲- اگر گاز متراکم شود $\Delta V < 0$ علامت W (کار محیط روی دستگاه) مثبت است و کار دستگاه روی محیط منفی است.

کنکور سراسری ریاضی ۹۳

دمای ۲ mol گاز کامل، در فشار ثابت از 30°C به 80°C افزایش می‌یابد. کار انجام شده روی گاز در این فرایند چند ژول است؟

$$(R = 8/3 \frac{\text{J}}{\text{mol.k}})$$

- (۱) ۴/۵ (۲) -۴/۵ (۳) ۸۳۰ (۴) -۸۳۰

پاسخ: گزینه ۴

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{P(\Delta V) = nR\Delta T} W = -nR\Delta T = -2 \times 8/3 \times (80 - 30) = -830 \text{ J}$$

گام اول:

کار انجام شده روی گاز برابر است با:

$$W = -P\Delta V = -2 \times 10^5 \times (8 - 3) \times 10^{-3} = -800 \text{ J}$$

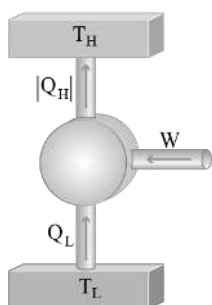
گام آخر:

در تراکم هم‌فشار، گاز گرما از دست می‌دهد، بنابراین $Q = -1400 \text{ J}$ است و طبق قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow \Delta U = -1400 + 800 = -600 \text{ J}$$



۶۴- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟



(۱) یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد.

(۲) اگر $|Q_H| > |Q_L| + |W|$ باشد، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

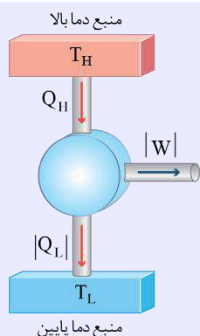
(۳) اگر $|Q_H| = |Q_L|$ باشد، قانون اول ترمودینامیک نقض می‌شود.

(۴) اساس کار این دستگاه این است که می‌توان با انجام کار، گرما را از جسمی سرد به جسمی گرم منتقل کرد.



بیان ماشین گرمایی قانون دوم ترمودینامیک

ممکن نیست دستگاه چرخه ای را ببینیم که در طی آن مقداری گرما را از منبع دما بالا جذب و تمام آن را به کار تبدیل کند.



توجه

۱- در ماشین گرمایی داریم:

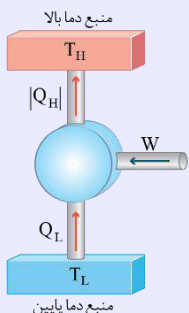
$$W < 0, \quad Q_L < 0, \quad Q_H > 0$$

۲- با توجه به قانون پایستگی انرژی (قانون اول ترمودینامیک) داریم:

$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

بیان یخچالی قانون دوم ترمودینامیک

ممکن نیست گرما به طور خودبه خود از جسم با دمای پایین تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود.



یعنی $W \neq 0$

توجه:

۱- در یخچال داریم:

$$W > 0, \quad Q_L > 0, \quad Q_H < 0$$

۲- با توجه به قانون پایستگی انرژی (قانون اول ترمودینامیک) داریم:

$$|Q_H| = W + Q_L$$

$$|Q_H| > W \text{ و } |Q_H| > Q_L$$

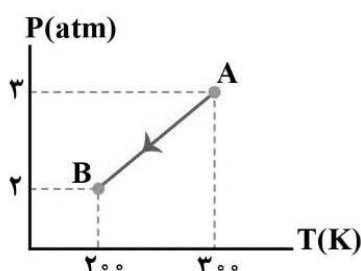
۳- با توجه به قانون دوم ترمودینامیک:

$$W > 0$$

شکل داده شده یک یخچال را نشان می دهد که در آن با انجام کار، گرما را از جسمی سرد به جسمی گرم منتقل می کنیم. دقت کنید رابطه گزینه (۲)، قانون اول و عبارت گزینه (۳)، قانون دوم را نقض می کنند که برعکس نوشته شده اند.



۶۵- نمودار $P-T$ یک مول گاز کامل مطابق شکل زیر است. کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط در فرایند AB چند ژول است؟



$$(1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa})$$

(۱) ۲۰۰

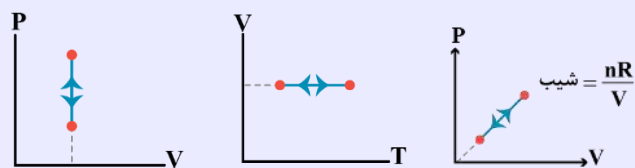
(۲) -۲۰۰

(۳) صفر

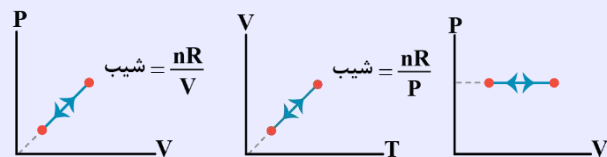
(۴) ۱۰۰



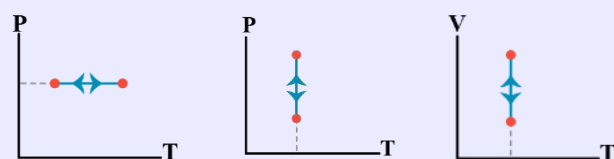
فرایندهای ترمودینامیکی



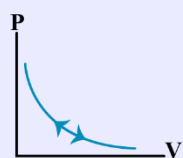
(۱) حجم گاز ثابت است.
در فرایند هم‌حجم: $W = 0$ (۲)
 $\Delta U = Q$ (۳)



(۱) فشار گاز ثابت است.
در فرایند هم‌فشار: $\Delta U = Q + W$ (۲)
 $W = -P\Delta V$ (۳)



(۱) دمای گاز ثابت است.
در فرایند هم‌دما: $\Delta U = 0$ (۲)
 $Q = -W$ (۳)



در فرایند بی‌دررو: $Q = 0$ (۱)
 $\Delta U = W$ (۲)

طبق قانون اول ترمودینامیک، تغییر انرژی درونی گاز در یک فرایند با مجموع کار و گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در آن فرایند برابر است:

$$\Delta U = Q + W$$

در رابطه قانون اول ترمودینامیک، گرمای Q میتواند مثبت (دستگاه گرما بگیرد) یا منفی (دستگاه گرما از دست بدهد) باشد. W نیز میتواند مثبت (محیط روی دستگاه کار انجام دهد) یا منفی (دستگاه روی محیط کار انجام دهد) باشد.

با توجه به معادله حالت گاز کامل، فرایند AB هم‌حجم است.

$$PV = nRT \rightarrow \begin{cases} P = \frac{nR}{V} T \\ y = ax \end{cases}$$

$$P-T \text{ شیب نمودار} = \frac{nR}{V}$$

چون نموداری به صورت خطی گذرنده از مبدأ است؛ پس فرایند AB هم‌حجم است. در فرایند هم‌حجم کار صورت نمی‌گیرد.





شیمی ۱: کل کتاب شیمی ۱

بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۱: ۱۰ تست از ۳۰ تست کنکور

سهم در
کنکور

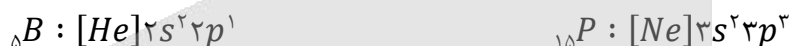
۶۶- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) پرتوهای بنفش رنگ حاصل از تجزیه نور خورشید، پراثری‌ترین پرتوهای موجود در این نور هستند.
- (۲) برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده فسفر و بور، به ترتیب از نماد عناصر نئون و هلیوم استفاده می‌شود.
- (۳) حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه با $l = 3$ ، سه برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه $3p$ است.
- (۴) اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، اتم مورد نظر به یقین تمایل دارد به کاتیون تبدیل شود.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده یک عنصر از تناوب شماره n ، از نماد گاز نجیبی که در انتهای تناوب $1 - n$ قرار گرفته استفاده می‌شود. فسفر و بور، به ترتیب متعلق به تناوب‌های سوم و دوم جدول دوره‌ای هستند و عدد اتمی آن‌ها به ترتیب برابر با ۱۵ و ۵ است؛ پس برای نوشتن آرایش الکترونی فشرده این عناصر به ترتیب از نماد گازهای نجیبی که در انتهای تناوب‌های دوم و اول جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند، استفاده می‌شود. آرایش الکترونی این عناصر از جدول دوره‌ای به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

اگرچه نور خورشید سفید به نظر می‌رسد، اما با عبور آن از قطره‌های آب موجود در هوا، این نور تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است که یک طیف مرئی از رنگ قرمز تا بنفش را شامل می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به طوری که هر چه طول موج آن پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند.

جدول زیر، اطلاعات مربوط به زیرلایه‌های الکترونی مختلف را نشان می‌دهد:

نماد زیرلایه	s	p	d	f
حداکثر گنجایش زیرلایه	۲	۶	۱۰	۱۴
مقدار l	۰	۱	۲	۳

با توجه به داده‌های موجود در این جدول، حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های f برابر با ۱۴ الکترون و حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه‌های p نیز برابر با ۶ الکترون است.

طبق متن باهم بیندیشیم کتاب درسی شیمی دهم، اگر تعداد الکترون‌های ظرفیت اتمی کمتر یا برابر ۳ باشد، آن اتم تمایل دارد که الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست داده و در شرایط مناسب، به کاتیون (یونی با بار مثبت) تبدیل شود. هرچند که این قاعده به طور کلی درست بوده و در رابطه با اغلب اتم‌ها درست است، اما مثال‌های رد کننده‌ای نیز برای آن وجود دارد. برای مثال، اتم هلیوم در واکنش‌ها اصلاً الکترون مبادله نمی‌کند اما تعداد الکترون‌های ظرفیتی آن برابر با ۲ عدد است که این مقدار، کمتر از ۳ است.



۶۷- شمار اتم‌های اکسیژن در ۱۱۴ گرم دی‌نیتروژن تری‌اکسید با شمار الکترون‌های مبادله شده در هنگام تشکیل چند گرم آهن(III) اکسید برابر است؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $Fe = 56$, $O = 16$, $N = 14$)

(۴) ۱۰۴

(۳) ۷۸

(۲) ۵۴

(۱) ۱۲۰



پاسخ: گزینه ۱

اگر مول اتم اکسیژن با مول الکترون خواسته شده برابر باشد، شمار اتم‌های اکسیژن نیز، با شمار الکترون‌های خواسته شده برابر است. پس به جای پیدا کردن شمار آن‌ها و برای کاهش حجم محاسبات، مول آن‌ها را می‌یابیم و با هم برابر قرار می‌دهیم. بنابراین ابتدا مول اتم‌های اکسیژن را در ۱۱۴ گرم دی‌نیتروژن تری‌اکسید (N_2O_3) به دست می‌آوریم:

$$mol\ O = 114\ g\ N_2O_3 \times \frac{1\ mol\ N_2O_3}{76\ g\ N_2O_3} \times \frac{3\ mol\ O}{1\ mol\ N_2O_3} = 4/5$$

اکنون بررسی می‌کنیم که به هنگام تشکیل چند گرم آهن (III) اکسید، ۴/۵ مول الکترون مبادله شده است. شمار الکترون‌های مبادله شده از حاصل ضرب زیروند کاتیون در بار آن به دست می‌آید. پس برای تشکیل هر مول آهن (III) اکسید، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود. اکنون داریم:

$$g\ Fe_2O_3 = 4/5\ mol\ e \times \frac{1\ mol\ Fe_2O_3}{6\ mol\ e} \times \frac{160\ g\ Fe_2O_3}{1\ mol\ Fe_2O_3} = 120$$

پس به هنگام تشکیل ۱۲۰ گرم آهن (III) اکسید، ۴/۵ مول الکترون مبادله می‌شود.



۶۸- در دوره چهارم، حداقل و حداکثر اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم به ترتیب در کدام عناصر دیده می‌شود؟

- (۱) $Sc_{21} - Ga_{31}$ (۲) $Sc_{21} - Cu_{29}$ (۳) $Ca_{20} - Zn_{30}$ (۴) $Ca_{20} - Cu_{29}$

متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۴

عنصری که در دوره چهارم، هنوز شروع به تکمیل لایه سوم خود نکرده است و شمار الکترون بیشتری در زیرلایه ۴S خود دارد، دارای حداقل اختلاف شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم است. این عنصر Ca_{20} می‌باشد. هم‌چنین حداکثر الکترون در زیرلایه d، برابر با ۱۰ است. در عنصری که زیرلایه d ۳ خود را پر می‌کند، حداقل شمار الکترون در زیرلایه ۴S، ۱ است. در این حالت اختلاف شمار الکترون‌های این دو لایه سوم و چهارم، در بیشترین حالت خود قرار دارد. عنصری که دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه d ۳ و ۱ الکترون در زیرلایه ۴S باشد، Cu_{29} است. به جدول زیر که شمار الکترون‌های لایه‌های سوم و چهارم عناصر دوره چهارم را نشان می‌دهد، دقت کنید:

شماره گروه عنصر	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
شمار الکترون‌های لایه سوم	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۸	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۳	۱۱	۱۰	۹	۸	۸
شمار الکترون‌های لایه چهارم	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۲	۲	۲	۱	۲	۲	۲	۲	۱
اختلاف الکترون‌های لایه سوم و چهارم	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۲	۹	۸	۷	۶	۷



۶۹- در یک نمونه از اتم‌های منیزیم که از ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر تشکیل شده است، درصد فراوانی Mg_{25} برابر ۵۰ درصد بوده و فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ، ۴ برابر فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ است. جرم اتمی میانگین این نمونه از اتم‌های منیزیم چقدر بوده و جرم ۰/۲ مول از این ماده، برابر با چند گرم می‌شود؟ (جرم مولی هر عنصر، برابر با جرم اتمی میانگین آن است).

- (۱) $24/7 - 9/88$ (۲) $24/7 - 4/94$ (۳) $24/4 - 9/76$ (۴) $24/4 - 4/88$

متوسط - مسئله - ۱۰۰۱

پاسخ: گزینه ۲

یک نمونه طبیعی از منیزیم، از ایزوتوپ‌های Mg_{24} ، Mg_{25} و Mg_{26} تشکیل شده است و مجموع درصد فراوانی این ۳ ایزوتوپ، برابر با ۱۰۰٪ خواهد بود. با توجه به اینکه درصد فراوانی ایزوتوپ Mg_{25} برابر با ۵۰٪ است، پس می‌توان گفت مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌های Mg_{24} و Mg_{26} برابر ۵۰ درصد بوده و فراوانی Mg_{24} چهار برابر ایزوتوپ دیگر است. بر این اساس، داریم:

$$10 = درصد\ فراوانی\ Mg_{24} \rightarrow درصد\ فراوانی\ Mg_{24} \times 4 + درصد\ فراوانی\ Mg_{26} = درصد\ فراوانی\ Mg_{24} + درصد\ فراوانی\ Mg_{26} = 50$$

با توجه به محاسبات فوق، درصد فراوانی Mg_{24} برابر ۴۰٪ است. در مرحله بعد، جرم اتمی میانگین منیزیم را با توجه به فراوانی انواع ایزوتوپ‌های آن به دست می‌آوریم.

$$جرم\ اتمی\ میانگین = \frac{40 \times 24 + 50 \times 25 + 10 \times 26}{100} = 24/7\ amu$$

بر این اساس، جرم اتمی میانگین منیزیم در نمونه مورد نظر برابر با $24/7\ amu$ است. در قدم بعد، جرم ۰/۲ مول فلز منیزیم را محاسبه می‌کنیم:

$$g\ Mg = 0/2\ mol\ Mg \times \frac{24/7\ g\ Mg}{1\ mol\ Mg} = 4/94\ g$$



۷۰- در چند درصد از عناصر موجود در دسته d جدول دوره‌ای، زیرلایه $4p$ به طور کامل پر از الکترون است؟

(۴) ۸۰

(۳) ۶۰

(۲) ۷۵

(۱) ۵۰

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

جدول زیر تعداد عناصر را در دسته‌های مختلف جدول دوره‌ای نمایش می‌دهد:

دسته جدول دوره‌ای	s	p	d	f
شمار عناصر	۱۴	۳۶	۴۰	۲۸
نوع عناصر	فلز و نافلز	فلز، شبه‌فلز و نافلز	فلز	فلز
تعداد الکترون‌های ظرفیتی	۱ تا ۲	۳ تا ۸	۳ تا ۱۲	***
عدد اتمی اولین عنصر	۱	۵	۲۱	۵۷
عدد اتمی آخرین عنصر	۸۸	۱۱۸	۱۱۲	۱۰۲
تناوب‌های حاوی آن دسته	اول تا هفتم	دوم تا هفتم	چهارم تا هفتم	ششم و هفتم

قاعده آفا ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد. مطابق این قاعده، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته پر می‌شوند که دارای انرژی کمتری هستند. به بیان کوانتومی، نخست زیرلایه‌هایی پر می‌شوند که مجموع $n + l$ کوچک‌تری داشته باشند. در چنین شرایطی، اگر مقدار مجموع $n + l$ برای چند زیرلایه یکسان باشد، لایه‌ای زودتر از الکترون پر می‌شود که عدد کوانتومی اصلی کوچک‌تری داشته باشد. در عناصر موجود در جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های $3d$ ، $4d$ ، $5d$ و $6d$ می‌توانند از الکترون پر شوند. زیرلایه $3d$ ، قبل از زیرلایه $4p$ پر شده و زیرلایه‌های $4d$ ، $5d$ و $6d$ ، بعد از زیرلایه $4p$ از الکترون پر می‌شوند. زیرلایه $3d$ ، در عناصر موجود در تناوب چهارم از الکترون پر شده و زیرلایه‌های $4d$ ، $5d$ و $6d$ ، در عناصر موجود در تناوب‌های پنجم تا هفتم از الکترون پر می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت از کل ۴۰ عنصر موجود در دسته d جدول دوره‌ای، در ۳۰ عنصر (معادل با ۷۵٪ از عناصر) زیرلایه $4p$ پر از الکترون است.



۷۱- ۵۶ گرم گاز اتن مطابق واکنش موازنه نشده $C_7H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ می‌سوزد. اگر ۲۰٪ از آب تولید شده، مطابق واکنش موازنه نشده $H_2O \rightarrow H_2 + O_2$ تجزیه شود، چه تعداد گاز هیدروژن تولید می‌شود؟

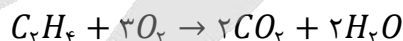
($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۴) $4/816 \times 10^{23}$ (۳) $4/816 \times 10^{24}$ (۲) $2/408 \times 10^{23}$ (۱) $2/408 \times 10^{24}$

(متوسط - مسئله - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

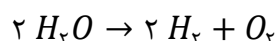
واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار آب به دست آمده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2O = 56 \text{ g } C_7H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8}{96 \text{ g } C_7H_8} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_7H_8} = 4$$

پس ۴ مول آب از این واکنش به دست می‌آید که فقط ۲۰٪ آن معادل $0.8 = 4 \times 0.2$ مول، تجزیه می‌شود. واکنش موازنه شده تجزیه آب، به صورت زیر است:



اکنون مقدار هیدروژن تولید شده از 0.8 مول آب را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ مولکول } H_2 = 0.8 \text{ mol } H_2O \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } H_2O} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 4/816 \times 10^{23}$$





۷۲- مخلوطی به جرم ۸۴۰ گرم از دو رادیوایزوتوپ A و B در اختیار داریم. اگر پس از گذشت مدت زمان چهار ساعت، جرم دو رادیوایزوتوپ با هم برابر شود، درصد جرمی رادیوایزوتوپ A در مخلوط اولیه چقدر است؟ (نیم عمر رادیوایزوتوپ B برابر با دو ساعت و نیم عمر رادیوایزوتوپ A برابر با یک ساعت است.)

۸۵ (۴)

۷۰ (۳)

۸۰ (۲)

۷۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

هر ماده پرتوزا، با توجه به میزان پایداری خود، دارای نیم عمر مشخص است. نیم عمر مدت زمانی است که طی آن نصف اتم های ایزوتوپ ناپایدار (رادیوایزوتوپ) متلاشی شده و به سایر ذرات تبدیل می شود.



هرچه نیم عمر رادیو ایزوتوپی بیشتر باشد، ماندگاری آن در طبیعت بیشتر بوده و در مدت زمان طولانی تری از بین می رود. یکی از راه های به دست آوردن نیم عمر یک رادیوایزوتوپ استفاده از فرمول زیر است:

$$m = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T}}$$

منظور از کمیت m ، m_0 ، Δt و T به ترتیب جرم باقی مانده، جرم اولیه رادیوایزوتوپ، مدت زمان متلاشی شدن و نیم عمر آن است.

مدت زمان متلاشی شدن دو رادیوایزوتوپ یکسان بوده و طی آن جرم باقی مانده هر دو رادیوایزوتوپ برابر می شود. بر این اساس می توان فرمول ذکر شده را به حالت مقایسه ای زیر در آورد:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{m_{0A}}{m_{0B}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{T_B}{T_A}} \Rightarrow 1 = \frac{m_{0A}}{m_{0B}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow m_{0A} = 4m_{0B}$$

می دانیم که مجموع جرم اولیه دو رادیوایزوتوپ A و B برابر با ۸۴۰ گرم است. اکنون می توان جرم اولیه هریک از رادیوایزوتوپ ها را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$m_{0A} + m_{0B} = 840 \text{ g} \xrightarrow{m_{0A}=4m_{0B}} 5m_{0B} = 840 \Rightarrow m_{0B} = 168 \text{ g} \quad \text{و} \quad m_{0A} = 672 \text{ g}$$

اکنون می توان درصد جرمی رادیوایزوتوپ A را در مخلوط به دست آورد:

$$\text{درصد جرمی رادیوایزوتوپ } A = \frac{\text{جرم رادیوایزوتوپ } A}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow \frac{672}{840} \times 100 = 80$$

همان طور که مشخص است، درصد جرمی رادیوایزوتوپ A در مخلوط برابر با ۸۰ درصد می شود.



۷۳- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟



- (۱) در آرایش الکترونی فشرده عنصر C ، همه الکترون هایی که بعد از گاز نجیب نوشته می شوند، الکترون ظرفیتی هستند.
- (۲) آرایش الکترونی یون A در ترکیب یونی ACl_3 ، مشابه آرایش الکترونی یون $+3$ عنصر بعد از خود است.
- (۳) در خانه مربوط به عنصر D ، دو ایزوتوپ طبیعی با اختلاف جرمی در حدود 1 amu قرار دارد.
- (۴) نام ترکیبی با فرمول شیمیایی BO ، به صورت روی (II) اکسید است.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

عناصر A ، B ، C و D به ترتیب ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ ، ${}^{76}_{32}\text{Ge}$ و ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ هستند.



بررسی گزینه‌ها:

- ۱ در آرایش الکترونی فشرده عنصر ${}_{32}Ge$ ، همه الکترون‌هایی که بعد از گاز نجیب نوشته می‌شوند، الکترون ظرفیتی نیستند؛ زیرا الکترون ظرفیتی عناصر دسته p ، در آخرین زیرلایه‌های s و p قرار می‌گیرد؛ در صورتی که آرایش الکترونی فشرده ${}_{32}Ge$ به صورت $[Ar]3d^{10}4s^24p^2$ است و الکترون‌های زیرلایه d نیز، بعد از گاز نجیب نوشته می‌شوند.
- ۲ آرایش الکترونی یون آهن در ترکیب یونی $FeCO_3$ ، به صورت $Fe^{2+}: [Ar]3d^6$ است. آرایش الکترونی یون $+3$ عنصر بعد از آهن نیز، به صورت $Co^{3+}: [Ar]3d^6$ است.
- ۳ کلر دارای دو ایزوتوپ ${}^{35}_{17}Cl$ و ${}^{37}_{17}Cl$ است. اختلاف جرم آن‌ها معادل اختلاف جرم دو نوترون، یعنی حدود $2 amu$ است.
- ۴ روی، تنها یک نوع کاتیون (Zn^{2+}) تشکیل می‌دهد و در نام‌گذاری ترکیبات شیمیایی آن، نیازی به ذکر ظرفیت کاتیون نیست. پس نام صحیح ZnO ، روی اکسید است.



۷۴- با توجه به موازنه واکنش اول، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش دوم کدام است؟



(۴) ۲۶

(۳) ۲۴

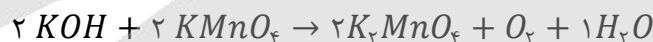
(۲) ۲۳

(۱) ۲۱

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

برای موازنه واکنش اول، به K_2MnO_4 که بیشترین تنوع و تعداد اتم‌ها را دارد، ۱ می‌دهیم. با توجه به موازنه Mn ، ترکیب $KMnO_4$ نیز ضریب ۱ می‌گیرد. برای موازنه پتاسیم، به KOH نیز ضریب ۱ می‌دهیم. حال باید اتم هیدروژن را موازنه کنیم. در سمت واکنش‌دهنده‌ها، ۱ اتم H داریم. پس در سمت فراورده‌ها نیز، باید ۱ اتم H داشته باشیم. بدین منظور به H_2O ضریب $\frac{1}{2}$ تعلق می‌گیرد. هنگامی که به ضریب کسری برمی‌خوریم، باید تمامی ضرایبی که تاکنون مشخص شده است را، در مخرج کسر ضرب کنیم:



حال اتم O را موازنه می‌کنیم. واکنش نهایی به صورت زیر است:



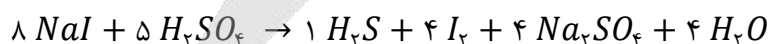
پس $a = 4$ و $b = 1$ می‌باشد.

بنابراین موازنه واکنش دوم با ضرایب مشخص شده زیر، شروع می‌شود:



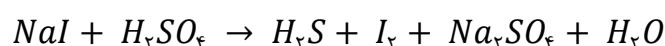
در سمت فراورده‌ها، ۱۰ اتم H داریم. پس به H_2SO_4 ضریب ۵ می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم S ، ترکیب Na_2SO_4 نیز ضریب ۴ می‌گیرد. با توجه به موازنه Na ، ترکیب NaI نیز ضریب ۸ می‌گیرد.

واکنش نهایی به صورت زیر است:

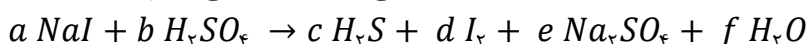


بنابراین مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در واکنش دوم، برابر با ۲۶ است.

اگر ضرایب واکنش دوم نامعلوم بود، برای شروع موازنه آن، از روش جمع جبری استفاده می‌کردیم. در این هنگام، به هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، ضرایب مجهول a ، b ، c و ... را اختصاص می‌دهیم. سپس به دنبال موازنه هر عنصر، معادله‌ای به دست می‌آید که با حل آن‌ها به ضرایب نهایی می‌رسیم:



در مرحله اول، به هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، ضریب مجهولی را اختصاص می‌دهیم:



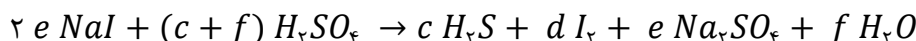


$$a = 2e$$

$$b = c + f$$

در سمت چپ واکنش به تعداد a عنصر Na و در سمت راست $2e$ عنصر Na داریم:
با موازنه H ، می توان نوشت:

پس برخی از ضرایب را می توان جایگزین کرد:



$$c + f = c + e \Rightarrow f = e$$

اکنون به موازنه S می پردازیم:

$$4c + 4f = 4e + f \xrightarrow{f=e} 4c = f$$

با موازنه O نیز می توان نوشت:

در این مرحله برای اینکه ضرایب های واکنش، ساده ترین ضرایب غیر کسری باشند، به C مقدار ۱ می دهیم. بنابراین f برابر با ۴ می شود. پس معادله موازنه شده، به صورت زیر است:



۷۵- چه تعداد از عبارت های داده شده درست هستند؟

الف - مجموع درصد حجمی همه گازهای نجیب موجود در هوای پاک و خشک، کمتر از ۱ درصد است.

ب - با سرد کردن یک نمونه هوا تا دمای $0^\circ C$ ، رطوبت هوا میعان شده و در قالب آب از آن خارج می شود.

ج - در آرایش الکترونی کاتیون های موجود در بلور مس (I) سولفید، هیچ الکترونی در لایه $n = 4$ وجود ندارد.

د - سنگ معدن آلومینیم، بوکسیت نام داشته و این ماده، نمونه ناخالص از فلز آلومینیم بوده و همواره به رنگ سفید دیده می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت های (الف) و (ج) درست هستند.

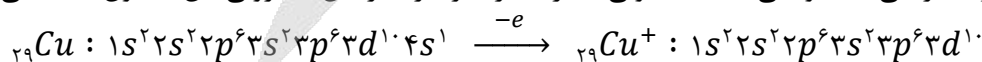
بررسی موارد:

الف) مجموع درصد حجمی گازهای N_2 و O_2 در هواکره برابر با $99/03$ درصد می شود و گاز CO_2 هم حدود $0/03$ درصد حجمی هواکره را تشکیل می دهد. با این حساب مجموع درصد حجمی بقیه گازهای موجود در هواکره که گازهای نجیب هم جزئی از آنها می باشند، حداکثر برابر با $0/94$ درصد است. به خاطر کم بودن درصد حجمی گازهای نجیب در هواکره، به این مواد گازهای کمیاب نیز گفته می شود.

ب) با کاهش دمای هوا تا صفر درجه سانتی گراد، رطوبت موجود در هوا به عنوان اولین جزء، به صورت یخ از مخلوط هوا خارج می شود. توجه داریم که دمای صفر درجه سانتی گراد معادل با نقطه ذوب یخ است. با کاهش دمای هوا تا دمای $-78^\circ C$ ، گاز کربن دی اکسید هوا نیز به حالت جامد در آمده و در قالب یخ خشک، از آن خارج می شود. بر این اساس، می توان گفت دو ماده اولی که از هواکره جدا می شوند، به حالت جامد از مخلوط خارج شده اند. ترتیب خارج شدن اجزای موجود در هواکره طی مراحل تولید هوای مایع، به صورت زیر است:

هلیوم (در صورت کاهش دمای هوا تا -269 - درجه) > نیتروژن > آرگون > اکسیژن > کربن دی اکسید > بخار آب

ج) مس (I) سولفید، یک ترکیب یونی با فرمول شیمیایی Cu_2S است. کاتیون موجود در این ترکیب، Cu^+ است. فلز مس علاوه بر کاتیونی با بار الکتریکی $+1$ ، توانایی ایجاد کاتیونی با بار $+2$ را نیز دارد. آرایش الکترونی این کاتیون تک اتمی به صورت زیر است:



همان طور که مشخص است، در آرایش الکترونی این کاتیون هیچ الکترونی در لایه چهارم الکترونی وجود ندارد. در ساختار این کاتیون، ۳ لایه اول الکترونی به طور کامل پر از الکترون هستند.

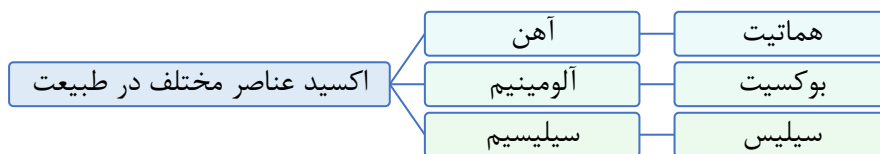
د) سنگ معدن آلومینیم، بوکسیت نام داشته و این ماده، نمونه ناخالصی از آلومینیم اکسید (Al_2O_3)

است که به رنگ قهوه ای دیده می شود. تصویر روبه رو، نمایی از سنگ معدن بوکسیت را نشان می دهد:





عناصر آهن، آلومینیم و سیلیسیم، اغلب در طبیعت به صورت زیر دیده می شوند.



سنگ معدن آهن، به اصطلاح هماتیت نام دارد. این سنگ معدن به رنگ قهوه‌ای روشن دیده شده و یک نمونه از آن، شامل آهن (III) اکسید ناخالص می شود.



۷۶- اگر به ازای هر ۳ کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه تروپوسفر، فشار هوا ۲۵٪ کاهش یابد، در ارتفاعی که فشار هوا برابر با 0.675 atm است، دما بر حسب کلون کدام است؟ (میانگین دمای سطح زمین برابر با 14°C بوده و فشار در سطح زمین برابر با $1/2$ اتمسفر در نظر گرفته شود).

۲۸۷ (۴)

۲۵۱ (۳)

۲۴۸ (۲)

۲۳۵ (۱)

(آسان - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار هوا کاهش پیدا می کند و با توجه به اطلاعات مسئله، می توان رابطه زیر را نوشت:

$$h = \left(1 - \frac{25}{100}\right)^n \times \text{فشار هوا در سطح زمین} = \text{فشار هوا در ارتفاع } h$$

توجه داریم که در رابطه بالا، $n = \frac{h}{3}$ است و از آنجا که فشار هوا در سطح زمین برابر $1/2 \text{ atm}$ است، پس داریم:

$$0.675 = 1/2 \times \left(\frac{75}{100}\right)^n \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^n = 0.5625$$

مقدار n در رابطه بالا برابر با ۲ به دست می آید. برای محاسبه مقدار n ، می توانیم از روش عددگذاری استفاده کنیم. اگر $n = 2$ قرار دهیم، در این رابطه خواهیم داشت:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} = 0.5625$$

پس ارتفاع موردنظر برابر 6 km است و از آنجا که به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع در لایه تروپوسفر، دما 6°C افت می کند، پس تا ارتفاع ۶ کیلومتری، دما به اندازه 36°C افت خواهد کرد. در این حالت، خواهیم داشت:

$$^\circ\text{C} = 14 - 36 = -22^\circ\text{C}$$

$$T = \theta + 273 = 273 - 22 = 251 \text{ K}$$

محاسبه دما بر حسب کلون: $T = \theta + 273 = 273 - 22 = 251 \text{ K}$

دما و واحدهای آن

دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی یک نمونه ماده را نشان می دهد. از دیدگاه ذره‌ای، هر چه دمای یک نمونه از ماده بالاتر باشد، جنبش‌های نامنظم ذره‌های سازنده آن ماده نیز شدیدتر است. به عبارت دیگر، هر چه دمای یک ماده بالاتر باشد، میانگین سرعت (تندی) و میانگین انرژی جنبشی ذرات سازنده آن ماده نیز بیشتر است. در چنین شرایطی، دمای یک ماده را می توان به عنوان معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده در نظر گرفت. برای نمونه، میزان جنبش‌های نامنظم مولکول‌های H_2O در یک نمونه از آب گرم شدیدتر از آب سرد است، چراکه دمای آب گرم بالاتر از دمای آب سرد است. توجه داریم که یکای رایج دما، درجه سلسیوس ($^\circ\text{C}$) است؛ در حالی که یکای دما در SI کلون (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ نشان داده شده و در مقیاس کلون نیز با نماد T نشان داده می شود. رابطه بین این دو مقیاس به صورت $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی 1°C با ارزش دمایی 1K برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلون (ΔT) است.



۷۷- شکل روبه‌رو، اکسیدی از یکی از عناصر دوره دوم را نشان می دهد. کدام یک از مطالب زیر در مورد اتم مرکزی در ساختار داده شده، نادرست است؟



(۱) آرایش الکترونی آن در حالت آزاد، به زیرلایه $2p^2$ ختم می شود.

(۲) اکسید دو اتمی آن دارای جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود است.

(۳) مولکول نشان داده شده، از جمله گازهایی است که مانع خروج پرتوهای فروسرخ گسیل شده از زمین، می شود.

(۴) هر چقدر مقدار اکسید نشان داده شده در هواکره بیشتر باشد، ورود پرتوهای پرنرژی خورشیدی کمتر بوده و دمای زمین کاهش خواهد یافت.



(آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

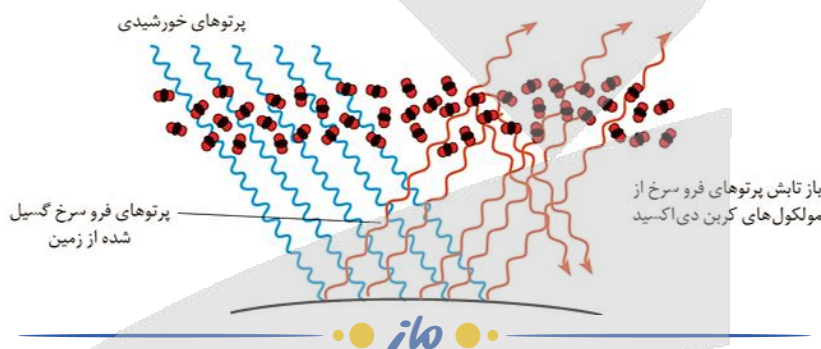
اکسید از عناصر دوره دوم که ساختار خطی داشته باشد، CO_2 است. پس اتم مرکزی که در شکل نشان داده شده، کربن می‌باشد. هر چقدر مقدار CO_2 هواکره بیشتر باشد، مانع از خروج گرمای گسیل شده از زمین می‌شود و دمای زمین بالاتر خواهد رفت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آرایش الکترونی کربن، به زیرلایه $2p^2$ ختم می‌شود. این عنصر در گروه ۱۴ قرار داشته و آرایش الکترونی فشرده آن به صورت $[He]2s^2 2p^2$ است.

۲) اکسید دو اتمی کربن، مولکول CO است که دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۳ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.

۳) H_2O و CO_2 از جمله گازهای گلخانه‌ای هستند که مانع خروج پرتوهای فروسرخ گسیل شده از زمین، می‌شوند.



۷۸- پس از موازنه معادله واکنش $P_4O_{10}(s) + NaOH(aq) \rightarrow Na_3PO_4(aq) + H_2O(l)$ ، مجموع ضرایب فراورده‌ها در این واکنش با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول کدام ماده برابر می‌شود؟

- (۱) دی‌نیتروژن مونوکسید (۲) گوگرد تری‌اکسید (۳) نیتروژن تری‌فلوئورید (۴) هیدروژن سولفید

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

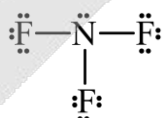
معادله واکنش داده شده به صورت زیر است:



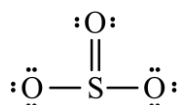
فرایند موازنه را با دادن ضریب ۴ به Na_3PO_4 و ضریب یک به P_4O_{10} آغاز کرده و بر این اساس، ضرایب سایر مواد شرکت‌کننده در این واکنش را پیدا می‌کنیم. پس از موازنه، معادله این واکنش به صورت زیر می‌شود:



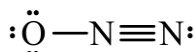
همان‌طور که مشخص است، مجموع ضرایب فراورده‌ها در معادله این واکنش برابر با ۱۰ خواهد بود. ساختار لوویس مولکول نیتروژن تری‌فلوئورید با فرمول مولکولی NF_3 به صورت زیر خواهد بود:



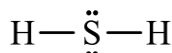
همان‌طور که مشخص است، در ساختار مولکولی این ماده ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. ساختار مولکولی گوگرد تری‌اکسید نیز به صورت زیر است:



ساختار مولکولی دی‌نیتروژن مونوکسید (N_2O) نیز به صورت زیر خواهد بود:



توجه داریم که در ساختار N_2O ، یک پیوند یگانه و یک پیوند سه‌گانه وجود دارد. ساختار مولکول هیدروژن سولفید (H_2S) نیز به صورت زیر است:





۷۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - آلوتروپی از اکسیژن که شمار جفت الکترون ناپیوندی بیشتری دارد، نقطه جوشی در حدود 183°C - دارد.
 ب - برخی گازهای موجود در هواکره از جمله بخار آب، مانع از خروج کامل گرمای زمین از هواکره می‌شوند.
 ج - در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، از میزان گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.
 د - نماد Δ → بدین معناست که در طی انجام واکنش، گرما تولید می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

موارد (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف) اکسیژن دارای دو آلوتروپ O_2 و O_3 است که به ترتیب دارای ۴ و ۶ جفت الکترون ناپیوندی هستند. گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن، ناپایدارتر بوده و نقطه جوش بالاتری دارد.
 ب) برخی گازهای موجود در هواکره از جمله بخار آب و کربن دی‌اکسید، مانع از خروج کامل گرمای زمین از هواکره می‌شوند و بدین ترتیب زمین را گرم‌تر می‌کنند.
 ج) در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، گاز قهوه‌ای رنگ هواکره یعنی NO_2 مصرف می‌شود.

$$NO_2 + O_3 \rightarrow NO + O_3$$

 د) نماد Δ → بدین معناست که واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرما واکنش می‌دهند؛ طی واکنش ممکن است گرما مصرف یا آزاد شود.



۸۰- اگر با حل کردن ۰/۲ مول نمک سولفات فلز M در ۱۰۸/۸ گرم آب خالص، محلول ۲۰ درصد جرمی از این نمک به‌دست آید، فلز M معادل با کدام یک از عناصر زیر است؟

($S = 32$ و $O = 16 : g.mol^{-1}$)

^{88}Sr (۴)

^{40}Ca (۳)

^{39}K (۲)

^{24}Mg (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده، جرم نمک (سولفات فلز) موجود در محلول نهایی را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{جرم نمک} = \frac{\text{جرم نمک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 20 = \frac{x}{(108.8+x)} \times 100 \Rightarrow 2176 + 20x = 100x \Rightarrow x = \frac{2176}{80} = 27.2 \text{ g}$$

طبق فرض سؤال، در این فرایند ۲۷/۲ گرم نمک مصرف شده و ۲۷/۲ گرم از نمک مورد نظر، معادل با جرم ۰/۲ مول از این نمک است؛ بنابراین جرم مولی این نمک برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم مولی نمک} = \frac{27.2 \text{ g}}{0.2 \text{ mol}} = 136 \text{ g.mol}^{-1}$$

حالا باید جرم مولی سولفات تک تک گزینه‌ها را به‌دست آوریم و با عدد بالا مقایسه کنیم:

- ۱) $\text{MgSO}_4 : 24 + 96 = 120 \text{ g.mol}^{-1}$ ✗
 ۲) $\text{K}_2\text{SO}_4 : 2 \times 39 + 96 = 174 \text{ g.mol}^{-1}$ ✗
 ۳) $\text{CaSO}_4 : 40 + 96 = 136 \text{ g.mol}^{-1}$ ✓
 ۴) $\text{SrSO}_4 : 88 + 96 = 184 \text{ g.mol}^{-1}$ ✗

همانطور که مشخص است، جرم مولی کلسیم سولفات برابر با ۱۳۶ گرم بر مول می‌شود.





۸۱- اگر عنصر X نافلز از دوره سوم باشد، کدام یک از مطالب زیر، در مورد یون XO_4^{a-} نادرست است؟

- (۱) اگر $a = ۲$ باشد، از ترکیب یون XO_4^{2-} و سومین کاتیون فراوان آب دریا، نمکی کم محلول به دست می آید.
- (۲) اگر $a = ۳$ باشد، عنصر X در واکنش با فلوئور، مولکولی با ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی تولید می کند.
- (۳) اگر $a = ۳$ باشد، فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از یون نقره و یون XO_4^{3-} دارای ۸ اتم است.
- (۴) اگر $a = ۲$ باشد، مجموع الکترون های ظرفیتی یون XO_4^{2-} برابر با ۳۰ است.

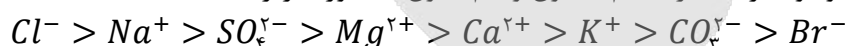
پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

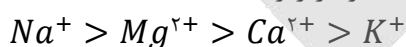
اگر $a = ۲$ باشد، یون مورد نظر به صورت SO_4^{2-} و اگر $a = ۳$ باشد، یون مورد نظر به صورت PO_4^{3-} می شود.

بررسی گزینه ها:

۱) ترتیب مقدار یون های موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به صورت زیر است:



مقایسه کاتیون ها و آنیون ها، به صورت جداگانه نیز در زیر آمده است:



نمک حاصل از سومین کاتیون فراوان آب دریا، یعنی یون کلسیم و یون مورد نظر (SO_4^{2-}) ، کلسیم سولفات است که در آب کم محلول می باشد.

۲) اگر $a = ۳$ باشد، عنصر X فسفر است که در واکنش با فلوئور، مولکول PF_3 با ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی تولید می کند.

۳) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از یون نقره و یون PO_4^{3-} ، به صورت Ag_3PO_4 می باشد و دارای ۸ اتم است.

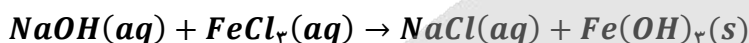
۴) مجموع الکترون های ظرفیتی یون SO_4^{2-} برابر مجموع الکترون های ظرفیتی اتم های آن و الکترون هایی که دریافت کرده است (با توجه

به بار یون) می باشد. هر اتم گوگرد و هر اتم اکسیژن دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند؛ پس در مجموع $۳۲ = ۲ + ۶ \times ۵$ الکترون ظرفیتی در این ترکیب وجود دارد.



۸۲- ۲۰۰ گرم محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۲۰۰ ppm ، با چند مول آهن (III) کلرید، مطابق واکنش موازنه نشده زیر، واکنش

می دهد؟ ($H = ۱, Na = ۲۳, O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)



$$\frac{1}{3} \times 10^{-2} \quad (۴)$$

$$10^{-3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \times 10^{-3} \quad (۲)$$

$$10^{-2} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



اکنون جرم سدیم هیدروکسید موجود در محلول را به دست می آوریم:

$$\text{غلظت ppm} = \frac{\text{جرم نمک (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times ۱۰^6 \rightarrow ۲۰۰ = \frac{x}{۲۰۰} \times ۱۰^6 \rightarrow x = ۰/۰۴ \text{ g}$$

حال مول آهن (III) کلرید مصرفی را به دست می آوریم:

$$n \text{ mol } FeCl_3 = ۰/۰۴ \text{ g } NaOH \times \frac{۱ \text{ mol } NaOH}{۴۰ \text{ g } NaOH} \times \frac{۱ \text{ mol } FeCl_3}{۳ \text{ mol } NaOH} = \frac{1}{3} \times 10^{-3}$$

پس در واکنش انجام شده، $\frac{1}{3} \times 10^{-3}$ مول $FeCl_3$ مصرف می شود.





۸۳- مقدار ۲ گرم سدیم هیدروکسید را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۵ لیتر می‌رسانیم. اگر چگالی محلول حاصل برابر ۱/۱۵ گرم بر میلی لیتر شده باشد، غلظت یون سدیم در این محلول برابر با چند ppm می‌شود؟

($Na = 23$ و $O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۲۰۰ (۴)

۳۴۸ (۳)

۴۰۰ (۲)

۱۷۴ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

طی این فرایند، ۲ گرم سدیم هیدروکسید (معادل با ۰/۰۵ مول سدیم هیدروکسید) وارد محلول مورد نظر شده است. در قدم اول، جرم محلول نهایی و جرم یون سدیم وارد شده به آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? g \text{ محلول} = 5 L \text{ محلول} \times \frac{1000 mL \text{ محلول}}{1 L \text{ محلول}} \times \frac{1/15 g \text{ محلول}}{1 mL \text{ محلول}} = 5750 g$$

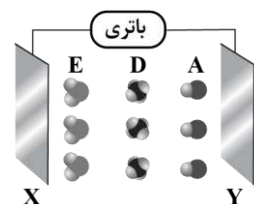
$$? g Na^+ = 0/05 mol NaOH \times \frac{1 mol Na^+}{1 mol NaOH} \times \frac{23 g Na^+}{1 mol Na^+} = 1/15 g$$

در مرحله بعد، غلظت یون سدیم را در محلول نهایی حاصل از این فرایند محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/15}{5750} \times 10^6 = 200$$



۸۴- با توجه به شکل داده شده، کدام مورد نادرست است؟



(۱) اگر A معادل مولکول هیدروژن فلوئورید باشد، بار صفحه X منفی است.

(۲) یک نمونه از مولکول‌های A برخلاف D ، انحلال‌پذیری مناسبی در آب دارد.

(۳) اگر E ، مولکول گوگرد دی‌اکسید باشد، بار جزئی اتم مرکزی با بار صفحه X یکسان است.

(۴) ذرات A ، D و E به ترتیب می‌توانند معادل کربن مونوکسید، کربن تتراکلرید و بخار آب باشند.

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

گونه A نوعی مولکول دو اتمی ناجور هسته است که در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. در کربن مونوکسید، خاصیت نافلزی اکسیژن بیشتر از کربن است؛ بنابراین در این گونه، کربن قطب مثبت و اکسیژن قطب منفی مولکول را تشکیل می‌دهد. از طرفی شعاع کربن نسبت به اکسیژن بیشتر است، پس می‌توان گفت مولکول کربن مونوکسید از سمت اتم بزرگ‌تر به سمت صفحه منفی و از سمت اتم کوچک‌تر به سمت صفحه مثبت جهت‌گیری پیدا می‌کند. با توجه به نحوه جهت‌گیری کربن مونوکسید، Y سمت منفی و X سمت مثبت باتری را نشان می‌دهد. حال وضعیت باقی گونه‌ها را بررسی می‌کنیم. گونه D در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده است. مولکول کربن تتراکلرید نیز ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نخواهد کرد. بنابراین این گونه می‌تواند معادل کربن تتراکلرید باشد. طبق تصویر، گونه E از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری پیدا کرده است. از طرفی در مولکول‌های H_2O ، اتم اکسیژن نسبت به اتم‌های هیدروژن خاصیت نافلزی بیشتری داشته و بار جزئی آن منفی است. پس با قرار گرفتن یک نمونه از بخار آب در میدان الکتریکی، اتم‌های اکسیژن به سمت مثبت باتری جهت‌گیری پیدا می‌کنند، در حالی که در این تصویر، اتم مرکزی به سمت صفحه با بار الکتریکی منفی جهت‌گیری پیدا کرده است.

قطبی و ناقطبی

برای تعیین قطبی یا ناقطبی بودن گونه‌ها از یک سری قواعد کلی استفاده می‌کنیم. مولکول‌های دواتمی با اتم‌هایی از عناصر مختلف (برای مثال CO و HF) قطبی و مولکول‌های دواتمی با اتم‌هایی از عناصر یکسان (برای مثال Cl_2) ناقطبی هستند. در گونه‌های چند اتمی در صورت وجود الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی (برای مثال NO_2 و O_3) یا متفاوت بودن اتم‌های اطراف اتم مرکزی (برای مثال SCO و C_2H_3Cl)، آن گونه قطبی است. در غیر این صورت، آن را جزو گونه‌های ناقطبی (برای مثال SO_3 و CO_2) طبقه‌بندی می‌کنیم. توجه داریم که گونه‌های باردار اما ناقطبی (برای مثال یون‌های سولفات و کربنات)، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده بلکه صرفاً به سمت صفحه با بار مخالف جذب خواهند شد.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در هیدروژن فلئوئورید، خاصیت نافلزی فلئوئور بیشتر بوده و در نتیجه، این اتم سر منفی مولکول را تشکیل می‌دهد. از طرفی اتم‌های فلئوئور بزرگ‌تر از اتم‌های هیدروژن هستند. بنابراین گونه A بایستی از سر بزرگ‌تر خود یعنی اتم فلئوئور به سمت مثبت باتری و از سر کوچک‌تر خود یعنی اتم هیدروژن به سمت منفی باتری جهت‌گیری پیدا کند.
- ۲) گونه A برخلاف گونه D در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا کرده است. پس می‌توان گفت A برخلاف D قطبی است. می‌دانیم که شبیه، شبیه را در خود حل می‌کند. به این معنی که گونه‌های قطبی مانند A در حلال‌های قطبی مانند آب به خوبی حل می‌شوند. همچنین گونه‌های ناقطبی مانند D در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان، انحلال‌پذیری مناسبی دارند.
- ۳) گوگرد دی‌اکسید با فرمول مولکولی SO_2 ، اکسید قطبی گوگرد است. در این گونه، اتم مرکزی یعنی گوگرد نسبت به اتم‌های کناری یعنی اتم‌های اکسیژن خاصیت نافلزی کم‌تری داشته و از این رو بار جزئی آن مثبت است. پس می‌توان گفت اگر این گونه معادل گوگرد دی‌اکسید باشد، از سمت اتم مرکزی خود به سمت صفحه با بار منفی جهت‌گیری می‌کند. بنابراین صفحه Y دارای بار منفی و صفحه X دارای بار مثبت است.



۸۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون سدیم، نزدیک به دو برابر نیاز آن به یون پتاسیم است.
- ۲) در حجم‌های برابر از آب و یخ با دمای $0^\circ C$ ، تعداد مولکول‌های H_2O در نمونه آب بیشتر است.
- ۳) مولکول‌های استون دارای ۱۰ پیوند اشتراکی در ساختار خود بوده و به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- ۴) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در مقایسه با انحلال‌پذیری اکسیژن در آب بیشتر است.

(آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

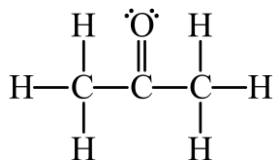
یکی از مهم‌ترین یون‌ها در الکترولیت‌های بدن، یون پتاسیم است. این یون در انتقال پیام عصبی، ایجاد ضربان قلب و ... کاربرد دارد و از جمله مهم‌ترین کاتیون‌های موجود در بدن انسان است. در واقع، نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم دو برابر یون سدیم است. از آنجا که بیشتر مواد غذایی حاوی یون پتاسیم هستند، کمبود این یون به‌ندرت احساس می‌شود.

نکته مهم درباره یون پتاسیم (K^+)

یون پتاسیم، با نماد K^+ نشان داده می‌شود. وجود این یون در بدن، برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است؛ به‌طوری که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون در بدن، امکان‌پذیر نیست. درواقع، اختلال در حرکت این یون از خلال غشای سلولی، مانع از انتقال پیام‌های عصبی در بدن شده و گاهی در موارد شدید، منجر به مرگ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) چون چگالی یخ در مقایسه با آب کمتر است، پس می‌توان گفت در حجم‌های برابر از آب و یخ با دمای $0^\circ C$ ، جرم نمونه آب بیشتر از نمونه یخ بوده و بر همین اساس، تعداد مولکول‌های H_2O در نمونه آب بیشتر است. چون در فرایند انجماد آب، به‌خاطر ایجاد پیوندهای هیدروژنی و ایجاد فضای خالی بین مولکول‌ها، حجم این ماده افزایش پیدا می‌کند، دیواره یاخته‌ها در بافت گیاهانی مثل کلم بر اثر یخ زدن تخریب می‌شوند.
- ۳) مولکول‌های استون دارای ۱۰ پیوند اشتراکی در ساختار خود بوده و به هر نسبتی در آب حل می‌شوند. ساختار این مولکول‌ها به‌صورت زیر است:

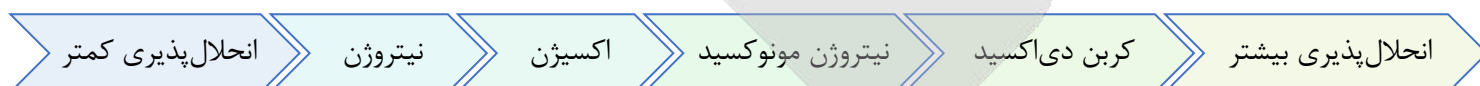




استون، ساده‌ترین عضو خانواده کتون‌ها است و یک ترکیب آلی به شمار می‌رود. اتانول نیز یک ترکیب آلی است که همانند استون، به صورت نامحدود در آب حل می‌شود. جدول زیر، ویژگی‌های این ماده و سایر حلال‌های آلی مهم را نشان می‌دهد:

نام حلال	فرمول شیمیایی	$\mu(D)$	کاربرد
اتانول	C_2H_6O	> 0	حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی
استون	C_3H_6O	> 0	حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها
هگزان	C_6H_{14}	≈ 0	حلال مواد ناقطبی و رقیق‌کننده رنگ (تینر)

جرم مولی گازهای نیتروژن مونوکسید و اکسیژن تقریباً نزدیک به هم است؛ اما گاز نیتروژن مونوکسید از مولکول‌های قطبی و گاز اکسیژن از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده است و به همین خاطر، انحلال‌پذیری گاز نیتروژن مونوکسید در آب، در مقایسه با انحلال‌پذیری اکسیژن بیشتر است. مقایسه کلی انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب، به صورت زیر است:



چون گاز کربن دی‌اکسید برخلاف سایر گازهای داده شده با مولکول‌های آب واکنش داده و کربنیک اسید را تولید می‌کند، این گاز در مقایسه با سایر گازها به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود.

عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها

عوامل مؤثر بر انحلال‌پذیری گازها، به شرح زیر هستند:

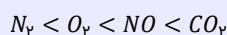
۱. نوع گاز: عوامل زیر، بر انحلال‌پذیری گازهای مختلف در آب مؤثر هستند:

گازهایی که مولکول‌های ناقطبی دارند، انحلال‌پذیری کمی در آب دارند. هرچقدر که یک مولکول ناقطبی بزرگ‌تر و سنگین‌تر باشد، جاذبه قوی‌تری ایجاد می‌کند و در آب انحلال‌پذیرتر است. برای مثال، داریم:

اغلب اکسیدهای نافلزی گازی با آب واکنش می‌دهند؛ بنابراین، این مواد انحلال‌پذیری نسبتاً بالایی دارند.

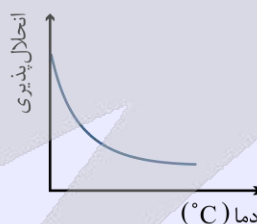
آمونیاک از جمله گازهایی است که با آب واکنش می‌دهد؛ پس انحلال‌پذیری نسبتاً بالایی دارد.

گازهایی با مولکول‌های قطبی به‌طور معمول بهتر در آب حل می‌شوند. مقایسه انحلال‌پذیری بعضی از این گازها به صورت زیر است:

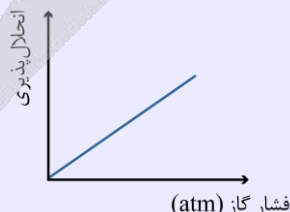


گازهایی که مولکول آن‌ها با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند، انحلال‌پذیری نسبتاً زیادی در آب دارند.

۲. دما: با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کمتر خواهد شد. نمودار زیر، روند تغییر انحلال‌پذیری گازها بر حسب دما را نشان می‌دهد:



۳. فشار: با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها در آب بیشتر خواهد شد. نمودار زیر، روند تغییر انحلال‌پذیری گازها بر حسب فشار را نشان می‌دهد:



۴. مقدار دیگر حل‌شونده‌ها: با افزودن حل‌شونده‌های دیگر به آب، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد. برای مثال، انحلال‌پذیری گازها در آب دریا کمتر از انحلال‌پذیری آن‌ها در آب خالص است.





۸۶ - چند مورد از موارد زیر به درستی بیان شده است؟

الف - از میان فلزهای دوره سوم جدول تناوبی، کاتیون فلز با عدد اتمی بیشتر، درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد.
ب - بخش عمده منابع غیر اقیانوسی آب کره را آب‌های زیرزمینی تشکیل می‌دهند.

ج - فعالیت‌های آتشفشانی سبب پویایی اجزای سازنده زمین و ارتباط میان سنگ کره و هواکره می‌شوند.

د - سالانه حجم عظیمی از آب دریاها، بخار و وارد هواکره می‌شود، در نتیجه حجم آب‌های کره زمین رو به کاهش است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت (ج) درست است.

بررسی موارد:

الف از میان فلزهای اصلی دوره سوم جدول تناوبی (Na و Mg و Al)، یون سدیم (Na^+) نسبت به یون منیزیم (Mg^{2+}) درصد فراوانی بیشتری در آب دریا دارد. این در حالی است که عدد اتمی آلومینیم بیشتر از عدد اتمی دو عنصر دیگر است.

نکات زیر را راجع به یون‌های موجود در آب دریا به خاطر بسپارید!

مقدار یون کلرید از بقیه آنیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم:

$Cl^- > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^-$: مقدار آنیون‌ها

مقدار یون سدیم از بقیه کاتیون‌های موجود در آب دریا بیشتر است. در این رابطه داریم:

$Na^+ > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+$: مقدار کاتیون‌ها

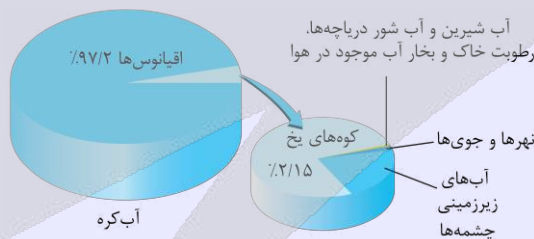
ب به‌طور کلی، آب‌های روی کره زمین به دو دسته منابع اقیانوسی و منابع غیر اقیانوسی تقسیم‌بندی می‌شوند. بخش عمده منابع غیر اقیانوسی آب کره را کوه‌های یخ تشکیل می‌دهند.

آب کره

حدود ۷۵٪ سطح کره زمین را آب تشکیل می‌دهد اما بخش عمده آب‌های کره زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها برای مصارف کشاورزی، صنعتی و خانگی استفاده کرد. از این رو، تهیه آب شیرین و آشامیدنی، همچنین آب قابل استفاده در کشاورزی، صنعت و دیگر حوزه‌ها یکی از چالش‌های اساسی در سطح جهان است. به مقایسه درصد منابع آبی سازنده آب کره توجه کنید:

آب شیرین و شور دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب موجود در هوا > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ > اقیانوس‌ها

در این رابطه، داریم:



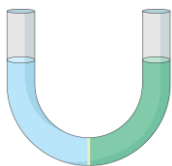
ج فعالیت‌های آتشفشانی سبب می‌شوند گازهای گوناگون و مواد شیمیایی جامد به‌صورت گرد و غبار وارد هواکره شوند. این فعالیت‌ها سبب پویایی زمین و ارتباط میان بخش‌های مختلف آن از جمله سنگ کره و هواکره می‌شوند.

د سالانه حجم عظیمی از آب دریاها بخار و وارد هواکره می‌شود و دوباره به‌صورت بارش برف، باران و تگرگ به آب کره باز می‌گردد، در نتیجه حجم آب‌های کره زمین به تقریب ثابت است. توجه داریم که بخش‌های مختلف کره زمین، همواره با هم در ارتباط هستند. در این رابطه، داریم:

چهار بخش اصلی زمین
زیست کره: شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها، درشت مولکول‌ها، نقش اساسی ایفا می‌کنند.
هواکره: از مولکول‌های کوچک شامل نیتروژن، اکسیژن و ... تشکیل شده است.
آب کره: از مولکول‌های کوچک آب، یون‌ها و ... تشکیل شده است.
سنگ کره: از مواد جامد مانند ماسه، نمک‌ها و ... تشکیل شده است.



۸۷- در شکل روبه‌رو، در محلول سمت راست، ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۴ مولار سدیم نیترات و در محلول سمت چپ، ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم نیترات با غلظت ۴۲۵ گرم بر لیتر می‌ریزیم. در ابتدا، در هر دو سمت غشای نیمه تراوا، مقدار یکسانی آب وجود دارد. با گذشت زمان، کدام یک از وقایع زیر رخ نمی‌دهد؟



- (۱) حجم محلول سمت چپ افزایش می‌یابد.
- (۲) مولاریته محلول سمت راست افزایش می‌یابد.
- (۳) تعداد مول یون‌ها در محلول سمت چپ افزایش می‌یابد.
- (۴) جرم محلول سمت راست، کاهش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی و مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا مولاریته محلول سمت چپ را به دست می‌آوریم:

$$5 \text{ mol } NaNO_3 = 425 \text{ g } NaNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{85 \text{ g } NaNO_3} = 5$$

در یک لیتر از محلول سمت چپ، ۴۲۵ گرم نمک معادل ۵ مول، وجود دارد؛ به عبارتی غلظت مولار این محلول، برابر با ۵ مول بر لیتر است. پس غلظت مولار محلول سمت چپ، بیشتر از محلول سمت راست است. با گذشت زمان، آب از محلول سمت راست که رقیق‌تر است وارد محلول سمت چپ می‌شود؛ بنابراین حجم و جرم محلول سمت چپ افزایش و مولاریته آن کاهش می‌یابد اما مولاریته محلول سمت راست افزایش می‌یابد. غشای نیمه‌تراوا مانع عبور یون‌ها می‌شود؛ پس تعداد یون‌ها در هر محلول ثابت می‌ماند اما غلظت آن‌ها تغییر می‌کند.



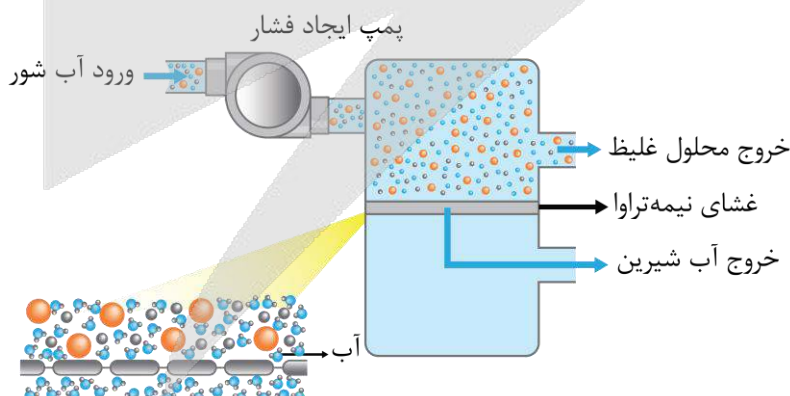
۸۸- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اسمز معکوس درست است؟

- (۱) برخلاف روش تقطیر، میکروب‌های مضر آب را جداسازی می‌کند.
- (۲) توانایی تصفیه آب در آن، همانند صافی کربن و بیشتر از روش تقطیر است.
- (۳) آب از محلول رقیق به سمت محلول غلیظ، تحت فشار پمپ حرکت می‌کند.
- (۴) در این فرایند محلول غلیظ، به مرور رقیق‌تر و محلول رقیق به مرور غلیظ‌تر می‌شود.

(متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

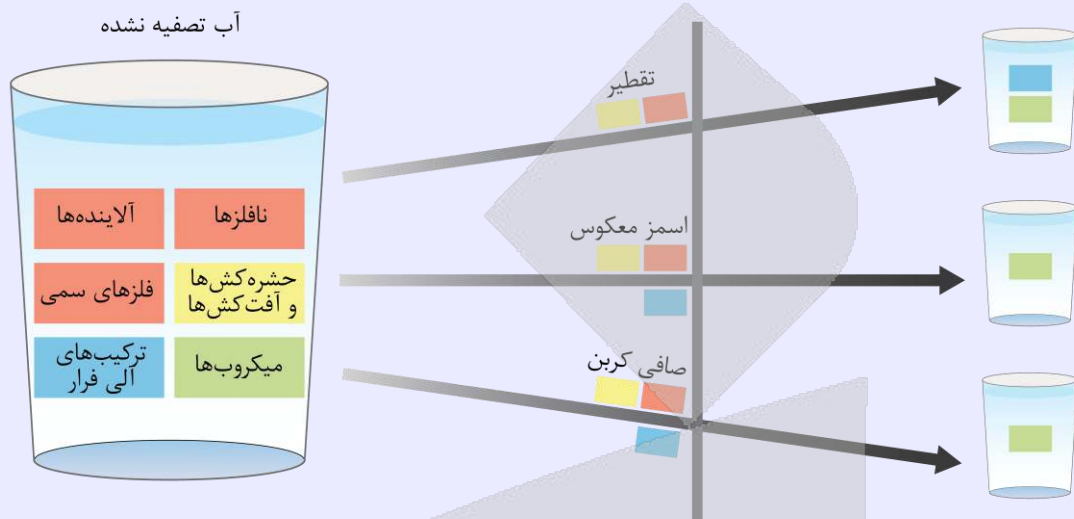
در فرایند اسمز معکوس با اعمال نیروی خارجی (پمپ) جریان آب از محلول غلیظ به محلول رقیق می‌رود (برخلاف اسمز). بنابراین محلول غلیظ، به مرور غلیظ‌تر می‌شود. در این روش نافلزهای سمی، آلاینده‌ها، حشره‌کش‌ها، آفت‌کش‌ها و ترکیب‌های آلی فرار جداسازی می‌شوند ولی میکروب‌ها باقی می‌مانند؛ به همین دلیل پیش از مصرف آب، آن را کلرزنی می‌کنند. توانایی صافی کربن در تصفیه آب مشابه اسمز معکوس است. در این دو روش برخلاف روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار نیز جداسازی می‌شوند.



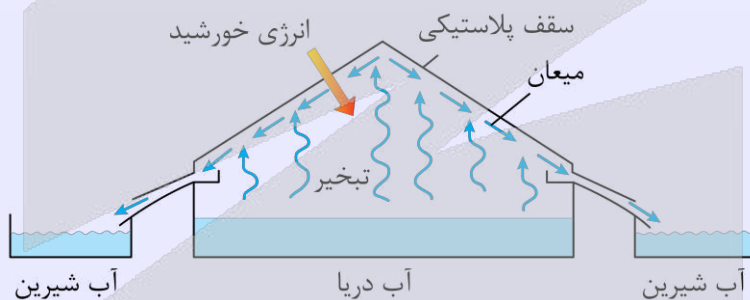


روش های تصفیه آب

- تقطیر: جداسازی نافلزهای سمی، آلاینده ها، حشره کش ها و آفت کش ها
 - اسمز معکوس: جداسازی نافلزهای سمی، آلاینده ها، حشره کش ها، آفت کش ها و ترکیب های آلی فرار
 - صافی کربن: مشابه اسمز معکوس عمل می کند.
- در هر سه روش میکروب ها باقی می ماند؛ به همین دلیل قبل از مصرف به آب کلر می افزایند.



در روش تقطیر ابتدا آب دریا که حاوی ناخالصی است، با استفاده از حرارت مانند انرژی خورشید تبخیر می شود و سپس بخار حاصل در فرایند میعان دوباره به آب تبدیل می شود. سپس این آب بدون ناخالصی، در ظرفی مجزا جمع آوری می شود.



مقایسه اسمز و اسمز معکوس را در جدول زیر می بینید:

اسمز		اسمز معکوس	
از محلول رقیق به غلیظ		از محلول غلیظ به رقیق	
جهت کلی حرکت آب		محل رقیق	تغییر غلظت محلول‌ها
غلیظ‌تر می‌شود	رقیق‌تر می‌شود	محل غلیظ	تغییر حجم محلول‌ها
رقیق‌تر می‌شود	غلیظ‌تر می‌شود	محل رقیق	
کاهش می‌یابد	افزایش می‌یابد	محل غلیظ	فرایند
افزایش می‌یابد	کاهش می‌یابد	محل رقیق	
خود به خودی	با اعمال فشار		

۸۹- چند مورد از موارد زیر در مورد نقطه جوش گازها درست است؟

- الف - اگر در دمایی هیدروژن به حالت گاز یافت شود، هلیوم نیز در این دما به یقین به حالت گاز است.
- ب - اگر در دمایی نیتروژن به حالت گاز یافت شود، اکسیژن نیز در این دما به یقین به حالت گاز است.
- ج - اگر در دمایی آرگون به حالت گاز یافت شود، آمونیاک ممکن است در این دما به حالت مایع باشد.
- د - اگر در دمایی آمونیاک به حالت گاز یافت شود، هیدروژن فلوئورید می تواند در این دما به حالت مایع باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



به نقطه جوش گازهای داده شده توجه کنید:

نوع گاز	نقطه جوش (°C)
He	-۲۶۹
H _۲	-۲۵۳
N _۲	-۱۹۶
Ar	-۱۸۶
O _۲	-۱۸۳
NH _۳	-۳۳
HF	۱۹

اگر یک ماده در دمای معین به حالت گازی باشد، ماده با نقطه جوش کمتر از آن نیز به یقین در آن دما به حالت گازی است. بر این اساس، عبارت‌های (الف)، (ج) و (د) درست‌اند. برای درک بهتر به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

الف) اگر هیدروژن در دمایی به حالت گازی باشد، دما بیشتر از -۲۵۳°C است. با توجه به اینکه نقطه جوش هلیوم -۲۶۹°C است، بالای نقطه جوش هلیوم قرار داریم و هلیوم به حالت گاز خواهد بود.

پ) اگر نیتروژن در دمایی به حالت گازی باشد، دما بیشتر از -۱۹۶°C است. با توجه به اینکه نقطه جوش اکسیژن -۱۸۳°C است، ممکن است دما در بازه $-۱۸۳^{\circ}\text{C} < \text{دما} < -۱۹۶^{\circ}\text{C}$ قرار داشته باشد که در این صورت نیتروژن به حالت گازی اما اکسیژن به حالت مایع می‌باشد. در نتیجه در شرایط سؤال اکسیژن می‌تواند مایع یا گاز باشد.

ج) اگر آرگون در دمایی به حالت گازی باشد، دمای مورد نظر بیشتر از -۱۸۶°C است. با توجه به اینکه نقطه جوش یک نمونه از آمونیاک برابر با -۳۳°C است، اگر دما در بازه $-۳۳^{\circ}\text{C} < \text{دما} < -۱۸۶^{\circ}\text{C}$ قرار داشته باشد آمونیاک به حالت مایع یافت می‌شود. در نتیجه در شرایط سؤال آمونیاک می‌تواند مایع یا گاز باشد.

د) اگر آمونیاک در دمایی به حالت گازی باشد، دما بیشتر از -۳۳°C است. با توجه به اینکه نقطه جوش هیدروژن فلوئورید ۱۹°C است، اگر دما در بازه $۱۹^{\circ}\text{C} < \text{دما} < -۳۳^{\circ}\text{C}$ قرار داشته باشد هیدروژن فلوئورید به حالت مایع یافت می‌شود. در نتیجه در شرایط سؤال هیدروژن فلوئورید می‌تواند مایع یا گاز باشد.

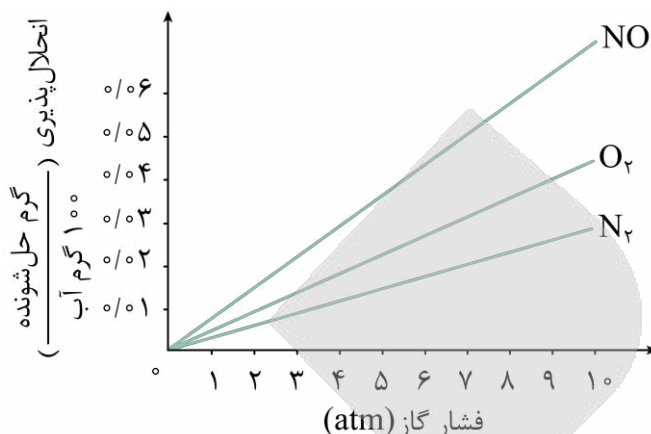


۹۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) به ازای مقدار مشخص از افزایش فشار گازها، مقدار انحلال‌پذیری گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن کمتر تغییر می‌کند.
- ۲) اگر انحلال‌پذیری N_2 در نمونه‌هایی از آب دریای مدیترانه و دریای مرده برابر باشد، دمای آب دریای مدیترانه کمتر است.
- ۳) طی انحلال‌پذیری در هگزان، ماهیت مولکول‌های حل‌شونده حفظ شده و در نهایت، محلولی سبز رنگ ایجاد می‌شود.
- ۴) بیش از نیمی از آب موجود در بدن انسان، بیرون سلول‌ها و باقی آن در مایع‌های درون سلولی جریان دارد.



نمودارهای زیر، روند تغییر انحلال پذیری گازهای مختلف را بر حسب تغییر فشار نشان می‌دهد:



چون گاز اکسیژن در مقایسه با نیتروژن جرم مولی بیشتری دارد، در هر دما و فشاری انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب بیشتر از انحلال پذیری گاز نیتروژن در آب است و بر همین اساس، شیب نمودارهای مربوط به گاز اکسیژن تندتر از شیب نمودارهای مربوط به گاز نیتروژن است. به همین خاطر، می‌توان گفت به ازای یک مقدار مشخص از افزایش فشار گازها، مقدار انحلال پذیری گاز نیتروژن در مقایسه با اکسیژن کمتر تغییر می‌کند.

قانون هنری

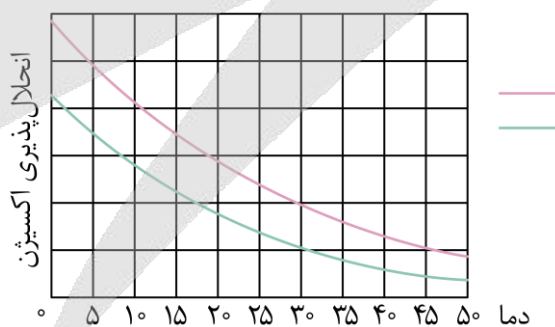
بر اساس قانون هنری، به شرط ثابت بودن دما، مقدار انحلال پذیری یک گاز معین با فشار آن گاز رابطه‌ی مستقیم دارد. رابطه کلی قانون هنری به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$S = K_H \times P$$

در این رابطه، مؤلفه S مقدار انحلال پذیری گاز در ۱۰۰ گرم آب، P فشار گاز بر حسب اتمسفر (atm) و K_H ثابت هنری است که برای هر گاز در دمای معین، مقدار ویژه‌ای دارد. توجه داریم که رابطه انحلال پذیری بالا یک معادله‌ی خطی با شیب K_H و عرض از مبدأ صفر است. با توجه به رابطه‌ی قانون هنری، در دمای ثابت (که در آن مقدار K_H ثابت است)، با n برابر کردن فشار گاز (P)، انحلال پذیری گاز (S) در محلول مورد نظر نیز n برابر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) به طور کلی، با افزایش مقدار نمک‌ها در یک نمونه از آب، انحلال پذیری گازها در آن نمونه از آب کاهش پیدا می‌کند و همان طور که می‌دانیم، درصد جرمی نمک در آب دریای مرده بیشتر از آب دریای مدیترانه است. بر این اساس، می‌توان گفت اگر انحلال پذیری اکسیژن در نمونه‌هایی از آب دریای مدیترانه و دریای مرده برابر باشد، دمای آب دریای مدیترانه بیشتر خواهد بود. نمودار زیر، بیانی از این اصل را نشان می‌دهد:



در این نمودار، خط سرخ مربوط به آب دریای مدیترانه و خط آبی مربوط به آب دریای مرده است. همان طور که در نمودار مشخص است، به ازای یک مقدار مشخص از انحلال پذیری، دمای آب دریای مدیترانه (محلولی با غلظت نمک کمتر) باید بیشتر از آب دریای مرده (محلولی با غلظت نمک بیشتر) باشد.

۳) انحلال ید در هگزان، نمونه‌ای از انحلال مولکولی مواد در یکدیگر است؛ پس می‌توان گفت طی این فرایند ماهیت مولکول‌های حل‌شونده حفظ می‌شود. در واقع با حل شدن ید در هگزان، ذرات حل‌شونده دچار تغییر نشده و با همان ساختار اولیه خود، بین مولکول‌های حلال قرار می‌گیرند. توجه داریم که محلول ید در هگزان، محلولی بنفش رنگ است.



انحلال مولکولی و یونی

📌 مراحل انحلال مولکولی به شرح زیر است:

(۱) جدا شدن مولکول‌های حل‌شونده از یکدیگر

(۲) جدا شدن مولکول‌های حلال از یکدیگر

(۳) پراکنده شدن همگن مولکول‌های حل‌شونده بین حلال؛ در نتیجه بین مولکول‌های حل‌شونده و حلال جاذبه برقرار می‌شود.

📌 مراحل تفکیک یونی به شرح زیر است:

(۱) جدا شدن مولکول‌های حل‌شونده از یکدیگر یا همان فروپاشی شبکه بلوری

(۲) جدا شدن مولکول‌های آب از یکدیگر

(۳) برقراری جاذبه قوی یون-دوقطبی بین یون‌ها و مولکول‌های آب

📌 اغلب محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های آبی هستند. محلول‌هایی که بیشتر واکنش‌های شیمیایی درون بدن از جمله

گوارش غذا، کنترل دمای بدن، تنفس، جلوگیری از خشکی پوست و ... در آن‌ها انجام می‌شود. با این توصیف بخش عمده جرم بدن را

آب تشکیل می‌دهد. بیش از نیمی از این آب در درون یاخته‌ها و باقی آن در مایع‌های برون‌سلولی جریان دارد. این مایع‌ها مواد مغذی

و مواد زائد را بین سلول‌ها و دستگاه گردش خون جابه‌جا می‌کنند. هر فرد بالغ روزانه به‌طور میانگین ۱۵۰۰ تا ۳۰۰۰ میلی‌لیتر آب را

به‌صورت ادرار، تعرق پوستی، بخار آب در بازدم و ... از دست می‌دهد. اگر این مقدار آب با خوردن مواد غذایی، میوه‌ها و نوشیدنی‌ها

جبران نشود، بدن دچار کم آبی خواهد شد.





تغییرات کتاب درسی را در دیجی ماز مطالعه کنید!

رایگان



منواسکن کن

