

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۳۰ مردادماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

شیمی ۱ رد پای گازها در زندگی صفحه های ۴۷ تا ۶۵ سهم در کنکور: ۳ سؤال	فیزیک ۱ کار، انرژی و توان صفحه های ۵۳ تا ۸۲ سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال	آمار و احتمال احتمال صفحه های ۴۸ تا ۶۸ سهم در کنکور: ۱ سؤال	ریاضی پایه توان های گویا و عبارات جبری ریاضی ۱: صفحه های ۴۷ تا ۶۸ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ در پی غذای سالم (تا ابتدای غذای سالم) صفحه های ۵۱ تا ۷۷ سهم در کنکور: ۳ سؤال	فیزیک ۲ جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه های ۶۱ تا ۸۲ سهم در کنکور: ۲-۳ سؤال	هندسه ۲ تبدیل های هندسی و کاربردها (تا پایان دوران) صفحه های ۳۱ تا ۴۳ سهم در کنکور: —	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار





۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟

الف) اگر a عددی حقیقی بوده و $a^9 > a^5$ ، آن گاه $0 < a < 1$ است.

ب) اگر a عددی حقیقی باشد، به طوری که $a^2 + a < 0$ ، آن گاه قطعاً $\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a}$ است.

ج) هر عدد حقیقی، همواره دارای دو ریشه سوم است که قرینه یکدیگرند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲- اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، حاصل عبارت $|a - \sqrt[4]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{a} - a$ (۲) $a - \sqrt[3]{a}$
(۳) $-a - \sqrt[3]{a} + 2\sqrt[4]{a}$ (۴) $a + \sqrt[3]{a} - 2\sqrt[4]{a}$

۳- ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر $\sqrt[3]{2\sqrt[3]{a}}$ است. حاصل $\frac{1}{4}(a+1)^9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ (۲) $\frac{8}{\sqrt[3]{3}}$ (۳) $3\sqrt[3]{3}$ (۴) $2\sqrt[3]{3}$

۴- چند عدد طبیعی مضرب ۵ وجود دارد که ریشه سوم آن‌ها در بازه $(0, 1)$ قرار داشته باشند؟

- (۱) ۸۷ (۲) ۸۸ (۳) ۹۷ (۴) ۹۸

۵- ریشه سوم عددی مثبت با ریشه پنجم چهار برابر آن عدد برابر است. ریشه ششم مثبت این عدد کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{4}$ (۴) $\sqrt{8}$

محل انجام محاسبات

۶- اگر $3^a = 2$ و $5^b = 3$ باشد، حاصل $\frac{(45)^{ab}}{4^b}$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۷- با فرض $\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x} = \frac{1}{3}$ ، حاصل $\sqrt[3]{\frac{x}{4\sqrt{x}}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$

(۱) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

۸- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2}\sqrt[3]{4} \times 2^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{2} \times 16^{-\frac{3}{2}}}$ به صورت 2^n می باشد. n کدام است؟

(۴) $\frac{47}{6}$

(۳) $\frac{43}{6}$

(۲) $\frac{37}{6}$

(۱) $\frac{29}{6}$

۹- اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a$ و $2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3$ ، مقدار a کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات



۱۰- اگر $x^2 + y^2 = 3xy$ باشد، حاصل $A = \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ کدام است؟ ($x > y > 0$)

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۱۱- اگر $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ باشد، آن گاه $x + x^2 + x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰

۱۲- اگر $A = \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{7 + \sqrt{10}} + \frac{2\sqrt{2} + 1}{3 - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $A^2 - 6$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۳- مجموع مقادیر x در معادله $x + \sqrt{x\sqrt{2x-1}} = \sqrt[3]{4}(8)^{-\frac{1}{6}}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{1+\sqrt{5}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2\sqrt{2} - 1$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

۱۵- مقدار عبارت $A = \frac{1}{\sqrt{5}-k} + \frac{1}{\sqrt{5}+k}$ به ازای $k = \sqrt{5} - \sqrt{5}$ چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۶- کدام عامل در تجزیه عبارت $x^4 + x^2 + 1$ دیده می شود؟

(۱) $x^2 - x + 1$ (۲) $x^2 + x - 2$

(۳) $x^2 - x - 1$ (۴) $x^2 + x + 2$

۱۷- مقدار $\frac{1}{2-\sqrt{5}} + \sqrt{14+6\sqrt{5}}$ برابر است با:

(۱) $5+2\sqrt{5}$ (۲) ۱ (۳) $-5-2\sqrt{5}$ (۴) -۱

۱۸- هرگاه $a = \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}$ به طوری که $A = (a + \frac{1}{a} + \sqrt{3})(a + \frac{1}{a} - \sqrt{3})$ ، مقدار $(A+1)^2$ چه عددی است؟

(۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۹- ساده شده عبارت $A = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۰- حاصل عبارت $A = \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{3} - 1$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3}$ (۲) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}$
(۳) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$ (۴) $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1$

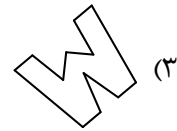
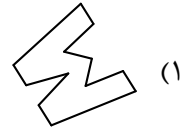
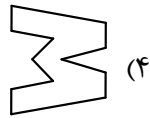
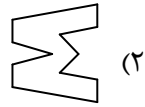
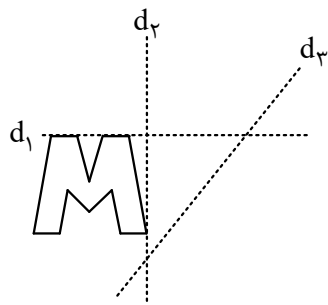
۲۱- کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) در انتقال و دوران نمی توانیم نقاط ثابت تبدیل داشته باشیم.
- (۲) در دوران با زاویه منفرجه، جهت شکل حفظ نمی شود.
- (۳) در انتقال، پاره خط هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می کند با بردار انتقال مساوی و موازیند.
- (۴) بازتاب فقط در صورتی شیب خط را حفظ می کند که پاره خط AB بر محور بازتاب عمود باشد.

محل انجام محاسبات



۲۲- بازتاب شکل به ترتیب نسبت به محورهای d_1 ، d_2 و d_3 در کدام گزینه دیده می‌شود؟



۲۳- دایره $C'(O', R')$ انتقال یافته دایره $C(O, 10)$ با برداری افقی به طول ۱۴ است. بیشترین فاصله نقاط این دو دایره، کدام است؟

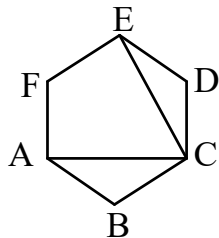
۳۲ (۴)

۳۴ (۳)

۳۵ (۲)

۳ (۱)

۲۴- در شش ضلعی منتظم شکل زیر، با کدام تبدیل، $\triangle CDE$ تبدیل یافته مثلث $\triangle ABC$ است؟



(۱) با بردار انتقال $\overrightarrow{BD}$

(۲) با بردار انتقال $\overrightarrow{AE}$

(۳) با دوران به مرکز مرکز تقارن شش ضلعی منتظم و زاویه دوران 120°

(۴) با دوران به مرکز نقطه C و زاویه دوران 120°

۲۵- دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(3, 4)$ بازتاب یکدیگر نسبت به خط l هستند. مساحت محصور بین خط l و محورهای مختصات کدام است؟

۳/۷۵ (۴)

۷/۵ (۳)

۱۲/۵ (۲)

۲۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۲۶- نقطه M' تصویر نقطه M در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $MM' = 12$ و فاصله نقطه P روی خط d تا نقطه M برابر $6\sqrt{5}$ باشد، فاصله نقطه M از خط PM' کدام است؟

- (۱) $3/6\sqrt{5}$ (۲) $4/8\sqrt{3}$ (۳) $3/6\sqrt{3}$ (۴) $4/8\sqrt{5}$

۲۷- اگر انتقال یافته خط $2x + 3y = 10$ تحت بردار $\vec{V} = (2m, 3n)$ بر خط $ax + by = 20$ منطبق شده باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) بستگی به m و n دارد.

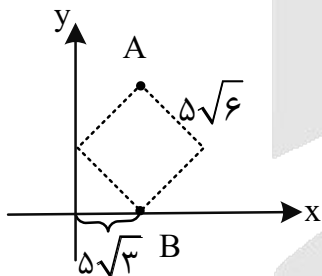
۲۸- مثلث ABC با اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱ را تحت تبدیل ایزومتري T به مثلث $A'B'C'$ تصویر کرده ایم. مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۶۰

۲۹- نقطه M به فاصله $\sqrt{3}$ از محل تقاطع دو خط متقاطع d_1 و d_2 که با هم زاویه 60° می سازند قرار دارد. اگر M' بازتاب M نسبت به d_1 و M'' بازتاب M' نسبت به d_2 باشد، اندازه MM'' ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{6}$

۳۰- در شکل زیر، می خواهیم رأس A از مربع را حول رأس B دوران دهیم به نحوی که رأس A بر روی محور y ها قرار بگیرد. زاویه مناسب برای این دوران کدام است؟ (قطر AB موازی محور y ها است.)



- (۱) 45° (۲) 30° (۳) 15° (۴) $7/5^\circ$

محل انجام محاسبات



۳۱- در پرتاب دو تاس با هم، اگر تاس اول بزرگ‌تر از تاس دوم آمده باشد، با کدام احتمال جمع اعداد دو تاس فرد است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{11}{15}$

۳۲- فرض کنید $P(A|B)=1$ و $P(A|B)=1$ و $P(B|A)=1$ و $P(A' \cap B')=0/2$ باشد، حاصل $P(A)$ کدام است؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/3$ (۳) $0/4$ (۴) $\frac{4}{15}$

۳۳- در ظرف A، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سفید و در ظرف B، ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سفید داریم. تاسی را پرتاب می‌کنیم، اگر مضرب ۳ آمد مهره‌ای از A، در غیر این صورت، مهره‌ای از B خارج می‌کنیم. به کدام احتمال، مهره خارج شده سفید است؟

- (۱) $\frac{11}{21}$ (۲) $\frac{8}{21}$ (۳) $\frac{19}{42}$ (۴) $\frac{13}{42}$

۳۴- یک تیم والیبال ۷ والیبالیست دارد که قد هیچ دو نفری از آن‌ها برابر نیست. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می‌کنیم و پس از آن ۲ والیبالیست دیگر انتخاب می‌کنیم. اگر هر ۲ بازیکنی که در مرحله دوم انتخاب کرده‌ایم از والیبالیست اول کوتاه‌تر باشند، با چه احتمالی والیبالیست اول، قد بلندترین است؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۳۵- در ظرف A، ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در ظرف B، ۳ مهره سفید و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف A شش مهره برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. سپس از ظرف B مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

- (۱) $\frac{53}{112}$ (۲) $\frac{27}{56}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴) $\frac{15}{56}$

محل انجام محاسبات



۳۶- رضا به احتمال $\frac{3}{5}$ در درس ریاضی و به احتمال $\frac{2}{3}$ در درس فیزیک و به احتمال $\frac{1}{3}$ در هر دو درس قبول می‌شود. اگر بدانیم او درس ریاضی را افتاده است، احتمال این که در درس فیزیک هم قبول نشده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۷- در یک مسابقه اتومبیل‌رانی، احتمال به مقصد رسیدن راننده A برابر ۳۰٪ و راننده B برابر ۷۰٪ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو راننده به مقصد برسد، چند درصد است؟

- (۱) ۵۸٪ (۲) ۴۹٪ (۳) ۹٪ (۴) ۵۱٪

۳۸- جعبه A شامل ۸ مهره سفید، ۴ مهره سیاه، جعبه B شامل ۶ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و جعبه C شامل ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. از جعبه A، ۴ مهره و از جعبه B، ۶ مهره درون جعبه C می‌اندازیم و از جعبه C مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم، به کدام احتمال سیاه است؟

- (۱) $\frac{17}{96}$ (۲) $\frac{29}{96}$ (۳) $\frac{11}{36}$ (۴) $\frac{11}{72}$

۳۹- در آزمون‌های سراسری از سال گذشته، ۶۰٪ داوطلبان این آزمون دختر و مابقی پسر بوده‌اند. همچنین ۹۰٪ این دختران موفق به قبولی در آزمون سراسری و ۹۵٪ پسران در آزمون سراسری موفق شده‌اند. فردی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که در آزمون‌های سراسری موفق شده است. با چه احتمالی پسر بوده است؟

- (۱) $\frac{19}{46}$ (۲) $\frac{27}{46}$ (۳) $\frac{37}{46}$ (۴) $\frac{29}{46}$

۴۰- در جعبه‌ای ۱۰ مهره با شماره‌های ۱ تا ۱۰ وجود دارد. ۳ مهره را با جایگذاری از جعبه خارج می‌کنیم. احتمال اینکه حداقل عدد رؤیت شده ۷ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{37}{360}$ (۲) $\frac{37}{3600}$ (۳) $\frac{36}{3600}$ (۴) $\frac{36}{360}$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۳۰ مردادماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی		ردیف
		از	تا				
۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه	۲۵ دقیقه	۴۱	۶۰	۲۰	فیزیک دهم	انتخاب یک درس به دلخواه	۱
	۲۵ دقیقه	۶۱	۸۰	۲۰	فیزیک یازدهم		
	۲۰ دقیقه	۸۱	۱۰۰	۲۰	شیمی دهم	انتخاب یک درس به دلخواه	۲
	۲۰ دقیقه	۱۰۱	۱۲۰	۲۰	شیمی یازدهم		

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

شیمی ۱ رد پای گازها در زندگی صفحه های ۴۷ تا ۶۵ سهم در کنکور: ۳ سؤال	فیزیک ۱ کار، انرژی و توان صفحه های ۵۳ تا ۸۲ سهم در کنکور: ۱-۲ سؤال	آمار و احتمال احتمال صفحه های ۴۸ تا ۶۸ سهم در کنکور: ۱ سؤال	ریاضی پایه توان های گویا و عبارات جبری ریاضی ۱: صفحه های ۴۷ تا ۶۸ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ در پی غذای سالم (تا ابتدای غذای سالم) صفحه های ۵۱ تا ۷۷ سهم در کنکور: ۳ سؤال	فیزیک ۲ جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه های ۶۱ تا ۸۲ سهم در کنکور: ۲-۳ سؤال	هندسه ۲ تبدیل های هندسی و کاربردها (تا پایان دوران) صفحه های ۳۱ تا ۴۳ سهم در کنکور: —	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

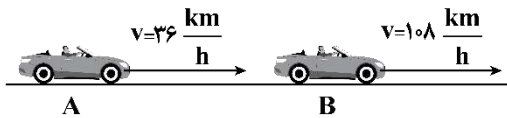
- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار



فیزیک پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۴۱- در شکل زیر، تغییرات انرژی جنبشی خودرو بین دو نقطه A و B برابر ۵۰۰ کیلوژول می‌باشد. جرم خودرو به همراه راننده‌اش چند کیلوگرم است؟



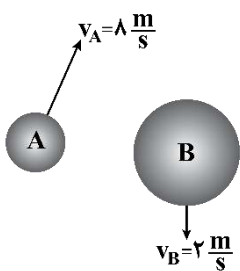
(۱) ۶۰۰

(۲) ۶۲۵

(۳) ۱۲۰۰

(۴) ۱۲۵۰

۴۲- در شکل زیر، چگالی کره توپر A، ۶۰ درصد بیش‌تر از چگالی کره توپر B بوده و شعاع آن نصف شعاع کره B است. با توجه به تندی کره‌ها، انرژی جنبشی کره A چند برابر انرژی جنبشی کره B است؟



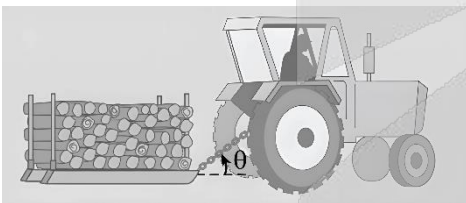
(۱) ۰/۸

(۲) ۱/۲

(۳) ۲/۶

(۴) ۳/۲

۴۳- کشاورزی توسط تراکتور، با نیروی ثابتی به بزرگی ۵۰۰۰N تحت زاویه ۳۷° بر روی یک مسیر مستقیم، سورت‌های را به همراه بارش به اندازه ۱۵۰m جابه‌جا می‌کند. بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی که به سورت‌ها وارد می‌شود ۱۲۰۰N است. کار کل انجام‌شده روی سورت‌ها چند کیلوژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۲۷۰

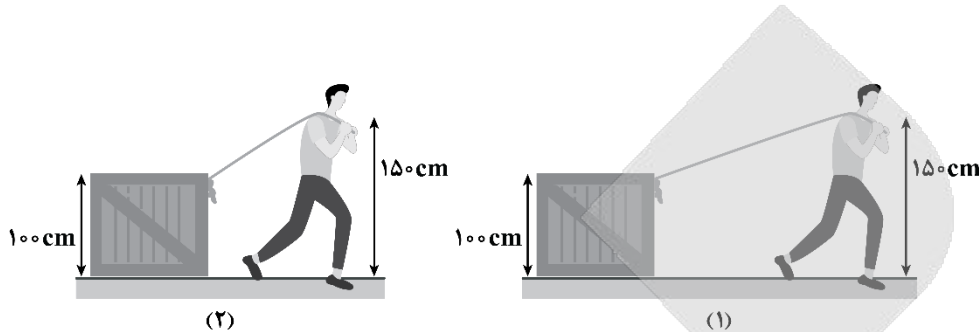
(۲) ۷۸۰

(۳) ۴۲۰

(۴) بستگی به جرم کل سورت‌ها و بار آن دارد.

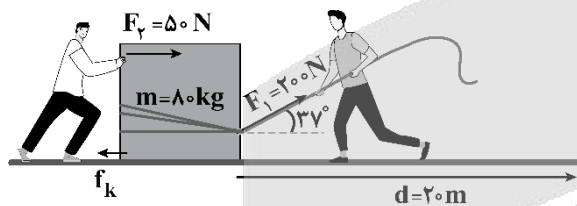
محل انجام محاسبات

۴۴- شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند به طول ۱m مطابق شکل (۱) و یک بار هم با طنابی کوتاه‌تر به طول ۶۲/۵cm مطابق شکل (۲) بر روی سطحی هموار می‌کشد. اگر بزرگی نیروی شخص در هر دو حالت یکسان بوده و کار انجام‌شده توسط شخص در حالت (۲)، ۴۰ درصد کم‌تر از حالت (۱) باشد، جابه‌جایی جسم در حالت (۱) چند برابر جابه‌جایی جسم در حالت (۲) است؟



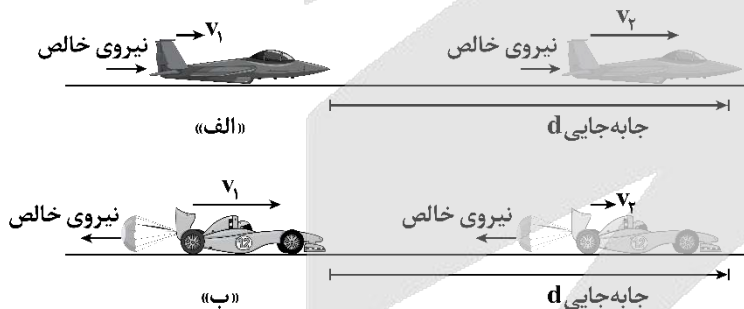
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴۵- شکل زیر، پدر و پسر را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. اگر کار کل انجام‌شده در طی ۲۰m جابه‌جایی، برابر ۳۴۰۰ ژول باشد، نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) چند نیوتون است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- (۱) ۳۰
(۲) ۴۰
(۳) ۵۰
(۴) ۶۰

۴۶- در شکل زیر، به ازای جابه‌جایی معین d بر روی یک مسیر مستقیم، کار کل انجام‌شده بر روی هواپیمای جنگی و ماشین مسابقه، به ترتیب از راست به چپ، و است.



- (۱) مثبت - مثبت
(۲) منفی - مثبت
(۳) منفی - منفی
(۴) مثبت - منفی

۴۷- توپ فوتبالی به جرم ۴۰۰g از یک ضربه ایستگاهی با تندی $30 \frac{m}{s}$ به طرف دروازه شوت می‌شود. اگر کار کل انجام‌شده بر روی توپ ۸۳/۲J- باشد، تندی توپ در برخورد به دستان دروازه‌بان چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۶



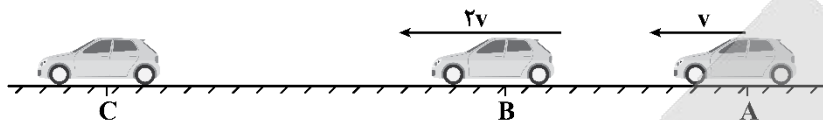
۴۸- برای این که تندی خودرویی با جرم ثابت از v در نقطه A به $2v$ در نقطه B برسد، باید کار کل W_{1f} روی آن انجام شود. اگر کار کل انجام شده بر روی خودرو از نقطه A تا C ، 8 برابر W_{1f} باشد، آن گاه تندی خودرو در نقطه C چند برابر تندی خودرو در نقطه B می شود؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$



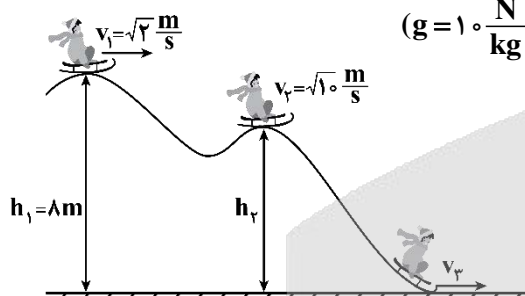
۴۹- سورتمه سواری مطابق شکل از ارتفاع 8 متری سطح زمین، روی مسیر بدون اصطکاکی با تندی $v_1 = \sqrt{2} \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده مماس بر سطح شروع به حرکت می کند. اگر اثر مقاومت هوا ناچیز باشد، ارتفاع h_2 و نیز تندی سورتمه در سطح زمین به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI هستند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $9, 7/6$

(۲) $9\sqrt{2}, 7/6$

(۳) $4, 5$

(۴) $5, 4\sqrt{5}$



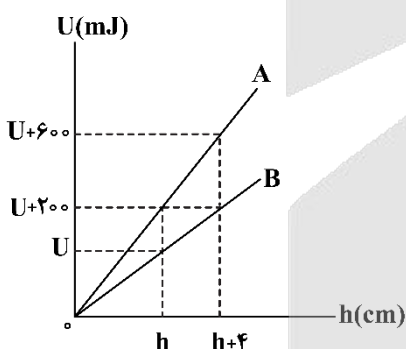
۵۰- نمودار انرژی پتانسیل گرانشی دو جسم A و B بر حسب ارتفاع آن ها از سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی مطابق شکل زیر است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

(۱) ۲

(۲) ۲۰

(۳) $\frac{1}{20}$

(۴) $\frac{1}{2}$



۵۱- گلوله ای به جرم $2kg$ را با تندی اولیه $30 \frac{m}{s}$ در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می کنیم. در لحظه ای که انرژی جنبشی گلوله، 20 درصد کم تر از انرژی پتانسیل گرانشی آن است، تندی گلوله چند متر بر ثانیه است؟ (اثر مقاومت هوا ناچیز است).

(۱) ۵

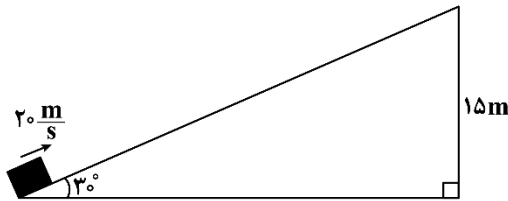
(۲) ۱۰

(۳) ۱۵

(۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

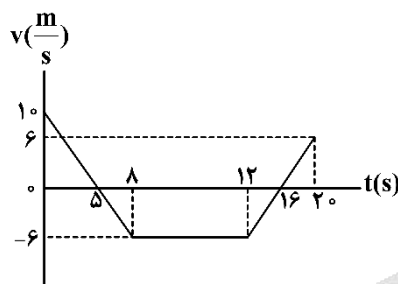
- ۵۲- مطابق شکل، جسمی را با تندی اولیه $20 \frac{m}{s}$ مماس بر سطح شیبدار، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر ۴۰ درصد انرژی جنبشی اولیه جسم توسط کار نیروی اصطکاک تلف شود، جسم بعد از طی چند متر بر روی سطح شیبدار متوقف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۱۸
(۲) ۵۶
(۳) ۲۴

(۴) جسم روی سطح شیبدار متوقف نمی‌شود.

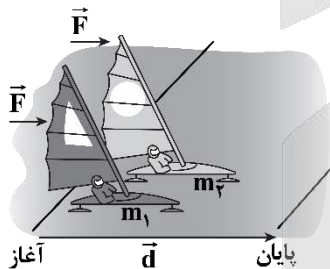
- ۵۳- نمودار سرعت - زمان حرکت متحرکی بر روی محور x مطابق شکل است. در چه تعداد از بازه‌های زمانی زیر، کار کل انجام‌شده بر روی جسم صفر است؟



«ت»	«پ»	«ب»	«الف»
۱۲s تا ۲s	۲۰s تا ۸s	۱۶s تا ۵s	صفر تا ۱۲s

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

- ۵۴- دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، به جرم‌های m_1 و m_2 روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ با وزیدن باد، مطابق شکل به هر یک از آن‌ها وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی $\vec{d}$ از خط پایان می‌گذرند. اگر درست پس از عبور از خط پایان، تندی قایق (۱)، $\frac{6}{5}$ برابر تندی قایق (۲) باشد، نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ و نسبت انرژی جنبشی قایق سنگین‌تر به انرژی جنبشی قایق سبک‌تر درست بعد از عبور از خط پایان به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

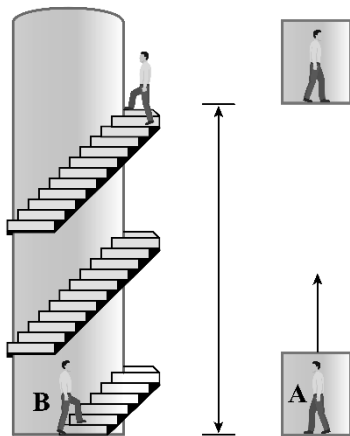


- (۲) $\frac{5}{6}, \frac{36}{25}$
(۴) $\frac{5}{6}, \frac{25}{36}$

- (۱) $1, \frac{36}{25}$
(۳) $1, \frac{25}{36}$

محل انجام محاسبات

۵۵- دو شخص هم جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسانسور و شخص B با تندی ثابت از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟ (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



الف: در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی شخص B از شخص A بیش‌تر است، چون سریع‌تر بالا رفته است.

ب: در طبقه دوم، انرژی پتانسیل گرانشی شخص A با شخص B یکسان است.

پ: کار نیروی وزن برای هر دو شخص A و B در این جابه‌جایی یکسان است.

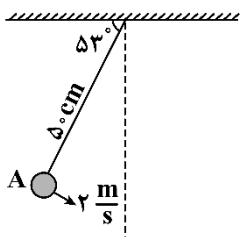
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

۵۶- در شکل زیر، گلوله آونگ در شرایط خلأ از نقطه A با تندی $2 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده‌شده عبور می‌کند. در لحظه‌ای که زاویه انحراف آونگ از راستای قائم برابر با 60° درجه می‌شود، تندی حرکت گلوله آونگ چند واحد SI است؟



$$(\sin 53^\circ = 0.8, g = 10 \frac{N}{kg})$$

۱ (۱)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۴)

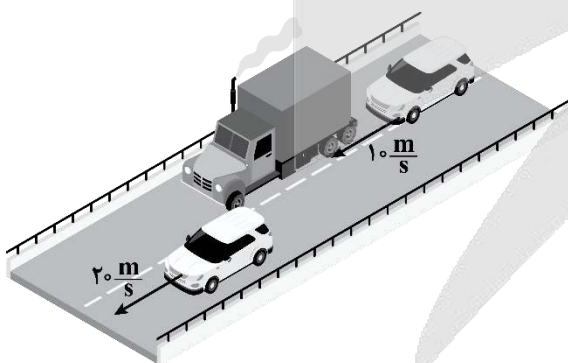
۵۷- شکل زیر، خودرویی به جرم 850 kg را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در یک مسیر مستقیم و در مدت 5 s تندی خود را از $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ به $v_2 = 20 \frac{m}{s}$ تغییر داده است. با صرف‌نظر از کار نیروهای اتلافی، توان متوسط خودرو برای انجام این کار باید چند اسب بخار باشد؟ ($1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$)

۳۴۰ (۱)

۳۴ (۲)

$3/4$ (۳)

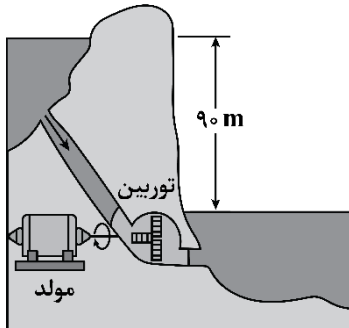
$6/8$ (۴)



محل انجام محاسبات



۵۸- آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی از ارتفاع ۹۰ متری، مطابق مسیر نشان داده شده در شکل روی پره های توربینی می ریزد و ۶۵ درصد کار نیروی گرانش صرف چرخاندن توربین می شود. اگر بازده مولد ۸۰ درصد بوده و در هر دقیقه $24 \times 10^9 \text{ cm}^3$ آب بر روی پره های توربین بریزد، توان الکتریکی خروجی مولد چند مگاوات است؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

(۱) ۲۲۶/۸

(۲) ۲۳۴

(۳) ۱۸۷/۲

(۴) ۲۸۸

۵۹- در شکل زیر، توان متوسط یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشین ۶۰۰ kg است، چند وات باشد تا در مدت ۲ min بتواند قایق را از حال سکون بعد از طی ۳۰ m جابه جایی مستقیم، به تندی $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ برسد؟ (نیروی مقاومتی که از طریق آب به قایق در حال حرکت وارد می شود ثابت بوده و بزرگی آن برابر ۴۰۰ N است.)



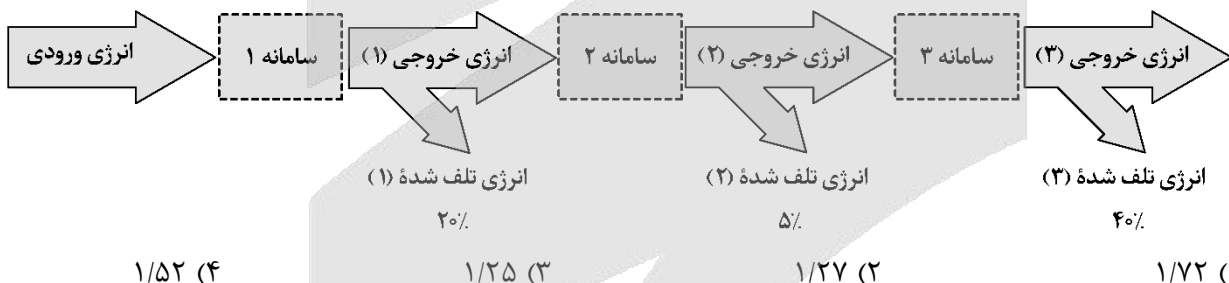
(۲) ۶۹۰

(۱) ۹۲۰

(۴) ۳۶۸

(۳) ۴۶۰

۶۰- شکل زیر طرحواره ای از درصد انرژی تلف شده در هر یک از سامانه های یک نیروگاه هسته ای را نشان می دهد. مجموع انرژی خروجی سامانه های (۲) و (۳) چند برابر انرژی ورودی سامانه (۲) است؟



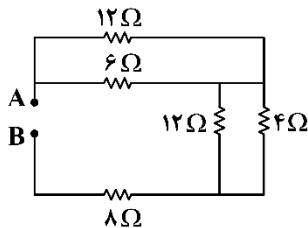
محل انجام محاسبات



فیزیک پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می دهید.

۶۱- نمودار تغییرات ولتاژ دو سر یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. اگر این مولد را به یک

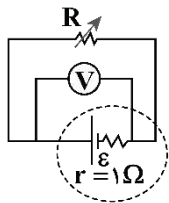
مقاومت ۶ اهمی متصل کنیم، ولتاژ دو سر این باتری چند ولت می شود؟



۶۲- در مدار نشان داده شده، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

- ۱۲ (۱)
 ۱۵ (۲)
 ۱۶ (۳)
 ۱۷ (۴)

۶۳- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوس را به اندازه 2Ω کاهش دهیم، عددی که ولت سنج آرمانی نشان می دهد، $\frac{2}{3}$



برابر می شود. R چند اهم است؟

- ۷ (۱)
 ۵ (۲)
 ۳ (۳)
 ۲ (۴)

۶۴- بر روی یک لامپ، مقادیر $60W$ و $220V$ نوشته شده است. اگر این لامپ به مدت ۱۰ ساعت در شبانه روز با ولتاژ $200V$

روشن باشد و بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات - ساعت، ۵۰ تومان باشد، هزینه یک ماه (۳۰ روز) مصرف این

لامپ تقریباً چند تومان است؟

- ۷۵۰ (۱) ۷۵۰۰۰۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۹۰۰۰۰۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۵- در سیم کشی منازل، همه مصرف کننده ها به طور موازی متصل می شوند. یک مدار سیم کشی خانگی ۲۲۰ ولت طوری طراحی شده است که حداکثر می تواند جریان ۱۵ آمپر را تحمل کند. در این منزل، یک اتوی ۱۰۰۰W، یک توستر (نان برشته کن) ۱۸۰۰W، یک بخاری برقی ۱۱۰۰W، یک کولر ۲۰۰۰W و چند لامپ ۱۰۰ واتی وجود دارد. با روشن بودن وسایل چه تعداد از موارد زیر، فیوز خواهد پرید؟

الف: اتو + توستر + چهار لامپ

ب: کولر + اتو + دو لامپ

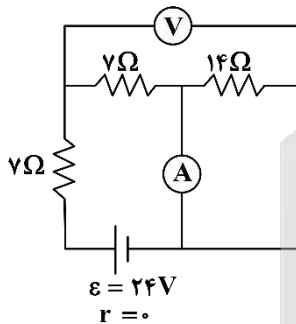
پ: بخاری برقی + کولر + یک لامپ

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۶- در دو سر یک سیم به طول ۲ متر و سطح مقطع 2mm^2 ، اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت برقرار کرده ایم. توان مصرفی در این سیم چند کیلووات می شود؟ (مقاومت ویژه این سیم برابر $10^{-4}\Omega\cdot\text{cm}$ است.)

(۱) ۴۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۴ (۴) ۸

۶۷- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی عوض شود، کدام مورد درست است؟



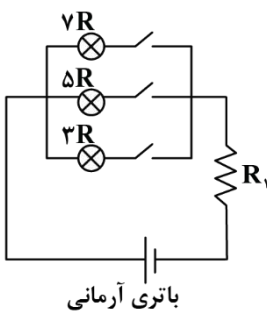
(۱) آمپرسنج عدد صفر را نشان می دهد.

(۲) ولتسنج عدد صفر را نشان می دهد.

(۳) عددهایی که آمپرسنج و ولتسنج نشان می دهند، هیچ تغییری نمی کند.

(۴) عددی که آمپرسنج نشان می دهد تغییر نمی کند، اما ولتسنج صفر را نشان می دهد.

۶۸- در شکل زیر، سه لامپ با مقاومت های ۳R، ۵R و ۷R توسط مقاومت R_1 به یک باتری آرمانی متصل شده اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها را یکی پس از دیگری ببندیم، کدام مورد درباره توان خروجی باتری صحیح است؟



(۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

(۲) پیوسته کاهش می یابد.

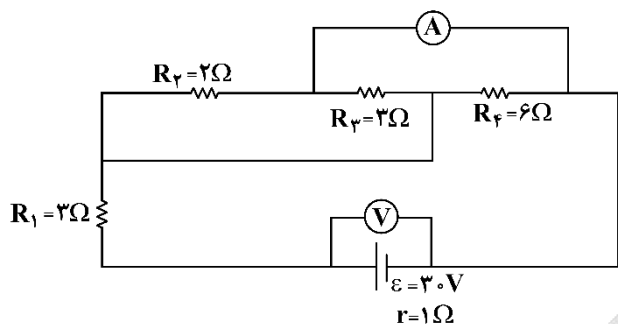
(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

(۴) پیوسته افزایش می یابد.

محل انجام محاسبات

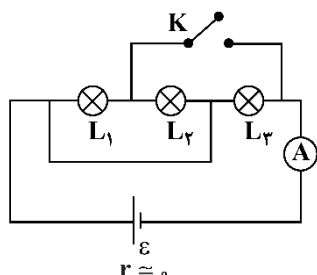


۶۹- در مدار شکل زیر اعدادی که آمپرسنج ایده آل و ولتسنج ایده آل نشان می دهند، در SI به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟



- (۱) $24\text{ V}, 1\text{ A}$
- (۲) $6\text{ V}, 1\text{ A}$
- (۳) $6\text{ V}, 5\text{ A}$
- (۴) $24\text{ V}, 5\text{ A}$

۷۰- در مدار روبه رو کلید K را می بندیم. چند مورد از موارد زیر درست است؟



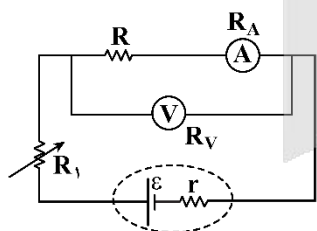
الف: لامپ های L_1 و L_2 روشن می شوند.

ب: نور لامپ L_3 تغییری نمی کند.

پ: عدد آمپرسنج افزایش می یابد.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) صفر

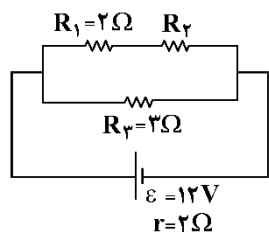
۷۱- شکل زیر، مداری را برای اندازه گیری مقاومت مجهول R نشان می دهد. فرض کنید در این مدار، ولتسنج، 30 V و ولت و آمپرسنج، 150 mA را نشان دهد. مقاومت ولتسنج $R_V = 15\text{ k}\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = 2\Omega$ است.



مقاومت R چند اهم است و جریان گذرنده از ولتسنج چند میلی آمپر است؟

- (۱) $1/98\text{ mA}, 198\Omega$
- (۲) $2\text{ mA}, 200\Omega$
- (۳) $2\text{ mA}, 198\Omega$
- (۴) $1/98\text{ mA}, 200\Omega$

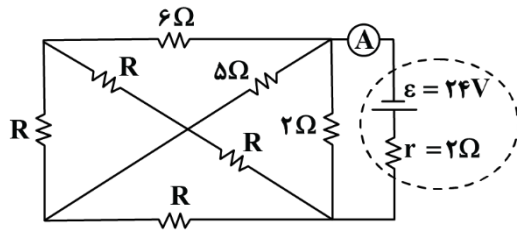
۷۲- در شکل زیر توان خروجی مولد بیشینه است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 چند ولت است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸

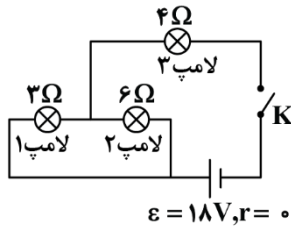
محل انجام محاسبات

۷۳- در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیر ایده آل به مقاومت $2/2\Omega$ ، مقدار جریان $4A$ را نشان می دهد. مقاومت الکتریکی R چند اهم است؟



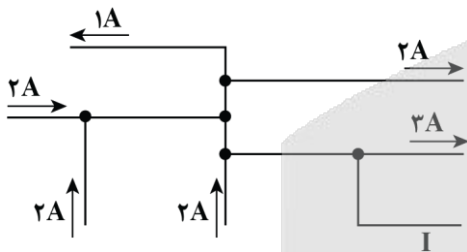
- (۱) ۷
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۸

۷۴- در شکل مقابل، وقتی کلید بسته شود، توان مصرفی لامپ (۱)، چند وات می شود؟



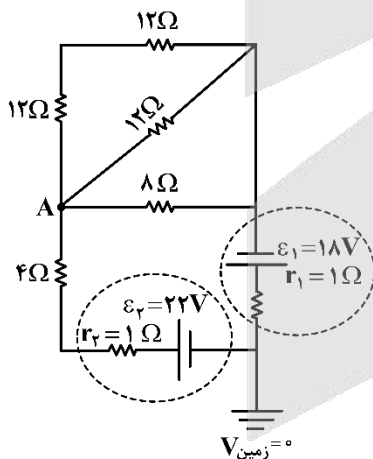
- (۱) ۳
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۷

۷۵- شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟



- (۱) $2A \rightarrow$
- (۲) $2A \leftarrow$
- (۳) $1A \rightarrow$
- (۴) جریانی از این سیم نمی گذرد.

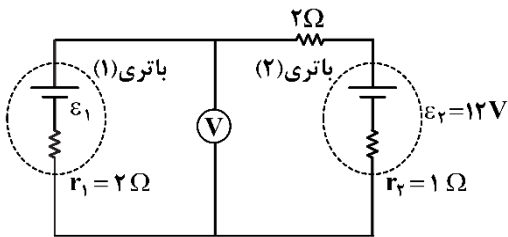
۷۶- در مدار مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟



- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) ۴
- (۴) -۴

محل انجام محاسبات

۷۷- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی $14/4$ ولت را نشان می‌دهد. در این صورت، باتری مصرف‌کننده توان است و ε_1 برابر ولت است.



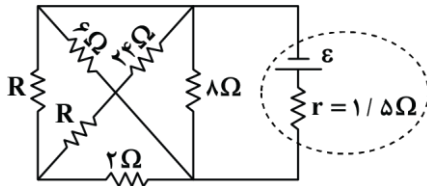
(۱) $12/8 -$

(۲) $12/8 -$

(۳) $16 -$

(۴) $16 -$

۷۸- در مدار زیر، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نصف نیروی محرکه است. مقاومت R چند اهم است؟



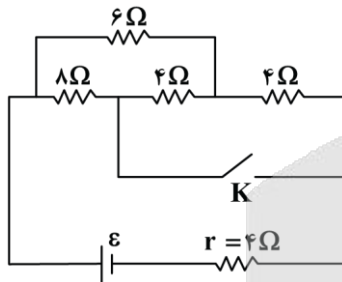
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) $4/5$

(۴) ۶

۷۹- در مدار مقابل، با بستن کلید K جریان عبوری از باتری چند برابر می‌شود؟



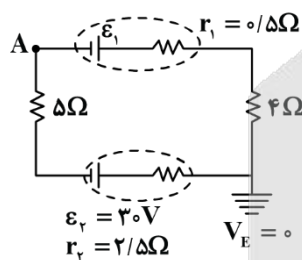
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

۸۰- در مدار زیر، توان ورودی باتری (۱)، ۲۸ درصد کل توان خروجی باتری (۲) است. پتانسیل نقطه A چند ولت است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۳۰

(۳) -۱۵

(۴) -۳۰

محل انجام محاسبات



شیمی پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۸۱- جدول زیر را در نظر بگیرید:

ستون	۱	۲	۳	۴
نام ترکیب	گالیم اکسید	کلسیم فسفات	اسکاندیم نیتريد	آمونیم نترات

نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب موجود در ستون، معادل با برابر نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار است.

(۱) ۱ - ۳ - مولکول اوزون (۲) ۲ - ۲ - مولکول آمونیاک

(۳) ۳ - ۲ - یون سولفات (۴) ۴ - ۰/۲۵ - یون کربنات

۸۲- با عبارت‌های داده شده در کدام گزینه‌ها، مفهوم علمی جمله زیر به درستی کامل می‌شود؟

«در میان عناصر دوره چهارم جدول تناوبی، عنصر وجود دارند که»

الف - هفت، زیرلایه d آن‌ها کاملاً پر است.

ب - چهار، در آخرین لایه الکترونی خود تنها یک الکترون دارند.

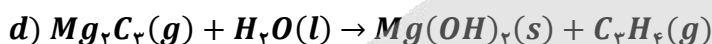
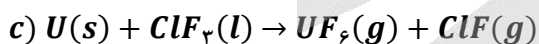
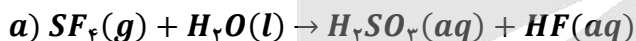
ج - هفت، شماره گروه آن‌ها با تعداد الکترون‌های با $l = 1$ آن‌ها برابر است.

د - سه، نسبت تعداد الکترون آخرین زیرلایه به تعداد الکترون‌های با $l = 2$ آن برابر ۰/۲ است.

(۱) «الف»، «ب» (۲) «ج»، «د» (۳) «الف»، «ج» (۴) «ب»، «د»

۸۳- پس از موازنه واکنش‌های زیر، نسبت مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌های واکنش a به فراورده‌های

واکنش c و تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری در واکنش‌های b و d کدام است؟



(۱) ۱/۲۵، صفر (۲) ۱/۲۵، ۲ (۳) ۱، ۲ (۴) ۱، صفر

۸۴- تفاوت شمار الکترون‌ها با شمار نوترون‌ها در یون $^{239}Pu^{2+}$ برابر ۵۳ است. اگر نیم‌عمر پلوتونیم برابر با ۱۱۰ سال باشد،

پس از ۳۳۰ سال، شمار ذره‌های باردار در اتم‌های Pu باقیمانده از نمونه اولیه ۴/۷۸ گرمی از اتم‌های این عنصر،

به تقریب کدام است؟

(۱) $1/4 \times 10^{22}$ (۲) $2/8 \times 10^{22}$ (۳) $1/4 \times 10^{23}$ (۴) $2/8 \times 10^{23}$

محل انجام محاسبات

۸۵- اگر دمای هوا در قله اورست در مقیاس کلوین ۱۸ درصد کم تر از سطح زمین باشد، ارتفاع کوه اورست برابر با چند متر است؟ (دمای سطح زمین را 21°C در نظر بگیرید.)

(۱) ۸۲۸۰ (۲) ۸۴۸۰ (۳) ۸۸۲۰ (۴) ۸۹۴۰

۸۶- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) اتمسفر کره زمین، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰ کیلومتری از سطح آن، وجود دارد.
- (۲) دمای هوا در ابتدای لایه ای از هواکره، که تغییرات آب و هوایی در آن رخ می دهد، در حدود ۲۸۷ کلوین است.
- (۳) اگر عنصری دارای ۲ الکترون در ساختار الکترون - نقطه ای خود باشد، قطعاً در گروه ۲ جدول دوره ای قرار دارد.
- (۴) اگر در آرایش الکترونی یک اتم، زیرلایه a زودتر از زیرلایه b پر شود، مجموع $n + l$ برای زیرلایه a ، کوچک تر است.

۸۷- اطلاعات موجود در کدام ردیف از جدول زیر، کاملاً درست است؟

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نسبت شمار آنیون به کاتیون
۱	آلومینیم فسفید	AlP_2	۳
۲	کلسیم اکسید	CaO	۲
۳	لیتیم نیترات	Li_3N	$\frac{1}{3}$
۴	منیزیم یدید	MgI_2	۲

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۸- اگر شمار الکترون های ظرفیت عنصر A ، دو برابر عنصر D باشد، کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) اگر عنصر D دارای ۹ الکترون با $l = 1$ باشد، عنصر A دارای حداقل ۱۲ الکترون با $l = 1$ است.
- (۲) اگر عنصر A دارای ۱۴ الکترون در لایه سوم خود باشد، عنصر D می تواند با Nb هم گروه باشد.
- (۳) اگر عنصر D از جمله عناصر دسته S جدول دوره ای باشد، عنصر A قطعاً در همین دسته قرار دارد.
- (۴) اگر عنصر A قادر به تشکیل یون A^{2-} باشد، عنصر D نمی تواند در میان عناصر دسته p قرار داشته باشد.

۸۹- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره، درست است؟

- (۱) اولین گازی که به صورت مایع از مخلوط جدا می شود، CO_2 است.
- (۲) در دمای 200°C ، هوای مایع، شامل چهار گاز فراوان هواکره است.
- (۳) دمای جوش سومین گاز نجیب فراوان هواکره، پایین تر از 200°C است.
- (۴) در این روش، تهیه سومین گاز فراوان هواکره به صورت خالص، دشوار و نسبتاً غیرممکن است.

محل انجام محاسبات



۹۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف - در اثر سوختن زغال سنگ، اکسیدهای سه اتمی گوگرد و کربن تولید می شود.
- ب - با افزودن مقداری سدیم اکسید به محلول منیزیم اکسید، pH محلول افزایش می یابد.
- ج - ترتیب جداسازی سه گاز فراوان هواکره در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، مطابق ترتیب فراوانی آن ها در هواکره است.
- د - هلیوم از واکنش های هسته ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه های آن، به میزان یکسان در میدان های گازی توزیع می شود.

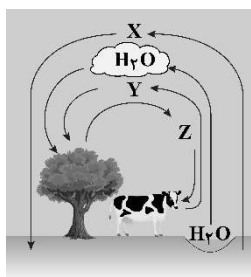
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۱- با توجه به شکل روبه رو، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟



- (۱) در سوختن ناقص، مقدار گاز Z در دسترس و گاز Y تولید شده کمتر است.
- (۲) مجموع شمار الکترون های ظرفیتی در عناصر موجود در گاز X ، برابر با ۱۲ است.
- (۳) گازهای X و Z به ترتیب فراوان ترین گازهای اتمسفر در هوای پاک و خشک هستند.
- (۴) با حل شدن گاز Y در محلول حاوی کلسیم اکسید، خاصیت اسیدی محلول افزایش می یابد.

۹۲- در جدول زیر، نقطه جوش سه گاز مشخص شده است. اگر دمای ظرف حاوی این گازها را به وسیله فشار، به طور

نقطه جوش ($^{\circ}C$)	گاز
-۱۶۰	A
-۱۷۰	B
-۱۸۰	C

پیوسته تا $185^{\circ}C$ - کاهش دهیم، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در دمای $93^{\circ}C$ کلوین، ماده C در حال جدا شدن از مخلوط گازی است.
- (۲) با افزایش دما ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به صورت $A \leftarrow B \leftarrow C$ است.
- (۳) به هنگام افزایش دما، در دمای $175^{\circ}C$ - فقط ماده A به صورت مایع وجود دارد.
- (۴) اگر ماده C به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای $80^{\circ}C$ کلوین، به صورت جامد است.

۹۳- اگر شمار یون ها در $40/2$ گرم منیزیم فسفید، $10^{23} \times 3/1$ واحد بیشتر از شمار یون ها در نمونه ای از روی اکسید

باشد، جرم این نمونه کدام است؟ ($Zn = 65, P = 31, Mg = 24, O = 16: g. mol^{-1}$)

۴۰/۵ (۴)

۴۲/۵ (۳)

۸۵ (۲)

۸۱ (۱)

۹۴- نمونه ای از نمک $MnCl_x$ به جرم $32/3$ گرم، دارای ۱۱ گرم کاتیون است. اختلاف شمار الکترون و نوترون در کاتیون

$^{55}_{25}Mn^{x+}$ کدام است؟ ($Cl = 35/5, Mn = 55: g. mol^{-1}$)

۸ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

محل انجام محاسبات



۹۵- نام چند مورد از ترکیب‌های زیر، نادرست نوشته شده است؟

- الف - ZnO : روی (II) اکسید
 ب - ScN : اسکاندیم نیتريت
 ج - CBr_4 : مونوکربن تترابرمید
 د - Fe_3P_2 : آهن (III) فسفید
 هـ - K_2S : پتاسیم دی سولفید
 و - CuO : مس (I) اکسید

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۶- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اکسیدهای کربن درست است؟

- (۱) اکسیدی که شمار اتم‌های بیشتری دارد، بی‌رنگ و بسیار سمی است.
 (۲) اکسیدی که جفت الکترون ناپیوندی کمتری دارد، چگالی بیشتری نسبت به هوا دارد.
 (۳) اکسیدی که جرم بیشتری دارد، به تنهایی، به هنگام سوختن ناقص و در شعله زرد اجاق گاز وجود دارد.
 (۴) اکسیدی که میل ترکیبی بیشتری با هموگلوبین خون دارد، همانند گاز نیتروژن، دارای پیوند سه‌گانه است.

۹۷- شمار الکترون‌های پیوندی در کدام مولکول، با سایر مولکول‌ها متفاوت است؟

(۱) SO_3 (۲) PCl_3 (۳) NH_3 (۴) CO

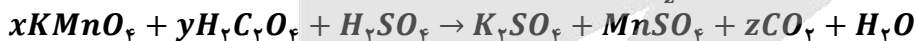
۹۸- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - عمده هلیوم کره زمین، در لایه‌های زیرین پوسته آن، وجود دارد.
 ب - گاز هلیوم، همانند فلز تکنسیم و گاز نیتروژن، در پزشکی و شاخه‌های آن، کاربرد دارد.
 ج - لایه‌های هواکره را می‌توان بر حسب تغییرات فشار، همانند تغییرات دما، جداسازی کرد.
 د - در فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره اولین گازی که از هوای مایع جداسازی می‌شود، آرگون است.
 (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ج» و «د»

۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع نادرست است؟

- (۱) گازی که کمترین درصد حجمی را در مخلوط هوای مایع دارد، دومین گازی است که از هوای مایع جداسازی می‌شود.
 (۲) گازی که نقطه جوش کمتری دارد، فراوان‌ترین گاز هواکره در هوای پاک و خشک است.
 (۳) اولین و سومین گازی که جداسازی می‌شوند، در همه لایه‌های هواکره وجود دارند.
 (۴) دومین گازی که جداسازی می‌شود، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و سمی است.

۱۰۰- در معادله واکنش زیر، پس از موازنه، حاصل عبارت $\frac{x \times y}{z}$ کدام است؟



(۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات

شیمی پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می دهید.

۱۰۱- آنتالپی سوختن گاز پروپن برابر با -2058 کیلوژول بر مول است. اگر ارزش سوختی گاز اتین به اندازه $1 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$ بیشتر از ارزش سوختی پروپن باشد، آنتالپی سوختن این ماده برابر با چند کیلوژول بر مول می شود؟

($C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) -1300 (۲) -1248 (۳) -1400 (۴) -1344

۱۰۲- اگر آنتالپی پیوندهای $C-C, C=C, C-H, C-O, O=O$ و $O-H$ به ترتیب برابر با $415, 496, 463$ کیلوژول بر مول باشد، به ازای سوختن هر مول بنزن در حالت گازی چند کیلوژول گرما آزاد می شود؟

- (۱) 3279 (۲) 3031 (۳) 3527 (۴) 3179

۱۰۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - انرژی گرمایی یک پارچ آب با دمای 40°C با انرژی گرمایی یک استخر آب با دمای 40°C برابر است.
ب - فرایند گوارش و سوخت و ساز بستنی در بدن انسان، برخلاف فرایند همدم شدن آن با بدن، گرماده است.
ج - آنتالپی سوختن یک نمونه از گاز اتن، در مقایسه با آنتالپی سوختن بخار اتانول و گاز پروپن منفی تر است.
د - اگر جرمهای برابر از گرافیت و الماس را بسوزانیم، انرژی حاصل از سوختن نمونه گرافیت بیشتر خواهد شد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- اگر آنتالپی سوختن اتانول مایع برابر با -1365 کیلوژول بر مول باشد، با انرژی حاصل از سوختن $6/9$ گرم اتانول، به شرطی که بازده درصدی واکنش برابر با 25% باشد، دمای چند گرم آب را می توان به اندازه 50°C افزایش داد؟ (گرمای ویژه آب $4/2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ است. $O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) $516/5$ (۲) $487/5$ (۳) $258/25$ (۴) $243/75$

۱۰۵- گاز آمونیاک بر اساس یک فرایند گرماده اکسایش پیدا می کند. گرما آزاد شده در کدامیک از معادلههای زیر در مقایسه با سایر موارد کمتر است؟

- (۱) $4\text{NH}_3(l) + 5\text{O}_2(g) \rightarrow 4\text{NO}(g) + 6\text{H}_2\text{O}(g)$
(۲) $4\text{NH}_3(g) + 5\text{O}_2(g) \rightarrow 4\text{NO}(g) + 6\text{H}_2\text{O}(g)$
(۳) $4\text{NH}_3(g) + 5\text{O}_2(g) \rightarrow 4\text{NO}(g) + 6\text{H}_2\text{O}(l)$
(۴) $4\text{NH}_3(l) + 5\text{O}_2(g) \rightarrow 4\text{NO}(g) + 6\text{H}_2\text{O}(l)$

محل انجام محاسبات

۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - اگر در یک سامانه، گاز N_2O_4 به NO_2 تجزیه شود، دمای محیط اطراف آن سامانه افزایش می‌یابد.

ب - یک گلوله آهن گداخته شده در مقایسه با یک استخر آب با دمای $50^\circ C$ ، انرژی گرمایی بیشتری دارد.

ج - اگر ظرفیت گرمایی نمونه‌هایی از آب و روغن زیتون برابر باشد، جرم نمونه روغن زیتون بیشتر خواهد بود.

د - اگر حجم یک مول گاز برابر $30L$ باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات این ماده به یقین بیشتر از مقداری آب $0^\circ C$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۷- با توجه به واکنش $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g), \Delta H = +65 kJ$ ، آنتالپی پیوند $H-H$ برابر چند کیلوژول بر مول بوده و به ازای مصرف ۳ مول گاز متان در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ (میانگین آنتالپی پیوندهای اشتراکی $C-H$ و $C-C$ به ترتیب برابر 424 و 348 کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود.)

(۱) $435 - 97/5$ (۲) $453 - 97/5$ (۳) $435 - 48/75$ (۴) $453 - 48/75$

۱۰۸- یک ورقه از جنس فلز آلومینیم به جرم $200g$ با گرمای ویژه $0.9 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ و دمای $370^\circ C$ در $960g$ اتانول با گرمای ویژه $2.4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ و دمای $25^\circ C$ فرو برده می‌شود. کدام مطلب در رابطه با این فرایند نادرست است؟ (گرمای ویژه یک نمونه از آب، برابر $4.2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ در نظر گرفته شود.)

(۱) تغییر مقدار انرژی گرمایی ورقه آلومینیمی بیشتر از تغییر مقدار انرژی گرمایی اتانول است.

(۲) در مقایسه با دمای آغازی ورقه آلومینیم، دمای پایانی سامانه به دمای آغازی اتانول، نزدیک‌تر است.

(۳) اگر به جای اتانول، 300 گرم آب $25^\circ C$ به کار رود، دمای تعادلی سامانه، بالاتر از دمای تعادلی فعلی خواهد بود.

(۴) میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات فلز آلومینیم، بیشتر از میانگین تندی و انرژی جنبشی اتانول تغییر می‌کند.

۱۰۹- برای بالا بردن دمای یک قطعه حلبی (آلیاژی از آهن و قلع) به جرم $3/2$ کیلوگرم از $25^\circ C$ به $498K$ ، به گرمای حاصل از سوختن کامل 5 گرم گاز متان با ارزش سوختی $56 kJ \cdot g^{-1}$ نیاز است. درصد جرمی فلز قلع در این قطعه کدام است و از سوختن $5/1$ مول متان چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه قلع و آهن را به ترتیب برابر $0.4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ و $0.45 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ در نظر بگیرید.) ($C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $445 - 20$ (۲) $448 - 20$ (۳) $445 - 25$ (۴) $448 - 25$

۱۱۰- برای افزایش دمای 15 مول آهن ($0.45 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$) از $280K$ به $300K$ ، چند کیلوژول انرژی لازم است و این مقدار انرژی، با مصرف چند مول گاز کلر در واکنش زیر به دست می‌آید؟ ($Fe = 56 g \cdot mol^{-1}$)

$2P(s) + 3Cl_2(g) \rightarrow 2PCl_3(l), \Delta H = -54 kJ$

(۱) $3/78 - 2/21$ (۲) $7/56 - 2/21$ (۳) $3/78 - 4/42$ (۴) $7/56 - 4/42$

۱۱۱- با توجه به واکنش‌های زیر، برای تولید $13/2$ گرم گاز CO_2 طبق معادله $CS_2(l) + 2H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2S(g)$ ، چند کیلوژول انرژی مبادله شده و این مقدار گاز کربن دی‌اکسید را بر اثر سوزاندن کامل چند گرم گلوکز می‌توان تولید کرد؟ ($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۱) $2H_2S(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l) + 2SO_2(g), \Delta H = -1125/2 kJ$

۲) $CS_2(l) + 3O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2SO_2(g), \Delta H = -1075/2 kJ$

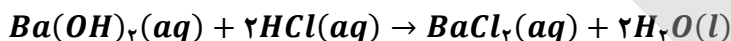
(۱) $30 - 9$ (۲) $15 - 9$ (۳) $30 - 18$ (۴) $15 - 18$

۱۱۲- کدام یک از عبارت های زیر نادرست است؟

- (۱) دیابت بزرگسالی یکی از بیماری های شایع در ایران بوده که مصرف بی رویه نان و شکر در ایجاد آن نقش به سزایی دارد.
- (۲) خوردن عسل، قند خون را افزایش و خوردن اسفناج، می تواند بدنی را که فقر آهن دارد، به حالت طبیعی برگرداند.
- (۳) گوشت ماهی، برخلاف گوشت قرمز، افزون بر پروتئین، محتوی انواع ویتامین ها و مواد معدنی است.
- (۴) انسان ها بعد از نخستین انقلاب صنعتی، توانستند حبوبات و غلات را به میزان انبوهی تولید کنند.

۱۱۳- مطابق واکنش زیر، محلولی به جرم ۲۰۰ گرم از باریوم هیدروکسید با درصد جرمی ۳۴/۲ درصد را با مقداری HCl واکنش می دهیم. اگر به آب تولید شده طی این فرآیند، ۲/۱۶ کیلوژول گرما داده شود، دمای آن $50^{\circ}C$ افزایش می یابد. بر این اساس، بازده واکنش انجام شده چند درصد بوده است؟ (گرمای ویژه آب برابر ۴ ژول بر گرم بر درجه سانتی گراد است.

$(Ba = 137, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$



۸۷ (۴)

۵۶ (۳)

۷۵ (۲)

۶۸ (۱)

۱۱۴- کدام یک از عبارت های زیر درست است؟

- (۱) در مولکول CH_3Cl ، مقدار میانگین آنتالپی پیوند حاوی اتم هالوژن، کمتر از پیوندهای دیگر است.
- (۲) مقدار گرمای جذب شده توسط واکنش $4Br(g) \rightarrow 2Br_2(g)$ ، نصف مقدار آنتالپی پیوند $Br - Br$ است.
- (۳) به کار بردن واژه میانگین آنتالپی پیوند برای پیوند $H - Cl$ ، مناسب تر از به کار بردن واژه آنتالپی پیوند برای آن است.
- (۴) آنتالپی پیوند کربن - اکسیژن در مولکول کربن مونوکسید، کمتر از میانگین آنتالپی پیوند آن در مولکول کربن دی اکسید است.

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - اگر انحلال شکر در چای فرایندی گرماگیر باشد، بر اثر این انحلال، دمای چای افزایش می یابد.
- ب - در واکنش فرضی تبدیل الماس به گرافیت گرما آزاد خواهد شد و سطح انرژی کربن کاهش می یابد.
- ج - اگر در واکنش سوختن متان، به جای گاز اکسیژن از گاز اوزون استفاده شود، گرمای تولید شده کاهش می یابد.
- د - گرمای لازم برای فرازش یک نمونه از یک ماده خالص، همواره بیشتر از گرمای لازم برای ذوب همان نمونه است.

(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

۱۱۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد یخچال صحرایی نادرست است؟

- (۱) هوای محیط پیرامون از پوشش بالایی یخچال وارد سامانه یخچال می شود.
- (۲) پوشش بالایی و میان دو بدنه داخلی و خارجی یخچال صحرایی مرطوب است.
- (۳) با تبخیر آب از بدنه داخلی یخچال، دمای فضای درونی یخچال کاهش می یابد.
- (۴) گرمای مبادله شده در آن ناشی از تفاوت در انرژی گرمایی واکنش دهنده و فراورده است.

محل انجام محاسبات



۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - آنتالپی یک ماده علاوه بر انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی آن ماده نیز بستگی دارد.
 ب - میانگین آنتالپی پیوندهای میان اتمهای کربن در بنزن کمتر از همین میانگین در نفتالن است.
 ج - با افزایش واکنش پذیری هالوژن ها، آنتالپی پیوند موجود در هیدروژن هالید آن، افزایش می یابد.
 د - گرمای تبدیل جرم های برابر گازهای اکسیژن و اوزون به اتم های مجزا، برای نمونه اکسیژن بیشتر است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۸- دو روش آزادسازی انرژی موجود در گلوکز در موجودات زنده اکسایش و تخمیر است. اگر در واکنش تخمیر گلوکز به ازای تولید هر مول گاز کربن دی اکسید، ۳۶ کیلوژول گرما تولید شود، گرمای حاصل از اکسایش یک گرم گلوکز با گرمای حاصل از تخمیر چند گرم گلوکز برابر است؟ (آنتالپی واکنش اکسایش گلوکز برابر 2808 kJ - است.

$$(H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1})$$

(۱) ۷۸ (۲) ۶۵ (۳) ۵۲ (۴) ۳۹

۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ادویه ها علاوه بر خوشایند کردن مزه، طعم و بوی غذا، می توانند مصرف دارویی داشته باشند و جلوی ایجاد التهاب را بگیرند.
 (۲) کوزه سفالی از خاک رس تهیه می شود و در بدنه آن روزنه هایی وجود دارد که آب از آن عبور کرده و سطح بیرونی را خیس می کند.
 (۳) در همه واکنش های شیمیایی تمام پیوندهای موجود در ساختار واکنش دهنده ها می شکند تا پیوندهای موجود در فراورده ها ایجاد شود.
 (۴) گروه عاملی، آرایشی از اتم ها در مواد آلی است که هم باعث خواص فیزیکی و هم خواص شیمیایی منحصر به فردی در آن ماده می شود.

۱۲۰- کدام یک از موارد زیر میان دو ایزومر می تواند متفاوت باشد؟

- (۱) مقدار (مول) هر ماده در یک گرم از آن
 (۲) شمار جفت الکترون های ناپیوندی
 (۳) نیروی بین مولکولی در ماده خالص
 (۴) شمار پیوندهای اشتراکی

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۳ شهریورماه

شیمی ۱	فیزیک ۱	آمار و احتمال	ریاضی پایه
رد پای گازها در زندگی صفحه های ۶۶ تا ۸۴	دما و گرما صفحه های ۸۳ تا ۱۰۲		توابع نمایی و لگاریتمی حسابان ۱: صفحه های ۷۱ تا ۹۰
شیمی ۲	فیزیک ۲	آمار توصیفی صفحه های ۶۹ تا ۹۴	هندسه ۲
در پی غذای سالم صفحه های ۷۷ تا ۹۸	مغناطیس صفحه های ۸۳ تا ۱۰۸		تبدیل های هندسی و کاربردها صفحه های ۴۳ تا ۵۴

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایه دهم یا یازدهم است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۳۰ مردادماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال ۷۵ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۷ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
	۱۳ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	فیزیک	۴
	۱۰ دقیقه	۵۰	۴۱	۱۰	شیمی	۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
(تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهشتی)
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

سهم در کنکور: ۱ سؤال

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
(تا قبل از حل دستگاه معادلات)
صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳

سهم در کنکور: —

حسابان ۲

تابع
صفحه‌های ۱ تا ۱۴

سهم در کنکور: —

شیمی ۳

مولکول‌ها در خدمت تندرستی
(تا قبل از اسید و باز)
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

سهم در کنکور: ۲ سؤال

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
(تا قبل از حرکت با شتاب ثابت)
صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴

سهم در کنکور: ۱ سؤال

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش‌خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه دوازدهم

پنج آزمون پیش‌خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع‌بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش‌خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم ریافت می‌کنید.

ویژه دانش‌آموزان پیش‌نماز





۱- نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10$ از کدام ناحیه محورهاى مختصات نمى گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

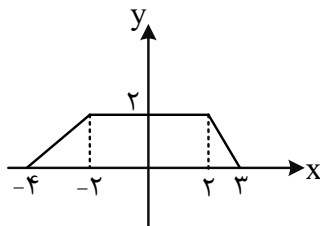
۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$ را دو واحد به چپ انتقال داده، سپس نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ضابطه تابع

حاصل به صورت $g(x) = \frac{2x+3}{3-x}$ خواهد بود. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مساحت ناحیه محصور به نمودار تابع $g(x) = f(2x-1)$ و بالای

محور طول ها و سمت راست محور عرض ها کدام است؟

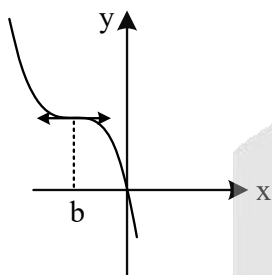


(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$



۴- اگر نمودار تابع $f(x) = (a-2x)^3 - 4a$ شکل مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟

(۱) ۴

(۲) -۴

(۳) -۲

(۴) ۲

۵- نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - 3x$ را نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم، سپس طول نقاط نمودار به دست آمده

را نصف و عرض آن ها را دو برابر می کنیم. اگر نمودار به دست آمده را یک واحد به راست منتقل کنیم، ضابطه

تابعی که نمودار آن رسم شده است، کدام است؟

(۲) $y = 16x^2 - 4x - 2$

(۱) $y = 16x^2 - 20x + 4$

(۴) $y = 16x^2 + 44x + 28$

(۳) $y = 16x^2 + 28x + 10$

محل انجام محاسبات



- ۶- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۱ واحد در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها، ۳ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{9}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

- ۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، نمودار حاصل را چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا نمودار اصلی را در $x=3$ قطع کند؟

(۱) $\frac{13}{18}$ (۲) $\frac{5}{13}$ (۳) $\frac{18}{5}$ (۴) $\frac{12}{5}$

- ۸- تابع $y=f(x)$ با دامنه $[-2, 3]$ و برد $[-3, 2]$ مفروض است. اگر دامنه و برد تابع $y=3-\frac{1}{4}f(1-2x)$ به ترتیب دارای m و n عدد صحیح باشند، حاصل $m-n$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

- ۹- قرینه نمودار تابع $y = \sqrt{2x+3}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده و سپس ۱ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. اگر تابع به وجود آمده از این فرآیند را $f(x)$ بنامیم، فاصله نقطه تلاقی نمودار f و خط $y=x+5$ از نقطه $(1, -1)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۱۰- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به $g(x)=2f(3x-1)+1$ تبدیل شود، نقطه $A(2, -1)$ بر روی f به چه نقطه‌ای از تابع g متناظر می‌شود؟

(۱) $(1, -1)$ (۲) $(3, -1)$ (۳) $(6, -1)$ (۴) $(9, -1)$

محل انجام محاسبات

۱۱- اگر $A^5 = I$ باشد وارون ماتریس A^6 کدام است؟

- (۱) A (۲) A^4 (۳) A^3 (۴) A^2

۱۲- $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ و $A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، AB کدام است؟

(۲) $\begin{bmatrix} \frac{2}{15} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{15} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$

(۱) $5 \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۱۳- اگر $A \neq 0$ و $A^2 = A$ ، آنگاه وارون ماتریس $I + 3A$ به صورت $I + kA$ است. k کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۱۴- در ماتریس A داریم: $(A^2 - A + I)^{-1} = (A + I)$. ماتریس A کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $A^2 = 3A - I$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و A ماتریسی وارون پذیر باشد، آن گاه $A^{-1}B$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^{-1} + \frac{1}{4}B^{-1} = I$ ، آن گاه حاصل ضرب درایه های غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس B چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۷- اگر A ، B و C ماتریس های مربعی و از مرتبه ۲ و روابط $(A^{-1} - B^{-1})^{-1} = A - B$ و $C = AB^{-1} + BA^{-1}$ برقرار باشند، آن گاه مجموع درایه های $C^3 + 3C$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۸- اگر $(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های $(A - I)^{-1}A$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۱۹- مجموع درایه های غیر واقع بر قطر اصلی ماتریس A از تساوی $A + 2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 2A + I$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴) ۱۹

۲۰- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $AB + 2I = A$ باشد، جمع درایه های سطر اول ماتریس $13A^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۲۱- اگر α و β هر دو گنگ باشند، آن گاه حداکثر چه تعداد از اعضای مجموعه $A = \{\alpha + \beta, \alpha - \beta, \alpha + 2\beta, \alpha - 2\beta\}$ می توانند به طور همزمان گویا باشند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۲- اثبات کدام گزاره با برهان خلف امکان پذیر نیست؟

(۱) اگر n عددی طبیعی و n^2 مضرب ۳ باشد، n نیز مضرب ۳ است.

(۲) اگر n عددی گنگ باشد، $\frac{1}{n}$ نیز گنگ است.

(۳) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) اگر m گویا و n گنگ باشد، آن گاه $m + n$ گنگ است.

۲۳- بزرگ ترین عدد طبیعی سه رقمی مانند n که در رابطه $17 \mid 9n - 2$ صدق کند را t می نامیم. t به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۲۴- چند جواب مختلف برای $(2a-4, 4a+2)$ وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- چند عدد طبیعی دو رقمی n وجود دارد به طوری که $2n+1$ و n^2-1 شمارنده مشترک اول نداشته باشند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۹۰

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر عدد صحیح a در تقسیم بر اعداد ۲۴ و ۲۱ به ترتیب باقی مانده های ۱۹ و ۷ داشته باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم a بر ۵۶ کدام رقم دهگان را دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- اگر $۲n^3 + ۳n^2 + n | a + ۴$ ، باقی مانده تقسیم $(a+1)^2$ بر ۱۸ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۸- فرض کنید $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} + \frac{1}{3} = 0$ باشد. اگر x و y اعدادی صحیح و غیرمنفی باشند، مقدار $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۹- عکس کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

(۲) $a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$

(۱) $a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$

(۴) $a \equiv b + mk \Rightarrow a + mk \equiv b$

(۳) $a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow ac \equiv bd$

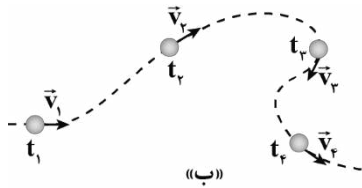
۳۰- در تقسیم عدد طبیعی a بر b ، خارج قسمت برابر با ۱۷ و باقی مانده برابر با ۲۹ است. چند عدد ۳ رقمی برای a یافت می شود که مضرب ۹ باشند؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

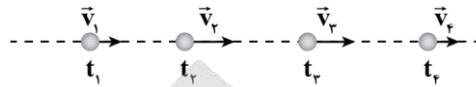
محل انجام محاسبات



۳۱- در چه تعداد از شکل‌های زیر، متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند؟



«ب»



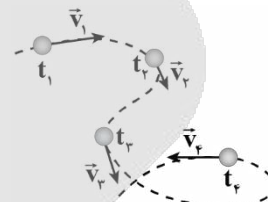
«الف»

۱ (۱)

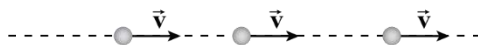
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



«پ»



«ت»

۳۲- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ در SI برابر $2\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_2 = 6s$ تا $t_3 = 15s$ در SI برابر $3\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_3 = 15s$ در SI کدام است؟

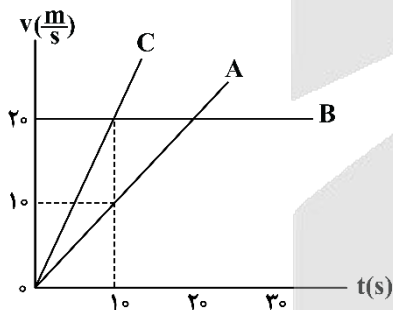
۴ $-\frac{1}{2}\vec{i}$

۳ $-\vec{i}$

۲ $\vec{i}$

۱ $\frac{1}{2}\vec{i}$

۳۳- نمودار سرعت - زمان برای سه متحرک A، B و C که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. کدام گزینه در مورد مقایسه شتاب حرکت این سه متحرک صحیح است؟



۱ $a_C = 2a_A > a_B = 0$

۲ $a_C = \frac{1}{2}a_A > a_B = 0$

۳ $a_B > a_C > a_A$

۴ $a_B = 2a_C = 4a_A$

محل انجام محاسبات

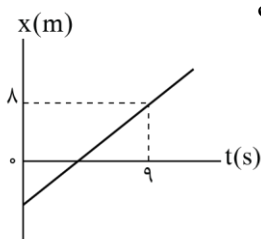
۳۴- جسمی با سرعت ثابت بر روی یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 3s$ در مکان $x_1 = -10m$ و در لحظه $t_2 = 12s$ در مکان $x_2 = 8m$ باشد، در لحظه $t = 20s$ فاصله آن از محل شروع حرکت چند متر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۴ (۴) ۴۰

۳۵- دو دوندۀ A و B که تندی A دو برابر تندی B است، همزمان از دو نقطه به سمت یکدیگر شروع به دویدن می کنند. اگر این دو متحرک بعد از ۳ ساعت به یکدیگر برسند، چند ساعت بعد از شروع حرکت دوندۀ B به مکان اولیۀ دوندۀ A می رسد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۳۶- نمودار مکان - زمان متحرکی بر روی محور X، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیۀ سوم حرکتش، ۲ متر بر ثانیه باشد، بردار مکان این متحرک در چه لحظه ای تغییر جهت می دهد؟

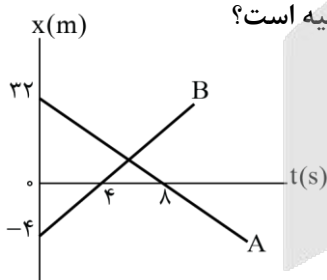


- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۳۷- متحرکی بر روی مسیر مستقیمی در حال حرکت است. اگر متحرک نیمی از مسیر را با تندی ۷ و نیمی را با تندی ۲۷ بپیماید، متحرک در t_1 ثانیه به مقصد می رسد. اگر متحرک نیمی از مدت حرکت را با تندی ۷ و نیمی را با تندی ۲۷ بپیماید، متحرک در t_2 ثانیه به مقصد می رسد. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) ۱ (۴) ۲

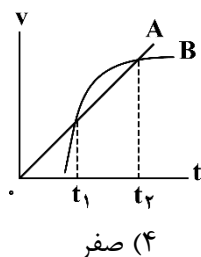
۳۸- نمودار مکان - زمان دو اتومبیل A و B که بر روی مسیر مستقیم در حال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اختلاف زمانی بین دو لحظه ای که فاصله دو خودرو از یکدیگر ۶ متر می شود، چند ثانیه است؟



- (۱) ۰/۶
(۲) ۱/۲
(۳) ۲/۴
(۴) ۳/۶

محل انجام محاسبات

۳۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟



الف: بزرگی سرعت متوسط دو متحرک برابر است.

ب: تندی متوسط متحرک B بیش تر از متحرک A است.

پ: شتاب متوسط دو متحرک برابر است.

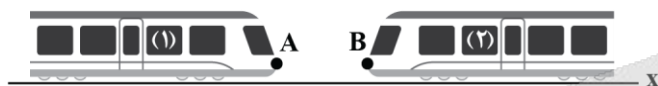
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

۴۰- مطابق شکل زیر، قطار (۱) به طول ۴۰۰ متر با تندی ثابت $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و قطار (۲) به طول ۳۰۰ متر با تندی ثابت $۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به طرف یکدیگر در مسیری مستقیم و در دو ریل موازی در حال حرکت هستند. اگر مکان جلوی دو قطار در یک لحظه برابر $x_A = -۵۵۰\text{m}$ و $x_B = ۰$ باشد، در لحظه ای که دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می کنند، جلوی قطار (۱) در فاصله چندمتری از مبدأ مکان قرار دارد؟



۴۵۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۲۵۰ (۳)

۳۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات

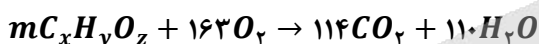


۴۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - استون، اتانول و پروپانئیک اسید، از طریق جاذبه‌های بین مولکولی مشابه در آب حل می‌شوند.
 ب - یک نمونه از شربت معده، برخلاف یک نمونه از رنگ‌های پوششی، ناپایدار بوده و تهنشین می‌شود.
 ج - با افزودن نمک سدیم فسفات به صابون‌ها، قدرت پاک‌کنندگی این مواد در مواجهه با آب سخت افزایش می‌یابد.
 د - شمار عناصر موجود در ساختار یک پاک‌کننده غیرصابونی، می‌تواند برابر با شمار عناصر در ساختار نوعی صابون باشد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲- کدام مطلب زیر، درست است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) نیروی بین ذرات سازنده در نمک پتاسیم اسیدهای چرب، نسبت به نمک سدیم اسیدهای چرب قوی‌تر است.
 (۲) پیوندهای $C = C$ موجود در یک مول پاک‌کننده غیرصابونی، حداقل با ۶ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.
 (۳) نیروی جاذبه بین الیاف پارچه پلی‌استری و آلاینده‌ها، از نیروی جاذبه بین الیاف پارچه نخی و آلاینده‌ها ضعیف‌تر است.
 (۴) صابون مراغه به دلیل داشتن انواعی از مواد گوگرددار، در از بین بردن جوش‌های صورت و قارچ‌های پوستی کاربرد دارد.
 ۴۳- در اثر سوختن ۱۷۸ گرم از یک استر سه عاملی با فرمول مولکولی $C_xH_yO_z$ مطابق واکنش زیر، چند لیتر گاز اکسیژن با حجم مولی ۲۴L مصرف شده و برای تولید ۰/۳ مول صابون جامد از این استر، چند میلی‌لیتر محلول سود ۲ مولار نیاز است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $H = 1, C = 12, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۳۹۱/۲ - ۱۵۰ (۲) ۷۸۲/۴ - ۲۵۰ (۳) ۳۹۱/۲ - ۲۵۰ (۴) ۷۸۲/۴ - ۱۵۰

۴۴- در ساختار مولکولی یک اسید چرب سیرشده، ۲۳ پیوند اشتراکی $C - H$ وجود دارد. هر گرم از این اسید چرب، با چند مول اتانول به طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟

($H = 1, C = 12, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۰/۰۱ - ۰/۰۹ (۲) ۰/۰۰۵ - ۰/۰۹ (۳) ۰/۰۱ - ۰/۱۸ (۴) ۰/۰۰۵ - ۰/۱۸

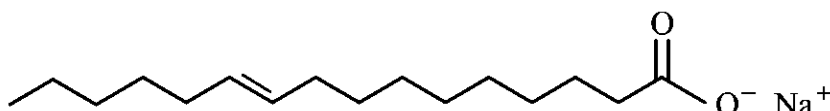
۴۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - استون، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
 ب - اوره از جمله مواد محلول در آب بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن، همانند آمونیاک، بزرگ‌تر از صفر است.
 ج - در واحد فرمولی هر صابون با زنجیره کربنی سیرشده، شمار اتم‌های H کمتر از ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است.
 د - با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.

- (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات

۴۶- صابون زیر را در نظر بگیرید:



برای آن که این صابون بتواند قدرت پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد، باید غلظت آنیون آن در آب به 0.02 مولار برسد. اگر غلظت یون کلسیم در آب لوله‌کشی 120 ppm باشد، حداقل چند میلی‌گرم صابون را باید در 100 mL از این آب حل کرد تا صابون پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد؟ (چگالی آب لوله‌کشی $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ بوده و از تغییر حجم آب صرف‌نظر شود).
($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Na = 23$ و $Ca = 40$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) $220/8$ (۲) $294/4$ (۳) $441/6$ (۴) $588/8$

۴۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) افزایش دمای آب، همانند افزودن آنزیم‌های مناسب، قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را افزایش می‌دهد.
 - (۲) نقطه جوش اسید چرب $C_{17}H_{35}COOH$ از نقطه جوش اسید آلی موجود در محلول سرکه کمتر خواهد بود.
 - (۳) پاک‌کننده‌های غیر صابونی از جمله مواد آروماتیک بوده و بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها آلودگی‌ها را پاک می‌کنند.
 - (۴) نسبت تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در بخش آنیونی یک پاک‌کننده غیر صابونی به یک صابون جامد، برابر $1/8$ است.
- ۴۸- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- الف - نسبت شمار آنیون به کاتیون در پاک‌کننده‌های غیر صابونی، مشابه به مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات است.
 - ب - در ساختار پاک‌کننده‌های غیر صابونی، برخلاف اسیدهای چرب، حتماً پیوند دوگانه وجود دارد.
 - ج - با استفاده از پاک‌کننده‌های غیر صابونی، آب و مقداری از اسیدهای چرب، می‌توان یک کلونید ایجاد کرد.
 - د - قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیر صابونی، در مواجهه با آب دریا نسبت به صابون‌ها کمتر است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۹- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - صابون مراغه حاوی مواد شیمیایی کلردار بوده و از آن برای شستن موهای چرب استفاده می‌شود.
 - ب - با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در صابون‌ها، انحلال‌پذیری این مواد در آب افزایش پیدا می‌کند.
 - ج - سوسپانسیون‌ها شامل ذرات ریز ماده هستند و همانند یک نمونه از کلونیدها، نور را پخش می‌کنند.
 - د - آب مناطق کویری شور بوده و قدرت پاک‌کنندگی انواع صابون‌های جامد و مایع در مواجهه با آن‌ها کاهش می‌یابند.
- (۱) «الف» و «د» (۲) «ج» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف» و «ب»

۵۰- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با پاک‌کننده‌ها درست است؟

- (۱) پاک‌کننده‌های ساخته شده از مخلوط $NaOH$ و پودر آلومینیم، در هنگام واکنش با آب گاز هیدروژن آزاد می‌کنند.
- (۲) محلول سود، یک پاک‌کننده خورنده بوده و همانند یک نمونه از سرکه سفید، کاغذ pH را آبی‌رنگ می‌کند.
- (۳) پاک‌کننده‌های خورنده، همانند صابون‌ها با مولکول‌ها و ذرات آلاینده‌ها وارد واکنش شیمیایی می‌شوند.
- (۴) پاک‌کننده‌های غیر صابونی، در آب و چربی قابل حل بوده و با محلول آبی $CaCl_2$ واکنش می‌دهند.



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۳ شهریورماه

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
صفحه های ۱ تا ۲۵

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۲۲ تا ۲۶

حسابان ۲

تابع
(تا ابتدای تقسیم و بخش پذیری)
صفحه های ۱ تا ۱۸

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از رسانایی الکتریکی
محلولها)
صفحه های ۱ تا ۱۶

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
(تا قبل از حرکت با شتاب ثابت)
صفحه های ۲ تا ۱۴

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات پایه دوازدهم به صورت اختیاری است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۳۰ مردادماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
رضا سیدنجفی مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمد رضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت اللهی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
رامین رزمجو محمد رضا جمشیدی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی فرهنگ امیری - مهسا بایمانی نژاد عالیه میرزایی - بنیامین بهرامی حسین ایروانی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت های خوبتون انرژی می گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



به کدام سؤال‌ها در آزمون جواب بدیم؟

توی مقاله قبلی یاد گرفتیم چطور زمان آزمون رو بین درس‌ها تقسیم کنی و سؤالات رو توی دو دور جواب بدی. حالا وقتشه یک مهارت دیگه یاد بگیریم: **اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤال‌ها**. یعنی بدونی کدوم سؤال‌ها رو اول بزنی تا با همون زمان و انرژی، درصد بیشتری بگیریم.

یک باور اشتباه درباره سؤال‌های سخت

بعضیا فکر می‌کنن اگه به یک سؤال خیلی سخت و وقت‌گیر جواب بدن، خیلی از بقیه جلو می‌افتن. ولی واقعیت اینه که توی کنکور، سخت یا آسون بودن سؤال، هیچ تأثیری روی درصد نداره.

مثلاً اگه یک درس ۲۰ سؤال داشته باشه و تو ۱۴ تا رو جواب بدی که ۳ تا غلط باشه، یکی از درست‌ها حزنه و درصدت همیشه:

$$50\% = 20 \div 40$$

فرقی نمی‌کنه سؤال سخت زده باشی یا آسون؛ آخرش تعداد درست‌ها مهمه. پس باید دنبال سؤال‌های آسون‌تر و سریع‌تر بگردی تا بیشترین درست رو توی کمترین زمان بزنی.

چطور سؤال‌های سریع‌تر رو پیدا کنیم؟

این مهارت یک‌شبه به دست نیامد، اما با تمرین و چند تا نکته می‌تونی زودتر یادش بگیریم:

■ سؤالات محاسباتی یا غیرمحاسباتی؟

سؤالای محاسباتی معمولاً وقت بیشتری می‌گیرن. البته گاهی ظاهر سؤال محاسباتیه ولی جواب‌ها عدد نیستن یا راه‌حل کوتاهیه، اینا رو سریع‌تر میشه زد.

■ طول سؤال و گزینه‌ها

سؤالای کوتاه و تعریفی رو یا می‌دونی یا نمی‌دونی؛ تکلیفشون تو همون چند ثانیه مشخص میشه. اما سؤالای بلند با متن پیچیده یا گزینه‌های طولانی، معمولاً وقت‌گیرترن.

■ سؤالای تحلیلی

سؤالایی که باید چند مورد رو مقایسه یا بررسی کنی، زمان بیشتری می‌خوان. اگه دیدی باید چند بار برگردی و اطلاعات رو تطبیق بدی، بذارش برای دور دوم.

■ گیر نکن!

وقتی سؤال رو می‌خونی، اگه راه‌حل واضح و سریع تو ذهنت اومد، احتمالاً سؤال سریعه. ولی اگه توی ۳۰-۴۵ ثانیه حس کردی داری گیر می‌کنی یا زمان می‌پره، ردش کن و علامت بزن برای بعد.

■ اسکن سریع

وقتی وقتت محدوده، اول سؤالای یک درس رو سریع با چشم اسکن کن. سؤالای کوتاه و ساده‌تر رو علامت بزن تا توی دور اول به سراغشون بری.



یادت باشه:

«سؤال سریع» لزوماً «آسون» نیست! ممکنه یک سؤال مفهومی عمیق باشه ولی سریع جواب بدی، و یک سؤال ساده رو به خاطر محاسبات طولانی دیر حل کنی. سرعت فقط به سؤال ربط نداره، به تمرکز و دقت هم بستگی داره.

تمرین کن تا چشم‌هات تیز بشه!

بهترین راه برای قوی شدن توی این مهارت، تمرینه. موقع تست زدن توی خونه یا آزمون‌های آزمایشی:

■ با زمان واقعی تمرین کن:

وقتی توی خونه تست میزنی، تایمر بذار. برای هر سؤال، مثل جلسه آزمون، ۴۵-۵۰ ثانیه برای دروس خوندنی و ۶۰-۷۰ ثانیه برای دروس محاسباتی وقت داشته باش. این کار باعث میشه ذهنت یاد بگیره سرعت لازم رو پیدا کنه و بفهمی کدوم سؤال ارزش وقت گذاشتن داره.

■ بعد از آزمون، تحلیل کن:

فقط درست یا غلط بودن رو نگاه نکن. از خودت پرس:

چرا این سؤال رو سریع حل کردم؟

چرا روی این سؤال وقت تلف شد؟

آیا سؤال وقت گیر رو اشتباهی در دور اول انتخاب کردم؟

چه نشونه‌هایی باعث شد سؤالی رو سریعی تشخیص بدم؟

■ دفترچه نشونه‌ها بساز:

تو یه دفتر جداگانه، نشونه‌های سؤالات سریع تر رو بنویس. مثلاً:

سؤالات کوتاه + گزینه‌های مشخص = سریع تر

سؤالات تحلیلی + متن طولانی = وقت گیر

سؤال محاسباتی ساده با اعداد راحت = سریع تر

این دفترچه کم کم تبدیل به مرجع شخصی تو میشه و چشمت رو تیزتر می کنه.

با تکرار این کار، کم کم چشم‌هات تیز میشه و توی جلسه کنکور می تونی سؤالات سریع تر رو شکار کنی و زمانت رو برای سؤالات وقت گیرتر نگه داری.

جمع بندی آخر...

● همه سؤال‌ها ارزش پکسای دارن، پس دنبال سختی و سخت تر بودن نرو.

● سؤالاتی رو اول جواب بده که سریع تر می تونی حل کنی.

● سؤالاتی وقت گیر رو برای دور دوم بذارتا چیزی از دستت درنره.

● با قدرین زیاد، سرعت تشخیصت بالا میره و استرست توی جلسه کمتر میشه.

هر آزمون آزمایشی فرصتیه برای قوی تر شدن توی این مهارت. آله پارها و پارها قمر بنش کنی، روژ لکورهی تویی بدون استرس، بهترین درصد ممکن رو بگیری.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
بالا را اسکن کنید!

ریاضی ۱: توان‌های گویا و عبارات جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۶۸
هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (تا پایان دوران)، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳
آمار و احتمال: احتمال، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۸

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی ۱: تست ۱ از تست ۴ کنکور
هندسه ۲: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: ۱ تست از ۴ تست کنکور

سهم در
کنکور

۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟

(الف) اگر a عددی حقیقی بوده و $a^5 > a^9$ ، آن‌گاه $0 < a < 1$ است.

(ب) اگر a عددی حقیقی باشد، به طوری که $a^2 + a < 0$ ، آن‌گاه قطعاً $\sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a}$ است.

(ج) هر عدد حقیقی، همواره دارای دو ریشه سوم است که قرینه یکدیگرند.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی موارد:

گزاره (الف) **نادرست** است، زیرا اگر $a = -2$ باشد، $a^5 = -32$ و $a^9 = -512$ و شرط $a^5 > a^9$ برقرار است ولی a در بازه $(0, 1)$ نیست.

گزاره (ب) **نادرست** است، زیرا اگر شرط $a^2 + a < 0$ برقرار باشد، با استفاده از تعیین علامت معادله درجه دوم داریم:

a	-1	0
$a^2 + a$	$+$	$-$

یعنی باید $0 < a < -1$ باشد، که در این صورت برای اعدادی که در بازه $(-1, 0)$ قرار دارند، شرط $\sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a}$ برقرار نیست. به عنوان نمونه

اگر $a = -\frac{1}{15}$ باشد، خواهیم داشت:

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{15}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{15}}, \quad \sqrt[5]{-\frac{1}{15}} = -\frac{1}{\sqrt[5]{15}} \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt[3]{15}} > -\frac{1}{\sqrt[5]{15}}$$

گزاره (ج) **نادرست** است، زیرا هر عدد حقیقی دارای فقط یک ریشه سوم است. اگر $a < 0$ باشد، ریشه سوم آن عددی منفی و اگر $a > 0$ باشد، ریشه سوم آن عددی مثبت است.

دنیایی از نامساوی‌های ریشه‌ای!

۴ حالت داریم: $(m, n \in \mathbb{N}; m, n \geq 2)$

(۱) $a > 1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$

(۲) $0 < a < 1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$

(۳) $a < -1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ (م و n فرد)

(۴) $-1 < a < 0$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$ (م و n فرد)



۲- اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، حاصل عبارت $|a - \sqrt[4]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{a} - a$
 (۲) $a - \sqrt[4]{a}$
 (۳) $-a - \sqrt[3]{a} + 2\sqrt[4]{a}$
 (۴) $a + \sqrt[3]{a} - 2\sqrt[4]{a}$

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

چون $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، و زیر رادیکال با فرجه زوج باید مثبت باشد؛ پس $0 < a < 1$ است و در نتیجه: $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a}$ ، $a < \sqrt[4]{a}$. بنابراین:

$$|a - \sqrt[4]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}| = -(a - \sqrt[4]{a}) - (-(\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a})) = -(a - \sqrt[4]{a}) + (\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}) = -a + \sqrt[4]{a} + \sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a} = \sqrt[3]{a} - a$$



۳- ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{a}}$ است. حاصل $\frac{1}{4}(a+1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$
 (۲) $\frac{8}{\sqrt[3]{3}}$
 (۳) $3\sqrt[3]{3}$
 (۴) $2\sqrt[3]{3}$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

ریشه پنجم عدد ۳۲ برابر $\sqrt[5]{32} = 2$ است، پس:

$$\sqrt[5]{2\sqrt[3]{a}} = 2 \Rightarrow 2\sqrt[3]{a} = 4 \Rightarrow \sqrt[3]{a} = 2 \Rightarrow a = 8$$

بنابراین حاصل $\frac{1}{4}(a+1)$ برابر است با:

$$\frac{1}{4}(a+1) = \frac{1}{4}(8+1) = \frac{1}{4} \times 9 = 9 \times \frac{1}{4} = 9^{\frac{1}{4}} = 9^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{27} = 3\sqrt[3]{3}$$



۴- چند عدد طبیعی مضرب ۵ وجود دارد که ریشه سوم آن‌ها در بازه $(8, 10)$ قرار داشته باشند؟

- (۱) ۸۷
 (۲) ۸۸
 (۳) ۹۷
 (۴) ۹۸

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

اگر اعداد مطلوب را x بنامیم، باید $x = 5k$ و $8 < \sqrt[3]{x} < 10$ باشد، که در این صورت داریم:

$$8 < \sqrt[3]{x} < 10 \Rightarrow 512 < x < 1000 \Rightarrow 512 < 5k < 1000$$

$$\Rightarrow \frac{512}{5} < k < \frac{1000}{5} \Rightarrow 102.4 < k < 200 \Rightarrow 103 \leq k < 200$$

$$\Rightarrow 103 \leq k \leq 199 \Rightarrow \text{تعداد } k \text{ ها} = 199 - 103 + 1 = 97$$

$$\text{تعداد } x \text{ ها} = 97$$



۵- ریشه سوم عددی مثبت با ریشه پنجم چهار برابر آن عدد برابر است. ریشه ششم مثبت این عدد کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$
 (۲) $\sqrt[3]{2}$
 (۳) $\sqrt[3]{4}$
 (۴) $\sqrt[3]{8}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

اگر عدد را x در نظر بگیریم، ریشه سوم آن $\sqrt[3]{x}$ و ریشه پنجم چهار برابر آن به صورت $\sqrt[5]{4x}$ نوشته می‌شود. حال تساوی داده شده در صورت



سوال را به زبان ریاضی می نویسیم و برای این که از شر رادیکال خلاص شویم دو طرف را به توان ۱۵ می رسانیم چرا که ک.م.م ۳ و ۵ است:

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[5]{4x} \xrightarrow{\text{توان ۱۵}} (\sqrt[3]{x})^{15} = (\sqrt[5]{4x})^{15} \Rightarrow \sqrt[3]{x^{15}} = \sqrt[5]{(4x)^{15}}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{15}{3}} = (4x)^{\frac{15}{5}} \Rightarrow x^5 = (4x)^3 \Rightarrow x^{\cancel{5}} = 64x^{\cancel{3}} \Rightarrow x^2 = 64$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 \xrightarrow{\text{طبق صورت سؤال } x > 0} x = 8$$

خواسته سوال عبارت است از $\sqrt[6]{8}$ که آن را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

ریشه n ام

اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، در این صورت، اگر $a = b^n$ باشد، آن گاه b را یک ریشه n ام عدد a می نامیم. توجه داشته باشید که:

$a > 0$	زوج n	a دارای دو ریشه n ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.
	فرد n	a دارای یک ریشه n ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.
$a < 0$	زوج n	ریشه n ام وجود ندارد.
	فرد n	a دارای یک ریشه n ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.

یک قانون مهم در توان های گویا

اگر $a > 0$ و $a, m, n \in \mathbb{N}$ باشند، در این صورت:

$$\begin{cases} a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \\ a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \end{cases}$$



۶- اگر $3^a = 2$ و $5^b = 3$ باشد، حاصل $\frac{(45)^{ab}}{4^b}$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{45^{ab}}{4^b} = \frac{(9 \times 5)^{ab}}{4^b} = \frac{9^{ab} \times 5^{ab}}{4^b} = \frac{(3^2)^{ab} \times (5^b)^a}{4^b} = \frac{(3^a)^{2b} \times 3^a}{4^b} = \frac{(2)^{2b} \times 2}{4^b} = \frac{(2^2)^b \times 2}{4^b} = \frac{4^b \times 2}{4^b} = 2$$





۷- با فرض $\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \frac{1}{4}$ ، حاصل $\sqrt{\frac{x}{\sqrt[4]{x}}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt[4]{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2}} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

دو تا رادیکال زیر هم بره چی می شه؟

$$\sqrt[n]{m\sqrt[n]{a}} = mn\sqrt[n]{a}$$

اگر $a > 0$ باشد، داریم:

ابتدا فرض مسئله را به کمک نکته فوق، تا جای ممکن ساده می کنیم:

$$\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^3} \times x \sqrt{x}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[9]{x^4 \sqrt{x}} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt[9]{\sqrt{x^8} \times x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[18]{x^9} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x = \frac{1}{16}$$

حال به سراغ خواسته سوال می رویم، اما قبل از جایگذاری x در آن، فرم کلی آن را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$A = \sqrt{\frac{x}{\sqrt[4]{x}}} = \sqrt{\frac{\sqrt[4]{x^4}}{\sqrt[4]{x}}} = \sqrt{\sqrt[4]{\frac{x^4}{x}}} = \sqrt{\sqrt[4]{x^3}} = \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[4]{x}$$

حال $x = \frac{1}{16}$ را در آن جایگذاری می کنیم:

$$A = \sqrt[4]{x} \xrightarrow{x=\frac{1}{16}} \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{2^{-2}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

••• ib •••

۸- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2^3 \sqrt[4]{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{2^2} \times 16^{-\frac{3}{2}}}$ به صورت 2^n می باشد. n کدام است؟

$$\frac{47}{6} \quad (4)$$

$$\frac{43}{6} \quad (3)$$

$$\frac{37}{6} \quad (2)$$

$$\frac{29}{6} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت داده شده را با استفاده از قوانین توان و رادیکال، مرتب و ساده می کنیم:

$$\frac{\sqrt[3]{2^3 \sqrt[4]{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{2^2} \times 16^{-\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt[4]{8 \times 4}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{2} \times (2^4)^{-\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^5}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-6}} = \frac{2^{\frac{5}{12}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}-6}} = \frac{2^{\frac{5}{12} + \frac{6}{12}}}{2^{-\frac{17}{12}}} = \frac{2^{\frac{11}{12}}}{2^{-\frac{17}{12}}} = 2^{\frac{11}{12} - (-\frac{17}{12})} = 2^{\frac{11}{12} + \frac{17}{12}} = 2^{\frac{28}{12}} = 2^{\frac{7}{3}} \Rightarrow n = \frac{7}{3}$$

کار کردن با رادیکال ها

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

اگر a عددی مثبت باشد، برای هر دو عدد طبیعی m و n داریم:

ضرب و تقسیم رادیکال ها

♦ اگر فرجه ها یکسان باشد:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

رادیکال های با فرجه یکسان را می توان در هم ضرب، یا بر هم تقسیم کرد.



راستی تا یادم نرفته: اگر n زوج باشد، a و b باید نامنفی باشند! در ضمن در رابطه سمت راستی باید $b \neq 0$ باشد.

♦ اگر فرجه‌ها متفاوت باشد، دو راهکار داریم:

۱) اول اینکه با استفاده از تعریف توان گویا $(\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}})$ رادیکال‌ها را به شکل توانی می‌نویسیم و از خواص توان‌ها استفاده می‌کنیم.

۲) دومین راهکار، یکسان کردن فرجه‌هاست، فرجه مشترک ک.م.م فرجه‌هاست، سپس باید فرجه مشترک را بر هر کدام از فرجه‌ها تقسیم کرده و حاصل را در توان عبارت زیر رادیکال ضرب کنیم، ببینید:

$$\sqrt{5} \times \sqrt[5]{5^3} = \sqrt[2 \times 5]{5^{1 \times 5}} \times \sqrt[5 \times 2]{5^{3 \times 2}} = \sqrt[10]{5^5} \times \sqrt[10]{5^6} = \sqrt[10]{5^{11}}$$

جمع و تفریق رادیکال‌ها

در حالت کلی **نمی‌توان** گفت: $\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \pm b}$ ، در صورتی می‌توان رادیکال‌ها را جمع و تفریق کرد که دقیقاً یکسان باشند.

یه نمونه باحال ببین

$$a^m \sqrt[n]{b} \pm c^m \sqrt[n]{b} = (a \pm c)^m \sqrt[n]{b}$$

اگر توان عبارت زیر رادیکال با فرجه یکسان باشد، از زیر رادیکال بیرون می‌آید:

$$\sqrt[n]{a^n \times b^m} = \begin{cases} |a| \sqrt[n]{b^m} : \text{زوج } n \\ a \sqrt[n]{b^m} : \text{فرد } n \end{cases}$$

در ضمن اگر توان بزرگ‌تر از فرجه بود، توان را تفکیک کنید.

$$\sqrt[n]{a^{n+1}} = \sqrt[n]{a^n \times a} = a \sqrt[n]{a} ; (n \text{ فرد یا زوج و } a > 0)$$

و اگر بخواهیم عددی را زیر رادیکال ببریم، باید آن را به توان فرجه برسانیم.

$$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \times b}$$

در این حالت، توجه داشته باشید که منفی پشت رادیکال با فرجه زوج بیرون می‌ماند و حق ورود ندارد!

یه نمونه باحال ببین

$$-3\sqrt{5} = -\sqrt[2]{3^2 \times 5} = -\sqrt{45}$$

قانون ضرب فرجه‌ها

فرجه‌های زیر هم، در هم ضرب می‌شوند، همین! ببینید:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = (\sqrt[n]{a})^{\frac{1}{m}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$



۹- اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a$ و $2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3$ ، مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به سراغ عبارت دومی که صورت سوال داده است می‌رویم و در سمت چپ آن از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3 \Rightarrow 2(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-a}) = 3 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-a} = \frac{3}{2}$$

با دقت به عبارت به دست آمده و صورت سوال می‌بینیم که سمت چپ عبارت به دست آمده، مزدوج سمت چپ عبارت اول صورت سوال

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-a} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a \end{cases}$$

است، پس داریم:



طرفین را در هم ضرب می‌کنیم

$$(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-a})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-a})=\frac{3}{2}a \Rightarrow (\sqrt{x+2})^2-(\sqrt{x-a})^2=\frac{3}{2}a$$

اتحاد مزدوج

$$\Rightarrow x+2-(x-a)=\frac{3}{2}a \Rightarrow x+2-x+a=\frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow 2+a=\frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{3}{2}a-a=2 \Rightarrow a=4$$

اتحادها رو یادته؟

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2 \text{ اتحاد مزدوج}$$

$$(a \pm b)^2=a^2 \pm 2ab+b^2 \text{ اتحاد مربع دو جمله‌ای}$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab+b^2)=a^3 \pm b^3 \text{ اتحاد چاق و لاغر}$$

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab \text{ اتحاد جمله مشترک}$$

$$(a \pm b)^3=a^3 \pm 3a^2b+3ab^2 \pm b^3 \text{ اتحاد مکعب دو جمله‌ای}$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc \text{ اتحاد مربع سه جمله‌ای}$$



۱۰- اگر $x^2+y^2=3xy$ باشد، حاصل $A=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ کدام است؟ ($x>y>0$)

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$A=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}=\frac{(x-y)(\overbrace{x^2+y^2+xy}^{3xy})}{(x+y)(\underbrace{x^2+y^2-xy}_{3xy})}=\frac{(x-y)(3xy)}{(x+y)(3xy)}=2 \times \frac{x-y}{x+y}$$

$$\Rightarrow A^2=4 \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}=4 \times \frac{x^2+y^2-2xy}{x^2+y^2+2xy}=4 \times \frac{xy}{5xy}=\frac{4}{5}$$



$$\Rightarrow A = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

می دانیم $x > y > 0$ است. بنابراین $A > 0$ می باشد:



۱۱- اگر $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ باشد، آن گاه $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + x + x^2 + x^3$ کدام است؟

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$x = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} = 2-\sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2+\sqrt{3} + 2-\sqrt{3} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \times \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$$

$$x + x^2 + x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 4 + 14 + 52 = 70$$

ابتدا $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ را گویا می کنیم:

همچنین داریم:

در نتیجه:

همچنین می توان نوشت:

پس داریم:

اتحاد مکعب دوجمله ای

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

نتایج این اتحاد

$$(a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$





۱۲- اگر $A = \frac{5\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{7+\sqrt{10}} + \frac{2\sqrt{2}+1}{3-\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $A^2 - 6$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{5}$

(۱) $\sqrt{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \frac{5\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{7+\sqrt{10}} + \frac{2\sqrt{2}+1}{3-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5})^3 - (\sqrt{2})^3}{7+\sqrt{10}} + \frac{(\sqrt{2})^3 + 1}{3-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(7+\sqrt{10})}{7+\sqrt{10}} + \frac{(\sqrt{2}+1)(3-\sqrt{2})}{3-\sqrt{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{5} + 1$$

$$\Rightarrow A^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 = 6 + 2\sqrt{5} \Rightarrow A^2 - 6 = 2\sqrt{5}$$

•• ibo ••

۱۳- مجموع مقادیر x در معادله $x + \sqrt{x}\sqrt{2x-1} = \sqrt[3]{4}(8)^{-\frac{1}{6}}$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$x + \sqrt{x}\sqrt{2x-1} = \sqrt[3]{4}(8)^{-\frac{1}{6}} \Rightarrow x(x+1)\sqrt{2x-1} = \frac{2}{2^3} \times 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{x-1}{2^{x(x+1)}} = \frac{1}{2^6} \Rightarrow \frac{x-1}{x(x+1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 + x = 6x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 5$$

تجزیه عبارت‌های جبری

۱) می‌دانیم که تجزیه یک عبارت به معنای تبدیل آن به حاصل ضرب حداقل دو عبارت است. از جمله تجزیه‌هایی که در حل معادله درجه دوم استفاده می‌شوند، عبارت‌اند از:

۱. فاکتورگیری:

$$ax^2 + bx = x(ax + b)$$

۲. تجزیه به کمک اتحاد مزدوج:

$$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$$

۳. تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک:

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$AB = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

۲) اگر A و B دو عبارت جبری باشند و $AB = 0$ ، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت صفر است، یعنی:

•• ibo ••

۱۴- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{1+\sqrt{5}}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۲) $2\sqrt{2}-1$

(۱) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

با فرض $\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}=A$ داریم:

$$A^2 = \sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2+2\sqrt{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$

$$A^2 = 2\sqrt{5}+2\sqrt{5-4} \Rightarrow A^2 = 2\sqrt{5}+2$$

$$A^2 = 2(\sqrt{5}+1) \Rightarrow A = \sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt{5}+1}$$

حال داریم:

$$\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{1+\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt{5}+1}}{\sqrt{1+\sqrt{5}}} = \sqrt{2}$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\sqrt{2} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) = 1$$

••• i/o •••

۱۵- مقدار عبارت $A = \frac{1}{\sqrt{5}-k} + \frac{1}{\sqrt{5}+k}$ به ازای $k = \sqrt{5}-\sqrt{5}$ چه عددی است؟

(۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۱) ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$A = \frac{1}{\sqrt{5}-k} + \frac{1}{\sqrt{5}+k} = \frac{\sqrt{5}+k+\sqrt{5}-k}{5-k^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5-k^2}$$

با توجه به آن که:

$$k = \sqrt{5}-\sqrt{5} \Rightarrow k^2 = 5-\sqrt{5} \Rightarrow 5-k^2 = \sqrt{5}$$

$$A = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2 \Rightarrow A = 2$$

••• i/o •••

۱۶- کدام عامل در تجزیه عبارت x^4+x^2+1 دیده می شود؟

(۲) x^2+x-2

(۱) x^2-x+1

(۴) x^2+x+2

(۳) x^2-x-1

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

به عبارت داده شده، x^2 را اضافه و کم می کنیم:

$$\text{عبارت} = (x^4+x^2+1) + x^2 - x^2 = (x^4+2x^2+1) - x^2$$



حال با کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای پرانتز را تجزیه می‌کنیم و سپس از اتحاد مزدوج کمک می‌گیریم:

$$\text{عبارت} = (x^2 + 1)^2 - (x)^2 = \left((x^2 + 1) - x \right) \left((x^2 + 1) + x \right) = \underbrace{(x^2 - x + 1)}_{\text{گزینه ۱}} (x^2 + x + 1)$$

روش دوم

به ازای عددی دلخواه مانند $x = 3$ حاصل عبارت داده شده برابر ۹۱ می‌شود که فقط بر عدد **گزینه ۱** یعنی ۷ بخش پذیر است.



۱۷- مقدار $\frac{1}{2-\sqrt{5}} + \sqrt{14+6\sqrt{5}}$ برابر است با:

- (۱) $5+2\sqrt{5}$ (۲) ۱ (۳) $-5-2\sqrt{5}$ (۴) -۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

تجزیه برخی عبارت‌های رادیکالی به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای

در عبارت $A \pm 2\sqrt{B}$ اگر بتوان دو عدد مانند α و β یافت که $\alpha + \beta = A$ و $\alpha\beta = B$ باشد؛ داریم:

$$(\sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta})^2 = A \pm 2\sqrt{B}$$

$$14 + 6\sqrt{5} = 14 + 2\sqrt{45}$$

با توجه به نکته:

دو عدد ۵ و ۹ جمعشان ۱۴ و ضربشان ۴۵ است. پس:

$$14 + 2\sqrt{45} = (\sqrt{5} + \sqrt{9})^2 \Rightarrow \sqrt{14 + 2\sqrt{45}} = \sqrt{5} + \sqrt{9} = 3 + \sqrt{5}$$

در کسر $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$ نیز، مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = -2-\sqrt{5}$$

$$-2-\sqrt{5} + 3 + \sqrt{5} = 1$$

پس حاصل نهایی برابر است با:



۱۸- هرگاه $a = \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}$ به طوری که $A = (a + \frac{1}{a} + \sqrt{3})(a + \frac{1}{a} - \sqrt{3})$ ، مقدار $(A+1)^2$ چه عددی است؟

- (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$A = (a + \frac{1}{a})^2 - 3 \Rightarrow A = a^2 + \frac{1}{a^2} - 1$$

$$a = \sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^2} \Rightarrow a = \sqrt{\sqrt{2}-1} \Rightarrow a^2 = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}+1$$

از طرفی:

$$A = a^2 + \frac{1}{a^2} - 1 \Rightarrow A = \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1 - 1$$

به این ترتیب:

$$A = 2\sqrt{2}-1 \Rightarrow A+1 = 2\sqrt{2} \Rightarrow (A+1)^2 = 8$$





۱۹- ساده شده عبارت $A = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۲\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گویا کردن کسر با مخرج رادیکالی

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\alpha-\beta} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}}{\alpha-\beta}$$

ابتدا تک تک مخرجها را گویا می کنیم:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3-3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3-3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$A = \alpha + \beta = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

۲۰- حاصل عبارت $A = \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{3}-1$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1 \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} \quad (۱)$$

$$\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1 \quad (۳)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با دقت به کسرهایی داده شده می بینیم که $x^2 + x$ قابل تجزیه به $x(x+1)$ است، پس به کمک مخرج مشترک گیری داریم:

$$A = \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} A = \frac{1+x+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x(x+1)} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{x} \xrightarrow{x=\sqrt[3]{3}-1} A = \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1}$$

برای گویا کردن مخرج کسر بالا، چون رادیکال با فرجه ۳ داریم، مخرج کسر را در قسمت چاق اتحاد چاق و لاغر ضرب می کنیم:

$$\Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} \times \frac{(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} + 1)} = \frac{2(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\sqrt[3]{3})^3 - 1^3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$$



۲۱- کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱) در انتقال و دوران نمی‌توانیم نقاط ثابت تبدیل باشیم.
- (۲) در دوران با زاویهٔ منفرجه، جهت شکل حفظ نمی‌شود.
- (۳) در انتقال، پاره‌خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کند با بردار انتقال مساوی و موازی‌اند.
- (۴) بازتاب فقط در صورتی شیب خط را حفظ می‌کند که پاره‌خط AB بر محور بازتاب عمود باشد.

پاسخ: گزینه ۳

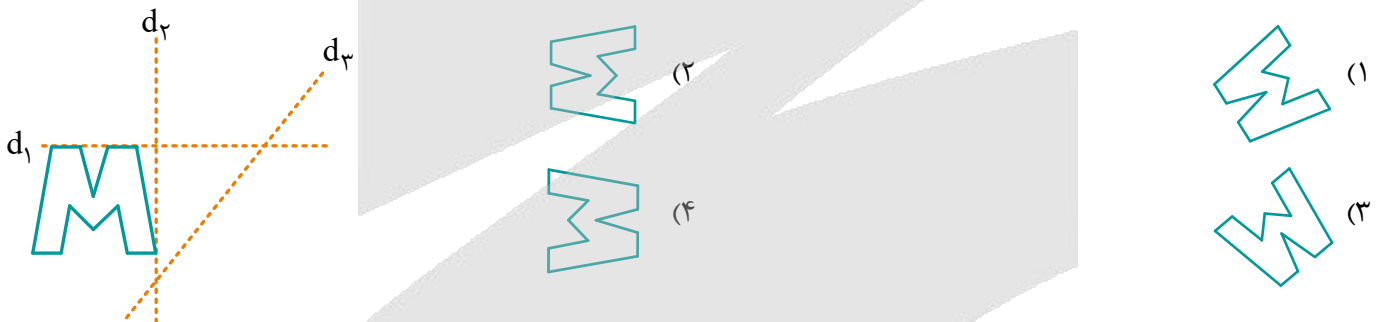
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

بررسی موارد:

- ① انتقال با بردار صفر، شکل را روی خودش تصویر می‌کند و بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
 - ② دوران با زاویهٔ 0° یا 360° شکل را روی خودش تصویر می‌کند و بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
 - ③ دوران همیشه جهت شکل را حفظ می‌کند.
 - ④ در انتقال، پاره‌خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کند با بردار انتقال مساوی و موازی‌اند.
 - ④ بازتاب در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند، مگر در حالتی که:
 - ① پاره‌خط AB بر محور بازتاب عمود باشد.
 - ② پاره‌خط AB با محور بازتاب موازی باشد.
- بنابراین گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست هستند و فقط گزینه ۳ درست است.

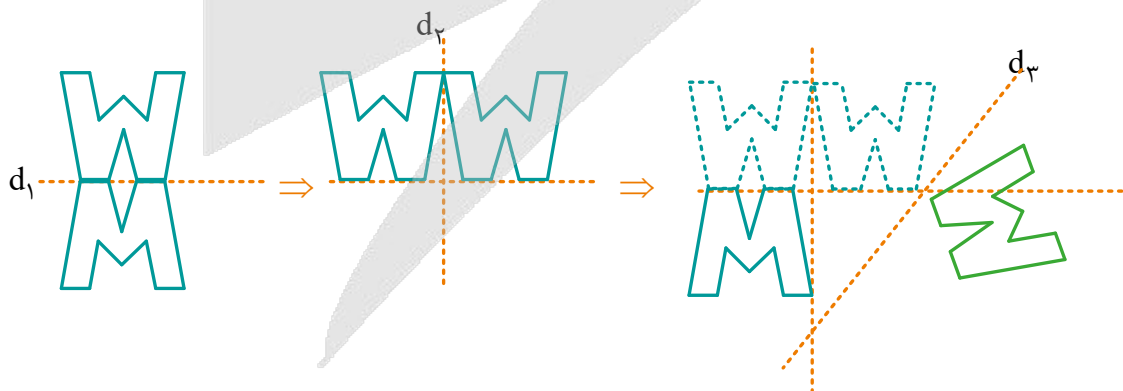


۲۲- بازتاب شکل به ترتیب نسبت به محورهای d_1 ، d_2 و d_3 در کدام گزینه دیده می‌شود؟



پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)



۲۳- دایره $C'(O', R')$ انتقال یافته دایره $C(O, 10)$ با برداری افقی به طول ۱۴ است. بیشترین فاصله نقاط این دو دایره، کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۴ (۳)

۳۵ (۲)

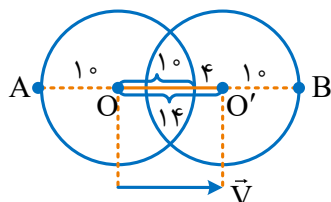
۳ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

انتقال چی بود؟

انتقال T تحت بردار $\vec{V}$ تبدیلی از صفحه است که در آن، تصویر هر نقطه A از صفحه P نقطه‌ای مانند A' در همان صفحه است؛ به طوری که $\vec{AA'} = \vec{V}$. پس با توجه به این تعریف، دایره $C(O, 10)$ را با برداری افقی به طول ۱۴ انتقال می‌دهیم:

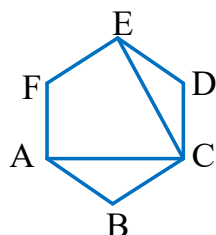


واضح است که بیشترین فاصله نقاط دو دایره، پاره‌خط AB است. طول آن، برابر است با:

$$AB = AO + OO' + O'B = 10 + 14 + 10 = 34$$



۲۴- در شش ضلعی منتظم شکل زیر، با کدام تبدیل، $\triangle CDE$ تبدیل یافته مثلث $\triangle ABC$ است؟



(۱) با بردار انتقال $\vec{BD}$

(۲) با بردار انتقال $\vec{AE}$

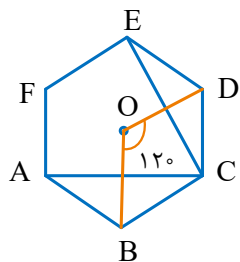
(۳) با دوران به مرکز مرکز تقارن شش ضلعی منتظم و زاویه دوران 120°

(۴) با دوران به مرکز نقطه C و زاویه دوران 120°

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

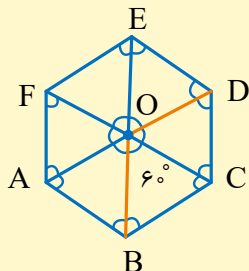
اگر مرکز دوران را مرکز شش ضلعی منتظم و زاویه دوران را زاویه بین OB و OD یا همان 120° در نظر بگیریم، می‌توانیم مثلث $\triangle ABC$ را دوران داده و به مثلث $\triangle CDE$ برسیم.



هر تست ماز یک کلاس درس!

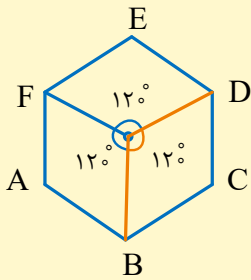
از دو راه می‌توانستیم زاویه دوران رو تشخیص بدیم:

یکی این‌که اگر از تمام رئوس به مرکز شش ضلعی وصل کنیم ۶ تا مثلث متساوی الاضلاع تولید می‌شه که زوایای همشون 60° درجه‌ست و زاویه مورد نظر ما هم دو تا از این 60° درجه‌ها رو شامل می‌شه که در نهایت 120° درجه به دست میاد.





یا این که می بینیم می شه با وصل کردن B و F, D به O سه تا زاویه هم اندازه بسازیم که مجموع همشون با هم می شه ۳۶۰ درجه. پس هر کدوم ۱۲۰ درجه بودن.



۲۵- دو نقطه $A(1,2)$ و $B(3,4)$ بازتاب یکدیگر نسبت به خط ℓ هستند. مساحت محصور بین خط ℓ و محورهای مختصات کدام است؟

$$3/75 (4)$$

$$7/5 (3)$$

$$12/5 (2)$$

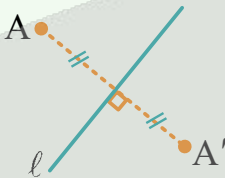
$$25 (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

خاصیت جذاب محور بازتاب

اگر ۲ نقطه نسبت به یک خط مثل ℓ بازتاب یکدیگر باشند، آن گاه باید خط ℓ در نقش عمودمنصف پاره خط واصل بین این دو نقطه عمل کند. شکل رو ببین:

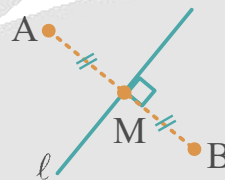


ابتدا باید معادله عمودمنصف پاره خط AB که همان محور بازتاب است را به دست آوریم:

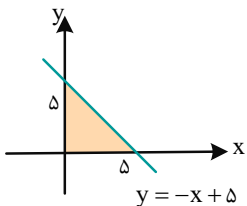
$$\Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = (2, 3)$$

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{3-1} = 1 \Rightarrow m_\ell = \frac{-1}{m_{AB}} = -1$$

$$\text{معادله محور بازتاب: } y - 3 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 5$$



حال این خط را در دستگاه مختصات رسم می کنیم:



$$S_{\text{محصور}} = \frac{5 \times 5}{2} = 12/5$$



۲۶- نقطه M' تصویر نقطه M در بازتاب نسبت به خط d است. اگر $MM' = 12$ و فاصله نقطه P روی خط d تا نقطه M برابر $6\sqrt{5}$ باشد، فاصله نقطه M از خط PM' کدام است؟

$$4/11\sqrt{5} (4)$$

$$3/6\sqrt{3} (3)$$

$$4/11\sqrt{3} (2)$$

$$3/6\sqrt{5} (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

چطوری به نقطه رو بازتاب بدم؟

در بازتاب نقطه مفروض A نسبت به خط d ، از A خطی بر d عمود کرده، پای عمود را H نامیده و AH را به اندازه خودش امتداد می دهیم تا نقطه A' تصویر نقطه A حاصل شود.

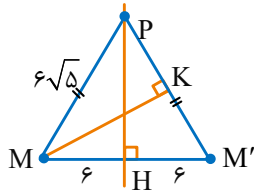


طولیا (ایزومتري) بودن بازتاب

بازتاب طولیاست، یعنی فاصله بین نقاط (اندازه پاره‌خط) را حفظ می‌کند.
با توجه به نکات، واضح است که:

$$MH = M'H = 6$$

$$PM' = 6\sqrt{5}$$



$$PH = \sqrt{PM'^2 - MH^2} = \sqrt{180 - 36} = \sqrt{144} = 12$$

حال به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle PMH$ ، داریم:

اینک مساحت مثلث $\triangle PMM'$ را از دو روش محاسبه کرده و با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{1}{2} \times PH \times MM' = \frac{1}{2} \times MK \times PM' \Rightarrow 12 \times 12 = MK \times 6\sqrt{5} \Rightarrow MK = \frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{5} = 4.8\sqrt{5}$$

••• **یاد** •••

۲۷- اگر انتقال یافته خط $2x + 3y = 10$ تحت بردار $\vec{V} = (2m, 3n)$ بر خط $ax + by = 20$ منطبق شده باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) بستگی به m و n دارد.

(۳) ۱

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

بچه‌ها انتقال با شیب خط چه می‌کنه؟ جواب: هیچ کار!!!

انتقال از جمله تبدیل‌هایی‌ست که شیب خطوط رو حفظ می‌کنه! از این بابت از انتقال تشکر می‌کنیم. ☺

از آن جایی که تبدیل انتقال، شیب خطوط را حفظ می‌کند، پس شیب خط به دست آمده بعد از انتقال باید ثابت بماند، بنابراین داریم:

$$2x + 3y = 10 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$ax + by = 20 \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{a}{b}$$

••• **یاد** •••

۲۸- مثلث $\triangle ABC$ با اضلاع ۹، ۴۰ و ۴۱ را تحت تبدیل ایزومتري T به مثلث $\triangle A'B'C'$ تصویر کرده‌ایم. مساحت مثلث $\triangle A'B'C'$ کدام است؟

(۴) ۱۶۰

(۳) ۸۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۹۰

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

یه تبدیل ایزومتري چه بلایی سر شکل میاره؟

اولاً تبدیل ایزومتري (طولیا) تبدیلی است که فاصله بین نقاط (طول پاره‌خط) را حفظ می‌کند.

دوماً در تبدیل ایزومتري، شکل تصویر با شکل اولیه هم‌نهشت است.

پس یک تبدیل ایزومتري مساحت شکل را تغییر نمی‌دهد.

گام اول

واضح است که مثلث $\triangle ABC$ ، قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$41^2 = 40^2 + 9^2$$

پس ضلع به طول ۴۱ وتر مثلث و دو ضلع دیگر اضلاع قائمه هستند.



با توجه به نکات، مثلث $A'B'C'$ با مثلث $\triangle ABC$ هم‌نهشت است. پس مساحتش نیز با مساحت $\triangle ABC$ برابر است و در نتیجه داریم:

$$S_{\triangle A'B'C'} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 9 \times 40 = 180$$

••• ilo •••

۲۹- نقطه M به فاصله $\sqrt{3}$ از محل تقاطع دو خط متقاطع d_1 و d_2 که با هم زاویه 60° می‌سازند قرار دارد. اگر M' بازتاب M نسبت به d_1 و M'' بازتاب M' نسبت به d_2 باشد، اندازه MM'' ، کدام است؟

(۴) $\sqrt{6}$

(۳) ۲

(۲) ۳

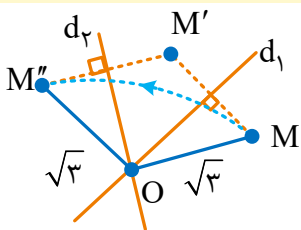
(۱) $\frac{5}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

بازتاب‌ها رو ترکیبی بنیم!

ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع که با هم زاویه θ می‌سازند، یک دوران است به مرکز محل تقاطع دو خط و زاویه 2θ .



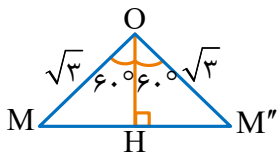
$$\angle MOM'' = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

با توجه به مطلب بالا و مطابق شکل، داریم:

$$OM'' = OM = \sqrt{3}$$

و از آن جایی که بازتاب و دوران طولها هستند، پس:

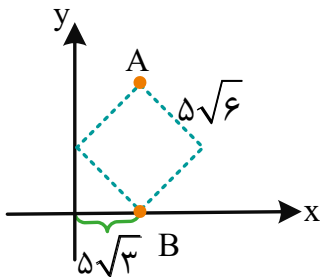
و در مثلث متساوی‌الساقین OMM'' داریم:



$$MH = \sin 60^\circ \cdot OM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow MM'' = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

••• ilo •••

۳۰- در شکل زیر، می‌خواهیم رأس A از مربع را حول رأس B دوران دهیم به نحوی که رأس A بر روی محور y ها قرار بگیرد. زاویه مناسب برای این دوران کدام است؟ (قطر AB موازی محور y ها است.)



(۱) 45°

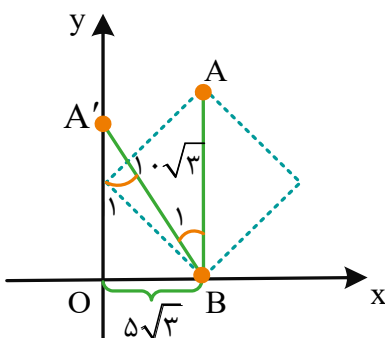
(۲) 30°

(۳) 15°

(۴) $7/5^\circ$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



$$\Rightarrow BA = BA' \text{ دوران}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{A}'_1 \Rightarrow \text{مورب } A'B, AB \parallel OA', \text{ قضیه خطوط موازی و مورب}$$

$$\text{قطر مربع: } AB = 5\sqrt{6} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{12} = 10\sqrt{3}$$

و چون دوران طولپاست؛ داریم:

$$AB = BA' = 10\sqrt{3}$$



در مثلث OA'B داریم:

$$\sin \hat{A}' = \frac{5\sqrt{3}}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{0 < \hat{A}' < 90} \hat{A}' = 30^\circ \Rightarrow \hat{B}' = 30^\circ$$

••• i/o •••

۳۱- در پرتاب دو تاس با هم، اگر تاس اول بزرگ‌تر از تاس دوم آمده باشد، با کدام احتمال جمع اعداد دو تاس فرد است؟

$$\frac{11}{15} \quad (4)$$

$$\frac{7}{15} \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

برای یافتن فضای نمونه، همه حالت‌هایی که تاس اول بزرگ‌تر از تاس دوم آمده است را می‌نویسیم:

$$S = \left\{ (2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) \right\}$$

بنابراین فضای نمونه‌ای دو تاس ۱۵ عضو دارد.

حالت‌هایی که جمع دو عدد فرد است، عبارت‌اند از:

$$A = \{(2,1), (3,2), (4,1), (4,3), (5,2), (5,4), (6,1), (6,3), (6,5)\}$$

$$n(A) = 9$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

قلقلش رو یاد بگیر!

برای این که ببینید جمع اعداد فرد می‌شه یا زوج لازم نیست اعداد رو با هم جمع کنید تا بفهمید. به جاش اینو همیشه یادتون باشه:

زوج + زوج = زوج
فرد + زوج = فرد
زوج + فرد = فرد

••• i/o •••

۳۲- فرض کنید $P(A|B) = 1/7$ و $P(B|A) = 1/6$ و $P(A' \cap B') = 5/12$ باشد، حاصل $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{4}{15} \quad (4)$$

$$5/12 \quad (3)$$

$$5/12 \quad (2)$$

$$5/12 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ پس داریم:

$$P(A|B) = \frac{1}{7} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 7P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{1}{6} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A) = 6P(A \cap B)$$

می‌دانیم $P(A \cup B) = 5/12$ پس $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 7/12$ است.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{15}P(A \cap B) + \frac{7}{15}P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{12}{15}P(A \cap B)$$

پس $P(A \cap B) = \frac{0.8}{12} = \frac{1}{15}$ و $P(A) = \frac{6}{15}P(A \cap B) = \frac{6}{15} \times \frac{1}{15} = \frac{2}{15} = 0.133$ می باشد.



۳۳- در ظرف A، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سفید و در ظرف B، ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سفید داریم. تاسی را پرتاب می کنیم، اگر مضرب ۳ آمد مهره های از A، در غیر این صورت، مهره های از B خارج می کنیم. به کدام احتمال، مهره خارج شده سفید است؟

(۱) $\frac{11}{21}$ (۲) $\frac{8}{21}$ (۳) $\frac{19}{42}$ (۴) $\frac{13}{42}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

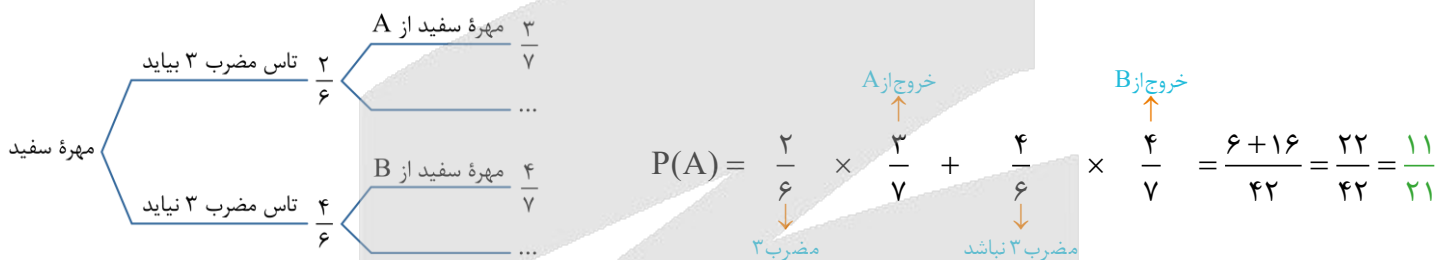
قانون احتمال کل

در مسائل مربوط به قانون احتمال کل می خواهیم احتمال وقوع پیشامدی مانند A را به دست آوریم به طوری که وقوع این پیشامد به پیشامدهای $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ وابسته است یعنی ممکن است B_1 رخ داده باشد و A رخ دهد یا B_2 رخ داده باشد و A رخ دهد و در نهایت با هم جمع می کنیم. به این فرآیند (قانون احتمال کل) می گوئیم.

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_n) \times P(A|B_n)$$

استفاده از رسم نمودار درختی نیز مفید است.

با استفاده از نمودار درختی برای قانون احتمال کل داریم:



۳۴- یک تیم والیبال ۷ والیبالیست دارد که قد هیچ دو نفری از آن ها برابر نیست. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می کنیم و پس از آن ۲ والیبالیست دیگر انتخاب می کنیم. اگر هر ۲ بازیکنی که در مرحله دوم انتخاب کرده ایم از والیبالیست اول کوتاه تر باشند، با چه احتمالی والیبالیست اول، قد بلندترین است؟

(۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

اگر جایگاه های قد ۷ نفر را به صورت (۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶) (۷) در نظر بگیریم، فضای نمونه به صورت $7! \times 2!$ خواهد بود. به عبارتی، ۳ جایگاه را انتخاب می کنیم و چون می دانیم ۲ نفر از نفر اولی کوتاه ترند، جایگاه بلندترین را به نفر اول می دهیم و ۲ نفر دیگر ۲! جابه جایی



در جایگاه‌های دیگر دارند و ۴ نفر دیگر نیز در ۴ جایگاه مانده، ۴! جابه‌جایی دارند. در نتیجه احتمال اینکه نفر اول بلندقدترین باشد، برابر

$$P(\text{شرطی}) = \frac{6!}{\binom{7}{3} \times 2 \times 4!} = \frac{3}{7}$$

است با:



اینم یه روش کوتاه و جذاب برای کسانی که عاشق روش‌های میانبرن

با توجه به این‌که والیبالیست دوم و سوم هیچ شانس برای بلندقدترین شدن ندارند، شانس آن‌ها به نفر اول انتقال پیدا می‌کند. پس به احتمال $\frac{3}{7}$ نفر اول بلندقدترین است.



۳۵- در ظرف A، ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و در ظرف B، ۳ مهره سفید و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف A شش مهره برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. سپس از ظرف B مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{53}{112} & (1) & \frac{27}{56} & (2) \\ \frac{3}{14} & (3) & \frac{15}{56} & (4) \end{array}$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به توضیحات سوال و قانون احتمال کل، خواهیم داشت:

$$\frac{8}{14} \times \frac{3}{8} + \frac{6}{14} \times \frac{5}{8} = \frac{24}{112} + \frac{30}{112} = \frac{54}{112} = \frac{27}{56}$$

مهره سفید از ظرف A آمده باشد مهره سفید از ظرف B باشد سفید



۳۶- رضا به احتمال $\frac{3}{5}$ در درس ریاضی و به احتمال $\frac{2}{3}$ در درس فیزیک و به احتمال $\frac{1}{3}$ در هر دو درس قبول می‌شود. اگر بدانیم او درس ریاضی را افتاده است، احتمال این‌که در درس فیزیک هم قبول نشده باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{1}{3} & (1) & \frac{1}{6} & (2) \\ \frac{1}{5} & (3) & \frac{2}{5} & (4) \end{array}$$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید A و B به فرم زیر تعریف شده باشند:

A = پیشامد قبول شدن رضا در درس ریاضی

B = پیشامد قبول شدن رضا در درس فیزیک

طبق اطلاعات مسئله $P(A) = \frac{3}{5}$ و $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ است. مطلوب مسئله $P(B'|A')$ می‌باشد:

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - \frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{1}{6}$$





۳۷- در یک مسابقه اتومبیلرانی، احتمال به مقصد رسیدن راننده A برابر ۳۰٪ و راننده B برابر ۷۰٪ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو راننده به مقصد برسد، چند درصد است؟

۵۱٪ (۴)

۹٪ (۳)

۴۹٪ (۲)

۵۸٪ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

پیشامدهای مستقل

اگر A و B دو پیشامد ناتهی باشند و رخ دادن پیشامد A هیچ تاثیری بر رخ دادن پیشامد B نداشته باشد، آن گاه می گوییم A و B دو پیشامد مستقل هستند و داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

توجه!

اگر A و B مستقل باشند، آن گاه $\left. \begin{matrix} B, A' \\ A, B' \\ B', A' \end{matrix} \right\}$ نیز مستقل هستند.

احتمال رو که یادته؟

برخی از قوانین احتمال:

الف) پیشامد این که حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد (اجتماع):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



ب) پیشامد این که فقط A یا فقط B رخ دهد:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A - B) + P(B - A)$$



پ) تبدیل تفاضل به اشتراک:

$$P(A - B) = P(A \cap B') \text{ یا } P(B - A) = P(B \cap A')$$

ت) احتمال رخ ندادن A ($P(A')$):

$$P(A') = 1 - P(A)$$

روش اول

$P(A)$ احتمال به مقصد رسیدن اتومبیل A و $P(B)$ احتمال به مقصد رسیدن اتومبیل B است، $P(A \cap B)$ احتمال به مقصد رسیدن هر دو تای آنها با هم است، واضح است که دو پیشامد A و B مستقل هستند. حال $P(A \cap B)$ را محاسبه می کنیم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{30}{100} \times \frac{70}{100} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{21}{100}$$

خواسته سوال (احتمال اینکه فقط یکی از راننده‌ها به مقصد برسد) همان $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ است، پس با توجه به مورد دوم یادآوری، داریم:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$P(A \cap B)$ را در قدم اول محاسبه کردیم، پس:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{30}{100} + \frac{70}{100} - 2\left(\frac{21}{100}\right) = \frac{30+70-42}{100} = \frac{58}{100} = 58\%$$

روش دوم

دقت کنید که با توجه به یادآوری، خواسته سوال را می‌توانیم $P(A - B) + P(B - A)$ نیز در نظر بگیریم:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A) \times P(B') + P(B) \times P(A')$$

$$= \frac{30}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{70}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{58}{100} = 58\%$$



۳۸- جعبه A شامل ۸ مهره سفید، ۴ مهره سیاه، جعبه B شامل ۶ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و جعبه C شامل ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. از جعبه A، ۴ مهره و از جعبه B، ۶ مهره درون جعبه C می‌اندازیم و از جعبه C مهره‌ای به تصادف خارج می‌کنیم، به کدام احتمال سیاه است؟

$$\frac{11}{72} \quad (4)$$

$$\frac{11}{36} \quad (3)$$

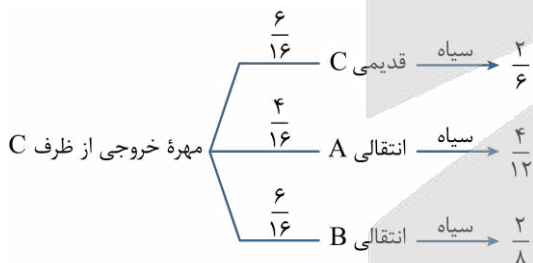
$$\frac{29}{96} \quad (2)$$

$$\frac{17}{96} \quad (1)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مهره سیاه خارج شده می‌تواند متعلق به ظرف C باشد، یا این که از ظرف A یا ظرف B آمده باشد. احتمال سیاه بودن آن بستگی دارد به این که از کدام ظرف آمده باشد:



$$P(\text{سیاه}) = \frac{4}{16} \times \frac{4}{12} + \frac{6}{16} \times \frac{2}{8} + \frac{6}{16} \times \frac{2}{6} = \frac{29}{96}$$

مهره سفید از ظرف C باشد مهره سفید از ظرف B باشد مهره سفید از ظرف A باشد



۳۹- در آزمون‌های سراسری از سال گذشته، ۶۰٪ داوطلبان این آزمون دختر و مابقی پسر بوده‌اند. همچنین ۹۰٪ این دختران موفق به قبولی در آزمون سراسری و ۹۵٪ پسران در آزمون سراسری موفق شده‌اند. فردی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که در آزمون‌های سراسری موفق شده است. با چه احتمالی پسر بوده است؟

$$\frac{29}{46} \quad (4)$$

$$\frac{37}{46} \quad (3)$$

$$\frac{27}{46} \quad (2)$$

$$\frac{19}{46} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

قاعده بیز

در احتمال کل، احتمال قسمت‌های جزئی را پیدا می‌کردیم و سپس با جمع کردن احتمال‌های به دست آمده، به احتمال کل می‌رسیدیم. حالا تصور کنید که در سوال، پیشامد کل به عنوان گزاره شرطی بیان شود و احتمال یکی از قسمت‌های جزئی خواسته شود؟ یعنی باید از کل به جزء برسیم، این سبک احتمال را قاعده بیز می‌نامیم.

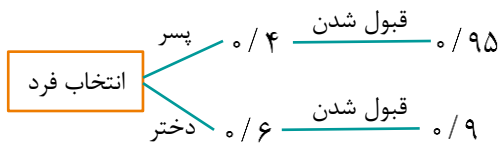


دقت کنید! قانون بیز فرمول مشخص دارد ولی پیشنهاد ما این است که این سوالات را با درک خود حل کنید، چرا که استفاده از فرمول ممکن است باعث گیج شدن شما شود.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

روش اول

دقت کنید که اگر احتمال قبول شدن از ما خواسته شده بود از همان قانون احتمال کل استفاده می کردیم، ولی اینجا احتمال کل (قبولی) را به عنوان گزاره شرط به ما داده است، پس طبق نکته باید از قاعده بیز استفاده کنیم. نمودار مربوط به سوال را رسم می کنیم:



احتمال کل (قبولی) را به وسیله قانون ضرب احتمال ها به دست می آوریم:

$$0.4 \times 0.95 + 0.6 \times 0.9$$

مطلوب مسئله، ردیف اول یعنی انتخاب پسر از بین قبول شده ها است، پس احتمال این قسمت را محاسبه می کنیم:

$$0.4 \times 0.95$$

حالا برای به دست آوردن خواسته سوال، احتمال به دست آمده در قدم سوم را بر احتمال به دست آمده در مرحله دوم تقسیم می کنیم:

$$P(\text{قبولی} | \text{پسر}) = \frac{0.4 \times 0.95}{0.4 \times 0.95 + 0.6 \times 0.9} = \frac{4 \times 95}{4 \times 95 + 6 \times 90} = \frac{380}{920} = \frac{19}{46}$$

روش دوم

این روش هم تقدیم به اونایی که عشق فرمول هستن:

$$P(\text{قبولی} | \text{پسر}) = \frac{P(\text{پسر}) \times P(\text{قبولی} | \text{پسر})}{P(\text{قبولی})} = \frac{0.4 \times 0.95}{0.4 \times 0.95 + 0.6 \times 0.9} = \frac{19}{46}$$

۴۰- در جعبه های ۱۰ مهره با شماره های ۱ تا ۱۰ وجود دارد. ۳ مهره را با جایگذاری از جعبه خارج می کنیم. احتمال اینکه حداقل عدد رؤیت شده ۷ باشد، کدام است؟

$$0.36(4)$$

$$0.36(3)$$

$$0.37(2)$$

$$0.37(1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

برای اینکه حداقل عدد رؤیت شده ۷ باشد، باید شماره های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ خارج نشود و حداقل یک بار عدد ۷ خارج شود. فرض کنید پیشامدهای A و B به فرم زیر تعریف شوند:

A = اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ خارج نشوند B = اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ خارج نشوند

پیشامد A - B مطلوب مسئله می باشد. دقت کنید $A \cap B = B$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(B) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} - \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{64}{1000} - \frac{27}{1000} = 0.037$$



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان (صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲)
فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم (صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲)

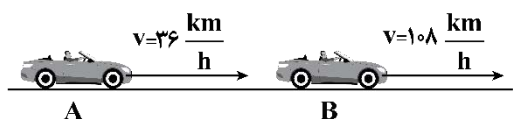
بودجه‌بندی
این آزمون

پایه دهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور - پایه یازدهم: ۲ یا ۳ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۴۱- در شکل زیر، تغییرات انرژی جنبشی خودرو بین دو نقطه A و B برابر ۵۰۰ کیلوژول می‌باشد. جرم خودرو به همراه راننده‌اش چند کیلوگرم است؟



۶۰۰ (۱)

۶۲۵ (۲)

۱۲۰۰ (۳)

۱۲۵۰ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

تندی را در نقاط A و B بر حسب $\frac{m}{s}$ می‌نویسیم:

$$v_A = 36 \frac{km}{h} = \frac{36}{3.6} = 10 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3.6} = 30 \frac{m}{s}$$

گام آخر:

رابطه تغییر انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow 500 \times 10^3 = \frac{1}{2} m (30^2 - 10^2) \Rightarrow m = 1250 \text{ kg}$$

عوامل مؤثر بر انرژی جنبشی

✓ انرژی جنبشی با جرم جسم و مجذور تندی جسم، رابطه مستقیم دارد.

۱- هرچه جرم جسم بیشتر باشد، انرژی جنبشی بیشتری دارد.

۲- هرچه جسمی تندتر حرکت کند، انرژی جنبشی بیشتری دارد.

مقایسه انرژی جنبشی دو متحرک:

✓ هنگامی که جسم ساکن باشد، انرژی جنبشی آن صفر است.

محاسبه تغییر انرژی جنبشی جسمی که جرم آن ثابت است به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$



کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۵- جرم خودرویی به همراه راننده اش 1000 kg است. تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش از $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. تغییرات انرژی جنبشی خودرو در این جابه‌جایی، چند مگاژول است؟

$$(1) \quad 3/01 \times 10^{-2} \quad (2) \quad 3/01 \times 10^{-5} \quad (3) \quad 1/505 \times 10^{-1} \quad (4) \quad 1/505 \times 10^{-5}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

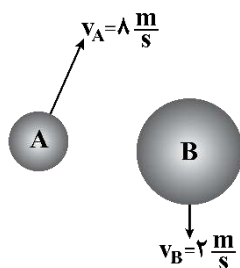
$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (25^2 - 18^2)$$

$$\Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (625 - 324) = 150/5 \times 10^3 \text{ J} = 150/5 \times 10^{-3} \text{ MJ} = 1/505 \times 10^{-1} \text{ MJ}$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۲- در شکل زیر، چگالی کره توپر A، ۶۰ درصد بیش‌تر از چگالی کره توپر B بوده و شعاع آن نصف شعاع کره B است. با توجه به تندی کره‌ها، انرژی جنبشی کره A چند برابر انرژی جنبشی کره B است؟



$$(1) \quad 0/8$$

$$(2) \quad 1/2$$

$$(3) \quad 2/6$$

$$(4) \quad 3/2$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، نسبت جرم دو کره را به دست می‌آوریم:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{V_A}{V_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{\frac{4}{3}\pi R_A^3}{\frac{4}{3}\pi R_B^3} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 \xrightarrow{\rho_A = (1+0/6)\rho_B = \frac{1}{5}\rho_B, R_A = \frac{1}{2}R_B}$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{40} \quad (1)$$

گام آخر:

با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، داریم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \xrightarrow{(1)} \frac{K_A}{K_B} = \frac{1}{40} \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 = \frac{16}{5} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = 3/2$$

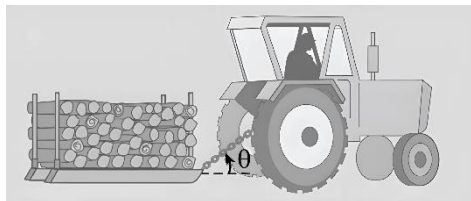
استراتژی حل

کافی به کمک رابطه $m = \rho V$ ، نسبت جرم کره‌ها رو به دست بیاری و با توجه به مقادیر تندی‌ها، نسبت انرژی جنبشی دو کره رو حساب کنی.



۴۳- کشاورزی توسط تراکتور، با نیروی ثابتی به بزرگی 5000 N تحت زاویه 37° بر روی یک مسیر مستقیم، سورت‌های را به همراه بارش به اندازه 150 m جابه‌جا می‌کند. بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی که به سورت‌ها وارد می‌شود 1200 N است. کار کل انجام‌شده

روی سورت‌ها چند کیلوژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۲۷۰

(۲) ۷۸۰

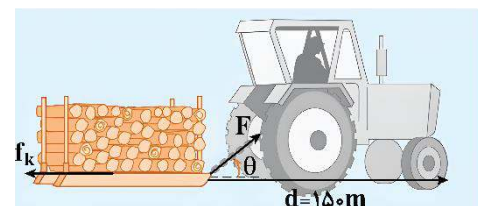
(۳) ۴۲۰

(۴) بستگی به جرم کل سورت‌ها و بار آن دارد.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

کار انجام‌شده توسط هر نیرو را به‌طور جداگانه بررسی می‌کنیم. فقط حواستان باشد که چون نیروی وزن سورت‌ها و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود هستند پس کار انجام‌شده توسط آن‌ها صفر بوده و نیازی به محاسبه نیست. از طرفی هم می‌دانیم که نیروی اصطکاک، همواره مماس بر مسیر و در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود؛ بنابراین داریم:



$$W_1 = Fd \cos \theta_1 = 5000 \times 150 \times \underbrace{\cos 37^\circ}_{0.6} = 450 \text{ kJ}$$

$$W_2 = f_k d \cos \theta_2 = 1200 \times 150 \times \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = -180 \text{ kJ}$$

می‌دانیم کار کل (W_t) انجام‌شده برابر با جمع جبری مقدار کار انجام‌شده توسط تک‌تک نیروها است؛ بنابراین داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 = 450 - 180 = 270 \text{ kJ}$$

راهنمای زنگ‌بازی

در محاسبه کار کل، حواستان باشد که باید کار تک‌تک نیروها را به‌صورت جبری جمع کنید.

سوتی‌های پرتکرار

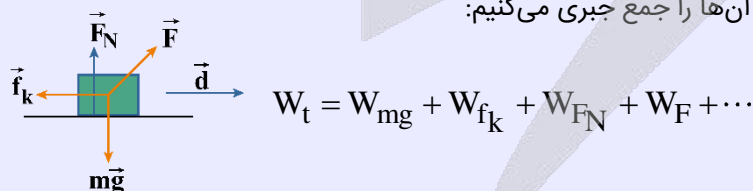
اگر $\cos 37^\circ$ را به‌اشتباه 0.6 قرار دهید به گزینه (۱) می‌رسید و نیز اگر اندازه کارها را جمع کنید به گزینه (۲) می‌رسید.

روش‌های محاسبه کار کل

۱- قضیه کار - انرژی جنبشی: اگر در سؤال، تندی یا انرژی جنبشی را بدهند، برای محاسبه کار کل بهتر است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

۲- کار تک‌تک نیروها را جداگانه به‌دست می‌آوریم و درنهایت همه آن‌ها را جمع جبری می‌کنیم:



۳- ابتدا برابری نیروهای وارد بر جسم را به‌دست آورده و درنهایت کار نیروی برابری (نیروی خالص) را محاسبه می‌کنیم:



✓ اگر شتاب حرکت جسم را داشته باشیم برای محاسبه کار انجام‌شده بر روی جسم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

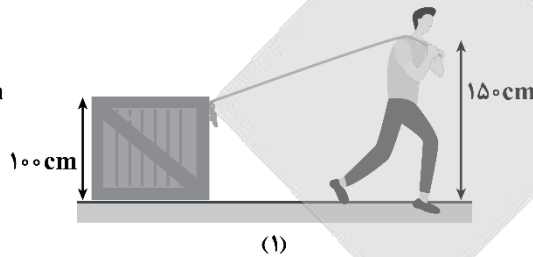
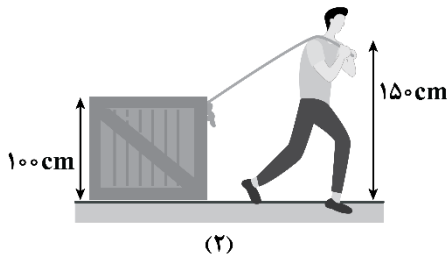
$$W_t = F_{net} d \cos \theta \xrightarrow{F_{net} = ma} W_t = ma d \cos \theta$$



در اکثر سؤالات نیاز است تا کار کل را از دو روش بالا به دست آورده و مساوی هم قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.



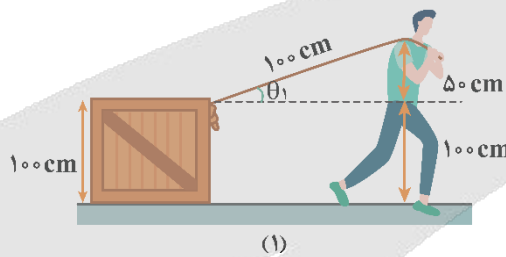
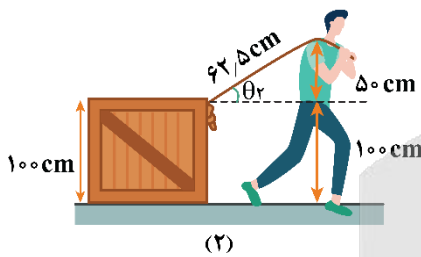
- ۴۴- شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند به طول ۱m مطابق شکل (۱) و یک بار هم با طنابی کوتاه‌تر به طول ۶۲/۵cm مطابق شکل (۲) بر روی سطحی هموار می‌کشد. اگر بزرگی نیروی شخص در هر دو حالت یکسان بوده و کار انجام شده توسط شخص در حالت (۲)، ۴۰ درصد کم‌تر از حالت (۱) باشد، جابه‌جایی جسم در حالت (۱) چند برابر جابه‌جایی جسم در حالت (۲) است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



با توجه به شکل مقابل، برای سادگی در تحلیل، ابتدا $\sin \theta$ را به دست آورده و از روی آن، $\cos \theta$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin \theta_1 = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{50}{62.5} = \frac{50}{125} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{3}{5}$$

در ادامه به کمک رابطه $W = Fd \cos \theta$ داریم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad \frac{W_2 = (1 - 0.4) W_1 = \frac{3}{5} W_1}{F_2 = F_1} \rightarrow \frac{3}{5} = 1 \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\frac{3}{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر به نسبت خواسته شده دقت نکنی و به اشتباه، نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ رو حساب کنی به گزینه (۱) می‌رسی. پس صورت سؤال رو دقیق بخون.

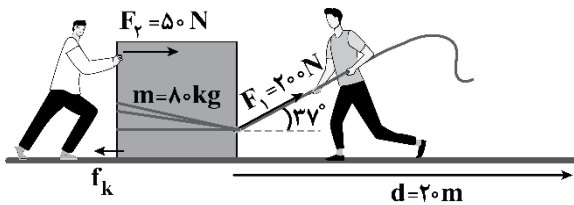
راهنمای زنگ‌بازی

ایده طرح این تست مربوط به یکی از پرسش‌های کتاب درسی است که هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور سؤال بسیار مهمی محسوب می‌شه. حتماً به کمک پاسخ تشریحی، روند حل این سؤال رو کامل یاد بگیر. البته یه کوچولو مثلثات هم باید استفاده کنی که به طور کامل برات توضیح دادیم.





۴۵- شکل زیر، پدر و پسر را در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی هموار نشان می‌دهد. اگر کار کل انجام شده در طی ۲۰m جابه‌جایی، برابر ۳۴۰۰ ژول باشد، نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) چند نیوتون است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۵۰

(۴) ۶۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود هستند، پس کار آن‌ها صفر است. کار بقیه نیروها را به دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd \cos \theta = 200 \times 20 \times \cos 37^\circ = +3200 \text{ J}$$

$$W_{F_p} = F_p d \cos \theta = 50 \times 20 \times \cos 0^\circ = +1000 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -f_k d = -2 \cdot f_k$$

گام آخر:

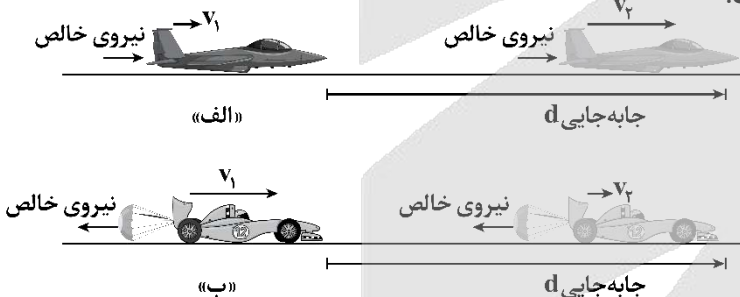
می‌دانیم که کار کل، برابر با جمع جبری کار تمام نیروها است، پس:

$$W_t = W_{mg} + W_{F_N} + W_F + W_{F_p} + W_{f_k}$$

$$\xrightarrow{W_t = 3400 \text{ J}} 3400 = 0 + 0 + 3200 + 1000 - 2 \cdot f_k \Rightarrow f_k = \frac{-800}{-2} = 40 \text{ N}$$



۴۶- در شکل زیر، به‌ازای جابه‌جایی معین d بر روی یک مسیر مستقیم، کار کل انجام شده بر روی هواپیمای جنگی و ماشین مسابقه، به ترتیب از راست به چپ، و است.



(۱) مثبت - مثبت

(۲) منفی - مثبت

(۳) منفی - منفی

(۴) مثبت - منفی

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

اگر به‌ازای یک جابه‌جایی معین، تندی پایانی جسم، بزرگ‌تر از تندی آغازی آن باشد، انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد ($\Delta K > 0$) و طبق رابطه $W_t = \Delta K$ ، کار کل انجام شده بر روی جسم مثبت می‌شود. همچنین اگر تندی پایانی جسم، کوچک‌تر از تندی آغازی آن باشد، انرژی جنبشی جسم کاهش یافته ($\Delta K < 0$) و W_t منفی می‌شود.

با توجه به شکل، تندی پایانی هواپیمای جنگی بزرگ‌تر از تندی آغازی آن بوده و W_t هواپیما مثبت می‌شود؛ اما در مورد ماشین مسابقه، برعکس بوده و تندی پایانی آن کوچک‌تر از تندی آغازی است و بالطبع W_t ماشین مسابقه منفی می‌شود.

$$\text{هواپیمای جنگی: } v_2 > v_1 \Rightarrow K_2 > K_1 \Rightarrow \Delta K > 0 \Rightarrow W_t > 0$$

$$\text{ماشین مسابقه: } v_2 < v_1 \Rightarrow K_2 < K_1 \Rightarrow \Delta K < 0 \Rightarrow W_t < 0$$

رازهای پشت سؤال

تنها راز طرح این سؤال، توجه ویژه به جای‌جای کتاب درسی عزیز هست تا شما هم عادت کنید با کتاب دوست باشید.



۴۷- توپ فوتبالی به جرم 400g از یک ضربه ایستگاهی با تندی $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به طرف دروازه شوت می‌شود. اگر کار کل انجام شده بر روی

توپ $83/2\text{J}$ باشد، تندی توپ در برخورد به دستان دروازه‌بان چند متر بر ثانیه است؟

۲۶ (۴)

۲۲ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow -83/2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} (v_f^2 - 30^2) \Rightarrow -416 = v_f^2 - 900 \Rightarrow v_f^2 = 900 - 416$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 484 \Rightarrow v_f = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۴۸- برای این که تندی خودرویی با جرم ثابت از v در نقطه A به $2v$ در نقطه B برسد، باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود. اگر کار کل انجام شده بر روی خودرو از نقطه A تا C، ۸ برابر W_{1t} باشد، آن گاه تندی خودرو در نقطه C چند برابر تندی خودرو در نقطه

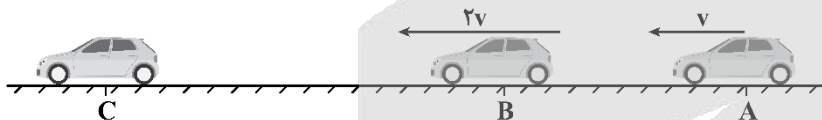
B می‌شود؟

۳ (۱)

۵ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۴)



(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

از نقطه A تا نقطه B به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_{1t} = \Delta K_{AB} \Rightarrow W_{1t} = K_B - K_A = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow W_{1t} = \frac{1}{2}m((2v)^2 - v^2) = \frac{3}{2}mv^2$$

گام دوم:

همین روند گام اول را برای نقطه A تا نقطه C انجام می‌دهیم. فقط حواستان باشد که کار کل انجام شده در مسیر A تا C، ۸ برابر W_{1t} است:

$$8 \times W_{1t} = \Delta K_{AC} \Rightarrow 8 \left(\frac{3}{2}mv^2 \right) = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) \Rightarrow 24v^2 = v_C^2 - v^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 25v^2 \Rightarrow v_C = 5v$$

گام آخر:

با یک نسبت ساده داریم:

$$\frac{v_C}{v_B} = \frac{5v}{2v} = \frac{5}{2}$$

راهنمای زنگ‌بازی

یکی از مهم‌ترین کارهایی که طراحان کنکور در سال‌های اخیر انجام می‌دن، استفاده از سؤالات کتاب درسی هست. یا به عینه و با تغییر جزئی توی کنکور میارن یا روی همون سؤال یک ایده می‌زنن. ما هم حواسمون هست و اومدیم اینجا از تمرین کتاب درسی براتون یک تست ایده‌دار و جون‌دار طرح کردیم. پس اگر این تست رو نتونستی بزنی حتماً با دقت به پاسخش نگاه کن.

سوتی‌های پرتکرار

اگر در خواسته نهایی سؤال دقت نکنی در دام گزینه (۲) می‌افتی.

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵۲- برای این‌که سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به v برسد، باید کار W_1 روی آن انجام شود و برای این‌که سرعت این وزنه از v به $3v$ برسد، باید کار W_2 روی آن انجام شود، نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۹

پاسخ تشریحی:

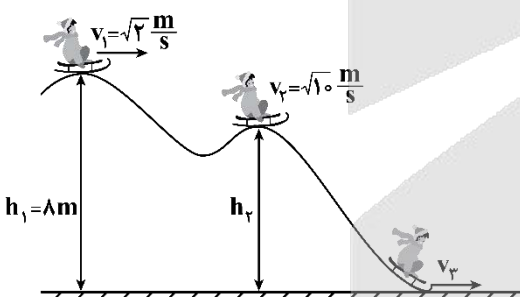
با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m((3v)^2 - v^2)}{m(v^2 - 0)} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

پاسخ: گزینه ۳



۴۹- سورتیه‌سواری مطابق شکل از ارتفاع ۸ متری سطح زمین، روی مسیر بدون اصطکاک با تندی $v_1 = \sqrt{2} \frac{m}{s}$ در جهت نشان‌داده‌شده مماس بر سطح شروع به حرکت می‌کند. اگر اثر مقاومت هوا ناچیز باشد، ارتفاع h_2 و نیز تندی سورتیه در سطح زمین به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI هستند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۹، ۷/۶ (۲) $9\sqrt{2}$ ، ۷/۶ (۳) ۴، ۵ (۴) ۵، $4\sqrt{5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

چون نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا را در حین حرکت سورتیه ناچیز فرض کردیم، بنابراین پایداری انرژی مکانیکی برقرار است و با فرض این‌که سطح زمین مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی است، داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (\sqrt{2})^2 + (10)(8) = \frac{1}{2} (\sqrt{10})^2 + 10 h_2 \Rightarrow 1 + 80 = 5 + 10 h_2 \Rightarrow h_2 = 7/6 m$$

مشابه قسمت قبل، انرژی مکانیکی وضعیت اول و سوم را مساوی قرار می‌دهیم و داریم:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_3 + U_3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(\sqrt{2})^2 + (10)(8) = \frac{1}{2}v_3^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_3^2 = 81 \Rightarrow v_3 = 9\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

راهنمای زنگ‌بازی

در این تیپ مسائل که نیروهای مقاومت ناچیز هستند، داریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = -2g(h_B - h_A)$$

بنابراین به کمک این نکته داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g(h_2 - h_1) \Rightarrow 10 - 2 = -20(h_2 - 8) \Rightarrow h_2 = 7.6m$$

$$v_3^2 - v_1^2 = -2g(h_3 - h_1) \Rightarrow v_3^2 - 2 = -20(0 - 8) \Rightarrow v_3 = 9\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

بچه‌ها این ترند همون نتایج پارامتریک روش حل تشریحی هست. اگر داری فکر می‌کنی خودتم اثباتش کنی، الحق که خیلی عالی هستی.

راهنمای مسیрт

پایستگی انرژی مکانیکی در این تیپ سؤالات، هم برای نهایی و هم برای کنکور به شدت مهم هست. پس حتماً سعی کن با تمرین این تست، تسلط خوبی بهش پیدا کنی. راستی این سؤال بارها در کنکور و نهایی و آزمون‌ها موع مطرح شده‌ها!

انرژی مکانیکی

مجموعه انرژی‌های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن می‌نامیم.

$$E = U + K$$

E: انرژی مکانیکی U: انرژی پتانسیل K: انرژی جنبشی

اصل پایستگی انرژی مکانیکی

در مواردی که هنگام حرکت جسم فقط نیروی وزن کار انجام می‌دهد، انرژی مکانیکی جسم در نقاط مختلف مسیر یکسان است:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K$$

هرچقدر انرژی پتانسیل جسم کاهش یابد به همان میزان انرژی جنبشی جسم افزایش می‌یابد طوری که در نهایت مجموع آن‌ها یعنی انرژی مکانیکی ثابت بماند.

$$E_1 = E_2$$

$$\Delta U = -\Delta K$$

نکته

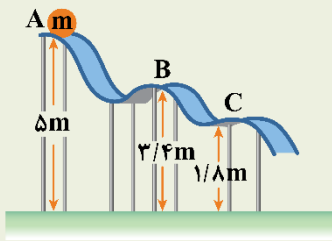
اصل پایستگی انرژی مکانیکی فقط و فقط برای شرایطی کاربرد دارد که:

۱- فقط نیروی وزن روی جسم کار انجام دهد.

۲- بتوان اثر ناشی از نیروهای اتلافی مانند اصطکاک و مقاومت هوا را نادیده گرفت.

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۵۰- جسمی به جرم m روی سطح بدون اصطکاکی مطابق شکل زیر، از نقطه A رها می‌شود. تندی جسم در نقطه C ، چند برابر تندی آن در نقطه B است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{\sqrt{17}}{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{17}{9}$

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به این که سطح، بدون اصطکاک است، رابطه انرژی مکانیکی را برای دو نقطه A و B می‌نویسیم تا براساس آن تندی جسم را در نقطه B بیابیم:

$$E_A = E_B$$

$$\cancel{K_A} + U_A = K_B + U_B \rightarrow m \times 10 \times 3/2 = \frac{1}{2} \times v_B^2 + m \times 10 \times 1/6 \rightarrow v_B^2 = 32$$

گام دوم: مسیری که برای یافتن تندی در نقطه B را در گام اول طی کردیم، تکرار می‌کنیم تا تندی را در نقطه C بیابیم:

$$E_A = E_C$$

$$\cancel{K_A} + U_A = K_C + \cancel{U_C} \rightarrow m \times 10 \times 3/2 = \frac{1}{2} \times v_C^2 \rightarrow v_C^2 = 64$$

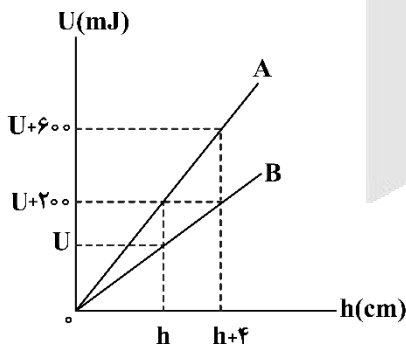
حال نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_C^2}{v_B^2} = \frac{64}{32} = 2 \rightarrow \frac{v_C}{v_B} = \sqrt{2}$$

پاسخ: گزینه ۳



۵۰- نمودار انرژی پتانسیل گرانشی دو جسم A و B بر حسب ارتفاع آن‌ها از سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی مطابق شکل زیر است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟



(۱) ۲

(۲) ۲۰

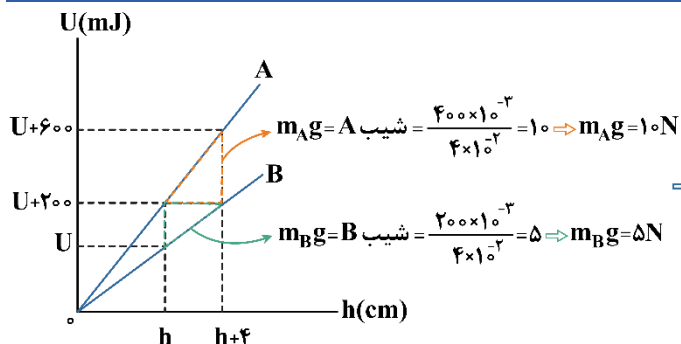
(۳) $\frac{1}{20}$

(۴) $\frac{1}{2}$



پاسخ: گزینه ۱

متوسط - نموداری - ۱۰۰۳



می‌دانیم در نمودار انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم بر حسب ارتفاع آن از سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، اندازه شیب نمودار همواره برابر با وزن جسم موردنظر است؛ بنابراین با توجه به نمودار مقابل داریم:

راهنمای مسیرت

ما همیشه حواسمون هست که شما هیچ ایده و ابتکاری رو از دست ندین. نمونش همین سؤال جدید و قشنگ هست که از نمودار انرژی پتانسیل گرانشی براتون آوردیم. با دقت در پاسخ‌نامه خیلی خوب یاد بگیر که چطور هوشمندانه به بررسی شیب‌ها بپردازي تا خیلی راحت به جواب مسئله برسی.



۵۱- گلوله‌ای به جرم 2 kg را با تندی اولیه $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی گلوله، ۲۰ درصد کم‌تر از انرژی پتانسیل گرانشی آن است، تندی گلوله چند متر بر ثانیه است؟ (اثر مقاومت هوا ناچیز است.)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

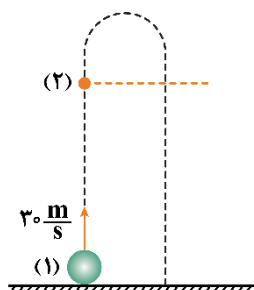
۱۰ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳

با راهبرد رسم شکل مناسب و استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = K_2 + U_2 \quad (1)$$

$$K_2 = (1 - 0.2) U_2 = 0.8 U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{5}{4} K_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} K_1 = K_2 + \frac{5}{4} K_2 \Rightarrow K_1 = \frac{9}{4} K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{9}{4} \times \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3} v_1 = \frac{2}{3} \times 30 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

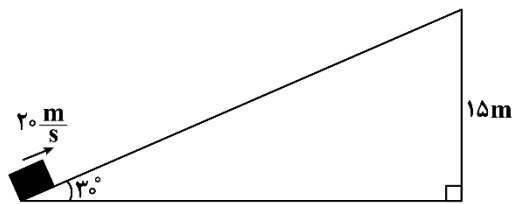
راهنمای مسیرت

گاهی وقت‌ها یک سری داده‌های اضافی هم در صورت سؤال می‌دن که ذهن شما رو درگیر کنند. مثل همین سؤال که اصلاً نیازی نبود جرم جسم رو بدیم. پس گوشه ذهن‌ت به این موضوع دقت کن تا الکی توی شک نباشی.





۵۲- مطابق شکل، جسمی را با تندی اولیه $20 \frac{m}{s}$ مماس بر سطح شیبدار، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر ۴۰ درصد انرژی جنبشی اولیه جسم توسط کار نیروی اصطکاک تلف شود، جسم بعد از طی چند متر بر روی سطح شیبدار متوقف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۱۸

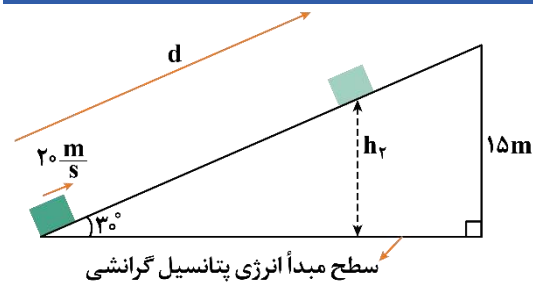
(۲) ۵۶

(۳) ۲۴

(۴) جسم روی سطح شیبدار متوقف نمی‌شود.

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



به‌خاطر وجود نیروی اتلافی (اصطکاک)، انرژی مکانیکی جسم طی این جابه‌جایی پایسته نمی‌ماند. اگر پای سطح شیبدار را با اندیس (۱)، محل توقف را با اندیس (۲) و میزان جابه‌جایی جسم بر روی سطح شیبدار را با d نشان دهیم داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h_r}{d} \Rightarrow h_r = d \sin 30^\circ = \frac{d}{2}$$

$$\text{طول سطح شیبدار} = \frac{15}{\sin 30^\circ} = 30 \text{ m}$$

$$E_2 - E_1 = W_f \xrightarrow{W_f = -\frac{1}{2}K_1} \cancel{K_2} + U_2 - K_1 - \cancel{U_1} = -\frac{1}{2}K_1$$

$$\Rightarrow U_2 = K_1 - \frac{1}{2}K_1 = \frac{1}{2}K_1 \Rightarrow mgh_r = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow 10 \left(\frac{d}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 400 \Rightarrow d = 24 \text{ m}$$

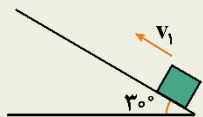
پس جسم بعد از طی ۲۴m روی سطح شیبدار متوقف می‌شود. راستی بچه‌ها چرا در ابتدای حل سؤال، طول سطح شیبدار هم محاسبه شد؟ چون اگر جابه‌جایی جسم بیش‌تر از طول سطح شیبدار می‌شد اون وقت جسم روی سطح شیبدار متوقف نمی‌شد.

سوتی‌های پرتکرار

اگر به‌اشتباه، کار نیروی اصطکاک را با علامت مثبت استفاده کنیم در دام سمی گزینه (۴) می‌افتیم.

کنکور سراسری ریاضی تیرماه ۱۴۰۳

۴۶- مطابق شکل، مکعبی را با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ موازی با سطح رو به بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم ۶ متر روی سطح جابه‌جا شده و



می‌ایستد. چند درصد انرژی جنبشی اولیه جسم توسط کار نیروی اصطکاک تلف شده است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۴) ۶۰

(۳) ۵۰

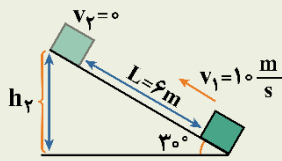
(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

پاسخ تشریحی:

ابتدا ارتفاع قائم را در نقطه (۲) محاسبه می‌کنیم:

$$h_r = 6 \sin 30^\circ = 3 \text{ m}$$



$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow W_f = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_f = m \times 10 \times 3 + 0 - 0 - \frac{1}{2}m \times 10^2$$

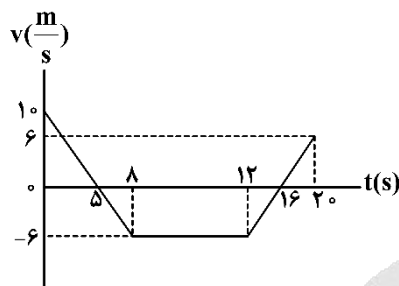
$$\Rightarrow W_f = -20m$$

$$\Rightarrow \frac{|W_f|}{K_1} \times 100 = \frac{|-20m|}{\frac{1}{2}m \times 10^2} \times 100 = 40\%$$

پاسخ: گزینه ۲



۵۳- نمودار سرعت - زمان حرکت متحرکی بر روی محور x مطابق شکل است. در چه تعداد از بازه‌های زمانی زیر، کار کل انجام شده



«ت»	«پ»	«ب»	«الف»
۱۲s تا ۲s	۲۰s تا ۸s	۱۶s تا ۵s	صفر تا ۱۲s

بر روی جسم صفر است؟

۴ (۱)

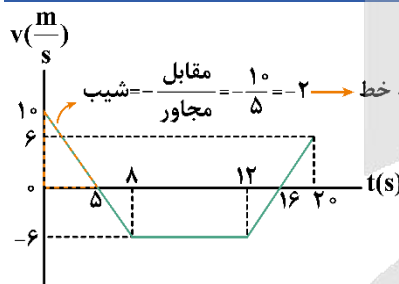
۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



اگر بخواهیم در بازه زمانی t_1 تا t_2 کار کل انجام شده برای جسم صفر باشد، باید الزاماً اندازه سرعت جسم در لحظه t_1 با اندازه سرعت جسم در لحظه t_2 برابر باشد. پس به کمک نمودار سرعت - زمان داده شده، اندازه سرعت جسم را در ابتدا و انتهای هر یک از بازه‌های زمانی داده شده به دست می‌آوریم:

الف صفر تا ۱۲s:

$$v_{0s} = 10 \frac{m}{s}, v_{12s} = -6 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{0s}| \neq |v_{12s}| \Rightarrow \Delta K \neq 0 \Rightarrow W_t \neq 0$$

ب ۱۶s تا ۵s:

$$v_{5s} = 0 \frac{m}{s}, v_{16s} = 0 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{5s}| = |v_{16s}| \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$$

پ ۲۰s تا ۸s:

$$v_{8s} = -6 \frac{m}{s}, v_{20s} = 6 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{8s}| = |v_{20s}| \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$$

ت ۱۲s تا ۲s:

$$v_{12s} = -6 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{12s}| = 6 \frac{m}{s} \xrightarrow{(1)} |v_{2s}| = |-2(2) + 10| = 6 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{12s}| = |v_{2s}| \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$$

برای مورد «ت» می‌توانستید از تشابه مثلث‌ها که در سال نهم یاد گرفته‌اید نیز استفاده کنید.

پس در ۳ بازه زمانی «ب»، «پ» و «ت» کار کل انجام شده بر روی جسم، صفر است.



سوئی‌های پرتکرار

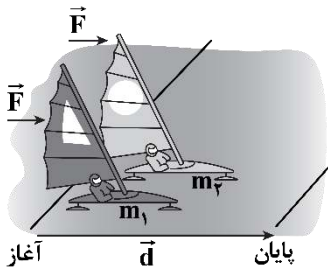
در رابطه $W_t = \Delta K$ ، به کمک تندی ثانویه و تندی اولیه به محاسبه ΔK می‌پردازیم. پس اگر به جای تندی، فقط با توجه به سرعت متحرک مسئله را تحلیل کنید، به احتمال زیاد در دام گزینه (۴) می‌افتید.

راهنمای مسیرت

برای تحلیل این تیپ مسائل، حتماً باید اندازه سرعت متحرک (تندی) را در ابتدا و انتهای بازه زمانی داده شده به دست آورید و با مقایسه آن‌ها، متوجه شوید که $\Delta K > 0$ یا $\Delta K = 0$ یا $\Delta K < 0$ است.



۵۴- دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، به جرم‌های m_1 و m_2 روی دریاچه افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ با وزیدن باد، مطابق شکل به هر یک از آن‌ها وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی $\vec{d}$ از خط پایان می‌گذرند. اگر درست پس از عبور از خط پایان، تندی قایق (۲)، $\frac{6}{5}$ برابر تندی قایق (۱) باشد، نسبت $\frac{m_1}{m_2}$ و نسبت انرژی جنبشی قایق سنگین‌تر به انرژی جنبشی قایق سبک‌تر درست بعد از عبور از خط پایان به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{5}{6}, \frac{36}{25} \\ (4) \quad & \frac{5}{6}, \frac{25}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & 1, \frac{36}{25} \\ (3) \quad & 1, \frac{25}{36} \end{aligned}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

تنها نیروی مؤثر در حرکت هر یک از قایق‌ها، یکسان و برابر $\vec{F}$ بوده و نیز جابه‌جایی قایق‌ها نیز یکسان است. پس طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده بر روی هر دو قایق یکسان بوده و تغییر انرژی جنبشی آن‌ها باهم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$(W_t)_1 = (W_t)_2 \Rightarrow (\Delta K)_1 = (\Delta K)_2 \Rightarrow (K_2 - \cancel{K_1})_1 = (K_2 - \cancel{K_1})_2 \Rightarrow (K_2)_1 = (K_2)_2 \quad (1)$$

طبق نتیجه به‌دست‌آمده، انرژی جنبشی قایق‌ها درست پس از عبور از خط پایان، برابر بوده و نسبت آن‌ها برابر یک است (حذف گزینه‌های (۲) و (۴)).

$$\xrightarrow{(1)} \left(\frac{1}{2} m v_2^2 \right)_1 = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 \right)_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(v_2)_2}{(v_2)_1} = \left(\frac{(v_2)_2}{(v_2)_1} \right)^2 = \left(\frac{6}{5} \right)^2 = \frac{36}{25}$$

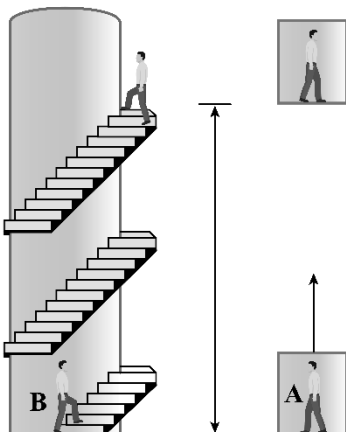


۵۵- دو شخص هم‌جرم A و B به طبقه سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسانسور و شخص B با تندی ثابت از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟ (سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

الف: در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی شخص B از شخص A بیش‌تر است، چون سریع‌تر بالا رفته است.

ب: در طبقه دوم، انرژی پتانسیل گرانشی شخص A با شخص B یکسان است.
پ: کار نیروی وزن برای هر دو شخص A و B در این جابه‌جایی یکسان است.

- (۱) ۱
- (۲) صفر
- (۳) ۳
- (۴) ۲





بررسی موارد:

الف و ب

چون وزن دو شخص A و B یکسان بوده و نیز جابه‌جایی یکسانی از طبقه اول تا طبقه سوم یا از طبقه اول تا طبقه دوم دارند، لذا با توجه به رابطه $U = mgh$ ، انرژی پتانسیل گرانشی یکسانی خواهند داشت؛ بنابراین عبارت «الف» نادرست (×) و عبارت «ب» درست است (✓).

ب

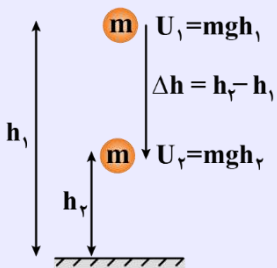
با توجه به توضیحات موارد «الف» و «ب» و نیز با توجه به این که کار نیروی وزن، قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است، پس کار نیروی وزن برای هر دو شخص A و B یکسان است. (✓)

راهنمای مسیرت

این تست رو از دل کتاب درسی براتون نوشتم تا باز هم اهمیت ویژه کتاب رو بهتون یادآوری کنم و از طرفی هم به بهانه این تست یک مورد مهم رو یادآوری کنم: در بررسی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی و کار نیروی وزن، مسیر حرکت مهم نیست بلکه جابه‌جایی قائم جسم اهمیت دارد.

تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

با تغییر ارتفاع، انرژی پتانسیل گرانشی جسم تغییر می‌کند:



$$\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) \Rightarrow \Delta U = mg\Delta h$$

کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی:
کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_g = mg\Delta h \\ W_{mg} = -mg\Delta h \end{array} \right\} \Rightarrow W_{mg} = -\Delta U_g$$

نکته ۱

علامت ΔU و W_{mg} :

۱- هنگامی که جسمی **رو به پایین** حرکت می‌کند h کاهش می‌یابد (Δh منفی)، نیروی وزن جسم کار **مثبت** انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی **کاهش** می‌یابد.

۲- هنگامی که جسمی **رو به بالا** حرکت می‌کند h افزایش می‌یابد (Δh مثبت)، نیروی وزن جسم کار **منفی** انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل گرانشی **افزایش** می‌یابد.

۳- اگر ارتفاع جسم تغییر نکند کار نیروی وزن صفر می‌شود و انرژی پتانسیل گرانشی **ثابت** می‌ماند.

حالت (۱)	حالت (۲)	حالت (۳)	حالت (۳)
$W_{mg} > 0$ $\Delta U < 0$	$W_{mg} < 0$ $\Delta U > 0$	$W_{mg} = 0$ $\Delta U = 0$	$W_{mg} = 0$ $\Delta U = 0$



نکته ۲

اگر مبدأ پتانسیل را تغییر دهیم انرژی پتانسیل تغییر می‌کند ولی کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل ثابت می‌ماند. پس انرژی پتانسیل به مبدأ بستگی دارد ولی کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل به مبدأ وابسته نیست.

نکته ۳

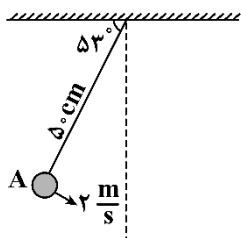
در تست‌ها اگر مبدأ پتانسیل را مشخص کردند همان نقطه را مبدأ گرفته و سؤال را حل کنید ولی اگر مبدأ پتانسیل مشخص نشد هر نقطه‌ای را که تمایل داشتید مبدأ بگیرید ولی ترجیحاً بهتر است پایین‌ترین نقطه‌ای که جسم در آن قرار می‌گیرد را مبدأ پتانسیل بگیرید.

نکته ۴

در محاسبه انرژی پتانسیل، تغییر انرژی پتانسیل و کار نیروی وزن ارتفاع قائم مهم است یعنی مسافت طی شده و جابجایی اهمیتی ندارد.



۵۶- در شکل زیر، گلوله آونگ در شرایط خلأ از نقطه A با تندی $2 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده عبور می‌کند. در لحظه‌ای که زاویه انحراف آونگ از راستای قائم برابر با 60° درجه می‌شود، تندی حرکت گلوله آونگ چند واحد SI است؟



$$(\sin 53^\circ = 0.8, g = 10 \frac{N}{kg})$$

۱ (۱)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

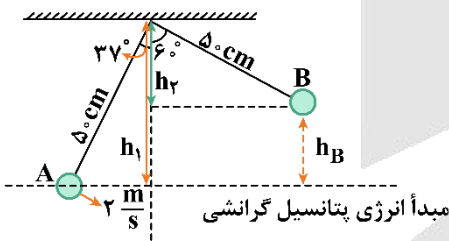
$\sqrt{3}$ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

برای سادگی در تحلیل، موقعیت گلوله آونگ در نقطه A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و داریم:



$$\left. \begin{aligned} h_1 &= L \cos 53^\circ = 50 \times 0.8 = 40 \text{ cm} \\ h_2 &= L \cos 60^\circ = 50 \times 0.5 = 25 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow h_B = h_1 - h_2 = 40 - 25 = 15 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 0.15 \text{ m}$$

گام آخر:

به کمک پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g h_B$$

$$\Rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2 g h_B = (2)^2 - 2(10)(0.15) = 4 - 3 = 1 \Rightarrow v_B = 1 \frac{m}{s}$$

نکته

وقتی آونگی به طول L در شرایط خلأ از نقطه A با تندی v_A و با زاویه انحراف از راستای قائم θ_A عبور کرده و در نقطه B دارای تندی v_B و زاویه انحراف از راستای قائم θ_B می‌شود داریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 L g (\cos \theta_B - \cos \theta_A)$$

به کمک نکته بالا داریم:

$$v_B^2 - (2)^2 = 2 \times 0.15 \times 10 (\cos 60^\circ - \cos 53^\circ) \Rightarrow v_B^2 - 4 = -3 \Rightarrow v_B^2 = 1 \Rightarrow v_B = 1 \frac{m}{s}$$



راهنمای مسیрт

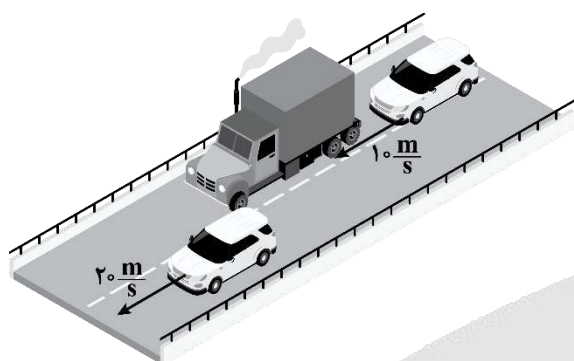
در تحلیل حرکت آونگ در شرایط خلأ، درسته که روند حل تشریحی یکم طولانی می‌شه ولی به یک نتیجه خیلی باحال می‌رسه که اگر حفظش کنی با یک جایگذاری ساده، در عرض چند ثانیه این تیپ تست‌ها رو حل می‌کنی. پس حتی اگر این تست رو درست جواب دادی، لطفاً به سر به پاسخ‌نامه بزن.

سوتی‌های پرتکرار

اگر زاویه اولیه آونگ با راستای قائم رو به‌اشتباه، 53° بگیری در دام گزینه (۴) می‌افتی.



۵۷- شکل زیر، خودرویی به جرم 850 kg را نشان می‌دهد که برای سبقت گرفتن از کامیونی، در یک مسیر مستقیم و در مدت 5 s تندی خود را از $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تغییر داده است. با صرف‌نظر از کار نیروهای اتلافی، توان متوسط خودرو برای انجام این کار باید چند اسب بخار باشد؟ ($1 \text{ hp} = 750 \text{ W}$)



(۱) ۳۴۰

(۲) ۳۴

(۳) ۳/۴

(۴) ۶/۸

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

کار کل انجام‌شده توسط موتور خودرو، برابر تغییر انرژی جنبشی آن است؛ بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 850 (20^2 - 10^2) = 127500 \text{ J}$$

گام دوم:

به کمک رابطه $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ ، توان متوسط خودرو را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{127500}{5} = 25500 \text{ W}$$

گام آخر:

کافیه توان برحسب وات رو به اسب بخار تبدیل کنیم و تمام:

$$1 \text{ hp} = 750 \text{ W} \Rightarrow P_{av} = 25500 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{750 \text{ W}} = 34 \text{ hp}$$

توان (P)

توان (P): آهنگ انجام کار را توان گویند.

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

توان، یک کمیت نرده‌ای است که یکای آن در SI، وات (W) است که معادل با ژول بر ثانیه ($\frac{\text{J}}{\text{s}}$) می‌باشد.

توان موتور وسایل نقلیه را برحسب اسب بخار (hp) بیان می‌کنند.

$$1 \text{ hp} \approx 746 \text{ W}$$



نکته ۱

- ۱- توان در واقع بیانگر آهنگ انجام کار است؛ بنابراین هرچه توان بیش تر باشد، یعنی مقدار کار معینی در مدت زمان کمتری صورت می گیرد یا در مدت زمان معین، کار بیش تر انجام می شود.
- ۲- توان مصرفی یک وسیله برابر آهنگ مصرف انرژی توسط آن وسیله می باشد و داریم:

$$P_{\text{مصرفی}} = \frac{E_{\text{مصرفی}}}{\Delta t}$$

یه نمونه باحال

شخصی به جرم 72 kg در مدت زمان 90 s از تعداد 50 پله بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ (ارتفاع هر پله را 30 cm فرض کنید و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.)

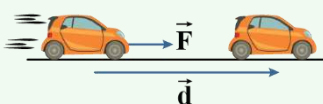
پاسخ تشریحی:

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow P_{\text{av}} = \frac{72 \times 10 \times (50 \times 0.3 \text{ m})}{90 \text{ s}}$$

$$\rightarrow P_{\text{av}} = 120 \text{ W}$$

نکته ۲

اگر بر جسمی نیروی ثابت $\vec{F}$ وارد شود و جسم با سرعت ثابت حرکت کند برای محاسبه توان نیروی $\vec{F}$ می توان از رابطه زیر استفاده کرد:



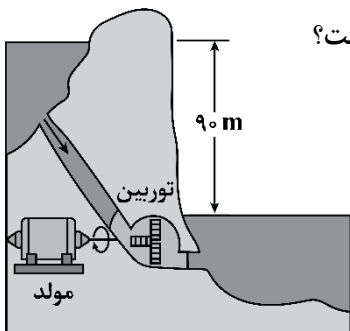
$$P_{\text{av}} = Fv \cos \theta$$

✓ برای محاسبه توان نیروی خودرویی که با تندی ثابت در حال حرکت است، می توان از این رابطه استفاده کرد.



۵۸- آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق آبی از ارتفاع 90 متری، مطابق مسیر نشان داده شده در شکل روی پره های توربینی می ریزد و 65 درصد کار نیروی گرانش صرف چرخاندن توربین می شود. اگر بازده مولد 80 درصد بوده و در هر دقیقه

$24 \times 10^9 \text{ cm}^3$ آب بر روی پره های توربین بریزد، توان الکتریکی خروجی مولد چند مگاوات است؟
($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)



۲۲۶/۸ (۱)

۲۳۴ (۲)

۱۸۷/۲ (۳)

۲۸۸ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

بازده مجموعه توربین و مولد برابر با حاصل ضرب بازده توربین و مولد است؛ بنابراین داریم:

$$Ra_t = Ra_1 \times Ra_2 = 0.65 \times 0.80 = 0.52$$

$$Ra_t = Ra_1 \times Ra_2 = 0.65 \times 0.80 = 0.52$$

گام دوم:

توان ورودی به مجموعه برابر است با:

$$P_{\text{in}} = \frac{mgh}{t} \quad m = \rho V \rightarrow P_{\text{in}} = \frac{\rho Vgh}{t} = \frac{1000 \times 24 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 10 \times 90}{60} = 36 \times 10^7 \text{ W}$$

به کمک بازده کل مجموعه و توان ورودی آن، توان خروجی مولد (P_{out}) را به دست می آوریم:

$$Ra_t = \frac{P_{out}}{P_{in}} \Rightarrow P_{out} = Ra_t \times P_{in} = 0.52 \times 36 \times 10^3 = 18.72 \times 10^3 W$$

$$\Rightarrow P_{out} = 18.72 MW$$

رفع ابهام

وقتی گفتیم ۶۵ درصد کار نیروی گرانش صرف چرخاندن توربین می شود، یعنی بازده توربین را باید ۶۵ درصد در نظر بگیریم.

رازهای پشت سؤال

این سؤال در کتاب درسی فقط یک حالت بازده رو مطرح کرده که ما با تبدیل اون به دو حالت بازده (یکی توربین و دیگری مولد)، یک تست خلاقانه و جدید براتون طرح کردیم. راستی همین ایده رو هم باز از دل یکی از مثال های کتاب درسی آوردیم براتون.

راهنمای مسیرت

چه از دید امتحان نهایی و چه از دید کنکور با یک تست فوق العاده مهم روبه رو هستیم. پس حسابی این تست رو شیرفهم بشین.

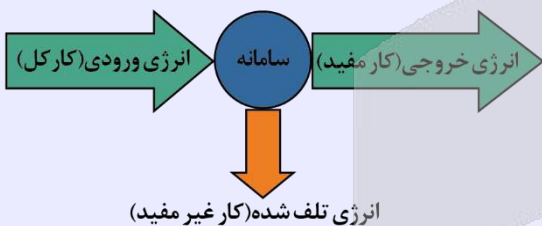
راندمن (بازده)

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100$$

✓ بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچک تر مساوی ۱۰۰ است.

ماشین آرمانی: $Ra = 100\%$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$



انواع توان

- ۱- **توان کل (توان ورودی):** توانی که به دستگاه می دهیم تا برای ما کار انجام دهد.
✓ وقتی گفته می شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است.
✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می شود.
- ۲- **توان غیرمفید (توان تلف شده در داخل دستگاه):** این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی شود.
- ۳- **توان مفید (خروجی):** این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می شود.
این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t}$$

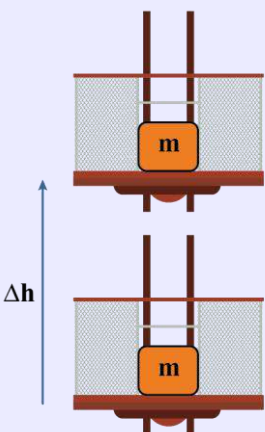
نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ:

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می شود، بنابراین:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \Delta E = mg\Delta h + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است)، در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \text{توان مفید پمپ (بالابر)}$$



۵۹- در شکل زیر، توان متوسط یک قایق موتوری که جرم آن با سرنشین ۶۰۰kg است، چند وات باشد تا در مدت ۲min بتواند قایق را از حال سکون بعد از طی ۳۰m جابه‌جایی مستقیم، به تندی $12 \frac{m}{s}$ برسد؟ (نیروی مقاومتی که از طریق آب به قایق در حال حرکت وارد می‌شود ثابت بوده و بزرگی آن برابر ۴۰۰N است.)



- (۱) ۹۲۰
(۲) ۶۹۰
(۳) ۴۶۰
(۴) ۳۶۸

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

نیروهایی که در راستای حرکت قایق هستند، یکی نیروی موتور قایق است و دیگری نیروی مقاومتی است که از طرف آب در خلاف جهت حرکت به قایق وارد می‌شود.

گام اول:

ابتدا به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{موتور قایق}} + W_{\text{مقاومت آب}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور قایق}} - f_{\text{مقاومت}} d = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور قایق}} - 400 \times 30 = \frac{1}{2} \times 600 (12^2 - 0^2) \Rightarrow W_{\text{موتور قایق}} - 12000 = 43200$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور قایق}} = 43200 + 12000 = 55200 \text{ J}$$

گام آخر:

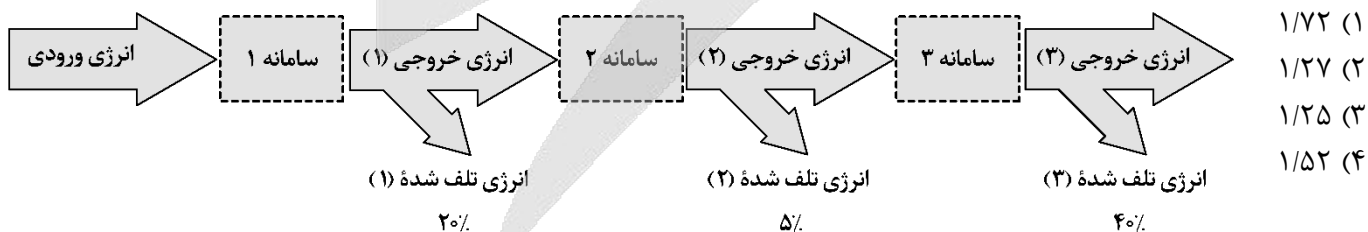
به کمک رابطه $P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$ داریم:

$$(P_{av})_{\text{موتور قایق}} = \frac{W_{\text{موتور قایق}}}{\Delta t} = \frac{55200}{2 \times 60} = 460 \text{ W}$$

راهنمای مسیرت

باور کنید بچه‌ها هرچقدر هم تیپ و قیافه تست‌ها عوض بشه، بازهم با همون مفاهیم و مطالب کتاب درسی حل می‌شن که اتفاقاً در تک‌تک تست‌ها با روش‌های خود کتاب درسی براتون حلش کردم تا به این باور برسید که با تمرین و تکرار و رفع اشکال آزمون‌های برگزارشده باید مهارت و تسلطتون رو به مطالب بالا ببرید تا از پس تمام تست‌ها بتونین بریاین.

۶۰- شکل زیر طرح‌واره‌ای از درصد انرژی تلف‌شده در هر یک از سامانه‌های یک نیروگاه هسته‌ای را نشان می‌دهد. مجموع انرژی خروجی سامانه‌های (۲) و (۳) چند برابر انرژی ورودی سامانه (۲) است؟



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

اگر انرژی ورودی به سامانه (۱) را با E نشان دهیم داریم:

گام اول:

۲۰ درصد انرژی ورودی به سامانه (۱) تلف شده و ۸۰ درصد آن به‌عنوان انرژی خروجی سامانه (۱) که همان انرژی ورودی سامانه (۲) است، در نظر گرفته می‌شود:

$$E_{(1)} = E_{(2)} = 0.8 \times E_{(1)} = 0.8 E_{(1)} \quad (1)$$

گام دوم:

۵ درصد انرژی ورودی به سامانه (۲) تلف شده و ۹۵ درصد آن به عنوان انرژی خروجی سامانه (۲) که همان انرژی ورودی سامانه (۳) است، در نظر گرفته می شود:

$$E_{(2)} = E_{(3)} = 0.95 \times E_{(2)} \xrightarrow{(1)} E_{(2)} = E_{(3)} = 0.95 \times 0.8E \quad (2)$$

گام سوم:

۴۰ درصد انرژی ورودی به سامانه (۳) تلف شده و ۶۰ درصد آن به عنوان انرژی خروجی سامانه (۳) در نظر گرفته می شود:

$$E_{(3)} = 0.6E_{(3)} \xrightarrow{(2)} E_{(3)} = 0.6 \times 0.95 \times 0.8E$$

گام آخر:

حالا باید ببینیم، مجموع انرژی خروجی سامانه های (۲) و (۳)، چند برابر انرژی ورودی سامانه (۲) است:

$$\frac{E_{(2)} + E_{(3)}}{E_{(2)}} = \frac{0.95 \times 0.8E + 0.6 \times 0.95 \times 0.8E}{0.8E} = 0.95 + 0.6 \times 0.95 = 0.95 \times 1.6 = 1.52$$



$$\begin{aligned} \frac{E_{(2)} + E_{(3)}}{E_{(2)}} &= \frac{E_{(2)}}{E_{(2)}} + \frac{E_{(3)}}{E_{(2)}} = 0.95 + \frac{\frac{E_{(3)}}{E_{(3)}}}{\frac{E_{(2)}}{E_{(2)}}} \\ &= 0.95 + \frac{0.6}{\frac{E_{(2)}}{E_{(2)}}} = 0.95 + \frac{0.6}{0.95} = 0.95 + 0.95 \times 0.6 = 0.95 \times 1.6 = 1.52 \end{aligned}$$

امیدوارم حواستان باشد که $E_{(3)} = E_{(2)}$ است.

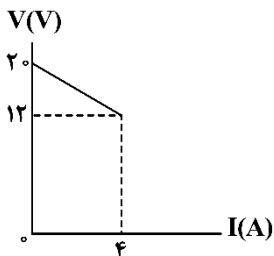


این سؤال با الهام از یکی از فعالیت های کتاب درسی طرح شده و هم برای امتحان پایانی و هم برای کنکور به شدت توصیه می شه.



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

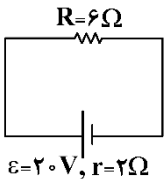
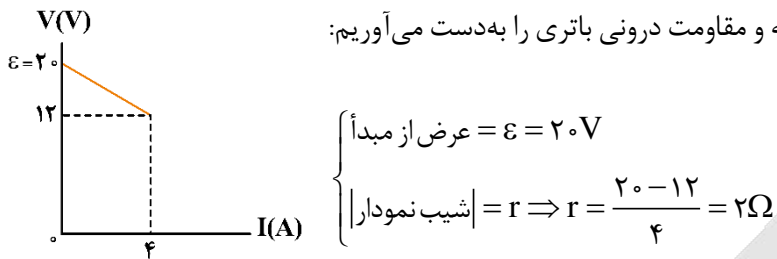
۶۱- نمودار تغییرات ولتاژ دو سر یک باتری بر حسب جریان عبوری از آن، مطابق شکل زیر است. اگر این مولد را به یک مقاومت ۶ اهمی متصل کنیم، ولتاژ دو سر این باتری چند ولت می شود؟



- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۸

گام اول:

با توجه به نمودار ولتاژ - جریان داده شده برای باتری، نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را به دست می آوریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{20}{6 + 2} = \frac{20}{8} = 2.5A$$

$$V = \varepsilon - rI = 20 - 2 \times 2.5 = 15V$$

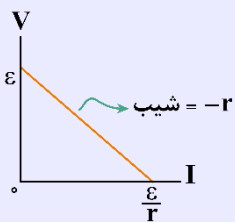
گام آخر:

حال اگر این باتری را به یک مقاومت ۶ اهمی متصل کنیم، می توان نوشت:

ولتاژ باتری

۱- معادله ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) به صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$



در رابطه فوق، ε برابر نیروی محرکه باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ، نمودار ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل مقابل است.

۳- در مورد نمودار ولتاژ - جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

(الف) بیشینه ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکه آن است.

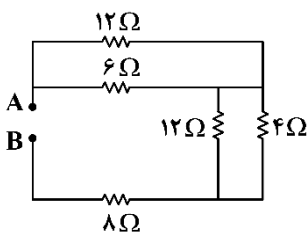
(ب) اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

(پ) عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

(ت) بیشینه جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می گوئیم.



۶۲- در مدار نشان داده شده، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



(۱) ۱۲

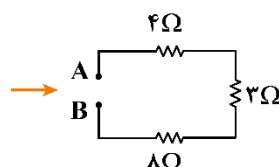
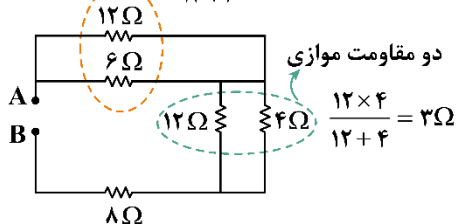
(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

دو مقاومت موازی

$$\frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$



با ساده سازی مدار نشان داده شده، مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:

$$R_{eq} = 4 + 3 + 8 = 15\Omega$$

مقاومت معادل

۱- هنگامی که دو مقاومت بدون هیچ انشعابی با یک سیم به هم بسته شده باشند، به اتصال آن‌ها سری یا متوالی می‌گوییم. در مقاومت‌های متوالی روابط زیر برقرار است.

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$I_{eq} = I_1 = I_2$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

۲- هنگامی که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به هم متصل باشد، این دو مقاومت به صورت موازی به هم متصل شده‌اند. در مقاومت‌های موازی روابط زیر برقرار است.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

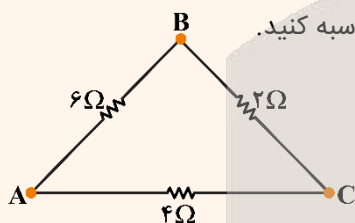
$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

$$V_{eq} = V_1 = V_2$$

۳- مقاومت معادل بین دو نقطه A و B به این معنی است که یک سیم به نقطه A وارد شده است و یک سیم از نقطه B خارج شده است. به مثال زیر توجه کنید.

یه نمونه باحال

در شکل مقابل، مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه کنید.



پاسخ:

حالت اول: ابتدا مقاومت معادل بین نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های ۲Ω و ۴Ω با هم متوالی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت ۶Ω موازی است؛ بنابراین داریم:

$$R_{AB} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = \frac{36}{12} = 3\Omega$$

حالت دوم: مقاومت معادل بین نقاط A و C را محاسبه می‌کنیم. در این حالت مقاومت‌های ۲Ω و ۶Ω متوالی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت ۴Ω موازی است.

$$R_{AC} = \frac{8 \times 4}{8 + 4} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3}\Omega$$

یه نمونه باحال

در مثال قبل، اگر یک باتری آرمانی ۲۴ ولتی را یک بار بین A و B و بار دیگر بین A و C ببندیم، جریان خروجی از آن در هر حالت چند آمپر می‌شود؟

پاسخ:

اگر باتری بین A و B بسته شود، مقاومت 3Ω است و داریم:

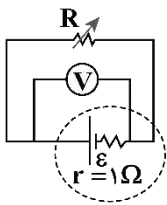
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{AB} + r} = \frac{24}{3 + 0} = 8A$$

اگر باتری بین A و C بسته شود، مقاومت $\frac{8}{3}\Omega$ است و داریم:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{AC} + r} = \frac{24}{\frac{8}{3} + 0} = 9A$$



۶۳- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را به اندازه 2Ω کاهش دهیم، عددی که ولت سنج آرمانی نشان می دهد، $\frac{2}{3}$ برابر می شود.



R چند اهم است؟

- ۷ (۱)
- ۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۲ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

طبق روابط $V = RI$ و $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ می توان نوشت:

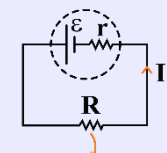
$$V = \frac{R\varepsilon}{R + r} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = R \Rightarrow V_1 = \frac{R\varepsilon}{R + 1} \\ R_2 = R - 2 \Rightarrow V_2 = \frac{(R - 2)\varepsilon}{R - 2 + 1} \Rightarrow V_2 = \frac{R - 2}{R - 1}\varepsilon \\ V_2 = \frac{2}{3}V_1 \end{cases}$$

$$V_2 = \frac{2}{3}V_1 \Rightarrow \frac{R - 2}{R - 1}\varepsilon = \frac{2}{3}\frac{R\varepsilon}{R + 1} \Rightarrow \frac{R - 2}{R - 1} = \frac{2R}{3(R + 1)}$$

$$\Rightarrow 2R(R - 1) = 3(R + 1)(R - 2) \Rightarrow 2R^2 - 2R = 3R^2 - 3R - 6$$

$$\Rightarrow R^2 - R - 6 = 0 \Rightarrow (R - 3)(R + 2) = 0 \Rightarrow R = 3\Omega$$

مدار تک حلقه



مقاومت معادل مدار

همان طور که یاد گرفتیم، می توان مقاومت های مدار را ساده و همه آنها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم. این مدار یک مدار ساده تک حلقه است.

در مورد مدار تک حلقه به نکات زیر توجه کنید:

الف) جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

ب) افت پتانسیل در باتری برابر است با:

$$rI = r \times \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon r}{r+R}$$

پ) ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r+R} = \frac{\varepsilon R}{r+R}$$

ت) ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\varepsilon R}{r+R}$ می باشد.



۶۴- بر روی یک لامپ، مقادیر $60W$ و $220V$ نوشته شده است. اگر این لامپ به مدت ۱۰ ساعت در شبانه روز با ولتاژ $200V$ روشن باشد و بهای برق مصرفی به ازای هر کیلووات - ساعت، ۵۰ تومان باشد، هزینه یک ماه (۳۰ روز) مصرف این لامپ تقریباً چند تومان است؟

۹۰۰۰۰۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۷۵۰۰۰۰ (۲)

۷۵۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

مقادیری که بر روی وسایل الکتریکی نوشته شده اند، مقادیر اسمی هستند. به عنوان مثال، در اینجا مقادیر $60W$ و $220V$ به این معناست که اگر این لامپ به ولتاژ $220V$ وصل شود، توان مصرفی آن برابر $60W$ خواهد بود؛ بنابراین، با توجه به این که لامپ به ولتاژ $200V$ وصل شده است، توان مصرفی آن کمتر از $60W$ است. به کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ می توان نوشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{R \text{ ثابت}} \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{60} = \left(\frac{200}{220}\right)^2 = \left(\frac{10}{11}\right)^2 = \frac{100}{121}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{100}{121} \times 60 \approx \frac{100}{120} \times 60 \approx 50W$$

گام دوم:

انرژی الکتریکی مصرفی در مدت ۱ ماه را بر حسب kWh حساب می کنیم:

$$\Rightarrow \text{انرژی الکتریکی مصرفی} = P_2 t = (0.05kW) \times (30 \times 24h) = 15kWh$$

گام آخر:

حالا کافیست بهای مصرف هر ۱kWh انرژی را در انرژی به دست آمده ضرب کنیم:

$$\Rightarrow \text{تومان} = 15 \times 50 = 750$$

توان مصرفی

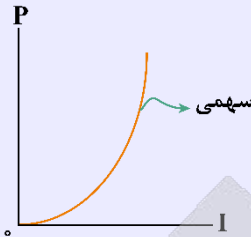
۱- توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل دو سر آن در جریان عبوری از آن وسیله است.

$$P = VI$$

۲- برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

$$\text{توان مصرفی مقاومت} \begin{cases} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

۳- نمودار توان مصرفی در یک مقاومت بر حسب جریان آن مطابق شکل زیر است.



۴- با ضرب کردن توان الکتریکی در زمان، می‌توان انرژی مصرفی در مقاومت را محاسبه کرد.

$$U = Pt \begin{cases} U = VIt \\ U = RI^2t \\ U = \frac{V^2}{R}t \end{cases}$$

۵- در استفاده از رابطه $U = Pt$ ، اگر توان بر حسب وات و زمان بر حسب ثانیه جایگزین شود، انرژی بر حسب ژول به دست می‌آید و اگر توان بر حسب کیلووات و زمان بر حسب ساعت جایگزین شود، انرژی بر حسب کیلووات ساعت به دست می‌آید.

۶- هر کیلووات ساعت معادل 3.6×10^6 ژول است.

$$1 \text{ kW.h} \equiv 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$



۶۵- در سیم‌کشی منازل، همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰ ولت طوری طراحی شده است که حداکثر می‌تواند جریان ۱۵ آمپر را تحمل کند. در این منزل، یک اتوی ۱۰۰۰ W، یک توستر (نان برشته‌کن) ۱۸۰۰ W، یک بخاری برقی ۱۱۰۰ W، یک کولر ۲۰۰۰ W و چند لامپ ۱۰۰ واتی وجود دارد. با روشن بودن وسایل چه تعداد از موارد زیر، فیوز خواهد پرید؟

الف: اتو + توستر + چهار لامپ

ب: کولر + اتو + دو لامپ

پ: بخاری برقی + کولر + یک لامپ

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه $P = VI$ ، حداکثر توان قابل تحمل مدار برابر است با:

$$P_{\max} = VI_{\max} = 220 \times 15 = 3300 \text{ W}$$

بنابراین، باید ببینیم در کدام موارد مجموع توان مصرفی وسایل، بیش‌تر از ۳۳۰۰ W است.

الف

$$P = P_{\text{اتو}} + P_{\text{توستر}} + 4 \times P_{\text{لامپ}} = 1000 + 1800 + 4 \times 100 = 3200 \text{ W}$$

بنابراین، فیوز نمی‌پرد.

ب

$$P = P_{\text{کولر}} + P_{\text{اتو}} + 2 \times P_{\text{لامپ}} = 2000 + 1000 + 2 \times 100 = 3200 \text{ W}$$

بنابراین فیوز نمی‌پرد.

پ

$$P = P_{\text{بخاری برقی}} + P_{\text{کولر}} + P_{\text{لامپ}} = 1100 + 2000 + 100 = 3200 \text{ W}$$

بنابراین فیوز نمی‌پرد.

دانشگاه رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمون ها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

سازمان نشر آموزش شور

حکایت
سنجی

گزینه دو
موسسه آموزشی فرهنگی



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

آکا

زبختار

خبریه
آزمون

کانون
فرهنگی
آموزش
قلم چی

آزمون های سراسری
گاج

join us ...

WWW.ArefOnline.ir

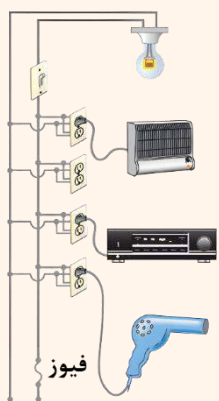


یه نمونه باحال

بچه‌ها این سؤال براساس یکی از مثال‌های مهم کتاب درسی‌تونه که حتماً باید حلش رو بلد باشین! یک لامپ رشته‌ای 100 W ، یک بخاری برقی 2000 W ، یک دستگاه پخش صوت 200 W ، و یک ششوار (موخشک‌کن) 2200 W مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده است. فیوز قطعه‌ای حفاظتی در مسیر سیم‌کشی‌های الکتریکی است که وقتی جریان بخواهد از حد مجاز بیش‌تر شود، جریان را قطع می‌کند. اگر فیوز شکل، 15 A باشد، یعنی حداکثر بتواند جریان 15 A را تحمل کند، آیا فیوز خواهد پرید؟

پاسخ تشریحی:

همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سیم‌کشی منازل همه مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند؛ بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان‌های عبوری از هر یک از مصرف‌کننده‌هاست. با استفاده از رابطه $I = \frac{P}{V}$ جریان عبوری از هر یک از این چهار مصرف‌کننده را به‌دست می‌آوریم؛ بنابراین، به‌ترتیب داریم:



$$I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{100\text{ W}}{220\text{ V}} = 0.455\text{ A}$$

$$I_{\text{بخاری}} = \frac{P_{\text{بخاری}}}{V} = \frac{2000\text{ W}}{220\text{ V}} = 9.09\text{ A}$$

$$I_{\text{پخش}} = \frac{P_{\text{پخش}}}{V} = \frac{200\text{ W}}{220\text{ V}} = 0.909\text{ A}$$

$$I_{\text{ششوار}} = \frac{P_{\text{ششوار}}}{V} = \frac{2200\text{ W}}{220\text{ V}} = 10.0\text{ A}$$

بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر است با:

$$I_{\text{ششوار}} + I_{\text{پخش}} + I_{\text{بخاری}} + I_{\text{لامپ}} = I_{\text{کل}} = I_{\text{فیوز}}$$

$$= 0.455\text{ A} + 9.09\text{ A} + 0.909\text{ A} + 10.0\text{ A} = 20.454\text{ A}$$

چون فیوز 15 A است؛ بنابراین، فیوز خواهد پرید. در اغلب منازل چند مدار سیم‌کشی جداگانه داریم که هر یک فیوز مربوط به خود را دارد. برای این‌که بتوانیم به‌طور هم‌زمان از چند وسیله برقی استفاده کنیم، باید وسایل برقی را به‌طور هم‌زمان به یک مدار وصل نکنیم و مدارهای دیگر را نیز به‌کار گیریم.



۶۶- در دو سر یک سیم به طول 2 m و سطح مقطع 2 mm^2 ، اختلاف پتانسیل 20 V برقرار کرده‌ایم. توان مصرفی در این سیم چند کیلووات می‌شود؟ (مقاومت ویژه این سیم برابر $10^{-4}\text{ }\Omega\cdot\text{cm}$ است.)

۸ (۴)

۴ (۳)

۸۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



گاهی در سؤالات، مقاومت ویژه را به‌جای $\Omega\cdot\text{m}$ ، برحسب $\Omega\cdot\text{cm}$ به ما می‌دهند. برای تبدیل یکای $\Omega\cdot\text{cm}$ به $\Omega\cdot\text{m}$ ، کافی است مقاومت ویژه را به 100 تقسیم کنیم.

گام اول:

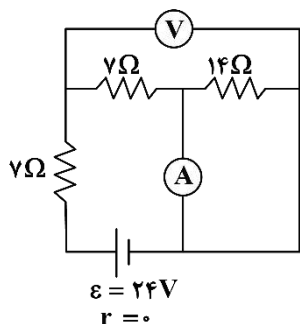
ابتدا با توجه به رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، مقاومت را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = 10^{-4}\text{ }\Omega\cdot\text{cm} = 10^{-6}\text{ }\Omega\cdot\text{m}, L = 2\text{ m}, A = 2\text{ mm}^2 = 2 \times 10^{-7}\text{ m}^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho L}{A} = \frac{10^{-6} \times 2}{2 \times 10^{-7}} = 10\text{ }\Omega$$

حال با کمک رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی در سیم را به دست می آوریم:

$$V = 200 \text{ V}, R = 10 \Omega \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} = \frac{(200)^2}{10} = 4 \times 10^3 \text{ W} = 4 \text{ kW}$$



۶۷- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی عوض شود، کدام مورد درست است؟

- (۱) آمپرسنج عدد صفر را نشان می دهد.
- (۲) ولتسنج عدد صفر را نشان می دهد.
- (۳) عددی که آمپرسنج و ولتسنج نشان می دهند، هیچ تغییری نمی کند.
- (۴) عددی که آمپرسنج نشان می دهد تغییر نمی کند، اما ولتسنج صفر را نشان می دهد.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

حالت اول:

آمپرسنج، آرمانی است و مقاومت آن، صفر است؛ بنابراین دو سر مقاومت ۱۴ اهمی، همپتانسیل شده و این مقاومت، اتصال کوتاه می شود. در نتیجه، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{7+7} = \frac{24}{14} \text{ (A)} \rightarrow \text{عدد آمپرسنج}$$

ولتسنج به دو سر مقاومت ۷ اهمی بالایی وصل شده است؛ بنابراین:

$$V = RI = 7 \times \frac{24}{14} = 12 \text{ (V)} \rightarrow \text{عدد ولتسنج}$$

حالت دوم:

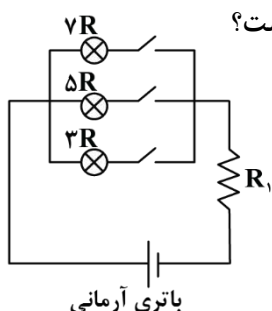
وقتی جای آمپرسنج و ولتسنج عوض شود، آمپرسنج که مقاومت آن صفر است، مقاومت های ۱۴ اهمی و ۷ اهمی بالایی را اتصال کوتاه می کند. از طرفی، با اتصال کوتاه شدن مقاومت ۱۴ اهمی، ولتسنج عملاً به دو نقطه همپتانسیل وصل شده و عدد صفر را نشان می دهد. در مورد عدد آمپرسنج داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{24}{7} \text{ (A)}$$

بنابراین عدد آمپرسنج، دو برابر می شود.



۶۸- در شکل زیر، سه لامپ با مقاومت های ۳R، ۵R و ۷R توسط مقاومت R_1 به یک باتری آرمانی متصل شده اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. اگر کلیدها را یکی پس از دیگری ببندیم، کدام مورد درباره توان خروجی باتری صحیح است؟



- (۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.
- (۲) پیوسته کاهش می یابد.
- (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.
- (۴) پیوسته افزایش می یابد.

در ابتدا جریانی از مدار عبور نمی کند؛ بنابراین توان خروجی باتری صفر است. با بستن اولین کلید، جریان الکتریکی در مدار برقرار می شود و در نتیجه توان خروجی باتری افزایش می یابد.

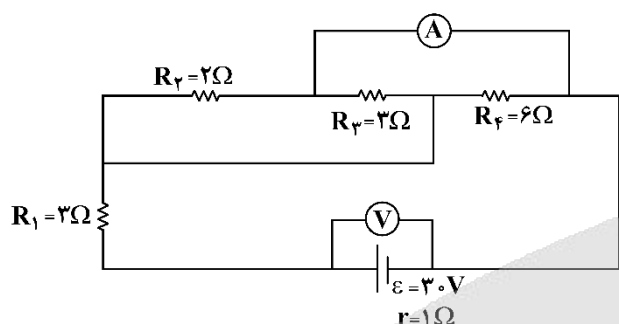
با بستن کلیدهای بعدی، چون لامپ ها با یکدیگر موازی می شوند، مقاومت معادل آن ها کم می شود و در نتیجه جریان خروجی از باتری افزایش می یابد.

$$\begin{cases} P_{\text{خروجی}} = VI \\ V = \varepsilon: \text{باتری آرمانی} \end{cases} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I \xrightarrow{\text{افزایش } I} \text{توان خروجی باتری افزایش می یابد.}$$

با توجه به توضیحات فوق، توان خروجی باتری، پیوسته افزایش می یابد.



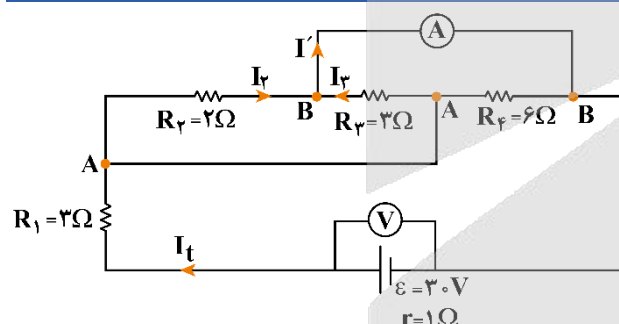
۶۹- در مدار شکل زیر اعدادی که آمپرسنج ایده آل و ولتسنج ایده آل نشان می دهند، در SI به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟



- (۱) ۲۴ V، ۱ A
- (۲) ۶ V، ۱ A
- (۳) ۶ V، ۵ A
- (۴) ۲۴ V، ۵ A

گام اول:

نقطاتی که با سیم بدون مقاومت به هم وصل می شوند یک نقطه محسوب می شوند. با توجه به این که آمپرسنج ایده آل هم بدون مقاومت است مدار به شکل مقابل نقطه گذاری شده است:



گام دوم:

مقاومت های R_2 ، R_3 و R_4 موازی هستند، چون دو سر هر یک از آن ها به A و B وصل شده است، پس داریم:

$$R_{AB} = R_2 \parallel R_3 \parallel R_4 = 2 \Omega \parallel 3 \Omega \parallel 6 \Omega \Rightarrow R_{AB} = 1 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{AB} = 3 + 1 = 4 \Omega$$

گام سوم:

جریان گذرنده از مولد و مقاومت معادل را حساب می کنیم:

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{3.0}{4 + 1} = 0.6 \text{ A}$$

گام چهارم:

ولتاژ دو سر نقاط A و B برابر است با:

$$V_{AB} = R_{AB} I_t = 1 \times 0.6 = 0.6 \text{ V}$$

گام پنجم:

جهت جریان در مقاومت های R_2 ، R_3 و R_4 از A به B (از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر) است:

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{0.6}{2} = 0.3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{0.6}{3} = 0.2 \text{ A}$$

$$I' = I_2 + I_3 = 5 \text{ A}$$

گام آخر:

حالا با خیال راحت ولتاژ دو سر مولد را به دست می آوریم:

$$V = \varepsilon - rI_{eq} = 30 - (1 \times 6) = 24 \text{ V}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۵- در مدار روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی چه عددی را نشان می‌دهند؟

(۱) $2/4 \text{ V}, 0/8 \text{ A}$

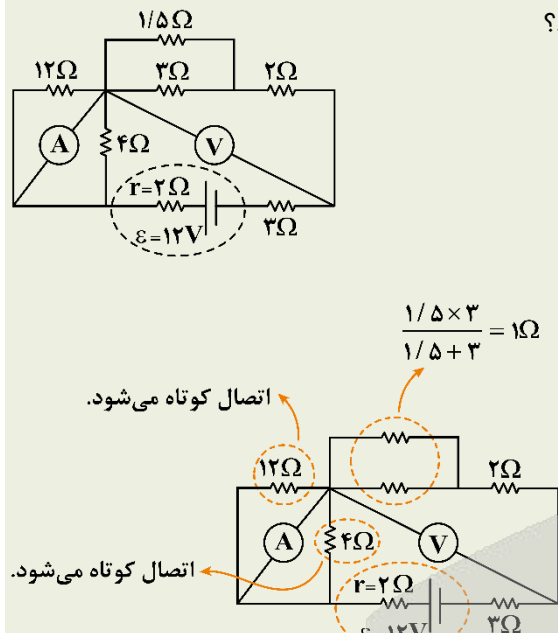
(۲) $4/8 \text{ V}, 0/8 \text{ A}$

(۳) $4/5 \text{ V}, 1/5 \text{ A}$

(۴) $6 \text{ V}, 1/5 \text{ A}$

پاسخ تشریحی:

ابتدا مدار را کمی ساده می‌کنیم:



در ادامه مقادیر اندازه‌گیری شده توسط آمپرسنج و ولت‌سنج را محاسبه می‌کنیم.

$$R_{eq} = 1 + 2 + 3 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{12}{2 + 6} = 1/5 \text{ A}$$

$$V = RI = 3 \times 1/5 = 4/5 \text{ V}$$

پاسخ: گزینه ۳

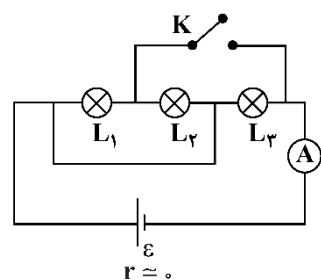


۷۰- در مدار روبه‌رو کلید K را می‌بندیم. چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: لامپ‌های L_1 و L_2 روشن می‌شوند.

ب: نور لامپ L_3 تغییری نمی‌کند.

پ: عدد آمپرسنج افزایش می‌یابد.



(۲) ۲

(۴) صفر

(۱) ۱

(۳) ۳

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف

در ابتدا لامپ‌های L_1 و L_2 توسط سیم، اتصال کوتاه شده و خاموش‌اند. با بستن کلید K سه لامپ L_1 ، L_2 و L_3 به‌طور موازی در مدار قرار گرفته و لامپ‌های L_1 و L_2 روشن می‌شوند. (✓)



ب

در ابتدا تنها لامپ L_3 در مدار قرار دارد و ولتاژ دو سر آن برابر ولتاژ دو سر باتری (ε) است. (توجه کنید که مقاومت درونی باتری تقریباً صفر است). با بستن کلید K سه لامپ L_1 ، L_2 و L_3 به طور موازی در مدار قرار گرفته و ولتاژ دو سر هر سه آن‌ها برابر ولتاژ دو سر باتری (ε) می‌شود. چون ولتاژ دو سر لامپ L_3 تغییر نکرده است، نور آن نیز تغییر نمی‌کند.

$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon \quad (\checkmark)$$

پ

با بستن کلید K مقاومت L_3 با مقاومت‌های L_1 و L_2 موازی شده و مقاومت کل مدار کاهش می‌یابد؛ بنابراین جریان کل مدار افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \quad (\checkmark)$$

آنچه گذشت...

مقاومت کل در مقاومت‌های موازی از هر یک از مقاومت‌ها کمتر است.

بررسی تغییر در مدارهای الکتریکی

در این درس‌نامه به بررسی سؤالاتی می‌پردازیم که در آن‌ها مقدار یک مقاومت تغییر می‌کند یا کلیدی باز یا بسته می‌شود و اثر این تغییرات بر مقادیر ولت‌سنج‌ها، آمپرسنج‌ها و یا نور لامپ‌ها از ما پرسیده می‌شود. برای حل این نوع از سؤالات می‌توانیم گام‌های زیر را طی کنیم.

۱- تعیین می‌کنیم مقاومت معادل مدار چگونه تغییر کرده است.

۲- با توجه به نتیجه گام قبل، تعیین می‌کنیم جریان خروجی از باتری چگونه تغییر می‌کند.

۳- با مشخص شدن تغییرات جریان باتری، تغییر نور برخی از لامپ‌ها و یا تغییرات اعداد برخی از ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌های مدار مشخص می‌شود. برای تعیین تغییرات نور لامپ‌های دیگر و مقادیر سایر ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها ولتاژ باتری را بررسی می‌کنیم. برای آن‌که روش بالا واضح‌تر شود، مثال زیر را حل می‌کنیم.

یه نمونه باحال

در مدار مقابل با بستن کلید K ، نور لامپ‌های L_1 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ:

برای حل این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: با بستن کلید K ، دو لامپ با هم موازی می‌شوند و در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

گام دوم: با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان خروجی از باتری زیاد می‌شود. چون جریان باتری به طور کامل از لامپ L_1 می‌گذرد، با افزایش جریان، نور L_1 هم زیاد می‌شود.

گام سوم: جریان کل مدار زیاد شده است، ولی این جریان با بسته شدن کلید باید بین دو لامپ L_2 و L_3 تقسیم شود؛ بنابراین با کمک جریان نمی‌توانیم تغییرات نور لامپ L_3 را بررسی کنیم. برای این کار از تغییرات ولتاژ باتری در مدار کمک می‌گیریم.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow$$

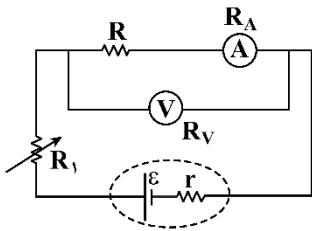
$$\downarrow V_{\text{باتری}} = \uparrow V_{L_1} + V_{L_3} \Rightarrow V_{L_3} \downarrow$$

بنابراین نور لامپ L_3 با کاهش ولتاژ آن کم شده است. راه‌حل این مثال را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$K \text{ بستن} \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_t \uparrow \Rightarrow L_1 \text{ پرنورتر}$$

$$I_t \uparrow \Rightarrow V_{\text{باتری}} \downarrow \Rightarrow V_{L_3} \downarrow \Rightarrow L_3 \text{ کم‌نورتر}$$

۷۱- شکل زیر، مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول R نشان می‌دهد. فرض کنید در این مدار، ولت‌سنج، 30 ولت و آمپرسنج، 150 میلی‌آمپر را نشان دهد. مقاومت ولت‌سنج $R_V = 15k\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = 2\Omega$ است. مقاومت R چند اهم است و جریان گذرنده از ولت‌سنج چند میلی‌آمپر است؟



- (۱) $1/98mA, 198\Omega$
 (۲) $2mA, 200\Omega$
 (۳) $2mA, 198\Omega$
 (۴) $1/98mA, 200\Omega$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به‌هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها برابر با 30 ولت (عدد ولت‌سنج) است. با توجه به این‌که آمپرسنج، جریان $150mA$ را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از مقاومت R نیز برابر $150mA$ است:

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{30}{150 \times 10^{-3}} = 200\Omega \Rightarrow R + R_A = 200$$

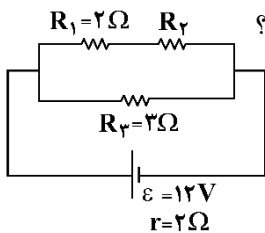
$$\Rightarrow R + 2 = 200 \Rightarrow R = 198\Omega$$

برای محاسبه جریان گذرنده از ولت‌سنج، قانون اهم را به‌کار می‌بریم:

$$V = R_V I_V \Rightarrow 30 = 15 \times 10^3 \times I_V \Rightarrow I_V = 2 \times 10^{-3} A = 2mA$$



۷۲- در شکل زیر توان خروجی مولد بیشینه است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_P چند ولت است؟

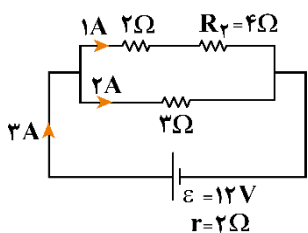


- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:



وقتی توان خروجی مولد بیشینه است، $I = \frac{\epsilon}{2r}$ و $R_{eq} = r$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$R_{eq} = r \Rightarrow \frac{(2 + R_P) \times 3}{(2 + R_P) + 3} = 2 \Rightarrow R_P = 4\Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{12}{2 + 2} = 3A$$

گام آخر:

به شاخه بالا جریان $1A$ و به شاخه پایین جریان $2A$ وارد می‌شود، پس ولتاژ دو سر مقاومت R_P برابر است با:

$$V_P = R_P I_P = 4 \times 1 = 4V$$

توان خروجی باتری

توان خروجی از یک مولد (توان مفید) از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

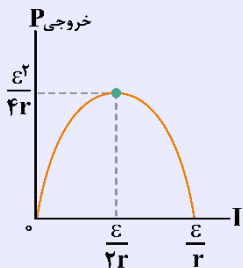
$$\begin{cases} P = VI \\ V = \epsilon - rI \end{cases} \rightarrow P = \epsilon I - rI^2$$

به عبارتی می‌توان گفت که باتری توان ϵI را تولید می‌کند و مقدار rI^2 در مقاومت درونی آن تلف می‌شود.

دقت کنید توان خروجی از باتری $(P = \varepsilon I - rI^2)$ ، برابر توان مصرفی در کل مقاومت‌های خارجی مدار $(P = R_{eq} I^2 = \frac{V^2}{R_{eq}})$ است.

نمودار توان - جریان باتری و ویژگی‌های آن

۱- نمودار توان خروجی از یک باتری برحسب جریان عبوری از آن، به صورت یک سهمی است و توصیه می‌شود این نمودار را به خاطر بسپارید.



$$P = \varepsilon I - rI^2$$

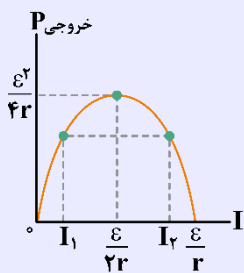
$$\rightarrow \text{رأس سهمی} : \begin{cases} I = \frac{\varepsilon}{2r} \\ P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \end{cases}$$

۲- همان‌طور که در نمودار بالا می‌بینید، توان خروجی از یک باتری زمانی بیشینه می‌شود که جریان آن برابر $\frac{\varepsilon}{2r}$ باشد. مقدار این توان بیشینه

$$\text{برابر } P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{4r} \text{ است.}$$

۳- با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، اگر به ازای دو جریان مختلف، توان خروجی از باتری یکسان باشد، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع

این دو جریان برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است. به شکل زیر دقت کنید:

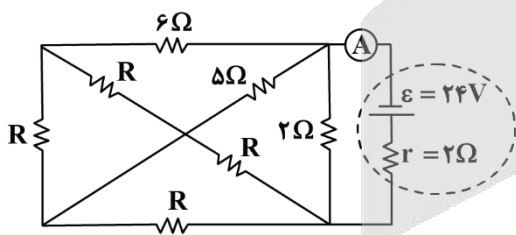


$$\frac{\varepsilon}{2r} = (I_1 \text{ و } I_2 \text{ میانگین}) = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\rightarrow I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r}$$



۷۳- در مدار شکل زیر، آمپرسنج غیر ایده‌آل به مقاومت $2/2\Omega$ ، مقدار جریان $4A$ را نشان می‌دهد. مقاومت الکتریکی R چند اهم



است؟

- (۱) ۷
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۸

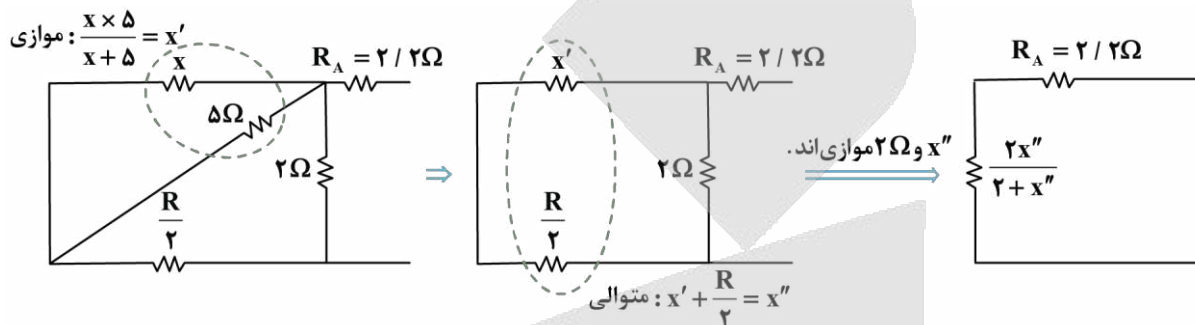
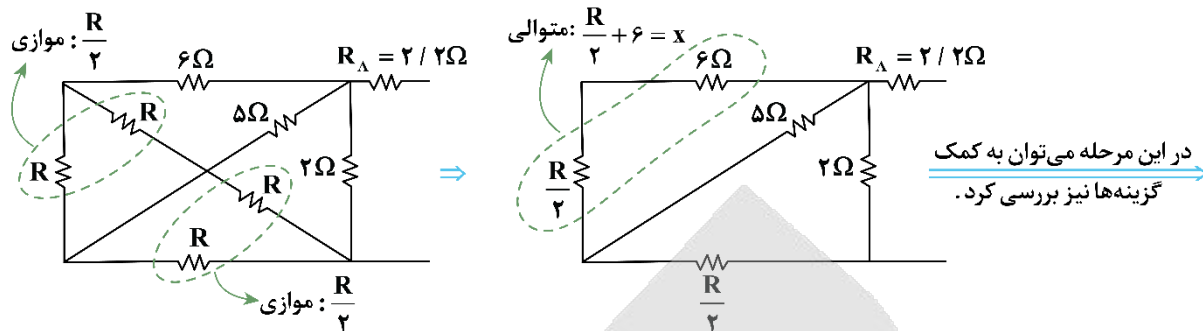
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این که مقدار جریان نشان داده شده توسط آمپرسنج همان جریان کل مدار است، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 4 = \frac{24}{R_{eq} + 2} \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

پس باید مقاومت کل مدار برابر با ۴ اهم باشد. لذا داریم:

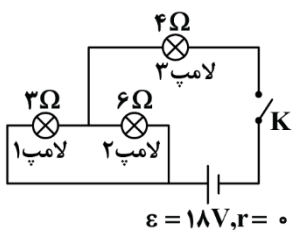


$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{2x''}{2+x''} + 2/2 = 4 \Rightarrow \frac{x''}{2+x''} = 0/9 \Rightarrow x'' = 1/8 + 0/9x''$$

$$\Rightarrow x'' = 18\Omega \xrightarrow{x'' = x' + \frac{R}{2}} x' + \frac{R}{2} = 18 \xrightarrow{x' = \frac{\Delta x}{x + \Delta}} \frac{\Delta x}{x + \Delta} + \frac{R}{2} = 18$$

$$\xrightarrow{x = \frac{R}{2} + 6} \frac{\Delta(\frac{R}{2} + 6)}{\frac{R}{2} + 6 + \Delta} + \frac{R}{2} = 18 \Rightarrow \frac{\Delta R + 6\Delta}{R + 2\Delta} + \frac{R}{2} = 18 \Rightarrow \frac{R^2 + 32R + 120}{2R + 44} = 18$$

$$\Rightarrow R^2 - 4R - 672 = 0 \Rightarrow (R - 28)(R + 24) = 0 \Rightarrow R = 28\Omega$$



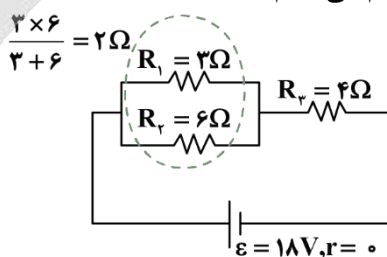
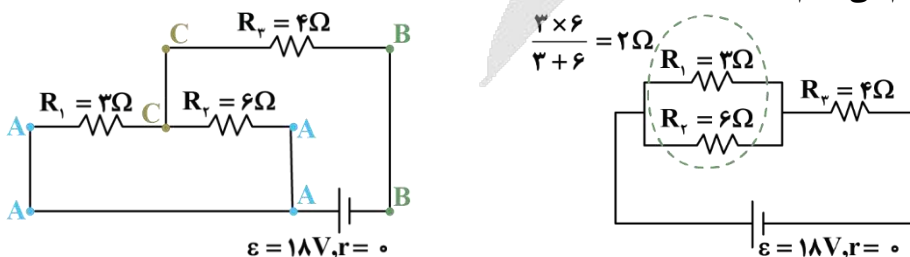
۷۴- در شکل مقابل، وقتی کلید بسته شود، توان مصرفی لامپ (۱)، چند وات می شود؟

- (۱) ۳
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۷

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

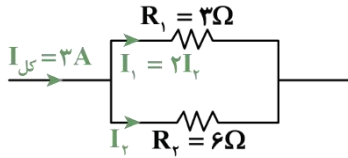
ابتدا به کمک نام گذاری نقاط، یک شکل ساده تر رسم می کنیم:



حال با به دست آوردن جریان کل مدار و سپس محاسبه جریان عبوری از مقاومت R_1 ، توان مصرفی آن را به دست می آوریم:

$$R_{eq} = 2 + 4 = 6\Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{6 + 0} = 3A$$



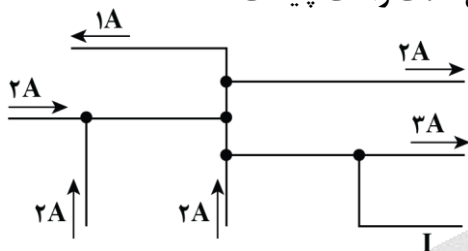
$$2I_2 + I_2 = I_{کل} \Rightarrow 3I_2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} I_2 = 1A \\ I_1 = 2A \end{cases}$$

حال توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 3 \times 2^2 = 12W$$



۷۵- شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟



(۱) $2A \rightarrow$

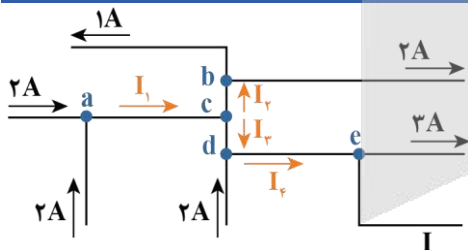
(۲) $2A \leftarrow$

(۳) $1A \rightarrow$

(۴) جریانی از این سیم نمی گذرد.

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



گره a: $I_1 = 2 + 2 = 4A$

گره b: $I_2 = 2 + 1 = 3A$

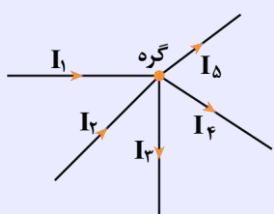
گره c: $I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 4 = 3 + I_3 \Rightarrow I_3 = 1A$

گره d: $I_4 = I_3 + 2 \Rightarrow I_4 = 1 + 2 = 3A$

گره e: $I_4 = I + 3 \Rightarrow 3 = I + 3 \Rightarrow I = 0$

قاعده جریانه را در هر یک از گره ها به کار می بریم.

بنابراین جریانی از سیم پایین سمت راست عبور نمی کند.



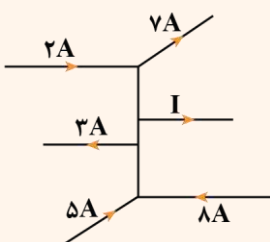
مجموع جریان های ورودی به یک گره با مجموع جریان های خروجی از گره برابر است.

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

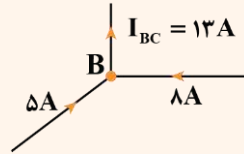
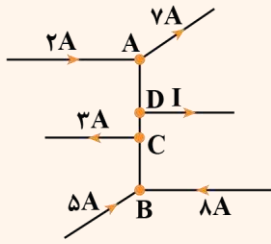
قانون انشعاب

یه نمونه باحال

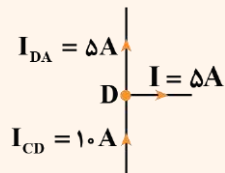
در شکل مقابل، جریان I چند آمپر است؟



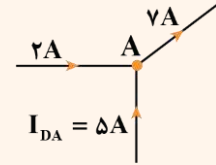
پاسخ تشریحی: با توجه به قانون گره‌ها داریم:



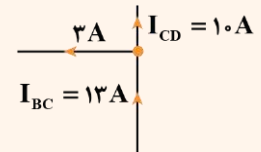
گره B:



گره D:



گره A:

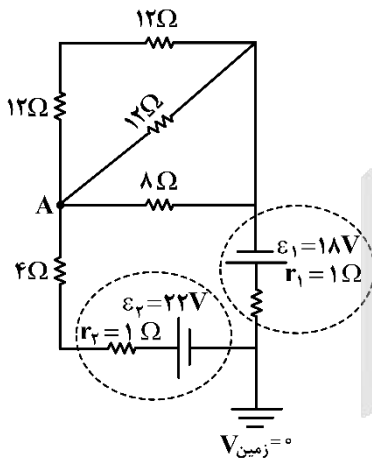


گره C:



۷۶- در مدار مقابل، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) ۴
- (۴) -۴



(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

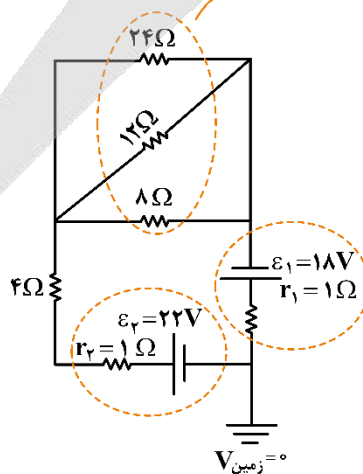
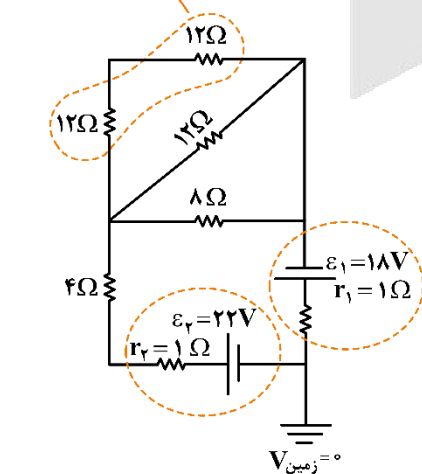
پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم.

متوالی $12 + 12 = 24\Omega$

موازی 4Ω



$$R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$



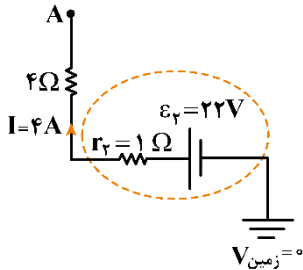
گام دوم:

جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} = \frac{18 + 22}{1 + 1 + 8} = \frac{40}{10} = 4A$$

گام آخر:

با حرکت از زمین تا نقطه A، پتانسیل آن را محاسبه می‌کنیم.



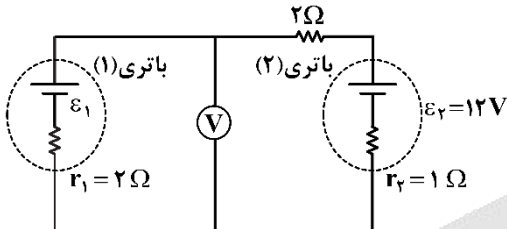
$$V_{\text{زمین}} + \varepsilon_2 - r_2 I - 4I = V_A$$

$$\Rightarrow 0 + 22 - 1 \times 4 - 4 \times 4 = V_A \Rightarrow V_A = 2V$$



۷۷- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی ۱۴/۴ ولت را نشان می‌دهد. در این صورت، باتری مصرف‌کننده توان است و ε₁

برابر ولت است.

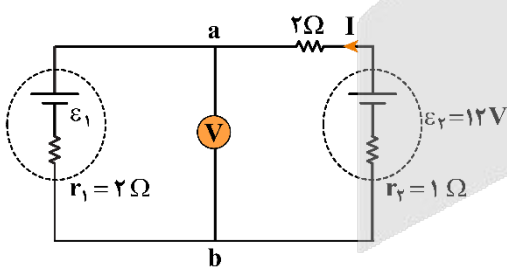


- (۱) ۱۲/۸ - (۱)
 (۲) ۱۲/۸ - (۲)
 (۳) ۱۶ - (۱)
 (۴) ۱۶ - (۲)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

مقدار ε₁ مجهول است؛ بنابراین، نمی‌توان مشخص کرد که کدام باتری تولیدکننده و کدام یک مصرف‌کننده توان است. در این گونه موارد، راحت‌تر آن است که یکی از مولدها را به‌طور پیش‌فرض به‌عنوان تولیدکننده در نظر بگیرید و جهت جریان اصلی مدار را مشخص کنید. اگر مقدار جریان، مثبت به‌دست آمد، فرض شما درست است. اما اگر مقدار جریان منفی به‌دست آمد، یعنی مولد موردنظر، مصرف‌کننده است و جهت جریان باید عکس شود. توجه کنید که مقدار جریان تغییری نمی‌کند و نیازی به محاسبه مجدد جریان نیست. فرض می‌کنیم باتری (۲)، تولیدکننده توان باشد؛ بنابراین، جهت جریان مطابق شکل زیر خواهد بود: دو سر ولت‌سنج آرمانی را a و b می‌نامیم. حال از نقطه a شروع می‌کنیم و با جمع جبری ولتاژها به b می‌رویم:



$$V_a + 2 \times I - 12 + 1 \times I = V_b \Rightarrow V_a - V_b = 12 - 3I$$

همان عدد ولت‌سنج است. توجه کنید که در جهت جریان، پتانسیل کاهش می‌یابد؛ بنابراین $V_a - V_b$ مثبت است.

$$V_a - V_b = 14/4 \Rightarrow 12 - 3I = 14/4 \Rightarrow I = -0.8A$$

مقدار جریان، منفی به‌دست آمد؛ بنابراین جهت جریان مدار، ساعتگرد است و باتری (۲) مصرف‌کننده توان و باتری (۱) تولیدکننده توان است. ولت‌سنج به دو سر باتری (۱) نیز می‌باشد. وصل است؛ بنابراین، عدد ولت‌سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۱) نیز می‌باشد.

$$\varepsilon_1 - r_1 I = 14/4 \Rightarrow \varepsilon_1 - 2 \times (-0.8) = 14/4 \Rightarrow \varepsilon_1 = 16V$$



۱- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر مثبت** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش **مولد** محرکه است و وظیفه رساندن انرژی به سایر اجزای مدار را بر عهده دارد. ولتاژ این باتری و توان **خروجی** از آن برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

$$P_{\text{خروجی}} = VI = (\varepsilon - rI)I = \varepsilon I - rI^2$$

با ضرب کردن توان خروجی از باتری در زمان، می‌توانیم انرژی‌ای که باتری به مدار تحویل می‌دهد را هم محاسبه کنیم.



۲- در مدارهای چندباتری، اگر جریان از **سر منفی** یک باتری خارج شود، این باتری در نقش مصرف کننده است و مانند مقاومت های مدار، انرژی را مصرف می کند. اندازه ولتاژ این باتری و توان مصرفی از آن برابر است با:

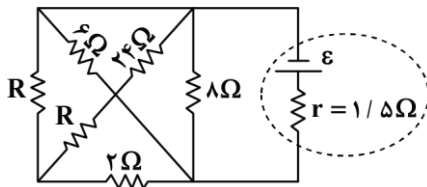
$$V = \varepsilon + rI$$

$$P_{\text{مصرفی}} = VI = (\varepsilon + rI)I = \varepsilon I + rI^2$$

با ضرب کردن توان مصرفی باتری در زمان، می توانیم انرژی ای که باتری مصرف می کند را هم محاسبه کنیم.



۷۸- در مدار زیر، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نصف نیروی محرکه است. مقاومت R چند اهم است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴/۵

(۴) ۶

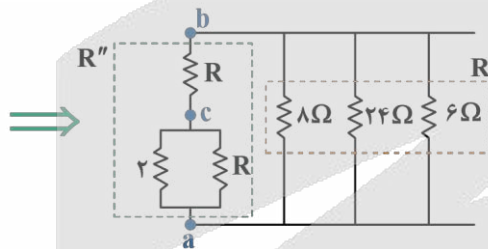
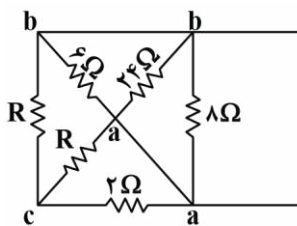
(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

$$\varepsilon - rI = \frac{1}{2}\varepsilon \Rightarrow rI = \frac{1}{2}\varepsilon \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = r = 1/5 \Omega$$



$$R' = (8 \parallel 24 \parallel 6) = \frac{6}{2} = 3 \Omega$$

$$\frac{8 \times 24}{32} = 6$$

گام دوم:

$$R'' \parallel R' = 1/5 \Rightarrow R'' \parallel 3 = \frac{3}{2} \Rightarrow R'' = 3$$

گام سوم:

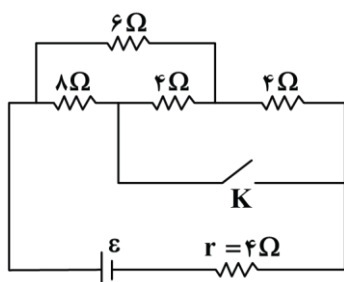
$$R'' = \frac{2R}{R+2} + R \Rightarrow 3 = \frac{2R + R(R+2)}{R+2} \Rightarrow 3R + 6 = 2R + R^2 + 2R$$

$$\Rightarrow R^2 + R - 6 = 0 \Rightarrow (R-2)(R+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 2 \Omega \checkmark \\ R = -3 \Omega \times \end{cases}$$

گام آخر:



۷۹- در مدار زیر، با بستن کلید K جریان عبوری از باتری چند برابر می شود؟



(۱) ۲/۳

(۲) ۳/۲

(۳) ۱/۲

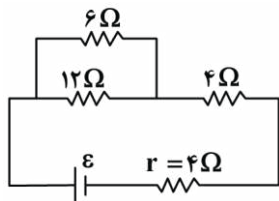
(۴) ۲



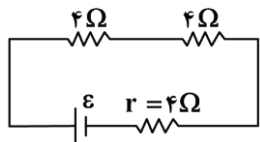
حالت اول:

کلید باز است.

مدار را ساده کرده و جریان را به دست می آوریم.



$$\frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega \text{ اهمی } 12 \text{ و اهمی } 6 \text{ موازی اند.}$$

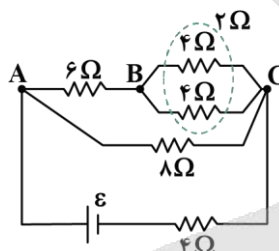
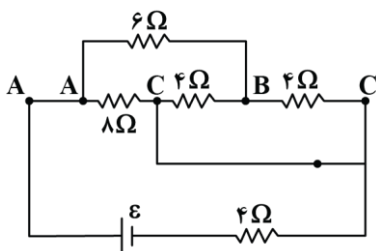


$$\Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{8 + 4} = \frac{\varepsilon}{12}$$

حالت دوم:

کلید بسته است.

ابتدا مدار را نام گذاری و ساده کرده و سپس جریان را به دست می آوریم.



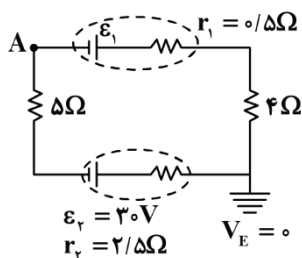
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{4 + 4} = \frac{\varepsilon}{8}$$

نسبت جریان عبوری حالت دوم به حالت اول را می یابیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{8}}{\frac{\varepsilon}{12}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$



۸۰- در مدار زیر، توان ورودی باتری (۱)، ۲۸ درصد کل توان خروجی باتری (۲) است. پتانسیل نقطه A چند ولت است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۳۰

(۳) ۱۵-

(۴) ۳۰-



نکته

۱- اصطلاح توان ورودی مربوط به باتری های مصرف کننده توان و اصطلاح توان خروجی یا مفید مربوط به باتری های تولید کننده توان است؛ بنابراین، در اینجا، باتری (۱)، مصرف کننده توان و باتری (۲) تولید کننده توان است.

۲- مجموع توان خروجی باتری های تولید کننده برابر است با مجموع توان مصرفی مقاومت ها و توان ورودی باتری های مصرف کننده توان. در اینجا، توان ورودی باتری (۱)، ۲۸ درصد کل توان مصرفی مدار و به عبارتی، ۲۸ درصد از توان خروجی باتری (۲) است؛ بنابراین، توان مصرفی مقاومت ها شامل ۷۲ درصد از توان خروجی باتری (۲) است.

$$P_{(\mathcal{E}\Omega)} + P_{(\Delta\Omega)} = 0 / \gamma \mathcal{P}_{(\mathcal{E}\gamma)} \Rightarrow \mathcal{E}I^{\gamma} + \Delta I^{\gamma} = 0 / \gamma \mathcal{P}_{(\mathcal{E}\gamma} I - r_{\gamma} I^{\gamma})$$

$$\xrightarrow{\div I} \mathcal{E}I + \Delta I = 0 / \gamma \mathcal{P}_{(\mathcal{E}\gamma} - \mathcal{P}_{\gamma} / \Delta I) \Rightarrow \mathcal{E}I = \mathcal{P}_{\gamma} / \mathcal{E} - \mathcal{P}_{\gamma} / \Delta I$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{\gamma} / \Delta I = \mathcal{P}_{\gamma} / \mathcal{E} \Rightarrow I = \mathcal{P}_{\gamma} A$$

$$V_A - \Delta I + \mathcal{E}_{\gamma} - \mathcal{P}_{\gamma} / \Delta I = \cancel{\mathcal{P}_{\gamma}}^{\circ} \Rightarrow V_A - \mathcal{P}_{\gamma} + \mathcal{P}_{\gamma} - \Delta = 0 \Rightarrow V_A = -\Delta V$$





بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی (صفحه‌های ۴۷ تا ۶۵)
شیمی ۲: در پی غذای سالم (صفحه‌های ۵۱ تا ۷۷)

سهم در
کنکور

شیمی ۱: ۳ تست از ۳۰ تست کنکور
شیمی ۲: ۳ تست از ۳۰ تست کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۸۱- جدول زیر را در نظر بگیرید:

ستون	۱	۲	۳	۴
نام ترکیب	گالیم اکسید	کلسیم فسفات	اسکاندیم نیتريد	آمونیم نترات

نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب موجود در ستون، معادل با برابر نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار است.

(۱) ۱ - ۳ - مولکول اوزون
(۲) ۲ - ۲ - مولکول آمونیاک
(۳) ۳ - ۲ - یون سولفات
(۴) ۴ - ۰/۲۵ - یون کربنات

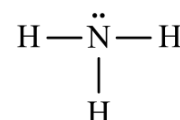
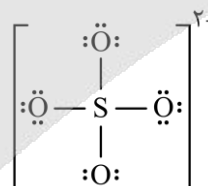
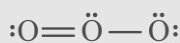
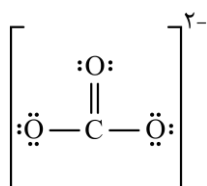
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

جدول زیر، نسبت شمار آنیون به کاتیون را در ترکیب‌های یونی ذکر شده نشان می‌دهد:

ستون	۱	۲	۳	۴
نام و فرمول ترکیب	گالیم اکسید Ga_2O_3	کلسیم فسفات $Ca_3(PO_4)_2$	اسکاندیم نیتريد ScN	آمونیم نترات NH_4NO_3
نسبت آنیون به کاتیون	۱/۵	$\frac{2}{3}$	۱	۱

ساختار لوویس گونه‌های آمونیاک، یون سولفات، اوزون و یون کربنات نیز به صورت زیر است:



نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی در این گونه‌ها به ترتیب از راست به چپ برابر $\frac{1}{3}$ ، ۳، ۲ و ۲ است. همان طور که مشخص است، نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب کلسیم فسفات، ۲ برابر نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در آمونیاک است.



۸۲- با عبارت‌های داده شده در کدام گزینه‌ها، مفهوم علمی جمله زیر به درستی کامل می‌شود؟

«در میان عناصر دوره چهارم جدول تناوبی، عنصر وجود دارند که»

الف - هفت، زیرلایه d آن‌ها کاملاً پر است.

ب - چهار، در آخرین لایه الکترونی خود تنها یک الکترون دارند.

ج - هفت، شماره گروه آن‌ها با تعداد الکترون‌های با $l = 1$ آن‌ها برابر است.

د - سه، نسبت تعداد الکترون آخرین زیرلایه به تعداد الکترون‌های با $l = 2$ آن برابر $0/2$ است.

(۴) «ب»، «د»

(۳) «الف»، «ج»

(۲) «ج»، «د»

(۱) «الف»، «ب»

آرایش الکترونی عناصر موجود در دوره چهارم جدول تناوبی به صورت زیر است:

$K: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 s^1$	$Ca: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 s^2$
$Sc: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^1 s^2$	$Ti: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^2 s^2$
$V: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^3 s^2$	$Cr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^5 s^1$
$Mn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^5 s^2$	$Fe: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^6 s^2$
$Co: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^7 s^2$	$Ni: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^8 s^2$
$Cu: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^1$	$Zn: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2$
$Ga: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^1$	$Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^2$
$As: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^3$	$Se: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^4$
$Br: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^5$	$Kr: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 d^{10} s^2 p^6$

با توجه به آرایش الکترونی عناصر موجود در دوره چهارم، موارد (ج) و (د) عبارت داده شده را به درستی تکمیل می کنند.

بررسی موارد:

الف) در میان عناصر موجود در دوره چهارم، زیرلایه $3d$ هشت عنصر $Kr, Br, Se, As, Ge, Ga, Zn$ و Cu کاملاً پر است. دقت داریم که آرایش الکترونی فلز مس از قاعده آفبا پیروی نمی کند.

نارسیایی های قاعده آفبا

بر اساس قاعده آفبا، آرایش الکترونی اتم های کروم و مس به ترتیب به صورت $[Ar] 3d^5 4s^1$ و $[Ar] 3d^5 4s^2$ در می آید، در حالی که این آرایش های الکترونی مطابق با داده های تجربی نبوده و طیف نشری خطی این عناصر واسطه را توجیه نمی کند. در واقع، داده های طیف سنجی نشان می دهد که آرایش الکترونی برخی اتم ها از قاعده آفبا پیروی نمی کند. برای نمونه هر یک از اتم های کروم و مس در بیرونی ترین زیرلایه خود (زیرلایه $4s$) تنها یک الکترون دارند. در این حالت، آرایش الکترونی اتم های کروم و مس به ترتیب به صورت $[Ar] 3d^5 4s^1$ و $[Ar] 3d^5 4s^1$ خواهد بود.

ب) در تناوب چهارم جدول دوره ای، آخرین لایه الکترونی (لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی ۴) سه عنصر پتاسیم، کروم و مس فقط یک الکترون دارد. در سایر عناصر موجود در این تناوب، بیرونی ترین لایه الکترونی بیش از یک الکترون (بین ۲ تا ۸ الکترون) دارد.

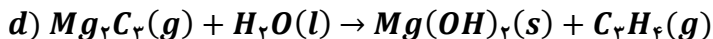
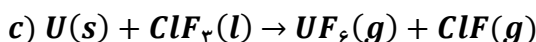
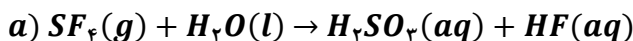
ج) در میان عناصر موجود در تناوب چهارم جدول دوره ای، شماره گروه ۷ عنصر روی، گالیم، ژرمانیم، آرسنیک، سلنیم، برم و کریپتون با تعداد الکترون های با $l = 1$ (الکترون های موجود در زیرلایه های p) در آن ها برابر است.

د) در دوره چهارم جدول تناوبی، تعداد الکترون های آخرین زیرلایه سه عنصر کروم، روی و ژرمانیم، $0/2$ برابر تعداد الکترون های با $l = 2$ (الکترون های موجود در زیرلایه های d) آن ها است.

در ساختار لایه ای، اتم را همانند کره ای در نظر می گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون ها در فضایی بسیار بزرگ تر و در لایه هایی پیرامون هسته توزیع می شوند. این لایه ها را از هسته به سمت بیرون شماره گذاری می کنند و شماره هر لایه را با n نمایش می دهند. در این مدل، n معادل با عدد کوانتومی اصلی است. لایه های با $n > 1$ ، از چند زیرلایه مجزا تشکیل شده اند که در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت می دهند و آن را با نماد l نشان می دهند و عدد کوانتومی فرعی نامیده می شود.



۸۳- پس از موازنه واکنش‌های زیر، نسبت مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌های واکنش a به فراورده‌های واکنش c و تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری در واکنش‌های b و d کدام است؟



(۴) ۱، صفر

(۳) ۱، ۲

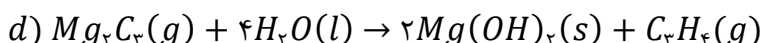
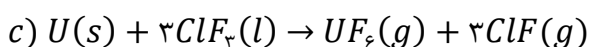
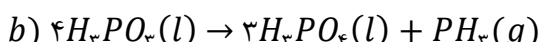
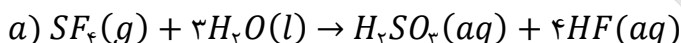
(۲) ۱/۲۵، ۲

(۱) ۱/۲۵، صفر

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

موازنه واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



مجموع ضریب‌های واکنش‌دهنده‌های واکنش a برابر ۴ و مجموع ضریب‌های فراورده‌های واکنش c نیز برابر ۴ است، پس نسبت بین این دو مقدار برابر ۱ می‌شود. مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌های b و d به ترتیب برابر با ۸ و ۸ بوده و تفاوت این دو مقدار نیز برابر با صفر است.



۸۴- تفاوت شمار الکترون‌ها با شمار نوترون‌ها در یون $^{239}Pu^{2+}$ برابر ۵۳ است. اگر نیم‌عمر پلوتونیم برابر با ۱۱۰ سال باشد، پس از ۳۳۰

سال، شمار ذره‌های باردار در اتم‌های Pu باقیمانده از نمونه اولیه ۴/۷۸ گرمی از اتم‌های این عنصر، به تقریب کدام است؟

(۴) $2/8 \times 10^{23}$

(۳) $1/4 \times 10^{23}$

(۲) $2/8 \times 10^{22}$

(۱) $1/4 \times 10^{22}$

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال، ابتدا عدد اتمی پلوتونیم را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} e &= Z - 2 \\ n &= A - Z = 239 - Z \end{aligned} \right\} \rightarrow n - e = (239 - Z) - (Z - 2) = 241 - 2Z = 53 \Rightarrow Z = \frac{188}{2} = 94$$



اگر زمان سپری شده t و نیم‌عمر ایزوتوپ پرتوزا برابر با T باشد، تعداد نیم‌عمرها برابر است با:

$$n = \frac{t}{T}$$

$$m = \left(\frac{1}{2}\right)^n m_0$$

اگر m_0 جرم اولیه باشد، جرم باقی‌مانده (m) پس از گذشتن زمانی معادل با n نیم‌عمر برابر خواهد بود با:

در قدم بعد، تعداد نیم‌عمرها و جرم باقیمانده از Pu را پس از گذشت ۱۱۰ سال حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{330}{110} = 3 \rightarrow m = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 4/78 = \frac{4/78}{8} = 0/5975 \text{ g}$$

و در نهایت شمار ذره‌های باردار را در اتم‌های Pu باقیمانده حساب می‌کنیم:

$$\text{ذره باردار} = 0/5975 \text{ g Pu} \times \frac{1 \text{ mol Pu}}{239 \text{ g Pu}} \times \frac{2 \times 94 \times 6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol Pu}} \simeq 2/8 \times 10^{23}$$

توجه داریم که تعداد ذرات باردار در یک اتم خنثی دو برابر عدد اتمی (Z) است؛ چراکه به ازای هر یک پروتون موجود در ساختار اتم مورد نظر، یک الکترون در اطراف هسته اتم وجود دارد.



۸۵- اگر دمای هوا در قلهٔ اورست در مقیاس کلونین ۱۸ درصد کم تر از سطح زمین باشد، ارتفاع کوه اورست برابر با چند متر است؟ (دمای سطح زمین را 21°C در نظر بگیرید.)

۸۹۴۰ (۴)

۸۸۲۰ (۳)

۸۴۸۰ (۲)

۸۲۸۰ (۱)

(آسان - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا دمای سطح زمین را بر حسب کلونین حساب می‌کنیم:

$$T_1(K) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = 21 + 273 = 294\text{ K}$$

یکای رایج دما، درجه‌ی سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) است؛ درحالی که یکای دما در SI کلونین (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلونین با نماد T نشان داده می‌شود. دقت داریم که رابطه‌ی بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی 1°C با ارزش دمایی 1 K برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلونین (ΔT) است. در ادامه با استفاده از درصد تغییر دما، میزان تغییر دما را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{T_1} \times 100 \Rightarrow -18 = \frac{\Delta T}{294} \times 100 \Rightarrow \Delta T = \frac{-294 \times 18}{100}\text{ K}$$

در نهایت با توجه به این که به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دمای هوا به اندازه 6°C یا 6 K کاهش می‌یابد، ارتفاع قلهٔ اورست را محاسبه می‌کنیم:

$$?m = \frac{-294 \times 18}{100}\text{ K} \times \frac{1\text{ km}}{-6\text{ K}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} = 8820\text{ m}$$



۸۶- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) اتمسفر کرهٔ زمین، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصلهٔ ۵۰ کیلومتری از سطح آن، وجود دارد.
- (۲) دمای هوا در ابتدای لایه‌ای از هواکره، که تغییرات آب و هوایی در آن رخ می‌دهد، در حدود 287 کلونین است.
- (۳) اگر عنصری دارای ۲ الکترون در ساختار الکترون - نقطه‌ای خود باشد، قطعاً در گروه ۲ جدول دوره‌ای قرار دارد.
- (۴) اگر در آرایش الکترونی یک اتم، زیرلایهٔ a زودتر از زیرلایهٔ b پر شود، مجموع $n + l$ برای زیرلایهٔ a ، کوچک‌تر است.

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اولین لایهٔ هواکره، تروپوسفر است که در آن، تغییرات آب و هوایی رخ می‌دهد. در این لایه، با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما کاهش می‌یابد. میانگین دما در سطح زمین، حدود 14°C است که به تدریج کاهش یافته و در انتهای لایهٔ اول به حدود -55°C می‌رسد. برای تبدیل واحد سانتی‌گراد (θ) به کلونین، از رابطهٔ روبه‌رو استفاده می‌کنیم:

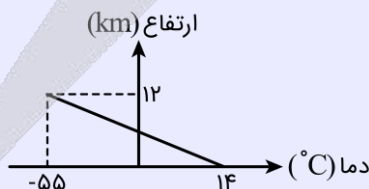
$$K = 273 + \theta$$

بنابراین اگر به جای θ ، عدد ۱۴ را جایگزین کنیم، مقدار ۲۸۷ به دست می‌آید:

$$K = 273 + 14 = 287$$

نمودار تغییرات دما

نمودار تغییرات دما بر حسب ارتفاع در لایهٔ اول را به صورت زیر می‌توان نشان داد.



رابطه کلی دما و ارتفاع را می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت:

رابطه کلی دما و ارتفاع را می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت:

بررسی سایر گزینه‌ها:

در میان سیاره‌های سامانهٔ خورشیدی، تنها زمین، اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند. این اتمسفر، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است؛ به طوری که می‌توان گفت ما در کف اقیانوسی از مولکول‌های گازی زندگی می‌کنیم. جاذبهٔ زمین این گازها را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آن‌ها از اتمسفر می‌شود.

هلیوم دارای ۲ الکترون ظرفیتی است اما در گروه ۱۸ قرار دارد. دقت کنید که در ساختار الکترون - نقطه‌ای هلیوم، این دو الکترون به صورت جفت قرار دارند. عناصر گروه ۲ نیز، دارای ۲ الکترون ظرفیتی هستند اما این دو الکترون در ساختار الکترون - نقطه‌ای آن‌ها، به صورت تک قرار گرفته است.

۱								۱۸
H·								He·
۲			۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	
Li·	Be·		·B·	·C·	·N·	·O·	·F·	·Ne·
Na·	Mg·		·Al·	·Si·	·P·	·S·	·Cl·	·Ar·

با توجه به قاعده آفا، اگر مجموع $n + l$ برای دو زیرلایه، با هم برابر باشد، زیرلایه‌ای که مقدار n کمتری دارد، زودتر پر می‌شود. به عنوان مثال زیرلایه $3p$ زودتر از زیرلایه $4s$ پر می‌شود؛ در حالی که حاصل $n + l$ برای دارند؛ بنابراین نمی‌توان ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها را صرفاً بر اساس مجموع $n + l$ مورد بررسی قرار داد.



۸۷- اطلاعات موجود در کدام ردیف از جدول زیر، کاملاً درست است؟

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نسبت شمار آنیون به کاتیون
۱	آلومینیم فسفید	AlP_3	۳
۲	کلسیم اکسید	CaO	۲
۳	لیتیم نیترات	Li_3N	$\frac{1}{3}$
۴	منیزیم یدید	MgI_2	۲
۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

اطلاعات صحیح هر ردیف در جدول زیر نوشته شده است:

ردیف	نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نسبت شمار آنیون به کاتیون
۱	آلومینیم فسفید	AlP	۱
۲	کلسیم اکسید	CaO	۱
۳	لیتیم نیتريد	Li_3N	$\frac{1}{3}$
۴	منیزیم یدید	MgI_2	۲

فرمول شیمیایی منیزیم یدید به صورت MgI_2 است. این ترکیب دارای ۲ آنیون و ۱ کاتیون است. پس نسبت داده شده درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) فرمول شیمیایی آلومینیم فسفید به صورت AlP است.

۲) کلسیم اکسید دارای ۱ آنیون و ۱ کاتیون است؛ پس نسبت آن‌ها برابر با ۱ می‌باشد.

۳) نام صحیح Li_3N ، لیتیم نیتريد (نه نیترات) است.



۸۸- اگر شمار الکترون‌های ظرفیت عنصر A ، دو برابر عنصر D باشد، کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) اگر عنصر D دارای ۹ الکترون با $l = 1$ باشد، عنصر A دارای حداقل ۱۲ الکترون با $l = 1$ است.
- (۲) اگر عنصر A دارای ۱۴ الکترون در لایه سوم خود باشد، عنصر D می‌تواند با ${}_{41}Nb$ هم‌گروه باشد.
- (۳) اگر عنصر D از جمله عناصر دسته S جدول دوره‌ای باشد، عنصر A قطعاً در همین دسته قرار دارد.
- (۴) اگر عنصر A قادر به تشکیل یون A^{2-} باشد، عنصر D نمی‌تواند در میان عناصر دسته p قرار داشته باشد.

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

عنصری که دارای ۹ الکترون با $l = 1$ باشد، یعنی در زیرلایه $3p$ خود، ۳ الکترون دارد. به عبارتی در گروه ۱۵ قرار داشته و دارای ۵ الکترون ظرفیتی است. پس شمار الکترون ظرفیتی عنصر A باید برابر با ۱۰ باشد. عنصری با ۱۰ الکترون ظرفیتی در گروه ۱۰ قرار دارد. از آن‌جا که عناصر گروه ۳ تا ۱۲ از دوره چهارم به بعد وجود دارند، همه عناصر این دسته، دو زیرلایه $2p$ و $3p$ خود را تکمیل کرده‌اند؛ پس حداقل ۱۲ الکترون با $l = 1$ دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) اگر عنصر A دارای ۱۴ الکترون در لایه سوم خود باشد، یعنی دارای آرایش الکترونی $[Ar]3d^6 4s^2$ است؛ یعنی در گروه ۸ قرار داشته و ۸ الکترون ظرفیتی نیز، دارد. پس عنصر D دارای ۴ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین در گروه ۱۴ یا ۴ قرار دارد در حالی که ${}_{41}Nb$ در گروه ۵ قرار دارد.

(۳) اگر عنصر D در گروه ۱ قرار داشته باشد، عنصر A نیز در گروه ۲ و دسته S قرار دارد اما اگر عنصر D در گروه ۲ قرار داشته باشد، عنصر A دارای ۴ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین در گروه ۱۴ یا ۴ قرار دارد و در دسته S نمی‌باشد.

(۴) اگر عنصر A قادر به تشکیل یون A^{2-} باشد، یعنی در گروه ۱۶ قرار داشته و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. پس عنصر D دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. عنصری با ۳ الکترون ظرفیتی، می‌تواند در گروه ۱۳ یا گروه ۳ قرار داشته باشد. اگر این عنصر در گروه ۱۳ باشد، متعلق به دسته p جدول دوره‌ای است.

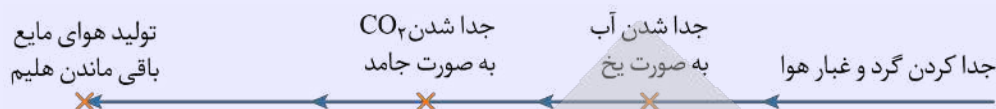


۸۹- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره، درست است؟

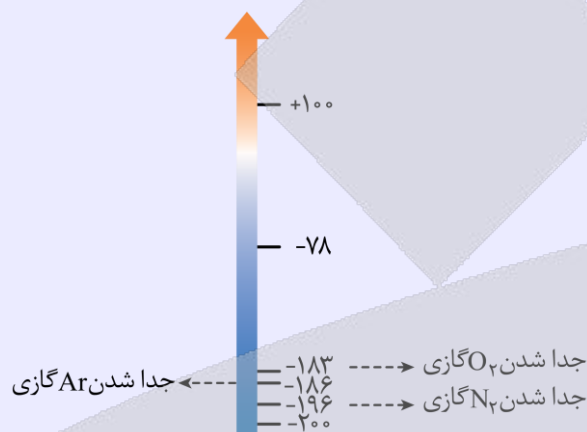
- (۱) اولین گازی که به‌صورت مایع از مخلوط جدا می‌شود، CO_2 است.
- (۲) در دمای $-200^\circ C$ ، هوای مایع، شامل چهار گاز فراوان هواکره است.
- (۳) دمای جوش سومین گاز نجیب فراوان هواکره، پایین‌تر از $-200^\circ C$ است.
- (۴) در این روش، تهیه سومین گاز فراوان هواکره به‌صورت خالص، دشوار و نسبتاً غیرممکن است.

ابتدا فرایند تقطیر جزء به جزء را با دقت بررسی می‌کنیم.

در فرایند تقطیر جزء به جزء، نخست هوا را از صافی‌هایی عبور می‌دهند تا گرد و غبار آن گرفته شود؛ سپس هوا را با استفاده از فشار تا 200°C سرد می‌کنند. در این فرایند ماده‌ای که نقطه جوش بالاتری دارد، زودتر به مایع تبدیل می‌شود.



سپس با افزایش دما به ترتیب گازهای نیتروژن، آرگون و اکسیژن جدا می‌شوند و هلیوم به صورت گاز باقی می‌ماند.



به دلیل نزدیک بودن نقطه جوش اکسیژن و آرگون، تهیه اکسیژن صد درصد خالص در این روش دشوار است؛ اما آرگون را با خلوص بسیار زیاد می‌توان تهیه کرد.

سومین گاز نجیب فراوان هواکره، هلیوم است که حتی در دمای 200°C نیز، تغییر حالت نمی‌دهد؛ بنابراین می‌توان دریافت که نقطه جوش آن، پایین‌تر از 200°C است. ترتیب فراوانی گازهای نجیب هواکره به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ گاز کربن دی‌اکسید، حالت مایع ندارد و با کاهش دما، مستقیماً از حالت گاز به حالت جامد تبدیل می‌شود. طی کاهش دما، گازی که نقطه جوش بالاتری دارد، سریع‌تر تغییر حالت می‌دهد؛ بنابراین ابتدا گاز اکسیژن به حالت مایع تبدیل می‌شود. بعد از آن گاز آرگون و سپس گاز نیتروژن تغییر حالت می‌دهند.

۲ در دمای 200°C ، هوای مایع، شامل ۳ گاز اکسیژن، نیتروژن و آرگون است.

۴ سومین گاز فراوان هواکره آرگون است که برخلاف اکسیژن، با خلوص بالایی در این فرایند تهیه می‌شود.



۹۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف - در اثر سوختن زغال سنگ، اکسیدهای سه اتمی گوگرد و کربن تولید می‌شود.

ب - با افزودن مقداری سدیم اکسید به محلول منیزیم اکسید، pH محلول افزایش می‌یابد.

ج - ترتیب جداسازی سه گاز فراوان هواکره در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، مطابق ترتیب فراوانی آن‌ها در هواکره است.

د - هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه‌های آن، به میزان یکسان در میدان‌های گازی توزیع می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

موارد (الف) و (ب) درست هستند.



بررسی موارد:



سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود. علاوه بر برخی عناصرها، موادی از جمله سوخت‌های فسیلی نیز در شرایط مناسب می‌سوزند. برای نمونه، زغال سنگ در حضور اکسیژن می‌سوزد و افزون بر تولید گازهای SO_2 ، CO_2 و H_2O ، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کند:

نور و گرما + $O_2 \rightarrow SO_2 + CO_2 + H_2O$ + زغال سنگ
کربن ۲ نوع اکسید CO و CO_2 را دارد. کربن دی‌اکسید، دارای ۳ اتم است. همچنین گوگرد دارای ۲ نوع اکسید SO_2 و SO_3 است. گوگرد دی‌اکسید نیز، اکسید ۳ اتمی محسوب می‌شود.

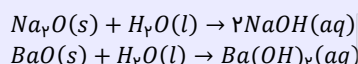


به‌طور کلی اکسیدهای فلزی در آب، خاصیت بازی و اکسیدهای نافلزی در آب خاصیت اسیدی دارند. عناصر دسته S (به‌جز هلیوم و هیدروژن)، دسته d و برخی از عناصر دسته p (مانند آلومینیم) فلز و عمده عناصر دسته p، نافلز هستند. سدیم و منیزیم در دسته S قرار داشته و فلز هستند. پس اکسید حاصل از آنها یعنی Na_2O و MgO در واکنش با آب، خاصیت بازی پیدا می‌کنند. pH محلول‌های بازی بالای ۷ است. پس اگر یک اکسید بازی را به محلولی که بازی است و pH آن بالای ۷ است، اضافه کنیم، pH افزایش پیدا کرده و محلول، بازی‌تر می‌شود.



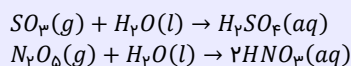
رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی

به‌طور کلی اکسیدهای فلزی (مانند Li_2O ، Na_2O ، MgO ، CaO ، BaO) در واکنش با آب، ماده‌ای با خاصیت بازی تولید می‌کنند؛ به همین دلیل به آنها اکسیدهای بازی می‌گویند.



مواد $NaOH$ و $Ba(OH)_2$ خاصیت بازی دارند.

همچنین به‌طور کلی، اکسیدهای نافلزی (مانند CO_2 ، N_2O_5 ، SO_2 ، SO_3) در واکنش با آب، ماده‌ای با خاصیت اسیدی تولید می‌کنند؛ به همین دلیل به آنها اکسیدهای اسیدی می‌گویند.



مواد H_2SO_4 و HNO_3 خاصیت اسیدی دارند.

برای سنجش میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول، از معیار pH استفاده می‌کنیم. محلول‌های بازی دارای pH بالای ۷ و محلول‌های اسیدی دارای pH زیر ۷ هستند. کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ و در محلول‌های بازی به رنگ آبی در می‌آید.



در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، ابتدا دما تا $-200^\circ C$ کاهش یافته و سپس با افزایش دما، به ترتیب گاز نیتروژن، گاز آرگون و سپس گاز اکسیژن به صورت گاز جداسازی می‌شوند:

ترتیب جداسازی: $N_2 > Ar > O_2$

ترتیب فراوانی: $N_2 > O_2 > Ar$

در حالی که ترتیب فراوانی این سه گاز در هواکره به صورت روبه‌رو است:

هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه‌های آن، در میدان‌های گازی توزیع می‌شود اما مقدار آن در میدان‌های گازی گوناگون، متفاوت است.



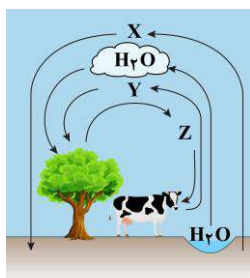
۹۱- با توجه به شکل روبه‌رو، کدامیک از مطالب زیر، نادرست است؟

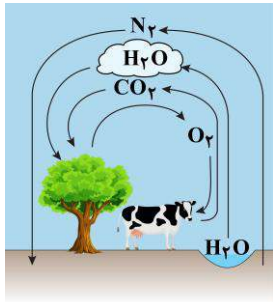
(۱) در سوختن ناقص، مقدار گاز Z در دسترس و گاز Y تولید شده کمتر است.

(۲) مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی در عناصر موجود در گاز X، برابر با ۱۲ است.

(۳) گازهای X و Z به ترتیب فراوان‌ترین گازهای اتمسفر در هوای پاک و خشک هستند.

(۴) با حل شدن گاز Y در محلول حاوی کلسیم اکسید، خاصیت اسیدی محلول افزایش می‌یابد.





زندگی جانداران گوناگون در زیست کره با گازهای موجود در هوا، گره خورده است. گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید و مصرف کربن دی‌اکسید هواکره (که یکی از منابع تولید آن، هوای بازدمی جانوران است)، اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند. جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند. پس گازهای X ، Y و Z به ترتیب گازهای نیتروژن، کربن دی‌اکسید و اکسیژن هستند.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد اما اگر مقدار اکسیژن ناکافی باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است. پس در سوختن ناقص مقدار گاز اکسیژن در دسترس ناکافی است و گاز کربن دی‌اکسید تولید شده کمتر شده و گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود.
- ۲) در گاز نیتروژن (N_2) دو اتم نیتروژن وجود دارد، از آن‌جا که این عنصر در گروه ۱۵ قرار دارد، ۵ الکترون ظرفیتی دارد. پس در مجموع ۱۰ الکترون ظرفیتی دارد.
- ۳) گاز نیتروژن با فراوانی تقریبی ۷۸ درصد و گاز اکسیژن با فراوانی تقریبی ۲۱ درصد، دو گاز فراوان هواکره هستند.

نام گاز	درصد گاز در هوا
نیتروژن	۷۸/۰۷۹
اکسیژن	۲۰/۹۵۲
آرگون	۰/۹۲۸
کربن دی‌اکسید	۰/۰۳۸۵
نئون	۰/۰۰۱۸
هلیوم	۰/۰۰۰۵
کریپتون	۰/۰۰۰۱
زنون و دیگر گازها	ناچیز

- ۴) مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند. فرمول شیمیایی آهک به صورت CaO است. این جانداران با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، از بین می‌روند؛ زیرا کربن دی‌اکسید، اکسید نافلز است و خاصیت اسیدی آب را افزایش می‌دهد.



۹۲- در جدول زیر، نقطه جوش سه گاز مشخص شده است. اگر دمای ظرف حاوی این گازها را به وسیله فشار، به طور پیوسته تا $185^{\circ}C$ - کاهش دهیم، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

گاز	نقطه جوش ($^{\circ}C$)
A	-۱۶۰
B	-۱۷۰
C	-۱۸۰

- ۱) در دمای $93^{\circ}C$ کلوین، ماده C در حال جدا شدن از مخلوط گازی است.
- ۲) با افزایش دما ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به صورت $A \leftarrow B \leftarrow C$ است.
- ۳) به هنگام افزایش دما، در دمای $175^{\circ}C$ ، فقط ماده A به صورت مایع وجود دارد.
- ۴) اگر ماده C به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای $80^{\circ}C$ کلوین، به صورت جامد است.

به طور کلی مواد در پایین‌تر از نقطه جوش خود دارای حالت فیزیکی مایع و در بالاتر از آن به حالت گاز هستند (به جز کربن دی‌اکسید که حالت مایع ندارد و به جامد تبدیل می‌شود). به هنگام افزایش دما، در دمای $175^{\circ}C$ ، فقط ماده C به صورت گاز جداسازی شده است و دو ماده دیگر حالت مایع دارند؛ زیرا این دما پایین‌تر از نقطه جوش دو ماده دیگر است و مواد در دماهای پایین‌تر از نقطه جوش خود، به حالت مایع هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) رابطه کلوین و درجه سانتی‌گراد به صورت $T = 273 + \theta$ است. پس دمای 93 K معادل 180°C است؛ با توجه به اینکه این دما نقطه جوش ماده C است، در این دما، این ماده در حال تغییر حالت و خروج از مخلوط است.
- ۲) با افزایش دما، گازی که نقطه جوش پایین‌تری دارد، زودتر از حالت مایع به حالت گاز تبدیل می‌شود؛ بنابراین ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به صورت $A \leftarrow B \leftarrow C$ است.
- ۳) اگر ماده C به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای 80 K معادل 193°C - که زیر نقطه جوش آن است، به صورت جامد می‌باشد.



۹۳- اگر شمار یون‌ها در $40/2$ گرم منیزیم فسفید، $3/01 \times 10^{23}$ واحد بیشتر از شمار یون‌ها در نمونه‌ای از روی اکسید باشد، جرم این نمونه کدام است؟ ($\text{Zn} = 65, P = 31, Mg = 24, O = 16: g. mol^{-1}$)

۴۰/۵ (۴)

۴۲/۵ (۳)

۸۵ (۲)

۸۱ (۱)

(متوسط - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

فرمول شیمیایی منیزیم فسفید و روی اکسید به ترتیب به صورت Mg_3P_2 و ZnO است. ابتدا اختلاف تعداد یون داده شده را به مول تبدیل می‌کنیم:

$$\text{یون } 1 \text{ mol} \times \frac{\text{یون } 3/01 \times 10^{23}}{\text{یون } 6/02 \times 10^{23}} = 0/5 \text{ mol}$$

پس منیزیم فسفید، $0/5$ مول یون بیشتر از روی اکسید دارد. شمار یون‌ها در $40/2$ گرم منیزیم فسفید برابر است با:

$$\text{یون } 1 \text{ mol} \times \frac{40/2 \text{ g } Mg_3P_2}{134 \text{ g } Mg_3P_2} \times \frac{5 \text{ mol } Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 1/5 \text{ mol}$$

در نتیجه شمار مول یون‌ها در ترکیب روی اکسید برابر با $1 - 0/5 = 0/5$ است. در هر مول روی اکسید، دو مول یون وجود دارد. اکنون با استفاده از شمار یون‌ها، جرم روی اکسید را به دست می‌آوریم:

$$\text{g } ZnO = 1 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ mol } ZnO}{2 \text{ mol} \text{ یون}} \times \frac{81 \text{ g } ZnO}{1 \text{ mol } ZnO} = 40/5 \text{ g}$$

جرم نمونه روی اکسید برابر با $40/5$ است.



۹۴- نمونه‌ای از نمک $MnCl_x$ به جرم $32/3$ گرم، دارای 11 گرم کاتیون است. اختلاف شمار الکترون و نوترون در کاتیون $^{55}_{25}Mn^{x+}$ کدام است؟ ($Cl = 35/5, Mn = 55: g. mol^{-1}$)

۸ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(سخت - مسئله ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

هنگامی که جرم کل نمونه برابر با $32/3$ گرم و جرم کاتیون برابر با 11 گرم است، جرم آنیون برابر است با: $32/3 - 11 = 21/3$ برای به دست آوردن مقدار x می‌توان نوشت:

$$21/3 \text{ g } Cl^- = 32/3 \text{ g } MnCl_x \times \frac{1 \text{ mol } MnCl_x}{55 + 35/5x \text{ g } MnCl_x} \times \frac{x \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } MnCl_x} \times \frac{35/5 \text{ g } Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} \rightarrow x = 3$$

پس ترکیب مورد نظر به صورت $MnCl_3$ بوده و به عبارتی منگنز به صورت یون Mn^{3+} در ترکیب وجود دارد. $^{55}_{25}Mn^{3+}$ دارای 30 نوترون و 22 الکترون است؛ بنابراین اختلاف آن‌ها برابر با 8 است.



۹۵- نام چند مورد از ترکیب‌های زیر، نادرست نوشته شده است؟

- الف - ZnO : روی (II) اکسید
 ب - ScN : اسکاندیم نیتريت
 ج - $CBBr_4$: مونو کربن تترابريد
 د - Fe_3P_2 : آهن (II) فسفید
 ه - K_2S : پتاسیم دی سولفید
 و - CuO : مس (I) اکسید

۴ (۶)

۳ (۵)

۲ (۴)

۲ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

نام‌گذاری ترکیب‌های یونی

در نام‌گذاری ترکیب‌های یونی دوتایی ابتدا نام فلز و سپس نام نافلز را با پسوند «ید» می‌آوریم. برای نوشتن نام فلزات با دو دسته از آن‌ها مواجه هستیم:
 ۱. فلزاتی که تنها یک نوع بار الکتریکی دارند؛ مانند فلزات گروه اول و دوم و همچنین یون‌های Al^{3+} , Zn^{2+} , Sc^{3+} , Ga^{3+} , Ag^+ و ...
 ۲. فلزاتی که بیش از یک نوع کاتیون تشکیل می‌دهند که در جدول زیر نشان داده شده‌اند.

نام عنصر	کروم	منگنز	آهن	کبالت	نیکل	مس	قلع	سرب
انواع کاتیون‌ها	Cr^{2+} Cr^{3+}	Mn^{2+} Mn^{3+}	Fe^{2+} Fe^{3+}	Co^{2+} Co^{3+}	Ni^{2+} Ni^{3+}	Cu^+ Cu^{2+}	Sn^{2+} Sn^{4+}	Pb^{2+} Pb^{4+}

هنگام نوشتن نام این فلزات از اعداد رومی برای نشان دادن بار آن‌ها استفاده می‌شود.

مثال: CaO : کلسیم تنها یک نوع یون تشکیل می‌دهد؛ پس نام صحیح این ترکیب به صورت کلسیم اکسید است.

CuO : مس دارای دو نوع کاتیون است؛ پس در نام‌گذاری آن باید از اعداد رومی برای بیان ظرفیت آن استفاده کنیم. نام صحیح این ترکیب مس (II) اکسید است.

به طور کلی همه عناصر دسته d دوره چهارم به جز اولین و آخرین عنصر آن، یعنی اسکاندیم و روی، بیش از یک نوع یون تشکیل می‌دهند.

نام‌گذاری ترکیب‌های مولکولی

(پیشوند یونانی + نام عنصر سمت چپ) (پیشوند یونانی + نام عنصر سمت راست + پسوند «ید»)

مثال: P_4O_{10} : تترافسفر دکا اکسید NO : نیتروژن مونواکسید

دقت کنید در صورتی که تعداد عنصر سمت چپ فقط یک عدد باشد، از به کار بردن پیشوند مونو برای آن پرهیز می‌کنیم. پس نام صحیح NO ، مونونیتروژن مونواکسید نیست و به صورت نیتروژن مونواکسید نام‌گذاری می‌شود.

نام همه ترکیبات داده شده نادرست است. نام‌گذاری صحیح آن‌ها در زیر آمده است:

الف: ZnO : روی اکسید؛ زیرا روی تنها یک نوع یون تشکیل می‌دهد و نیازی به نوشتن ظرفیت آن نیست.

ب: ScN : اسکاندیم نیتريد: یون نیتريت با یون نیتريد تفاوت دارد. فرمول شیمیایی یون نیتريد به صورت N^{3-} است و فرمول شیمیایی یون نیتريت به صورت NO_2^- است.

ج: $CBBr_4$: کربن تترابريد: پیشوند «مونو» در اول نام ترکیب نمی‌آید.

د: Fe_3P_2 : آهن (II) فسفید: آهن با یون Fe^{2+} در ترکیب شرکت کرده است.

ه: K_2S : پتاسیم سولفید: در نام‌گذاری ترکیبات یونی از پیشوند استفاده نمی‌کنیم.

و: CuO : مس (II) اکسید: مس با یون Cu^{2+} در ترکیب شرکت کرده است.



برای تمرین بیشتر مثال زیر را حل کنید.

عناصر A, B, C و D به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره چهارم هستند (عنصر A دارای کمترین عدد اتمی میان چهار عنصر مذکور است). یون حاصل از عناصر A و D برخلاف یون حاصل از عناصر B و C ، به صورت $3+$ وجود دارند. کدام یک از مطالب زیر در مورد این عناصر درست است؟

۱. همه این عناصر، بیش از یک نوع یون تشکیل می‌دهند.
۲. در نام‌گذاری سولفید حاصل از همه آن‌ها، از اعداد رومی استفاده می‌شود.
۳. از واکنش اکسیژن با این چهار عنصر، در مجموع ۶ نوع ترکیب یونی به دست می‌آید.
۴. در آرایش الکترونی فشرده یون حاصل از همه آن‌ها، بعد از نماد گاز نجیب، الکترون‌های ظرفیتی نوشته می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

عناصر فلزی گروه ۱ و ۲ و 13 به ترتیب یون‌هایی با بار $1+$ ، $2+$ و $3+$ بار مثبت تشکیل می‌دهند. انواع بار یون‌های حاصل از عناصر دسته d دوره چهارم نیز، در جدول زیر آمده است:

عنصر	Zn	Cu	Ni	Co	Fe	Mn	Cr	V	Ti	Sc
بار یون	$2+$	$1+$ و $2+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$2+$ و $3+$	$3+$

با توجه به بار یون‌ها، چهار عنصر مورد نظر به ترتیب Zn, Cu, Ni, Ga هستند؛ زیرا در میان این عناصر، مس و روی قادر به تشکیل یون سه بار مثبت نیستند. بررسی چهار عبارت:

۱. عناصر روی و گالیم فقط یک نوع یون تشکیل می‌دهد.
 ۲. از آن‌جا که روی و گالیم فقط یک نوع یون دارند، در نام‌گذاری ترکیبات حاصل از آن‌ها، از اعداد رومی استفاده نمی‌کنیم.
 ۳. گالیم و روی هر یک دارای یک نوع اکسید و دو عنصر دیگر هر یک دارای دو نوع اکسید هستند. پس مجموعاً ۶ نوع اکسید به دست می‌آید:
- $Ga_2O_3/ZnO/Cu_2O/CuO/Ni_2O_3/NiO$
۴. در آرایش الکترونی فشرده یون حاصل از گالیم، بعد از نماد گاز نجیب، الکترون‌های ظرفیتی نوشته نمی‌شود؛ زیرا آرایش الکترونی $3Ga$ به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 4s^1 3d^{10} [Ar]$ و یون $3Ga^{3+}$ به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 3d^{10} [Ar]$ است. پس آرایش الکترونی یون آن، به گاز نجیب ختم نمی‌شود.



۹۶- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اکسیدهای کربن درست است؟

- (۱) اکسیدی که شمار اتم‌های بیشتری دارد، بی‌رنگ و بسیار سمی است.
- (۲) اکسیدی که جفت الکترون ناپیوندی کمتری دارد، چگالی بیشتری نسبت به هوا دارد.
- (۳) اکسیدی که جرم بیشتری دارد، به تنهایی، به هنگام سوختن ناقص و در شعله زرد اجاق گاز وجود دارد.
- (۴) اکسیدی که میل ترکیبی بیشتری با هموگلوبین خون دارد، همانند گاز نیتروژن، دارای پیوند سه‌گانه است.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

کربن دارای دو نوع اکسید CO و CO_2 است که ساختار لوویس آن‌ها به صورت زیر است:



اکسیدی که میل ترکیبی بیشتری با هموگلوبین خون دارد، CO است که همانند گاز نیتروژن، دارای پیوند سه‌گانه است. $\text{N} \equiv \text{N} :$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱. اکسیدی که شمار اتم‌های بیشتری دارد، CO_2 است که برخلاف CO سمی محسوب نمی‌شود.
۲. اکسیدی که جفت الکترون ناپیوندی کمتری دارد، CO است که چگالی کمتری نسبت به هوا و قابلیت انتشار بسیار بالایی دارد.
۳. اکسیدی که جرم بیشتری دارد، CO_2 است که به هنگام سوختن کامل و در شعله آبی اجاق گاز وجود دارد. نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد؛ اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است. رنگ زرد شعله، نشان‌دهنده سوختن ناقص است و رنگ آبی شعله، نشان می‌دهد که وسیله گازسوز به درستی کار می‌کند و اکسیژن کافی در محیط واکنش وجود دارد.

بخار آب + کربن دی اکسید → اکسیژن کافی + سوخت
 فراورده‌های دیگر + کربن مونوکسید → اکسیژن ناکافی + سوخت



سوختن ناقص

سوختن کامل



۹۷- شمار الکترون‌های پیوندی در کدام مولکول، با سایر مولکول‌ها متفاوت است؟

CO (۴)

NH₃ (۳)

PCl₃ (۲)

SO₃ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار لوویس مولکول‌های داده شده به صورت زیر است:



در همه مولکول‌ها به جز مولکول SO₃، ۳ جفت الکترون پیوندی وجود دارد؛ در حالی که SO₃ دارای ۴ جفت الکترون پیوندی است.



۹۸- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - عمده هلیوم کره زمین، در لایه‌های زیرین پوسته آن، وجود دارد.
 ب - گاز هلیوم، همانند فلز تکنسیم و گاز نیتروژن، در پزشکی و شاخه‌های آن، کاربرد دارد.
 ج - لایه‌های هواکره را می‌توان برحسب تغییرات فشار، همانند تغییرات دما، جداسازی کرد.
 د - در فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره اولین گازی که از هوای مایع جداسازی می‌شود، آرگون است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «د» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

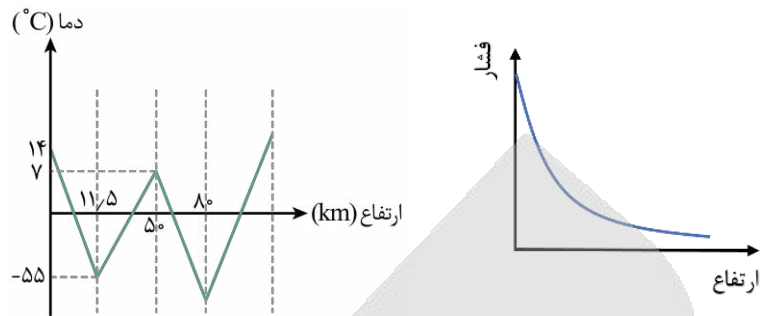
بررسی موارد:

- (الف) هلیوم در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود؛ به طوری که مقدار ناچیزی از آن در هوا و مقدار بیشتری در لایه‌های زیرین پوسته زمین وجود دارد؛ از این رو، منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیوم در مقیاس صنعتی مناسب‌تر هستند.
- (ب) از ^{۹۹}Tc در پزشکی برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود؛ زیرا یون یدید با یونی که حاوی ^{۹۹}Tc است، اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری فراهم می‌شود. هلیوم نیز برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود. هم‌چنین از نیتروژن در نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، استفاده می‌شود. در جدول زیر کاربرد این سه گاز را مشاهده می‌کنید:

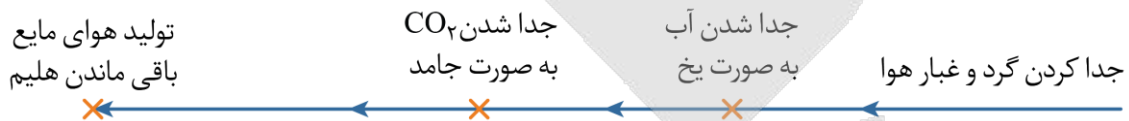
گاز	کاربرد
آرگون	ساخت لامپ رشته‌ای - محیط بی‌اثر در جوشکاری
نیتروژن	نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی، پر کردن تایر خودروها، در صنعت سرماسازی برای انجماد مواد غذایی
هلیوم	پر کردن بالون‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی، در جوشکاری، کپسول غواصی و مهم‌تر از همه خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI



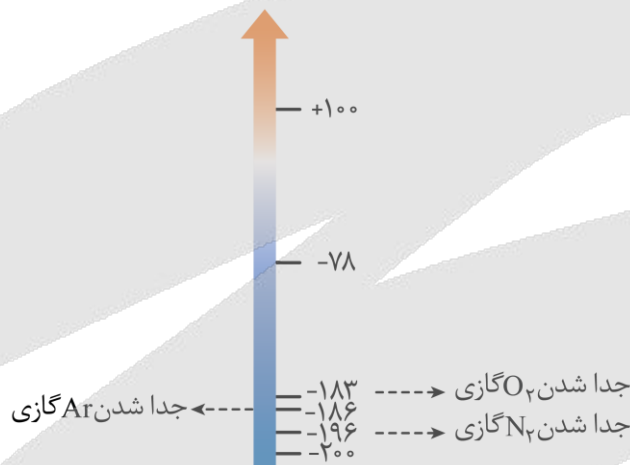
ج با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار به طور پیوسته کاهش می یابد و معیار خوبی برای جدا کردن لایه های هواکره از هم نیست؛ در حالی که روند تغییرات دما، می تواند لایه های بودن هواکره را نشان دهد.



د در فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره، ابتدا آب و کربن دی اکسید به صورت جامد جداسازی می شوند.



سپس مخلوط گازی تا دمای -200°C سرد شده و هوای مایع تولید می شود. حال با افزایش دما، ابتدا گاز نیتروژن، سپس آرگون و در نهایت اکسیژن جداسازی می شوند.



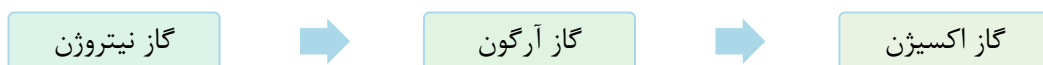
۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع نادرست است؟

- (۱) گازی که کمترین درصد حجمی را در مخلوط هوای مایع دارد، دومین گازی است که از هوای مایع جداسازی می شود.
- (۲) گازی که نقطه جوش کمتری دارد، فراوان ترین گاز هواکره در هوای پاک و خشک است.
- (۳) اولین و سومین گازی که جداسازی می شوند، در همه لایه های هواکره وجود دارند.
- (۴) دومین گازی که جداسازی می شود، گازی بی رنگ، بی بو و سمی است.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، ابتدا مخلوط گازی تا دمای -200°C سرد شده و هوای مایع تولید می شود. سپس با افزایش دما، ابتدا گاز نیتروژن، سپس آرگون و در نهایت اکسیژن جداسازی می شوند. پس ترتیب جداسازی به صورت زیر است:



دومین گازی که جداسازی می شود، آرگون است که گازی بی رنگ، بی بو و غیرسمی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

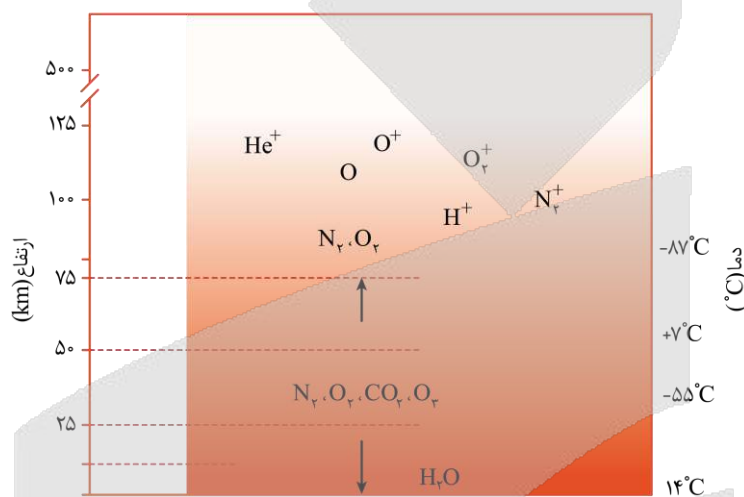
۱) گازی که کمترین درصد حجمی را در مخلوط هوای مایع دارد، آرگون است؛ زیرا ترتیب فراوانی سه گاز موجود در هوای مایع به صورت زیر است:

$$Ar < O_2 < N_2$$

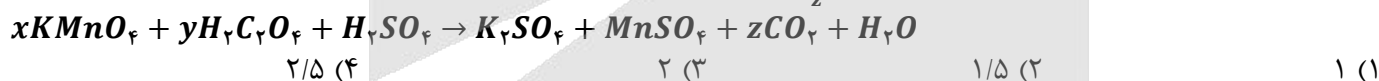
آرگون، دومین گازی است که از هوای مایع جداسازی می‌شود.

۲) گازی که نقطه جوش کمتری دارد، نیتروژن است که فراوان‌ترین گاز هواکره در هوای پاک و خشک است.

۳) اولین و سومین گازی که جداسازی می‌شوند، به ترتیب نیتروژن و اکسیژن هستند که با توجه به شکل زیر، در همه لایه‌های هواکره وجود دارند.



۱۰۰- در معادله واکنش زیر، پس از موازنه، حاصل عبارت $\frac{x \times y}{z}$ کدام است؟

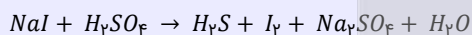


(سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

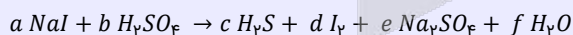
پاسخ: گزینه ۱

موازنه به روش ضرایب مجهول

گاهی تعدادی یا همه مواد شرکت‌کننده در واکنش را به روش واری نمی‌توان موازنه کرد. در این هنگام، به هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، ضرایب مجهول a, b, c و ... را اختصاص می‌دهیم. سپس به دنبال موازنه هر عنصر، معادله‌ای به دست می‌آید که با حل آن‌ها به ضرایب نهایی می‌رسیم:



در مرحله اول، به هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، ضریب مجهولی را اختصاص می‌دهیم:



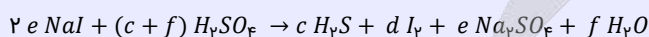
$$a = 2e$$

در سمت چپ واکنش به تعداد a عنصر Na و در سمت راست $2e$ عنصر Na داریم:

$$b = c + f$$

با موازنه H ، می‌توان نوشت:

پس برخی از ضرایب را می‌توان جایگزین کرد:



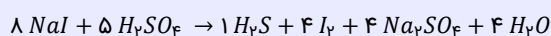
$$c + f = c + e \Rightarrow f = e$$

اکنون به موازنه S می‌پردازیم:

$$2c + 2f = 2e + f \xrightarrow{f=e} 2c = f$$

با موازنه O نیز می‌توان نوشت:

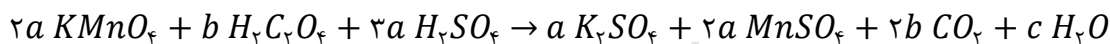
در این مرحله برای اینکه ضرایب‌های واکنش، ساده‌ترین ضرایب غیر کسری باشند، به c مقدار ۱ می‌دهیم؛ بنابراین f برابر با ۲ می‌شود. پس معادله موازنه شده، به صورت زیر است:



با توجه به اینکه اتم‌های O, H و S در تعداد زیادی از مواد وجود دارند، موازنه واکنش به روش واری ممکن نیست. پس از روش ضرایب مجهول که در درسنامه آزمون قبل نیز توضیح داده شد، استفاده می‌کنیم. بدین منظور به K_2SO_4 ضریب a می‌دهیم. برای موازنه K ، ترکیب

$KMnO_4$ ضریب $2a$ می‌گیرد. برای موازنه Mn نیز، به ترکیب $MnSO_4$ ضریب $2a$ تعلق می‌گیرد. همچنین برای موازنه اتم S ، H_2SO_4 ضریب $3a$ می‌گیرد.

$2a KMnO_4 + H_2C_2O_4 + 3a H_2SO_4 \rightarrow a K_2SO_4 + 2a MnSO_4 + CO_2 + H_2O$
 اکنون به $H_2C_2O_4$ ضریب b می‌دهیم. با توجه به موازنه اتم C ، CO_2 نیز ضریب $2b$ می‌گیرد. به H_2O نیز ضریب c می‌دهیم:



موازنه دو عنصر H و O باقی‌مانده است:

$$O: 8a + 4b + 12a = 4a + 8a + 4b + c \rightarrow 8a = c \rightarrow a = 1 \quad c = 8$$

$$H: 2b + 6a = 2c \xrightarrow{\substack{c=8 \\ a=1}} b = 5$$

پس معادله موازنه شده به صورت زیر است:



بنابراین مقادیر x ، y و z به ترتیب برابر با ۲، ۵ و ۱۰ است. پس عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{x \times y}{z} = \frac{2 \times 5}{10} = 1$$



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- آنتالپی سوختن گاز پروپن برابر با -2058 کیلوژول بر مول است. اگر ارزش سوختی گاز اتین به اندازه $1 kJ \cdot g^{-1}$ بیشتر از ارزش

سوختی پروپن باشد، آنتالپی سوختن این ماده برابر با چند کیلوژول بر مول می‌شود؟ ($C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

(۴) -1344

(۳) -1400

(۲) -1248

(۱) -1300

(آسان - مسئله ۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

در قدم اول، باید ارزش سوختی گازهای پروپن و اتین را محاسبه کنیم. برای محاسبه ارزش سوختی مواد مختلف در مقیاس کیلوژول بر گرم ($kJ \cdot g^{-1}$)، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{قدر مطلق آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}}$$

بر این اساس، داریم:

$$\text{ارزش سوختی پروپن} = \frac{\text{قدر مطلق آنتالپی سوختن پروپن}}{\text{جرم مولی پروپن}} = \frac{|-2058|}{42} = 49 kJ \cdot g^{-1}$$

$$50 kJ \cdot g^{-1} = \text{ارزش سوختی اتین} \rightarrow 1 = 49 - \text{ارزش سوختی اتین} \rightarrow \text{ارزش سوختی پروپن} - \text{ارزش سوختی اتین}$$

در مرحله آخر، با توجه به ارزش سوختی اتین، آنتالپی سوختن این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی اتین} = \frac{\text{قدر مطلق آنتالپی سوختن اتین}}{\text{جرم مولی اتین}} \Rightarrow 50 kJ \cdot g^{-1} = \frac{|x|}{26} \Rightarrow |x| = 1300 kJ \Rightarrow x = -1300 kJ$$



۱۰۲- اگر آنتالپی پیوندهای $C-C$ ، $C=C$ ، $C \equiv C$ ، $C-H$ و $O=O$ به ترتیب برابر با 348 ، 615 ، 800 ، 496 و 463 کیلوژول بر مول باشد، به ازای سوختن هر مول بنزن در حالت گازی چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

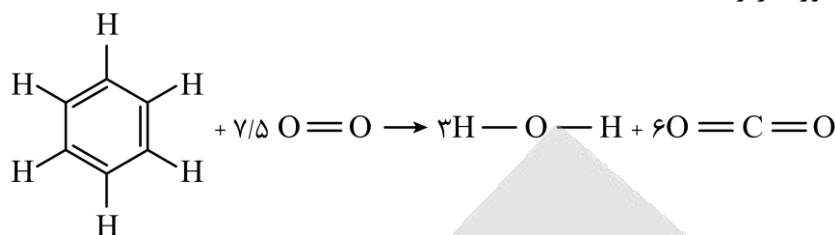
(۴) 3179

(۳) 3527

(۲) 3031

(۱) 3279

معادله سوختن کامل بنزن به صورت زیر است:



با توجه به ساختار مواد شرکت کننده در این واکنش، مقدار تغییر آنتالپی آن را محاسبه می کنیم. برای محاسبه ΔH واکنش ها به کمک مفهوم آنتالپی پیوند، از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده ها}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده ها})$$

بر این اساس، داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده ها}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده ها}) \Rightarrow$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = (6\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 3\Delta H(\text{C}-\text{C}) + 3\Delta H(\text{C}=\text{C}) + \frac{15}{2}\Delta H(\text{O}=\text{O})) - (6\Delta H(\text{O}-\text{H}) + 12\Delta H(\text{C}=\text{O})) = 9099 - 12378 = -3279 \text{ kJ}$$



۱۰۳- چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

- الف - انرژی گرمایی یک پارچ آب با دمای 40°C با انرژی گرمایی یک استخر آب با دمای 40°C برابر است.
 ب - فرایند گوارش و سوخت و ساز بستنی در بدن انسان، برخلاف فرایند هم دما شدن آن با بدن، گرماده است.
 ج - آنتالپی سوختن یک نمونه از گاز اتن، در مقایسه با آنتالپی سوختن بخار اتانول و گاز پروپن منفی تر است.
 د - اگر جرم های برابر از گرافیت و الماس را بسوزانیم، انرژی حاصل از سوختن نمونه گرافیت بیشتر خواهد شد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

فقط عبارت (ب) درست است.

بررسی موارد:

- الف) دمای یک سامانه، میانگین انرژی جنبشی ذرات موجود در آن سامانه را نشان می دهد. مقدار انرژی گرمایی یک سامانه، علاوه بر دمای آن سامانه، به جرم مواد موجود در آن نیز بستگی دارد. از آنجا که جرم آب موجود در استخر خیلی بیشتر از جرم آب موجود در پارچ است، پس می توان گفت انرژی گرمایی استخر آب خیلی بیشتر از انرژی گرمایی پارچ آب خواهد بود.
- ب) بستنی دمای پایین تری نسبت به بدن انسان دارد، پس با ورود آن به بدن، مقداری گرما از بدن گرفته (فرایند گرماگیر) و با بدن هم دما می شود. پس از آن، بستنی وارد روده ها شده و با انجام فرایندهای گرماده روی آن، انرژی موجود در بستنی آزاد می شود.
- ج) بین نمونه های مختلفی از هیدروکربن ها، مقدار گرمای حاصل از سوختن نمونه ای که جرم بیشتری داشته باشد در مقایسه با سایر نمونه ها منفی تر است. مثلاً مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپن (42°C گرم پروپن) در مقایسه با مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول اتن (28°C گرم اتن) بیشتر است چراکه جرم ۱ مول پروپن در مقایسه با جرم ۱ مول اتن بیشتر است.
- د) چون قدر مطلق آنتالپی سوختن الماس بیشتر از آنتالپی سوختن گرافیت است، پس می توان گفت در صورت سوزاندن جرم های برابر از الماس و گرافیت، از سوختن نمونه الماس گرمای بیشتری آزاد می شود.



۱۰۴- اگر آنتالپی سوختن اتانول مایع برابر با ۱۳۶۵- کیلوژول بر مول باشد، با انرژی حاصل از سوختن ۶/۹ گرم اتانول، به شرطی که بازده درصدی واکنش برابر با ۲۵٪ باشد، دمای چند گرم آب را می توان به اندازه ی ۵۰°C افزایش داد؟

(گرمای ویژه آب ۴/۲ J · g⁻¹ · °C⁻¹ است. O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g · mol⁻¹)

۲۴۳/۷۵ (۴)

۲۵۸/۲۵ (۳)

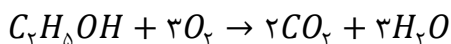
۴۸۷/۵ (۲)

۵۱۶/۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش سوختن اتانول به صورت زیر است:



با توجه به جرم اتانول مصرف شده، مقدار انرژی حاصل از سوختن این ماده را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ kJ انرژی} = \frac{6}{9} g C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 g C_2H_5OH} \times \frac{1365 \text{ kJ انرژی}}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{1000 \text{ J انرژی}}{1 \text{ kJ انرژی}} \times \frac{25 \text{ J عملی}}{100 \text{ J انرژی}} = 51187/5 \text{ J}$$

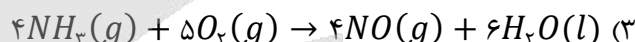
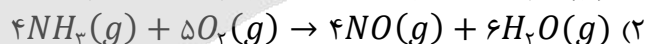
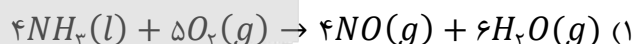
در مرحله بعد، با توجه به مقدار انرژی آزاد شده، جرم آبی که دمای آن را می توان افزایش داد محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \implies 51187/5 = m \times 4/2 \times 50 \implies m = 243/75 \text{ g}$$

با توجه به محاسبات بالا، با این مقدار از انرژی می توان دمای ۲۴۳/۷۵ گرم آب را افزایش داد.



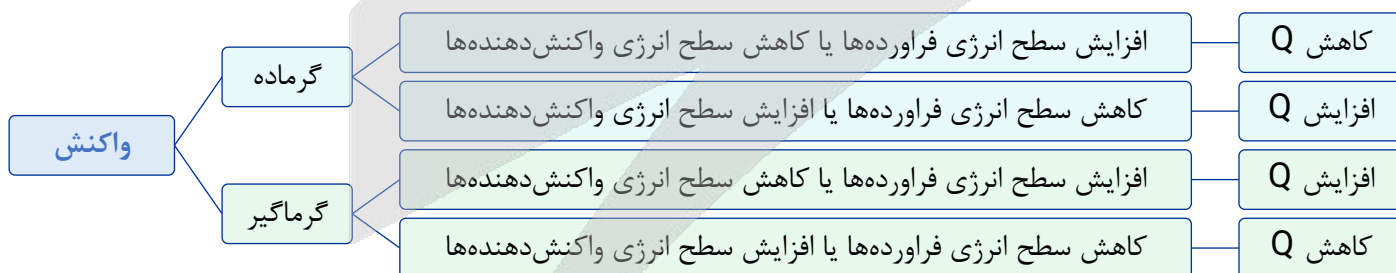
۱۰۵- گاز آمونیاک بر اساس یک فرایند گرماده اکسایش پیدا می کند. گرما آزاد شده در کدام یک از معادله های زیر در مقایسه با سایر موارد کمتر است؟



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نوع واکنش دهنده ها، نوع فراورده ها، مقدار واکنش دهنده های مصرف شده و حالت فیزیکی مواد شرکت کننده در واکنش، از جمله عوامل مؤثر بر انرژی مبادله شده در یک واکنش شیمیایی هستند. با تغییر حالت فیزیکی واکنش دهنده ها و یا فراورده های تولید شده در یک واکنش شیمیایی، مقدار انرژی مبادله شده در آن واکنش نیز تغییر می کند. نمودار زیر، روند تغییر مقدار Q را در حالت های مختلف نشان می دهد.



فرایند اکسایش آمونیاک گرماده است، پس با افزایش پایداری (کاهش سطح انرژی) واکنش دهنده ها و کاهش پایداری (افزایش سطح انرژی) فراورده ها، گرمای آزاد شده طی این واکنش کاهش پیدا می کند. مقایسه سطح انرژی حالت های مختلف یک ماده به صورت زیر است:

جامد > مایع > گاز : سطح انرژی

بر این اساس، در واکنش $4NH_3(l) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g)$ سطح انرژی واکنش دهنده (آمونیاک) در پایین ترین حالت ممکن و سطح انرژی فراورده (آب) در بالاترین حالت ممکن بوده و مقدار گرمای آزاد شده در این واکنش نیز کمتر از مقدار گرمای آزاد شده در سایر واکنش ها است.



۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - اگر در یک سامانه، گاز N_2O_4 به NO_2 تجزیه شود، دمای محیط اطراف آن سامانه افزایش می‌یابد.
 ب - یک گلوله آهن گداخته شده در مقایسه با یک استخر آب با دمای $50^\circ C$ ، انرژی گرمایی بیشتری دارد.
 ج - اگر ظرفیت گرمایی نمونه‌هایی از آب و روغن زیتون برابر باشد، جرم نمونه روغن زیتون بیشتر خواهد بود.
 د - اگر حجم یک مول گاز برابر $30L$ باشد، میانگین انرژی جنبشی ذرات این ماده به یقین بیشتر از مقداری آب $0^\circ C$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

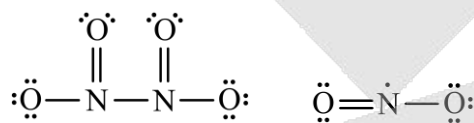
(سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت (ج) درست است.

بررسی موارد:

الف تصاویر زیر ساختار ترکیب‌های NO_2 و N_2O_4 را نمایش می‌دهد:



واکنش تجزیه گاز N_2O_4 به NO_2 گرماگیر بوده و با گرفتن گرما از محیط اطراف، دمای محیط را کاهش می‌دهد.

واکنش‌های گرماگیر و گرماده

به‌عنوان یک قانون کلی، تجزیه پیوند گرماگیر بوده و با گرفتن انرژی از محیط اطراف، دمای آن را کاهش می‌دهد. توجه داریم که در فرایندهای گرماگیر، انرژی فراورده‌ها بیشتر از انرژی واکنش‌دهنده‌هاست. تشکیل پیوند نیز یک واکنش گرماده بوده و با دادن انرژی به محیط اطراف، دمای آن را افزایش می‌دهد. توجه داریم که در فرایندهای گرماده، انرژی مواد واکنش‌دهنده بیشتر از فراورده‌ها است.

پ انرژی گرمایی، به مجموع انرژی جنبشی ذرات سازنده یک ماده گفته می‌شود و به عواملی مثل جرم، دما و جنس آن نمونه بستگی دارد. با توجه به اینکه جرم آب موجود در استخر به مراتب از گلوله آهن بیشتر است، انرژی گرمایی آن نیز نسبت به گلوله آهنی بیشتر است.

ج ظرفیت گرمایی به گرمای لازم برای افزایش دمای یک نمونه به اندازه $1^\circ C$ گفته می‌شود و با حاصل ضرب ظرفیت گرمایی ویژه در جرم نمونه، رابطه مستقیم دارد. ظرفیت گرمایی ویژه گرمای لازم برای افزایش دمای یک نمونه 1 گرمی از ماده به اندازه $1^\circ C$ گفته می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه روغن نسبت به آب کمتر است، پس برای اینکه ظرفیت گرمایی دو نمونه برابر باشد، باید جرم نمونه روغن بیشتر از آب باشد.

چربی و روغن

روغن و چربی از جمله ترکیب‌های آلی هستند که به دلیل تفاوت در ساختار، رفتارهای فیزیکی و شیمیایی متفاوتی دارند. روغن دارای حالت فیزیکی مایع (l) بوده و چربی دارای حالت فیزیکی جامد (s) است. از دیدگاه شیمیایی، در ساختار مولکول‌های روغن پیوندهای دوگانه بیشتری وجود داشته و به همین خاطر، روغن در مقایسه با چربی واکنش‌پذیری بیشتری دارد. هرچقدر که تعداد پیوندهای دوگانه در یک نمونه از روغن بیشتر باشد، آن نمونه از روغن با سرعت بالاتری با محلول برم واکنش داده و آن را بی‌رنگ می‌کند.

د باتوجه به قانون گازها ($PV = nRT$)، حجم یک نمونه گاز با حاصل تقسیم دما به فشار آن نمونه ($\frac{T}{P}$) رابطه مستقیم دارد. در شرایط استاندارد (دمای $0^\circ C$ و فشار 1 atm)، مقدار 1 مول از هر گازی 22.4 لیتر حجم دارد. در شرایط ذکرشده، حجم 1 مول گاز 30 لیتر شده است، پس می‌توان گفت نسبت $\frac{T}{P}$ در این نمونه گاز بیشتر از حالت استاندارد است ولی نمی‌توان به یقین گفت که دما در این شرایط بیشتر از شرایط استاندارد است. توجه داریم دمای یک نمونه نشان‌دهنده میانگین انرژی جنبشی ذرات آن نمونه است.

۱۰۷- با توجه به واکنش $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g), \Delta H = +65 kJ$ ، آنتالپی پیوند $H-H$ برابر چند کیلوژول بر مول بوده و به ازای مصرف ۳ مول گاز متان در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ (میانگین آنتالپی پیوندهای اشتراکی $C-H$ و $C-C$ به ترتیب برابر ۴۲۴ و ۳۴۸ کیلوژول بر مول در نظر گرفته شود.)

۴۸/۷۵ - ۴۵۳ (۴)

۴۸/۷۵ - ۴۳۵ (۳)

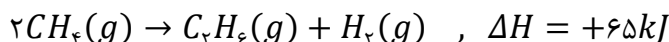
۹۷/۵ - ۴۵۳ (۲)

۹۷/۵ - ۴۳۵ (۱)

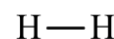
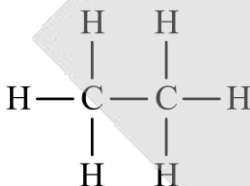
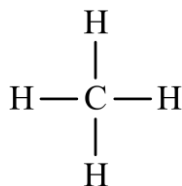
آسان - مسئله - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ساختار مواد شرکت کننده در این واکنش به صورت زیر است:



یکی از راه‌های محاسبه غیرمستقیم آنتالپی یک واکنش، استفاده از آنتالپی پیوندها است. به این منظور از فرمول زیر استفاده می‌شود: (مجموع آنتالپی پیوند مواد فراورده) - (مجموع آنتالپی پیوند مواد واکنش دهنده) ΔH واکنش

با استفاده از آنتالپی واکنش و آنتالپی پیوندهای $C-H$ و $C-C$ ، آنتالپی پیوند $H-H$ را محاسبه می‌کنیم:

$$+65 = (8 \times (C-H)) - (1 \times (C-C) + 6 \times (C-H) + 1 \times (H-H)) \Rightarrow$$

$$+65 = 3392 - (348 + 2544 + H-H) \Rightarrow H-H = 435 kJ \cdot mol^{-1}$$

در قدم آخر، مقدار انرژی مبادله شده حاصل از مصرف ۳ مول متان را به دست می‌آوریم:

$$? kJ = 3 mol CH_4 \times \frac{65 kJ}{2 mol CH_4} = 97.5 kJ$$



۱۰۸- یک ورقه از جنس فلز آلومینیم به جرم ۲۰۰g با گرمای ویژه $0.9 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ و دمای $370^\circ C$ در $960g$ اتانول با گرمای ویژه $2.4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ و دمای $25^\circ C$ فرو برده می‌شود. کدام مطلب در رابطه با این فرایند نادرست است؟ (گرمای ویژه یک نمونه از آب، برابر $4.2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ در نظر گرفته شود.)

(۱) تغییر مقدار انرژی گرمایی ورقه آلومینیمی بیشتر از تغییر مقدار انرژی گرمایی اتانول است.

(۲) در مقایسه با دمای آغازی ورقه آلومینیم، دمای پایانی سامانه به دمای آغازی اتانول، نزدیک‌تر است.

(۳) اگر به جای اتانول، ۳۰۰ گرم آب $25^\circ C$ به کار رود، دمای تعادلی سامانه، بالاتر از دمای تعادلی فعلی خواهد بود.

(۴) میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات فلز آلومینیم، بیشتر از میانگین تندی و انرژی جنبشی اتانول تغییر می‌کند.

متوسط - مسئله و مفهومی - ۱۱۰۲

پاسخ: گزینه ۱

اگر دو جسم با دمای متفاوت در مجاورت هم قرار بگیرند، گرما از جسمی که دمای بالاتری دارد به سمت جسمی که دمای پایین‌تری دارد جاری می‌شود. فرایند انتقال گرما در این حالت تا جایی ادامه پیدا می‌کند که دمای اجسام مورد نظر با هم برابر شود. این شرایط به تعادل گرمایی معروف بوده و برای برقرار شدن آن، مقدار گرمای خارج شده از جسم گرم‌تر باید با مقدار گرمای جذب شده توسط جسم سردتر برابر باشد. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت با قرار گرفتن ورقه آلومینیمی در اتانول، این دو به تعادل دمایی می‌رسند و هم‌دمای می‌شوند. انرژی گرمایی ورقه آلومینیمی کاهش و انرژی گرمایی اتانول افزایش می‌یابد. تغییرات انرژی گرمایی ورقه آلومینیمی قرینه تغییرات انرژی گرمایی اتانول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:



با توجه به اینکه مجموع تغییرات انرژی گرمایی اتانول و ورقه آلومینیمی برابر با صفر است، دمای تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) + m_2 c_2 (\theta_2 - \theta) = 0 \Rightarrow 200 \times 0.9 \times (370 - \theta) + 960 \times 2.4 \times (25 - \theta) = 0 \Rightarrow \theta = 50^\circ C$$

دمای تعادل $50^\circ C$ است که به دمای آغازی اتانول نزدیک‌تر است.



دمای تعادل در صورت استفاده از آب را محاسبه می‌کنیم:

$$m_1 c_1 (\theta_1 - \theta) + m_2 c_2 (\theta_2 - \theta) = 0 \implies 200 \times 0.9 \times (370 - \theta) + 300 \times 4.2 \times (25 - \theta) = 0 \implies \theta = 68/125^\circ\text{C}$$

بنابراین در صورت استفاده از ۳۰۰ گرم آب با 25°C ، در مقایسه با ۹۶۰ گرم اتانول با دمای 25°C ، دمای تعادل بیشتر خواهد بود. تغییرات دمایی ورقه آلومینیمی بیشتر از اتانول است، بنابراین تغییرات میانگین انرژی جنبشی و میانگین تندی حرکت ذرات سازنده ورقه آلومینیمی بیشتر از تغییرات میانگین انرژی جنبشی و تندی حرکت ذرات سازنده اتانول است.



۱۰۹- برای بالا بردن دمای یک قطعه حلبی (آلیاژی از آهن و قلع) به جرم $3/2$ کیلوگرم از 25°C به 498K ، به گرمای حاصل از سوختن کامل ۵ گرم گاز متان با ارزش سوختی 56kJ.g^{-1} نیاز است. درصد جرمی فلز قلع در این قطعه کدام است و از سوختن 0.5 مول متان چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه قلع و آهن را به ترتیب برابر $0.45\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ و $0.4\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ در نظر بگیرید.) ($C = 12, H = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

$$448 - 25 \quad (4)$$

$$445 - 25 \quad (3)$$

$$448 - 20 \quad (2)$$

$$445 - 20 \quad (1)$$

(سخت - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا آنتالپی سوختن متان را حساب می‌کنیم:

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H_{\text{سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} \rightarrow |\Delta H_{\text{سوختن}}| = 56 \times 16 = 896\text{ kJ}$$

بنابراین بر اثر سوختن کامل یک مول متان ۸۹۶ کیلوژول و بر اثر سوختن کامل 0.5 مول از این ترکیب، ۴۴۸ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. در ادامه گرمای حاصل از سوختن کامل ۵ گرم گاز متان را برحسب ژول محاسبه می‌کنیم:

$$? J = 5\text{ g CH}_4 \times \frac{56\text{ kJ}}{1\text{ g CH}_4} \times \frac{1000\text{ J}}{1\text{ kJ}} = 280000\text{ J}$$

اگر جرم فلزهای قلع و آهن موجود در قطعه حلبی را بر حسب گرم به ترتیب با m_1 و m_2 نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$Q = m_1 c_1 \Delta\theta + m_2 c_2 \Delta\theta = (m_1 c_1 + m_2 c_2) \times (\theta_2 - \theta_1) = (m_1 \times 0.4 + m_2 \times 0.45) \times (\theta_2 - \theta_1) = (0.4m_1 + 0.45m_2) \times (498 - 273 - 25) = 280000\text{ J}$$

$$\rightarrow 0.4m_1 + 0.45m_2 = 1400 \quad (1)$$

اما مجموع جرم دو فلز در قطعه حلبی برابر با $3/2$ کیلوگرم یا ۳۲۰۰ گرم است؛ پس داریم:

$$m_1 + m_2 = 3200 \quad (2)$$

از جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱)، جرم فلز قلع (m_1) را پیدا می‌کنیم:

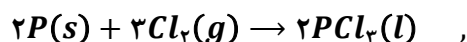
$$0.4m_1 + 0.45(3200 - m_1) = 1400 \rightarrow 0.4m_1 - 0.45m_1 + 1440 = 1400 \rightarrow m_1 = \frac{40}{0.05} = 800\text{ g}$$

در نهایت درصد جرمی فلز قلع را در قطعه حلبی مربوطه حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی فلز قلع} = \frac{\text{جرم فلز قلع}}{\text{جرم حلبی}} \times 100 = \frac{800}{3200} \times 100 = 25\text{ درصد}$$



۱۱۰- برای افزایش دمای ۱۵ مول آهن ($c_{\text{آهن}} = 0.45\text{J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$) از 280K به 300K ، چند کیلوژول انرژی لازم است و این مقدار انرژی، با مصرف چند مول گاز کلر در واکنش زیر به دست می‌آید؟ ($Fe = 56\text{ g.mol}^{-1}$)



$$\Delta H = -54\text{ kJ}$$

$$0.42 - 7/56 \quad (4)$$

$$0.42 - 3/78 \quad (3)$$

$$0.21 - 7/56 \quad (2)$$

$$0.21 - 3/78 \quad (1)$$

ابتدا جرم آهن را به دست می آوریم. در این رابطه، داریم:

$$? g Fe = 15 \text{ mol Fe} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 840 \text{ g}$$

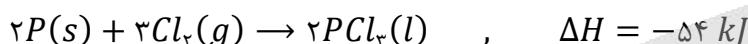
گرمای مبادله شده توسط اجسام را با نماد Q نشان می دهند که واحد آن در مقیاس SI ، معادل با ژول (J) است. برای حساب کردن گرمای جذب یا آزاد شده در فرایندهایی که با تغییر دمای یک جسم همراه هستند، می توان از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ استفاده کرد. در این رابطه، مولفه c معادل با ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه است.

یکای رایج دما، درجه ی سلسیوس ($^{\circ}C$) است؛ درحالی که یکای دما در SI کلوین (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلوین با نماد T نشان داده می شود. رابطه ی بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی $1^{\circ}C$ با ارزش دمایی $1K$ برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلوین (ΔT) است.

با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال، انرژی لازم برای افزایش دمای آهن را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta = mc\Delta K \Rightarrow Q = 840 \times 0.45 \times (300 - 280) \Rightarrow Q = 7560 \text{ J} = 7.56 \text{ kJ}$$

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



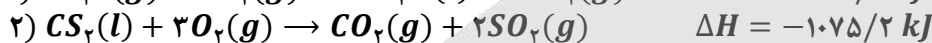
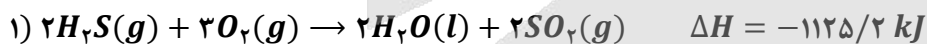
بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol } Cl_2 = 7.56 \text{ kJ} \times \frac{3 \text{ mol } Cl_2}{54 \text{ kJ}} = 0.42 \text{ mol}$$



۱۱۱- با توجه به واکنش های زیر، برای تولید $13/2$ گرم گاز CO_2 طبق معادله $CS_2(l) + 2H_2O(l) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2S(g)$ ، چند کیلوژول انرژی مبادله شده و این مقدار گاز کربن دی اکسید را بر اثر سوزاندن کامل چند گرم گلوکز می توان تولید کرد؟

$$(O = 16 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g. \text{mol}^{-1})$$



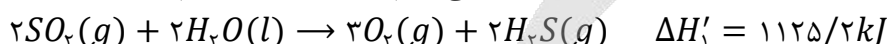
۱۸ - ۱۵ (۴)

۱۸ - ۳۰ (۳)

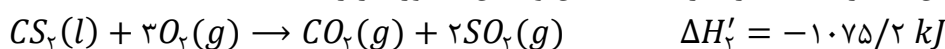
۹ - ۱۵ (۲)

۹ - ۳۰ (۱)

آنتالپی بسیاری از واکنش های شیمیایی را نمی توان به روش تجربی اندازه گیری کرد، زیرا برخی از آن ها مرحله ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی شوند. شیمی دان ها برای تعیین ΔH چنین واکنش هایی از روش های دقیق دیگری همانند قانون هس (جمع پذیری گرمای واکنش ها) بهره می برند. برای استفاده از قانون هس، در ابتدا باید با توجه به معادله واکنش های داده شده، واکنش نهایی را تشکیل دهیم. هیدروژن سولفید در واکنش خواسته شده با ضریب ۲ در سمت فراورده ها قرار دارد، درحالی که این ماده در واکنش ۱ با ضریب ۲ در سمت واکنش دهنده مصرف می شود. بر این اساس، واکنش ۱ را در ۱- ضرب می کنیم. بر این اساس، داریم:



ترکیب CS_2 در واکنش خواسته شده با ضریب ۱ در سمت واکنش دهنده قرار دارد و در واکنش ۲ نیز با ضریب ۱ در سمت واکنش دهنده مصرف می شود. بر این اساس، می توان گفت واکنش ۲ نیازی به تغییر ندارد. معادله این واکنش به صورت زیر است:



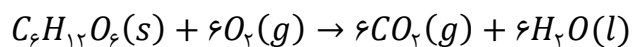
سپس با جمع ΔH واکنش های تغییر یافته، مقدار ΔH واکنش نهایی را محاسبه می کنیم:

$$\Delta H_T = \Delta H'_1 + \Delta H'_2 = 1125/2 + (-1075/2) = 50 \text{ kJ}$$

در پایان با استفاده از تغییر آنتالپی واکنش نهایی، مقدار انرژی مصرف شده به ازای $13/2$ گرم کربن دی اکسید به دست می آوریم:

$$\text{انرژی } 50 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times 13/2 \text{ g CO}_2 = 15 \text{ kJ}$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند 15 کیلوژول انرژی مبادله می شود. معادله واکنش سوختن گلوکز به صورت زیر است:



بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 13/2 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{6 \text{ mol CO}_2} \times \frac{180 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 9 \text{ g}$$

۱۱۲- کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟

- (۱) دیابت بزرگسالی یکی از بیماری های شایع در ایران بوده که مصرف بی رویه نان و شکر در ایجاد آن نقش به سزایی دارد.
- (۲) خوردن عسل، قند خون را افزایش و خوردن اسفناج، می تواند بدنی را که فقر آهن دارد، به حالت طبیعی برگرداند.
- (۳) گوشت ماهی، برخلاف گوشت قرمز، افزون بر پروتئین، محتوی انواع ویتامین ها و مواد معدنی است.
- (۴) انسان ها بعد از نخستین انقلاب صنعتی، توانستند حبوبات و غلات را به میزان انبوهی تولید کنند.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

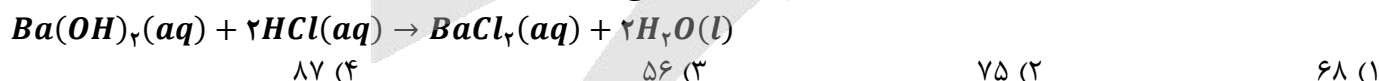
پاسخ: گزینه ۳

گوشت قرمز و گوشت ماهی، افزون بر پروتئین، محتوی انواع ویتامین ها و مواد معدنی است.

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) دیابت بزرگسالی یکی از بیماری های رایج در ایران است که مصرف بی رویه موادی با قند بالا مانند نان و شکر در ایجاد آن نقش به سزایی داشته است.
- (۲) بدن ما برای انجام فعالیت های ارادی و غیر ارادی به انرژی نیاز دارد. برای نمونه هنگامی که قند خون پایین است با خوردن سیب و نوشیدن شربت آبلیمو و عسل و هنگامی که بدن دچار کمبود آهن باشد می توان با خوردن اسفناج و عدسی بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.
- (۴) نیاکان ما اغلب وقت خود را صرف تهیه وعده های غذایی می کردند، به طوری که در طول روز اغلب در جستجوی غذا و جمع آوری دانه های خوراکی بودند. آن ها به تدریج یاد گرفتند که دانه ها را بکارند و فراورده ها را درو کنند. فرآیندی که نخستین انقلاب در کشاورزی بود و باعث شد انسان ها حبوبات و غلات را به میزان انبوهی تولید کنند.

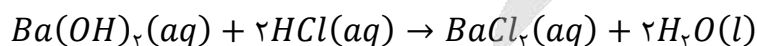
۱۱۳- مطابق واکنش زیر، محلولی به جرم 200 گرم از باریم هیدروکسید با درصد جرمی $34/2$ درصد را با مقداری HCl واکنش می دهیم. اگر به آب تولید شده طی این فرآیند، $2/16$ کیلوژول گرما داده شود، دمای آن $50^\circ C$ افزایش می یابد. بر این اساس، بازده واکنش انجام شده چند درصد بوده است؟ (گرمای ویژه آب برابر 4 ژول بر گرم بر درجه سانتی گراد است. $g \cdot mol^{-1}$: $H = 1$, $O = 16$, $Ba = 137$)



(سخت - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



برای حل این سؤال باید جرم آب تولید شده به صورت عملی و نظری را حساب کرد. جرم آب تولید شده به صورت نظری را از جرم باریم اکسید و جرم آب تولید شده به صورت عملی را از تغییر دما به دست می آوریم.

ابتدا جرم آب تولید شده به صورت عملی، طی این واکنش شیمیایی را محاسبه می کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

گرمای مبادله شده به ازای تغییرات دمای یک جسم:

در این رابطه Q , m , c و $\Delta\theta$ به ترتیب معادل گرمای مبادله شده، جرم ماده، گرمای ویژه و تغییرات دما است.



در این رابطه اگر مقدار Q را برحسب کیلوژول در فرمول قرار دهیم، مقدار جرم نیز برحسب کیلوگرم به دست خواهد آمد.

$$Q = m \times c \times \Delta\theta \Rightarrow 2160 = m \times 4 \times 50 \Rightarrow m = 10/8 \text{ g}$$

از روی فرمول درصد جرمی می توان جرم باریم هیدروکسید را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 34/2 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{200} \times 100 \Rightarrow \text{جرم حل شونده} = 68/4 \text{ g}$$

اکنون می توان مقدار نظری آب را در واکنش به دست آورد:

$$? \text{ g } H_2O = 68/4 \text{ g } Ba(OH)_2 \times \frac{1 \text{ mol } Ba(OH)_2}{171 \text{ g } Ba(OH)_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } Ba(OH)_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 14/4 \text{ g}$$

در نهایت، می توان بازده درصدی واکنش را به صورت زیر به دست آورد:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{10/8}{14/4} \times 100 = 75\%$$

پس بازده واکنش برابر با ۷۵ درصد است.



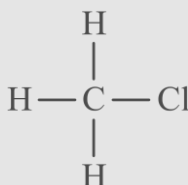
۱۱۴- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- (۱) در مولکول CH_3Cl ، مقدار میانگین آنتالپی پیوند حاوی اتم هالوژن، کمتر از پیوندهای دیگر است.
- (۲) مقدار گرمای جذب شده توسط واکنش $2Br(g) \rightarrow 4Br(g)$ ، نصف مقدار آنتالپی پیوند $Br-Br$ است.
- (۳) به کار بردن واژه میانگین آنتالپی پیوند برای پیوند $H-Cl$ ، مناسب تر از به کار بردن واژه آنتالپی پیوند برای آن است.
- (۴) آنتالپی پیوند کربن - اکسیژن در مولکول کربن مونوکسید، کمتر از میانگین آنتالپی پیوند آن در مولکول کربن دی اکسید است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول ساختاری مولکول CH_3Cl به صورت زیر است:



مقایسه آنتالپی ها پیوند

آنتالپی پیوند میان دو اتم که نشان دهنده قدرت پیوند است، به جاذبه میان الکترون های پیوندی و هسته این دو اتم بستگی دارد. مسلماً هر چه جاذبه میان دو اتم بیشتر باشد، پیوند نیز قوی تر است. به طور کلی هر چه فاصله هسته ها از الکترون ها کمتر باشد، جاذبه آن پیوند بیشتر می شود؛ بنابراین هر چه طول پیوند کمتر باشد، آنتالپی پیوند نیز بیشتر است.

به طور کلی، هر چه شعاع اتم های دخیل در پیوند کوچک تر و مرتبه پیوند بیشتر باشد، شعاع پیوند کمتر می شود. بنابراین، به صورت کلی آنتالپی پیوند سه گانه نسبت به پیوند دو گانه و آن هم نسبت به پیوند یگانه بیشتر است. برای مثال، داریم:

$$\Delta H(N-N) < \Delta H(N=N) < \Delta H(N \equiv N)$$

$$\Delta H(C-C) < \Delta H(C=C) < \Delta H(C \equiv C)$$

همچنین غالباً، هر چه شعاع اتم های تشکیل دهنده پیوند کوچک تر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به طور مثال، داریم:

$$F < Cl < Br < I \Rightarrow \Delta H(H-F) > \Delta H(H-Cl) > \Delta H(H-Br) > \Delta H(H-I)$$

در این مولکول دو پیوند $C-H$ و $C-Cl$ وجود دارد. با توجه به کمتر بودن شعاع H نسبت به Cl می توان گفت که آنتالپی پیوند $C-H$ بیشتر از آنتالپی پیوند $C-Cl$ است.

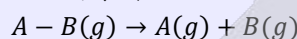


بررسی سایر گزینه ها:

۲ مقدار گرمای جذب شده در فشار ثابت توسط ۱ مول پیوند کووالانسی (اشتراکی) در حالت گازی و تبدیل به اتم های گازی سازنده، معادل با آنتالپی پیوند است. برای مثال در واکنش $H_2(g) + 436 \text{ kJ} \rightarrow 2H(g)$ ، آنتالپی پیوند $H - H$ برابر با ۴۳۶ کیلوژول است. در مثال داده شده در این عبارت یعنی $2Br(g) + Q \rightarrow 4Br(g)$ ، مقدار Q ، دو برابر مقدار آنتالپی پیوند $Br - Br$ است.

آنتالپی پیوند

به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی میان دو اتم در حالت گازی، آنتالپی پیوند می گویند. برای شکستن پیوند همواره به انرژی نیاز است؛ بنابراین آنتالپی پیوند همواره مثبت است. تغییر آنتالپی واکنش مقابل، معادل آنتالپی پیوند $A - B$ است:



بنابراین، شرط آن که گرمای مبادله شده در یک واکنش برابر آنتالپی پیوند باشد این است که در آن واکنش یک مول پیوند کووالانسی میان دو اتم شکسته شود و مواد شرکت کننده در واکنش نیز به حالت گازی باشند.

۳ واژه میانگین آنتالپی پیوند برای مولکول های دو اتمی به کار نمی رود؛ چون در مولکول های دو اتمی مثل Cl_2 ، فقط یک پیوند $Cl - Cl$ وجود دارد، ولی در مولکول چند اتمی متان (CH_4)، ۴ پیوند $C - H$ موجود است. انرژی لازم برای شکسته شدن هر کدام از پیوندهای $C - H$ در متان، با دیگری متفاوت است؛ لذا شیمی دان ها برای مولکول هایی از این دست، واژه میانگین آنتالپی پیوند را به کار می برند. مولکول HCl ، دو اتمی بوده و فقط دارای یک پیوند $H - Cl$ است؛ لذا نیازی به استفاده از میانگین آنتالپی پیوند برای آن نیست.

۴ پیوند کربن-اکسیژن در مولکول کربن مونوکسید (CO)، به صورت $C \equiv O$ بوده و پیوندی سه گانه است، در حالی که پیوند کربن-اکسیژن در مولکول کربن دی اکسید (CO_2)، به صورت $C = O$ بوده و پیوندی دو گانه است. می دانیم که آنتالپی پیوند سه گانه $C \equiv O$ به علت مرتبه پیوند، بیشتر از پیوند دو گانه $C = O$ است.



۱۱۵ - کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - اگر انحلال شکر در چای فرایندی گرماگیر باشد، بر اثر این انحلال، دمای چای افزایش می یابد.
 ب - در واکنش فرضی تبدیل الماس به گرافیت گرما آزاد خواهد شد و سطح انرژی کربن کاهش می یابد.
 ج - اگر در واکنش سوختن متان، به جای گاز اکسیژن از گاز اوزون استفاده شود، گرمای تولید شده کاهش می یابد.
 د - گرمای لازم برای فرازش یک نمونه از یک ماده خالص، همواره بیشتر از گرمای لازم برای ذوب همان نمونه است.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت های (ب) و (د) درست هستند.

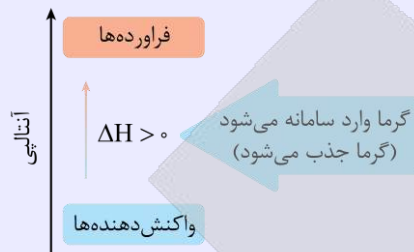
بررسی موارد:

الف با انجام یک واکنش گرماگیر، گرما از محیط به سامانه منتقل می شود که موجب کاهش دمای محیط می گردد. پس اگر انحلال یک ماده در آب گرماگیر باشد، پس از حل شدن در آب، دمای محلول کاهش می یابد.

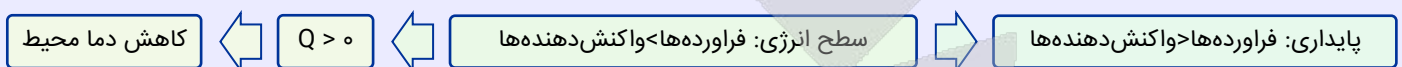


واکنش گرماگیر

به واکنشی که در حین انجام گرفتن، گرما مصرف کند، واکنش گرماگیر می‌گوییم. در این فرایند مجموع سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر از مجموع سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است. برای افزایش سطح انرژی باید گرما از محیط پیرامون سامانه واکنش دریافت شود، پس در این واکنش‌ها انتقال گرما از محیط به سامانه دیده می‌شود. با گرفتن گرما از محیط، میزان انرژی گرمایی محیط و در نتیجه آن دمای محیط کاهش می‌یابد. در این حالت علامت گرما (Q) و تغییر آنتالپی واکنش (ΔH) مثبت است. از آن‌جاکه سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها کمتر از فراورده‌ها است، واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراورده‌ها هستند. به بیان دیگر فراورده‌ها واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند. نمودار زیر مربوط به واکنش گرماگیر است:



در رابطه با این واکنش‌ها داریم:



الماس و گرافیت دو دگرشکل طبیعی کربن هستند. سطح انرژی الماس بیشتر از سطح انرژی گرافیت بوده و گرافیت پایدارتر است. پس در واکنش فرضی تبدیل الماس به گرافیت، یک ماده با انرژی بیشتر به یک ماده با انرژی کمتر تبدیل می‌شود. این اختلاف سطح انرژی، با آزاد شدن گرما همراه بود و واکنش انجام‌شده گرماده است.

نکته‌ای که در کتاب درسی نیست اما باید بدانید!!!

در شیمی اگر بتوان برای یک ماده چند حالت در نظر گرفت، منظور پایدارترین حالت آن ماده در دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد (دمای اتاق) و فشار یک اتمسفر است مگر آن‌که شرایط دیگری قید شود. به عنوان مثال:

❖ وقتی از عبارت آب استفاده می‌شود، منظور حالت مایع آن است و نه بخار آب و یخ.

❖ الماس و گرافیت دو دگرشکل طبیعی کربن هستند. (کربن دگرشکل‌های دیگری مانند C_{60} و C_{70} دارد که مصنوعی هستند.) الماس قوی‌ترین رسانای گرما و گرافیت رسانای قوی جریان الکتریکی است. اما در کتاب درسی، کربن را رسانای جریان الکتریکی و عایق گرما معرفی می‌کند. علت این موضوع آن است که وقتی تنها از واژه کربن استفاده می‌شود، منظور پایدارترین فرم کربن در دما و فشار اتاق یعنی گرافیت است.

❖ گازهای نجیب در بازه‌های دمایی حالت مایع دارند، اما پایدارترین حالت آن‌ها در دما و فشار اتاق، گازی است.

سطح آنتالپی اوزون بیشتر از اکسیژن بوده و اکسیژن پایدارتر است. همچنین واکنش سوختن متان گرماده است و هر چه سطح انرژی (آنتالپی) واکنش‌دهنده‌های آن بیشتر باشد، آنتالپی واکنش منفی‌تر شده و گرمای بیشتری آزاد می‌شود. پس اگر در واکنش سوختن متان به جای اکسیژن با سطح آنتالپی کم، از اوزون با سطح انرژی بالاتر شرکت کند، گرمای بیشتری آزاد خواهد شد.

نمودار مقابل سطح انرژی مواد را در حالت‌های مختلف فیزیکی نمایش می‌دهد:



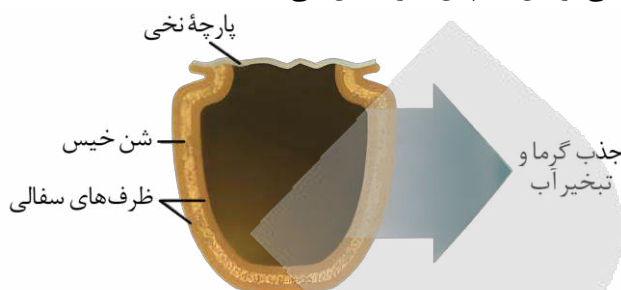
در فرازش ماده از حالت جامد به گاز و در ذوب ماده از حالت جامد به مایع تبدیل می‌شود. بنابراین در فرایند فرازش نسبت به فرایند ذوب، گرمای بیشتری به ماده جامد داده خواهد شد تا به حالتی با انرژی بالاتر تبدیل شود.



۱۱۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد یخچال صحرایی نادرست است؟

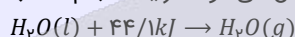
- (۱) هوای محیط پیرامون از پوشش بالایی یخچال وارد سامانه یخچال می‌شود.
- (۲) پوشش بالایی و میان دو بدنه داخلی و خارجی یخچال صحرایی مرطوب است.
- (۳) با تبخیر آب از بدنه داخلی یخچال، دمای فضای درونی یخچال کاهش می‌یابد.
- (۴) گرمای مبادله‌شده در آن ناشی از تفاوت در انرژی گرمایی واکنش‌دهنده و فراورده است.

یخچال صحرایی برای خنک نگه داشتن مواد غذایی توسط محمد باه‌آبا ساخته شده است. در این یخچال دو ظرف سفالی که از خاک رس ساخته شده‌اند؛ درون یکدیگر قرار گرفته‌اند و فضای خالی بین این دو ظرف، توسط شن خیس پر شده است. درپوش این مجموعه، پوششی نخی و مرطوب است. شکل زیر ساختار یکی از این یخچال‌ها را نشان می‌دهد:



یخچال صحرایی

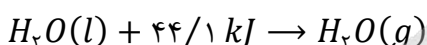
یخچال صحرایی دستگاهی ساده و ارزان است که توسط محمد باه‌آبا، معلم نیجریایی طراحی شده است. این دستگاه از دو ظرف سفالی درون هم ساخته شده و فضای میان این دو ظرف با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه، پوششی نخی و مرطوب است که از این محل تهویه هوا به آسانی انجام می‌شود. آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی با گرفتن گرمای مواد درون ظرف سفالی داخلی تبخیر می‌شود، آب با جذب گرما از مواد درون ظرف، منجر به خنک شدن و سالم ماندن مواد غذایی درون این یخچال می‌شود. فرایند انجام‌شده به صورت زیر است:



در یخچال صحرایی آب در بدنه ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. پس تبخیر در سطح ظرف بیرونی انجام خواهد گرفت. گرمای مورد نیاز تبخیر، از محیط درون ظرف داخلی گرفته می‌شود و دمای آن را پایین می‌آورد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ تهویه هوا از سمت درپوش این دستگاه به آسانی انجام می‌شود.
- ۲ درپوش دستگاه، پوشش مرطوب است. همچنین بدنه این دستگاه را نیز دو ظرف سفالی تشکیل می‌دهند که بین آن‌ها را با شن‌های خیس پر کرده‌اند.
- ۴ واکنش انجام‌شده در یخچال صحرایی به صورت زیر است:



در این واکنش فقط تغییر حالت ماده رخ می‌دهد که جزء واکنش‌های فیزیکی به حساب می‌آید. در واکنش‌های فیزیکی پیوندهای کووالانسی شکسته یا تولید نمی‌شوند؛ پس گرمای ردوبدل شده، به علت تفاوت در انرژی‌ها نهفته نبوده و تفاوت تنها در سطح انرژی جنبشی مواد است.



۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - آنتالپی یک ماده علاوه بر انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی آن ماده نیز بستگی دارد.
- ب - میانگین آنتالپی پیوندهای میان اتم‌های کربن در بنزن کمتر از همین میانگین در نفتالن است.
- ج - با افزایش واکنش‌پذیری هالوژن‌ها، آنتالپی پیوند موجود در هیدروژن هالید آن، افزایش می‌یابد.
- د - گرمای تبدیل جرم‌های برابر گازهای اکسیژن و اوزون به اتم‌های مجزا، برای نمونه اکسیژن بیشتر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

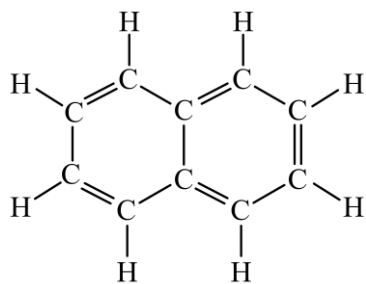
عبارت‌های (الف)، (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

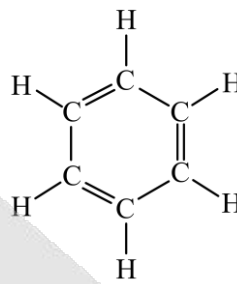
- الف آنتالپی یک ماده، معادل مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی (انرژی گرمایی) آن ماده در دما و فشار معین است. پس به هر دوی این انرژی‌ها وابسته می‌باشد.



شکل زیر ساختار نفتالن و بنزن را نمایش می‌دهد:



نفتالن



بنزن

در هر مولکول بنزن ۳ پیوند دوگانه $C = C$ و ۳ پیوند یگانه $C - C$ وجود دارد، اما در ساختار نفتالن، ۵ پیوند دوگانه $C = C$ و ۶ پیوند یگانه $C - C$ دیده می‌شود؛ پس نسبت پیوندهای $C = C$ به پیوندهای $C - C$ در بنزن بیشتر بوده و به همین جهت، میانگین آنتالپی پیوند میان اتم‌های کربن در این ماده بیشتر است.

در جدول تناوبی شعاع اتمی از بالا به پایین افزایش می‌یابد. با افزایش شعاع اتمی اتم‌های درگیر در پیوند کووالانسی، طول پیوند افزایش می‌یابد که موجب کاهش آنتالپی پیوند و تضعیف آن می‌گردد. واکنش‌پذیری هالوژن‌ها از بالا به پایین کاهش می‌یابد، پس هر چه یک هالوژن واکنش‌پذیرتر باشد، شعاع آن و در نتیجه طول پیوند آن با هیدروژن کمتر خواهد شد و آنتالپی این پیوند افزایش می‌یابد.

گرمای تبدیل یک گاز به اتم‌های مجزا، برابر مجموع آنتالپی پیوندهای آن گاز است. پس باید آنتالپی پیوندهای دو گاز را در جرم‌های برابر بررسی کنیم. در یک مول گاز اوزون (معادل ۴۸ گرم) یک مول پیوند $O = O$ و یک مول پیوند $O - O$ وجود دارد. همچنین در ۴۸ گرم گاز اکسیژن ($1/5$ مول از آن) $1/5$ مول پیوند $O = O$ دیده می‌شود. پس ۴۸ گرم گاز اکسیژن نسبت به ۴۸ گرم گاز اوزون، $0/5$ مول پیوند $O = O$ بیشتر و یک مول پیوند اشتراکی $O - O$ کمتر دارد. از طرفی آنتالپی پیوند $O = O$ بیش از دو برابر آنتالپی پیوند $O - O$ است. پس داریم:

$$\Delta H(O = O) > 2 \times \Delta H(O - O) \Rightarrow \frac{1}{2} \Delta H(O = O) > \Delta H(O - O)$$

پس مجموع آنتالپی پیوند در جرم‌های برابر از این دو گاز، در گاز اکسیژن بیشتر است.



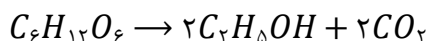
۱۱۸- دو روش آزادسازی انرژی موجود در گلوکز در موجودات زنده اکسایش و تخمیر است. اگر در واکنش تخمیر گلوکز به ازای تولید هر مول گاز کربن دی‌اکسید، ۳۶ کیلوژول گرما تولید شود، گرمای حاصل از اکسایش یک گرم گلوکز با گرمای حاصل از تخمیر چند گرم گلوکز برابر است؟ (آنتالپی واکنش اکسایش گلوکز برابر -2808 kJ است. $H = 1, C = 12, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

39 (4)	52 (3)	65 (2)	78 (1)
------------------	------------------	------------------	------------------

(سخت - مسئله ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش تخمیر گلوکز به صورت زیر است:



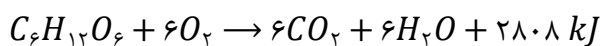
راه حل مسئله

در حل این سؤال، باید گرمای تولیدشده از اکسایش یک گرم گلوکز را حساب کرده و برابر گرمای تولیدشده در واکنش تخمیر قرار داد. بر این اساس جرم گلوکز تخمیرشده به دست می‌آید.

در این واکنش از مصرف یک مول گلوکز، دو مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود، بر این اساس آنتالپی این واکنش (گرمای تولیدشده به اندازه تولید دو مول گاز کربن دی‌اکسید) را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kJ گرما} = 2 \text{ mol } CO_2 \times \frac{36 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ mol } CO_2} = 72 \text{ kJ}$$

آنتالپی این واکنش با توجه به تولید گرم، برابر ۷۲- کیلوژول است.
واکنش اکسایش گلوکز به صورت زیر است:



ابتدا مقدار گرمای تولیدشده از اکسایش یک گرم گلوکز را به دست می آوریم:

$$? \text{ kJ گرم} = 1 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2808 \text{ kJ گرم}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 15/6 \text{ kJ}$$

حال جرم گلوکز تخمیرشده برای تولید این مقدار گرما را حساب می کنیم:

$$? \text{ g } C_6H_{12}O_6 = 15/6 \text{ kJ گرم} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{2808 \text{ kJ گرم}} \times \frac{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 39 \text{ g}$$

پس گرمای حاصل از اکسایش یک گرم گلوکز با گرمای حاصل از تخمیر ۳۹ گرم گلوکز برابر است.



۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) ادویه ها علاوه بر خوشایند کردن مزه، طعم و بوی غذا، می توانند مصرف دارویی داشته باشند و جلوی ایجاد التهاب را بگیرند.
- (۲) کوزه سفالی از خاک رس تهیه می شود و در بدنه آن روزنه هایی وجود دارد که آب از آن عبور کرده و سطح بیرونی را خیس می کند.
- (۳) در همه واکنش های شیمیایی تمام پیوندهای موجود در ساختار واکنش دهنده ها می شکند تا پیوندهای موجود در فراورده ها ایجاد شود.
- (۴) گروه عاملی، آرایشی از اتم ها در مواد آلی است که هم باعث خواص فیزیکی و هم خواص شیمیایی منحصر به فردی در آن ماده می شود.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در واکنش های شیمیایی نحوه اتصال اتم ها به یکدیگر عوض می شود. در واقع شماری از پیوندهای موجود در ساختار واکنش دهنده ها می شکند و پیوندهای جدیدی در فراورده ها ایجاد می شوند. در اکثر واکنش ها همه پیوندهای موجود در واکنش دهنده ها نمی شکند به عنوان مثال در واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، تنها پیوند $O - O$ اوزون می شکند و پیوندهای $O = O$ دست نخورده باقی می ماند. همچنین در برخی واکنش ها ممکن است هیچ پیوندی نشکند ولی پیوندی به وجود آید؛ به عنوان مثال در واکنش $2NO_2(g) \rightarrow N_2O_4(g)$ ، تنها پیوند $N - N$ میان دو اتم نیتروژن موجود در دو مولکول NO_2 ایجاد می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) ادویه ها موادی هستند که به منظور بهتر کردن رنگ، بو و مزه غذاها به آن ها اضافه می شوند. این مواد نقش جالبی در تمدن و تاریخ ملت ها دارند به طوری که بو و مزه لذت بخش غذاهای بومی در هر جای جهان، اغلب به دلیل افزودن ادویه های ویژه آن منطقه است. این مواد همچنین مصارف دارویی نیز دارند و از آن ها می توان، برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز، جلوگیری از التهاب، پیشگیری از سرطان و گاهی بهبود یا رفع آن استفاده کرد.

۲) کوزه، ظرفی سفالی است که در گذشته برای نگهداری آب آشامیدنی از آن استفاده می کردند. این سفال خود از خاک رس تهیه می شود. در بدنه این ظرف روزنه های بسیار ریزی وجود دارد که آب موجود در کوزه به آسانی به دیواره آن نفوذ کرده و سطح بیرونی آن را نیز نمناک می کند. در این زمان با تبخیر تدریجی آب روی سطح بیرونی کوزه، دمای آب درون کوزه کاهش می یابد. در واقع گرمای لازم برای تبخیر آب روی سطح خارجی کوزه از آب درون کوزه تأمین می شود. فرایندی که باعث کاهش دما و خنک شدن آب خواهد شد. مکانیسم سرد شدن محتویات کوزه و یخچال صحرایی مشابه است با این تفاوت که در کوزه سفالی حتماً آب یا محلولی از آن حضور دارد اما در یخچال صحرایی می توان مواد دیگری نیز قرار دارد.

۴) گروه عاملی، آرایش منظمی از اتم ها هستند که به مولکول آلی دارای آن، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می بخشد. به عنوان مثال گروه عاملی هیدروکسیل یا همان الکلی، به ماده توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را می دهد. یا وجود گروه عاملی کربوکسیلی به ماده خاصیت اسیدی می دهد.



۱۲۰- کدام یک از موارد زیر میان دو ایزومر می تواند متفاوت باشد؟

- (۱) مقدار (مول) هر ماده در یک گرم از آن
(۲) شمار جفت الکترون های ناپیوندی
(۳) نیروی بین مولکولی در ماده خالص
(۴) شمار پیوندهای اشتراکی

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

موادی که دارای فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوت هستند، ایزومر (همپار) نامیده می شوند. برای مثال دی متیل اتر و اتانول ایزومر یکدیگر هستند. فرمول مولکولی هر دو ماده به صورت C_2H_6O است؛ ولی ساختار کاملاً متفاوتی با یکدیگر دارند. به طوری که در ساختار اتانول پیوند اشتراکی $O - H$ یافت می شود، در حالی که در دی متیل اتر این پیوند وجود ندارد و در یک نمونه خالص از آن برخلاف اتانول پیوند هیدروژنی دیده نمی شود. ایزومرها، فرمول مولکولی یکسانی دارند؛ در نتیجه جرم مولی، درصد جرمی یک عنصر در مولکول آنها، شمار پیوندهای اشتراکی (جفت الکترون های پیوندی) و شمار جفت الکترون های ناپیوندی یکسانی دارند. با توجه به برابر بودن جرم مولی ایزومرها، در یک گرم از آنها نیز مقداری یکسان از مواد حضور دارد. ولی چون ساختار آنها متفاوت است، سطح آنتالپی، چگالی و ممکن است نیروی بین مولکولی (مانند اتانول و دی متیل اتر) متفاوتی داشته باشند و خواص فیزیکی یا شیمیایی آنها متفاوت باشد.





وقتی همه چیز مهم است، هیچ چیز مهم نیست

تابستان حدود ۹۰ روز است. در این ۹۰ روز چه برنامه‌ای داشته باشیم؟

یک دانش آموز کنکوری با شروع تابستان، چنین شرایطی دارد:

■ دروس پایه یازدهم را به تازگی امتحان داده است.

■ از دروس پایه دهم حدود یک سال است که فاصله گرفته است.

■ دروس پایه دوازدهم را هنوز نخوانده است.

یعنی منطقی است که:

■ با مرور مباحث یازدهم و تست زدن از آن مباحث، خیال خود را از یازدهم راحت کند.

چون با امتحانی خواندن دروس یازدهم تقریباً ۷۰ درصد راه کنکور را آمده و کافی است مباحث سال یازدهم را در تابستان مرور کرده و تست بزند.

■ می‌تواند شروع به خواندن مطالب پایه دهم کند.

این مطالعه سنگین نیست چون مطالب را قبلاً خوانده اما نیاز به بازیابی دارد، درواقع فرصتی است که مطالب پایه را می‌تواند ترمیم کند.

■ پیش‌خوانی قسمتی از دروس دوازدهم را انجام دهد و با آمادگی مهر را شروع کند.

سبک اکثر دبیران در تدریس، سؤال پرسیدن است. کسی که دروس دوازدهم را پیش‌خوانی کرده، به سؤالات دبیر هنگام تدریس پاسخ می‌دهد و توجه دبیران را به سمت خود جلب می‌کند. همین توجه باعث افزایش انگیزه درونی شده و دانش آموز با قدرت، سال کنکور را شروع کرده و ادامه می‌دهد.

اما آیا فرصت ۹۰ روز تابستان برای هر سه کاری که گفتیم، کافی است؟

استیو جابز می‌گوید: من به کارهایی که انجام نداده‌ام به اندازه کارهایی که انجام داده‌ام افتخار می‌کنم. نوآوری (موفقیت) در واقعیت نه گفتن به هزاران کار دیگر است. اینکه فرد بتواند دست از کمال‌گرایی بردارد و به جای زخمی کردن چند کار، یکی دو کار را به درستی انجام دهد، قطعاً نتیجه بهتری می‌گیرد.



ما در برنامه راهبردی تابستان ماز، فرصتی فراهم کردیم که به یک یا دو هدف از اهداف بالا برسید و بتوانید از فرصت تابستان، حداکثر استفاده را ببرید. اما خاطرتان باشد وقتی همه چیز مهم است، هیچ چیز مهم نیست و عاقلانه این است که بین دهم و یازدهم یکی را انتخاب کنید. البته نگران قسمت انتخاب نشده نباشید چون در فرصت‌های بعدی مثل تعطیلات نوروز و روزهای بین دو نیم‌سال، می‌توانید برنامه مکمل تابستان را اجرا کنید. یعنی اگر در تابستان دهم را خواندید، در ایام جبرانی بعدی یازدهم را مرور کنید و بالعکس.

«سنگ بزرگ نشانه تزدن است» کاری را که در توانتان است در تابستان انجام دهید.



دوازدهم
ریاضی

مشاور خودت باش!

برنامه مطالعاتی تابستان ۱۴۰۴

ویژه آزمون ۱۳ شهریور ماه





۵۰ تا ۶۰ لقمه برای ۱۴ روز!

در این دو هفته، ۱۳ روز مطالعه داری یعنی هر روز ۹ زنگ داری که برابر است با ۱۱۷ زنگ!

اگر برای هر روز ۲، ۳ زنگ رو هم انعطاف برنامه در نظر بگیریم ۳۹ زنگ انعطاف برنامه میشه که اگر از ۱۱۷ کم کنیم در مجموع در این دو هفته حدود ۸۰ تا ۹۰ زنگ مطالعه خواهی داشت. که باید لقمه‌ها را در این زنگ‌ها بچینی.



سعی کنید چیدن لقمه‌ها در هر روز را، شب قبل از همان روز انجام دهید و پیش‌پیش همه لقمه‌ها را در برنامه دوهفته‌ای نچینید.

هر لقمه رو توی چه زنگی بخونیم؟

دوست عزیزم این نکاتی رو که بهت می‌گم حتماً حتماً بخون و برای برنامه‌ریزی در نظر بگیر: هر زنگ برای هر کس یکی از حالت‌های زیر رو داره و معمولاً این حالت در همه روزها همینه



حالت سوم: کم انرژی



حالت دوم: معمولی



حالت اول: پر انرژی

از طرف دیگه لقمه‌ها برای هر کسی سه حالت دارن:



لقمه‌های سنگین



لقمه‌های معمولی



لقمه‌های باقلوا

شاید یه لقمه برای تو باقلوا باشه ولی برای دوستت سنگین و همینطور یک زنگ برای تو پرانرژی باشه و برای دوستت معمولی. پس اینجاست که هر نفر باید از خودش شناخت داشته باشه تا بتونه برنامه خودشو بنویسه.

پس بهترین برنامه‌ریز خودتی.



با این که سعی شده لقمه‌ها طوری انتخاب بشه که مطالعه و تستش با هم در دو زنگ باشه، اما قرار نیست حتماً حتماً اینطوری باشه و اگه لقمه‌ای بیشتر یا کمتر از دو زنگ وقتت رو گرفت به زمان اهمیت نده و اولویتت رو یادگیری کامل مطلب بذار.

خب حالا سعی کن برای هر زنگ لقمه‌های مناسب برداری.

لقمه‌های انرژی‌گیر برای زنگ‌های پرانرژی



لقمه‌های معمولی برای زنگ‌های معمولی



لقمه‌های باقلوا برای زنگ‌های کم‌انرژی



راهنمای لقمه‌های آزمون ۱۳ شهریور ماه

۵۲ لقمه، ۱۷ تا لقمه جدید، ۳۵ لقمه مروری

در این آزمون ۱۷ تا لقمه جدید داری که نیاز به مطالعه داره و ۳۵ تا لقمه مروری که قبلاً همه رو خوندی و نیازی نیست مطالعه عمیق کنی و بهشون زنگ اختصاص بدی. پیشنهاد ما اینه به هر لقمه جدید یا مطالعه عمیق دو زنگ اختصاص بدی یک زنگ واسه مطالعه‌اش و یک زنگ هم واسه تستش.

واسه لقمه‌های مروری هم میتونی هر ۳ یا چهار لقمه رو توی یک زنگ مرور کنی.

داخل کاربرگ

لقمه‌های جدید با این رنگ  و لقمه‌های مروری با این رنگ  مشخص شده‌اند.



حسابان	
حسابان یازدهم	
لقمه (۱)	تابع نمایی ۷۱ تا ۷۹
لقمه (۲)	تابع لگاریتمی و لگاریتم ۸۵ تا ۸۵
لقمه (۳)	ویژگی ها و معادله های لگاریتمی ۸۶ تا ۹۵
حسابان دوازدهم	
لقمه (۱)	انتقال های عمودی و افقی ۱ تا ۵
لقمه (۲)	انبساط و انقباض عمودی و افقی ۶ تا ۱۲
لقمه (۳)	تابع درجه ۳ و توابع یکنوا ۱۳ تا ۱۸
هندسه	
هندسه یازدهم	
لقمه (۱)	تجانس ۴۳ تا ۴۹
لقمه (۲)	کاربرد تبدیل ها ۵۰ تا ۵۲
لقمه (۳)	کوتاه ترین مسیر ۵۲ تا ۵۴
هندسه دوازدهم	
لقمه (۱)	وارون ماتریس ۲۲ تا ۲۳
لقمه (۲)	حل دستگاه معادلات ۲۳ تا ۲۶

آمار و احتمال یازدهم	
لقمه (۱)	توصیف و نمایش داده ها ۶۹ تا ۷۸
لقمه (۲)	معیارهای گرایش به مرکز ۸۰ تا ۸۶
لقمه (۳)	انحراف معیار و واریانس ۸۷ تا ۹۵
لقمه (۴)	ضریب تغییرات و نمودار جعبه ای ۹۵ تا ۹۴
ریاضیات گسسته دوازدهم	
لقمه (۱)	استدلال و اثبات ۱ تا ۵
لقمه (۲)	اثبات غیرمستقیم و بازگشتی ۵ تا ۸
لقمه (۳)	بخش پذیری و عادکردن ۹ تا ۱۲
لقمه (۴)	ب م م و ک م م ۱۳ تا ۱۴
لقمه (۵)	قضیه تقسیم و افرار مجموعه z ۱۴ تا ۱۷
لقمه (۶)	ویژگی های همبستگی ۱۸ تا ۲۲
لقمه (۷)	معادله همبستگی ۲۲ تا ۲۵

فیزیک یازدهم	
لقمه (۱)	دما و دماسنجی ۸۳ تا ۸۷
لقمه (۲)	انبساط و انبساط طولی ۸۷ تا ۹۲
لقمه (۳)	انبساط سطحی و حجمی ۹۲ تا ۹۴
لقمه (۴)	انبساط غیرعادی آب ۹۵
لقمه (۵)	گرمای تغییر دما ۹۶ تا ۹۹
لقمه (۶)	تعادل گرمایی ۹۹ تا ۱۰۲
فیزیک دوازدهم	
لقمه (۱)	آهنربا و میدان مغناطیسی ۸۳ تا ۸۸
لقمه (۲)	نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک ۸۹ تا ۹۱
لقمه (۳)	نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان ۹۱ تا ۹۴
لقمه (۴)	میدان سیم راست و نیروی بین دو سیم موازی ۹۴ تا ۹۷
لقمه (۵)	میدان مغناطیسی حلقه ۹۷ تا ۹۹
لقمه (۶)	میدان مغناطیسی سیمولوله ۹۹ تا ۱۰۱
لقمه (۷)	ویژگی های مغناطیسی مواد ۱۰۱ تا ۱۰۸
فیزیک دوازدهم	
لقمه (۱)	مفاهیم حرکت ۲ تا ۵
لقمه (۲)	نمودار مکان زمان ۶ تا ۱۰
لقمه (۳)	شتاب و نمودار سرعت-زمان ۱۰ تا ۱۳
لقمه (۴)	حرکت با سرعت ثابت ۱۳ تا ۱۴

شیمی دهم	
لقمه (۱)	هواکره و اثر گلخانه ای ۶۶ تا ۶۹
لقمه (۲)	شیمی سبز و اوزون ۷۵ تا ۷۵
لقمه (۳)	رفتار گازها ۷۶ تا ۸۵
لقمه (۴)	تولید آمونیاک ۸۱ تا ۸۴
شیمی یازدهم	
لقمه (۱)	غذای سالم ۷۷ تا ۷۹
لقمه (۲)	آهنگ واکنش ۷۹ تا ۸۵
لقمه (۳)	سرعت تولید یا مصرف مواد ۸۵ تا ۸۸
لقمه (۴)	سرعت متوسط و سرعت واکنش ۸۸ تا ۹۳
لقمه (۵)	غذا، پسماند و ردپای آن ۹۳ تا ۹۸
شیمی دوازدهم	
لقمه (۱)	شیمی و بهداشت ۱ تا ۵
لقمه (۲)	آب سخت ۸ تا ۹
لقمه (۳)	پاک کننده صابونی و غیرصابونی ۵ تا ۱۲
لقمه (۴)	اسیدها و بازها ۱۲ تا ۱۶



این کاربرگ رو
داخل ۸۳ پرینت
کن!

با ما در ارتباط باشید:

BIOMAZE.IR

تایستان ۱۴۰۴

در درس فیزیک و شیمی، در هر لقمه علاوه بر
صفحات ذکر شده
تمرین های انتهای فصل مرتبط با آن لقمه نیز باید
بررسی شود

لقمه جدید (نیاز به مطالعه عمیق)
لقمه مروری (نیاز به مطالعه مروری)

تاریخ / رزگ	۷ تا ۸:۳۰	۸:۴۵ تا ۱۰:۱۵	۱۰:۳۰ تا ۱۲	۱۲:۱۵ تا ۱۳:۴۵	۱۴:۳۰ تا ۱۵	۱۶:۴۵ تا ۱۸:۱۵	۱۸:۳۰ تا ۲۰	۲۰:۱۵ تا ۲۱:۴۵	۲۲ تا ۲۳:۳۰	جمع ساعت روز	جمع ساعت هفته
جمعه ۳۱ مرداد											
شنبه ۱ شهریور											
یکشنبه ۲ شهریور											
دوشنبه ۳ شهریور											
سه شنبه ۴ شهریور											
چهارشنبه ۵ شهریور											
پنجشنبه ۶ شهریور											
جمعه ۷ شهریور											
شنبه ۸ شهریور											
یکشنبه ۹ شهریور											
دوشنبه ۱۰ شهریور											
سه شنبه ۱۱ شهریور											
چهارشنبه ۱۲ شهریور											
پنجشنبه ۱۳ شهریور											
آزمون ماز											تحلیل آزمون ماز



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۳۰ مردادماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



دِرس	مَسئول دِرس	طراحان	وِراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان – حسین شفیع زاده سیدجواد نظری – محمد خانگلدی کاظم اجلائی – محمدپورسعید محمد رضا حسینی فرد – سوگند روشنی کیوان دارابی – رسول حاجی زاده	رضا سیدنحفی مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور مائده بادان فیروز
فیزیک	سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده – محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد – مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا – ارسلان رحمانی – محمد باغبان محسن قندچلر – آروین صالحی محمدجواد حاجی وند – مهدی رحمت اللهی	حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد – علی ترابی فرهنگ امیری – مهسا بایمانی نژاد عالیه میرزایی – بنیامین بهرامی حسین ایروانی	رامین رزمجو محمد رضا جمشیدی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت های خوبتون انرژی می گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



توی مقاله قبلی یاد گرفتیم چطور زمان آزمون رو بین درس‌ها تقسیم کنی و سؤالات رو توی دو دور جواب بدی. حالا وقتشه یک مهارت دیگه یاد بگیریم: **اولویت‌بندی حرفه‌ای سؤال‌ها**. یعنی بدونی کدوم سؤال‌ها رو اول بزنی تا با همون زمان و انرژی، درصد بیشتری بگیریم.

یک باور اشتباه درباره سؤال‌های سخت

بعضیا فکر می‌کنن اگه به یک سؤال خیلی سخت و وقت‌گیر جواب بدن، خیلی از بقیه جلو می‌افتن. ولی واقعیت اینه که توی کنکور، سخت یا آسون بودن سؤال، هیچ تأثیری روی درصد نداره.

مثلاً اگه یک درس ۲۰ سؤال داشته باشه و تو ۱۴ تا رو جواب بدی که ۳ تا غلط باشه، یکی از درست‌ها حریف میشه و درصدت میشه:

$$50\% = 20 \div 40$$

فرقی نمی‌کنه سؤال سخت زده باشی یا آسون؛ آخرش تعداد درست‌ها مهمه. پس باید دنبال سؤال‌های آسون‌تر و سریع‌تر بگردی تا بیشترین درست رو توی کمترین زمان بزنی.

چطور سؤال‌های سریع‌تر رو پیدا کنیم؟

این مهارت یک‌شبه به دست نیامد، اما با تمرین و چند تا نکته می‌تونی زودتر یادش بگیریم:

■ سؤالات محاسباتی یا غیرمحاسباتی؟

سؤالای محاسباتی معمولاً وقت بیشتری می‌گیرن. البته گاهی ظاهر سؤال محاسباتیه ولی جواب‌ها عدد نیستن یا راه‌حل کوتاهیه، اینا رو سریع‌تر میشه زد.

■ طول سؤال و گزینه‌ها

سؤالای کوتاه و تعریفی رو یا می‌دونی یا نمی‌دونی؛ تکلیفشون تو همون چند ثانیه مشخص میشه. اما سؤالای بلند با متن پیچیده یا گزینه‌های طولانی، معمولاً وقت‌گیرترن.

■ سؤالای تحلیلی

سؤالایی که باید چند مورد رو مقایسه یا بررسی کنی، زمان بیشتری می‌خوان. اگه دیدی باید چند بار برگردی و اطلاعات رو تطبیق بدی، بذارش برای دور دوم.

■ گیر نکن!

وقتی سؤال رو می‌خونی، اگه راه‌حل واضح و سریع تو ذهنت اومد، احتمالاً سؤال سریع‌ه. ولی اگه توی ۳۰-۴۵ ثانیه حس کردی داری گیر می‌کنی یا زمان می‌پره، ردش کن و علامت بزنی برای بعد.

■ اسکن سریع

وقتی وقتت محدوده، اول سؤالای یک درس رو سریع با چشم اسکن کن. سؤالای کوتاه و ساده‌تر رو علامت بزنی تا توی دور اول به سراغشون بری.



یادت باشه:

«سؤال سریع» لزوماً «آسون» نیست! ممکنه یک سؤال مفهومی عمیق باشه ولی سریع جواب بدی، و یک سؤال ساده رو به خاطر محاسبات طولانی دیر حل کنی. سرعت فقط به سؤال ربط نداره، به تمرکز و دقت هم بستگی داره.

تمرین کن تا چشم‌هات تیز بشه!

بهترین راه برای قوی شدن توی این مهارت، تمرینه. موقع تست زدن توی خونه یا آزمون‌های آزمایشی:

■ با زمان واقعی تمرین کن:

وقتی توی خونه تست میزنی، تایمر بذار. برای هر سؤال، مثل جلسه آزمون، ۴۵-۵۰ ثانیه برای دروس خوندنی و ۶۰-۷۰ ثانیه برای دروس محاسباتی وقت داشته باش. این کار باعث میشه ذهنت یاد بگیره سرعت لازم رو پیدا کنه و بفهمی کدوم سؤال ارزش وقت گذاشتن داره.

■ بعد از آزمون، تحلیل کن:

فقط درست یا غلط بودن رو نگاه نکن. از خودت پرس:
چرا این سؤال رو سریع حل کردم؟
چرا روی این سؤال وقت تلف شد؟
آیا سؤال وقت گیر رو اشتباهی در دور اول انتخاب کردم؟
چه نشونه‌هایی باعث شد سؤالی رو سریعی تشخیص بدم؟

■ دفترچه نشونه‌ها بساز:

تو یه دفتر جداگانه، نشونه‌های سؤالات سریع تر رو بنویس. مثلاً:
سؤالات کوتاه + گزینه‌های مشخص = سریع تر
سؤالات تحلیلی + متن طولانی = وقت گیر
سؤال محاسباتی ساده با اعداد راحت = سریع تر
این دفترچه کم کم تبدیل به مرجع شخصی تو میشه و چشمت رو تیزتر می‌کنه.

با تکرار این کار، کم کم چشم‌هات تیز میشه و توی جلسه کنکور می‌تونی سؤالات سریع تر رو شکار کنی و زمانت رو برای سؤالات وقت گیرتر نگه داری.

جمع‌بندی آخر...

- همه سؤال‌ها ارزش پکسای دارن، پس دنبال سختی و سخت‌تر بودن نرو.
- سؤالاتی رو اول جواب بده که سریع‌تر می‌تونی حل کنی.
- سؤالاتی وقت گیر رو برای دور دوم بذارتا چیزی از دستت درنره.
- با قدرین زیاد، سرعت تشخیصت بالا میره و استرست توی جلسه کمتر میشه.

هر آزمون آزمایشی فرصتیه برای قوی‌تر شدن توی این مهارت. آله پاره‌ها و پاره‌ها قهرنش کنی، روژ لکوره‌ی تویی بدون استرس، بهترین درصد ممکن رو بگیری.



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
بالا را اسکن کنید!

حسابان ۲: تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۴
هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا قبل از حل دستگاه معادلات)، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳
ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهشتی)، صفحه‌های ۱ تا ۲۲

بودجه‌بندی
این آزمون

حسابان ۲: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
هندسه ۳: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
ریاضیات گسسته: ۱ تست از ۴ تست کنکور

سهم در
کنکور

۱- نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10$ از کدام ناحیه محوره‌های مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

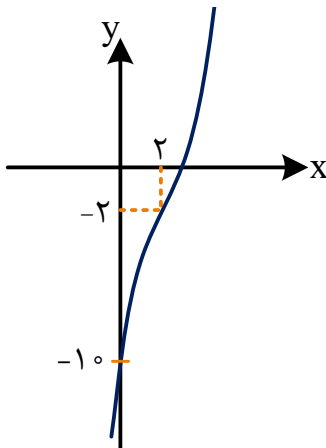
(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ضابطه تابع را به کمک اتحاد مکعب دوجمله‌ای بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 10 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 2 = (x-2)^3 - 2$$

نمودار تابع f از انتقال نمودار تابع $y = x^3$ به دست می‌آید، به این ترتیب که باید نمودار تابع $y = x^3$ را دو واحد به راست و دو واحد به پایین انتقال دهیم. از این رو طبق شکل، نمودار تابع f از ناحیه دوم محوره‌های مختصات عبور نمی‌کند.



۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$ را دو واحد به چپ انتقال داده، سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. ضابطه تابع حاصل به صورت

$$g(x) = \frac{2x+3}{3-x}$$

خواهد بود. حاصل $a+b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۲

(۱) ۳

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$$

$$f(x+2) = \frac{2(x+2)+a}{x+2-b}$$

۲ واحد به چپ

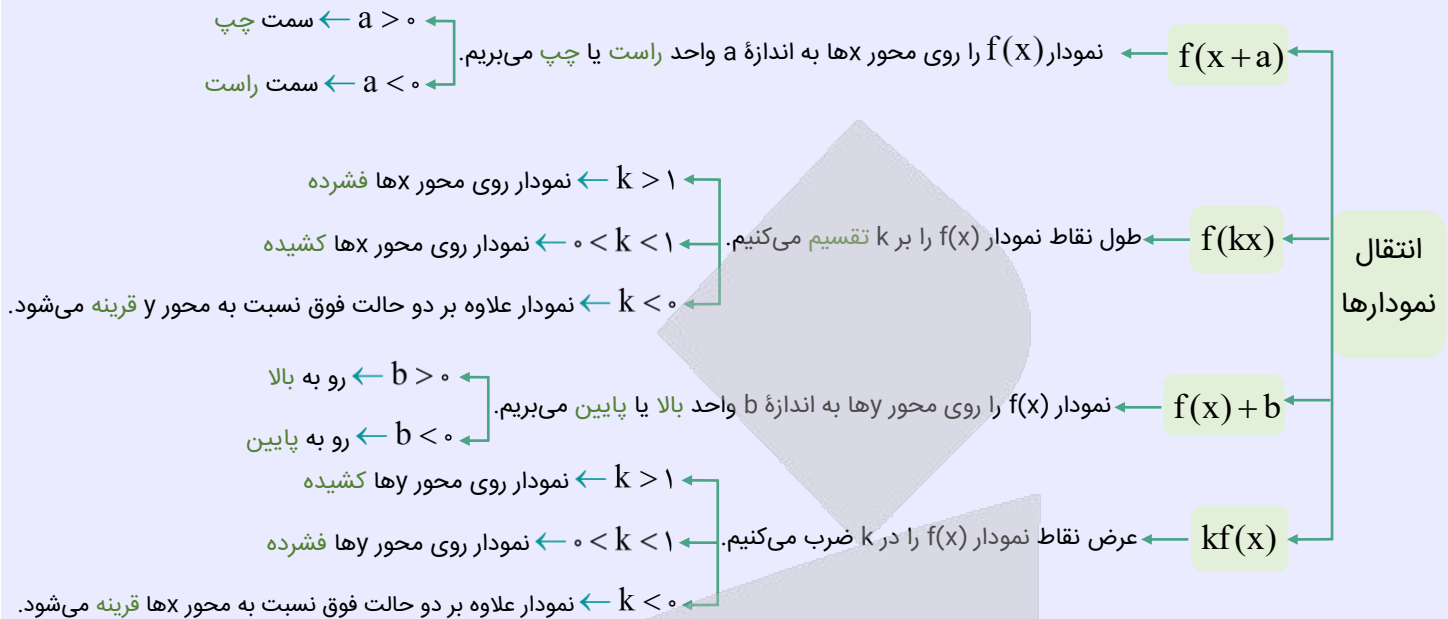
$$y = -f(x+2) = \frac{-2x-4-a}{x+2-b} = \frac{2x+4+a}{-x-2+b} = \frac{2x+3}{3-x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4+a=3 \\ b-2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow a+b=4$$

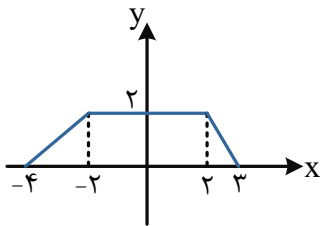


تبدیل نمودارها

نمودار $y = f(x)$ را داریم:



۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مساحت ناحیه محصور به نمودار تابع $g(x) = f(2x-1)$ و بالای محور طول‌ها و سمت راست محور عرض‌ها کدام است؟



(۲)
 $\frac{3}{2}$
 $\frac{7}{2}$
 (۴)

(۱)
 $\frac{1}{2}$
 $\frac{5}{2}$
 (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

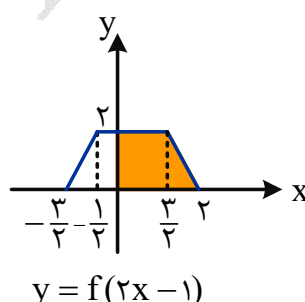
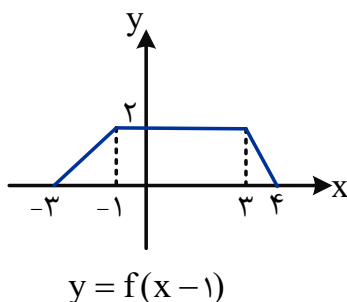
پاسخ: گزینه ۴

بفرمایید نکته داغ و تازه! «نحوه رسم نمودار تابع $af(bx+c)+d$ »

برای رسم این تابع، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ابتدا $f(x+c)$ را رسم می‌کنیم، یعنی اگر $c > 0$ باشد، c واحد به چپ برود و اگر $c < 0$ باشد، $|c|$ واحد به راست برود.
- حال $f(bx+c)$ را رسم می‌کنیم، یعنی طول نقاط نمودار $f(x+c)$ را $\frac{1}{b}$ برابر می‌کنیم.
- سپس $af(bx+c)$ را رسم می‌کنیم، یعنی عرض نقاط نمودار $f(bx+c)$ را a برابر می‌کنیم.
- بالاخره $af(bx+c)+d$ را رسم می‌کنیم، یعنی اگر $d > 0$ باشد، آن‌گاه نمودار $af(bx+c)$ را d واحد به سمت بالا می‌بریم و اگر $d < 0$ باشد، آن‌گاه نمودار $af(bx+c)$ را $|d|$ واحد به سمت پایین می‌آوریم.

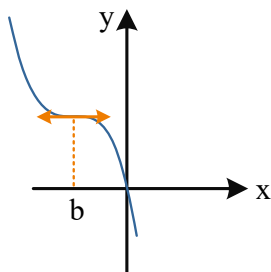
اگر نمودار تابع f را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع $y = f(x-1)$ به دست می‌آید. اگر در نمودار حاصل، طول نقاط را نصف کنیم، نمودار تابع $y = f(2x-1)$ به دست می‌آید که به صورت زیر است:





پس مساحت ناحیه رنگی که مطلوب سؤال است، برابر است با:

$$S = \frac{(2 + \frac{3}{2}) \times 2}{2} = \frac{7}{2}$$



۴- اگر نمودار تابع $f(x) = (a-2x)^3 - 4a$ شکل مقابل باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۴ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

تابع از مبدأ مختصات عبور کرده است، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a^3 - 4a = 0 \Rightarrow a = 0, a = 2, a = -2$$

$$a = 0 \Rightarrow y = -8x^3 \text{ غقی}$$

$$a = 2 \Rightarrow y = (2-2x)^3 - 8 = -8(x-1)^3 - 8 \text{ غقی}$$

$$a = -2 \Rightarrow y = (-2-2x)^3 + 8 = -8(x+1)^3 + 8$$

بنابراین $b = -1$ و $a = -2$ ، لذا $ab = 2$.



۵- نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - 3x$ را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس طول نقاط نمودار به دست آمده را نصف و عرض آن‌ها را دو برابر می‌کنیم. اگر نمودار به دست آمده را یک واحد به راست منتقل کنیم، ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده است، کدام است؟

$$\begin{aligned} (2) \quad y &= 16x^2 - 4x - 2 \\ (4) \quad y &= 16x^2 + 44x + 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= 16x^2 - 20x + 4 \\ (3) \quad y &= 16x^2 + 28x + 10 \end{aligned}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$\begin{aligned} y = f(x) &\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = f(-x) \xrightarrow{\text{نصف کردن طول نقاط}} y = f(-2x) \xrightarrow{\text{دو برابر کردن عرض نقاط}} y = 2f(-2x) \\ &\xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = 2f(-2(x-1)) = 2f(-2x+2) \end{aligned}$$

بنابراین ضابطه نمودار نهایی به صورت زیر است:

$$y = 2(2(-2x+2)^2 - 3(-2x+2)) = 4(4x^2 - 8x + 4) + 12x - 12 = 16x^2 - 32x + 16 + 12x - 12 = 16x^2 - 20x + 4$$



۶- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۱ واحد در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها، ۳ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله ی نقطه ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

$\frac{\sqrt{10}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{9}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

انتقال های گفته شده در صورت سؤال را بر روی ضابطه f اعمال می کنیم:

$y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{Xهای منفی}]{\text{۱۱ واحد در جهت منفی}} y = \sqrt{x+11} \xrightarrow[\text{منفی محور Yها}]{\text{۳ واحد در جهت منفی}} y = \sqrt{x+11} - 3$

حال ضابطه به دست آمده و ضابطه تابع f را با هم برابر قرار می دهیم تا نقطه تلاقی منحنی حاصل با منحنی اولیه به دست آید:

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+11} - 3 \\ y = \sqrt{x} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x+11} - 3 = \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x+11} = \sqrt{x} + 3$$

دو طرف رابطه به دست آمده را به توان ۲ می رسانیم:

$$(\sqrt{x+11})^2 = (\sqrt{x} + 3)^2 \Rightarrow x+11 = x+6\sqrt{x}+9 \Rightarrow 6\sqrt{x} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{9} \xrightarrow[\text{y}=\sqrt{x}]{\text{جاگذاری در}} y = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{نقطه تلاقی } A(\frac{1}{9}, \frac{1}{3})$

در آخر فاصله نقطه $(\frac{1}{9}, \frac{1}{3})$ را از مبدأ مختصات به دست می آوریم:

$$OA = \sqrt{(\frac{1}{9}-0)^2 + (\frac{1}{3}-0)^2} = \sqrt{\frac{1}{81} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{10}{81}} \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{10}}{9}$$



۷- نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-1}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می کنیم، نمودار حاصل را چند واحد به سمت راست انتقال دهیم تا نمودار اصلی را در $x=3$ قطع کند؟

$\frac{12}{5}$ (۴)

$\frac{18}{5}$ (۳)

$\frac{5}{13}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

تابع را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و k واحد به راست انتقال می دهیم:

$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -f(-x)$

$f(x) = \frac{x}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -\frac{-x}{-x-1} = \frac{-x}{x+1} \xrightarrow[\text{واحد انتقال به راست}]{k} y = -\frac{(x-k)}{(x-k)+1} = \frac{-x+k}{x+1-k}$

$$\frac{-x+k}{x+1-k} = \frac{x}{x-1}$$

معادله اولیه و ثانویه را با هم تقاطع می دهیم. در نهایت $x=3$ ریشه معادله مقابل است.

$$\frac{k-3}{4-k} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2k-6 = 12-3k \Rightarrow k = \frac{18}{5}$$



۸- تابع $y = f(x)$ با دامنه $[-2, 3]$ و برد $(-3, 2]$ مفروض است. اگر دامنه و برد تابع $y = 3 - \frac{1}{2}f(1-2x)$ به ترتیب دارای m و n عدد

صحیح باشند، حاصل $m-n$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر دامنه تابعی مانند f به صورت $[k, d]$ باشد، برای به دست آوردن دامنه تابع $f(ax+b)$ کافی است نامعادله $k \leq ax+b \leq d$ را حل کنیم:

$$D_f = [-2, 3] \Rightarrow -2 \leq 1-2x < 3 \Rightarrow -1 < x \leq \frac{3}{2}$$

بنابراین دامنه تابع جدید بازه $(-1, \frac{3}{2}]$ است، پس $m=2$ است.

اگر برد تابعی مانند f به صورت $[k, d]$ باشد، برای به دست آوردن برد تابع $y = mf(ax+b) \pm n$ ، کافی است که از محدوده داده شده یعنی $k \leq f(ax+b) \leq d$ شروع کنیم و با تبدیلات لازم به $mf(ax+b) \pm n$ برسیم:

$$R_f = (-3, 2] \Rightarrow -3 < f(1-2x) \leq 2 \Rightarrow 2 \leq 3 - \frac{1}{2}f(1-2x) < \frac{9}{2}$$

پس برد تابع جدید بازه $(\frac{9}{2}, 2]$ است و $n=3$. در نتیجه $m-n=-1$ است.

دامنه و برد در انتقال تابع

اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب برابر بازه $[a, b]$ و $[c, d]$ باشند، برای محاسبه دامنه و برد تابع $y = kf(mx+n) + h$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

محدوده x به دست آمده، دامنه تابع را نشان می‌دهد. $a \leq mx+n \leq b$: برای محاسبه دامنه

محدوده به دست آمده، برد تابع را نشان می‌دهد. $c \leq f(x) \leq d \Rightarrow c \leq f(mx+n) \leq d$ در k ضرب و با h جمع می‌کنیم



۹- قرینه نمودار تابع $y = \sqrt{2x+3}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده و سپس ۱ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. اگر تابع به

وجود آمده از این فرآیند را $f(x)$ بنامیم، فاصله نقطه تلاقی نمودار f و خط $y = x+5$ از نقطه $(1, -1)$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با توجه به فرایند گفته شده، ضابطه تابع f را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\sqrt{2x+3} \xrightarrow[x \rightarrow -x]{\text{قرینه نسبت به محور } y\text{ها}} y = \sqrt{-2x+3} \xrightarrow[x \rightarrow x-1]{\text{۱ واحد راست}} f(x) = \sqrt{-2(x-1)+3} \Rightarrow f(x) = \sqrt{-2x+5}$$

برای به دست آوردن نقطه تلاقی نمودار f و خط $y = x+5$ باید معادله $f(x) = x+5$ را حل کنیم. می‌توان نوشت:

$$\sqrt{-2x+5} = x+5 \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\text{توان ۲}} -2x+5 = x^2 + 10x + 25$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 20 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+10) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \quad \checkmark \Rightarrow A(-2, 3) \\ x = -10 \quad \times \end{cases}$$

در آخر فاصله نقطه $A(-2, 3)$ از نقطه $B(1, -1)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$





۱۰- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به $g(x) = 2f(3x-1) + 1$ تبدیل شود، نقطه $A(2, -1)$ بر روی f به چه نقطه‌ای از تابع g متناظر می‌شود؟
 (۱) $(1, -1)$ (۲) $(3, -1)$ (۳) $(6, -1)$ (۴) $(9, -1)$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

تبدیلات را اعمال می‌کنیم:

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x-1} y = f(x-1) \xrightarrow{x \rightarrow 3x} y = f(3x-1) \xrightarrow{\times 2} y = 2f(3x-1) \xrightarrow{+1} y = 2f(3x-1) + 1$$

یک واحد انتقال به راست
انقباض افقی با ضریب $\frac{1}{3}$
عرض نقاط ۲ برابر شود

$$A(2, -1) \Rightarrow (3, -1) \Rightarrow (1, -1) \Rightarrow (1, -2) \Rightarrow A'(1, -1)$$

روش دوم

$$f(2) = -1$$

نقطه $A(2, -1)$ بر f واقع است:

$$3x - 1 = 2 \Rightarrow x = 1$$

در تابع g ورودی $2f(3x-1) + 1$ را برابر ۲ قرار می‌دهیم:

$$g(1) = 2f(2) + 1 = -2 + 1 = -1 \Rightarrow A'(1, -1)$$

به جمع‌بندی خفن از انتقال

فرض کنید برد تابع $y = f(x)$ بازه $[a, b]$ باشد. ($k > 0$)

نوع تبدیل	ضابطه جدید	برد جدید
k واحد انتقال عمودی به بالا	$f(x) + k$	$[a + k, b + k]$
k واحد انتقال عمودی به پایین	$f(x) - k$	$[a - k, b - k]$
انبساط عمودی	$kf(x), (k > 1)$	$[ka, kb]$
انقباض عمودی	$kf(x), (0 < k < 1)$	$[ka, kb]$
قرینه نسبت به محور X ها	$-f(x)$	$[-b, -a]$

فرض کنید دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[a, b]$ باشد. ($k > 0$)

نوع تبدیل	ضابطه جدید	دامنه جدید
k واحد انتقال افقی به راست	$f(x - k)$	$[a + k, b + k]$
k واحد انتقال افقی به چپ	$f(x + k)$	$[a - k, b - k]$
انقباض افقی	$f(kx), k > 1$	$[\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$
انبساط افقی	$f(kx), 0 < k < 1$	$[\frac{a}{k}, \frac{b}{k}]$
قرینه نسبت به محور Y ها	$f(-x)$	$[-b, -a]$



۱۱- اگر $A^5 = I$ باشد وارون ماتریس A^6 کدام است؟

A^2 (۴)

A^3 (۳)

A^4 (۲)

A (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

می‌خواهیم وارون A^6 را پیدا کنیم؛ یعنی به دنبال ماتریسی هستیم که وقتی در A^6 ضرب شود حاصلش ماتریسی همانی باشد. A^6 را ساده می‌کنیم! به جای A^6 می‌نویسیم $A \times A^5$ و جای A^5 در آن ماتریس I را می‌گذاریم. پس A^6 با $I \times A$ یعنی همان A برابر است. اگر A را در A^4 ضرب کنیم حاصل A^5 یا همان I است. پس وارون A^4 ، A^4 است. در یک نگاه داریم:

$$A^6 = \underbrace{A^5}_{I} \times A = I \times A = A \xrightarrow{A^4 \times A = A^5 = I} A^4 \times \underbrace{A^6}_A = I \Rightarrow (A^6)^{-1} = A^4$$

ویژگی وارون یک ماتریس

اگر A ماتریسی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

••• ib •••

۱۲- $A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ باشد، AB کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{15} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{15} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نظر شما در مورد وارون ضرب دو ماتریس چیه؟

اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر باشند، آن‌گاه داریم:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

خب حالا اگه ماتریس قطری باشه، وارونش چی میشه؟

وارون ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ ، ماتریس قطری $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$ است.

طبق نکته ۱ داریم:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix}$$

$B^{-1}A^{-1}$ ماتریس قطری است؛ بنابراین براساس نکته ۲، وارون آن یعنی AB برابر است با:

$$AB = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} \end{bmatrix}$$

••• ib •••



۱۳- اگر $A \neq \bar{0}$ و $A^2 = A$ ، آن گاه وارون ماتریس $I + 3A$ به صورت $I + kA$ است. k کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

دو ماتریس وارون یکدیگرند، بنابراین حاصل ضرب آن‌ها با I برابر است.

$$(I + 3A)(I + kA) = I \Rightarrow I^2 + kIA + 3AI + 3kA^2 = I \xrightarrow{A^2=A} I + kA + 3A + 3kA = I$$

$$\Rightarrow (k + 3 + 3k)A = \bar{0} \Rightarrow (4k + 3)A = \bar{0} \xrightarrow{A \neq \bar{0}} 4k + 3 = 0 \Rightarrow k = -\frac{3}{4}$$



۱۴- در ماتریس A داریم: $(A^2 - A + I)^{-1} = (A + I)$. ماتریس A کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

اسمشو عوض کردیم، ذاتش که عوض نمی‌شه!

اگر $A^{-1} = B$ آن گاه: $AB = I$.

خاصیت ماتریس‌های مثلثی

اگر A یک ماتریس $n \times n$ مثلثی باشد (پایین مثلثی یا بالا مثلثی) که درایه‌های قطر اصلی آن صفر است، آن گاه $A^n = \bar{0}$ است.

$$(A^2 - A + I)^{-1} = (A + I) \xrightarrow{\text{نکته ۱}} (A^2 - A + I)(A + I) = I$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد چاق و لاغر}} A^3 + I = I \Rightarrow A^3 = \bar{0}$$

طبق نکته ۲، گزینه ۲ یک ماتریس بالا مثلثی 3×3 با درایه‌های قطر اصلی صفر است پس توان سوم آن برابر صفر است.



۱۵- اگر $A^2 = 3A - I$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و A ماتریسی وارون پذیر باشد، آن گاه $A^{-1}B$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

با توجه به رابطه $A^2 = 3A - I$ داریم:

$$A^2 = 3A - I \xrightarrow{A^{-1} \times} A = 3I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = 3I - A$$

$$\xrightarrow{\times B} A^{-1}B = 3B - AB = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$



۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^{-1} + \frac{1}{4}B^{-1} = I$ ، آنگاه حاصل ضرب درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس B چقدر است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{4}B^{-1} = I - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

وارون ماتریس

ماتریس مربعی B را وارون ماتریس مربعی A می‌گوییم، هرگاه حاصل ضرب دو ماتریس A و B برابر I شود، یعنی $B = A^{-1}$ و $AB = BA = I$ است.
 • وارون هر ماتریس مربعی، در صورت وجود، منحصر به فرد است.
 • وارون ماتریس مربعی 2×2 را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۷- اگر ماتریس‌های A ، B و C مربعی و از مرتبه ۲ و روابط $(A^{-1} - B^{-1})^{-1} = A - B$ و $C = AB^{-1} + BA^{-1}$ برقرار باشند، آنگاه مجموع درایه‌های $C^3 + 3C$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

وارون ماتریس $A^{-1} - B^{-1}$ برابر $A - B$ است، پس حاصل ضرب آن‌ها برابر I است:

$$(A - B)(A^{-1} - B^{-1}) = I \Rightarrow \underbrace{AA^{-1}}_I - AB^{-1} - BA^{-1} + \underbrace{BB^{-1}}_I = I$$

$$\Rightarrow AB^{-1} + BA^{-1} = I$$

طبق صورت سؤال، $C = AB^{-1} + BA^{-1}$ ، پس:

$$AB^{-1} + BA^{-1} = I \Rightarrow C = I$$

خواسته سؤال، مجموع درایه‌های $C^3 + 3C$ است، در نتیجه:

$$\left. \begin{matrix} C^3 = I^3 = I \\ 3C = 3I \end{matrix} \right\} \Rightarrow C^3 + 3C = I + 3I = 4I = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع درایه‌ها}} 8$$

۱۸- اگر $(A-I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های $(A-I)^{-1}A$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا $(A-I)^{-1}$ را در $(A-I)$ ضرب می‌کنیم تا به ماتریس همانی برسیم:

$$(A-I)^{-1}(A-I) = I \Rightarrow (A-I)^{-1}A - \underbrace{(A-I)^{-1}I}_{(A-I)^{-1}} = I$$

$$\Rightarrow (A-I)^{-1}A = (A-I)^{-1} + I$$

$$\Rightarrow (A-I)^{-1}A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع درایه‌ها}} ۱۹$$

۱۹- مجموع درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی ماتریس A از تساوی $2A + I = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}A + 2\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۱ (۳)

۸ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}A + 2\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 2A + I \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}A - 2A = I - 2\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}$$

حال وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ را به دست می‌آوریم و در طرفین معادله ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر ۱۱ است.

یافتن ماتریس مجهول

فرض کنید B یک ماتریس مربعی وارون‌پذیر باشد که در رابطه ماتریسی $BA = C$ صدق می‌کند. اگر A یک ماتریس مجهول باشد، برای یافتن ماتریس A ، کافی است طرفین معادله را از سمت چپ در ماتریس B^{-1} ضرب کنیم. در این صورت داریم:

$$B^{-1}(BA) = B^{-1}C \Rightarrow \underbrace{(B^{-1}B)}_I A = B^{-1}C \Rightarrow A = B^{-1}C$$

در صورتی که معادله به فرم $AB = C$ و A ماتریس مجهول باشد، طرفین معادله را از سمت راست در B^{-1} ضرب می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$(AB)B^{-1} = CB^{-1} \Rightarrow A \underbrace{(BB^{-1})}_I = CB^{-1} \Rightarrow A = CB^{-1}$$

- ۲۰- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $AB + 2I = A$ باشد، جمع درایه‌های سطر اول ماتریس $A^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1}$ کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

$$AB = A - 2I \Rightarrow B = I - 2A^{-1}$$

ابتدا ماتریس B را به دست می‌آوریم، ببینید:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \times \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1} = (B(B^{-1} + A^{-1})A)^{-1} = (A + B)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-26} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -9 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{26} & \frac{3}{26} \\ \frac{9}{26} & \frac{1}{26} \end{bmatrix}$$

پاسخ سوال برابر است با:

$$13A^{-1}(B^{-1} + A^{-1})^{-1}B^{-1} = 13 \begin{bmatrix} \frac{1}{26} & \frac{3}{26} \\ \frac{9}{26} & \frac{1}{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{9}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌های سطر اول} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

چطوری وارون ضرب ماتریس‌ها رو به دست بیاریم؟

وارون ضرب چند ماتریس، با ضرب وارون آن‌ها از آخر به اول برابر است.

$$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$$



۲۱- اگر α و β هر دو گنگ باشند، آن گاه حداکثر چه تعداد از اعضای مجموعه $A = \{\alpha + \beta, \alpha - \beta, \alpha + 2\beta, \alpha - 2\beta\}$ می توانند به طور همزمان گویا باشند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

اگر هر دو عدد $\alpha + k\beta$ و $\alpha + m\beta$ گویا باشند ($m, k \in \mathbb{Q}$)، آن گاه با فرض $m \neq k$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha + m\beta) \in \mathbb{Q} \\ (\alpha + k\beta) \in \mathbb{Q} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو عدد را از هم کم می کنیم}} (m - k)\beta \in \mathbb{Q}$$

چون هر دو عدد m و k گویا بوده و $m - k$ نیز گویای غیرصفر است؛ پس گویا بودن $(m - k)\beta$ تناقض بوده و معلوم می شود که همزمان $\alpha + m\beta$ و $\alpha + k\beta$ نمی توانند با هم گویا باشند و حداکثر یکی از اعضای مجموعه داده شده گویا می شود؛ پس در مجموعه A حداکثر یک عدد گویا یافت می شود. برای درک بهتر می توانید از مثال $\alpha = 1 + \sqrt{2}$ و $\beta = 1 - \sqrt{2}$ استفاده کنید.



۲۲- اثبات کدام گزاره با برهان خلف امکان پذیر نیست؟

(۱) اگر n عددی طبیعی و n^2 مضرب ۳ باشد، n نیز مضرب ۳ است.

(۲) اگر n عددی گنگ باشد، $\frac{1}{n}$ نیز گنگ است.

(۳) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۴) اگر m گویا و n گنگ باشد، آن گاه $m + n$ گنگ است.

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

خب حالا برهان خلف یا اثبات غیر مستقیم رو خدمتون توضیح میدیم:

در اثبات غیرمستقیم به روش برهان خلف، فرض می کنیم که حکم نادرست باشد و از نادرستی حکم، به کمک رشته ای از احکام درست و قابل قبول، به یک تناقض یا خلاف فرض می رسیم که در این شرایط می گوییم «فرض خلف باطل و حکم صحیح است».

مثلاً برای اثبات اینکه اگر n^2 زوج باشد، n نیز زوج است، فرض می کنیم n زوج نباشد، پس فرد است؛ بنابراین:

$$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_{k'}) + 1 = 2k' + 1$$

و این یعنی n^2 نیز فرد است که خلاف فرض است. پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است.

بررسی سایر گزینه ها:

با توجه به نکته، گزینه ۱ به روش برهان خلف ثابت می شود.

گزینه ۲ نیز کار در کلاس صفحه ۶ کتاب درسی است و به روش برهان خلف ثابت می شود.

گزینه ۳ اصلاً نادرست است و مثال نقض دارد، زیرا اگر عدد گویای انتخاب شده صفر باشد، حاصل ضربش در هر عدد گنگ برابر صفر شده و گویاست. پس پاسخ تست گزینه ۳ است.

گزینه ۴ نیز مثال حل شده صفحه ۵ کتاب است و به روش برهان خلف ثابت می شود.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۲۳- بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی مانند n که در رابطه $۱۷|۹n-۲$ صدق کند را t می‌نامیم. t به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۷ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$۱۷|۹n-۲ \Rightarrow ۹n-۲ \equiv ۰ \Rightarrow ۹n \equiv ۲ \Rightarrow ۹n \equiv ۲+۲ \times ۱۷ \Rightarrow ۹n \equiv ۳۶ \Rightarrow n \equiv ۴ \Rightarrow n = ۱۷k + ۴$$

بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی
 $\xrightarrow{k=۵۸} t = ۹۹۰$

عدد ۹۹۰ بر ۱۱ بخش پذیر بوده و بر هیچ یک از اعداد ۱۳، ۱۲، ۷ بخش پذیر نیست.



۲۴- چند جواب مختلف برای $(۲a-۴, ۴a+۲)$ وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

یه تعریف داشته باشیم از بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م)

تعریف: عدد طبیعی d را ب.م.م دو عدد صحیح a و b می‌نامیم (a و b هر دو با هم صفر نیستند) و می‌نویسیم $(a, b) = d$ ، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

۱) $d|a, d|b$

۲) $\forall m > 0, m|a, m|b \Rightarrow m \leq d$

موشکافی شرط ۱ و ۲ برای ب.م.م

شرط ۱، مقسوم علیه مشترک بودن را برای d تأمین می‌کند و شرط ۲ نشان می‌دهد که d از هر مقسوم علیه مشترک دلخواهی چون m بزرگ تر است.

ب.م.م ممکنه منفی بشه؟ خیر!

دقت کنید که ب.م.م عددی طبیعی است، نه صحیح.

آماده‌اید «ویژگی‌های عاد کردن» رو بگیریم؟

۱) $a|b \Rightarrow a|mb \quad m \in \mathbb{Z}$

۵) $a|b \Rightarrow a^n|b^n \quad n \in \mathbb{N}$

۲) $a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$ (خاصیت تعدی)

۶) $a|b \wedge c|d \Rightarrow ac|bd$

۳) $a|b \wedge a|c \Rightarrow a|(b \pm c)$

۷) $a|b \wedge a|c \Rightarrow a|mb \pm nc$

۴) $a|b \wedge b \neq 0 \Rightarrow |a| \leq |b|$



اگر ب.م.م دو عدد را d در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} d|2a-4 \xrightarrow{\times 2} d|4a-8 \\ d|4a+2 \xrightarrow{\quad} d|4a+2 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} d|10 \xrightarrow{d>0} d \in \{1, 2, 5, 10\}$$

همان گونه که مشخص است $4a+2$ و $2a-4$ اعدادی زوج هستند و $d=5$ غیرقابل قبول است. از طرفی، قطعاً عامل مشترک ۲ را دارند و $d=1$ نیز غیرقابل قبول است. بنابراین $d \in \{2, 10\}$ و مسئله ۲ جواب دارد.



۲۵- چند عدد طبیعی دو رقمی n وجود دارد به طوری که $n^2 + 2n + 1$ و $2n - 1$ شمارنده مشترک اول نداشته باشند؟

۹۰ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر دو عدد شمارنده مشترک اول نداشته باشند، نسبت به هم اولند. طبق نکته، اگر $(2n-1, n^2+2n+1) = 1$ ، آن گاه $(2n-1, n+1) = 1$ و در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d|n+1 \xrightarrow{\times 2} d|2n+2 \\ d|2n-1 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} d|3 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 3$$

$$3|n+1 \Rightarrow n+1 = 3k \Rightarrow n = 3k-1 \Rightarrow 10 \leq 3k-1 \leq 99 \Rightarrow 11 \leq 3k \leq 100$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 4 \leq k \leq 33 \Rightarrow 30 \text{ مقدار}$$

یعنی به ازای ۳۰ عدد دو رقمی n ، ب.م.م $2n-1$ و n^2+2n+1 ضریبی از ۳ است و به ازای ۶۰ عدد دو رقمی دیگر نسبت به هم اولند.

اینو بدونید

اگر a و b دو عدد صحیح و m و n دو عدد طبیعی باشند، آن گاه داریم:

$$(a, b) = 1 \Leftrightarrow (a^n, b^m) = 1$$



۲۶- اگر عدد صحیح a در تقسیم بر اعداد ۲۴ و ۲۱ به ترتیب باقی مانده های ۱۹ و ۷ داشته باشد، آن گاه باقی مانده تقسیم a بر ۵۶ کدام رقم دهگان را دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول

$$\begin{aligned} a = 24k + 19 & \times 7 \Rightarrow \begin{cases} 7a = 168k + 133 & (I) \\ 8a = 168q + 56 & (II) \end{cases} \xrightarrow{(II), (I)} a = 168l + (-77) \Rightarrow a = 56l' + (-77) + 2 \times (56) \\ a = 21q + 7 & \times 8 \\ \Rightarrow a = 56l' + 35 \Rightarrow r = 35 \Rightarrow \text{رقم دهگان} = 3 \end{aligned}$$

روش دوم

a مضرب ۷ است؛ پس باقی مانده اش بر ۵۶ یکی از اعداد ۰، ۷، ۱۴، ۲۱، ۲۸، ۳۵، ۴۲ می تواند باشد. در بین آن اعداد دنبال عددی باشید که در تقسیم بر ۸ باقی مانده ۳ داشته باشد (چون ۱۹ چنین است) که در بین ۰، ۷، ۱۴، ۲۱، ۳۵ فقط ۳۵ مناسب بوده و رقم دهگان آن ۳ است.





۲۷- اگر $a + 4 + n | 2n^3 + 3n^2 + n$ ، باقی مانده تقسیم $(a+1)^2$ بر ۱۸ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۹

(۲) ۶

(۱) ۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

اگر $n=1$ قرار دهیم، داریم: $a+4 \equiv 6 \pmod{18}$ یعنی $a+4=6k$ در نتیجه $a=6k-4$ ، پس $(a+1)^2 = 36k^2 - 36k + 9$ یعنی $(a+1)^2 = 18(2k^2 - 2k) + 9$ ، پس باقی مانده $(a+1)^2$ بر ۱۸ برابر با ۹ است.

قاعده بخش پذیری به ۶ رو بلدی؟

$n(n+1)(n+2)$ بر ۶ بخش پذیر است.
نتیجه: $n(n+1)(2n+1)$ بر ۶ بخش پذیر است.

۲۸- فرض کنید $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} + \frac{1}{3} = 0$ باشد. اگر x و y اعدادی صحیح و غیرمنفی باشند، مقدار $x+y$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{y-2} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{x-1} \Rightarrow \frac{1}{y-2} = \frac{(x-1)+3}{-3(x-1)} \Rightarrow y-2 = \frac{3(x-1)}{-x-2} \xrightarrow{\text{X و Y اعداد صحیح و نامنفی هستند}} -x-2 \mid 3(x-1)$$

$$\begin{aligned} -x-2 \mid 3x-3 \\ -x-2 \mid -3x-6 \\ \hline -x-2 \mid -9 \Rightarrow x+2 \mid 9 \Rightarrow x+2 = \pm 1, \pm 3, \pm 9 \Rightarrow x = 1, 7 \end{aligned}$$

دقت کنید $x=1$ عضو دامنه تابع نمی باشد؛ پس:

$$x=7 \Rightarrow y=0 \Rightarrow x+y=7$$

۲۹- عکس کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

$$a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc \quad (2)$$

$$a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (1)$$

$$a \equiv b + mk \Rightarrow a + mk \equiv b \quad (4)$$

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow ac \equiv bd \quad (3)$$

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

این رو هم ببین!

$$a \equiv b \Leftrightarrow a \equiv b \pm km$$

هر ۴ گزاره ای که داده شده، درست است ولی عکس گزاره های ۱ و ۲ و ۳ نادرست است.

به عنوان تمرین، برای آن ها مثال نقض بزنید.

اما در مورد گزاره ۴ می دانیم به هر طرف از رابطه هم نهستی می توان ضربی از پیمانه را کم یا اضافه کرد. بنابراین می توان نوشت:

$$a \equiv b + mk \Leftrightarrow a \equiv b \Leftrightarrow a + mk \equiv b$$

۳۰- در تقسیم عدد طبیعی a بر b ، خارج قسمت برابر با ۱۷ و باقی مانده برابر با ۲۹ است. چند عدد ۳ رقمی برای a یافت می شود که مضرب ۹ باشند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

طبق الگوریتم تقسیم، تقسیم را می نویسیم و شرط باقی مانده را هم لحاظ می کنیم:

$$a = b \times 17 + 29 \Rightarrow 0 \leq 29 < b$$

طبق صورت سوال a باید مضرب ۹ باشد، پس:

$$a \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 17b + 29 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow 17b \equiv -29 \pmod{9} \xrightarrow[9]{17 \equiv -1} -b \equiv -2 \pmod{9} \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow b = 9k + 2$$

از طرفی، باید $b < 29$ باشد، پس:

$$29 < b \Rightarrow 29 < 9k + 2 \Rightarrow 27 < 9k \Rightarrow k > 3 \Rightarrow k \geq 4$$

حال a را بر حسب k پیدا می کنیم:

$$a = b \times 17 + 29 \Rightarrow a = (9k + 2) \times 17 + 29 \Rightarrow a = 153k + 63$$

چون a عددی ۳ رقمی است؛ بنابراین $100 \leq a \leq 999$ می باشد، پس:

$$100 \leq a \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 153k + 63 \leq 999 \Rightarrow 1 \leq k \leq 6$$

به خاطر شرط باقی مانده از قبل نشان دادیم که $k \geq 4$ می باشد، پس $4 \leq k \leq 6$ در نتیجه ۳ مقدار $\{6, 5, 4\}$ برای k یافت می شود، یعنی ۳ عدد ۳ رقمی برای a به دست می آید.

قضیه تقسیم

در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b ، a را مقسوم و b را مقسوم علیه می نامیم. اگر خارج قسمت تقسیم، برابر عدد صحیح q و باقی مانده، عدد حسابی r باشد، طبق الگوریتم تقسیم می توان گفت:

مقسوم	مقسوم علیه	
(عدد صحیح)	(عدد طبیعی)	
a	b	$\Rightarrow a = b \times q + r \quad (0 \leq r < b)$
$\vdots$	q	
r		
باقی مانده	خارج قسمت	
(عدد حسابی)	(عدد صحیح)	



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن کنید!

حرکت بر خط راست (تا قبل از حرکت با شتاب ثابت) (صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

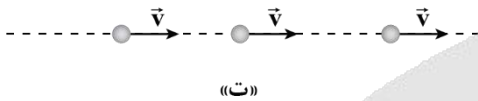
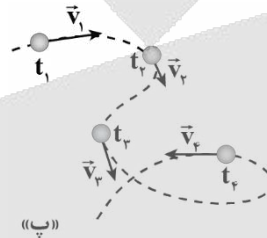
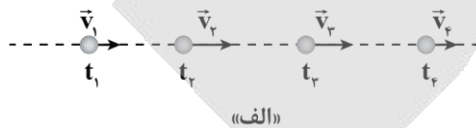
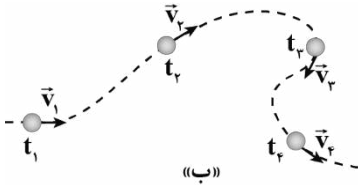
بودجه‌بندی
این آزمون

حداکثر ۱ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

۳۱- در چه تعداد از شکل‌های زیر، متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کند؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)



(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

فقط در شکل «ت»، بردار سرعت جسم ثابت است؛ یعنی هم‌اندازه و هم‌جهت سرعت جسم، ثابت مانده و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. در بقیه شکل‌ها یا جهت سرعت یا اندازه سرعت و یا هر دو مورد تغییر کرده‌اند و حرکت جسم شتاب‌دار است.



۳۲- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ در SI برابر $-2\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_2 = 6s$ تا $t_3 = 15s$ در SI برابر $3\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_3 = 15s$ در SI کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}\vec{i}$
- (۲) $\vec{i}$
- (۳) $-\vec{i}$
- (۴) $-\frac{1}{2}\vec{i}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$t_1 = 0 \Rightarrow t_2 = 6s : a_{av_1} = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \Rightarrow -2 = \frac{\Delta v_1}{6} \Rightarrow \Delta v_1 = -12 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow t_3 = 15s : a_{av_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 3 = \frac{\Delta v_2}{9} \Rightarrow \Delta v_2 = 27 \frac{m}{s}$$

$$t_1 = 0 \Rightarrow t_3 = 15s : a_{av_3} = \frac{\Delta v_3}{\Delta t_3} = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2}{\Delta t_3} = \frac{-12 + 27}{15} = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{a}_{av_3} = \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

بچه‌ها حواستون باشه که بردار تغییر سرعت از $t_1 = 0s$ تا $t_3 = 15s$ برابر با مجموع بردار تغییر سرعت $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ و بردار تغییر سرعت $t_2 = 6s$ تا $t_3 = 15s$ است.



نکته

اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 برابر a_{av_1} ، در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر a_{av_2} ، ... و در بازه زمانی t_{n-1} تا t_n برابر a_{av_n} باشد، آن گاه در بازه زمانی صفر تا t_n ، شتاب متوسط متحرک برابر است با:

$$a_{av \rightarrow t_n} = \frac{(t_2 - t_1)a_{av_1} + (t_3 - t_2)a_{av_2} + \dots + (t_n - t_{n-1})a_{av_n}}{t_n}$$

راهنمای زنگ بازی

$$a_{av \rightarrow 15s} = \frac{(t_2 - t_1)a_{av_1} + (t_3 - t_2)a_{av_2}}{t_3 - t_1} = \frac{6(-2) + 9(3)}{15} = 1 \frac{m}{s^2}$$

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۰

۴۹- متحرکی روی محور X در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_2 = 10s$ تا $t_3 = 12s$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_3 = 12s$ در SI، کدام است؟

$$\begin{matrix} 8\vec{i} & (4) \\ 4\vec{i} & (3) \\ -\frac{16}{7}\vec{i} & (2) \\ -\frac{2}{7}\vec{i} & (1) \end{matrix}$$

پاسخ تشریحی:

با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{v(10s) - v(5s)}{10 - 5} = -4 &\Rightarrow v(10s) - v(5s) = -20 \\ \frac{v(12s) - v(10s)}{12 - 10} = 2 &\Rightarrow v(12s) - v(10s) = 4 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع طرفین}} v(12s) - v(5s) = -16$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } 7s} \frac{v(12s) - v(5s)}{7} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2}$$

شتاب متوسط در بازه
 $t=5s$ تا $t=12s$

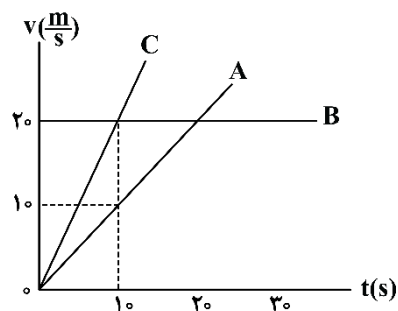
میان بر:

$$a_{av_{t_1 \text{ تا } t_3}} = \frac{-4(10 - 5) + 2(12 - 10)}{12 - 5} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2}$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۳- نمودار سرعت - زمان برای سه متحرک A، B و C که بر روی مسیر مستقیم حرکت می کنند، مطابق شکل است. کدام گزینه در مورد مقایسه شتاب حرکت این سه متحرک صحیح است؟

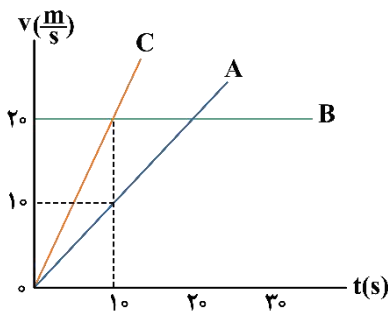


$$a_C = 2a_A > a_B = 0 \quad (1)$$

$$a_C = \frac{1}{2}a_A > a_B = 0 \quad (2)$$

$$a_B > a_C > a_A \quad (3)$$

$$a_B = 2a_C = 4a_A \quad (4)$$



شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است؛ بنابراین با توجه به نمودار سرعت - زمان، شتاب هر کدام از متحرک‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} a_A = \frac{10-0}{10-0} = 1 \frac{m}{s^2} \\ a_B = 0 \\ a_C = \frac{20-0}{10-0} = 2 \frac{m}{s^2} \end{cases} \Rightarrow a_C = 2a_A > a_B = 0$$

سوتی‌های پرتکرار

در تستی به این سادگی، هستند بچه‌هایی که به‌خاطر عجله و بی‌دقتی در مقایسه نسبت شتاب متحرک C و A به‌اشتباه گزینه (۲) را علامت زدند. برای پرهیز از این نوع سوتی‌ها، حتماً مقادیر به‌دست‌آمده رو در مقایسه‌های مطرح‌شده در گزینه‌ها چک کنین تا به گزینه درست برسین.

جرقه ذهنی

راستی بچه‌ها چون سرعت متحرک B ثابت و در نتیجه شتاب اون صفر هست پس گزینه‌های (۳) و (۴) حذف می‌شن. از طرفی هم چون شیب نمودار C بیش‌تر از شیب نمودار A هست، پس گزینه (۲) هم حذف می‌شه.



۳۴- جسمی با سرعت ثابت بر روی یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 3s$ در مکان $x_1 = -10m$ و در

لحظه $t_2 = 12s$ در مکان $x_2 = 8m$ باشد، در لحظه $t = 20s$ فاصله آن از محل شروع حرکت چند متر است؟

۴۰ (۴)

۳۴ (۳)

۲۴ (۲)

۸ (۱)

روش اول:

می‌دانیم در حرکت با سرعت ثابت، معادله مکان - زمان جسم به‌صورت $x = vt + x_0$ است؛ بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 3s \Rightarrow x_1 = 3v + x_0 = -10 \\ t_2 = 12s \Rightarrow x_2 = 12v + x_0 = 8 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل دو معادله}} 9v = 18 \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s} \xrightarrow{3v + x_0 = -10} x_0 = -16m$$

$$\Rightarrow x = 2t - 16 \xrightarrow{t=20s} x = 40 - 16 = 24m$$

$$\text{فاصله از محل شروع حرکت} = |x - x_0| = |24 - (-16)| = 40m$$

روش دوم:

در این روش نیازی به محاسبه مکان اولیه متحرک (x_0) و مکان متحرک در لحظه $t = 20s$ نیست.

گام اول:

سرعت حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v = \frac{8 - (-10)}{12 - 3} = \frac{18}{9} = 2 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

برای محاسبه فاصله متحرک از محل شروع حرکت، می‌توانیم مقدار جابه‌جایی متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه $t = 20s$ را به‌دست آوریم؛ بنابراین داریم:

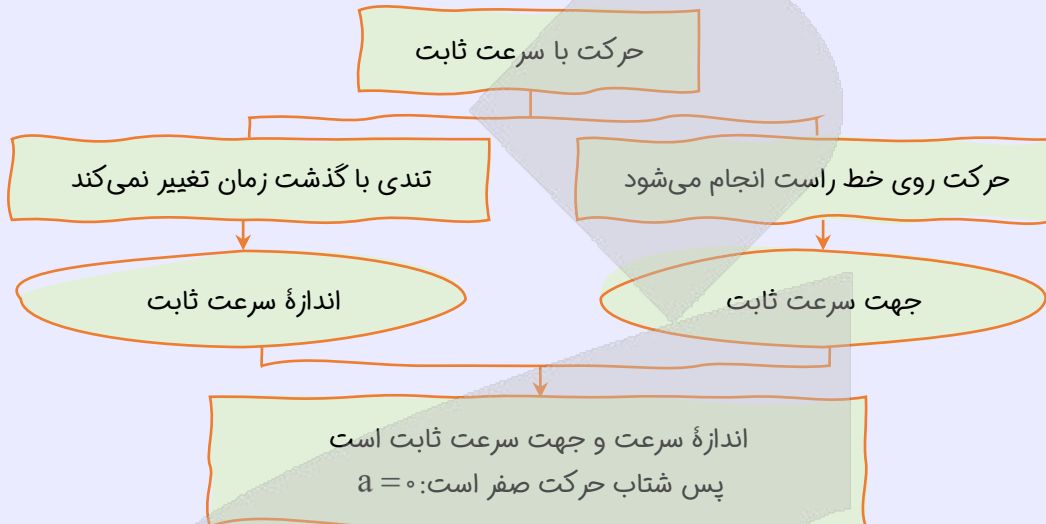
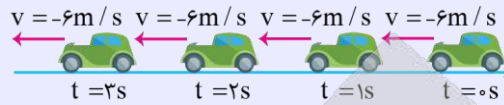
$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{v=2 \frac{m}{s}, \Delta t=20s} \Delta x = 2 \times 20 = 40m$$



حرکت با سرعت ثابت

در این نوع حرکت اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است پس در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه‌ای آن است:

اندازه سرعت متوسط = تندى متوسط = اندازه سرعت لحظه‌ای = تندى لحظه‌ای



معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

x_0 : مکان اولیه

t : زمان

x : مکان در لحظه t سرعت: v

معادله جابه‌جایی - زمان حرکت با سرعت ثابت

$$\Delta x = v \Delta t$$

Δt : زمان سپری شده

Δx : جابه‌جایی سرعت: v

چون جهت حرکت ثابت است در این رابطه، اندازه Δx برابر مسافت طی شده می‌باشد.

چگونه با استفاده از مکان متحرک در دو لحظه t_1 و t_2 ، معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت را به دست آوریم؟

۱- در معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت یعنی $x = vt + x_0$ به جای t و x مقادیرشان را در دو نقطه جایگذاری می‌کنیم.

۲- با استفاده از دستگاه دو معادله - دو مجهول، مقادیر x_0 و v را به دست می‌آوریم.

۳- طبق رابطه $x = vt + x_0$ با داشتن v و x_0 معادله $x - t$ را می‌نویسیم.



۳۵- دو دوندۀ A و B که تندى A دو برابر تندى B است، هم‌زمان از دو نقطه به سمت یکدیگر شروع به دویدن می‌کنند. اگر این دو

متحرک بعد از ۳ ساعت به یکدیگر برسند، چند ساعت بعد از شروع حرکت دوندۀ B به مکان اولیۀ دوندۀ A می‌رسد؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

روش اول:

گام اول:

مسافتی که هر دو متحرک تا لحظه رسیدن به هم طی می کنند را به صورت نسبی بر حسب تندی دنده B محاسبه می کنیم:

$$\begin{array}{l} \overline{A \xrightarrow{v_A=2v} \quad d_A \quad \quad d_B \quad \xleftarrow{v_B=v} B} \\ d_A = 2v \times 3 = 6v \\ d_B = v \times 3 = 3v \end{array}$$

گام دوم:

فاصله دو متحرک در لحظه شروع حرکت را هم بر حسب تندی دنده B، به دست می آوریم:

$$d = d_A + d_B = 6v + 3v = 9v$$

گام سوم:

طبق رابطه $\Delta x = vt$ زمان رسیدن دنده B به مکان اولیه دنده A به دست می آید:

$$9v = vt \Rightarrow t = 9h$$

روش دوم:

با توجه به این که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند و تندی متحرک A، دو برابر تندی متحرک B است، درمی یابیم مقدار سرعت نسبی برابر با $3v_B$ است، بنابراین اگر فاصله d با سرعت $3v_B$ در مدت $3h$ پیموده شود، این فاصله با سرعت v_B یعنی $\frac{1}{3}$ حالت قبل در مدت زمان ۳ برابر یعنی $9h$ طی می شود.

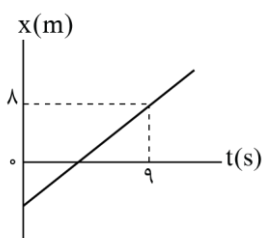
$$\overline{A \xrightarrow{\quad} \quad d \quad \xleftarrow{\quad} B} \quad v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B = 2v_B + v_B = 3v_B$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow d = 3v_B \times 3 = v_B \times \Delta t_B$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = 9h$$



۳۶- نمودار مکان - زمان متحرکی بر روی محور x، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیه سوم حرکتش، ۲ متر بر ثانیه باشد، بردار مکان این متحرک در چه لحظه ای تغییر جهت می دهد؟



- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

روش اول:

چون حرکت با سرعت ثابت است، بنابراین سرعت متوسط در هر بازه زمانی دلخواه، یکسان و برابر سرعت لحظه ای است $(v = v_{av} = 2 \frac{m}{s})$ ؛ بنابراین با توجه به نمودار داده شده می توان نوشت:

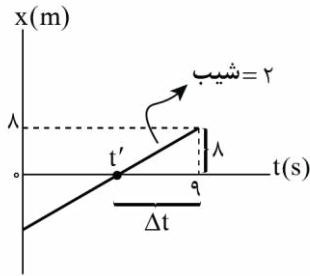
$$x = vt + x_0 \Rightarrow 8 = 2 \times 9 + x_0 \Rightarrow x_0 = -10 \text{ m}$$

بردار مکان زمانی تغییر جهت می دهد که $x = 0$ شود؛ بنابراین داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2t - 10 \xrightarrow{x=0} 2t - 10 = 0 \Rightarrow t = 5s$$

روش دوم:

می‌توانیم با استفاده از شیب خط، لحظه تغییر جهت بردار مکان را به دست آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$2 = \frac{8}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4$$

$$\Delta t = 9 - t' \Rightarrow 4 = 9 - t' \Rightarrow t' = 5s$$

حرکت با سرعت ثابت

به نمودارهای مکان - زمان و سرعت - زمان در حرکت با سرعت ثابت توجه کنید:

نوع حرکت	معادله	مکان-زمان	سرعت-زمان
حرکت یکنواخت در جهت محور x	$x = vt + x_0$		
حرکت یکنواخت در خلاف جهت محور x			



۳۷- متحرکی بر روی مسیر مستقیمی در حال حرکت است. اگر متحرک نیمی از مسیر را با تندی v و نیمی را با تندی $2v$ بپیماید، متحرک در t_1 ثانیه به مقصد می‌رسد. اگر متحرک نیمی از مدت حرکت را با تندی v و نیمی را با تندی $2v$ بپیماید، متحرک در

t_2 ثانیه به مقصد می‌رسد. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) ۱ (۴) ۲

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

حالت اول: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x}{v} + \frac{\Delta x}{2v}} = \frac{\Delta x}{\frac{2\Delta x + \Delta x}{2v}} = \frac{\Delta x}{\frac{3\Delta x}{2v}} = \frac{2}{3}v$$

حالت دوم: سرعت متوسط متحرک در این حالت برابر است با:

$$v_{av_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v \times \frac{t}{2} + 2v \times \frac{t}{2}}{t} = \frac{3}{2}v$$

حالا نسبت زمان متحرک در دو حالت را حساب می کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\cancel{\Delta x_2}}{\cancel{\Delta x_1}} \times \frac{v_{av1}}{v_{av2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v} = \frac{8}{9}$$

مسیر ثابت

روش دوم:



در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت اگر متحرک نصف زمان حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر زمان را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر با میانگین دو سرعت v_1 و v_2 یعنی $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است.

از طرفی اگر متحرک نصف مسیر حرکت را با سرعت v_1 و نصف دیگر مسیر را با سرعت v_2 بپیماید، سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$$

ابتدا سرعت متوسط متحرک در دو حالت را حساب می کنیم:

$$v_{av1} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2v \times 2v}{v + 2v} = \frac{4v^2}{3v} = \frac{4}{3}v$$

$$v_{av2} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v + 2v}{2} = \frac{3}{2}v$$

حالا نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \xrightarrow{\Delta x \text{ یکسان}} \frac{t_2}{t_1} = \frac{v_{av1}}{v_{av2}} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{4}{3}v}{\frac{3}{2}v} = \frac{8}{9}$$

تندی متوسط در حرکت دوقسمتی

در این درس نامه می خواهیم دو حالت را بررسی کنیم.

۱- متحرک نیمی از مسافت حرکت خود را با تندی متوسط s_1 و نیمه دیگر مسافت را با تندی متوسط s_2 طی کند:

مطابق شکل زیر، اگر کل مسیر حرکت L باشد، متحرک $\frac{L}{2}$ اول را با تندی متوسط s_1 و $\frac{L}{2}$ آخر را با تندی متوسط s_2 طی کرده است. در این صورت می توان نوشت:



$$\begin{cases} s_1 = \frac{L/2}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{L}{2s_1} \\ s_2 = \frac{L/2}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{L}{2s_2} \end{cases} \rightarrow t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = \frac{L}{2s_1} + \frac{L}{2s_2}$$

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{L}{t_{\text{کل}}} = \frac{L}{\frac{L}{2s_1} + \frac{L}{2s_2}} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2} \rightarrow s_{av} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2}$$

رابطه بالا را حفظ کنید و سعی کنید روش به دست آوردن آن را هم یاد بگیرید.

یه نمونه باحال

متحرکی نیمی از مسیر حرکت خود را با تندی متوسط $40 \frac{m}{s}$ و نیمه دیگر را با تندی متوسط $60 \frac{m}{s}$ طی می کند. تندی متوسط در کل حرکت

چند متر بر ثانیه است؟

مطابق نتیجه قسمت قبل داریم:

$$s_{av} = \frac{2s_1s_2}{s_1 + s_2} = \frac{2 \times 40 \times 60}{40 + 60} = 48 \frac{m}{s}$$

۲- متحرک نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط s_1 و نیمه دیگر زمان را با تندی متوسط s_2 طی کند:

مطابق شکل زیر، اگر کل زمان حرکت t باشد، متحرک $\frac{t}{2}$ اول را با تندی متوسط s_1 و $\frac{t}{2}$ آخر را با تندی متوسط s_2 طی کرده است. در این صورت می توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} s_1 = \frac{L_1}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_1 = s_1 \frac{t}{2} \\ s_2 = \frac{L_2}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_2 = s_2 \frac{t}{2} \end{array} \right. \rightarrow L_{\text{کل}} = L_1 + L_2 = s_1 \frac{t}{2} + s_2 \frac{t}{2}$$

$$s_{av} = \frac{L_{\text{کل}}}{t_{\text{کل}}} = \frac{L_1 + L_2}{t} = \frac{s_1 \frac{t}{2} + s_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{s_1 + s_2}{2} \rightarrow s_{av} = \frac{s_1 + s_2}{2}$$

یه نمونه باحال

متحرکی نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط $40 \frac{m}{s}$ و نیمه دیگر زمان را با تندی متوسط $60 \frac{m}{s}$ طی می کند. تندی متوسط در کل حرکت

چند متر بر ثانیه است؟

$$s_{av} = \frac{s_1 + s_2}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50 \frac{m}{s}$$

برای تمرین بیشتر، سعی کنید حرکت های زیر را خودتان بررسی کنید.

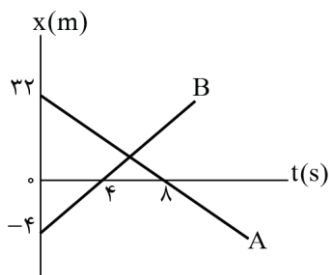
الف) متحرک $\frac{1}{3}$ ابتدایی مسیر را با تندی متوسط s_1 ، $\frac{1}{3}$ بعدی را با تندی متوسط s_2 و $\frac{1}{3}$ آخر را با تندی متوسط s_3 طی کند.

ب) متحرک $\frac{1}{3}$ ابتدایی زمان حرکت را با تندی متوسط s_1 ، $\frac{1}{3}$ بعدی را با تندی متوسط s_2 و $\frac{1}{3}$ آخر را با تندی متوسط s_3 طی کند.



۳۸- نمودار مکان - زمان دو اتومبیل A و B که بر روی مسیر مستقیم در حال حرکت هستند، مطابق شکل زیر است. اختلاف زمانی

بین دو لحظه ای که فاصله دو خودرو از یکدیگر ۶ متر می شود، چند ثانیه است؟



(۱) ۰/۶

(۲) ۱/۲

(۳) ۲/۴

(۴) ۳/۶

گام اول:

نمودار مکان - زمان هر دو متحرک خطی با شیب ثابت است، بنابراین هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می کنند.
در حرکت با سرعت ثابت سرعت متوسط با سرعت متحرک در هر لحظه برابر است. در نتیجه داریم:

$$v_A = v_{av} = \frac{0 - 32}{8} = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_B = v_{av} = \frac{0 - (-4)}{4} = 1 \frac{m}{s}$$

گام دوم:

حالا می توانیم معادله حرکت دو متحرک را بنویسیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -4t + 32 \\ x_B = t - 4 \end{cases}$$

گام آخر:

اگر بخواهیم فاصله دو متحرک از هم ۶ باشد، خواهیم داشت:

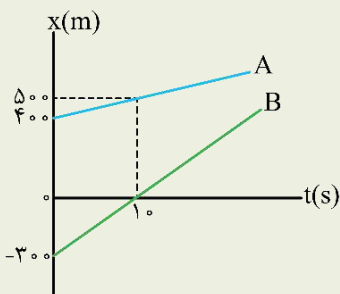
$$|x_A - x_B| = 6 \Rightarrow |-4t + 32 - t + 4| = 6 \Rightarrow |-5t + 36| = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5t_1 + 36 = 6 \Rightarrow -5t_1 = -30 \Rightarrow t_1 = 6s \\ -5t_2 + 36 = -6 \Rightarrow -5t_2 = -42 \Rightarrow t_2 = 8.4s \end{cases}$$

بنابراین اختلاف زمانی برابر $\Delta t = 8.4 - 6 = 2.4s$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

نمودار مکان - زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می کنند، مطابق شکل زیر، است. در لحظه های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصله دو متحرک از



هم $600m$ است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

۱) ۱۵

۲) ۱۳

۳) ۸

۴) ۵

پاسخ تشریحی:

ابتدا در لحظه $t = 0$ ، فاصله دو متحرک $700m$ است و سپس در لحظه $t = 10s$ ، فاصله به $500m$ رسیده است؛ بنابراین فاصله با سرعت $20m/s$ کاهش می یابد و معادله فاصله دو متحرک از هم برابر است با:

$$d = vt + \text{فاصله اولیه} \rightarrow d = -20t + 700$$

برای آن که فاصله برابر $600m$ شود، داریم:

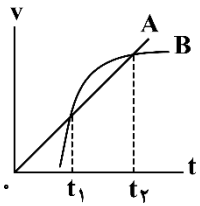
$$|d| = 600 \rightarrow |-20t + 700| = 600 \rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \\ -20t + 700 = -600 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = 5s \\ t_2 = 65s \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$$

پاسخ: گزینه ۲



۳۹- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 چه



(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف

در هریک از لحظات بازه زمانی t_1 تا t_2 سرعت متحرک B بیش تر از سرعت متحرک A است؛ بنابراین سرعت متوسط آن نیز در این بازه زمانی بیش تر از سرعت متوسط متحرک A است. (×)

ب

چون هیچ کدام از متحرک ها در بازه زمانی (t_1, t_2) تغییر جهت ندارند، پس برای هر متحرک اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط باهم برابر خواهند بود؛ بنابراین چون سرعت متوسط متحرک B بیش تر است، تندی متوسط متحرک B نیز بیش تر است. (✓)

ب

با توجه به این که سرعت هر دو متحرک در لحظات t_1 و t_2 با همدیگر برابرند؛ بنابراین تغییرات سرعت در یک بازه زمانی برابر یا به عبارتی شتاب متوسط آن ها نیز باهم برابر خواهند بود. (✓)



۴۰- مطابق شکل زیر، قطار (۱) به طول ۴۰۰ متر با تندی ثابت $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و قطار (۲) به طول ۳۰۰ متر با تندی ثابت $۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به طرف

یکدیگر در مسیری مستقیم و در دو ریل موازی در حال حرکت هستند. اگر مکان جلوی دو قطار در یک لحظه برابر $x_A = -۵۵۰ \text{ m}$

و $x_B = ۰$ باشد، در لحظه ای که دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می کنند، جلوی قطار (۱) در فاصله چندمتری از مبدأ

مکان قرار دارد؟

(۱) ۴۵۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۳۵۰



(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

تندی هر کدام از قطارها را به واحد SI ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$) تبدیل می کنیم.

$$v_1 = ۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\div ۳/۶} ۲۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = ۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\div ۳/۶} ۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم:

لازم است مدت زمانی که طول می کشد دو قطار به طور کامل از همدیگر عبور کنند را به دست آوریم. به این منظور می توانیم یکی از قطارها را ساکن در نظر گرفته و قطار دیگری با مجموع مقدار سرعت دو قطار در حال حرکت باشد.

$$v'_{\text{نسبی}} = |v_1| + |v_2|$$

همچنین مسافتی که باید طی شود، برابر با مجموع طول دو قطار و فاصله اولیه بین دو نقطه A و B است؛ زیرا هرکدام از قطارها برای آن که به طور کامل از دیگری عبور کند، باید علاوه بر فاصله بین A و B تمام طول خودش و تمام طول قطاری که ثابت فرض شده را طی کند:

$$d = v' \Delta t \Rightarrow (400 + 300 + (x_B - x_A)) = (20 + 5) \times \Delta t$$

$$\Rightarrow 700 + (0 - (-550)) = 25 \Delta t \Rightarrow 1250 = 25 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 50 \text{ s}$$

گام آخر:

حال با توجه به این که Δt را حساب کرده ایم، رابطه سرعت ثابت را برای قطار (۱) می نویسیم:

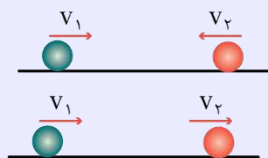
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \Delta x = 50 \times 20 \Rightarrow x'_A - (-550) = 1000 \Rightarrow x'_A = 1000 - 550 = 450 \text{ m}$$

بنابراین ابتدای قطار (۱) در فاصله ۴۵۰ متری مبدأ مکان قرار دارد.

تذکره!

باید به این نکته توجه داشت که چون قطار (۲) در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، سرعت آن $v_2 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

سرعت نسبی



$$v_{\text{نسبی}} = |v_1| + |v_2|$$

۱- اگر دو متحرک خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = |v_1 - v_2|$$

۲- اگر دو متحرک هم جهت حرکت کنند:





شیمی ۳ : مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا قبل از اسید و باز)
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۳ : ۲ تست از ۳۰ تست کنکور

سهم در
کنکور

۴۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف - استون، اتانول و پروپانویک اسید، از طریق جاذبه‌های بین مولکولی مشابه در آب حل می‌شوند.
ب - یک نمونه از شربت معده، برخلاف یک نمونه از رنگ‌های پوششی، ناپایدار بوده و ته‌نشین می‌شود.
ج - با افزودن نمک سدیم فسفات به صابون‌ها، قدرت پاک‌کنندگی این مواد در مواجهه با آب سخت افزایش می‌یابد.
د - شمار عناصر موجود در ساختار یک پاک‌کننده غیرصابونی، می‌تواند برابر با شمار عناصر در ساختار نوعی صابون باشد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) اتانول و پروپانویک اسید، در ساختار خود هیدروژن متصل به اتم اکسیژن داشته و با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند و در آب حل می‌شوند. استون نیز به واسطه جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم اکسیژن خود، با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

استون

استون با فرمول مولکولی C_3H_6O نخستین عضو خانواده کتون‌هاست. از این ترکیب به‌عنوان حلال انواع لاک‌ها، مواد رنگی و برخی چربی‌ها استفاده می‌شود. از طرفی این ماده در آب به خوبی حل می‌شود و نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن تهیه کرد. بین مولکول‌های استون، پیوند هیدروژنی حضور ندارد و به دلیل وجود بخش‌های قطبی و ناقطبی در ساختار این ماده، استون می‌تواند مواد ناقطبی مانند چربی‌ها را در خود حل کند. زمانی که استون را در آب حل می‌کنیم، بین مولکول‌های استون و آب پیوند هیدروژنی تشکیل شده و در این حالت، می‌تواند به خوبی در آب که نوعی ماده با قطبیت بسیار بالا است نیز حل شود.

پ) جدول زیر، برخی از ویژگی‌های کلئیدها و مخلوط‌های همگن و ناهمگن را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد.

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
ظاهر	ناهمگن	همگن	همگن
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها
نمونه	شربت معده - شربت خاکشیر	سس مایونز	محلول آب نمک

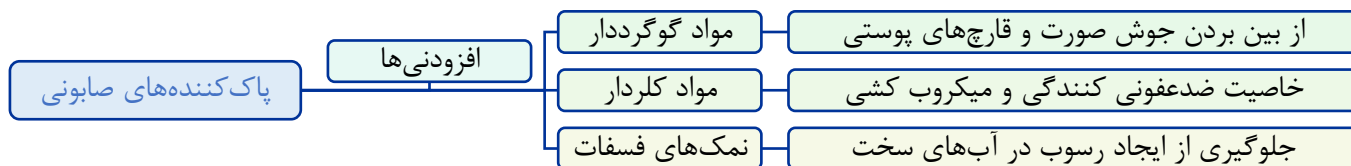
شربت معده، نوعی سوسپانسیون است. سوسپانسیون‌ها نمونه‌ای از مخلوط‌های ناپایدار بوده و به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند.

نکته

برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده افرادی که به بیماری‌های معده‌ای دچار هستند، از داروهایی به نام ضد اسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی‌کردن اسید معده و افزایش pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضد اسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید، آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین) می‌شود. برای مثال، شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضد اسیدهای مورد استفاده به شمار می‌رود که ماده مؤثر موجود در آن، منیزیم هیدروکسید است. از آنجا که ماده موجود در این دارو انحلال‌پذیری بسیار کمی در آب دارد، شیر منیزی را می‌توان یک مخلوط ناهمگن و متعلق به دسته سوسپانسیون‌ها به حساب آورد.



نمودار زیر، نقش افزودنی‌های مختلف را در پاک‌کننده‌های صابونی نشان می‌دهد:



نمک‌های فسفات، برای جلوگیری از تشکیل رسوب صابون با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت، به صابون اضافه می‌شوند. توجه داریم که در آب سخت، نمک‌های فسفات با یون‌های کلسیم و منیزیم واکنش می‌دهند. معادله واکنش انجام شده طی این فرایند به صورت زیر است:



در قسمت آنیونی پاک‌کننده‌های غیرصابونی، عناصر کربن، هیدروژن، اکسیژن و گوگرد حضور دارند. در قسمت کاتیونی نیز یک نوع عنصر (برای مثال یون سدیم) یافت می‌شود. پس در کل ۵ نوع عنصر در ساختار این گروه از مواد قرار دارد. در قسمت آنیونی صابون‌ها نیز عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن حضور دارند. یون موجود در بخش کاتیونی نیز ۱ نوع عنصر به انواع عناصر موجود در این ترکیب اضافه می‌کند؛ پس در مجموع در این ترکیب یونی، تعداد ۴ نوع عنصر حضور دارد.



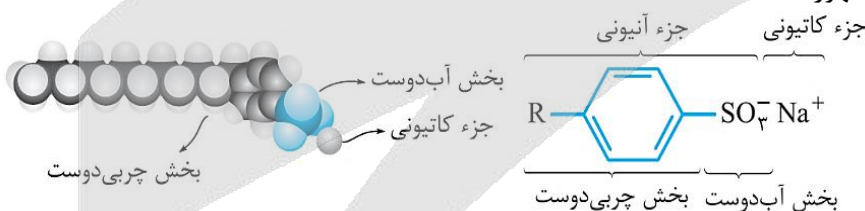
۴۲- کدام مطلب زیر، درست است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) نیروی بین ذرات سازنده در نمک پتاسیم اسیدهای چرب، نسبت به نمک سدیم اسیدهای چرب قوی‌تر است.
- (۲) پیوندهای $C = C$ موجود در یک مول پاک‌کننده غیرصابونی، حداقل با ۶ گرم گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.
- (۳) نیروی جاذبه بین الیاف پارچه پلی‌استری و آلاینده‌ها، از نیروی جاذبه بین الیاف پارچه نخی و آلاینده‌ها ضعیف‌تر است.
- (۴) صابون مراغه به دلیل داشتن انواعی از مواد گوگرددار، در از بین بردن جوش‌های صورت و قارچ‌های پوستی کاربرد دارد.

(آسان - حفظی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

افزایش تقاضای جهانی برای صابون و کاربردهای آن از یک سو و کاهش عرضه این فراورده از سوی دیگر سبب شد تا شیمی‌دان‌ها وارد عمل شوند. آن‌ها در جست‌وجوی موادی بودند که قدرت پاک‌کنندگی زیادی داشته باشند و بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. آن‌ها توانستند از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی مواد پاک‌کننده‌ای با فرمول همگانی زیر تولید کنند. موادی که به پاک‌کننده‌های غیرصابونی مشهور هستند.



همان‌طور که در شکل بالا مشاهده می‌کنید، پاک‌کننده‌های غیرصابونی از جمله مواد سیرنشده و آروماتیک بوده و در ساختار بخش آنیونی خود حداقل ۳ پیوند دوگانه کربن-کربن دارند. بر این اساس، می‌توان گفت یک مول از این گروه از مواد برای سیرشدن کامل بخش آنیونی خود، حداقل با ۳ مول گاز H_2 که معادل با ۶ گرم از این گاز است، واکنش می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

نمک پتاسیم اسید چرب برخلاف نمک سدیم اسید چرب (نوعی صابون جامد)، در دمای اتاق به حالت مایع یافت شده و بر این اساس، می‌توان گفت که نیروی بین ذرات آن ضعیف‌تر از نمک سدیم اسید چرب است.

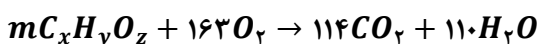
در شرایط یکسان، آلاینده‌ها از پارچه‌های نخی به نسبت پلی‌استری راحت‌تر پاک می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت نیروی جاذبه بین الیاف سازنده پارچه‌های پلی‌استری و آلاینده‌ها قوی‌تر است.



صابون مراغه افزودنی شیمیایی نداشته و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای شست و شوی موهای چرب از آن استفاده می‌شود. صابون مراغه، با بیش از ۱۵۰ سال قدمت، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری، آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند.



۴۳- در اثر سوختن ۱۷۸ گرم از یک استر سه عاملی با فرمول مولکولی $C_xH_yO_z$ مطابق واکنش زیر، چند لیتر گاز اکسیژن با حجم مولی ۲۴L مصرف شده و برای تولید ۰/۳ مول صابون جامد از این استر، چند میلی‌لیتر محلول سود ۲ مولار نیاز است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $g \cdot mol^{-1}$: $O = ۱۶$, $C = ۱۲$, $H = ۱$)



$$۱۵۰ - ۷۸۲/۴ \quad (۴)$$

$$۲۵۰ - ۳۹۱/۲ \quad (۳)$$

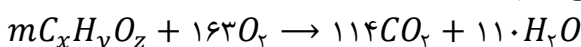
$$۲۵۰ - ۷۸۲/۴ \quad (۲)$$

$$۱۵۰ - ۳۹۱/۲ \quad (۱)$$

(سخت - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا واکنش داده شده را به‌طور کامل موازنه می‌کنیم (مقادیر m , x , y و z را پیدا می‌کنیم):



در استر سه عاملی ۶ اتم اکسیژن وجود دارد، بنابراین $z = ۶$ است، پس با توجه به معادله بالا داریم:

$$m \times ۶ + ۱۶۳ \times ۲ = ۱۱۴ \times ۲ + ۱۱۰ \times ۱ \Rightarrow m = \frac{۳۳۸ - ۳۲۶}{۶} = ۲$$

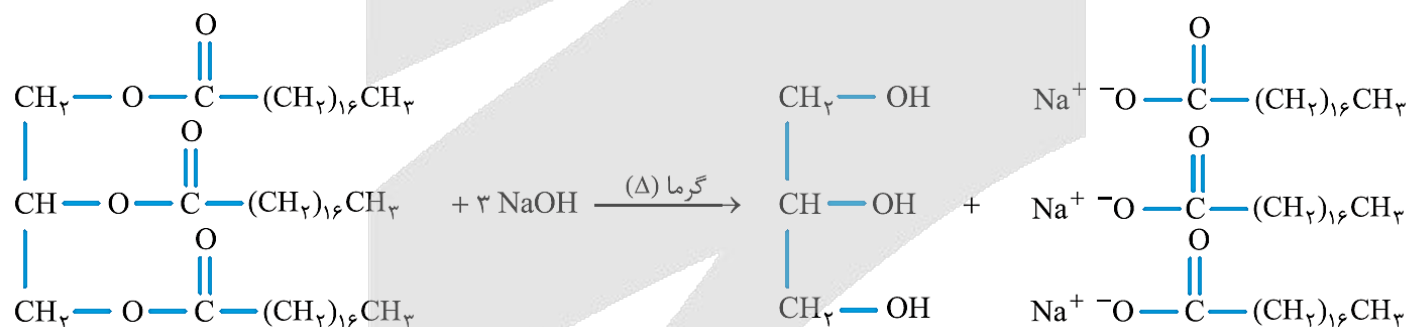
حالا مقادیر x و y را پیدا می‌کنیم:

$$۲x = ۱۱۴ \Rightarrow x = ۵۷, \quad ۲y = ۱۱۰ \times ۲ \Rightarrow y = ۱۱۰$$

بنابراین استر سه عاملی موردنظر $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ است. در قدم اول حجم اکسیژن موردنیاز را حساب می‌کنیم:

$$? L O_2 = ۱۷۸ g C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶ \times \frac{۱ mol C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶}{۸۹۰ g C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶} \times \frac{۱۶۳ mol O_2}{۲ mol C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶} \times \frac{۲۴ L O_2}{۱ mol O_2} = ۳۹۱/۲ L O_2$$

از واکنش یک مول از این استر با سه مول سدیم هیدروکسید، سه مول صابون جامد تولید می‌شود. معادله این واکنش به‌صورت زیر است:



در نهایت حجم محلول سود موردنیاز برای تولید ۰/۳ مول صابون را حساب می‌کنیم:

$$? mL \text{ محلول} = ۰/۳ mol \text{ صابون} \times \frac{۳ mol NaOH}{۳ mol \text{ صابون}} \times \frac{۱ L \text{ محلول}}{۲ mol NaOH} \times \frac{۱۰۰۰ mL \text{ محلول}}{۱ L \text{ محلول}} = ۱۵۰ mL \text{ محلول}$$



۴۴- در ساختار مولکولی یک اسید چرب سیرشده، ۲۳ پیوند اشتراکی $C-H$ وجود دارد. هر گرم از این اسید چرب، با چند مول اتانول به‌طور کامل واکنش داده و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ ($g \cdot mol^{-1}$: $O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱$)

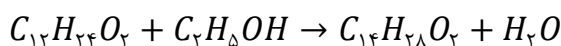
$$۰/۱۸ - ۰/۰۰۵ \quad (۴)$$

$$۰/۱۸ - ۰/۰۱ \quad (۳)$$

$$۰/۰۹ - ۰/۰۰۵ \quad (۲)$$

$$۰/۰۹ - ۰/۰۱ \quad (۱)$$

در ساختار هر ماده آلی، معادل با تعداد اتم‌های هیدروژن متصل به کربن، پیوند اشتراکی $C-H$ دیده می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت یک اسید چرب سیرشده با ۱۲ اتم کربن، در ساختار مولکولی خود دارای ۱۱ پیوند اشتراکی $C-C$ و ۲۳ پیوند اشتراکی $C-H$ است. فرمول مولکولی این ماده به صورت $C_{12}H_{24}O_2$ است. چنین ترکیبی، بر اساس معادله زیر با اتانول واکنش داده و یک استر را تولید می‌کند:



با توجه به معادله این واکنش، مول الکل مصرف شده و جرم آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } C_2H_5OH = 1 \text{ g } C_{12}H_{24}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}O_2}{200 \text{ g } C_{12}H_{24}O_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}O_2} = 0.005 \text{ mol}$$

$$? \text{ g } H_2O = 1 \text{ g } C_{12}H_{24}O_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}O_2}{200 \text{ g } C_{12}H_{24}O_2} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 0.09 \text{ g}$$



۴۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - استون، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
 ب - اوره از جمله مواد محلول در آب بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های آن، همانند آمونیاک، بزرگ‌تر از صفر است.
 ج - در واحد فرمولی هر صابون با زنجیره کربنی سیرشده، شمار اتم‌های H کمتر از ۲ برابر شمار اتم‌های کربن است.
 د - با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند.
- (۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «د» (۴) «ب» و «د»

عبارتهای (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

الف در ساختار روغن زیتون، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارد، در نتیجه روغن زیتون برخلاف مولکول‌های قطبی استون و اتیلن گلیکول در آب نامحلول است. توجه داریم که نقره کلرید، یک ترکیب یونی نامحلول در آب است. کلسیم فسفات، منیزیم فسفات، باریم سولفات، منیزیم هیدروکسید، آهن (II) هیدروکسید و آهن (III) هیدروکسید، سایر ترکیب‌های یونی نامحلول در آب به شمار می‌روند.

پ جدول زیر، اطلاعات مربوط به اوره، بنزین و اتیلن گلیکول را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
بنزین	C_8H_{10}		مولکول ناقطبی	حلال ناقطبی (هگزان)
اوره	$CO(NH_2)_2$		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)
اتیلن گلیکول	CH_2OHCH_2OH	$HO-CH_2-CH_2-OH$	مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

آمونیاک، به خاطر داشتن یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم مرکزی خود، ساختاری نامتقارن داشته و همانند اوره، یک ترکیب قطبی است. ترکیب‌های قطبی، در حلال‌های قطبی مثل آب حل می‌شوند.

ج اگر یک اسید چرب در ساختار خود زنجیره کربنی سیرشده داشته باشد، فرمول مولکولی آن به صورت $C_nH_{2n}O_2$ بوده و آنیون صابون ساخته‌شده از آن نیز به صورت $[C_nH_{2n-1}O_2]^-$ است. حال اگر کاتیون این صابون، معادل با یون آمونیوم (NH_4^+) باشد، شمار اتم‌های هیدروژن در واحد فرمولی این صابون برابر با $2n + 3$ است که بیش از دو برابر شمار اتم‌های کربن است.

وابستگی حالت فیزیکی صابون‌ها به نوع کاتیون

حالت فیزیکی صابون‌ها، ربطی به حالت فیزیکی مواد مصرف شده برای تولید آن‌ها نداشته و وابسته به نوع کاتیون موجود در ساختار آن‌ها است. در واقع، صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون (استرهای سنگینی که حالت مایع دارند) یا چربی (استرهای سنگینی که حالت جامد دارند) مانند روغن زیتون، روغن نارگیل و یا پیه، با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نیز نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

انسان‌های گذشته پی برده بودند که با آغشته کردن ظرف‌ها به خاکستر و شست و شوی آن‌ها توسط آب گرم، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر چوب حاوی اتم‌های برخی از انواع فلزهای قلیایی بوده که در واکنش با ذرات سازنده انواع چربی‌ها، سبب ایجاد صابون شده و شست و شوی ظرف‌های چرب را راحت‌تر می‌کند.



۴۶- صابون زیر را در نظر بگیرید:



برای آن که این صابون بتواند قدرت پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد، باید غلظت آنیون آن در آب به 0.02 مولار برسد. اگر غلظت یون کلسیم در آب لوله‌کشی 120 ppm باشد، حداقل چند میلی‌گرم صابون را باید در 100 mL از این آب حل کرد تا صابون پاک‌کنندگی مناسبی داشته باشد؟ (چگالی آب لوله‌کشی $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$ بوده و از تغییر حجم آب صرف‌نظر شود).

($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Na = 23$ و $Ca = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۵۸۸/۸ (۴)

۴۴۱/۶ (۳)

۲۹۴/۴ (۲)

۲۲۰/۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش صابون‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم که در آب سخت حضور دارند، به صورت زیر انجام می‌شود:



رسوب تشکیل شده در این حالت سفیدرنگ است که بر روی پارچه در حال شست‌وشو قرار می‌گیرد. در نمونه آب مورد نظر، فقط یون کلسیم وجود دارد. واکنش انجام‌شده میان یون کلسیم و این نمونه صابون با فرمول شیمیایی $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{O}_2\text{Na}$ ، به صورت زیر است:



قدرت پاک‌کنندگی صابون

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، به شرح زیر هستند:

۱. میزان سختی آب: نوع و میزان یون‌های موجود در آب، بر قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها تأثیر بسزایی دارد. صابون‌ها در مجاورت با آب سخت، با دو یون کلسیم و منیزیم موجود در این نمونه از آب رسوب سفیدرنگی ایجاد می‌کنند که بر روی لباس دیده می‌شود. در این حالت، قدرت پاک‌کنندگی صابون مورد نظر به شدت کاهش می‌یابد.
۲. جنس پارچه: چسبندگی لکه‌های چربی بر روی لباس‌های نخی یا همان پنبه‌ای کمتر از پارچه‌های پلی‌استری است. بر این اساس، می‌توان گفت صابون بر روی لکه‌های ایجاد شده بر سطح پارچه‌های نخی اثر بیشتری دارد.
۳. آنزیم: آنزیم نوعی کاتالیزگر است که فرایندهای تجزیه مواد موجود در لکه‌ها را تسریع می‌بخشد و این مواد را به مواد ساده‌تر تبدیل می‌کند. اضافه کردن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۴. دما: علاوه بر این که در دماهای بالاتر، ساختار چربی‌های موجود بر روی سطح لباس سست می‌شود، افزایش دما سرعت انجام هر واکنش شیمیایی را نیز افزایش می‌دهد. همچنین افزایش دما موجب تأمین شدن گرمای لازم برای آغاز واکنش‌های انجام‌گرفته بر لکه می‌شود، پس افزایش دما نیز قدرت پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.
۵. افزودنی‌های شیمیایی: اضافه کردن جوش شیرین به صابون، موجب ایجاد خاصیت بازی و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن می‌شود. افزودن نمک‌های فسفات به صابون نیز قدرت پاک‌کنندگی آن را در مواجهه با آب سخت افزایش می‌دهد.

در این فرایند، صابون حل‌شده در آب به دو قسمت تقسیم می‌شود. بخش اول از صابون حل شده در آب، با یون کلسیم واکنش می‌دهد و رسوب می‌کند و از محلول مورد نظر خارج می‌شود. این بخش از صابون مورد نظر، عملاً تأثیری بر پاک‌کنندگی صابون نداشته و از محیط آبی



حذف می‌شود. بخش دوم از صابون مورد نظر نیز مقدار غلظت کافی از این ماده را در آب ایجاد می‌کند تا بتواند قدرت پاک‌کنندگی خود را اعمال کند. ابتدا مقدار صابونی را که با یون کلسیم موجود در ۱۰۰ میلی‌لیتر آب رسوب می‌کند، حساب می‌کنیم:

$$? g C_{16}H_{29}O_2Na = 100 \text{ mL آب} \times \frac{1 \text{ g آب}}{1 \text{ mL آب}} \times \frac{120 \text{ g } Ca^{2+}}{106 \text{ g آب}} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{40 \text{ g } Ca^{2+}} \times \frac{2 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2Na}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} \times \frac{276 \text{ g } C_{16}H_{29}O_2Na}{1 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2Na}$$

$$= 0.1656 \text{ g} \longrightarrow \text{مقدار صابون رسوب کرده} = 165/6 \text{ mg}$$

حال مقدار صابون اضافی حل‌شده در آب برای رسیدن به غلظت ۰/۰۰۲ مول بر لیتر را به‌دست می‌آوریم:

$$? g C_{16}H_{29}O_2Na = 100 \text{ mL آب} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.002 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2^-}{1 \text{ L آب}} \times \frac{1 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2Na}{1 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2^-} \times \frac{276 \text{ g } C_{16}H_{29}O_2Na}{1 \text{ mol } C_{16}H_{29}O_2Na}$$

$$= 0.552 \text{ g} \longrightarrow \text{مقدار صابون در محلول} = 55/2 \text{ mg}$$

$$\text{مقدار کل صابون} = 165/6 + 55/2 = 220/8 \text{ mg}$$

بر این اساس، داریم:

پس باید ۲۲۰/۸ میلی‌گرم صابون در این آب حل شود تا صابون خاصیت پاک‌کنندگی خود را داشته باشد.



۴۷- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) افزایش دمای آب، همانند افزودن آنزیم‌های مناسب، قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها را افزایش می‌دهد.
- (۲) نقطه جوش اسید چرب $C_{17}H_{35}COOH$ از نقطه جوش اسید آلی موجود در محلول سرکه کمتر خواهد بود.
- (۳) پاک‌کننده‌های غیر صابونی از جمله مواد آروماتیک بوده و بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها آلودگی‌ها را پاک می‌کنند.
- (۴) نسبت تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در بخش آنیونی یک پاک‌کننده غیر صابونی به یک صابون جامد، برابر ۱/۸ است.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ترکیب با فرمول مولکولی $C_{17}H_{35}COOH$ ، یک اسید چرب با جرم مولی بالا و زنجیره هیدروکربنی بسیار بلند است؛ بنابراین نقطه جوش آن از اسید آلی موجود در سرکه یعنی استیک اسید (CH_3COOH) بالاتر است. توجه داریم که در کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی، هر چه تعداد اتم کربن بیشتر باشد، نیروهای بین مولکولی در میان ذرات سازنده آن اسید قوی‌تر بوده و در نتیجه این مواد نقطه جوش بالاتری دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

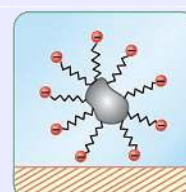
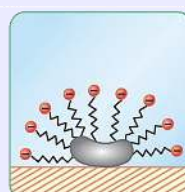
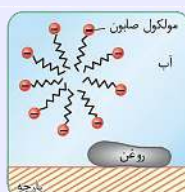
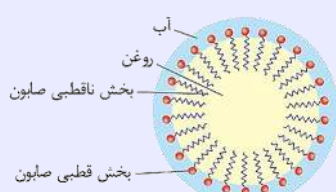
۱) افزایش دمای آب، موجب سست شدن آلودگی‌ها از بافت لباس و پاک‌شدن این آلودگی‌ها می‌شود. آنزیم‌ها نیز با شکستن ذرات آلاینده‌ها به مواد ساده‌تر، موجب بهتر پاک‌شدن آن‌ها از روی بافت لباس‌ها می‌شوند.

۳) پاک‌کننده‌های غیر صابونی، دارای یک حلقه‌ی بنزنی در ساختار بخش آنیونی خود بوده و از جمله مواد آروماتیک به شمار می‌روند. این مواد، همانند پاک‌کننده‌های صابونی، بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها (مثلاً ایجاد نیروی وان‌دروالسی، پیوند هیدروژنی و ...) آلودگی‌ها را پاک می‌کنند. در نقطه مقابل، پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند و از این طریق نیز سبب زدودن آن‌ها می‌شوند.

تقسیم‌بندی پاک‌کننده‌ها بر اساس عملکرد

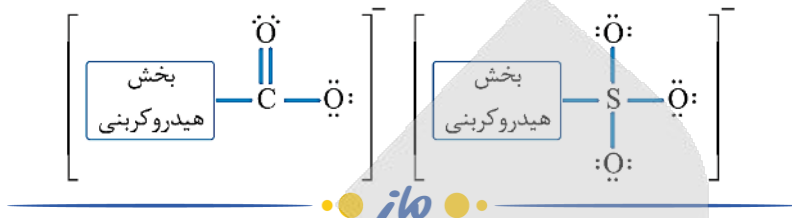
پاک‌کننده‌ها بر اساس مکانیسم عملکرد خود به دو دسته پاک‌کننده‌های کلئیدساز و خورنده تقسیم می‌شوند. در این رابطه، داریم:

۱. پاک‌کننده‌های کلئیدساز که شامل صابون و پاک‌کننده غیر صابونی هستند، از دو بخش قطبی و غیرقطبی تشکیل شده‌اند. این پاک‌کننده‌ها از سمت بخش قطبی با مولکول‌ها آب و از سمت بخش ناقطبی با مولکول‌های چربی یا روغن جاذبه برقرار می‌کنند. در این حالت قطرات چربی به‌صورت توده مولکولی درآمده و اطراف آن را پاک‌کننده‌ها می‌پوشانند. در این حالت، ذرات پاک‌کننده به گونه‌ای قرار می‌گیرند که سمت ناقطبی آن‌ها به سمت داخل (توده چربی) و سمت قطبی آن‌ها به سمت بیرون (آب) است. در این رابطه، داریم:



۲. پاک‌کننده‌های خورنده شامل مواد اسیدی یا بازی هستند که علاوه بر داشتن برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش شیمیایی نیز می‌دهند و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کنند. مواد محلول ایجاد شده طی این فرایند، از محل لکه شسته خواهند شد.

با توجه به ساختارهای زیر، تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در پاک‌کننده غیرصابونی (با فرمول شیمیایی کلی $RC_6H_5SO_3^-Na^+$) و در صابون (با فرمول شیمیایی کلی $RCO_2^-Na^+$)، به ترتیب برابر با ۹ و ۵ بوده و نسبت میان آن‌ها برابر $1/8 = \frac{9}{5}$ است.



۴۸- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- الف - نسبت شمار آنیون به کاتیون در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، مشابه به مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات است.
 ب - در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف اسیدهای چرب، حتماً پیوند دوگانه وجود دارد.
 ج - با استفاده از پاک‌کننده‌های غیرصابونی، آب و مقداری از اسیدهای چرب، می‌توان یک کلئوئید ایجاد کرد.
 د - قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی، در مواجهه با آب دریا نسبت به صابون‌ها کمتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

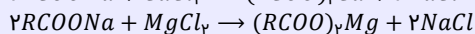
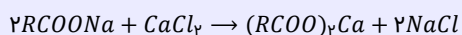
عبارت‌های (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف - نسبت شمار آنیون به کاتیون در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، مشابه به مقدار این نسبت در آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) بوده و برابر با ۱ است.
 ب - در ساختار حلقه بنزنی پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حتماً ۳ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد. در ساختار گروه کربوکسیل اسیدهای چرب نیز به یقین پیوند دوگانه بین اتم‌ها وجود دارد.
 ج - با افزودن پاک‌کننده‌های غیرصابونی یا پاک‌کننده‌های صابونی مختلف به مخلوطی از آب و اسیدهای چرب، ذرات سازنده این مواد را در کنار هم قرار داده و یک کلئوئید ایجاد می‌شود.
 د - قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده‌های غیرصابونی، در مقایسه با صابون بیشتر است. این پاک‌کننده‌ها کارایی خود را در آب‌های سخت مثل آب دریا هم حفظ می‌کنند.

پاک‌کنندگی در آب سخت

به آب‌هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود. صابون‌های جامد و مایع هر دو با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهند که به صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. برای مثال واکنش صابون‌های جامد با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} به صورت زیر است:



پاک‌کننده‌های غیرصابونی، یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست ($-SO_3^-$) دارند. گروه $-SO_3^-$ که انتهای باردار قسمت آنیونی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، باعث حل شدن پاک‌کننده در آب می‌شود. از طرف دیگر، این گروه برخلاف گروه $-CO_2^-$ در صابون‌ها، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد و در نتیجه پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

۴۹- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - صابون مراغه حاوی مواد شیمیایی کلردار بوده و از آن برای شستن موهای چرب استفاده می شود.
 ب - با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در صابون ها، انحلال پذیری این مواد در آب افزایش پیدا می کند.
 ج - سوسپانسیون ها شامل ذرات ریز ماده هستند و همانند یک نمونه از کلوئیدها، نور را پخش می کنند.
 د - آب مناطق کویری شور بوده و قدرت پاک کنندگی انواع صابون های جامد و مایع در مواجهه با آن ها کاهش می یابند.
- (۱) «الف» و «د» (۲) «ج» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف» و «ب»

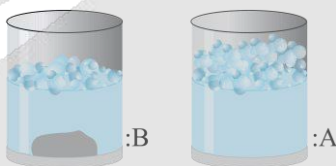
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

عبارت های (ج) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف) صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می شود. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند (نوعی چربی جانوری سیرنشده) و سود سوزآور (محلول آبی سدیم هیدروکسید) را در دیگ های بزرگ با آب برای چندین ساعت می جوشانند و پس از قالب گیری، آن ها را در آفتاب خشک می کنند.
- ب) با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در صابون ها، قدرت بخش ناقطبی این مواد افزایش یافته و گشتاور دوقطبی صابون کمتر می شود. بر این اساس، با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی در صابون ها، انحلال پذیری این مواد در آب کاهش پیدا می کند.
- ج) سوسپانسیون ها شامل ذرات ریز ماده هستند و چون اندازه ذرات سازنده آن ها بزرگ است، همانند یک نمونه از کلوئیدها، نور را پخش می کنند.
- د) آب های مناطق کویری شامل یون های کلسیم و منیزیم هستند و به همین خاطر، صابون ها در این آب ها به خوبی کف نکرده و سبب باقی ماندن لکه های سفید بر روی لباس ها می شوند. تصویر زیر، اضافه کردن مقداری صابون به آب مقطر (ظرف A) و محلول کلسیم کلرید (ظرف B) را نشان می دهد:



همان طور که مشخص است، ارتفاع کف ایجاد شده در ظرف حاوی آب مقطر بیشتر بوده و در ظرف B نیز مقداری رسوب تشکیل شده است.



۵۰- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با پاک کننده ها درست است؟

- (۱) پاک کننده های ساخته شده از مخلوط $NaOH$ و پودر آلومینیم، در هنگام واکنش با آب گاز هیدروژن آزاد می کنند.
 (۲) محلول سود، یک پاک کننده خورنده بوده و همانند یک نمونه از سرکه سفید، کاغذ pH را آبی رنگ می کند.
 (۳) پاک کننده های خورنده، همانند صابون ها با مولکول ها و ذرات آلاینده ها وارد واکنش شیمیایی می شوند.
 (۴) پاک کننده های غیرصابونی، در آب و چربی قابل حل بوده و با محلول آبی $CaCl_2$ واکنش می دهند.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پودر لوله بازکن مخلوطی از آلومینیم و سدیم هیدروکسید است. این پودر در واکنش با آب گاز هیدروژن تولید می کند که با افزایش فشار موجب باز شدن لوله می شود. این واکنش گرماده بوده که خود موجب افزایش دمای محیط و به دنبال آن افزایش قدرت پاک کنندگی مواد شوینده می شود. همچنین سدیم هیدروکسید موجود در این ماده در واکنش با چربی ها، صابون تولید کرده و می تواند به زدودن چربی های مسدود کننده کمک کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها، آبراه‌ها و دیگ‌های بخار، آن چنان به این سطوح می‌چسبند که با صابون و پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدوده نمی‌شوند. برای زدودن این رسوب‌ها، به پاک‌کننده‌هایی نیاز است که بتوانند با آن‌ها واکنش شیمیایی داده و آن‌ها را به فراورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند. موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید (محلول سود) و سفیدکننده‌ها از جمله این پاک‌کننده‌ها هستند.
- ۳) پاک‌کننده‌های خورنده شامل مواد اسیدی یا بازی هستند که علاوه بر داشتن برهم‌کنش فیزیکی با آلاینده‌ها، با آن‌ها واکنش شیمیایی نیز می‌دهند و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کنند. مواد محلول ایجاد شده طی این فرایند، از محل لکه شسته خواهند شد.
- ۴) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست (گروه $-SO_3^-$) دارند. گروه $-SO_3^-$ که انتهای باردار قسمت آنیونی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، باعث حل شدن پاک‌کننده در آب می‌شود. از طرف دیگر، این گروه برخلاف گروه $-CO_3^-$ موجود در صابون‌ها، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد و در نتیجه پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.





وقتی همه چیز مهم است، هیچ چیز مهم نیست

تابستان حدود ۹۰ روز است. در این ۹۰ روز چه برنامه‌ای داشته باشیم؟

یک دانش آموز کنکوری با شروع تابستان، چنین شرایطی دارد:

■ دروس پایه یازدهم را به تازگی امتحان داده است.

■ از دروس پایه دهم حدود یک سال است که فاصله گرفته است.

■ دروس پایه دوازدهم را هنوز نخوانده است.

یعنی منطقی است که:

■ با مرور مباحث یازدهم و تست زدن از آن مباحث، خیال خود را از یازدهم راحت کند.

چون با امتحانی خواندن دروس یازدهم تقریباً ۷۰ درصد راه کنکور را آمده و کافی است مباحث سال یازدهم را در تابستان مرور کرده و تست بزند.

■ می‌تواند شروع به خواندن مطالب پایه دهم کند.

این مطالعه سنگین نیست چون مطالب را قبلاً خوانده اما نیاز به بازیابی دارد، درواقع فرصتی است که مطالب پایه را می‌تواند ترمیم کند.

■ پیش‌خوانی قسمتی از دروس دوازدهم را انجام دهد و با آمادگی مهر را شروع کند.

سبک اکثر دبیران در تدریس، سؤال پرسیدن است. کسی که دروس دوازدهم را پیش‌خوانی کرده، به سؤالات دبیر هنگام تدریس پاسخ می‌دهد و توجه دبیران را به سمت خود جلب می‌کند. همین توجه باعث افزایش انگیزه درونی شده و دانش آموز با قدرت، سال کنکور را شروع کرده و ادامه می‌دهد.

اما آیا فرصت ۹۰ روز تابستان برای هر سه کاری که گفتیم، کافی است؟

استیو جابز می‌گوید: من به کارهایی که انجام نداده‌ام به اندازه کارهایی که انجام داده‌ام افتخار می‌کنم. نوآوری (موفقیت) در واقعیت نه گفتن به هزاران کار دیگر است. اینکه فرد بتواند دست از کمال‌گرایی بردارد و به جای زخمی کردن چند کار، یکی دو کار را به درستی انجام دهد، قطعاً نتیجه بهتری می‌گیرد.



ما در برنامه راهبردی تابستان ماز، فرصتی فراهم کردیم که به یک یا دو هدف از اهداف بالا برسید و بتوانید از فرصت تابستان، حداکثر استفاده را ببرید. اما خاطرتان باشد وقتی همه چیز مهم است، هیچ چیز مهم نیست و عاقلانه این است که بین دهم و یازدهم یکی را انتخاب کنید. البته نگران قسمت انتخاب نشده نباشید چون در فرصت‌های بعدی مثل تعطیلات نوروز و روزهای بین دو نیم‌سال، می‌توانید برنامه مکمل تابستان را اجرا کنید. یعنی اگر در تابستان دهم را خواندید، در ایام جبرانی بعدی یازدهم را مرور کنید و بالعکس.

«سنگ بزرگ نشانه تزدن است» کاری را که در توانتان است در تابستان انجام دهید.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف

