

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۲ مردادماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

شیمی ۱ کیهان زادگاه الفبای هستی (تا انتهای نشر نور و طیف نشری) صفحه های ۱ تا ۲۳ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۱ فیزیک و اندازه گیری صفحه های ۱ تا ۲۲ سهم در کنکور: ۱ سؤال	آمار و احتمال آشنایی با مبانی ریاضیات صفحه های ۱ تا ۲۰ سهم در کنکور: ۱ سؤال	ریاضی پایه نامعادله و تعیین علامت + معادلات گویا و رادیکالی ریاضی ۱: صفحه های ۸۳ تا ۹۳ حسابان ۱: صفحه های ۱۷ تا ۲۲ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای گنج های اعماق دریا) صفحه های ۱ تا ۲۵ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۲ الکتریسیته ساکن صفحه های ۱ تا ۳۲ سهم در کنکور: ۲ سؤال	هندسه ۲ دایره (تا پایان رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره) صفحه های ۹ تا ۲۰ سهم در کنکور: ۱ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرو، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیشنهاد



۱- مجموعه جواب نامعادله $2x^2 + 3x \leq 5$ به صورت $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۲- مجموعه جواب نامعادله $\frac{4-2x}{x+1} \geq 1$ کدام است؟

- (۱) $[-2, -1)$ (۲) $(-1, +2)$ (۳) $(-1, 1]$ (۴) $(-2, 1) - \{-1\}$

۳- مجموعه جواب نامعادله $|5-3x| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۴- جدول تعیین علامت عبارت $P = x^2 + 2x + a$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

x	b
P	$+$
	$+$

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۵- اگر $y = x^2 - 5x - 6$ باشد آن گاه مجموعه جواب معادله $\frac{|y|}{y} = -1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۶- تمامی محدوده k که به ازای آن، عبارت $P = -x^2 + 3x - k$ همواره منفی باشد، کدام است؟

- (۱) $k > \frac{9}{4}$ (۲) $k < \frac{9}{4}$ (۳) $k > -\frac{9}{4}$ (۴) $k < -\frac{9}{4}$

۷- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x-2}{x}$ به صورت (a, b) است. حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

محل انجام محاسبات

۸- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (a^2 - 4)x^2 + (2a - 2)x + 1$ به صورت زیر باشد، حدود a کدام است؟

x		x_1		x_2	
$P(x)$		-	+	-	

(۱) $a < 2/5$

(۲) $-2 < a < 2$

(۳) $2 < a < 2/5$

(۴) $-2 < a < 2/5$

۹- اگر یکی از جواب‌های معادله $x^2 - mx - 5 = 0$ بزرگ‌تر از ۳ و جواب دیگر آن کوچک‌تر از ۳ باشد، حدود m کدام است؟

(۴) $m < \frac{5}{4}$

(۳) $\frac{5}{4} < m < \frac{4}{3}$

(۲) $m > \frac{5}{4}$

(۱) $m > \frac{4}{3}$

۱۰- مجموعه جواب‌های نامعادله $(a^2 - 4)x^2 + ax + b > 0$ بازه $(-\infty, 3)$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۴

۱۱- نامعادله $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| > 3$ در بازه (a, b) برقرار است. بیشترین مقدار $b - a$ چقدر است؟

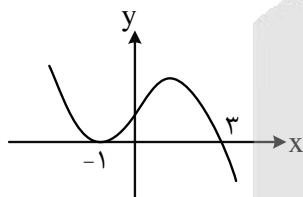
(۴) $3/6$

(۳) $3/4$

(۲) $3/2$

(۱) ۳

۱۲- نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر عبارت $(ax + b)f(x)$ همواره نامنفی باشد، زوج مرتب (a, b) کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $(2, -6)$

(۲) $(-2, 6)$

(۳) $(-9, 3)$

(۴) $(9, -3)$

۱۳- چند عدد صحیح از بازه $[-5, 5]$ در نامعادله $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq \frac{1-2x}{x^3 + 1}$ صدق می‌کنند؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۶

محل انجام محاسبات



۱۴- معادله $\sqrt{x+5} = x-1$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵- اگر $x = -2$ ریشه معادله $\frac{x}{x+a} + \frac{1}{a} = \frac{x^2-14}{2a}$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

۱۶- اگر α ریشه معادله $\sqrt{x^2+3x} + x = 3$ باشد، مقدار $\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $1 + \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) ۱

۱۷- کدام گزینه در مورد معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1$ صحیح است؟

- (۱) دارای دو ریشه حقیقی مثبت است.
(۲) فقط یک ریشه حقیقی در بازه $(2, 3)$ دارد.
(۳) فقط یک ریشه حقیقی در بازه $(3, 4)$ دارد.
(۴) فاقد ریشه حقیقی است.

۱۸- معادله $\frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{x}{3\sqrt{x}}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۹- شخص a به تنهایی کاری را در ۱۲۰ روز انجام می‌دهد. اگر اشخاص a و b با هم آن کار را انجام دهند ۱۰ روز زودتر از حالتی که شخص b به تنهایی آن کار را انجام دهد، کار را تمام می‌کنند. شخص b به تنهایی در چند روز کار را انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۲۰- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 = \frac{x^2 - x + 1}{x}$ کدام است؟

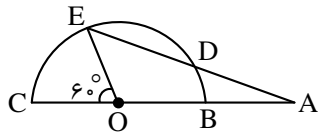
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱- در دایره $C(O, 2)$ وتر $AB = 2\sqrt{3}$ رسم شده است. اندازه کمان $\widehat{AB}$ کدام است؟

- (۱) 60° (۲) 120° (۳) 105° (۴) 75°

محل انجام محاسبات

۲۲- در شکل مقابل، O مرکز نیم‌دایره و AD برابر با شعاع دایره است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



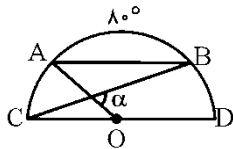
(۱) 10°

(۲) 15°

(۳) 20°

(۴) 25°

۲۳- در شکل مقابل، وتر AB با قطر CD موازی است. اگر $\widehat{AB} = 80^\circ$ ، آنگاه اندازه زاویه α چند درجه است؟



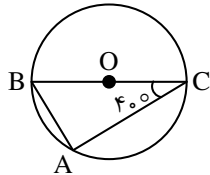
(۱) 45°

(۲) 60°

(۳) 75°

(۴) 80°

۲۴- در دایره $C(O, 18)$ شکل مقابل، مساحت قطاع AOC چند برابر طول کمان AB است؟



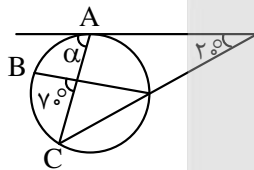
(۱) ۱۰

(۲) $10/25$

(۳) ۱۱

(۴) $11/25$

۲۵- در شکل مقابل، $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ است. زاویه α چند درجه است؟



(۱) 80°

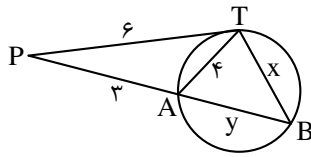
(۲) 60°

(۳) 40°

(۴) 20°

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر PT مماس بر دایره باشد، آن گاه $x+y$ کدام است؟



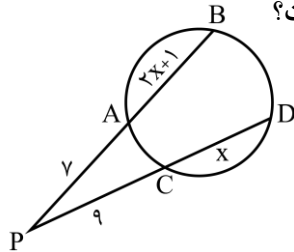
(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷

(۴) ۱۸

۲۷- شعاع دایره مقابل برابر ۸ است. فاصله مرکز دایره تا وتر AB چند برابر $\sqrt{15}$ است؟



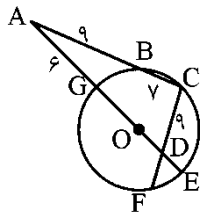
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۲۸- در شکل مقابل، اگر $OD=DE$ باشد، طول DF کدام است؟ (O مرکز دایره است.)



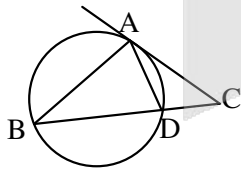
(۱) ۶

(۲) $\frac{6}{25}$

(۳) $\frac{6}{5}$

(۴) $\frac{6}{75}$

۲۹- در شکل مقابل، $AB=BD$ و CA مماس بر دایره است. اگر $2CA=3CD=12$ باشد، طول AD کدام است؟



(۱) $\frac{8}{3}$

(۲) $\frac{10}{3}$

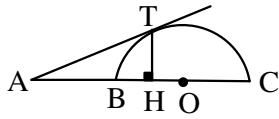
(۳) ۴

(۴) ۵

محل انجام محاسبات



۳۰- در نیم دایره شکل مقابل $AT = 2AB = 12$ است. مساحت مثلث THC کدام است؟



(۱) $51/84$

(۲) $45/21$

(۳) $42/84$

(۴) $38/75$

۳۱- نقیض گزاره «اگر امروز باران ببارد، به مدرسه نمی روم یا تکالیفم را انجام می دهم» کدام گزینه است؟

(۱) اگر امروز باران نبارد، به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.

(۲) امروز باران نمی بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام می دهم.

(۳) امروز باران نمی بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.

(۴) امروز باران می بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.

۳۲- اگر $p \Rightarrow q$ نادرست و $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow q$ درست باشد، ارزش r کدام است؟

(۱) درست

(۲) نادرست

(۳) می تواند درست یا نادرست باشد.

(۴) هم ارز $p \Rightarrow q$

۳۳- اگر ارزش $(p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim q)$ درست باشد، در چند حالت ارزش r درست می باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۴- گزاره « $r \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$ » با کدام گزاره هم ارز است؟

(۱) T

(۲) F

(۳) $\sim r \vee p$

(۴) $\sim r \vee q$

۳۵- اگر $\sim p \vee q$ و $r \Rightarrow q$ هر دو گزاره های درست باشند، آن گاه کدام گزاره همواره درست است؟

(۱) $p \Rightarrow q \wedge r$

(۲) $(q \vee r) \Rightarrow p$

(۳) $(p \vee q) \Rightarrow r$

(۴) $(p \vee r) \Rightarrow q$

محل انجام محاسبات

۳۶- عکس نقیض گزاره شرطی $[\exists x \in \mathbb{Z}; (x \in \mathbb{N} \vee x \notin \mathbb{W})] \Rightarrow [(A \subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A = B]$ به کدام صورت است؟

$$(1) [(A \not\subseteq B \vee B \not\subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \vee x \in \mathbb{W})]$$

$$(2) [(A \not\subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \notin \mathbb{W})]$$

$$(3) [(A \not\subseteq B \wedge B \not\subseteq A) \Leftrightarrow A = B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$$

$$(4) [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$$

۳۷- اگر $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ و $C = \{1, 2, \{2\}, \{1, 2\}\}$ ، کدام گزینه نادرست است؟

$$(1) B \in C \quad (2) A \subseteq B \quad (3) A \in B \quad (4) B \subseteq C$$

۳۸- کدام گزینه درست نمی باشد؟

$$(1) A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \in A \Rightarrow x \in B) \quad (2) A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \notin A \vee x \in B)$$

$$(3) A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \notin B \Rightarrow x \notin A) \quad (4) A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x; (x \notin A \vee x \notin B)$$

۳۹- اگر $A = \{\emptyset, a, \{b\}, \{a, b\}, \{a, \emptyset\}\}$ باشد، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

الف: $\emptyset \in P(A)$

ب: $\emptyset \subseteq P(A)$

پ: $\{\{b\}, \{a, b\}\} \in P(A)$

ت: $\{\emptyset, \{a\}\} \subseteq P(A)$

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

۴۰- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \{1, 2, 3\}, \{5, 6\}\}$ مفروض است. اختلاف تعداد زیرمجموعه های دو مجموعه

$A \cup \{5, 6, 7\}$ و $A - \{1, 2, 3\}$ را m می نامیم. رقم یکان m کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) 6 \quad (4) 8$$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۲ مردادماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ‌گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی		ردیف
		از	تا				
۴۰ سؤال ۴۵ دقیقه	۲۵ دقیقه	۴۱	۶۰	۲۰	فیزیک دهم	انتخاب یک درس به دلخواه	۱
	۲۵ دقیقه	۶۱	۸۰	۲۰	فیزیک یازدهم		
	۲۰ دقیقه	۸۱	۱۰۰	۲۰	شیمی دهم	انتخاب یک درس به دلخواه	۲
	۲۰ دقیقه	۱۰۱	۱۲۰	۲۰	شیمی یازدهم		

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

شیمی ۱ کیهان زادگاه الفبای هستی (تا انتهای نشر نور و طیف نشری) صفحه های ۱ تا ۲۳ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۱ فیزیک و اندازه گیری صفحه های ۱ تا ۲۲ سهم در کنکور: ۱ سؤال	آمار و احتمال آشنایی با مبانی ریاضیات صفحه های ۱ تا ۲۰ سهم در کنکور: ۱ سؤال	ریاضی پایه نامعادله و تعیین علامت + معادلات گویا و رادیکالی ریاضی ۱: صفحه های ۸۳ تا ۹۳ حسابان ۱: صفحه های ۱۷ تا ۲۲ سهم در کنکور: ۱ سؤال
شیمی ۲ قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای گنج های اعماق دریا) صفحه های ۱ تا ۲۵ سهم در کنکور: ۲ سؤال	فیزیک ۲ الکتریسیته ساکن صفحه های ۱ تا ۳۲ سهم در کنکور: ۲ سؤال	هندسه ۲ دایره (تا پایان رسم مماس بر دایره از نقطه ای خارج دایره) صفحه های ۹ تا ۲۰ سهم در کنکور: ۱ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرو، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به دفترچه ۳، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم دریافت می کنید.

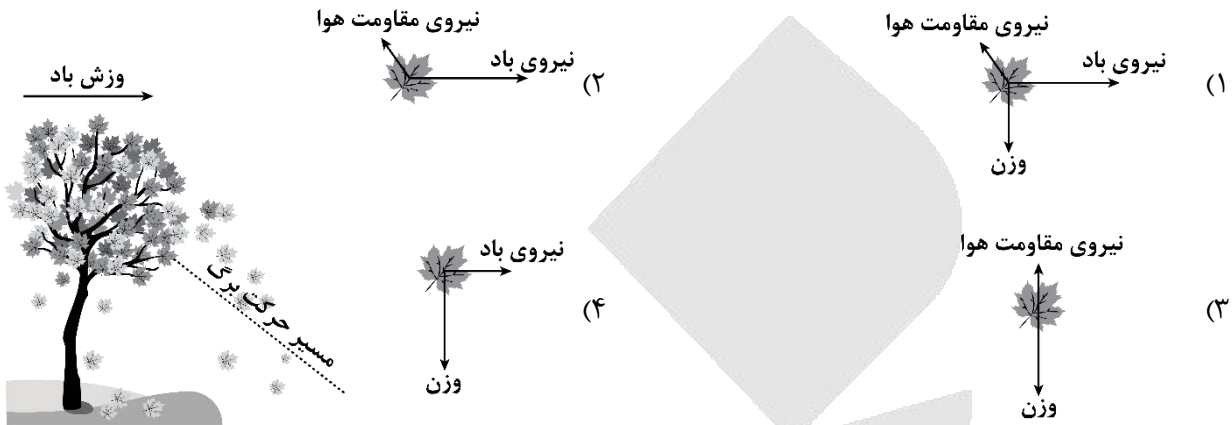
ویژه دانش آموزان پیشنهاد





فیزیک پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۴۱- در شکل زیر، کدام گزینه مدل سازی سقوط برگ درخت را به درستی نشان می‌دهد؟



۴۲- در کمیت‌های زیر به ترتیب چند کمیت اصلی و چند کمیت برداری وجود دارد؟

«دما، سرعت متوسط، مقدار ماده، فشار، جریان الکتریکی، شتاب»

(۱) ۳، ۲ (۲) ۲، ۳ (۳) ۲، ۲ (۴) ۳، ۳

۴۳- جرم جسمی 368 kg است. جرم این جسم چند خروار است؟ (۱ سیر = 16 مثقال، 1 مثقال = $4/6$ گرم، 1 خروار = 100 من تبریز، 1 من تبریز = 40 سیر.)

(۱) $1/25$ (۲) 125 (۳) $0/2$ (۴) 20

۴۴- یک کشتی با تندی 20 گره دریایی در حال حرکت است. این کشتی در مدت دو ساعت چه مسافتی را بر حسب مایل دریایی طی می‌کند؟ (یک گره دریایی $\frac{1852}{1600} \text{ m/s}$ و یک مایل دریایی 1852 m است.)

(۱) 40 (۲) 20 (۳) $7/2$ (۴) $3/6$

محل انجام محاسبات

۴۵- در جدول زیر از موارد شماره گذاری شده (۱) تا (۴) چند مورد نادرست نوشته شده است؟

یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی	نام یکا در SI	کمیت
$\frac{m}{s^2}$	(۱) متر بر مربع ثانیه ($\frac{m}{s^2}$)	شتاب
$\frac{g \cdot m}{s^2}$ (۲)	نیوتون (N)	نیرو
$\frac{kg}{m^2 \cdot s}$ (۳)	پاسکال (Pa)	فشار
$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	(۴) کالری (cal)	انرژی

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۴۶- در رابطه فیزیکی $A = \frac{1}{4}BC^2 + BDg$ ، کمیت های A، D و g به ترتیب، انرژی مکانیکی جسم، ارتفاع جسم از سطح

زمین و شتاب جاذبه زمین هستند. یکای کمیت $\frac{BD^2 g^2}{C^2}$ کدام است؟

(۱) نیوتون (۲) ژول (۳) متر بر ثانیه (۴) پاسکال

۴۷- چه تعداد از عوامل زیر در کاهش خطای اندازه گیری تأثیری ندارد؟

الف: مهارت شخص آزمایشگر

ب: استفاده از یکاهای SI

پ: تعداد دفعات اندازه گیری

ت: دقت ابزار اندازه گیری

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

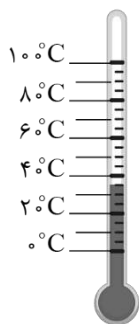
۴۸- دقت اندازه گیری دماسنج مقابل چند $^{\circ}C$ است؟

(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۱۰

(۴) ۲۰



محل انجام محاسبات



۴۹- طول جسمی را ۶ بار به وسیله خط کشی که بر حسب mm مدرج شده است، اندازه گرفته ایم و عدد های ۲۰/۵، ۲۳/۰، ۲۰/۹، ۲۱/۰، ۲۰/۷ و ۲۰/۴ سانتی متر را به دست آورده ایم. کدام یک از گزینه های زیر گزارش بهتری برای طول این جسم بر حسب mm است؟

- (۱) ۲۰۸ (۲) ۲۰۹/۵ (۳) ۲۰۷ (۴) ۲۰۶/۵

۵۰- حجم یک ظرف بر حسب لیتر به صورت $V = 0.00009060 \times 10^{+7} L$ می باشد. حجم این ظرف در SI و با نمادگذاری علمی کدام است؟

- (۱) $9.060 \times 10^{+2}$ (۲) $0.9060 \times 10^{+3}$ (۳) 9.060×10^{-1} (۴) 0.9060

۵۱- اگر تندی یک خودرو بین $10 \frac{m}{s}$ تا $20 \frac{m}{s}$ باشد آهنگ مصرف سوخت خودرو $\frac{L}{s} \times 10^{-3}$ است و اگر تندی

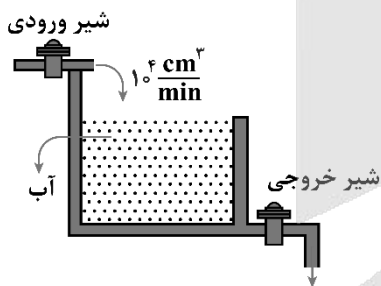
خودرو بین $20 \frac{m}{s}$ تا $40 \frac{m}{s}$ باشد، آهنگ مصرف سوخت خودرو $\frac{cm^3}{h} \times 10^3$ است. اگر این خودرو ۲ ساعت با تندی $54 \frac{km}{h}$ و ۳۰ دقیقه با تندی $108 \frac{km}{h}$ حرکت کند، در این مدت حجم سوخت مصرف شده در SI چقدر است؟

- (۱) $14/8$ (۲) $14/8 \times 10^{-3}$ (۳) ۱۲ (۴) 12×10^{-3}

۵۲- یک استخر به ابعاد $1m \times 3m \times 2m$ پر از آب است. اگر هم زمان شیر ورودی و خروجی آب را باز کنیم آب استخر در

مدت ۲h به طور کامل تخلیه می شود. اگر آهنگ ورود آب به استخر $10^4 \frac{cm^3}{min}$ باشد، آهنگ خروج آب از استخر

چند لیتر بر دقیقه است؟



- (۱) ۰/۵

- (۲) ۰/۶

- (۳) ۵۰

- (۴) ۶۰

۵۳- چگالی مایع A، ۳ برابر چگالی مایع B است. اگر حجم ۲۰۰ گرم مایع A، ۲۵۰ سانتی متر مکعب باشد، جرم ۰/۵ لیتر مایع B چند گرم است؟

- (۱) $\frac{200}{3}$ (۲) $\frac{400}{3}$ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

۵۴- جرم یک بطری شیشه‌ای ۱۲۰ گرم است. اگر این بطری را پر از روغن کنیم، جرم کل ۳۹۰ گرم می‌شود. اگر آن را پر از

$$\text{الکل کنیم، جرم کل چند گرم می‌شود؟} \left(\rho_{\text{روغن}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- (۱) ۳۲۰ (۲) ۳۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۳۸۰

۵۵- سنگی توپر به جرم ۴kg و چگالی $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به آرامی و به‌طور کامل داخل استوانه‌ای که لبریز از الکل است،

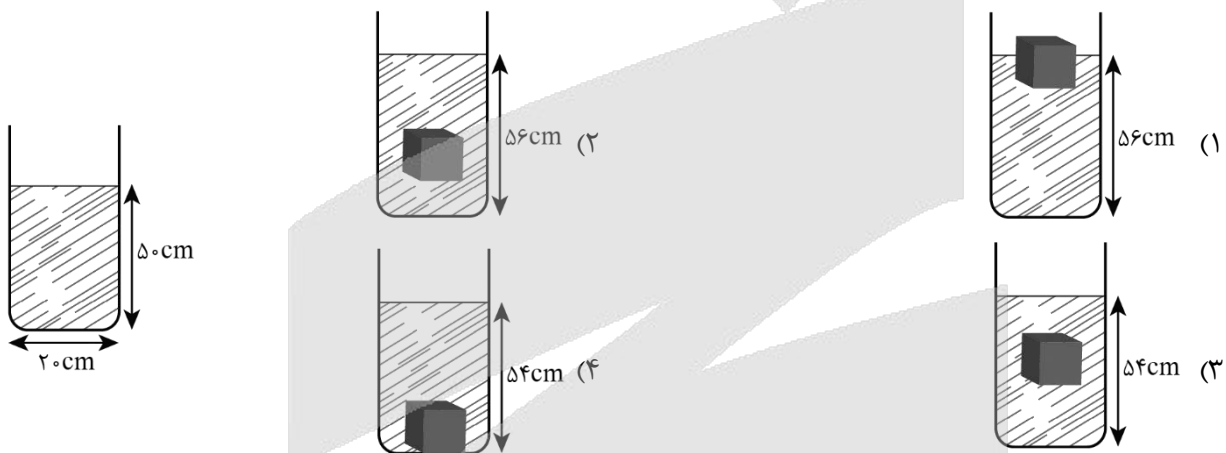
$$\text{فرومی‌بریم. چند گرم الکل از استوانه بیرون می‌ریزد؟} \left(\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- (۱) ۵۴۰ (۲) ۶۴۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۸۰۰

۵۶- مطابق شکل، درون یک ظرف استوانه‌ای به قطر مقطع ۲۰cm تا ارتفاع ۵۰cm مایع قرار دارد. جرم مایع درون ظرف

۳۰kg است. اگر یک مکعب توپر فلزی به جرم ۷/۲kg و حجم 1200 cm^3 را درون مایع بیندازیم کدام گزینه نحوه

قرارگرفتن مکعب را درون ظرف درست نشان می‌دهد؟ ($\pi \approx 3$)



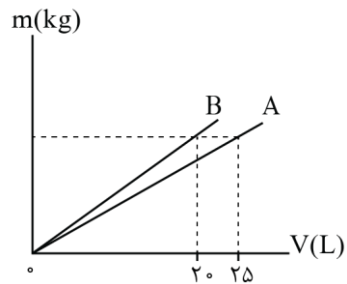
۵۷- چگالی یک قطعه آلیاژ طلا و مس $17000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است. در ۸/۵ گرم از این آلیاژ چند گرم طلای خالص وجود دارد؟

$$\left(\rho_{\text{مس}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{طلا}} = 19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

- (۱) ۵/۶ (۲) ۶/۴ (۳) ۷/۶ (۴) ۷/۸

محل انجام محاسبات

۵۸- نمودار جرم بر حسب حجم دو مایع A و B مطابق شکل زیر است. اگر با حجم یکسانی از این دو مایع، مخلوطی بسازیم که چگالی آن $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ بیش تر از چگالی مایع A باشد، چگالی مایع B چند $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است؟ (در اثر اختلاط کاهش حجم رخ نمی دهد).



(۱) ۰/۸

(۲) ۱

(۳) ۱/۲

(۴) ۱/۵

۵۹- مکعبی از فلزی با چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده و جرم آن ۸۰۰g است. اگر طول هر ضلع مکعب ۵cm باشد، چند گرم آب می توان درون حفره مکعب ریخت؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

(۴) ۷۵

(۳) ۱۲۵

(۲) ۱۰۰

(۱) ۲۵

۶۰- حدود ۷ درصد جرم بدن انسان از خون تشکیل شده است. اگر در بدن شخصی ۶ لیتر خون وجود داشته باشد، جرم شخص تقریباً چند کیلوگرم است؟ ($\rho_{\text{خون}} = 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

(۴) ۱۰۰

(۳) ۹۰

(۲) ۷۵

(۱) ۶۰

محل انجام محاسبات



فیزیک پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می توانید به صورت دلخواه، بین فیزیک دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می دهید.

۶۱- دو جسم خنثی A و B را مالش می دهیم تا دارای بار الکتریکی به بزرگی $8nC$ شوند. با توجه به سری الکتریسیته

مالشی زیر، چه تعداد از عبارت های زیر صحیح است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

انتهای مثبت سری
A B
انتهای منفی سری

الف: تعداد 5×10^{19} الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده است.

ب: اگر جسم A را به کلاهک الکتروسکوپی با بار مثبت نزدیک کنیم، فاصله ورقه های الکتروسکوپ کاهش می یابد.

پ: جسم های A و B یکدیگر را با نیروی الکتریکی می رانند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

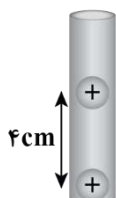
۶۲- در اتم آهن دو بار یونیده ($^{26}\text{Fe}^{2+}$)، مجموع بار الکتریکی الکترون های اطراف هسته اتم، چند برابر بار الکتریکی هسته اتم است؟

(۱) $\frac{1}{13}$ (۲) $\frac{12}{13}$ (۳) $-\frac{12}{13}$ (۴) $-\frac{1}{13}$

۶۳- فاصله بین دو بار الکتریکی، چند درصد و چگونه تغییر کند تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آنها ۳۶ درصد کاهش یابد؟

(۱) ۲۵ درصد افزایش (۲) ۲۵ درصد کاهش
(۳) ۲۰ درصد افزایش (۴) ۲۰ درصد کاهش

۶۴- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $9/0g$ و بار یکسان مثبت q در فاصله $4cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. اختلاف تعداد الکترون ها و پروتون های هر گوی چقدر است؟



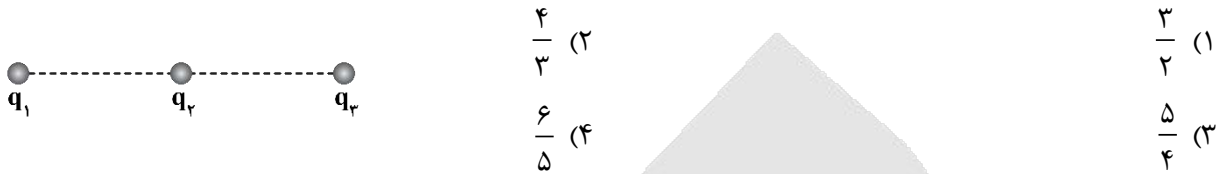
($e = 1/6 \times 10^{-19} C$, $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $6/25 \times 10^{11}$ (۲) $6/25 \times 10^{11}$
(۳) $2/5 \times 10^{11}$ (۴) $2/5 \times 10^{11}$

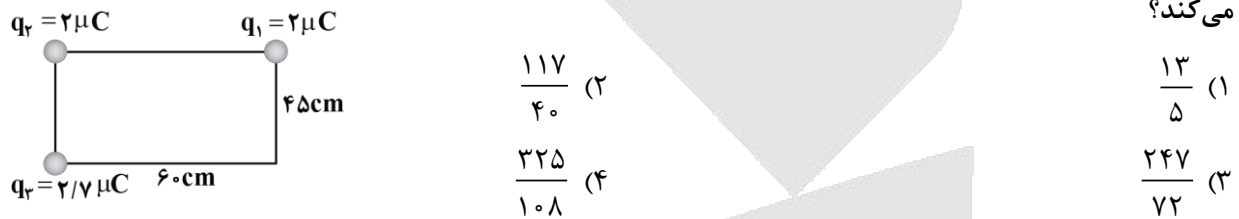
محل انجام محاسبات



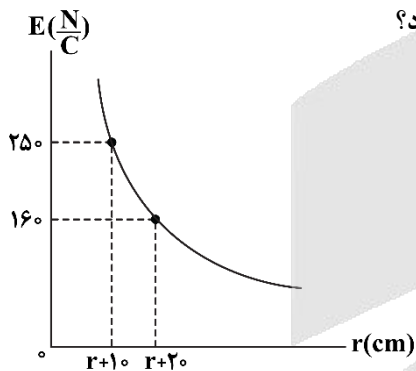
۶۵- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 8 \mu C$ ، $q_2 = -10 \mu C$ و $q_3 = 4 \mu C$ مطابق شکل زیر، بر روی یک خط، ثابت شده‌اند. اگر علامت بار q_2 تغییر کند، اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_3 چند برابر می‌شود؟ (بار q_2 وسط بارهای q_1 و q_3 قرار دارد.)



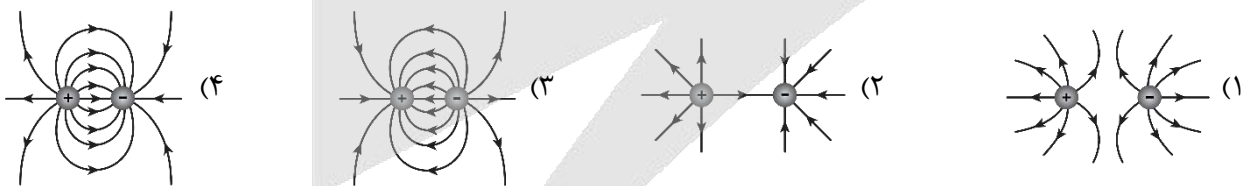
۶۶- در مستطیل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 چند برابر نیروی الکتریکی‌ای است که بار q_3 بر q_1 وارد می‌کند؟



۶۷- نمودار بزرگی میدان الکتریکی بر حسب فاصله در اطراف یک ذره باردار مطابق شکل زیر است. اگر بار $q' = 9 \mu C$ در فاصله $\frac{r}{4}$ از این بار قرار گیرد، چه نیرویی بر حسب نیوتون به آن وارد می‌شود؟



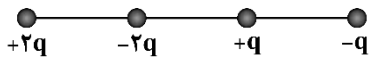
۶۸- در شکل‌های زیر، اندازه دو بار، یکسان ولی علامت آن‌ها مخالف هم است. کدام آرایش خطوط میدان الکتریکی صحیح است؟



محل انجام محاسبات

۶۹- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی در مکان‌های خود ثابت نگه داشته شده‌اند و فاصله بارهای مجاور از یکدیگر برابر است. بر یکی از بارها بیش‌ترین نیروی الکتریکی خالص ($F_{\max}$) و بر یکی دیگر از بارها، کم‌ترین نیروی الکتریکی خالص

($F_{\min}$) وارد می‌شود. اندازه نسبت این دو نیرو ($\frac{F_{\max}}{F_{\min}}$) کدام است؟



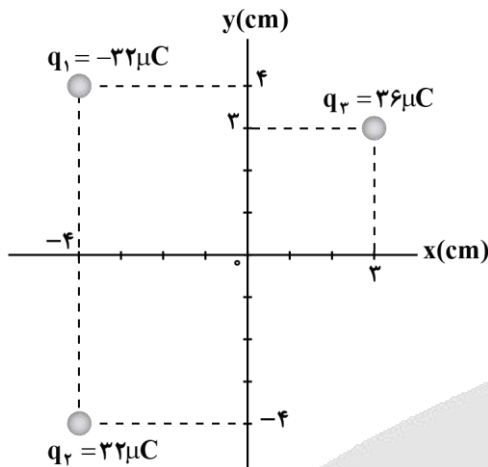
(۴) $\frac{67}{9}$

(۳) $\frac{67}{5}$

(۲) $\frac{65}{9}$

(۱) $\frac{65}{6}$

۷۰- مطابق شکل، سه بار الکتریکی در صفحه مختصات قرار دارند. میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات چند واحد



SI است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۱) $9\sqrt{2} \times 10^7 \vec{i}$

(۲) $-9\sqrt{2} \times 10^7 \vec{i}$

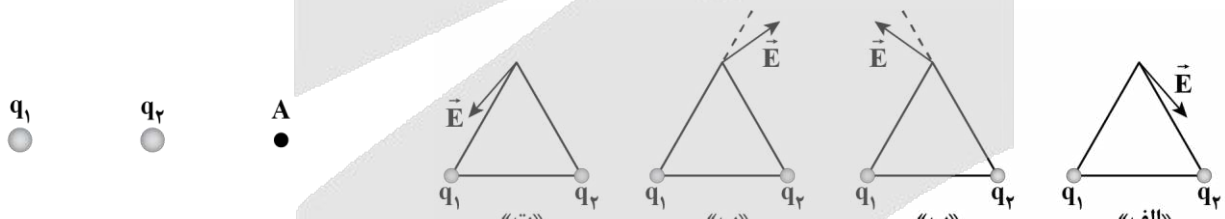
(۳) $9 \times 10^7 \vec{i}$

(۴) $-9 \times 10^7 \vec{i}$

۷۱- مطابق شکل، دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در جای خود ثابت نگه داشته شده‌اند و میدان الکتریکی خالص آن‌ها در نقطه

A برابر با صفر است. اگر این دو بار را مطابق شکل‌های «الف» تا «ت» در دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دهیم،

کدام شکل‌ها می‌توانند میدان الکتریکی خالص را در رأس سوم مثلث به‌درستی نشان دهند؟



(۴) «ب» و «ت»

(۳) «الف» و «پ»

(۲) «پ» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

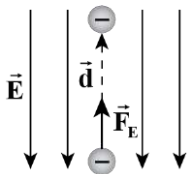
محل انجام محاسبات



۷۲- یک ذره آلفا به جرم $6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ درون یک میدان الکتریکی به بزرگی $\frac{3}{3} \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ رها می شود. بزرگی شتابی که این ذره تحت تأثیر میدان الکتریکی می گیرد، چند واحد SI است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$) و ذره آلفا از جنس هسته ${}^4_2\text{He}$ است.)

- (۱) $1/6 \times 10^{12}$ (۲) $3/2 \times 10^{12}$ (۳) $1/6 \times 10^{11}$ (۴) $3/2 \times 10^{11}$

۷۳- مطابق شکل زیر، در نتیجه برخورد پرتوهای کیهانی با مولکول های هوا، الکترون هایی از این مولکول ها کنده می شوند. در نزدیکی سطح زمین، میدان الکتریکی با بزرگی $250 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و جهت رو به پایین وجود دارد. اگر یکی از این الکترون ها، تحت تأثیر این میدان 2 km رو به بالا جابه جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می کند؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



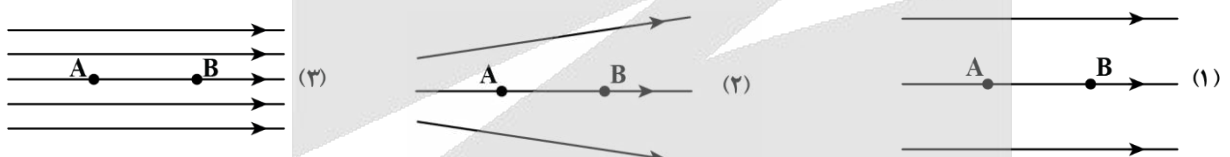
(۱) 8×10^{-14} ژول کاهش می یابد.

(۲) 8×10^{-14} ژول افزایش می یابد.

(۳) 4×10^{-13} ژول کاهش می یابد.

(۴) 4×10^{-13} ژول افزایش می یابد.

۷۴- در سه شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی نمایش داده شده است. در هر شکل، الکترونی از نقطه A با سرعت v پرتاب می شود تا به نقطه B برسد (طول AB در هر سه شکل، یکسان است). تندی الکترون در نقطه B در کدام شکل بیش تر است؟



(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) در هر سه شکل یکسان است.

(۳) ۳

محل انجام محاسبات

۷۵- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد یک رسانای منزوی باردار در حال تعادل، نادرست است؟

(۱) پتانسیل الکتریکی همه نقاط آن یکسان است.

(۲) میدان الکتریکی درون آن صفر است.

(۳) تجمع بارهای الکتریکی در نقاط نوک‌تیز آن بیش‌تر است.

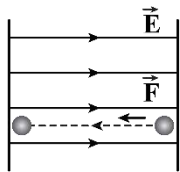
(۴) بار الکتریکی به‌طور یکنواخت درون و روی آن توزیع می‌شود.

۷۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم 20g و بار $+5\mu\text{C}$ را با نیروی $F = 0.4\text{N}$ از حال سکون از صفحه منفی در خلاف

جهت خطوط میدان الکتریکی به حرکت درآورده و پس از 50ms آن را به صفحه مقابل می‌رسانیم. اگر تندی ذره در

لحظه‌ای که به صفحه دارای بار مثبت می‌رسد $5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه با صرف‌نظر از نیروی

وزن وارد بر ذره چند ولت است؟



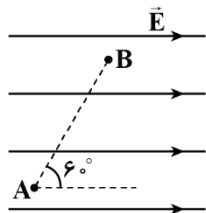
(۲) ۱۰۰۰

(۱) ۵۰۰

(۴) $\frac{250}{3}$

(۳) $\frac{1000}{6}$

۷۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت $E = 3000\frac{\text{N}}{\text{C}}$ و فاصله AB برابر با 4cm است. اگر پتانسیل نقاط A و B را



به‌ترتیب با V_A و V_B نشان دهیم، $V_A - V_B$ چند ولت است؟

(۲) -۶۰

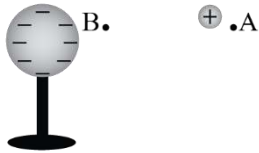
(۱) ۶۰

(۴) -۱۲۰

(۳) ۱۲۰

محل انجام محاسبات

۷۸- در شکل زیر، ذره باردار مثبت و کوچکی را توسط یک نیروی خارجی با تندی ثابت از نقطه A به سمت کره باردار که روی پایه عایق قرار دارد، نزدیک می‌کنیم. در این جابه‌جایی، کار نیروی خارجی بوده، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار یافته و پتانسیل الکتریکی نقطه B از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.



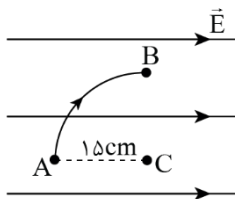
(۱) مثبت - افزایش - بیش‌تر

(۲) مثبت - کاهش - کم‌تر

(۳) منفی - افزایش - کم‌تر

(۴) منفی - کاهش - کم‌تر

۷۹- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $\frac{N}{C} \times 10^3$ ، طی یک مسیر ربع دایره‌ای به شعاع ۱۵cm، از نقطه A به B حرکت می‌کنیم. پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) $750\sqrt{2}$ ولت افزایش می‌یابد.

(۲) $750\sqrt{2}$ ولت کاهش می‌یابد.

(۳) 750 ولت افزایش می‌یابد.

(۴) 750 ولت کاهش می‌یابد.

۸۰- فرض کنید ماهواره‌ای در اثر عبور از یکی از لایه‌های جو دارای بار الکتریکی ۱۲ نانوکولن شود. این ماهواره، مکعبی به ضلع ۴۰cm است. چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این ماهواره چند واحد SI است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود.)

(۴) $1/25 \times 10^{-8}$

(۳) $1/25 \times 10^{-7}$

(۲) $7/5 \times 10^{-8}$

(۱) $7/5 \times 10^{-7}$

محل انجام محاسبات



شیمی پایه دهم (۲۰ سؤال) - شما می‌توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می‌دهید.

۸۱- در یک نمونه منیزیم که از کنار هم قرار گرفتن ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر تشکیل شده است، جرم اتمی میانگین برابر با $25/2 \text{ amu}$ است. اگر فراوانی ایزوتوپ ^{25}Mg در این نمونه برابر با ۵۰ درصد باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{24}Mg در نمونه مورد نظر کدام است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۸۲- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- اورانیم، نخستین عنصری است که در واکنش گاه هسته‌ای توسط بشر تولید شد.
- در هنگام تزریق گلوکز پرتوزا به بدن، ذرات این ماده در توده سرطانی تجمع پیدا می‌کنند.
- یکی از رادیوایزوتوپ‌هایی که در ایران تولید می‌شود، عنصری از دسته p جدول تناوبی است.
- به دلیل حضور مقدار فراوان رادیوایزوتوپ‌ها در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می‌شوند، سیگاری هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) عناصر سبک‌تر مانند لیتیم، عناصر سنگین‌تر مانند آهن، طلا و کربن را به وجود می‌آورند.
- (۲) فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری، نخستین عنصری است که پس از مه‌بانگ به وجود آمده است.
- (۳) در جدول دوره‌ای، خانه مربوط به عنصر منیزیم همانند عنصر هیدروژن، جایگاه ۳ ایزوتوپ طبیعی است.
- (۴) پاسخ به پرسش چگونگی شکل‌گیری جهان کنونی، برخلاف به وجود آمدن هستی، در قلمرو علم تجربی می‌گنجد.

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - در پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، شمار الکترون و نوترون یکسان است.
- ب - به طور کلی، اندازه سیاره‌های گازی از سیاره‌های سنگی، بزرگ‌تر است.
- ج - تفاوت عدد جرمی و شمار نوترون‌ها، در همه ایزوتوپ‌های یک عنصر، یکسان است.
- د - همه ایزوتوپ‌های یک عنصر، شمار الکترون و پروتون برابر و خواص شیمیایی و فیزیکی مشابهی دارند.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «الف» و «د»

۸۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - هنگام عکس‌برداری از دندان‌ها در رادیولوژی، به کمک پوشش‌های آهنی از غده تیروئید در برابر پرتوهای خطرناک محافظت می‌شود.

ب - یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید آن را جذب می‌کند.

ج - نیم‌عمر تکنسیم کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تولید و نگهداری کرد.

د - بافت‌های سرطانی، در حضور گلوکزهای پرتوزا، گلوکز معمولی را جذب نمی‌کنند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «د» (۴) «ب» و «ج»

محل انجام محاسبات

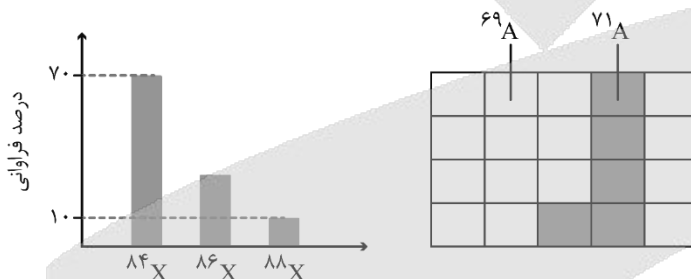
۸۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) سبک‌ترین رادیوایزوتوپ ساختگی هیدروژن، دارای ۵ ذره زیراتمی است.
- (۲) اغلب عناصری که دارای نسبت شمار پروتون به نوترون کمتر از ۰/۶۶ هستند، پایدار می‌باشند.
- (۳) ترکیب درصد مواد سازنده سیاره مشتری، نسبت به سیاره زمین، تشابه بیشتری به ستاره خورشید دارد.
- (۴) نماد شیمیایی دومین عنصر فراوان سیاره مشتری، همانند فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین، از ۲ حرف انگلیسی تشکیل شده است.

۸۷- در نمونه‌ای حاوی ۱۰۰ اتم لیتیم، فراوانی ایزوتوپ پایدارتر، ۲۴ برابر ایزوتوپ دیگر است. در این نمونه، چه تعداد نوترون وجود دارد؟

- (۱) ۳۰۴ (۲) ۳۰۲ (۳) ۳۹۴ (۴) ۳۹۶

۸۸- با توجه به شکل‌های زیر که فراوانی ایزوتوپ‌های عناصر A و X را در نمونه‌هایی فرضی نشان می‌دهد، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- (۱) درصد فراوانی ایزوتوپ ^{86}X با ^{71}A برابر است.
 - (۲) اختلاف درصد فراوانی دو ایزوتوپ عنصر A، برابر با درصد فراوانی ^{84}X است.
 - (۳) اگر عدد اتمی عنصر A برابر با ۳۱ باشد، در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از آن، ۳۸۵۰ نوترون وجود دارد.
 - (۴) فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر لیتیم، همانند فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر A، نوترون کمتری نسبت به ایزوتوپ دیگر دارد.
- ۸۹- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) عناصر به ترتیب افزایش جرم اتمی در ۱۸ گروه و ۷ دوره مرتب شده‌اند.
 - (۲) بار الکتریکی نسبی ذرات زیر اتمی، در سمت چپ و بالای نماد آن‌ها نوشته می‌شود.
 - (۳) مجموع جرم ذرات زیر اتمی در سبک‌ترین عنصر طبیعت، در حدود $1/08 amu$ است.
 - (۴) اتم‌ها بسیار ریزند به طوری که نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده و اندازه‌گیری کرد.
- ۹۰- عنصر S، دارای سه ایزوتوپ است که در هسته آن‌ها به ترتیب ۱۶، ۱۷ و ۱۸ نوترون وجود دارد. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر برابر با $32/1 amu$ بوده و درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ آن برابر با ۴/۵٪ باشد، درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ این عنصر کدام است؟

- (۱) ۶۲/۵ (۲) ۶۵/۲ (۳) ۹۴/۵ (۴) ۹۵/۴

۹۱- اختلاف عدد اتمی سومین عنصر دوره دوم با سومین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای، کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

محل انجام محاسبات



۹۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) عدد اتمی بیشتر عناصر دوره سوم، با شماره گروه آن‌ها، برابر است.
- (۲) در هر خانه جدول دوره‌ای، عدد اتمی، نماد شیمیایی و عدد جرمی عنصر مربوطه نوشته می‌شود.
- (۳) نخستین عنصری که در راکتور هسته‌ای ساخته شد، در دوره پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد.
- (۴) واکنش‌دهنده‌های مصرف شده در راکتورهای اتمی، همانند پسماندهای تولید شده از آن‌ها، خاصیت پرتوزایی دارند.

۹۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) شش گروه از گروه‌های جدول دوره‌ای، دارای شش عنصر هستند.
 - (۲) در حدود ۷۰٪ از عناصر جدول دوره‌ای، در ۳ دوره آخر آن، قرار دارند.
 - (۳) مجموع شمار عناصر گروه‌های ۱ و ۲، با عدد اتمی سومین عنصر دوره سوم، برابر است.
 - (۴) مجموع شمار عناصر گروه‌های ۷ عنصری جدول دوره‌ای، با شمار عناصر دوره چهارم جدول دوره‌ای، برابر است.
- ۹۴- در نمونه‌ای از $^{10}_5B$ ، دو نوع ایزوتوپ $^{10}_5B$ و $^{11}_5B$ وجود دارد. اگر فراوانی ایزوتوپ $^{11}_5B$ ، ۴ برابر ایزوتوپ $^{10}_5B$ باشد، کدام یک از مطالب زیر، در مورد این نمونه، درست است؟

- (۱) مجموع جرم ذرات زیر اتمی که در سمت چپ و بالای نماد خود دارای عدد ۱ هستند، در حدود $100 amu$ است.
- (۲) در مجموع ۵۰ ذره زیر اتمی با جرم $1/0.87 amu$ وجود دارد.
- (۳) مجموع جرم الکترون‌ها، در حدود $\frac{1}{4}$ جرم یک پروتون است.
- (۴) جرم اتمی میانگین آن برابر با $10.7 amu$ است.

۹۵- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) نوری که از ستاره‌ها به ما می‌رسد، اجزای سازنده و دمای آن‌ها را نشان می‌دهد.
 - (۲) چشم ما، تنها گستره محدودی از نور که دارای طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است را می‌بیند.
 - (۳) از تغییر رنگ شعله بر اثر پاشیدن محلول یک نمک، می‌توان به نوع عنصر فلزی موجود در آن، پی برد.
 - (۴) هنگامی که شعله گاز، به رنگ آبی باشد، دمای پایین‌تری نسبت به هنگامی که به رنگ زرد است، دارد.
- ۹۶- در نمونه‌ای طبیعی از عنصر کربن، شمار نوترون‌ها ۱۲۰ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. اگر جرم اتمی میانگین در این نمونه، برابر با $12.01 amu$ باشد، شمار ایزوتوپ‌های پایدارتر، کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

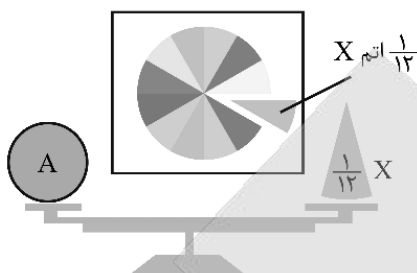
۹۷- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - مول، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه به‌شمار می‌رود.
- ب - هر اتم از فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری، جرمی در حدود $\frac{1}{N_A}$ گرم دارد.
- ج - اتم کربن و اتم برم (^{79}Br)، در واکنش با فلزها، آنیونی با بار مشابه تشکیل می‌دهند.
- د - هر چه عنصری جرم مولی بیشتری داشته باشد، شمار اتم‌ها در هر مول از آن نیز، بیشتر است.

- (۱) «الف» و «د» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ج» و «د»

محل انجام محاسبات

۹۸- شکل زیر، الگویی برای نمایش واحد جرم اتمی است. اگر اتم X به عنوان مقیاسی برای اندازه گیری جرم سایر اتمها در نظر گرفته شود، کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر A نمی تواند درست باشد؟ (عدد جرمی را با جرم اتمی برابر در نظر بگیرید.)



- (۱) اگر اتم X ، عنصر ${}^6\text{Li}$ باشد، اتم A می تواند عنصر ${}^1\text{H}$ باشد.
- (۲) اگر اتم X ، عنصر ${}^{24}\text{Mg}$ باشد، اتم A می تواند عنصر ${}^2\text{H}$ باشد.
- (۳) اگر اتم X ، عنصر ${}^{48}\text{Ti}$ باشد، اتم A می تواند عنصر ${}^4\text{He}$ باشد.
- (۴) اگر اتم X ، عنصر ${}^{72}\text{Ge}$ باشد، اتم A می تواند عنصر ${}^6\text{Li}$ باشد.

۹۹- کدام یک از مطالب زیر، در مورد فلز مس درست است؟

- (۱) طول موج پرتو حاصل از رنگ شعله آن، در حدود ۷۰۰ نانومتر است.
- (۲) پرتو حاصل از شعله آن، انرژی کمتری نسبت به پرتو حاصل از شعله سدیم نیترات دارد.
- (۳) اگر طول موج پرتو حاصل از شعله آن را، ۱۰ برابر کنیم، پرتویی از دسته ریزموجها به دست می آید.
- (۴) اگر عدد اتمی آن، ۲۹ باشد، با چهارمین گاز نجیب جدول دوره ای و اولین عنصر گروه سوم، هم دوره است.

۱۰۰- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟ ($0 = 16: g.mol^{-1}$)

- (۱) جرم هر اتم ${}^{12}\text{C}$ ، برابر با ۱۲ گرم است.
- (۲) دقت اندازه گیری یک ترازوی زرگری، 10^3 برابر دقت اندازه گیری یک باسکول تنی است.
- (۳) تعداد اتمهای هیدروژن موجود در یک مول SiH_4 ، با تعداد اتمهای اکسیژن در یک مول SO_2 برابر است.
- (۴) در نمونه ای به جرم یکسان از دو گاز O_2 و O_3 ، شمار مولکولهای O_2 ، $1/5$ برابر شمار مولکولهای O_3 است.

محل انجام محاسبات



شیمی پایه یازدهم (۲۰ سؤال) - شما می توانید به صورت دلخواه، بین شیمی دهم یا یازدهم، سؤالات یک پایه را به دلخواه پاسخ دهید. در هر دو حالت، به تعداد سؤالات یکسانی پاسخ می دهید.

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) منیزیم در مقایسه با سدیم خاصیت فلزی کمتری داشته و با شدت کمتری با کلر واکنش می دهد.
 - (۲) عنصر Cr تنها عنصری از تناوب چهارم است که در آرایش الکترونی آن دو زیرلایه نیمه پر دارد.
 - (۳) سه عنصر نخستین که در گروه چهاردهم قرار می گیرند، در حالت جامد رسانایی الکتریکی بالایی دارند.
 - (۴) گاز کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش داده و خاصیت نافلزی آن کمتر از فلوئور است.
- ۱۰۲- چند درصد از عناصر اصلی که $n + l$ برای بیرونی ترین زیرلایه الکترونی آن ها برابر با ۴ است، در حالت جامد سطحی صیقلی داشته و چکش خوار هستند؟

(۱) ۶۲/۵ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۳۷/۵

- ۱۰۳- از واکنش ترمیت برای جوشکاری ریل های قطار استفاده می شود. اگر مجموع جرم فراورده های تولید شده در این واکنش برابر با ۹۶/۳ گرم باشد، جرم فلز مصرف شده در آن برابر با چند گرم خواهد بود؟
- ($Fe = 56, Al = 27, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۸/۱ (۲) ۵۰/۴ (۳) ۲۴/۳ (۴) ۱۶/۸

- ۱۰۴- از واکنش موازنه نشده $LiOH(s) + CO_2(g) \rightarrow Li_2CO_3(s) + H_2O(g)$ برای جذب گاز CO_2 تولید شده در فضاپیماها استفاده می شود. اگر درصد خلوص لیتیم هیدروکسید مصرف شده برابر با ۶۰٪ باشد، برای جذب ۲۰۱/۶ لیتر گاز CO_2 در شرایط استاندارد، به چند گرم از این ماده نیاز است و طی این فرایند، چند گرم بخار آب تولید می شود؟ ($O = 16, Li = 7, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۶۲ - ۳۶۰ (۲) ۳۲۴ - ۳۶۰ (۳) ۱۶۲ - ۷۲۰ (۴) ۳۲۴ - ۷۲۰

- ۱۰۵- تفاوت جرم واکنش دهنده های مصرف شده در واکنش میان آهن (III) اکسید و فلز سدیم برابر با ۴۹/۵ گرم است. از آهن تولید شده در این فرایند برای تولید چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۸۴٪ است، می توان استفاده کرد؟ ($Fe = 56, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۲۲۵ (۲) ۱۵۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۳۰۰

۱۰۶- چند مورد از عبارت های زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول دوره ای درست است؟

- الف - شمار عناصر نافلزی موجود در تناوب سوم، دو برابر شمار عناصر شبه فلزی موجود در گروه چهاردهم است.
- ب - از میان همه عناصر موجود در جدول تناوبی، فقط برخی از عناصر نافلزی به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
- ج - سدیم یک فلز قلیایی بوده و به هنگام واکنش آن با گاز کلر، نور زرد رنگ از سامانه واکنش گسیل می شود.
- د - سدیم در مقایسه با آلومینیم شعاع اتمی بزرگ تری داشته و برخلاف آلومینیم، یک فلز واکنش پذیر است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- الف - زیرلایه‌هایی که آرایش الکترونی عناصر موجود در تناوب چهارم به آن‌ها ختم می‌شود، مقدار $n + l$ برابری دارند.
 ب - شماره گروه دو عنصر از دوره دوم که کمترین واکنش‌پذیری را در این دوره دارند، ۴ واحد با یکدیگر تفاوت دارد.
 ج - در عنصری از تناوب چهارم که با Hg هم‌گروه است، شمار الکترون‌هایی با $l = 2$ و $n = 2$ با هم برابر است.
 د - در چهار مورد از عناصر تناوب چهارم، همانند دو مورد از عناصر تناوب سوم، زیرلایه تک‌الکترونی وجود دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۸- اگر دو واکنش زیر، انجام‌پذیر باشد، کدام مطلب درست است؟ (عناصر A ، X و M ، همگی فلز هستند).



(۱) کاتیون X^+ پایدارتر از M^{2+} است.

(۲) واکنش $MO + A \rightarrow \dots$ انجام‌پذیر است.

(۳) استخراج فلز A دشوارتر از استخراج فلز X است.

(۴) اگر X فلز اصلی باشد، M نمی‌تواند فلز مس باشد.

۱۰۹- یک تیغه $30/6$ گرمی منیزیم را وارد 150 میلی لیتر محلول نقره نیترات می‌کنیم. اگر پس از انجام واکنش درصد جرمی نقره در تیغه 25% باشد، محلول نقره نیترات اولیه چند مولار بوده است؟ (75% درصد از ذرات نقره بر روی سطح تیغه نشسته است).

($Ag = 108$ و $Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

(۱) $1/2$ (۲) $0/8$ (۳) $0/6$ (۴) $0/4$

۱۱۰- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر، چند گرم کلسیم هیدروژن کربنات با خلوص 80% لازم است تا $4/4$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $2 g.L^{-1}$ تشکیل شود و نیتریک اسید مصرفی، هم‌ارز با چند لیتر محلول $3150 ppm$ (با چگالی $1 g.mL^{-1}$) از این اسید است؟

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Ca = 40 : g.mol^{-1}$)



(۱) $18/5 - 2$ (۲) $20/25 - 2$ (۳) $18/5 - 4$ (۴) $20/25 - 4$

۱۱۱- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- (۱) در دوره سوم جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی بین فلزها از نافلزها بیشتر است.
 (۲) سومین عنصر گروه ۱۴ جدول تناوبی، برخلاف چهارمین عنصر این گروه، در اثر ضربه خرد می‌شود.
 (۳) $62/5$ درصد از کل عناصر موجود در دوره سوم جدول تناوبی امروزی، در حالت جامد رسانایی گرمایی ندارند.
 (۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب یونی حاصل از واکنش نافلز مایع دوره چهارم با اولین فلز دسته p برابر ۳ است.



۱۱۲- کدام یک از مقایسه‌های زیر درست‌اند؟

الف - شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب با هیدروژن: $Cl > S$

ب - رسانایی الکتریکی یک نمونه از ماده مورد نظر در حالت جامد: $ید < ژرمانیم$

ج - خصلت نافلزی اتم‌های سازنده: ${}_{34}Se > {}_{33}As$

د - گشتاور دوقطبی مولکول: $SeO_2 > CO_2$

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ج» و «د» (۴) «ب» و «ج»

۱۱۳- در گروه هالوژن‌ها، با حرکت از سمت پایین به بالا در جدول تناوبی، چند مورد از ویژگی‌های زیر کاهش پیدا می‌کند؟

- تمایل به تشکیل یون هالید

- تعداد ذره زیر اتمی با نماد $+x$

- مقدار $n + l$ بیرونی‌ترین زیرلایه

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۴- از تخمیر بی‌هوازی گلوکز، برای تولید اتانول استفاده می‌شود. اگر مقدار اتانول تولید شده طی تخمیر $337/5$ گرم

گلوکز، برابر با 150 میلی‌لیتر و درصد خلوص اتانول تولید شده برابر با 92% باشد، بازده درصدی واکنش موردنظر کدام

است؟ (چگالی اتانول ناخالص تولید شده را $1g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید؛ $g.mol^{-1} : H = 1, C = 12, O = 16$)

(۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) تمام عناصر موجود در طبیعت تا به امروز شناسایی و کشف شده‌اند.

(۲) پیشرفت صنعت الکترونیک بر شناخت ویژگی‌ها و دسترسی به فلزها متکی است.

(۳) تشکیل رسوب و خروج گاز از سامانه واکنش، نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند.

(۴) انسان‌ها پیش از استخراج فلزها از مواد طبیعی مانند چوب و سنگ استفاده می‌کردند.

۱۱۶- کدام یک از ویژگی‌های زیر میان دو عنصر کربن و گوگرد یکسان نیست؟

(۱) حالت فیزیکی و سطح کدر آنها در دمای اتاق

(۲) به دست آوردن الکترون در واکنش با فلزها

(۳) شمار زیرلایه‌های دو الکترونی در آرایش الکترونی

(۴) تولید اسید از انحلال اکسیدهای این دو عنصر در آب

۱۱۷- با توجه به شکل مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (Te نماد یک عنصر است.)

	D	E
A		
X		Te

(۱) عنصر A بیشترین خصلت فلزی را میان عناصر مشخص شده دارد.

(۲) بار یون تک اتمی عنصر D دو برابر بار یون تک اتمی عنصر E است.

(۳) از واکنش فلز قلیایی هم دوره عنصر E با گاز کلر، نور قرمز ساطع می‌شود.

(۴) عنصر A همانند عنصر D در واکنش با اکسیژن، الکترون به اشتراک می‌گذارد.

محل انجام محاسبات

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف - هر چه عنصری در لایه ظرفیت خود، الکترون بیشتری داشته باشد، واکنش پذیری بیشتری دارد.
 ب - همه عناصر دسته s و d برخلاف برخی از عناصر دسته p ، توانایی تشکیل یون پایدار دارند.
 ج - در همه گروه های جدول تناوبی، شمار الکترون های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر هستند.
 د - همه عناصر با شمار الکترون های ظرفیت برابر، در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۹- در نمونه ای از گاز SO_3 ، اختلاف شمار اتم های اکسیژن و گوگرد برابر $10^{24} \times 1/806$ است. اگر حجم گاز اکسیژن تولید شده در تجزیه این گاز مطابق واکنش $2SO_3(g) \rightarrow 2SO_2(g) + O_2(g)$ در شرایط استاندارد $3/36$ لیتر باشد، بازده این واکنش چند درصد است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۰ (۴) ۶۰

۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد دو عنصر X و Y درست است؟

- الف - در تناوبی که عنصر X جای دارد، در هسته عنصر هم گروه با Y ، ۲۶ ذره زیراتمی باردار یافت می شود.
 ب - در بین عناصر هم دوره بعد از عنصر X ، دو عنصر نافلزی زرد رنگ در دمای اتاق یافت می شود.
 ج - عنصر X همانند عنصر زیرین خود در جدول تناوبی، شکننده بوده و سطحی صیقلی دارد.
 د - در تناوبی که عنصر Y جای دارد، هیچ عنصری به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی شود.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «ج» (۴) «ب» و «د»

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۶ مردادماه

شیمی ۱	فیزیک ۱	آمار و احتمال	ریاضی پایه
کیهان زادگاه الفبای هستی صفحه های ۱ تا ۴۶	ویژگی های فیزیکی مواد صفحه های ۲۳ تا ۵۲	آشنایی با مبانی ریاضیات + احتمال صفحه های ۲۱ تا ۴۷	معادله درجه ۲ + تابع درجه ۲ (سه می) ریاضی ۱: صفحه های ۷۰ تا ۸۲ حسابان ۱: صفحه های ۷ تا ۱۶
شیمی ۲	فیزیک ۲		هندسه ۲
قدر هدایای زمینی را بدانیم صفحه های ۲۵ تا ۵۰	الکتریسیته ساکن + جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه های ۳۲ تا ۶۱		دایره صفحه های ۲۰ تا ۳۰

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایه دهم یا یازدهم است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۳

پنجشنبه ۲ مردادماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال ۷۵ دقیقه	۱۸ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان	۱
	۱۷ دقیقه	۲۰	۱۱	۱۰	هندسه	۲
	۱۷ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	ریاضیات گسسته	۳
	۱۳ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	فیزیک	۴
	۱۰ دقیقه	۵۰	۴۱	۱۰	شیمی	۵

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

ریاضیات گسسته آشنایی با نظریه اعداد صفحه های ۱ تا ۸ سهم در کنکور: —	هندسه ۳ ماتریس و کاربردها صفحه های ۹ تا ۱۶ سهم در کنکور: —	حسابان ۲ تابع صفحه های ۱ تا ۵ سهم در کنکور: —
شیمی ۳ مولکول ها در خدمت تندرستی (تا پایان کلوئید) صفحه ۱ تا ۷ سهم در کنکور: ۱ سؤال	فیزیک ۳ حرکت بر خط راست صفحه های ۲ تا ۶ سهم در کنکور: ۱ - ۰ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

پیش خوانی ۲۵ درصد از مباحث پایه دوازدهم

پنج آزمون پیش خوانی (در هر آزمون، ۵ درصد پیشروی بیشتر)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات این دفترچه (پیش خوانی پایه دوازدهم) پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی به این دفترچه، تراز و کارنامه جدا برای مباحث پایه دوازدهم ریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیشکار



- ۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1$ طی کدام فرآیند به نمودار تابع $g(x) = x^2$ تبدیل می‌شود؟
- (۱) ۲ واحد انتقال طولی به چپ- ۳ واحد انتقال عرضی به پایین
 (۲) ۲ واحد انتقال طولی به چپ- ۳ واحد انتقال عرضی به بالا
 (۳) ۲ واحد انتقال طولی به راست- ۳ واحد انتقال عرضی به بالا
 (۴) ۲ واحد انتقال طولی به راست- ۳ واحد انتقال عرضی به پایین
- ۲- تابع با ضابطه $f(x) = 3x + 5$ را به کمک انتقال در جهت محور x ها و y ها به $g(x) = ax + b$ تبدیل کرده‌ایم. اگر نقطه $(2, 1)$ روی g باشد، b کدام است؟
- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۳ (۴) ۳
- ۳- نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۳ واحد به راست و ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل خط $y = x - 5$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟
- (۱) ۲، -۴ (۲) ۲، ۴ (۳) -۲، ۴ (۴) -۲، -۴
- ۴- توابع $y_1 = \sqrt{x}$ و $y_2 = |x|$ مفروضند، در صورتی که y_1 را ۲ واحد به سمت چپ و یک واحد بالا ببریم و y_2 را ۳ واحد به سمت راست و ۱ واحد پایین ببریم، نقاط برخورد دو تابع جدید چگونه است؟
- (۱) دو برخورد سمت راست محور y (۲) دو برخورد در دو طرف محور y
 (۳) یک برخورد سمت راست محور y (۴) برخورد ندارند
- ۵- اگر تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را سه واحد در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس یک واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال دهیم بر تابع $g(x) = (x-a)^2 + b$ منطبق می‌شود، مقدار $a+b$ کدام است؟
- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) ۴

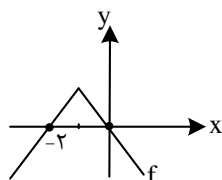
محل انجام محاسبات

- ۶- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 3x + 1$ را ۲ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۱ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال داده، سپس نسبت به محور x ها قرینه می کنیم تا تابع g حاصل شود. ضابطه $g(x)$ کدام است؟

(۱) $g(x) = x^2 + x - 2$ (۲) $g(x) = -x^2 + x + 2$

(۳) $g(x) = -x^2 + 7x - 10$ (۴) $g(x) = -x^2 + 7x - 12$

- ۷- نمودار تابع f فقط از قرینه یابی و انتقال تابع $y = |x|$ به دست آمده است. اگر f را ۲ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم مجموع صفرهای تابع به دست آمده کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

- ۸- اگر تابع خطی $f(x)$ را سه واحد به سمت x های منفی و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم از نقطه $(2, -3)$ و اگر تابع $f(x)$ را ۲ واحد به سمت x های مثبت و ۱ واحد به سمت پایین انتقال دهیم از نقطه $(-2, -15)$ می گذرد. برد تابع $f(x)$ در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟

(۱) $[-16, -8]$ (۲) $[-10, -5]$ (۳) $[-12, -6]$ (۴) $[-14, -7]$

- ۹- سهمی به معادله $f(x) = a(x-h)^2 + k$ ، محور x ها را در نقاط به طول ۴- و ۲ و محور y ها را در نقطه ای به عرض ۸ قطع می کند. سهمی را چند واحد و به کدام سمت باید انتقال دهیم تا بر محور x ها مماس باشد؟

(۱) ۹ واحد به سمت بالا (۲) ۱ واحد به سمت بالا

(۳) ۱ واحد به سمت پایین (۴) ۹ واحد به سمت پایین

- ۱۰- اگر نمودار $f(x) = |x+a|+b$ را دو واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم، تابع $g(x) = |x-b|+a$ حاصل می شود. $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

محل انجام محاسبات



۱۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست است؟

الف: هر ماتریس قطری، اسکالر است.

ب: ماتریس قطری می‌تواند برابر ماتریس صفر باشد.

پ: هر ماتریس صفر، مربعی است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲- اگر $A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ و $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A + B$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۳- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j & i < j \\ 1 & i = j \\ \left[\frac{i+j}{2} \right] & i > j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & a \\ b & m \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد، جمع درایه‌های ماتریس

$A + B$ کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۱۴- اگر r و s دو عدد حقیقی و A و B دو ماتریس هم‌مرتبه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً برقرار نیست؟

$$(r \pm s)A = rA \pm sA \quad (۱)$$

$$r(A \pm B) = rA \pm rB \quad (۱)$$

$$A = B \Rightarrow rA = rB \quad (۴)$$

$$rA = rB \Rightarrow A = B \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۱۵- چند ماتریس قطری مرتبه ۳ با درایه‌های صفر و یک وجود دارد که مجموع درایه‌های آن غیر صفر باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۶- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i+j & ; |i-j| > 1 \\ 3i-j & ; |i-j| = 1 \\ i^2-j & ; |i-j| < 1 \end{cases}$ باشد، کدام درایه در سطر سوم ماتریس A وجود ندارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۷- به ازای کدام مقدار y ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-y & z+2 \\ x-1 & z-2 \end{bmatrix}$ اسکالر است؟

- (۱) -۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۶

۱۸- مجموع درایه‌های ماتریس $\sin \alpha \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} + \cos \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۴

۱۹- اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+2b & -1 \\ b-2c & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2a-c \end{bmatrix}$ مساوی یکدیگر باشند، حاصل $a+b-c$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۰- ماتریس $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ با تعریف $a_{ij} = j-1$ مفروض است. به ازای چند مقدار n ، مجموع درایه‌های این ماتریس، عددی دو رقمی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۲۱- عکس چند گزاره از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف: اگر $4k+1$ مربع کامل باشد، آن گاه k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.

ب: برای ۳ مجموعه A ، B و C ، اگر $B=C$ باشد، آن گاه $A \cup B = A \cup C$.

پ: اگر $2^k + 1$ عدد اول باشد، آن گاه k را می‌توان به صورت $k=2^n$ ($n \in \mathbb{N}$) نوشت.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- اگر α و β اعدادی گنگ و $\alpha+\beta$ گویا باشد، $2\alpha+3\beta$ عددی و $\alpha-\beta$ عددی است.

(۱) گنگ - گنگ (۲) گنگ - می‌تواند گنگ یا گویا باشد.

(۳) می‌تواند گنگ یا گویا باشد - می‌تواند گنگ یا گویا باشد. (۴) گنگ - گویا

۲۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

الف: هر عدد را که بتوان به صورت $6k \pm 1$ ($k \in \mathbb{Z}$) نوشت، عددی اول است.

ب: مجموع دو عدد گنگ مثبت، همواره عددی گنگ است.

پ: دو گزاره « k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است» و « $4k+1$ مربع کامل است» هم‌ارز هستند. ($k \in \mathbb{N}$)

ت: میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن‌ها کمتر نیست.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۴- در اثبات عبارت $x^2 + y^2 + xy + 1 \geq x + y$ به کمک گزاره‌های هم‌ارز، به کدام رابطه همیشه درست زیر می‌رسیم؟

(۱) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ (۲) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$

(۳) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$ (۴) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$

محل انجام محاسبات

۲۵- اگر x و y اعدادی صحیح باشند، چند زوج مرتب مانند (x, y) در رابطه $(x-y)^2 = 45xy$ صدق می کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۶- برای اثبات درستی گزاره «اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab=0$ ، آن گاه $a=0$ یا $b=0$ » گفتیم اگر $a \neq 0$ باشد، $b=0$ است. این استدلال چه نوع اثباتی است؟

- (۱) برهان خلف (۲) مثال نقض
(۳) بازگشتی (۴) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت ها
- ۲۷- a و b دو عدد گنگ متمایز هستند به طوری که $a-b$ گویا می باشد. کدام عدد همواره گویا است؟

- (۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $a+b$ (۳) $a^2 - b^2$ (۴) $\frac{1}{(a+b)^2 - 4ab}$

۲۸- اگر A, B و C سه مجموعه دلخواه باشند، آن گاه گزاره $A=B$ با کدام یک از گزاره های زیر هم ارز است؟

- (۱) $A \cap C = B \cap C$ (۲) $A - C = B - C$ (۳) $A \cap B = A$ (۴) $A \cup B = A \cap B$

۲۹- اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه حداکثر مقدار n برای این که نامساوی $(a+b)(\frac{4}{a} + \frac{4}{b}) \geq n$ همواره برقرار باشد، کدام است؟

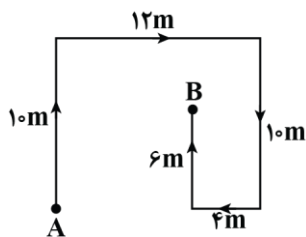
- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۳۰- اگر میانگین ۱۱ عدد طبیعی متوالی مضرب ۳ باشد، آن گاه چه تعداد از میان این ۱۱ عدد، مضرب ۳ هستند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۱- متحرکی مسیر A تا B را مطابق شکل زیر می‌پیماید. بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط این متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟

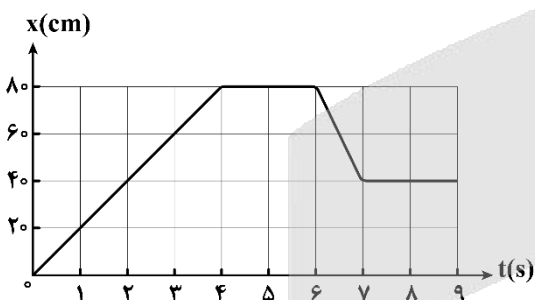


- (۱) ۴۲، ۱۰
(۲) ۴۰، ۱۰
(۳) ۴۲، ۱۴
(۴) ۴۰، ۱۴

۳۲- متحرکی ابتدا بدون تغییر جهت در مدت ۴s در جهت محور x از نقطه A تا نقطه B حرکت می‌کند، سپس در نقطه B تغییر جهت می‌دهد و در مدت ۴s تا نقطه C بازمی‌گردد. اگر سرعت متوسط و تندی متوسط آن در این مسیر به ترتیب $\vec{i}(\frac{8}{s})$ و $\frac{12}{s}m$ باشد، فاصله AB چند متر است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۸۰ (۳) ۹۶ (۴) ۱۶

۳۳- شکل زیر، نمودار مکان - زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کند. در بازه زمانی صفر تا ۹s چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این حرکت نادرست است؟



الف: در مجموع به مدت ۴s مورچه ایستاده است.

ب: در لحظات $\frac{2}{5}s$ و $\frac{6}{5}s$ فاصله مورچه از مبدأ برابر 50 سانتی‌متر است.

پ: مدت زمانی که مورچه در جهت محور x حرکت کرده، بیش‌تر از مدت زمانی است که سرعت مورچه در خلاف جهت محور x بوده است.

ت: حداکثر به مدت ۴s اندازه سرعت متوسط مورچه با تندی متوسط آن برابر است.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۴- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 2t^2 + 3t - 14$ است. بزرگی اختلاف اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم و ۲ ثانیه سوم حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۳۵- شکل زیر، نشان دهنده کفش دوزکی است که بر روی محور x حرکت می کند و در لحظه های $t_1 = 0$ و $t_2 = 35s$ به ترتیب از مکان های $x_1 = -16cm$ و $x_2 = 33cm$ می گذرد. در این بازه زمانی، سرعت متوسط این کفش دوزک کدام است؟

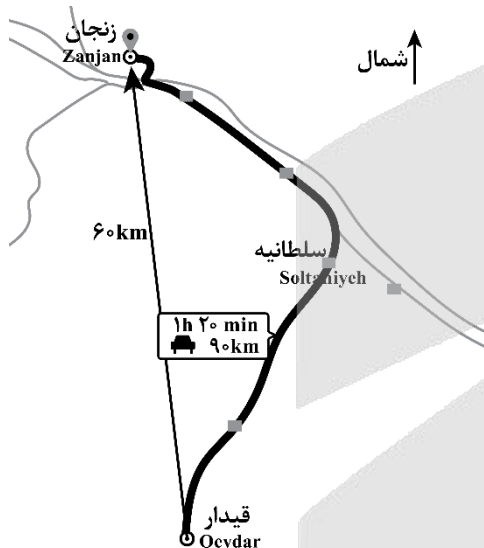


- (۱) $(\frac{1}{4} \frac{m}{s}) \vec{i}$ (۲) $(-\frac{1}{4} \frac{m}{s}) \vec{i}$ (۳) $(-\frac{1}{4} \frac{cm}{s}) \vec{i}$ (۴) $(\frac{1}{4} \frac{cm}{s}) \vec{i}$

۳۶- متحرکی در راستای محور x در حال حرکت بوده و در لحظه های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب در مکان های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -18m$ قرار دارد. اگر در این مدت، متحرک فقط یک بار تغییر جهت داده و تندی متوسط آن، ۵۰ درصد بیش تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، در لحظه تغییر جهت حرکت، بردار مکان متحرک کدام است؟

- (۱) $(7m) \vec{i}$ یا $(-23m) \vec{i}$ (۲) $(7m) \vec{i}$ یا $(23m) \vec{i}$
(۳) $(-7m) \vec{i}$ یا $(-23m) \vec{i}$ (۴) $(-7m) \vec{i}$ یا $(23m) \vec{i}$

۳۷- متحرکی مطابق مسیر نشان داده شده از شهر قیدار به شهر زنجان رفته است. اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۶/۲۵
(۲) ۲۲/۵
(۳) ۱۲/۵
(۴) ۴۵

محل انجام محاسبات



۳۸- دو متحرک به طور هم زمان بر روی محور x ، از مبدأ مکان شروع به حرکت می کنند. سرعت متوسط متحرک A در ۲ ثانیه اول و دوم حرکت به ترتیب $(8 \frac{m}{s})\vec{i}$ و $(-3 \frac{m}{s})\vec{i}$ است و سرعت متوسط متحرک B در این دو بازه زمانی به ترتیب $(-4 \frac{m}{s})\vec{i}$ و $(-6 \frac{m}{s})\vec{i}$ است. فاصله دو متحرک در لحظه $t = 4s$ چند متر است؟

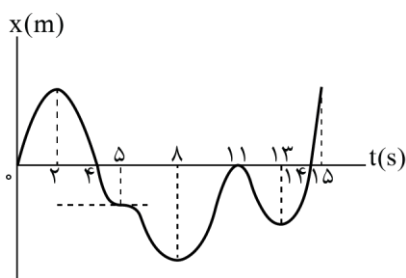
(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۱۵

(۱) ۴۵

۳۹- با توجه به نمودار مکان - زمان زیر، چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 5s$ افقی است.)



الف: متحرک چهار بار در مبدأ مکان بوده و یک بار به مبدأ مکان رسیده و بدون تغییر جهت بردار مکان، بازگشته است.

ب: متحرک یک بار توقف بدون تغییر جهت و چهار بار توقف با تغییر جهت داشته است.

پ: در $5s$ اول حرکت، اندازه بردار مکان متحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت: جهت بردار مکان متحرک سه بار تغییر کرده است.

ث: جابه جایی کل در جهت محور x است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۰- مطابق جدول زیر، سه متحرک A ، B و C در مدت زمان های $\Delta t_A = 2s$ ، $\Delta t_B = 3s$ و $\Delta t_C = 5s$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می کنند. چه تعداد از این متحرک ها بین مکان آغازین و مکان پایانی خود، حداقل یک بار تغییر جهت داشته اند؟

تندی متوسط	مکان آغازین	مکان پایانی	
$4/5 \frac{m}{s}$	$(-2/6m)\vec{i}$	$(6/4m)\vec{i}$	متحرک A
$1/9 \frac{m}{s}$	$(-1/3m)\vec{i}$	$(-2/5m)\vec{i}$	متحرک B
$2/1 \frac{m}{s}$	$(2/6m)\vec{i}$	$(8/6m)\vec{i}$	متحرک C

(۱) هیچ

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

محل انجام محاسبات

۴۱- کدام یک از عبارات‌های داده شده درست هستند؟

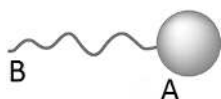
- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مولکول اوره، ۲ برابر شمار این پیوندها در مولکول $NOCl$ است.
- (۲) وازلین، همانند استیرن نوعی هیدروکربن به شمار رفته و یک نمونه از آن، در مقداری بنزین حل می‌شود.
- (۳) از هگزان، به‌عنوان یک پاک‌کننده برای زدودن مقداری ضدیخ از روی لباس‌ها می‌توان استفاده کرد.
- (۴) برای تهیه صابون‌های مایع، می‌توان روغن‌های گیاهی مایع را با محلول سود وارد واکنش کرد.

۴۲- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) اتیلن گلیکول، در ساختار خود گروه عاملی هیدروکسیل داشته و در تولید ضدیخ کاربرد دارد.
 - (۲) در هر مولکول از یک اسید چرب سیرشده که ۱۵ اتم کربن دارد، ۳۰ اتم هیدروژن یافت می‌شود.
 - (۳) انحلال‌پذیری اسیدهای چرب در هگزان، کمتر از انحلال‌پذیری این گروه از مواد در آب خالص است.
 - (۴) در ساختار گروه عاملی موجود در اسیدهای چرب، یک اتم اکسیژن توسط دو پیوند یگانه به دو اتم دیگر متصل است.
- ۴۳- درصد جرمی اتم‌های اکسیژن در ساختار نوعی اسید چرب سیرشده برابر با ۱۲/۵٪ است. در ساختار هر مولکول از این اسید چرب، چند پیوند اشتراکی یگانه بین اتم‌ها وجود دارد؟ ($g.mol^{-1}$: $H = 1$, $C = 12$, $O = 16$)

- (۱) ۴۸ (۲) ۴۵ (۳) ۴۲ (۴) ۳۹

۴۴- با توجه به ساختار زیر که مدلی از مولکول اسیدهای چرب را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



- (۱) جاذبه بین مولکولی غالب بین ذرات سازنده این ماده، از نوع نیروی وان‌دروالسی است.
- (۲) اگر بخش B از این مولکول فاقد پیوند دوگانه باشد، این ماده با بخار برم واکنش نمی‌دهد.
- (۳) عناصر موجود در ساختار قسمت B این مولکول، در ساختار ذرات سازنده وازلین نیز یافت می‌شوند.
- (۴) بخش A ، شامل اتم‌های C ، O و H شده و قسمت ناقطبی این مولکول را تشکیل می‌دهد.

۴۵- چه تعداد از عبارات‌های داده شده درست هستند؟

الف - نسبت میان شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ساختار صابون‌های جامد برابر با مقدار این نسبت در منیزیم کلرید است.

ب - فرمول شیمیایی کلی برخی از پاک‌کننده‌های صابونی مایع را می‌توان به‌صورت $RCOOK$ نشان داد.

ج - کلوئیدها، از جمله مخلوط‌های پایدار بوده و یک نمونه از آن‌ها حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان هستند.

د - پاک‌کننده‌های صابونی را با استفاده از روغن‌های گیاهی گوناگون و یا پیه تهیه می‌کنند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۶- فرمول مولکولی نوعی استر سنگین، به‌صورت $C_{54}H_{92}O_2$ است. در ساختار هریک از اسیدهای چرب سازنده این استر، چند پیوند $C - C$ وجود دارد؟ (اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر، کاملاً یکسان و غیرحلقوی بوده و در ساختار این اسیدهای چرب پیوند سه‌گانه وجود ندارد.)

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۴۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) استفاده از صابون سبب کاهش میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی شده است.
- (۲) مولکول‌های عسل دارای تعداد زیادی گروه عاملی کربوکسیل در ساختار خود بوده و با آب پیوند هیدروژنی می‌دهند.
- (۳) شاخص امید به زندگی به عوامل گوناگونی بستگی داشته و مقدار آن در مناطق برخوردار جهان در حال کم شدن است.
- (۴) وبا به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شیوع پیدا کرده و پس از واکسیناسیون، از همه‌گیری آن جلوگیری شده است.

۴۸- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) دمای ذوب یک پاک‌کننده با فرمول $C_{18}H_{35}O_2Na$ ، بیشتر از دمای ذوب پاک‌کننده‌ای با فرمول $C_{15}H_{29}O_2NH_4$ است.
- (۲) بار منفی بخش آنیونی سازنده صابون‌های جامد، به‌طور عمده متعلق به قسمت آبدوست از این ماده خواهد بود.
- (۳) همه مخلوط‌هایی که نور را هنگام عبور از خود پخش می‌کنند، ناپایدار بوده و با گذشت زمان ته‌نشین می‌شوند.
- (۴) ذرات سازنده صابون، توانایی برقراری پیوند مناسب با مولکول‌های سازنده اسیدهای چرب را دارند.

۴۹- یک نمونه بنزین به حجم ۵ لیتر و با چگالی $0.855 g \cdot mL^{-1}$ ، در ساختار خود حاوی چند اتم کربن می‌شود؟

($C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

(۲) $1/20.4 \times 10^{26}$

(۱) $1/20.4 \times 10^{25}$

(۴) $1/80.6 \times 10^{26}$

(۳) $1/80.6 \times 10^{25}$

۵۰- کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

- الف - با گسترش استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت، عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافت.
- ب - شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد که انسان‌ها با توجه به خطرات مختلف، حداقل چند سال زندگی می‌کنند.
- ج - در سال‌های اخیر، شاخص امید به زندگی در مناطق برخوردار بیشتر از مناطق کم برخوردار افزایش پیدا کرده است.
- د - آگاهی بیشتر از علم شیمی، کمک می‌کند تا چگونگی عملکرد انواع پاک‌کننده‌ها را بیشتر درک کنیم.

(۴) «الف» و «د»

(۳) «ب» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ج»

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۱۶ مردادماه

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

ریاضیات گسسته

آشنایی با نظریه اعداد
(تا ابتدای قضیه تقسیم و کاربردها)
صفحه های ۱ تا ۱۴

هندسه ۳

ماتریس و کاربردها
صفحه های ۱۷ تا ۲۱

حسابان ۲

تابع
صفحه های ۱ تا ۱۲

شیمی ۳

مولکولها در خدمت تندرستی
(تا قبل از پاک کننده های جدید)
صفحه ۱ تا ۱۰

فیزیک ۳

حرکت بر خط راست
(تا قبل از سرعت ثابت)
صفحه های ۲ تا ۱۳

● در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات پایه دوازدهم به صورت اختیاری است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲ مردادماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت اللهی	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	فیزیک
رامین رزمجو محمدرضا جمشیدی محمد داودآبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری مهسا بایمانی نژاد - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - حسین ایروانی علی ترابی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.



آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور - قسمت ۲

جلسه آزمون رو مثل یه ژنرال فرماندهی کن!

(مهارت مدیریت جلسه آزمون)

توی مقاله اول گفتیم که چرا آزمون آزمایشی می‌تونه مسیر موفقیتت توی کنکور رو تضمین کنه. حالا وقتشه وارد یه مهارت خیلی مهم بشیم؛

مهارتی که باعث میشه با همون مقدار درس خوندن و همون سطح علمی، نتیجه خیلی بهتری بگیری.



اون مهارت چیه؟ مدیریت جلسه آزمون!

چرا اینقدر مهمه که جلسه آزمون رو بلد باشی مدیریت کنی؟
تصور کن: نشستی سر جلسه آزمون. صد و چند تا سؤال از چندتا درس جلوت ریخته. زمانت هم تقریباً ۲ تا ۳ ساعته. حالا سؤال مهم اینه: آیا این زمان برای پاسخ دادن به همه سؤالا کافیه؟ قطعاً نه حتی رتبه‌های تکریمی هم معمولاً نمی‌تونن به همه سؤالا جواب بدن. اینه که اگه استراتژی نداشته باشی، ممکنه بعد از آزمون با حسرت بگی: «کاش به سؤالای آسون‌تر می‌رسیدم...»

«شیمی رو خوب خونده بودم ولی وقت نشد بزنم!»

«آه این سؤال رو بلد بودم ولی آخر وقت بود، نرسیدم حلش کنم...»

راه حل اینه که از قبل بدونی:

■ توی چه بازه زمانی باید سراغ کدوم درس بری؟

■ از بین سؤالای هر درس، کدوما رو بزنی و کدوما رو رد کنی؟

★ خبر خوب اینه که توی بیست و چند آزمون آزمایشی که با برنامه ماز جلو میری، دقیقاً این فرصت رو داری که استراتژی شخصی خودت رو برای مدیریت جلسه بسازی، تمرینش کنی و بهش مسلط بشی.

چطوری رئیس جلسه آزمون بشی؟

برای اینکه بتونی آزمون رو فرماندهی کنی، باید چندتا مهارت مهم یاد بگیری:

۱ زمان‌بندی هوشمندانه

باید بدونی برای هر درس چقدر زمان بذاری.

مثلاً فارسی چند دقیقه؟ ریاضی چند دقیقه؟ عربی چقدر؟

نه اینکه وسط آزمون بفهمی برای ادبیات زیادی وقت گذاشتی و دیگه به جامعه‌شناسی نمی‌رسی!

۲ اولویت‌بندی حرفه‌ای

یعنی بلد باشی از کجا شروع کنی که بیشتر نمره بیاری.

مثلاً ممکنه تصمیم بگیری اول سؤالای آسون دینی که روش تسلط داری رو بزنی، بعد بری سراغ سؤالای چالشی‌تر عربی.



یه سری علامت اختصاصی برای خودت بساز:

○ = سؤال آسونه و باید همین الان بزمنش

* = سؤال خویبه ولی شک دارم، بعداً برمی گردم

✗ = خیلی سخته، بی خیالش!

با این زبان رمز، وسط آزمون لازم نیست دوباره هر سؤال رو از اول تحلیل کنی.

مدیریت بحران

۴

فرض کن وسط آزمون یهو سه تا سؤال پشت سر هم سخت در میاد و اعتماد به نفست میریزه پایین.

یا زمان کم میاری.

یا حواست پرت میشه.

اینجاست که باید بلد باشی خودتو جمع و جور کنی و از بحران رد شی.

تکنیک های تست زنی

۵

یه سری روش هستن که کمک می کنن با همون دانشت، درصد بیشتری بگیری.

چند نمونه از این تکنیک های تست زنی معروف:

- حذف گزینه: لازم نیست حتماً جواب درست رو پیدا کنی؛ گاهی فقط باید غلطها رو بشناسی و حذفشون کنی.
- حدس آگاهانه: بعضی وقتا با یه تحلیل کوچیک می تونی بین دوتا گزینه شک دار، درستشو انتخاب کنی.
- تخمین حدود جواب: مخصوص دروس محاسباتی؛ لازم نیست تا ته حل کنی، فقط محدوده درست جواب رو پیدا کن.
- عدد گذاری: به جای گیر کردن با متغیرها، یه عدد ساده جایگزین کن، سریع تر به جواب می رسی.
- شناخت فراوانی پاسخ ها: تو بعضی سؤالات چند گزینه ای، می تونی از الگوی توزیع جوابا کمک بگیری.

همه این مهارت هایی که گفتیم، در مقاله های بعدی بهت یاد می دیم.

فرق اطلاعات با مهارت چیه؟

«اطلاعات» یعنی چیزایی که می خونی.

«مهارت» یعنی چیزایی که باید با تمرین مکرر یاد بگیری.

یاد گرفتن مهارت مثل دوچرخه سواریه.

هیچ کس فقط با خوندن دفترچه راهنما یاد نمی گیره دوچرخه سواری کنه. باید سوار شی، زمین بخوری، بلند شی و تکرارش کنی.

حالا باید چیکار کنی؟

همه این مهارت هایی که توی این مقاله گفتیم (زمان بندی، اولویت بندی، مدیریت بحران، تکنیک های تست زنی و...) رو توی

آزمون های آزمایشی ماز تمرین کن.

بار اول شاید خراب کنی. اشکالی نداره.

اما هر بار که تمرین کنی، یه قدم به تسلط نزدیک تر می شی.

جمع بندی آخر...

با همون معلومات، می تونی خیلی بهتر نتیجه بگیری؛ فقط کافی به بلر باشی جلسه ی آزمون رو مدیریت کنی.

استراتژی + آزمون آزمایشی + قدرین مهارت ها = به لگلو موفق با خیال راحت



سلام به همه مازی‌های عزیز ♥

دمتون گرم که تصمیم گرفتین تابستون رو جدی بگیرین و به قدم جلوتر از بقیه بردارین! امروز اولین آزمون از سری آزمون‌های تابستونیه؛ به آزمون ترکیبی که هم قراره مرور کنیم چی از دهم یاد گرفتیم، هم به نگاهی بندازیم به درس‌های یازدهم تا کم‌کم باهاش آشنا بشیم.

نگران نباشین، بخش دوازدهم کاملاً اختیاریه. اگه بلد بودین، چه بهتر؛ اگه نه هم اصلاً مهم نیست. ما اینجا بیایم که اول از همه خودمونو بهتر بشناسیم، نقاط قوتمونو پیدا کنیم و برای اون جاهایی که ضعف داریم به برنامه بچنینیم.

یادت باشه، تابستون فقط برای استراحت نیست بلکه به فرصت طلاییه برای اینکه بدون فشار مدرسه، آروم‌آروم از بقیه جلو بزنی. در واقع این آزمون به جورایی مثل سوت شروع به رقابت پرهیجان با خودمونه. این آزمون قراره بهمون نشون بده که الان کجای کاریم و از این به بعد باید چطور پیش ببریم تا بهترین خودمون بشیم.

این آزمون نه برای مقایسه‌ست، نه برای نمره گرفتن. به جور تمرینه، به شروع جدی برای ساختن به تابستون پربار و آماده شدن برای یکی از مهم‌ترین پایه‌های دوران مدرسه.

با انگیزه شروع کن، با تمرکز ادامه بده، و یادت نره: هر سوالی که بلد نیستی، به فرصت برای رشدته!

خب قهرمان‌های یازدهمی... آماده‌ای که تابستونو بسازی؟ پس بسم‌الله... شروع کن! بزن بریم!

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- مجموعه جواب نامعادله $2x^2 + 3x \leq 5$ به صورت $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

$$-\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

$$2x^2 + 3x \leq 5 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 \leq 0$$

ابتدا نامعادله داده شده را حل می‌کنیم:

از آنجا که مجموع ضرایب عبارت $2x^2 + 3x - 5$ برابر صفر است ($2 + 3 - 5 = 0$) پس ریشه‌های آن اعداد ۱ و $-\frac{5}{2}$ (یعنی $-\frac{5}{2}$) می‌باشد. با توجه به ریشه‌ها

جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

x	$-\frac{5}{2}$	1	
عبارت	+	-	+

$\Rightarrow -\frac{5}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = -\frac{2}{5}$

روش ضرایب

در حل معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$; ($a \neq 0$) :

اگر مجموع ضرایب این معادله برابر صفر باشد ($a + b + c = 0$)، یکی از ریشه‌ها برابر ۱ و ریشه دیگر برابر $-\frac{c}{a}$ است، به عبارت دیگر:

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

به عنوان مثال

در معادله $x^2 - 4x + 3 = 0$ ، داریم:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3 \end{cases}$$

اگر مجموع ضرایب چپ و راست معادله با ضریب وسطی برابر باشد ($a + c = b$)، یکی از ریشه‌ها برابر ۱- و ریشه دیگر برابر $-\frac{c}{a}$ است به عبارت دیگر:

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$



به عنوان مثال

در معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ ، داریم:

$$2x^2 - 3x - 5 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲- مجموعه جواب نامعادله $\frac{4-2x}{x+1} \geq 1$ کدام است؟

(۴) $(-2, 1) - \{-1\}$

(۳) $(-1, 1]$

(۲) $(-1, +2)$

(۱) $[-2, -1]$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

همه عبارت‌ها را به یک سمت نامعادله منتقل می‌کنیم:

$$\frac{4-2x}{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{4-2x}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{3-3x}{x+1} \geq 0$$

حال باید عبارت $\frac{3-3x}{x+1}$ را تعیین علامت کنیم:

$$3-3x=0 \Rightarrow x=1 \quad x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

	-1	1	
$3-3x$	+	+	-
$x+1$	-	+	+
کل	-	+	-

مجموعه جواب: $[-1, 1]$

توجه توجه

برای به دست آوردن مجموعه جواب نامعادله از روی جدول تعیین علامت: باید قسمتی از سطر آخر جدول را به عنوان پاسخ در نظر بگیریم که بزرگتر یا مساوی صفر است، زیرا در نامعادله داده شده باید x هایی را قرار دهیم که عبارت $\frac{3-3x}{x+1}$ بزرگتر یا مساوی با صفر باشد.

ایستگاه تعیین علامت

تعیین علامت عبارت درجه اول به صورت $y = ax + b$; $(a \neq 0)$:

ابتدا ریشه عبارت $y = 0$ را به دست می‌آوریم و سپس با توجه به علامت a جدول تعیین علامت آن را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$y = ax + b$; $(a \neq 0)$									
$a < 0$	$a > 0$								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{a}$	y	+	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\frac{b}{a}$	y	-
x	$-\frac{b}{a}$								
y	+								
x	$-\frac{b}{a}$								
y	-								
<table border="1"> <tr><td>x</td><td>$-\frac{b}{a}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>مخالف علامت a</td></tr> </table>		x	$-\frac{b}{a}$	y	مخالف علامت a				
x	$-\frac{b}{a}$								
y	مخالف علامت a								

تعیین علامت عبارت درجه دوم به صورت $y = ax^2 + bx + c$; $(a \neq 0)$

ابتدا ریشه‌های معادله را در صورت وجود به دست می‌آوریم. حال با توجه به علامت Δ سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

حالت اول: اگر $\Delta > 0$ باشد: معادله $y = 0$ دو ریشه متمایز به صورت α و β خواهد داشت ($\alpha < \beta$) و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta > 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\begin{array}{c ccc} x & & \alpha & \beta & \\ \hline y & - & + & - & \end{array}$	$\begin{array}{c ccc} x & & \alpha & \beta & \\ \hline y & + & - & + & \end{array}$
$\begin{array}{c ccc} x & & \alpha & \beta & \\ \hline y & a \text{ موافق علامت} & a \text{ مخالف علامت} & a \text{ موافق علامت} & \end{array}$	

حالت دوم: اگر $\Delta = 0$ باشد: معادله $y = 0$ یک ریشه مضاعف به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ خواهد داشت و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta = 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\begin{array}{c c} x & -\frac{b}{2a} \\ \hline y & - \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & -\frac{b}{2a} \\ \hline y & + \end{array}$
$\begin{array}{c c} x & -\frac{b}{2a} \\ \hline y & a \text{ موافق علامت} \end{array}$	

حالت سوم: اگر $\Delta < 0$ باشد: معادله $y = 0$ ریشه حقیقی ندارد و جدول تعیین علامت آن با توجه به علامت a به صورت زیر است:

$\Delta < 0$	
$a < 0$	$a > 0$
$\begin{array}{c c} x & \\ \hline y & - \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & \\ \hline y & + \end{array}$
$\begin{array}{c c} x & \\ \hline y & a \text{ موافق علامت} \end{array}$	

همان‌طور که از حالت سوم مشخص است:

اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد، عبارت درجه دوم، همواره مثبت است.

اگر $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد، عبارت درجه دوم، همواره منفی است.



روش کلی حل نامعادله‌ها

برای حل یک نامعادله، در حالت کلی، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

ابتدا همه عبارت‌های طرفین نامعادله را به یک طرف آن منتقل می‌کنیم و در طرف دیگر آن عدد صفر را قرار می‌دهیم (معمولاً همشون رو میاریم به سمت چپ!)

سپس عبارت‌ها را به کمک عملیات جبری (جمع، تفریق و ...)، مخرج مشترک‌گیری، فاکتورگیری، اتحاد و ... تا حد امکان ساده می‌کنیم و به یکی از حالت‌های $f(x) > 0$ ، $f(x) \geq 0$ ، $f(x) < 0$ یا $f(x) \leq 0$ می‌رسیم.

($f(x)$ می‌تونه به عبارت درجه اول یا درجه دوم و یا به عبارت کسری باشه)

در نهایت، $f(x)$ را تعیین علامت کرده و با توجه به جهت نامساوی، محدوده جواب را پیدا می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز

۳- مجموعه جواب نامعادله $|5-3x| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$|5-3x| < 1 \Rightarrow -1 < 5-3x < 1 \Rightarrow -6 < -3x < -4 \Rightarrow \frac{4}{3} < x < 2$$

در این بازه، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

نامعادلات قدرمطلق

$$|f(x)| > a \Rightarrow \begin{cases} f(x) < -a \\ f(x) > a \end{cases}; |f(x)| < a \Rightarrow -a < f(x) < a$$

با فرض نامنفی بودن a داریم: $-a < f(x) < a$

در هر کدام از حالت‌های فوق، اگر حالت تساوی داشتیم، در جواب‌ها هم حالت تساوی را می‌گذاریم.

گروه آموزشی ماز

۴- جدول تعیین علامت عبارت $P = x^2 + 2x + a$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) -۱

(۳) ۲

x	b
P	$+$ $+$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به جدول تعیین علامت مشخص می‌شود که عبارت P دارای ریشه مضاعف است، یعنی: $\Delta = 0$ ، پس داریم:

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times a = 0 \Rightarrow 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$P = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow b = -1$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۵- اگر $y = x^2 - 5x - 6$ باشد آن‌گاه مجموعه جواب معادله $\frac{|y|}{y} = -1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۷

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

برای عبارت $y = x^2 - 5x - 6$ سه حالت وجود دارد:

$$1) y > 0 \Rightarrow \frac{|y|}{y} = 1 \text{ غ ق}$$

$$2) y = 0 \Rightarrow \frac{|y|}{y} \text{ تعریف نشده: غ ق}$$

$$3) y < 0 \Rightarrow \frac{|y|}{y} = \frac{-y}{y} = -1$$

پس باید نامعادله $y < 0$ را حل کنیم:

$$x^2 - 5x - 6 < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} (x-6)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -1 & 6 \\ \hline y & + & - \end{array} \xrightarrow{\text{مجموعه جواب}} (-1, 6)$$

در نتیجه اعضای صحیح این بازه ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ می‌باشد که ۶ تا است.

گروه آموزشی ماز



۶- تمامی محدوده k که به ازای آن، عبارت $P = -x^2 + 3x - k$ همواره منفی باشد، کدام است؟

- (۱) $k > \frac{9}{4}$ (۲) $k < \frac{9}{4}$ (۳) $k > -\frac{9}{4}$ (۴) $k < -\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

عبارت درجه دو هنگامی همواره منفی است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 هم منفی باشد. در عبارت P ، ضریب x^2 منفی است، بنابراین کافیت $\Delta < 0$ باشد.

$$P = -x^2 + 3x - k \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow 9 - 4k < 0 \Rightarrow k > \frac{9}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۷- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-1}{x+1} < \frac{x-2}{x}$ به صورت (a, b) است. حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

$$\frac{x-1}{x+1} < \frac{x-2}{x} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-2}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - (x^2 - x - 2)}{x(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{2}{x(x+1)} < 0$$

چون صورت کسر مثبت است، پس باید مخرج آن منفی باشد، یعنی داریم: $x(x+1) < 0$

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & \\ \hline x(x+1) & + & - & + \end{array} \quad \text{مجموعه جواب} = (-1, 0)$$

بنابراین $a = -1$ و $b = 0$ است و در نتیجه $a - b = -1$ است.

گروه آموزشی ماز

۸- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (a^2 - 4)x^2 + (2a - 2)x + 1$ به صورت زیر باشد، حدود a کدام است؟

x		x_1		x_2	
$P(x)$	-	0	+	0	-

- (۱) $a < 2/5$
(۲) $-2 < a < 2$
(۳) $2 < a < 2/5$
(۴) $-2 < a < 2/5$

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

عبارت $P(x)$ ، ۲ ریشه دارد پس باید $\Delta > 0$ باشد. همچنین از آنجا که علامت بین دو ریشه در جدول تعیین علامت، مثبت است پس ضریب x^2 باید منفی باشد.

$$a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2 \quad (۱)$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2a - 2)^2 - 4(a^2 - 4)(1) > 0 \Rightarrow 4a^2 - 8a + 4 - 4a^2 + 16 > 0$$

$$\Rightarrow -8a + 20 > 0 \Rightarrow 8a < 20 \Rightarrow 2a < 5 \Rightarrow a < \frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲)} -2 < a < 2$$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر یکی از جواب‌های معادله $x^2 - mx - 5 = 0$ بزرگ‌تر از ۳ و جواب دیگر آن کوچک‌تر از ۳ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > \frac{4}{3}$ (۲) $m > \frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4} < m < \frac{4}{3}$ (۴) $m < \frac{5}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

گام اول:

ضریب x^2 برابر ۱ است، پس ضریب x^2 مثبت است. جدول تعیین علامت با توجه به توضیحات بالا به صورت زیر است، حال دقت کنید که در صورت سوال گفته شده است که یک ریشه بزرگ‌تر از ۳ است و یک ریشه کوچک‌تر از ۳، این یعنی عدد ۳ بین دو ریشه قرار دارد، با توجه به این موضوع، عدد ۳ را هم وارد جدول می‌کنیم:

ریشه اول	۳	ریشه دوم
+	-	+

گام دوم:

همانطور که از جدول بالا پیداست، عبارت داده شده به ازای $x = 3$ باید منفی شود، پس:

$$y = x^2 - mx - 5 \xrightarrow{x=3, y<0} 9 - 3m - 5 < 0 \Rightarrow 3m > 4 \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

تعیین علامت عبارات درجه دو

برای تعیین علامت عبارات درجه دوم، ابتدا ریشه‌های آن را مشخص می‌کنیم و سپس جدول تعیین علامت را به صورت زیر تنظیم می‌کنیم: ($\Delta > 0$)

ریشه اول	ریشه دوم
موافق علامت ضریب x^2	مخالفت علامت ضریب x^2

گروه آموزشی ماز

۱۰- مجموعه جواب‌های نامعادله $(a^2 - 4)x^2 + ax + b > 0$ بازه $(-\infty, 3)$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

جدول تعیین علامت درجه دو را یک بار در ذهن خود مرور کنید، مجموعه جواب نامعادلات درجه دو یا به صورت (a, b) و یا به صورت $(-\infty, a) \cup (b, +\infty)$ است. سوال گفته است که مجموعه جواب به صورت $(-\infty, 3)$ است، پس عبارت داده شده سهمی نیست، در نتیجه ضریب x^2 باید برابر با صفر باشد:

$$a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2$$

گام دوم:

با توجه به قدم اول نامعادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{حالت اول } a=2 \rightarrow 2x + b > 0 \Rightarrow 2x > -b \Rightarrow x > -\frac{b}{2} \Rightarrow x \in (-\frac{b}{2}, +\infty)$$

به گفته سوال، مجموعه جواب $(-\infty, 3)$ است، که با فرم به دست آمده تفاوت دارد، پس $a = 2$ ، غیرقابل قبول است.

$$\text{حالت دوم } a=-2 \rightarrow -2x + b > 0 \Rightarrow 2x < b \Rightarrow x < \frac{b}{2} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{b}{2})$$

با مقایسه جواب به دست آمده با مجموعه جواب داده شده متوجه می‌شویم که $\frac{b}{2} = 3$ ، پس:

$$\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6$$

گام سوم:

متوجه شدیم که $a = -2$ و $b = 6$ ، پس خواسته سوال برابر است با:

$$a + b = -2 + 6 = 4$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- نامعادله $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| > 3$ در بازه (a, b) برقرار است. بیشترین مقدار $b - a$ چقدر است؟

- ۳ (۱) ۳/۲ (۲) ۳/۴ (۳) ۳/۶ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با فرض $x \neq -1$ دو طرف نامعادله را در $|x+1|$ ضرب می‌کنیم:

$$\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| > 3 \Rightarrow |2x-1| > 3|x+1|$$

چون دو طرف نامعادله نامنفی می‌باشد، می‌توانیم به توان ۲ برسانیم:

$$(2x-1)^2 > (3x+3)^2 \Rightarrow (3x+3)^2 - (2x-1)^2 < 0 \Rightarrow ((3x+3)-(2x-1))((3x+3)+(2x-1)) < 0$$

$$\Rightarrow (x+4)(5x+2) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -4 & -\frac{2}{5} & & \\ \hline & + & - & + & \\ \hline \text{عبارت} & & & & \end{array}$$

$$(-4, -1) \cup (-1, -\frac{2}{5})$$

با توجه به شرط $x \neq -1$ مجموعه جواب نامعادله به صورت مقابل است:

$$-1 - (-4) = 3$$

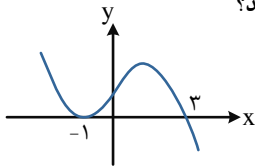
بزرگ‌ترین بازه مجموعه جواب $(-4, -1)$ می‌باشد و بیشترین مقدار $b - a$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز



۱۲- نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر عبارت $(ax+b)f(x)$ همواره نامنفی باشد، زوج مرتب (a, b) کدام می تواند باشد؟

- (۱) $(2, -6)$
- (۲) $(-2, 6)$
- (۳) $(-9, 3)$
- (۴) $(9, -3)$



پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

جدول تعیین علامت باید به صورت مقابل باشد:

پس باید $a < 0$ و $a + b = 0$ باشد، یعنی $a < 0$ و $b = -2a$ است، پس گزینه ۲ صحیح است.

	-1	3	
$f(x)$	+	+	-
$ax+b$	+	+	-
$(ax+b)f(x)$	+	+	+

گروه آموزشی ماز

۱۳- چند عدد صحیح از بازه $[-5, 5]$ در نامعادله $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-x+1} \leq \frac{1-2x}{x^3+1}$ صدق می کنند؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

ابتدا همه عبارت های طرفین نامعادله را به یک طرف آن منتقل می کنیم:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1-2x}{x^3+1} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-x+1-2x-2-1+2x}{(x+1)(x^2-x+1)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-x-2}{(x+1)(x^2-x+1)} \leq 0$$

اکنون عبارت $\frac{x^2-x-2}{(x+1)(x^2-x+1)}$ را تعیین علامت می کنیم:

$$x^2-x-2=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$x^2-x+1=0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0 \Rightarrow \text{عبارت همیشه مثبت است}$$

	-1	2	
x^2-x-2	+	-	+
$x+1$	-	+	+
x^2-x+1	+	+	+
عبارت	-	-	+

$$\{-5, -4, -3, -2, 0, 1, 2\}$$

پاسخ گزینه ۲ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۴- معادله $\sqrt{x+5} = x-1$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

شرط دامنه $x+5 \geq 0$ و شرط وجود جواب $x-1 \geq 0$ است. اشتراک دو شرط، $x \geq 1$ می باشد. دو طرف معادله را به توان ۲ می رسانیم.

$$\sqrt{x+5} = x-1 \Rightarrow x+5 = (x-1)^2 \Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \text{ غ قق} \\ x=4 \end{cases}$$

معادله یک جواب دارد.



🎯 بچه‌ها، نکته زیر در حل معادلات گنگ (رادیکالی) بسیار مهمه، پس خوب یادش بگیرید.

در معادلات گنگ، علاوه بر شرط دامنه، شرط قبل از به توان ۲ رساندن لحاظ شود.

به عنوان مثال

$$x - 2 = \sqrt{x} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ غ} \\ x = 4 \checkmark \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $x = -2$ ریشه معادله $\frac{x}{x+a} + \frac{1}{a} = \frac{x^2 - 14}{2a}$ باشد، a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

چون $x = -2$ ریشه معادله $\frac{x}{x+a} + \frac{1}{a} = \frac{x^2 - 14}{2a}$ است، پس باید در معادله صدق کند، یعنی داریم:

$$\frac{-2}{-2+a} + \frac{1}{a} = \frac{4-14}{2a} \Rightarrow \frac{-2}{-2+a} = \frac{-6}{a} \Rightarrow -2a = 12 - 6a \Rightarrow 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

معادلات گویا رو چطور حل کنیم؟

به معادله‌های شامل عبارتهای کسری که صورت و مخرج آن‌ها چندجمله‌ای باشد، معادله‌های گویا می‌گوییم.

به عنوان مثال

معادله‌های زیر نمونه‌ای از معادلات گویا هستند.

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4} \quad \frac{x^2+5}{x^2+1} + \frac{5}{x^2+2} = 3$$

برای حل معادله‌های شامل عبارتهای گویا مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ابتدا مخرج هر یک از کسرها را (در صورت لزوم) به عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم. (چندجمله‌ای)
- طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) مخرج کسرها ضرب می‌کنیم تا معادله از حالت کسری خارج شود.
- عبارت جبری به دست آمده را تا حد امکان ساده کرده و معادله حاصل شده (معمولاً درجه ۲) را حل می‌کنیم.
- در نهایت جواب‌های به دست آمده را در معادله اصلی امتحان می‌کنیم.

توجه!

توجه کنید که جواب‌های به دست آمده زمانی قابل قبول خواهند بود که اولاً مخرج هیچ‌یک از کسرها را صفر نکنند و ثانیاً این جواب‌ها با شرایط مسئله در محیط پیرامونی مطابقت داشته باشند. (قسمت دوم رو متوجه نشدم! یعنی اینکه مثلاً اگر قراره با حل به معادله طول یک شکل رو مناسبه کنیم، اندازه این طول رو منفی به دست نیاریم)

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر α ریشه معادله $\sqrt{x^2+3x}+x=3$ باشد، مقدار $\alpha + \sqrt{\alpha^2-1}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $1+\sqrt{3}$ (۳) $1+\sqrt{2}$ (۴) ۱

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2+3x} &= 3-x \\ 3-x \geq 0 &\Rightarrow x^2+3x = (3-x)^2 \Rightarrow x^2+3x = x^2-6x+9 \Rightarrow 9x=9 \Rightarrow x=1 \\ \Rightarrow \alpha + \sqrt{\alpha^2-1} &= 1 \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- کدام گزینه در مورد معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1 - \sqrt{x}$ صحیح است؟

- (۱) دارای دو ریشه حقیقی مثبت است.
(۲) فقط یک ریشه حقیقی در بازه (۲، ۳) دارد.
(۳) فقط یک ریشه حقیقی در بازه (۳، ۴) دارد.
(۴) فاقد ریشه حقیقی است.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1 - \sqrt{x}$$

با شرط $x-2 \geq 0$ و $1-\sqrt{x} \geq 0$ ، یعنی $x \geq 2$ و $x \leq 1$ معادله دارای جواب نخواهد بود چون که اشتراک آن‌ها برابر $\emptyset$ است، معادله جواب حقیقی ندارد.



معادله‌های رادیکالی (گنگ)

به معادله‌هایی که در آن‌ها مجهول (متغیر) زیر رادیکال قرار داشته باشد، معادله‌های رادیکالی (گنگ) می‌گوییم.

به عنوان مثال

معادله‌های زیر چند نمونه از معادلات رادیکالی هستند.

$$\sqrt{x+2} = x-4 \quad \sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4 \quad \frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

برای حل یک معادله رادیکالی باید مراحل زیر را طی کنیم:

۱) یکی از رادیکال‌ها را در یک طرف معادله نگه می‌داریم و مابقی جمله‌ها را به طرف دیگر معادله منتقل می‌کنیم.

۲) طرفین معادله را به توان مناسب می‌رسانیم. (معمولاً طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم)

توجه

توجه داشته باشید که اگر با به توان رساندن طرفین معادله، مجدداً در معادله عبارت رادیکالی حضور داشته باشد سعی می‌کنیم که با تکرار مراحل ۱ و ۲، کل معادله را از حالت رادیکالی خارج کنیم.

۳) معادله به دست آمده را تا حد امکان ساده کرده و آن را حل می‌کنیم و جواب (یا جواب‌های) معادله را به دست می‌آوریم.

۴) جواب(های) به دست آمده را در معادله اصلی آزمایش می‌کنیم و جواب‌هایی را قبول می‌کنیم که اولاً در دامنه تعریف متغیر معادله قرار داشته باشند و ثانیاً در معادله اصلی صدق کنند.

گروه آموزشی ماز

۱۸- معادله $\frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{x}{3\sqrt{x}}$ چند جواب دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا مخرج مشترک گرفته و سپس طرفین وسطین می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x}-2+2+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{3} \Rightarrow \frac{2\sqrt{x}}{x-4} = \frac{\sqrt{x}}{3} \xrightarrow{x \neq 0} \frac{2}{x-4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x-4=6 \Rightarrow x=10$$

پس فقط یک جواب دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۹- شخص a به تنهایی کاری را در ۱۲۰ روز انجام می‌دهد. اگر اشخاص a و b با هم آن کار را انجام دهند ۱۰ روز زودتر از حالتی که شخص b به تنهایی آن کار را انجام دهد، کار را تمام می‌کنند. شخص b به تنهایی در چند روز کار را انجام می‌دهد؟

(۴) ۶۰

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فرض می‌کنیم شخص b به تنهایی در x روز کار را انجام دهد. در این صورت در یک روز شخص b به اندازه $\frac{1}{x}$ کار و شخص a به اندازه $\frac{1}{120}$ کار را انجام می‌دهند و هر دو با هم در یک روز به اندازه $\frac{1}{x-10}$ کار را انجام می‌دهند. پس داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{120} = \frac{1}{x-10} \Rightarrow \frac{1}{x-10} - \frac{1}{x} = \frac{1}{120} \Rightarrow \frac{x-x+10}{x(x-10)} = \frac{1}{120} \Rightarrow \frac{10}{x^2-10x} = \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0 \Rightarrow (x-40)(x+30) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -30 \text{ غ قی} \\ x = 40 \text{ صحیح} \end{cases}$$

پس شخص b به تنهایی در ۴۰ روز کار را انجام می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1=\frac{x^2-x+1}{x}$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنید $x + \frac{1}{x} = t$ باشد:

$$\sqrt{t+1} = t-1 \xrightarrow{t \geq 1} t+1 = (t-1)^2 \Rightarrow t^2 - 3t = 0 \Rightarrow t = 0, 3$$

فقط $t = 3$ در شرط $t \geq 1$ صدق می‌کند.

$$t = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در دایره $C(O, 2)$ وتر $AB = 2\sqrt{3}$ رسم شده است. اندازه کمان $\widehat{AB}$ کدام است؟

(۴) 75°

(۳) 105°

(۲) 120°

(۱) 60°

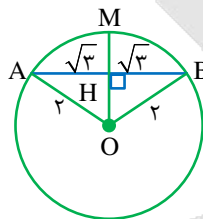
(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$AH = BH = \sqrt{3}$$

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$$

$$\hat{O} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$



طبق قضیه قطر عمود بر وتر داریم:

به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OAH، داریم:

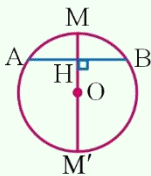
$$\text{و از آن جایی که } OH = \frac{OA}{2}, \text{ پس داریم: } \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ$$

پس در مثلث OAB، زاویه $\hat{O}$ برابر است با:

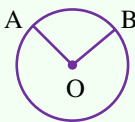
پس اندازه کمان $\widehat{AB}$ نیز برابر 120° است.

نکته ۱

قطر (شعاع) عمود بر وتر، وتر و کمان‌هایش را نصف می‌کند.



$$OM \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AM} = \widehat{BM} \\ \widehat{AM'} = \widehat{BM'} \end{cases}$$



$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$

نکته ۲

اندازه زاویه مرکزی در دایره برابر است با اندازه کمان مقابل.

گروه آموزشی ماز

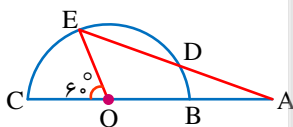
۲۲- در شکل مقابل، مرکز نیم‌دایره و AD برابر با شعاع دایره است. اندازه زاویه A چند درجه است؟

(۱) 10°

(۲) 15°

(۳) 20°

(۴) 25°



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

طبق فرض: $AD = OD$

بنابراین مثلث ODA متساوی‌الساقین است.

در نتیجه:

از طرفی $\hat{ODE}$ زاویه خارجی مثلث ODA است، بنابراین:

حال $\hat{DOB}$ زاویه مرکزی رو به کمان $\widehat{BD}$ است. بنابراین:

از طرفی:

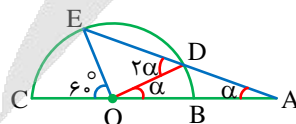
$$\hat{DOB} = \hat{A} = \alpha$$

$$\hat{ODE} = \hat{DAO} + \hat{DOA} = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

$$\widehat{BD} = \alpha, \quad \widehat{EC} = 60^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{EC} - \widehat{DB}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{60^\circ - \alpha}{2} \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ - \alpha \Rightarrow 3\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

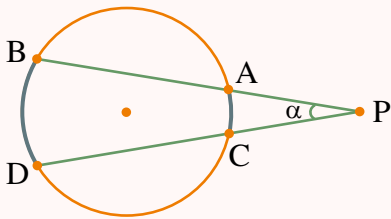


۱۴۰۴-۰۵



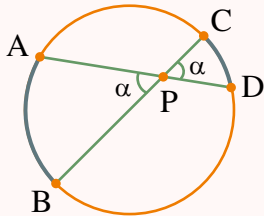
چندتا زاویه مهم در دایره!

(۱)



$$\widehat{APC} = \alpha = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2}$$

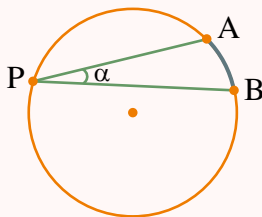
(۲)



$$\widehat{APB} = \widehat{CPD} = \alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

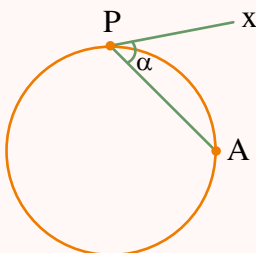
متقابل به رأس

(۳) زاویه محاطی



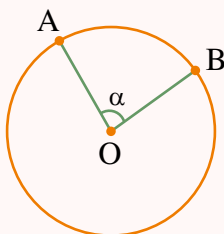
$$\widehat{APB} = \alpha = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

(۴) زاویه ظلی



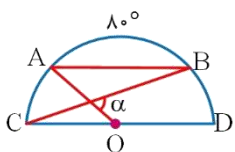
$$\widehat{APX} = \alpha = \frac{\widehat{PA}}{2}$$

(۵) زاویه مرکزی



$$\widehat{AOB} = \alpha = \widehat{AB}$$

گروه آموزشی ماز



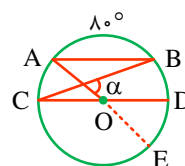
۲۳- در شکل مقابل، وتر AB با قطر CD موازی است. اگر $\widehat{AB} = 80^\circ$ ، آن گاه اندازه زاویه α چند درجه است؟

- (۱) 45°
- (۲) 60°
- (۳) 75°
- (۴) 80°

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} AB \parallel CD &\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = x \\ \widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BD} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 2x + 80^\circ &= 180^\circ \Rightarrow 2x = 100^\circ \Rightarrow x = 50^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = 50^\circ \\ \widehat{AB} + \widehat{BD} + \widehat{DE} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 80^\circ + 50^\circ + \widehat{DE} &= 180^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ \\ \alpha &= \frac{\widehat{BE} + \widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{DE} + \widehat{AC}}{2} = \frac{3 \times 50^\circ}{2} = 75^\circ \end{aligned}$$



CD قطر دایره است، بنابراین:

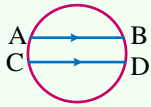
از طرفی:

بنابراین:



نکته مهم

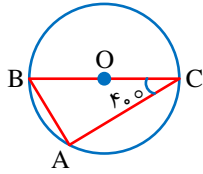
وترهای موازی، کمان‌های مساوی از دایره جدا می‌کنند.



$$AB \parallel CD \Leftrightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در دایره $C(O, 18)$ شکل مقابل، مساحت قطاع AOC چند برابر طول کمان $\widehat{AB}$ است؟



- (۱) ۱۰
(۲) ۱۰/۲۵
(۳) ۱۱
(۴) ۱۱/۲۵

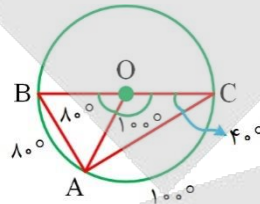
(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

کمان $\widehat{AB}$ روبه‌رو به زاویهٔ محاطی $C = 40^\circ$ است. پس:

$$\widehat{AB} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ \Rightarrow \text{مرکزی } \angle AOB = 80^\circ$$

کمان $\widehat{BAC}$ نیم‌دایره است، پس:



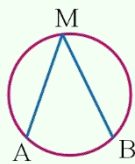
$$\widehat{AC} = 180^\circ - \widehat{AB} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \Rightarrow \text{مرکزی } \angle AOC = 100^\circ$$

پس نسبت مساحت قطاع AOC به طول کمان $\widehat{AB}$ برابر است با:

$$\frac{\frac{\pi R^2}{360^\circ} \times 100}{\frac{\pi R}{180^\circ} \times 80} = \frac{R}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{18}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{45}{4} = 11/25$$

نکته ۱

اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف کمان مقابل آن.



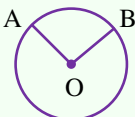
$$\angle AMB = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

نکته ۲

طول کمان و مساحت قطاع متناظر با زاویه مرکزی θ در دایره به شعاع R عبارتند از:

$$\widehat{AB} = \text{طول} = \frac{\pi R}{180^\circ} \theta$$

$$\text{مساحت قطاع } AOB = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \theta$$



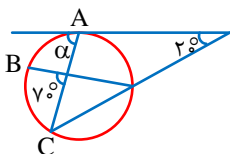
$$\angle AOB = \widehat{AB}$$

نکته ۳

اندازهٔ زاویهٔ مرکزی در دایره برابر است با اندازهٔ کمان مقابل.

گروه آموزشی ماز

۲۵- در شکل مقابل، $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ است. زاویه α چند درجه است؟



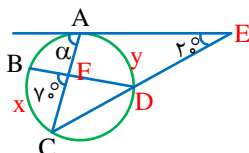
- (۱) ۸۰
(۲) ۶۰
(۳) ۴۰
(۴) ۲۰

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

در شکل مقابل، با توجه به قسمت ۵ در برنامه سوال ۲۲ داریم:

$$\hat{E} = \frac{\widehat{AC} - \widehat{AD}}{2}$$



با توجه به اینکه $\widehat{AD} = y$ و $\widehat{AC} = \widehat{AB} + \widehat{BC}$ و $\widehat{AB} = \widehat{BC} = x$ داریم:

$$20^\circ = \frac{2x - y}{2} \Rightarrow 2x - y = 40^\circ \quad (I)$$

از سوی دیگر، با توجه به قسمت ۴ درسنامه سوال ۲۲ داریم:

$$\hat{F} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} \xrightarrow{F=70^\circ, \widehat{AD}=y, \widehat{BC}=x} 70^\circ = \frac{y+x}{2} \Rightarrow x+y = 140^\circ \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 40^\circ \\ x + y = 140^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 60^\circ \\ y = 80^\circ \end{cases}$$

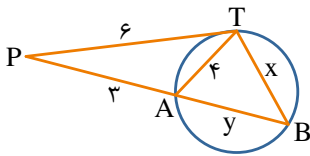
$\hat{A}$ زاویه ظلی است و نصف کمان روبه‌روی آن یعنی:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{2x}{2} = 60^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- اگر PT مماس بر دایره باشد، آن گاه $x+y$ کدام است؟

- ۱۵ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۱۷ (۳)
- ۱۸ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل، زاویه $\hat{PTA}$ ظلی و برابر نصف کمان روبه‌روی آن است. همچنین زاویه $\hat{TBA}$ محاطی و برابر نصف کمان روبه‌روی آن است، در نتیجه با هم برابرند:

$$\begin{cases} \hat{PTA} = \frac{\widehat{TA}}{2} \\ \hat{TBA} = \frac{\widehat{TA}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{PTA} = \hat{TBA} \quad (1), \quad \hat{P} = \hat{P} \quad (2)$$

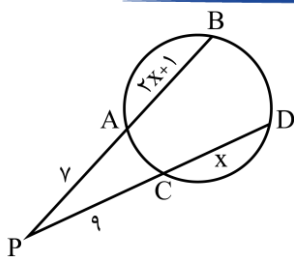
از رابطه‌های (۱) و (۲) تشابه دو مثلث $\hat{PTA}$ و $\hat{PTB}$ نتیجه می‌شود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{4}{x} = \frac{3}{6} = \frac{6}{3+y} \Rightarrow x = 8, 3+y = 12 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow x+y = 17$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- شعاع دایره مقابل برابر ۸ است. فاصله مرکز دایره تا وتر AB چند برابر $\sqrt{15}$ است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۱/۵ (۴)



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

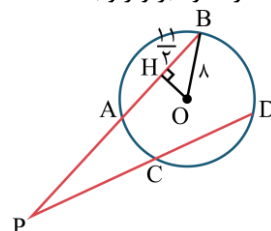
پاسخ: گزینه ۴

به کمک روابط طولی در دایره، داریم:

$$\begin{aligned} PA \times PB &= PC \times PD \\ 7 \times (7 + 2x + 1) &= 9(9 + x) \Rightarrow 14x + 56 = 81 + 9x \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5 \\ \Rightarrow AB &= 2(5) + 1 = 11 \end{aligned}$$

و اینک مطابق شکل، با توجه به قضیه قطر عمود بر وتر و به کمک قضیه فیثاغورس، داریم:

$$OH = \sqrt{64 - \frac{121}{4}} = \sqrt{\frac{135}{4}} = \sqrt{\frac{9 \times 15}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{15}$$



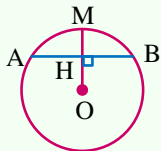
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



وترهای متقاطع	قاطع و مماس
$MA \times MB = MC \times MD$	$MT^2 = MA \times MB$



طبق قضیه قطر عمود بر وتر، قطر (شعاع) عمود بر وتر، وتر و کمان هایش را نصف می‌کند.



$$OM \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AM} = \widehat{BM} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در شکل مقابل، اگر $OD = DE$ باشد، طول DF کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

- (۱) ۶
- (۲) ۶/۲۵
- (۳) ۶/۵
- (۴) ۶/۷۵

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

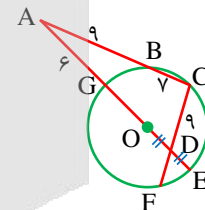
با توجه به روابط طولی برای وترهای متقاطع داریم:

$$AB \times AC = AG \times \underbrace{AE}_{(AG + GE)}$$

$$9 \times 16 = 6 \times (6 + 2r) \Rightarrow 6 + 2r = 24 \Rightarrow 2r = 18 \Rightarrow r = 9 \Rightarrow \begin{cases} OG = 9 \\ OE = 9 \Rightarrow DO = DE = 4/5 \end{cases}$$

$$DC \times DF = DE \times \underbrace{DG}_{(DO + OG)}$$

$$9 \times DF = 4/5 (4/5 + 9) \Rightarrow DF = \frac{27}{4} = 6/75$$



همچنین:

گروه آموزشی ماز

۲۹- در شکل مقابل، $AB = BD$ و CA مماس بر دایره است. اگر $2CA = 2CD = 12$ باشد، طول AD کدام است؟

- (۱) ۸/۳
- (۲) ۱۰/۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

- (۱) ۸/۳
- (۲) ۱۰/۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

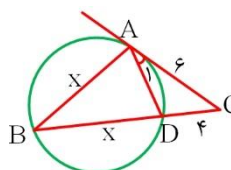
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$CA^2 = CD \times CB \Rightarrow 36 = 4(x + 4) \Rightarrow x = 5$$

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{AD}{5} = \frac{6}{9} \Rightarrow AD = \frac{4 \times 5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

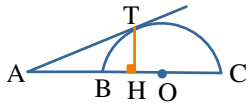


گروه آموزشی ماز



۳۰- در نیم دایره شکل مقابل $AT=2AB=12$ است. مساحت مثلث THC کدام است؟

- (۱) $51/84$
(۲) $45/21$
(۳) $42/84$
(۴) $38/75$



(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه و روابط طولی در دایره می توان نوشت:

$$AT = 12, AB = 6$$

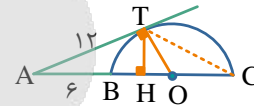
$$AT^2 = AB(AB + BC) \Rightarrow 12^2 = 6(6 + 2R) \Rightarrow 6 + 2R = 24 \Rightarrow 2R = 18 \Rightarrow R = 9$$

$$OT^2 : TH \times OA = OT \times AT$$

$$TH \times 18 = 9 \times 12 \Rightarrow TH = \frac{9 \times 12}{18} = \frac{36}{3} = 12$$

$$OT^2 = OH \times OA \Rightarrow 81 = OH \times 18 \Rightarrow OH = \frac{81}{18} = \frac{9}{2}$$

$$S_{\triangle THC} = \frac{1}{2} \times TH \times CH = \frac{1}{2} \times \frac{36}{3} \times (9 + \frac{9}{2}) = \frac{36 \times 21}{2 \times 3} = 51/84$$



گروه آموزشی ماز

۳۱- نقیض گزاره «اگر امروز باران ببارد، به مدرسه نمی روم یا تکالیفم را انجام می دهم» کدام گزینه است؟

- (۱) اگر امروز باران نبارد، به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.
(۲) امروز باران نمی بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام می دهم.
(۳) امروز باران نمی بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.
(۴) امروز باران می بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر گزاره داده شده را به صورت زیر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

اگر امروز باران ببارد، به مدرسه نمی روم یا تکالیفم را انجام می دهم.

در نتیجه برای نقیض کردن این عبارت خواهیم داشت:

$$p \Rightarrow (q \vee r)$$

$$\sim [p \Rightarrow (q \vee r)] \equiv p \wedge \sim (q \vee r) \equiv p \wedge \sim q \wedge \sim r$$

امروز باران می بارد و به مدرسه می روم و تکالیفم را انجام نمی دهم.

قانون دمورگان

$$1) \sim (p \vee q) = (\sim p) \wedge (\sim q)$$

$$2) \sim (p \wedge q) = (\sim p) \vee (\sim q)$$

گزاره های شرطی

۲ گزاره روبه رو هم ارزند

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- اگر $q \Rightarrow p$ نادرست و $q \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$ درست باشد، ارزش r کدام است؟

- (۱) درست
(۲) نادرست
(۳) می تواند درست یا نادرست باشد.
(۴) هم ارز $p \Rightarrow q$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

به بررسی اطلاعات سوال می پردازیم:

$$q \Rightarrow p \begin{cases} q \equiv د \\ p \equiv ن \end{cases}$$



$r \Leftrightarrow p$ درست است، بنابراین p و r ارزش‌های یکسانی دارند و r نادرست است. $\Rightarrow (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow q$ درست است.

ارزش گزاره

نکته ۱

اگر ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست باشد آن‌گاه:

$$q \equiv F \text{ و } p \equiv T$$

نکته ۲

اگر ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ درست باشد آن‌گاه:

$$q \equiv F \text{ و } p \equiv F \text{ یا الف) یا } q \equiv T \text{ و } p \equiv T \text{ ج) است.}$$

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

یا ب) $p \equiv F$ و $q \equiv T$ یا ج) $p \equiv T$ و $q \equiv T$ است.

نکته ۳

اگر $p \Leftrightarrow q$ درست باشد آن‌گاه:

$$q \equiv T \text{ و } p \equiv T \text{ یا الف) یا } q \equiv F \text{ و } p \equiv F \text{ ب) است.}$$

نکته ۴

اگر $p \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، آن‌گاه:

$$q \equiv F \text{ و } p \equiv T \text{ یا الف) یا } q \equiv T \text{ و } p \equiv F \text{ ب) است.}$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

گروه آموزشی ماز

۳۳- اگر ارزش $(p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim q)$ درست باشد، در چند حالت ارزش r درست می‌باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

جدول ارزش گزاره $X = (p \Leftrightarrow q) \vee (r \wedge \sim q)$ را تشکیل می‌دهیم.

p	q	r	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$r \wedge \sim q$	X
د	د	د	ن	د	ن	د
د	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د

طبق جدول فوق، زمانی که ارزش گزاره X درست است، در ۳ حالت ارزش r درست می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۴- گزاره « $r \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$ » با کدام گزاره هم‌ارز است؟

$\sim r \vee q$ (۴)

$\sim r \vee p$ (۳)

F (۲)

T (۱)



عبارت سمت راست را ساده تر می نویسیم:

$$[(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q \equiv [(\sim q \vee p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q \\ \equiv (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q \equiv (p \vee q) \vee \sim q \equiv p \vee (q \vee \sim q) \equiv p \vee T \equiv T$$

و گزاره $r \Rightarrow T$ همواره درست است.

گزاره

اگر p یک گزاره باشد، آن گاه داریم:

- ۱) $p \wedge F \equiv F$
 ۳) $p \wedge T \equiv p$
 ۵) $p \Rightarrow T \equiv T$
 ۷) $T \Rightarrow p \equiv p$

- ۲) $p \vee F \equiv p$
 ۴) $p \vee T \equiv T$
 ۶) $p \Rightarrow F \equiv \sim p$
 ۸) $F \Rightarrow p \equiv T$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر $\sim p \vee q$ و $r \Rightarrow q$ هر دو گزاره های درست باشند، آن گاه کدام گزاره همواره درست است؟

- ۱) $p \Rightarrow q \wedge r$ ۲) $(q \vee r) \Rightarrow p$ ۳) $(p \vee q) \Rightarrow r$ ۴) $(p \vee r) \Rightarrow q$

$$(\sim p \vee q) \wedge (r \Rightarrow q) \equiv T \Rightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim r \vee q) \equiv T \\ \Rightarrow (\sim p \wedge \sim r) \vee q \equiv T \Rightarrow \sim (p \vee r) \vee q \equiv T \Rightarrow (p \vee r) \Rightarrow q \equiv T$$

نکته

هرگاه دو یا چند گزاره درست داده شده باشند، عطف آن ها ($\wedge$) نیز باید درست باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- عکس نقیض گزاره شرطی $[(A \subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A = B]$ به کدام صورت است؟

- ۱) $[(A \not\subseteq B \vee B \not\subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \vee x \in \mathbb{W})]$
 ۲) $[(A \not\subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \notin \mathbb{W})]$
 ۳) $[(A \subseteq B \wedge B \not\subseteq A) \Leftrightarrow A = B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$
 ۴) $[(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$

با توجه به نکات، عکس نقیض گزاره مذکور به صورت زیر است:

$$[(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A) \Leftrightarrow A \neq B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$$

و یا به صورت زیر:

$$[(A \not\subseteq B) \vee (B \not\subseteq A) \Leftrightarrow A = B] \Rightarrow [\forall x \in \mathbb{Z}; (x \notin \mathbb{N} \wedge x \in \mathbb{W})]$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

نکته ۱

عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ عبارتست از $\sim q \Rightarrow \sim p$

نکته ۲

طبق قوانین دمورگان برای دو گزاره دلخواه p ، q داریم:

$$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

نکته ۳

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim \sim q$$

نکته ۴

$$\sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$$

گروه آموزشی ماز



۳۷- اگر $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ و $C = \{1, 2, \{2\}, \{1, 2\}\}$ ، کدام گزینه نادرست است؟

$B \subseteq C$ (۴)

$A \in B$ (۳)

$A \subseteq B$ (۲)

$B \in C$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱

اگر عضو a متعلق به مجموعه A باشد، می‌نویسیم $a \in A$ و در غیر این صورت می‌نویسیم $a \notin A$.

نکته ۲

می‌گوییم A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم $A \subseteq B$ ، هرگاه هر عضو A در B نیز موجود باشد.

$(A \subseteq B) \Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B)$

با توجه به نکات، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

بررسی سایر موارد:

۱ $B \in C$ نادرست است، زیرا عضوی مانند $\{1, 2, \{1, 2\}\}$ در مجموعه C موجود نیست.

۲ $A \subseteq B$ درست است، زیرا مجموعه B اعضای ۱ و ۲ را دارد. پس زیرمجموعه دو عضوی $\{1, 2\}$ را نیز دارد.

۳ $A \in B$ درست است، زیرا عضو $\{1, 2\}$ در مجموعه B وجود دارد.

۴ $B \subseteq C$ درست است، زیرا مجموعه C ، عضوهای $1, 2, \{1, 2\}$ را دارد، پس زیرمجموعه سه عضوی $\{1, 2, \{1, 2\}\}$ را نیز دارد.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

گروه آموزشی ماز

۳۸- کدام گزینه درست نمی‌باشد؟

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x ; (x \notin A \vee x \in B)$ (۲)

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in B)$ (۱)

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x ; (x \notin A \vee x \notin B)$ (۴)

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x ; (x \notin B \Rightarrow x \notin A)$ (۳)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ و $p \Rightarrow q \equiv p \vee q$ می‌باشد.

طبق تعریف کتاب درسی $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x ; (x \in A \Rightarrow x \in B)$

فرض کنید $p : x \in A$ و $q : x \in B$ پس داریم:

$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

پس گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ هر سه درست می‌باشد. گزینه ۴ نادرست می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۹- اگر $A = \{\emptyset, a, \{b\}, \{a, b\}, \{a, \emptyset\}\}$ باشد، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

$\{\emptyset, \{a\}\} \subseteq P(A)$ (ت)

$\{\{b\}, \{a, b\}\} \in P(A)$ (پ)

$\emptyset \subseteq P(A)$ (ب)

$\emptyset \in P(A)$ (الف)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سایر موارد:

چون $\emptyset$ زیرمجموعه A است پس عضو $P(A)$ هم می‌باشد، در نتیجه گزینه الف درست است.

از طرفی $P(A)$ مجموعه است و $\emptyset$ زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است و عبارت ب نیز درست می‌باشد.

همچنین $\{\{b\}, \{a, b\}\}$ زیرمجموعه‌ای از A است و عضو $P(A)$ و چون $\emptyset$ و $\{a\}$ هر کدام از اعضای $P(A)$ هستند $\{\emptyset, \{a\}\}$ زیرمجموعه $P(A)$ است.

بنابراین عبارت‌های پ و ت نیز درست است.

نکته مهم

مجموعه توانی A ، مجموعه همه زیرمجموعه‌های A می‌باشد و با $P(A)$ نشان داده می‌شود. به طور مثال، اگر $A = \{a, b\}$ باشد، $P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset\}$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \{1, 2, 3\}, \{5, 6\}\}$ مفروض است. اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های دو مجموعه $A \cup \{5, 6, 7\}$ و $A - \{1, 2, 3\}$ را m می‌نامیم.

رقم یکان m کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$$|A \cup \{5, 6, 7\}| = |\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \{1, 2, 3\}, \{5, 6\}\}| = 9$$

$$|A - \{1, 2, 3\}| = |\{4, 5, \{1, 2, 3\}, \{5, 6\}\}| = 4$$

$$\Rightarrow \text{حاصل مطلوب} = 2^9 - 2^4 = 512 - 16 = 496$$

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

یه فرمول می‌گم، سریع حفظش کنین. یالآ.

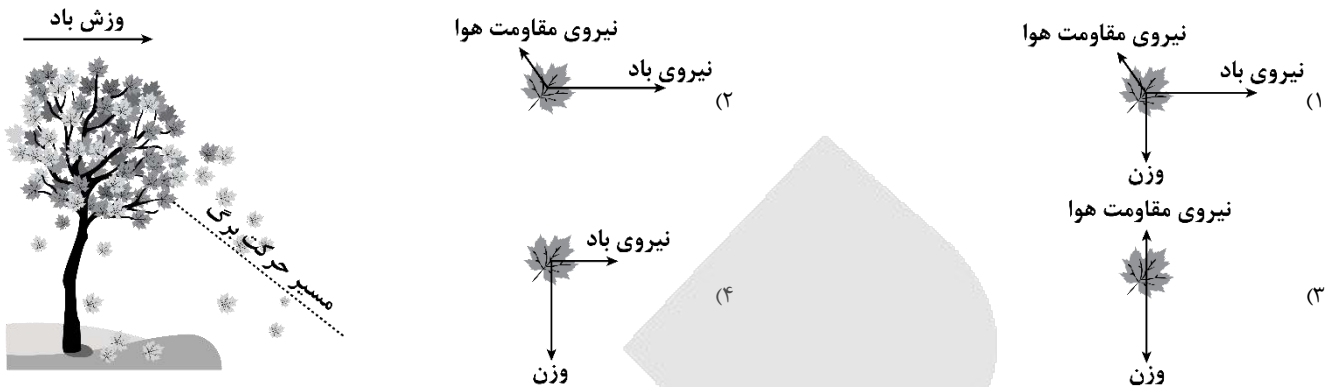
اگر مجموعه‌ای دارای k عضو باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر است با: 2^k

گروه آموزشی ماز



پایه دهم (بخش انتخابی)

۴۱- در شکل زیر، کدام گزینه مدل‌سازی سقوط برگ درخت را به درستی نشان می‌دهد؟



(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

نکات مربوط به مدل‌سازی این شکل:

- ۱- چون در نهایت برگ به سمت پایین حرکت می‌کند پس نیروی وزن از مقاومت هوا بزرگ‌تر است.
- ۲- اگر به شکل دقت کنید متوجه می‌شوید که برگ‌ها به سمت راست متمایل شده‌اند و این نشان از وزش باد به سمت راست دارد به همین علت نیروی وزش باد را به سمت راست ترسیم کرده‌ایم. دقت کنید با توجه به مسیر حرکت برگ، نمی‌توان از اثر نیروی باد صرف نظر کرد.
- ۳- با وجود سبک بودن برگ، نیروی وزن یک اثر مهم و تعیین‌کننده است و نمی‌توان از آن صرف نظر کرد چون در صورت صرف نظر کردن از وزن هیچ نیرویی وجود ندارد که باعث پایین آمدن برگ شود.
- ۴- نیروی مقاومت هوا خلاف جهت حرکت برگ یعنی در جهت می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲- **نیروی وزن** که تنها عامل پایین آمدن برگ است ترسیم نشده است.
- ۳- اثر **نیروی باد** که باعث شده برگ‌ها به سمت راست حرکت کنند رسم نشده است.
- ۴- نیروی مقاومت هوای وارد بر برگ در مرتبه وزن آن است و **نمی‌توان** از آن صرف نظر کرد.

نکات مربوط به مدل‌سازی

- ۱- هرگز نمی‌توان از نیروی وزن صرف نظر کرد، یعنی نیروی وزن (mg) را در تمامی سؤالات به عنوان اولین نیرو در راستای قائم به سمت زمین ترسیم کنید.
- می‌دانیم که با افزایش ارتفاع از سطح زمین، نیروی وزن **کاهش** می‌یابد، ولی اگر تغییر ارتفاع زیاد نباشد می‌توان از تغییر نیروی گرانش در اثر تغییر ارتفاع از زمین صرف نظر کرد و وزن را ثابت در نظر گرفت.
- ۲- در اجسامی که روی سطوح حرکت می‌کنند، نیروی اصطکاک را در خلاف جهت حرکت جسم ترسیم می‌کنیم. فقط و فقط زمانی می‌توانیم از نیروی اصطکاک صرف نظر کنیم که سطح کاملاً صاف و صیقلی باشد.
- ۳- در بسیاری از مدل‌های فیزیکی اصولاً اجسام را به صورت ذره فرض می‌کنیم و به جای کل جسم فقط مرکز جسم را رسم می‌کنیم.
- ۴- نیروی مقاومت شاره (هوا) را همواره در خلاف جهت حرکت جسم رسم می‌کنیم. اصولاً زمانی می‌توان از نیروی مقاومت شاره چشم‌پوشی کرد که ابعاد جسم و تندی حرکت آن کوچک باشد. پس در سؤالاتی مثل حرکت پر، چتر باز، بالون و قایق بادبانی نمی‌توان از مقاومت هوا و وزش باد چشم‌پوشی کرد. در سقوط باران به دلیل تندی زیاد قطره‌ها و در حرکت چتر باز به علت بزرگی سطح مقطع چتر و تندی زیاد حرکت، نمی‌توان از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کرد.

مثال

چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- ۱- در مدل‌سازی سقوط یک پر، از نیروی وزن پر به علت سبکی پر می‌توان صرف نظر کرد. (*)
- ۲- در مدل‌سازی پرتاب ماهواره به فضا از تغییر جاذبه زمین می‌توان صرف نظر کرد. (*)
- ۳- در مدل‌سازی شخصی که در حال هل دادن یک جسم روی زمین است، از نیروی اصطکاک نمی‌توان صرف نظر کرد مگر آن که سطح کاملاً صیقلی باشد. (✓)
- ۴- در مدل‌سازی بلند کردن یک وزنه از روی زمین می‌توان از نیروی مقاومت هوا صرف نظر کرد. (✓)
- ۵- در مدل‌سازی سقوط یک سنگ در هوا از نیروی مقاومت هوا می‌توان صرف نظر کرد. (✓)
- ۶- در مدل‌سازی سقوط یک ورقه کاغذ در هوا از نیروی مقاومت هوا می‌توان صرف نظر کرد. (*)
- ۷- در مدل‌سازی پرواز یک هواپیما می‌توان نیرویی که هوا به هواپیما وارد می‌کند را نادیده گرفت. (*)
- ۸- در خروج باریکه نور از یک لیزر مدادی، باریکه نور را به صورت پرتوهای موازی نور مدل‌سازی می‌کنیم. (✓)

- ۹- در تشکیل تصویر یک درخت در دوربین عکاسی، پرتوهای نور که از خورشید به درخت برخورد می‌کنند را به صورت موازی و پرتوهایی که از درخت به دوربین عکاسی می‌رسند را به صورت پرتوهای واگرا مدل‌سازی می‌کنیم. (✓)
- ۱۰- در مدل‌سازی حرکت یک قایق بادبانی باید به نیروی باد توجه داشته باشیم، ولی در حرکت قایق پارویی می‌توان از اثر نیروی باد چشم‌پوشی کرد. (✓)
- ۱۱- در مدل‌سازی راه رفتن، از نیروی اصطکاک بین کفش و زمین چشم‌پوشی می‌کنیم. (✗)
- ۱۲- در مدل‌سازی سقوط قطره باران، از نیروی مقاومت هوا می‌توان صرف‌نظر کرد. (✗)
- ۱۳- در مدل‌سازی حرکت یک کشتی روی سطح آب، از نیروی شناوری می‌توان صرف‌نظر کرد. (✗)

گروه آموزشی ماز

۴۲- در کمیت‌های زیر به ترتیب چند کمیت اصلی و چند کمیت برداری وجود دارد؟

«دما، سرعت متوسط، مقدار ماده، فشار، جریان الکتریکی، شتاب»

۳، ۳ (۴)

۲، ۲ (۳)

۲، ۳ (۲)

۳، ۲ (۱)

(آسان - حفظی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

جدول مربوط به کمیت‌های اصلی همراه با یکای آن‌ها را حفظ کنید.

در بین کمیت‌های داده‌شده ۳ کمیت دما، مقدار ماده و جریان الکتریکی، کمیت اصلی و ۲ کمیت سرعت متوسط و شتاب، برداری هستند.



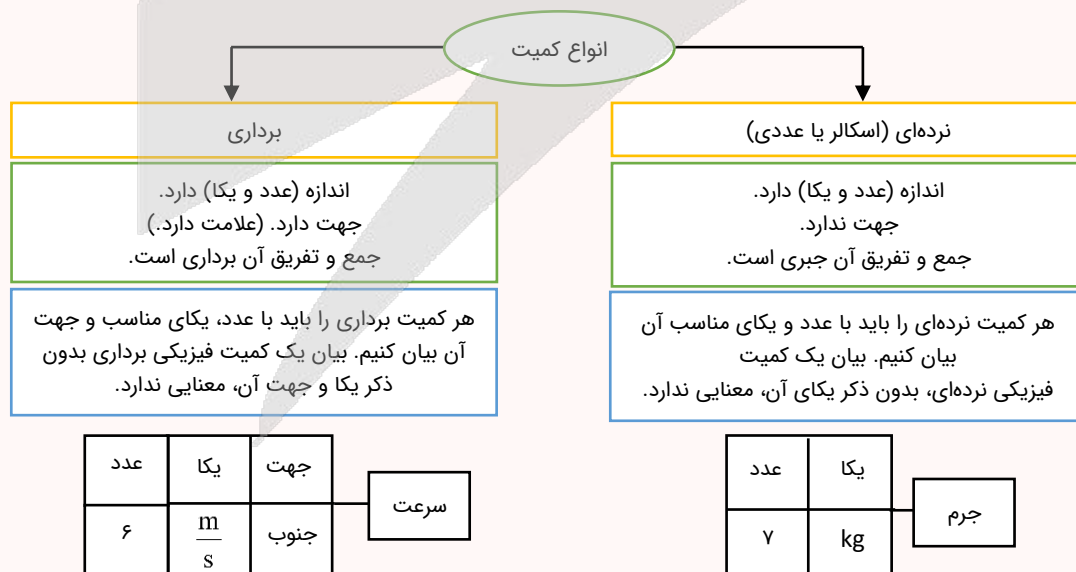
دقت کنید که جریان الکتریکی و فشار، برداری نیستند.

یکاهای و کمیت‌ها

۱- کمیت‌های فیزیکی در سیستم SI به دو گروه اصلی و فرعی تقسیم می‌شوند. هفت کمیت زیر کمیت‌های اصلی هستند و سایر کمیت‌ها، کمیت‌های فرعی می‌باشند.

جدول کمیت‌های اصلی که همگی نردهای هم می‌باشند.					
کمیت	نماد	یکای (SI)	نوع	نوع	یکای غیر SI
طول	L	متر (m)	نردهای	اصلی	in, ft, AU
جرم	m	کیلوگرم (kg)	نردهای	اصلی	گرم، مثقال، تن
زمان	t	ثانیه (s)	نردهای	اصلی	min, h, day
شدت روشنایی	I	کندلا (شمع) (cd)	نردهای	اصلی	
جریان الکتریکی	I	آمپر (A)	نردهای	اصلی	
مقدار ماده	n	مول (mol)	نردهای	اصلی	
دما	T	کلوین K	نردهای	اصلی	درجه سلسیوس، درجه فارنهایت

۲- کمیت‌های فیزیکی علاوه بر اصلی و فرعی بودن، به گونه دیگری نیز تقسیم‌بندی می‌شوند. کمیت‌ها به دو دسته نردهای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند.



گروه آموزشی ماز

۴۳- جرم جسمی ۳۶۸ kg است. جرم این جسم چند خروار است؟ (۱ سیر = ۱۶ مثقال، ۱ مثقال = ۴/۶ گرم، ۱ خروار = ۱۰۰ من تبریز، ۱ من تبریز = ۴۰ سیر).

۲۰ (۴)

۰/۲ (۳)

۱۲۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)



به روش زنجیره‌ای تبدیل یکای موردنظر را انجام می‌دهیم:

$$368 \text{ kg} = 368 \text{ kg} \times \left(\frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ مثقال}}{4/6 \text{ g}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ سیر}}{16 \text{ مثقال}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ من تبریز}}{40 \text{ سیر}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ خروار}}{100 \text{ من تبریز}} \right) = 1/25 \text{ خروار}$$

ریاضی خارج - ۱۴۰۱

یکی از بزرگ‌ترین الماس‌های موجود در ایران، دریای نور به جرم ۱۸۲ قیراط است. جرم این الماس در SI چقدر است؟ (هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است)

- (۱) ۳۶/۴ (۲) ۹/۱ (۳) $9/1 \times 10^{-2}$ (۴) $3/64 \times 10^{-2}$

پاسخ تشریحی:

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$182 \text{ قیراط} = 182 \text{ قیراط} \times \frac{200 \times 10^{-6} \text{ kg}}{1 \text{ قیراط}} = 3/64 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

پاسخ: گزینه ۴

ریاضی داخل - ۱۴۰۱

تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت، معادل چند مایل بر دقیقه است؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید.)

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۶

پاسخ تشریحی:

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mile}}{1800 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 2 \frac{\text{mile}}{\text{min}}$$

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۴- یک کشتی با تندی ۲۰ گره دریایی در حال حرکت است. این کشتی در مدت دو ساعت چه مسافتی را برحسب مایل دریایی طی می‌کند؟ (یک گره

دریایی $0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و یک مایل دریایی ۱/۸ km است.)

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۷/۲ (۴) ۳/۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تندی کشتی را به $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$v = 20 \text{ گره دریایی} = 20 \times 0/5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$L = v \Delta t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 2 \times 3600$$

$$\Rightarrow L = 72000 \text{ m} = 72 \text{ km}$$

$$L = 72 \text{ km} \times \left(\frac{1 \text{ مایل}}{1/8 \text{ km}} \right)$$

$$L = 40 \text{ مایل دریایی}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- در جدول زیر از موارد شماره گذاری شده (۱) تا (۴) چند مورد نادرست نوشته شده است؟

کمیت	نام یکا در SI	یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی
شتاب	(۱) متر بر مربع ثانیه $(\frac{m}{s^2})$	$\frac{m}{s^2}$
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{g \cdot m}{s^2}$ (۲)
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m^2 \cdot s}$ (۳)
انرژی	(۴) کالری (cal)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

موارد شماره (۲)، (۳) و (۴) نادرست است. در جدول زیر موارد نادرست، اصلاح شده است.

کمیت	نام یکا	یکای فرعی بر حسب یکاهای اصلی
شتاب	(۱) متر بر مربع ثانیه $(\frac{m}{s^2})$	$\frac{m}{s^2}$
نیرو	نیوتون (N)	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$ (۲)
فشار	پاسکال (Pa)	$\frac{kg}{m \cdot s^2}$ (۳)
انرژی	(۴) ژول (J)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در رابطه فیزیکی $A = \frac{1}{2}BC^2 + BDg$ ، کمیت‌های A، D و g به ترتیب، انرژی مکانیکی جسم، ارتفاع جسم از سطح زمین و شتاب جاذبه زمین هستند.

یکای کمیت $\frac{BD^2g^2}{C^2}$ کدام است؟

۱) نیوتون

۲) ژول

۳) متر بر ثانیه

۴) پاسکال

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به داده‌های سؤال، یکای کمیت‌های A و B و C را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \text{کمیت A، انرژی است} \\ [D] = m \Rightarrow \text{کمیت D، ارتفاع است} \\ [g] = \frac{m}{s^2} \Rightarrow \text{کمیت g، شتاب است} \end{cases}$$



در یک رابطه فیزیکی باید تمامی جملاتی که باهم جمع و تفریق می شوند یکای یکسانی داشته باشند، پس:

$$[A] = \left[\frac{1}{2} BC^2 \right] = [BDg]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ۱) [A] = [BDg] \Rightarrow [B] = \frac{[A]}{[D][g]} = \frac{\frac{kgm^2}{s^2}}{m \times \frac{m}{s^2}} \Rightarrow [B] = kg \\ ۲) [A] = \left[\frac{1}{2} BC^2 \right] \Rightarrow [C]^2 = \frac{[A]}{[B]} = \frac{\frac{kgm^2}{s^2}}{kg} \Rightarrow [C]^2 = \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow [C] = \frac{m}{s} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left[\frac{BD^2 g^2}{C^2} \right] = \frac{[B].[D]^2.[g]^2}{[C]^2} = \frac{kg \times m^2 \times \frac{m^2}{s^4}}{\frac{m^2}{s^2}} = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$$

سازگاری یکاها

۱- در هر رابطه دقت کنید که یکاهای قرارداده شده در دو طرف رابطه باهم سازگار باشند و بتوانند باهم خط بخورند.

مثلاً در رابطه چگالی، اگر چگالی را برحسب $\frac{g}{cm^3}$ بدهند باید جرم را برحسب گرم و حجم را برحسب cm^3 قرار دهیم تا یکاها باهم سازگار شوند؛ ولی اگر جرم را برحسب kg و حجم را برحسب m^3 قرار دهیم، چگالی برحسب $\frac{kg}{m^3}$ به دست می آید:

$$\frac{g}{cm^3} \leftarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{g}{cm^3}$$

$$\frac{kg}{m^3} \leftarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{kg}{m^3}$$

بنابراین در فیزیک، هر رابطه ای بین کمیت ها برقرار باشد، همان رابطه بین یکاهای آن کمیت ها نیز برقرار است. اگر کمیت را با x نمایش دهیم، یکای کمیت را با [x] نمایش می دهیم.

به طور مثال برای انرژی جنبشی:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$[K] = [m].[v]^2$$

$$[K] = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

۲- در ضرب و تقسیم، محدودیتی برای یکاها وجود ندارد ولی در جمع و تفریق فقط کمیت هایی را می توانیم جمع و تفریق کنیم که از یک جنس باشند.

مثلاً در رابطه $A = BC + D^2 - \frac{2E}{F}$ باید جنس A با جنس BC با جنس D^2 با جنس $\frac{2E}{F}$ یکسان باشد ولی لزومی ندارد که جنس B و C باهم یکی باشند.

نکته

برای جمع، تفریق و یا مقایسه دو یا چند کمیت، حتماً باید یکا و حتی پیشوند یکای آن ها با یکدیگر مساوی باشد.

به طور مثال نمی توان ۱/۵kg را با ۲۰cm جمع کرد، یا نمی توان بدون تبدیل یکا ۲atm را با ۲۰۰Pa جمع کرد.

گروه آموزشی ماز

۴۷- چه تعداد از عوامل زیر در کاهش خطای اندازه گیری تأثیری ندارد؟

الف: مهارت شخص آزمایشگر

ب: استفاده از یکاهای SI

پ: تعداد دفعات اندازه گیری

ت: دقت ابزار اندازه گیری

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



طبق متن کتاب درسی عواملی که خطای اندازه‌گیری را کاهش می‌دهند، عبارت‌اند از:
 (۱) دقت ابزار اندازه‌گیری (۲) مهارت شخص آزمایشگر (۳) تعداد دفعات اندازه‌گیری
 بنابراین استفاده از یکاهای SI تأثیری در کاهش خطای اندازه‌گیری ندارد. در نتیجه تنها یک مورد تأثیری ندارد.

اندازه‌گیری و دقت وسایل اندازه‌گیری

در اندازه‌گیری کمیت‌های فیزیکی قطعیت وجود ندارد و همواره خطا وجود دارد.
 با انتخاب وسیله‌های دقیق و روش صحیح اندازه‌گیری تنها می‌توان خطای اندازه‌گیری را کاهش داد ولی هیچ‌گاه نمی‌توان آن را به صفر رساند.
 سه عامل مهم در افزایش دقت اندازه‌گیری:

۱- دقت و حساسیت وسیله اندازه‌گیری

کم‌ترین مقداری که یک وسیله می‌تواند اندازه‌گیری کند را دقت اندازه‌گیری گویند.

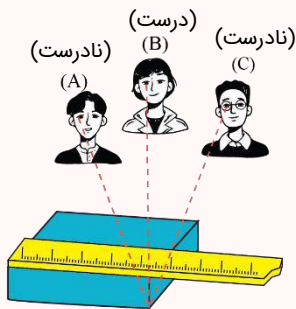
۲- مهارت شخص آزمایشگر

یکی از مهارت‌ها، نحوه خواندن نتیجه اندازه‌گیری است.

خطای مشاهده، ناشی از اختلاف منظر، در خواندن و گزارش نتیجه اندازه‌گیری تأثیر مهمی دارد.
 شخصی که به‌طور مستقیم (قائم) نتیجه اندازه‌گیری را می‌خواند، دقت بیشتری نسبت به شخصی که مایل نگاه می‌کند دارد، پس در اندازه‌گیری، باید امتداد راستای چشم و عدد اندازه‌گیری برهم عمود باشند. مثلاً در شکل مقابل، خواندن نتیجه اندازه‌گیری از منظرهای A و C خطا را افزایش می‌دهد درحالی‌که گزارش شخصی که از منظر B نتیجه اندازه‌گیری را می‌خواند دقت بیشتری دارد.

۳- تعداد دفعات اندازه‌گیری

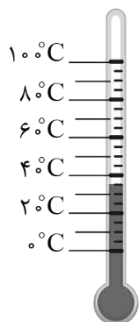
برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری را چند بار تکرار می‌کنند، سپس عددهایی که اختلاف زیادی با بقیه دارند را حذف می‌کنند و میانگین بقیه اعداد را به‌عنوان نتیجه اندازه‌گیری گزارش می‌کنند.



گروه آموزشی ماز

۴۸- دقت اندازه‌گیری دماسنج مقابل چند $^{\circ}\text{C}$ است؟

- (۱) $2/5$
 (۲) 5
 (۳) 10
 (۴) 20



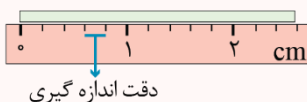
می‌دانیم دقت اندازه‌گیری ابزارهای مدرج برابر با کمینه درجه‌بندی آنها است؛ بنابراین با توجه به این که روی دماسنج مدرج، فاصله بین 20°C به چهار قسمت مساوی تقسیم شده است، درمی‌یابیم دقت آن برابر با $5^{\circ}\text{C} = \frac{20}{4}$ است.

دقت اندازه‌گیری

وسایل اندازه‌گیری به دو دسته رقمی (دیجیتال) و مدرج تقسیم می‌شوند. دقت اندازه‌گیری این وسایل به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

۱- ابزار اندازه‌گیری مدرج

دقت اندازه‌گیری ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر با کمینه درجه‌بندی آن ابزار است.



$2/6 \text{ cm}$ = گزارش اندازه‌گیری
 $0/2 \text{ cm}$ = دقت اندازه‌گیری



دقت اندازه‌گیری ابزار اندازه‌گیری مدرج از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{\text{فاصله بین دو درجه متوالی}}{\text{تعداد تقسیم‌بندی بین دو درجه متوالی}} \times \text{یک}$$

به عنوان مثال برای خطکش شکل بالا داریم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = \frac{1-0}{5} \times \text{cm} = 0.2 \text{ cm}$$

مثال



کمینه درجه بندی



دقت اندازه‌گیری = 1 cm



دقت اندازه‌گیری = $\frac{1}{5} = 0.2 \text{ cm}$

۲- ابزار اندازه‌گیری دیجیتالی

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

برای به دست آوردن دقت اندازه‌گیری ابزار اندازه‌گیری دیجیتال به جای آخرین رقم سمت راست، ۱ قرار دهید و به جای بقیه اعداد، صفر و در نهایت یکی آن را جلوی آن بنویسید.

50.4/0.8 g

50.4/0.8
↓
0.0/0.1

دقت اندازه‌گیری = 0.01 g

مثال

دماسنج دیجیتال: 12 °C → دقت اندازه‌گیری = 1 °C

زمان سنج دیجیتال: 15.2 s → دقت اندازه‌گیری = 0.1 s

کولیس دیجیتال: 45.34 mm → دقت اندازه‌گیری = 0.01 mm



دقت: 0.1 °C



دقت: 0.01 mm

گروه آموزشی ماز

۴۹- طول جسمی را ۶ بار به وسیله خط کشی که بر حسب mm مدرج شده است، اندازه گرفته‌ایم و عددهای ۲۰/۵، ۲۳/۰، ۲۰/۹، ۲۱/۰، ۲۰/۷ و ۲۰/۴ سانتی‌متر را به دست آورده‌ایم. کدام یک از گزینه‌های زیر گزارش بهتری برای طول این جسم بر حسب mm است؟

۲۰۶/۵ (۴)

۲۰۷ (۳)

۲۰۹/۵ (۲)

۲۰۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

داده‌هایی که اختلاف قابل توجهی با بقیه دارند را حذف می‌کنیم. بنابراین تنها مقدار ۲۳/۰ حذف می‌شود.

گام آخر:

میانگین ۵ داده باقی‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$L = \frac{20.4 + 20.5 + 20.7 + 20.9 + 21}{5} = 20.7 + \frac{0.4 + 0.5 + 0.7 + 0.9 + 1}{5} = 20.7 + 0.7 = 20.7 \text{ cm} = 207 \text{ mm}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- حجم یک ظرف بر حسب لیتر به صورت $V = 0.000906 \times 10^{+7} L$ می‌باشد. حجم این ظرف در SI و با نمادگذاری علمی کدام است؟

0.9060 (۴)

9.06×10^{-1} (۳)

$0.906 \times 10^{+3}$ (۲)

$9.06 \times 10^{+2}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

برای تسلط بیشتر، اعداد مربوط به جدول ۷-۱ و تمرین ۳-۱ کتاب درسی را به صورت نمادگذاری علمی بنویسید.

با توجه به این که یکای حجم در SI متر مکعب (m^3) است ابتدا لیتر را به متر مکعب تبدیل می‌کنیم:

$$V = 0.000906 \times 10^{+7} L \times \left(\frac{10^{-3} m^3}{1 L} \right) = 0.000906 \times 10^4 m^3$$



حل با تغییر جایگاه ممیز، حجم موردنظر را به صورت نمادگذاری علمی می نویسیم:

$$V = 0.00009060 \times 10^4 \text{ m}^3 = 9.060 \times 10^{-5} \times 10^4 \text{ m}^3 = 9.060 \times 10^{-1} \text{ m}^3$$



نمادگذاری علمی

نوشتن اعداد بسیار بزرگ و یا بسیار کوچک با صفرهای زیاد علاوه بر دشواری در خواندن و نوشتن، احتمال اشتباه را نیز افزایش می دهد، از این رو از نمادگذاری علمی استفاده می کنیم که نوشتن و محاسبه مقادیر خیلی بزرگ یا خیلی کوچک ساده شود. اندازه هر کمیت فیزیکی که به صورت نمادگذاری علمی بیان می شود باید شامل سه قسمت باشد. قسمت های اول و دوم دربرگیرنده حاصل ضرب عددی از یک تا ده در توان صحیحی از ده است و در قسمت سوم، یکای آن کمیت نوشته می شود.

پکا $\times 10^n = a$ اندازه یک کمیت برحسب نمادگذاری علمی

n : توان صحیحی از ده (عدد صحیح مثبت یا منفی)

($1 \leq a < 10$)

a : عددی از ۱ تا ۱۰

گروه آموزشی ماز

۵۱- اگر تندی یک خودرو بین $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تا $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد آهنگ مصرف سوخت خودرو $\frac{\text{L}}{\text{s}}$ $1/5 \times 10^{-3}$ است و اگر تندی خودرو بین $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تا $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد،

آهنگ مصرف سوخت خودرو $\frac{\text{cm}^3}{\text{h}}$ 8000 است. اگر این خودرو ۲ ساعت با تندی $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و ۳۰ دقیقه با تندی $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ حرکت کند، در این مدت

حجم سوخت مصرف شده در SI چقدر است؟

$$12 \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$14/8 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$14/8 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

قسمت اول حرکت: ۲ ساعت با تندی $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$: تندی $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ معادل با $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است پس در این مدت آهنگ مصرف سوخت $\frac{\text{L}}{\text{s}}$ $1/5 \times 10^{-3}$ است.

$$\text{مصرف سوخت خودرو} = (1/5 \times 10^{-3} \frac{\text{L}}{\text{s}}) \times (2 \times 3600 \text{ s}) = 10/8 \text{ L}$$

قسمت دوم حرکت: ۳۰ دقیقه با تندی $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$: تندی $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ معادل $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است پس در این مدت آهنگ مصرف سوخت $\frac{\text{cm}^3}{\text{h}}$ 8000 است.

$$\text{مصرف سوخت خودرو} = 8000 \frac{\text{cm}^3}{\text{h}} \times \frac{1}{2} \text{ h} = 4000 \text{ cm}^3 = 4 \text{ L}$$

$$\text{مصرف کل سوخت خودرو} = 10/8 + 4 = 14/8 \text{ L} = 14/8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

اگر؟ مسافت طی شده توسط خودرو در این مدت را می خواستیم، پاسخ چند کیلومتر بود؟

$$L = v \Delta t = 54 \times 2 = 108 \text{ km}$$

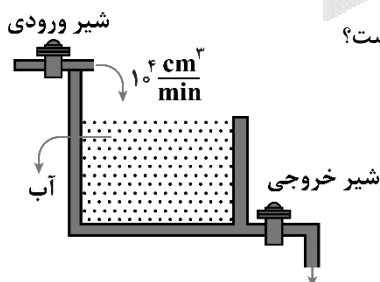
$$L = v \Delta t = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{2} \text{ h} = 54 \text{ km}$$

$$L = 108 \text{ km} + 54 \text{ km} = 162 \text{ km}$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- یک استخر به ابعاد $2 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ پر از آب است. اگر هم زمان شیر ورودی و خروجی آب را باز کنیم آب استخر در مدت ۲h به طور کامل تخلیه

می شود. اگر آهنگ ورود آب به استخر $10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ باشد، آهنگ خروج آب از استخر چند لیتر بر دقیقه است؟



$$0/5 \quad (1)$$

$$0/6 \quad (2)$$

$$50 \quad (3)$$

$$60 \quad (4)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا حجم آب استخر را برحسب cm^3 به دست می آوریم:

$$V = 2 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 6 \text{ m}^3 = 6 \text{ m}^3 \times \left(\frac{1 \text{ cm}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} \right) = 6 \times 10^6 \text{ cm}^3$$



در مدت ۲ ساعت آب استخر خالی شده است پس آهنگ خروج آب برحسب $\frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ به صورت زیر می باشد:

$$\frac{6 \times 10^6 \text{ cm}^3}{2h} = 3 \times 10^6 \frac{\text{cm}^3}{h} \times \left(\frac{1h}{60 \text{ min}} \right) = 5 \times 10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

از طرفی آب با آهنگ $10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$ وارد استخر شده پس باید این مقدار به آهنگ خروج اضافه شود:

$$\text{آهنگ خروج آب} = 5 \times 10^4 + 10^4 = 6 \times 10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$$

حال آهنگ خروج آب را به روش زنجیره ای به $\frac{L}{\text{min}}$ تبدیل می کنیم:

$$6 \times 10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \times \left(\frac{1L}{10^3 \text{ cm}^3} \right) = 60 \frac{L}{\text{min}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- چگالی مایع A، ۳ برابر چگالی مایع B است. اگر حجم ۲۰۰ گرم مایع A، ۲۵۰ سانتی متر مکعب باشد، جرم ۵/۰ لیتر مایع B چند گرم است؟

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)
۳

۲۰۰ (۱)
۳

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

یکای کمیت های داده شده در صورت سؤال را سازگار می کنیم:

در اینجا چون حجم A برحسب cm^3 است، پس حجم B را هم به cm^3 تبدیل می کنیم:

$$V_B = 0.5L = 0.5L \times \left(\frac{10^3 \text{ cm}^3}{1L} \right) = 500 \text{ cm}^3$$

گام آخر:

از طریق نسبت چگالی دو مایع A و B مجهول مسئله را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B}$$

$$\frac{\rho_A = 3\rho_B, m_A = 200g}{V_A = 250 \text{ cm}^3, V_B = 500 \text{ cm}^3} \rightarrow \frac{\rho_B}{3\rho_B} = \frac{m_B}{200} \times \frac{250}{500}$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{400}{3} g$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- جرم یک بطری شیشه ای ۱۲۰ گرم است. اگر این بطری را پر از روغن کنیم، جرم کل ۳۹۰ گرم می شود. اگر آن را پر از الکل کنیم، جرم کل چند گرم

$$\text{می شود؟ } \left(\rho_{\text{روغن}} = 0.9 \frac{g}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{g}{\text{cm}^3} \right)$$

۳۸۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۳۴۰ (۲)

۳۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

جرم و حجم روغن را به دست می آوریم:

$$m_{\text{بطری}} + m_{\text{روغن}} = 390 \xrightarrow{m_{\text{بطری}} = 120g} 120 + m_{\text{روغن}} = 390 \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 270g$$

$$V_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} = \frac{270}{0.9} \Rightarrow V_{\text{روغن}} = 300 \text{ cm}^3$$

چون بطری را از روغن پر کرده ایم، پس حجم بطری برابر حجم روغن درون آن است:

$$V_{\text{بطری}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow V_{\text{بطری}} = 300 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

چون بطری را از الکل پر کرده‌ایم، پس حجم الکل برابر حجم بطری است:

$$V_{\text{الکل}} = V_{\text{بطری}} = 300 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} \times V_{\text{الکل}} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 0.8 \times 300 = 240 \text{ g}$$

گام آخر:

جرم بطری پر از الکل را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم بطری پر از الکل} = m_{\text{بطری}} + m_{\text{الکل}} = 120 + 240 = 360 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- سنگی توپر به جرم 4 kg و چگالی $5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به آرامی و به طور کامل داخل استوانه‌ای که لبریز از الکل است، فرومی‌بریم. چند گرم الکل از استوانه

بیرون می‌ریزد؟ ($\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

۸۰۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۶۴۰ (۲)

۵۴۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

چون سنگ به طور کامل درون استوانه لبریز از الکل قرار گرفته است پس می‌توان گفت حجم الکل سرریز شده برابر حجم سنگ است:

$$V = \frac{m}{\rho} \rightarrow \frac{m_{\text{الکل سرریز شده}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{سنگ}}}{\rho_{\text{سنگ}}}$$

$$\frac{m_{\text{سنگ}} = 4 \text{ kg} = 4000 \text{ g}}{5} = \frac{m_{\text{سرریز}}}{0.8}$$

$$\Rightarrow m_{\text{سرریز}} = 640 \text{ g}$$

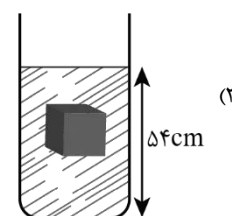
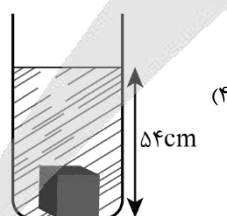
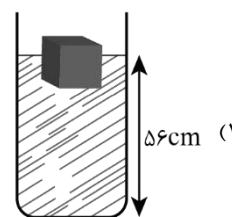
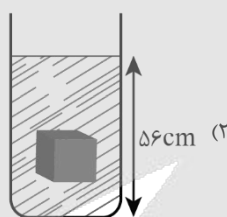
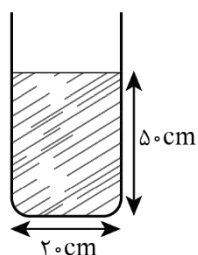


تذکر: چون جرم الکل سرریز شده بر حسب گرم خواسته شده بود، جرم سنگ را بر حسب گرم قرار دادیم که یکای دو طرف معادله سازگار باشند.

گروه آموزشی ماز

۵۶- مطابق شکل، درون یک ظرف استوانه‌ای به قطر مقطع 20 cm تا ارتفاع 50 cm ، مایع قرار دارد. جرم مایع درون ظرف 30 kg است. اگر یک مکعب توپر

فلزی به جرم $7/2 \text{ kg}$ و حجم 1200 cm^3 را درون مایع بیندازیم کدام گزینه نحوه قرار گرفتن مکعب را درون ظرف درست نشان می‌دهد؟ ($\pi \approx 3$)



۱۴۰۴-۰۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

محاسبه حجم و چگالی مایع:

$$A = \pi r^2 = 3 \times 10^2 = 300 \text{ cm}^2$$

$$V = Ah = 300 \times 50 = 15000 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{30000}{15000} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



گام دوم:

محاسبه چگالی مکعب:

$$m = V / 2 \text{ kg} = 720 \text{ g}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{7200}{1200} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گام آخر:

چون چگالی مکعب فلزی بزرگتر از چگالی مایع است پس مکعب ته‌نشین خواهد شد و به اندازه حجم مکعب، مایع بالا می‌آید:

$$V = Ah \Rightarrow 1200 = 300 \cdot h \Rightarrow h = 4 \text{ cm}$$



تذکره: در این سؤال نیازی به محاسبه تغییر ارتفاع مایع نیست چون فقط در گزینه ۴ مکعب ته‌نشین شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- چگالی یک قطعه آلیاژ طلا و مس $\frac{17000 \text{ kg}}{\text{m}^3}$ است. در $8/5$ گرم از این آلیاژ چند گرم طلای خالص وجود دارد؟ $(\rho_{\text{مس}} = 9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{طلا}} = 19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$

(۱) $5/6$ (۲) $6/4$ (۳) $7/6$ (۴) $7/8$

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

گام اول:

حجم آلیاژ را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = 17000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 17 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلیاژ}}} = \frac{8/5}{17} = 0/5 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

جرم آلیاژ $8/5 \text{ g}$ و حجم آن $0/5 \text{ cm}^3$ است، پس:

$$\begin{cases} V_{\text{طلا}} + V_{\text{مس}} = 0/5 & (1) \\ m_{\text{طلا}} + m_{\text{مس}} = 8/5 \xrightarrow{m=\rho V} 19V_{\text{طلا}} + 9V_{\text{مس}} = 8/5 & (2) \end{cases}$$

گام سوم:

دستگاه، متشکل از معادله (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} V_{\text{طلا}} + V_{\text{مس}} = 0/5 \\ 19V_{\text{طلا}} + 9V_{\text{مس}} = 8/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{طلا}} = 0/4 \\ V_{\text{مس}} = 0/1 \end{cases}$$

گام آخر:

جرم طلای موجود در آلیاژ را به دست می‌آوریم:

$$m_{\text{طلا}} = \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} = 19 \times 0/4 \Rightarrow m_{\text{طلا}} = 7/6 \text{ g}$$

محاسبه چگالی مخلوط (آلیاژ)

اگر چند ماده را با یکدیگر مخلوط کنیم، مشروط بر این که تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی آلیاژ (مخلوط) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_t = \frac{m_t}{V_t} \rightarrow \rho_t = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

۱- اگر در سؤالی، چگالی و حجم مواد را بدانیم، کافی است از رابطه $m = \rho V$ در رابطه بالا استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{m_1 = \rho_1 V_1, m_2 = \rho_2 V_2} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

۲- اگر در سؤالی چگالی و جرم مواد را بدانیم، کافی است از رابطه $V = \frac{m}{\rho}$ در رابطه بالا استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}, V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$



اشتباه متداول: متأسفانه بعضی از دانش‌آموزان برای پیدا کردن چگالی مخلوط، چگالی مواد اولیه را باهم جمع می‌کنند و یا این‌که میانگین چگالی‌های مواد اولیه را حساب می‌کنند که این دو کار کاملاً اشتباه است.

حالت خاص

۱- در حالت خاص، اگر جرم مساوی از دو ماده را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

۲- در حالت خاص دیگر، اگر حجم مساوی از دو ماده را باهم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط حاصل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

مثال ۱

۲ لیتر آب با چگالی $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را با ۳ لیتر الکل با چگالی $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط به دست آمده چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

$$\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \Rightarrow \rho_1 = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

$$\rho_2 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \Rightarrow \rho_2 = 0.8 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{(1 \times 2) + (0.8 \times 3)}{2 + 3} = \frac{4.4 \text{ kg}}{5 \text{ L}} = 0.88 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

درون یک لیتر آب، چند سانتی‌متر مکعب الکل بریزیم تا چگالی مخلوط حاصل، ۱۰ درصد بیش‌تر از چگالی الکل شود؟

(چگالی آب و الکل به ترتیب $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است.)

۱۸۰۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۱۲۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

پاسخ تشریحی:

$$V_{\text{آب}} = 1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{110}{100} \rho_{\text{الکل}} = \frac{11}{10} \times 0.8 = 0.88 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \Rightarrow 0.88 = \frac{(1 \times 1000) + (0.8 V_{\text{الکل}})}{1000 + V_{\text{الکل}}}$$

$$\rightarrow 880 + 0.88 V_{\text{الکل}} = 1000 + 0.8 V_{\text{الکل}}$$

$$\rightarrow 0.08 V_{\text{الکل}} = 120 \Rightarrow V_{\text{الکل}} = 1500 \text{ cm}^3$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۵۸- نمودار جرم بر حسب حجم دو مایع A و B مطابق شکل زیر است. اگر با حجم یکسانی از این دو مایع، مخلوطی بسازیم که چگالی آن $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ بیش‌تر

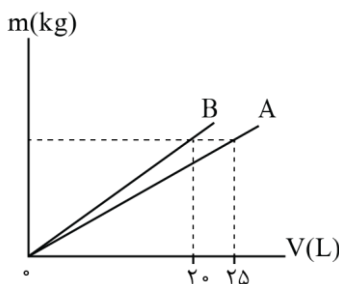
از چگالی مایع A باشد، چگالی مایع B چند $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است؟ (در اثر اختلاط کاهش حجم رخ نمی‌دهد.)

۰/۸ (۱)

۱ (۲)

۱/۲ (۳)

۱/۵ (۴)



۱۴۰۴-۰۵

گام اول:

از روی نمودار، نسبت چگالی مایع A به چگالی مایع B را به دست می آوریم. طبق نمودار در جرم یکسان m، حجم مایع B برابر $20L$ و حجم مایع A برابر $25L$ است پس:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{m_A=m_B, V_A=25L, V_B=20L}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \times \frac{20}{25} \Rightarrow \rho_A = \frac{4}{5} \rho_B$$

گام دوم:

چگالی مخلوط $1000 \frac{kg}{m^3}$ بیشتر از چگالی مایع A است:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_A + 1000 \xrightarrow{\rho_A = \frac{4}{5} \rho_B} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{4}{5} \rho_B + 1000$$

گام آخر:

چون حجم یکسانی از دو مایع را مخلوط کرده ایم چگالی مخلوط از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}$ به دست می آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \xrightarrow{\rho_A = \frac{4}{5} \rho_B, \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{4}{5} \rho_B + 1000} \frac{4}{5} \rho_B + 1000 = \frac{\frac{4}{5} \rho_B + \rho_B}{2}$$

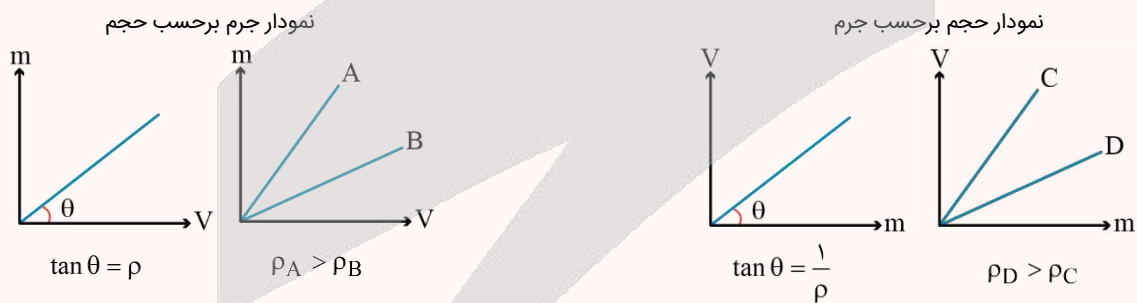
$$\Rightarrow \frac{4}{5} \rho_B + 2000 = \frac{4}{5} \rho_B + \rho_B \Rightarrow \rho_B = 1000 \frac{kg}{m^3} = 1 \frac{g}{cm^3}$$

نکته

- نمودار جرم برحسب حجم یک ماده در دمای ثابت به صورت خطی است و از روی یک نقطه از آن می توانیم چگالی ماده را حساب کنیم.
- اگر با حجم یکسانی از دو ماده، مخلوطی بدون تغییر حجم بسازیم، چگالی مخلوط برابر است با میانگین چگالی دو ماده:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

نمودارهای مربوط به چگالی



✓ نموداری که به محور m نزدیکتر باشد، چگالی بیشتری دارد.

گروه آموزشی ماز

۵۹- مکعبی از فلزی با چگالی $8 \frac{g}{cm^3}$ ساخته شده و جرم آن $800g$ است. اگر طول هر ضلع مکعب $5cm$ باشد، چند گرم آب می توان درون حفره مکعب

ریخت؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

۷۵ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۵ (۱)



گام اول:

برای تعیین حجم حفره باید در ابتدا حجم فلزی که برای ساخت مکعب به کار رفته (حجم واقعی) را محاسبه کنیم:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow \rho = \frac{800}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 100 \text{ cm}^3$$

گام دوم:

این مقدار را از حجم ظاهری مکعب کم می‌کنیم تا حجم حفره به دست بیاید:

$$V_{\text{ظاهری}} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = 125 - 100 = 25 \text{ cm}^3$$

گام آخر:

با توجه به حجم به دست آمده برای حفره و چگالی آب، جرم آبی که می‌توان در آن ریخت را حساب می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow 1 = \frac{m}{25} \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$



محاسبه حجم حفره

اگر مطابق شکل مقابل، درون جسم، حفره وجود داشته باشد، حجم حفره را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \rightarrow \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کل}} - V_{\text{حفره}}} \quad V_{\text{حفره}} = V_{\text{کل}} - V_{\text{فلز}}$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- حدود ۷ درصد جرم بدن انسان از خون تشکیل شده است. اگر در بدن شخصی ۶ لیتر خون وجود داشته باشد، جرم شخص تقریباً چند کیلوگرم است؟

$$(\rho_{\text{خون}} = 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

۱۰۰ (۴)

۹۰ (۳)

۷۵ (۲)

۶۰ (۱)

گام اول:

جرم خون را حساب می‌کنیم:

$$V = \ell L = 6 \times \left(\frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} \right) = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \frac{V = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{\rho = 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \rightarrow m = 1050 \times 6 \times 10^{-3} \Rightarrow m = 6.3 \text{ kg}$$

گام آخر:

با توجه به این که ۷ درصد جرم شخص از خون تشکیل شده است، جرم شخص را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{7}{100} m_{\text{شخص}} = m_{\text{خون}} \Rightarrow \frac{7}{100} m_{\text{شخص}} = 6.3$$

$$\Rightarrow m_{\text{شخص}} = \frac{6.3 \times 100}{7} = 90 \text{ kg}$$

گروه آموزشی ماز

پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۶۱- دو جسم خنثی A و B را مالش می‌دهیم تا دارای بار الکتریکی به بزرگی $8nC$ شوند. با توجه به سری الکتروسیته مالشی زیر، چه تعداد از عبارات‌های

زیر صحیح است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

الف: تعداد 5×10^{19} الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده است.

ب: اگر جسم A را به کلاهک الکتروسکوپی با بار مثبت نزدیک کنیم، فاصله ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش می‌یابد.

پ: جسم‌های A و B یکدیگر را با نیروی الکتریکی می‌رانند.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

بررسی موارد:

الف با توجه به این که در سری الکتریسته مالشی، جسم A بالاتر از جسم B قرار دارد، پس از مالش دو جسم، بار A مثبت و بار B منفی است؛ بنابراین تعدادی الکترون از A به B منتقل شده‌اند. تعداد این الکترون‌ها برابر است با:

$$q = ne \Rightarrow 8 \times 10^{-9} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{10} \quad (*)$$

ب بار جسم A مثبت است و اگر آن را به کلاهک الکتروسکوپ دارای بار مثبت نزدیک کنیم، با توجه به هم‌نام بودن جسم و الکتروسکوپ، فاصله ورقه‌ها افزایش می‌یابد. (*)

پ با توجه به توضیحات قسمت «الف»، بار دو جسم، ناهم‌نام است؛ بنابراین جسم‌ها یکدیگر را با نیروی الکتریکی می‌ربایند (جذب می‌کنند). (*)
با توجه به توضیحات فوق، هر سه عبارت، نادرست هستند.

بار الکتریکی

۱- بار الکتریکی، کمیتی گسسته (کوانتیده) است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

در رابطه فوق e بار بنیادی و برابر $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است.

۲- اگر تعداد الکترون‌های یک جسم بیشتر از پروتون‌های آن باشد، علامت بار آن منفی خواهد بود و اگر تعداد الکترون‌های آن کمتر از پروتون‌هایش باشد، علامت بار آن مثبت خواهد بود.

روش‌های باردار کردن اجسام: مالش

یکی از روش‌های باردار کردن اجسام که معمولاً برای اجسام نارسانا به کار می‌رود، روش مالش است. در مورد این روش خوب است نکات زیر را بدانیم:

- ۱- هنگامی که دو جسم خنثی از طریق مالش، باردار می‌شوند، بار یکی از آن‌ها منفی و بار دیگری مثبت خواهد شد؛ بنابراین علامت بارها مخالف هم خواهد بود.
- ۲- چون در روش مالش تعداد الکترون‌هایی که یک جسم از دست می‌دهد با تعداد الکترون‌هایی که جسم دیگر به دست می‌آورد برابر است، اندازه بار دو جسم با هم برابر خواهد بود؛ به عبارت دیگر اگر بار یک جسم +q باشد، بار دیگری -q خواهد بود.
- ۳- چون در روش مالش، علامت بار اجسام مخالف هم است، نیروی الکتریکی بین این دو جسم پس از مالش از نوع ربایشی خواهد بود.
- ۴- هنگامی که دو جسم را به هم مالش می‌دهیم تا باردار شوند، جسمی که الکترون‌خواه‌تر است (در جدول سری الکتریسته مالشی در قسمت پایین‌تری قرار دارد)، الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. همچنین جسمی که کمتر الکترون‌خواه است (در جدول سری الکتریسته مالشی در قسمت بالاتری قرار دارد)، الکترون از دست می‌دهد و بار آن مثبت خواهد بود.

مثال

مطابق جدول مقابل که بخشی از سری الکتریسته مالشی را نشان می‌دهد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

انتهای مثبت سری
شیشه
ابریشم
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

سری الکتریسته مالشی

- ۱- اگر یک میله شیشه‌ای را به یک پارچه ابریشمی مالش دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟
با مالش شیشه به ابریشم، شیشه الکترون از دست می‌دهد و دارای بار مثبت می‌شود و ابریشم الکترون می‌گیرد و دارای بار منفی خواهد بود.
دقت کنید که اندازه بار دو جسم با هم برابر است و علامت بار آن‌ها مخالف هم می‌باشد.
- ۲- یک میله شیشه‌ای را با پارچه ابریشمی و یک قطعه تفلون را با یک لاستیک مالش می‌دهیم تا باردار شوند. اگر شیشه و لاستیک را در نزدیکی هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها از چه نوعی خواهد بود؟
در مالش شیشه با ابریشم، شیشه دارای بار مثبت می‌شود، زیرا در قسمت بالاتری از جدول قرار دارد. در مالش تفلون و لاستیک هم لاستیک دارای بار مثبت می‌شود؛ بنابراین بار لاستیک و شیشه هم‌علامت است و در نتیجه نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۲- در اتم آهن دو بار یونیده ($^{26}\text{Fe}^{2+}$)، مجموع بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته اتم، چند برابر بار الکتریکی هسته اتم است؟

$$-\frac{1}{13} \quad (4)$$

$$-\frac{12}{13} \quad (3)$$

$$\frac{12}{13} \quad (2)$$

$$\frac{1}{13} \quad (1)$$

در اتم آهن دو بار یونیده، تعداد پروتون‌های هسته برابر با عدد اتمی بوده ($n_p = 26$) و مجموع تعداد الکترون‌های اطراف هسته دو واحد کمتر از تعداد پروتون‌های آن است ($n_e = 24$)؛ بنابراین طبق رابطه $q = \pm ne$ داریم:

$$\text{مجموع بار الکتریکی الکترون‌های اطراف هسته} = \frac{-n_e e}{+n_p e} = \frac{-n_e}{n_p} = \frac{-24}{26} = -\frac{12}{13}$$

بار الکتریکی هسته اتم



بار الکتریکی اتم‌ها و یون‌ها

۱- در یک اتم خنثی مانند ${}^A_ZX$ می‌توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به صورت زیر به دست آورد:

$$q_{\text{کل}} = 0 \rightarrow \text{اتم خنثی است.}$$

$$q_{\text{هسته}} = +Ze \rightarrow \text{تعداد پروتون‌های هسته برابر } Z \text{ است}$$

$$q_{\text{الکترون‌ها}} = -Ze \rightarrow \text{تعداد الکترون‌های اتم برابر } Z \text{ است}$$

۲- در یک یون مثبت مانند ${}^A_ZX^{n+}$ می‌توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به صورت زیر به دست آورد:

$$q_{\text{کل}} = +ne \rightarrow \text{اتم } (n+) \text{ است}$$

$$q_{\text{هسته}} = +Ze \rightarrow \text{تعداد پروتون‌های هسته برابر } Z \text{ است}$$

$$q_{\text{الکترون‌ها}} = -(Z-n)e \rightarrow \text{تعداد الکترون‌های اتم برابر } Z-n \text{ است}$$

به همین ترتیب و برای تمرین، بار الکتریکی یون منفی ${}^A_ZX^{n-}$ را خودتان بررسی کنید.

مثال

در یون منیزیم دو بار مثبت (${}^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$)، بار الکتریکی هسته و مجموع بار الکتریکی الکترون‌ها چند نانوکولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

پاسخ:

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱- عدد اتمی منیزیم برابر $Z = 12$ است؛ بنابراین تعداد ۱۲ پروتون در هسته آن وجود دارد و بار الکتریکی هسته برابر است با:

$$q_{\text{هسته}} = +Ze = 12 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/92 \times 10^{-18} \text{C} = 1/92 \times 10^{-9} \text{nC}$$

۲- چون یون منیزیم ۲ بار مثبت است، الکترون‌های آن ۲ تا کمتر از پروتون‌ها هستند، پس تعداد الکترون‌ها برابر ۱۰ است و مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر است با:

$$q_{\text{الکترون‌ها}} = -10e = -10 \times 1/6 \times 10^{-19} = -1/6 \times 10^{-18} \text{C} = -1/6 \times 10^{-9} \text{nC}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- فاصله بین دو بار الکتریکی، چند درصد و چگونه تغییر کند تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها ۳۶ درصد کاهش یابد؟

(۴) ۲۰ درصد کاهش

(۳) ۲۰ درصد افزایش

(۲) ۲۵ درصد کاهش

(۱) ۲۵ درصد افزایش

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

برای مقایسه نیروی الکتریکی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت } q_1, q_2, k} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{64}{100} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{8}{10} \Rightarrow r' = \frac{5}{4}r = \frac{125}{100}r$$

بنابراین فاصله بین بارها باید ۲۵ درصد افزایش یابد.

قانون کولن

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر باشند، نیروی الکتریکی F را به یکدیگر وارد می‌کنند که بزرگی آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

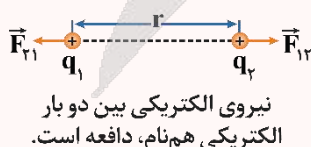
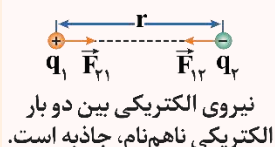
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

r : فاصله بین دو بار برحسب متر (m)

$|q_1|$ و $|q_2|$: اندازه بار الکتریکی برحسب کولن (C)

k : ثابت کولن که برابر با $\frac{9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.

اگر بارهای q_1 و q_2 هم‌نام باشند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه و اگر ناهم‌نام باشند، نیروی بین آن‌ها جاذبه است.

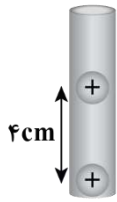


گروه آموزشی ماز



۶۴- در شکل زیر، دو گوی مشابه به جرم $9/0 \text{ g}$ و بار یکسان مثبت q در فاصله 4 cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است.

اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های هر گوی چقدر است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



$$(1) \quad 6/25 \times 10^{10}$$

$$(2) \quad 6/25 \times 10^{11}$$

$$(3) \quad 2/5 \times 10^{10}$$

$$(4) \quad 2/5 \times 10^{11}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

برای آن که گوی بالایی در حالت تعادل باشد، باید نیروی الکتریکی و وزن آن هم‌اندازه باشند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{F}_E &= mg \Rightarrow k \frac{q^2}{r^2} = mg \\ \Rightarrow \frac{q^2}{r^2} &= \frac{mg}{k} = \frac{0/9 \times 10^{-3} \times 10}{9 \times 10^9} \\ \Rightarrow q^2 &= 16 \times 10^{-4} \Rightarrow q = 4 \times 10^{-2} \mu\text{C} = 4 \times 10^{-8} \text{ C} \end{aligned}$$

گام آخر:

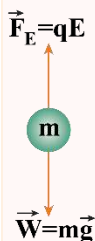
تعداد الکترون‌های کنده‌شده برابر است با:

$$q = ne \Rightarrow 4 \times 10^{-8} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 2/5 \times 10^{11}$$

استراتژی حل

در این گونه از سؤالات باید نیروی الکتریکی، هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی وزن باشد تا بتواند اثر نیروی وزن را خنثی کند و جسم را معلق نگه دارد.

تعادل بین نیروی الکتریکی و وزن



در این قسمت می‌خواهیم تعادل جسم بارداری را که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و وزن قرار دارد بررسی کنیم. شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد: با توجه به این که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی، هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

$$\text{شرط تعادل: } F_E = W \rightarrow |qE| = mg$$

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

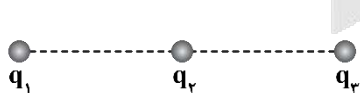
الف) اگر بار مثبت باشد ($q > 0$)، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

ب) اگر بار منفی باشد ($q < 0$)، نیروی الکتریکی و میدان در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 8 \mu\text{C}$ ، $q_2 = -10 \mu\text{C}$ و $q_3 = 4 \mu\text{C}$ مطابق شکل زیر، بر روی یک خط، ثابت شده‌اند. اگر علامت بار q_2 تغییر کند،

اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_3 چند برابر می‌شود؟ (بار q_2 وسط بارهای q_1 و q_3 قرار دارد.)



$$(2) \quad \frac{4}{3}$$

$$(4) \quad \frac{6}{5}$$

$$(1) \quad \frac{3}{2}$$

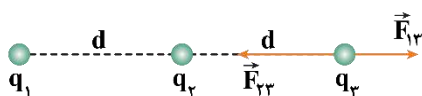
$$(3) \quad \frac{5}{4}$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

مطابق شکل مقابل، نیروی خالص وارد بر بار q_3 را در حالت اول حساب می‌کنیم:

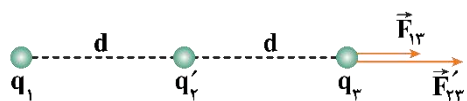




$$F_{1r} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} \Rightarrow F_{1r} = \frac{k \times 8 \times 4}{(2d)^2} = \frac{8k}{d^2}$$

$$F_{2r} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow F_{2r} = \frac{k \times 10 \times 4}{d^2} = \frac{40k}{d^2}$$

$$F_r = F_{2r} - F_{1r} = \frac{40k}{d^2} - \frac{8k}{d^2} = \frac{32k}{d^2}$$



$$F_r' = F_{2r}' + F_{1r} \xrightarrow{|F_{2r}'| = |F_{2r}| = \frac{40k}{d^2}} F_r' = \frac{40k}{d^2} + \frac{8k}{d^2} = \frac{48k}{d^2}$$

گام دوم:

مطابق شکل مقابل، نیروی خالص وارد بر q_3 را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

گام آخر:

نسبت $\frac{F_r'}{F_r}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_r'}{F_r} = \frac{\frac{48k}{d^2}}{\frac{32k}{d^2}} = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$$

محاسبه نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

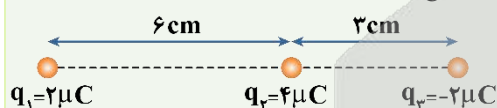
گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

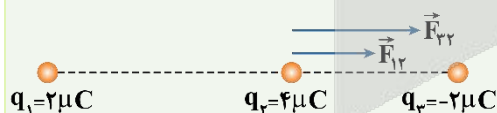
گام سوم: بردارهای به دست آمده را به صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازه آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازه آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطه فیثاغورس برآیند آن‌ها محاسبه می‌شود. در ادامه با حل یک مثال مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

مثال

مطابق شکل، سه بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برآیند وارد بر q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



ابتدا دقت کنید که بار q_1 ، q_2 را دفع می‌کند و بار q_3 ، q_2 را جذب می‌کند، بنابراین جهت نیروهای وارد بر q_2 مطابق شکل زیر است.



در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$

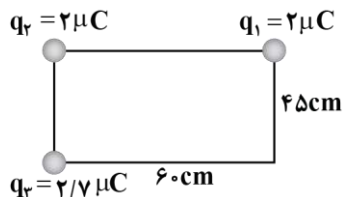
$$F_{23} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = F_{12} + F_{23} = 20 + 80 = 100 \text{ N}$$

در ادامه با توجه به این‌که دو نیرو هم‌جهت هستند، برآیند آن‌ها برابر مجموع اندازه آن‌هاست و نیروی کل برابر ۱۰۰ N می‌باشد.



۶۶- در مستطیل زیر، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 چند برابر نیروی الکتریکی ای است که بار q_3 بر q_1 وارد می کند؟



$$\frac{117}{40} \quad (2)$$

$$\frac{325}{108} \quad (4)$$

$$\frac{13}{5} \quad (1)$$

$$\frac{247}{72} \quad (3)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

طبق قانون کولن داریم:

$$F_{12} = \frac{k(2)(2)}{(60)^2}, F_{23} = \frac{k(2/7)(2)}{(45)^2} \Rightarrow \frac{F_{23}}{F_{12}} = 2/4$$

در نتیجه اگر $F_{12} = F'$ باشد، آن گاه $F_{23} = 2/4 F'$ است.

در این صورت برای محاسبه برابند نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 خواهیم داشت:

$$(F_{\text{net}})_2 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{23}^2} = \sqrt{(F')^2 + (2/4 F')^2} = 2/5 F' = \frac{12}{5} F'$$

اکنون F_{13} را بررسی می کنیم:

با توجه به اندازه اضلاع مستطیل، قطر آن برابر با $\sqrt{(45)^2 + (60)^2} = 75 \text{ cm}$ است.

$$F_{13} = \frac{k(2)(2/7)}{(75)^2} \Rightarrow \frac{F_{13}}{F'} = \frac{(75)^2}{\frac{k(2)(2)}{(60)^2}} = \frac{108}{125}$$

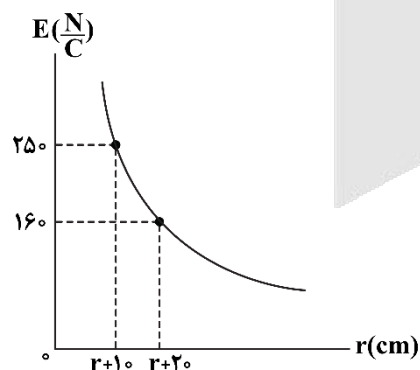
در نتیجه $F_{13} = \frac{108}{125} F'$ است.

اکنون $\frac{(F_{\text{net}})_2}{F_{13}}$ را محاسبه می کنیم:

$$\frac{(F_{\text{net}})_2}{F_{13}} = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{108}{125}} = \frac{325}{108}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- نمودار بزرگی میدان الکتریکی بر حسب فاصله در اطراف یک ذره باردار مطابق شکل زیر است. اگر بار $q' = 9 \mu\text{C}$ در فاصله $\frac{r}{4}$ از این بار قرار گیرد،



چه نیرویی بر حسب نیوتون به آن وارد می شود؟

$$8 \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$8 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$1/6 \times 10^{-2} \quad (3)$$

$$1/6 \times 10^{-3} \quad (4)$$

۱۴۰۴-۰۵



گام اول:

مقدار r را به دست می آوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{q \text{ ثابت}} \frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \xrightarrow{E_1 = 25 \frac{N}{C}, E_r = 16 \frac{N}{C}, r_1 = r + 10, r_r = r + 20 \text{ (cm)}} \frac{16}{25} = \left(\frac{r + 10}{r + 20}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{r + 10}{r + 20} \Rightarrow 4r + 80 = 5r + 50 \Rightarrow r = 30 \text{ cm}$$

گام دوم:

میدان ناشی از بار q را در فاصله $\frac{r}{2}$ از آن حساب می کنیم:

$$\frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \xrightarrow{E_1 = 25 \frac{N}{C}, r_1 = r + 10 = 40 \text{ cm}, r_r = \frac{r}{2} = 15 \text{ cm}} \frac{E_r}{25} = \left(\frac{40}{15}\right)^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{64}{9} \times 25 \frac{N}{C}$$

گام آخر:

نیروی وارد بر بار q' را در فاصله $\frac{r}{2}$ حساب می کنیم:

$$F = E|q| \Rightarrow F = E_r \times q' \xrightarrow{E_r = \frac{64}{9} \times 25 \frac{N}{C}, q' = 9 \mu C = 9 \times 10^{-6} C} F = \frac{64}{9} \times 25 \times 9 \times 10^{-6} = 64 \times 25 \times 10^{-6} = 1/6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

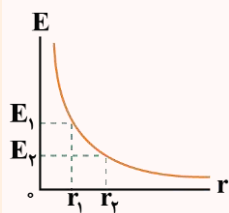
۱- برای محاسبه میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله r از آن رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$E_A = k \frac{|q|}{r^2}$$

۲- جهت میدان حاصل از بار مثبت به صورت خارج شونده و جهت میدان حاصل از بار منفی به صورت داخل شونده است. به شکل های زیر دقت کنید:



۳- نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بر حسب فاصله از بار، مطابق شکل مقابل است: همان طور که واضح است با افزایش فاصله از بار، بزرگی میدان کاهش می یابد.



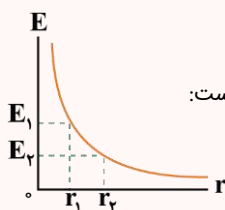
$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{k|q| \text{ ثابت است}} E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$$

نکته

دقت کنید که در محاسبه اندازه میدان الکتریکی فقط اندازه بار را در رابطه فوق قرار می دهیم و علامت بار را در محاسبه در نظر نمی گیریم.

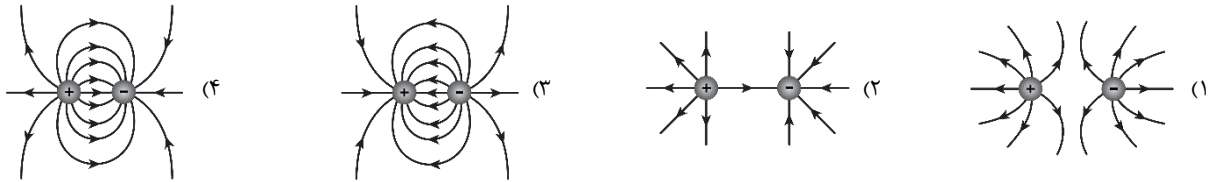
۴- اگر بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصله r_1 برابر با E_1 و در فاصله r_2 برابر با E_2 باشد، داریم:

$$\frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$$

۵- نمودار میدان الکتریکی ذره q بر حسب فاصله از آن مطابق شکل است:



۶۸- در شکل‌های زیر، اندازه دو بار، یکسان ولی علامت آن‌ها مخالف هم است. کدام آرایش خطوط میدان الکتریکی صحیح است؟



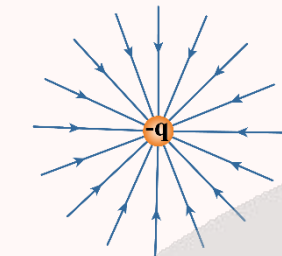
پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

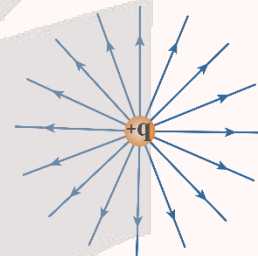
با توجه به درس‌نامه ارائه شده، گزینه (۴) صحیح است.

خطوط میدان الکتریکی

- ۱- برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:
 - الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.
 - ب) میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.
 - پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر باشد، اندازه میدان الکتریکی بیشتر است.
 - ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه یک خط میدان عبور می‌کند.
- ۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذره باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

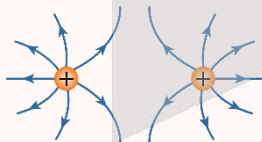


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار منفی

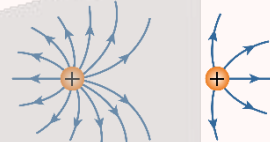


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار مثبت

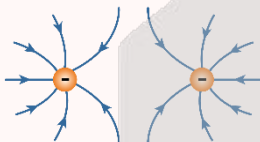
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذره باردار مطابق شکل‌های زیر است:



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه



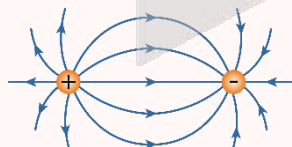
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



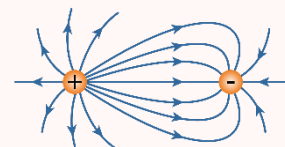
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه



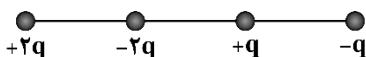
خطوط میدان بارهای مثبت و منفی هم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی غیرهم‌اندازه

گروه آموزشی ماز

۶۹- مطابق شکل، ۴ بار الکتریکی در مکان‌های خود ثابت نگه داشته شده‌اند و فاصله بارهای مجاور از یکدیگر برابر است. بر یکی از بارها بیش‌ترین نیروی الکتریکی خالص ($F_{\max}$) و بر یکی دیگر از بارها، کم‌ترین نیروی الکتریکی خالص ($F_{\min}$) وارد می‌شود. اندازه نسبت این دو نیرو ($\frac{F_{\max}}{F_{\min}}$) کدام است؟



۶۵ (۲)

۶۷ (۴)

۶۵ (۱)

۶۷ (۳)



برای محاسبات راحت‌تر، از نوشتن ثابت کولن (k) صرف‌نظر می‌کنیم و همچنین اندازه q را یک کولن ($|q| = 1C$) و فاصله بین هر دو بار مجاور را نیز یک متر در نظر می‌گیریم.

$$F_3 \approx \frac{1 \times 2}{1} = 2 \rightarrow$$

$$F_2 \approx \frac{2 \times 1}{2^2} = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$F_1 \approx \frac{2 \times 2}{1} = 4 \leftarrow$$

$$F_3 \approx \frac{1 \times 1}{1} = 1 \leftarrow$$

$$F_4 \approx \frac{1 \times 2}{2^2} = \frac{1}{2} \leftarrow$$

$$F_1 \approx \frac{2 \times 1}{3^2} = \frac{2}{9} \leftarrow$$



$$\rightarrow F_2 \approx \frac{2 \times 2}{1} = 4$$

$$\rightarrow F_1 \approx \frac{2 \times 1}{2^2} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow F_4 \approx \frac{1 \times 2}{2^2} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow F_3 \approx \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

$$\leftarrow F_3 \approx \frac{1 \times 2}{2^2} = \frac{1}{2}$$

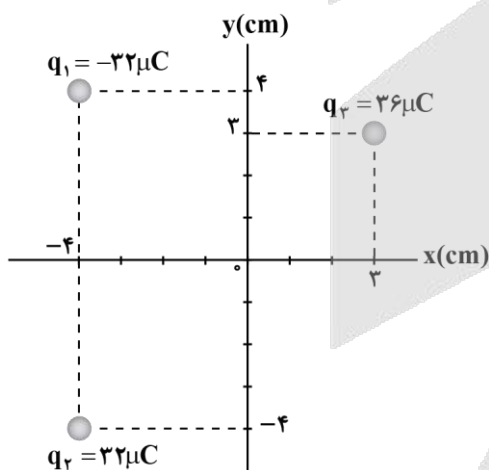
$$\leftarrow F_2 \approx \frac{2 \times 1}{1} = 2$$

در نتیجه

$$\begin{cases} q_1: \text{نیروی وارد بر } q_1: 4 + \frac{2}{9} - \frac{1}{2} = \frac{67}{18} \\ q_2: \text{نیروی وارد بر } q_2: 4 + \frac{1}{2} - 2 = \frac{5}{2} \\ q_3: \text{نیروی وارد بر } q_3: 2 - 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ q_4: \text{نیروی وارد بر } q_4: 1 + \frac{2}{9} - \frac{1}{2} = \frac{13}{18} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{\frac{67}{18}}{\frac{1}{2}} = \frac{67}{9}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- مطابق شکل، سه بار الکتریکی در صفحه مختصات قرار دارند. میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات چند واحد SI است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



$$9\sqrt{2} \times 10^9 \vec{i} \quad (1)$$

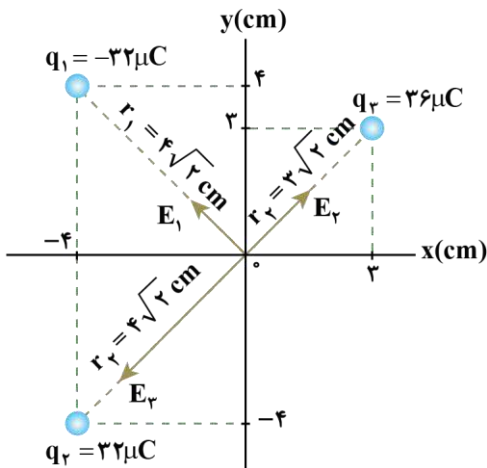
$$-9\sqrt{2} \times 10^9 \vec{i} \quad (2)$$

$$9 \times 10^9 \vec{i} \quad (3)$$

$$-9 \times 10^9 \vec{i} \quad (4)$$

گام اول:

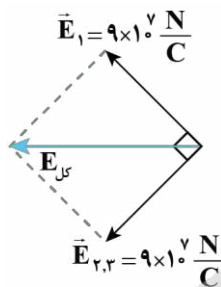
میدان الکتریکی حاصل از هریک از بارهای q_1 ، q_2 و q_3 را در مبدأ مختصات محاسبه می‌کنیم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{32 \times 10^{-6}}{(4\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = E_1 \Rightarrow E_2 = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{36 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 18 \times 10^7 \frac{N}{C}$$



گام دوم:

با توجه به هم‌راستا بودن $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ ، ابتدا برای آن‌ها را حساب می‌کنیم. سپس برای آن حاصل را با $\vec{E}_1$ به دست می‌آوریم.

$$E_{2,3} = E_3 - E_2 = 18 \times 10^7 - 9 \times 10^7 = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_{\text{کل}} = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} = 9 \times 10^7 \sqrt{2} \frac{N}{C}$$

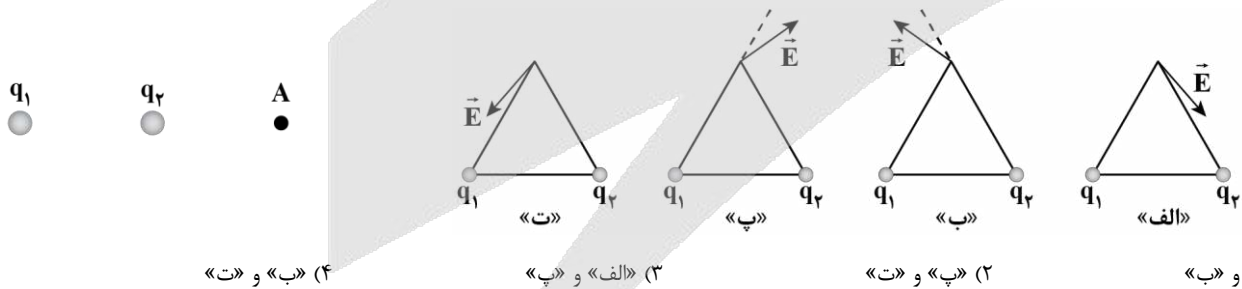
گام آخر:

با توجه به شکل، جهت میدان در خلاف جهت محور x است؛ بنابراین بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات برابر است با:

$$\vec{E}_{\text{کل}} = (-9\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}) \hat{i}$$

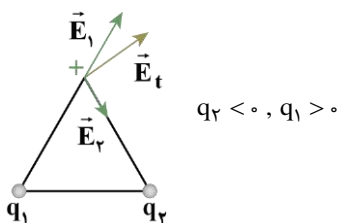
گروه آموزشی ماز

۷۱- مطابق شکل، دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در جای خود ثابت نگه داشته شده‌اند و میدان الکتریکی خالص آن‌ها در نقطه A برابر با صفر است. اگر این دو بار را مطابق شکل‌های «الف» تا «ت» در دو رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دهیم، کدام شکل‌ها می‌توانند میدان الکتریکی خالص را در رأس سوم مثلث به درستی نشان دهند؟

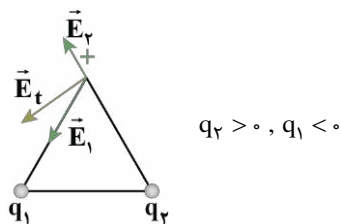


چون میدان الکتریکی خالص در خارج از خط واصل بین دو بار، صفر شده است، در نتیجه بارهای q_1 و q_2 دارای علامت مخالف‌اند و $|q_1| > |q_2|$ است.

حالت اول:



حالت دوم:



گروه آموزشی ماز

۷۲- یک ذره آلفا به جرم $6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}$ درون یک میدان الکتریکی به بزرگی $3/3 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ رها می‌شود. بزرگی شتابی که این ذره تحت تأثیر میدان

الکتریکی می‌گیرد، چند واحد SI است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و ذره آلفا از جنس هسته ${}^4\text{He}$ است).

(۴) $3/2 \times 10^{11}$

(۳) $1/6 \times 10^{11}$

(۲) $3/2 \times 10^{12}$

(۱) $1/6 \times 10^{12}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

گام اول:

نیروی الکتریکی وارد بر این ذره برابر است با:

$$|F| = q|E| \rightarrow q = 2e = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \rightarrow |F| = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 3/3 \times 10^4 \Rightarrow |F| = 3/2 \times 3/3 \times 10^{-15} \text{ N}$$

گام آخر:

شتاب ذره برابر است با:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{3/2 \times 3/3 \times 10^{-15}}{6/6 \times 10^{-27}} = 1/6 \times 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نیروی وارد بر بار الکتریکی در میدان الکتریکی

گرچه برای تعریف میدان الکتریکی یک جسم باردار از بار آزمون مثبت استفاده کردیم ولی وجود این میدان مستقل از بار آزمون است؛ بنابراین، اگر بار الکتریکی در میدان الکتریکی ناشی از اجسام باردار دیگری قرار گیرد، این میدان بر آن نیرو وارد می‌کند که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

مطابق رابطه فوق به دو نتیجه زیر می‌رسیم:

۱- اندازه نیروی الکتریکی از رابطه $|F| = |q||E|$ محاسبه می‌شود.

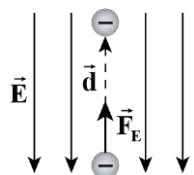
۲- به بار مثبت در جهت میدان الکتریکی و به بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۳- مطابق شکل زیر، در نتیجه برخورد پرتوهای کیهانی با مولکول‌های هوا، الکترون‌هایی از این مولکول‌ها کنده می‌شوند. در نزدیکی سطح زمین، میدان

الکتریکی با بزرگی $250 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و جهت رو به پایین وجود دارد. اگر یکی از این الکترون‌ها، تحت تأثیر این میدان 2 km رو به بالا جابه‌جا شود، انرژی

پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



(۱) 8×10^{-14} ژول کاهش می‌یابد.

(۲) 8×10^{-14} ژول افزایش می‌یابد.

(۳) 4×10^{-13} ژول کاهش می‌یابد.

(۴) 4×10^{-13} ژول افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

برای محاسبه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون داریم:

$$\Delta U_E = -|q|Ed \cos \theta = -1/6 \times 10^{-19} \times 250 \times 2000 \times \cos 0^\circ = -8 \times 10^{-14} \text{ J}$$

کار نیروی الکتریکی

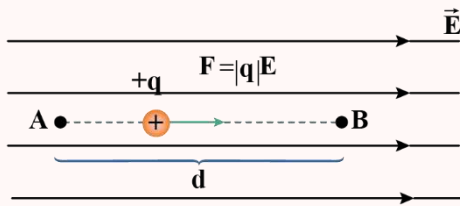
کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص، برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است.

$$W_E = -\Delta U_E$$



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

فرض کنید ذره باردار $+q$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ ، تحت اثر میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام می‌دهد. طبق تعریف کار یک نیرو، خواهیم داشت:



$$W_E = F \cdot d \cdot \cos \theta = |q| E \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$\Delta U_E = -W_E = -|q| E \cdot d \cdot \cos \theta$$

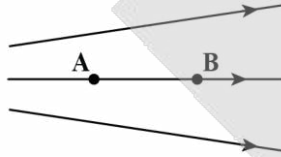
θ زاویه بین نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ است.

گروه آموزشی ماز

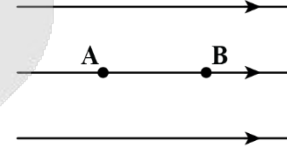
۷۴- در سه شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی نمایش داده شده است. در هر شکل، الکترونی از نقطه A با سرعت v پرتاب می‌شود تا به نقطه B برسد (طول AB در هر سه شکل، یکسان است). تندی الکترون در نقطه B در کدام شکل بیش تر است؟



(۱)



(۲)



(۳)

(۴) در هر سه شکل یکسان است.

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی برای الکترون:

$$\Delta K = W_E = |q| E d \cos \theta \xrightarrow[\theta=180^\circ]{d=AB} \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = -eE(AB)$$

در آرایش‌های (۱) و (۳)، میدان الکتریکی یکنواخت است. چون خطوط میدان در آرایش (۳) به هم نزدیک‌ترند، $E_3 > E_1$ می‌باشد. در آرایش (۲)، فاصله بین خطوط میدان، به‌طور خطی در مسیر AB تغییر کرده، ولی می‌توانیم در رابطه بالا از میدان الکتریکی متوسط ($\bar{E}$) استفاده کنیم. از طرف دیگر، با توجه به شکل صورت سؤال، فاصله خطوط میدان در آرایش (۲)، در محدوده بین فاصله‌بندی خطوط در دو آرایش دیگر است؛ بنابراین:

$$v_{A1} = v_{A2} = v_{A3}$$

$$E_3 > E_2 > E_1 \Rightarrow v_{B1} > v_{B2} > v_{B3}$$

جرعه ذهنی

به عبارت دیگر می‌توان گفت انرژی جنبشی الکترون در نقطه A در سه شکل برابر است. با حرکت در جهت میدان، انرژی جنبشی الکترون کاهش می‌یابد و هرچه میدان ضعیف‌تر باشد، این کاهش انرژی کم‌تر است و ذره با تندی بیش‌تری به نقطه B می‌رسد.

گروه آموزشی ماز

۷۵- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد یک رسانای منزوی باردار در حال تعادل، نادرست است؟

(۱) پتانسیل الکتریکی همه نقاط آن یکسان است.

(۲) میدان الکتریکی درون آن صفر است.

(۳) تجمع بارهای الکتریکی در نقاط نوک‌تیز آن بیش‌تر است.

(۴) بار الکتریکی به‌طور یکنواخت درون و روی آن توزیع می‌شود.

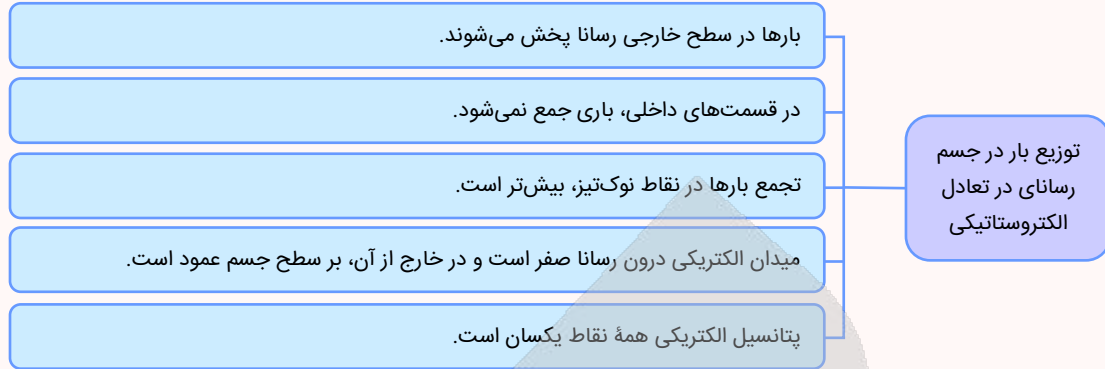
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بار الکتریکی روی سطح خارجی رسانا پخش می‌شود، بنابراین گزینه (۴) عبارت نادرستی است.

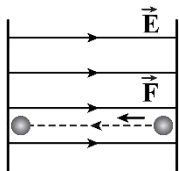


در مورد توزیع بار الکتریکی در یک جسم رسانای منزوی در تعادل الکتروستاتیکی، نمودار زیر را به‌خاطر بسپارید.



گروه آموزشی ماز

۷۶- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم 20g و بار $+5\mu\text{C}$ را با نیروی $F = 0.4\text{N}$ از حال سکون از صفحه منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی به حرکت درآورده و پس از 50ms آن را به صفحه مقابل می‌رسانیم. اگر تندی ذره در لحظه‌ای که به صفحه دارای بار مثبت می‌رسد $0.5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه با صرف‌نظر از نیروی وزن وارد بر ذره چند ولت است؟



- (۱) ۵۰۰
- (۲) ۱۰۰۰
- (۳) $\frac{1000}{6}$
- (۴) $\frac{250}{3}$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

بر ذره، دو نیروی ثابت F و F_E وارد می‌شود؛ بنابراین ذره با شتاب ثابت حرکت می‌کند:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0.5 - 0}{50 \times 10^{-3}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F - F_E = m \times a \Rightarrow 0.4 - F_E = 20 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow F_E = 0.2 = Eq = E \times 5 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، d را به‌دست می‌آوریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow 0.2d = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} (0.5^2 - 0) \Rightarrow d = \frac{1}{80} \text{m}$$

در نهایت ΔV را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \Delta V = E \times d \Rightarrow 4 \times 10^4 \times \frac{1}{80} = 500 \text{V}$$



۱- در سؤالاتی که علاوه بر نیروی الکتریکی، یک نیروی خارجی هم وجود دارد، می‌توانیم از قضیه کار - انرژی جنبشی کمک بگیریم:

$$\begin{cases} \Delta K = W_{\text{کل}} \\ W_{\text{کل}} = W_E + W_{\text{خارجی}} \end{cases} \rightarrow \Delta K = W_E + W_{\text{خارجی}}$$

۲- اگر تندی حرکت بار ثابت باشد ($\Delta K = 0$)، رابطه فوق به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\Delta K = 0 \rightarrow W_E + W_{\text{خارجی}} = 0 \rightarrow W_{\text{خارجی}} = -W_E$$

از طرفی می‌دانیم $W_E = -\Delta U$ است، بنابراین داریم:

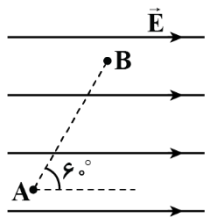
$$W_{\text{خارجی}} = \Delta U = -W_E \rightarrow \text{اگر تندی حرکت ثابت باشد.}$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت $E = 3000 \frac{N}{C}$ و فاصله AB برابر با $4cm$ است. اگر پتانسیل نقاط A و B را به ترتیب با V_A و V_B نشان

دهیم، $V_A - V_B$ چند ولت است؟

- (۱) 60
- (۲) -60
- (۳) 120
- (۴) -120



(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B می توان نوشت:

$$|\Delta V_{AB}| = Ed \cos \theta = 3000 \times 4 \times 10^{-2} \cos 60^\circ = 60V$$

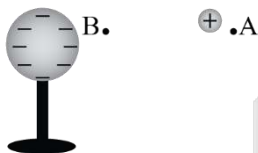
از طرفی هرچه در راستای میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری کاهش می یابد؛ بنابراین $V_A > V_B$ است. حال می توان نوشت:

$$V_A - V_B = 60V$$

گروه آموزشی ماز

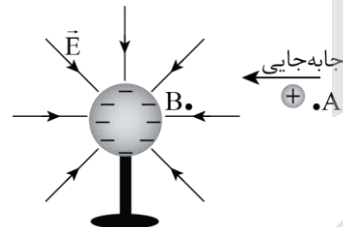
۷۸- در شکل زیر، ذره باردار مثبت و کوچکی را توسط یک نیروی خارجی با تندی ثابت از نقطه A به سمت کره بارداری که روی پایه عایق قرار دارد، نزدیک می کنیم. در این جابه جایی، کار نیروی خارجی بوده، انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار یافته و پتانسیل الکتریکی نقطه B از پتانسیل الکتریکی نقطه A است.

- (۱) مثبت - افزایش - بیش تر
- (۲) مثبت - کاهش - کم تر
- (۳) منفی - افزایش - کم تر
- (۴) منفی - کاهش - کم تر



(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



می دانیم حرکت خودبه خودی بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی است و در آن انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می یابد ($\Delta U_E < 0$) و در نتیجه علامت کار میدان مثبت می شود ($W_E = -\Delta U_E$). لذا با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی و ثابت بودن تندی حرکت ذره ($\Delta K = 0$) داریم:

W' : کار نیروی خارجی

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_E + W' = 0 \Rightarrow W' = -W_E \xrightarrow{W_E > 0} W' < 0$$

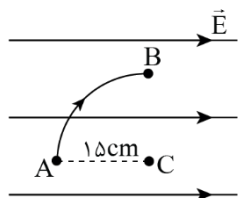
برای بررسی پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B هم، چون از A تا B در جهت خطوط میدان الکتریکی جابه جا شده ایم، پس پتانسیل الکتریکی کاهش یافته و پتانسیل الکتریکی نقطه B کم تر از پتانسیل الکتریکی نقطه A خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^3 \frac{N}{C}$ ، طی یک مسیر ربع دایره ای به شعاع $15cm$ ، از نقطه A به B حرکت می کنیم.

پتانسیل الکتریکی چگونه تغییر می کند؟

- (۱) $750\sqrt{2}$ ولت افزایش می یابد.
- (۲) $750\sqrt{2}$ ولت کاهش می یابد.
- (۳) 750 ولت افزایش می یابد.
- (۴) 750 ولت کاهش می یابد.

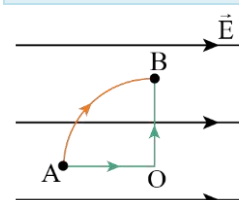


(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه به بار جابه جاشده و مسیر حرکت ربطی ندارد و فقط تابع اندازه میدان و مقدار جابه جایی در راستای خطوط میدان است، پس:

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AOB}$$



همچنین در مسیر OB تغییر پتانسیل به دلیل عمود بودن مسیر بر خطوط میدان طبق رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-Edq \cos \theta}{q}$ صفر است و فقط مسیر AO مورد بررسی قرار می گیرد:

$$\Delta V = -Ed \cos \theta$$

$$\Delta V = -5 \times 10^3 \times 15 \times 10^{-2} \times \cos 0^\circ = -750 \text{ V}$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی ۷۵۰V کاهش می یابد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- فرض کنید ماهواره ای در اثر عبور از یکی از لایه های جو دارای بار الکتریکی ۱۲ نانوکولن شود. این ماهواره، مکعبی به ضلع ۴۰cm است. چگالی سطحی بار الکتریکی روی سطح این ماهواره چند واحد SI است؟ (از تجمع بار بر روی لبه ها چشم پوشی شود.)

$$1/25 \times 10^{-8} \quad (4)$$

$$1/25 \times 10^{-7} \quad (3)$$

$$7/5 \times 10^{-8} \quad (2)$$

$$7/5 \times 10^{-7} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

مساحت کل مکعب برابر است با:

$$A = 6a^2 = 6 \times (0/4)^2 = 0/96 \text{ m}^2$$

گام آخر:

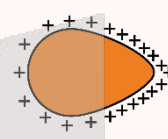
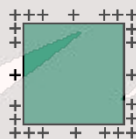
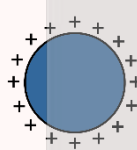
چگالی سطحی بار برابر است با:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{12 \times 10^{-9}}{0/96} = 1/25 \times 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

چگالی سطحی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت های مختلف یک جسم را نشان می دهد:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$



در رابطه بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.

q، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.

یکای چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow [\sigma] = \frac{[q]}{[A]} \rightarrow [\sigma] = \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

گروه آموزشی ماز



پایه دهم (بخش انتخابی)

۸۱- در یک نمونه منیزیم که از کنار هم قرار گرفتن ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر تشکیل شده است، جرم اتمی میانگین برابر با $25/2 \text{ amu}$ است. اگر فراوانی ایزوتوپ ^{25}Mg در این نمونه برابر با ۵۰ درصد باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{24}Mg در نمونه مورد نظر کدام است؟

۱۵ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۴۰ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



در یک نمونه طبیعی از منیزیم، ایزوتوپ‌های ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg وجود دارند. اگر درصد فراوانی ^{25}Mg برابر با ۵۰٪ و درصد فراوانی ^{24}Mg برابر با $x\%$ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{26}Mg برابر با $(x + 50) - 100$ یا $50 - x$ درصد می‌شود. با توجه به درصد فراوانی این ایزوتوپ‌ها، مقدار x را به دست می‌آوریم. برای محاسبه جرم اتمی میانگین عناصر مختلف، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{\text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم} \times \text{جرم ایزوتوپ دوم} + \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول} \times \text{جرم ایزوتوپ اول}}{100}$$

پس داریم:

$$25/2 = \frac{24 \times x + 25 \times 50 + 26 \times (50 - x)}{100} \rightarrow x = 15 \text{ درصد}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{24}Mg برابر با ۱۵ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۸۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- اورانیم، نخستین عنصری است که در واکنش گاه هسته‌ای توسط بشر تولید شد.
- در هنگام تزریق گلوکز پرتوزا به بدن، ذرات این ماده در توده سرطانی تجمع پیدا می‌کنند.
- یکی از رادیوایزوتوپ‌هایی که در ایران تولید می‌شود، عنصری از دسته p جدول تناوبی است.
- به دلیل حضور مقدار فراوان رادیوایزوتوپ‌ها در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می‌شوند، سیگاری هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



عبارتهای دوم، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

- تکنسیم نخستین عنصری است که در واکنش گاه اتمی (هسته‌ای) ساخته شد. از این عنصر در تصویربرداری پزشکی استفاده شده و با توجه به نیمه عمر پایین آن، نمی‌توان مقدار زیادی از آن را ذخیره کرد و بایستی در هنگام نیاز، آن را تولید و سپس مصرف کرد.
- اورانیم، شناخته شده‌ترین فلز پرتوزا بوده و یکی از ایزوتوپ‌های آن که با نماد ^{235}U نشان داده می‌شود، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی اورانیم کمتر از ۰/۷ درصد (کمتر از ۷ اتم در هر ۱۰۰۰ اتم اورانیم) است. دانشمندان هسته‌ای ایران با تلاش بسیار موفق شدند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است.
- به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان‌دار گفته می‌شود. چون توده‌های سرطانی سوخت‌وساز بالایی دارند، هنگام تزریق این ماده به بدن، ذرات گلوکز عادی و پرتوزا در تمام بدن و به‌ویژه توده سرطانی تجمع پیدا می‌کنند.
- یکی از رادیوایزوتوپ‌هایی که در ایران تولید می‌شود، فسفر است. توجه داریم که فسفر، عنصری از دسته p و گروه ۱۵ جدول تناوبی است.
- رادیوایزوتوپ‌ها خاصیت پرتوزایی داشته و مجاورت آن‌ها با بدن، منجر به آسیب رساندن به بدن می‌شود. به دلیل حضور مقدار فراوانی از رادیوایزوتوپ در سیگار، اغلب افرادی که دچار سرطان ریه می‌شوند، سیگاری هستند.

گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) عناصر سبک‌تر مانند لیتیم، عناصر سنگین‌تر مانند آهن، طلا و کربن را به‌وجود می‌آورند.
- (۲) فراوان‌ترین عنصر سیاره‌ مشتری، نخستین عنصری است که پس از مهانگ به‌وجود آمده است.
- (۳) در جدول دوره‌ای، خانه‌ی مربوط به عنصر منیزیم همانند عنصر هیدروژن، جایگاه ۳ ایزوتوپ طبیعی است.
- (۴) پاسخ به پرسش چگونگی شکل‌گیری جهان کنونی، برخلاف به‌وجود آمدن هستی، در قلمرو علم تجربی می‌گنجد.



(متوسط - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

عناصر سبک مانند لیتیم (Li) و کربن (C) و ... عناصر سنگین تر مانند آهن، طلا و ... را به وجود می آورند.

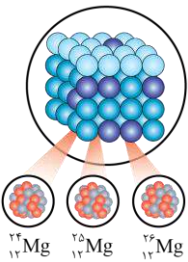
هیدروژن

هلیوم

عناصرهای سبک مانند لیتیم، کربن و ...

عناصرهای سنگین تر مانند آهن، طلا و ...

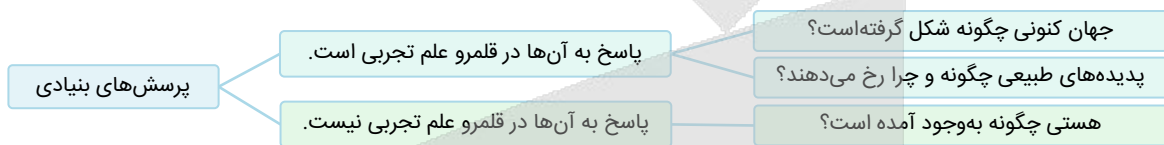
بررسی سایر گزینه ها:



دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط پس از پدید آمدن ذره های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون، عناصرهای هیدروژن و هلیوم پا به عرصه جهان گذاشتند.

منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی ^{24}Mg ، ^{25}Mg و ^{26}Mg است. هیدروژن نیز، دارای سه ایزوتوپ طبیعی می باشد. ایزوتوپ های هر عنصر، همگی متعلق به یک خانه از جدول دوره ای هستند؛ به همین دلیل به آن ها هم مکان گفته می شود.

انسان همواره با پرسش هایی از این دست روبه رو بوده است که «هستی چگونه به وجود آمده است؟ جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟ پدیده های طبیعی چگونه و چرا رخ می دهند؟» و پیوسته تلاش کرده است برای این پرسش ها، پاسخ هایی قانع کننده بیابد. پاسخ به نخستین پرسش (چگونگی به وجود آمدن هستی) در قلمرو علم تجربی نمی گنجد و آدمی تنها با مراجعه به چارچوب اعتقادی و بینش خویش در پرتو آموزه های الهی می تواند به پاسخی جامع دست یابد؛ اما پس از عبور از این قلمرو، علم تجربی تلاشی گسترده برای یافتن پاسخ پرسش های دوم و سوم (شکل گیری جهان کنونی) انجام داده است.



گروه آموزشی ماز

۸۴ - کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - در پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، شمار الکترون و نوترون یکسان است.

ب - به طور کلی، اندازه سیاره های گازی از سیاره های سنگی، بزرگ تر است.

ج - تفاوت عدد جرمی و شمار نوترون ها، در همه ایزوتوپ های یک عنصر، یکسان است.

د - همه ایزوتوپ های یک عنصر، شمار الکترون و پروتون برابر و خواص شیمیایی و فیزیکی مشابهی دارند.

(۱) «الف» و «ج» (۲) «ب» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «الف» و «د»

(آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، ^1H است که فاقد نوترون می باشد.

«ب»: اندازه سیاره های گازی بیشتر از سیاره های سنگی است.

«ج»: تفاوت عدد جرمی و شمار نوترون ها، برابر با شمار پروتون ها است که در ایزوتوپ های گوناگون یک عنصر، یکسان است.

«د»: همه ایزوتوپ های یک عنصر، تعداد پروتون و الکترون برابر دارند؛ پس خواص شیمیایی یکسانی نیز دارند و در جدول دوره ای عناصر تنها یک مکان را اشغال می کنند؛ این در حالی است که همین ایزوتوپ ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم، مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند.

گروه آموزشی ماز

۸۵ - کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

الف - هنگام عکس برداری از دندان ها در رادیولوژی، به کمک پوشش های آهنی از غده تیروئید در برابر پرتوهای خطرناک محافظت می شود.

ب - یون دیدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید آن را جذب می کند.

ج - نیم عمر تکنسیم کم است و نمی توان مقادیر زیادی از آن را تولید و نگهداری کرد.

د - بافت های سرطانی، در حضور گلوکزهای پرتوزا، گلوکز معمولی را جذب نمی کنند.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «د» (۳) «ب» و «د» (۴) «ب» و «ج»

(آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

موارد (ب) و (ج) درست هستند.



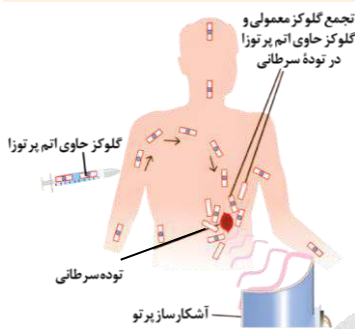
بررسی موارد:

«الف»: هنگام عکسبرداری از دندان‌ها در رادیولوژی، به کمک پوشش‌های سربی (و نه آهنی) از غده تیروئید در برابر پرتوهای خطرناک محافظت می‌شود.

«ب»: از ^{99}Tc در پزشکی برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود. زیرا یون یدید با یونی که حاوی ^{99}Tc می‌باشد اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری فراهم می‌شود.

تکنسیم (^{99}Tc)

- نخستین عنصری که در راکتور هسته‌ای ساخته شد، تکنسیم (^{99}Tc) بود. این عنصر دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است.
- این عنصر در دوره پنجم و گروه هفتم قرار دارد.
- اغلب عناصر با نسبت نوترون به پروتون مساوی یا بیشتر از ۱/۵، رادیوایزوتوپ هستند. این عنصر نیز رادیوایزوتوپ است اما نسبت شمار نوترون به پروتون آن کمتر از ۱/۵ است.
- از ^{99}Tc در پزشکی برای تصویربرداری از غده تیروئید استفاده می‌شود. زیرا یون یدید با یونی که حاوی ^{99}Tc می‌باشد اندازه مشابهی دارد و غده تیروئید هنگام جذب یدید، این یون را نیز جذب می‌کند. با افزایش مقدار این یون در غده تیروئید، امکان تصویربرداری فراهم می‌شود.
- همه ^{99}Tc موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود. از آنجا که نیم‌عمر آن کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند.



«ج»: نیم‌عمر آن کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تولید و نگهداری کرد.

«د»: برای تشخیص توده سرطانی از گلوکز نشان‌دار که حاوی اتم پرتوزا است، استفاده می‌شود. گلوکز نشان‌دار، پس از تزریق، به همراه جریان خون در کل بدن توزیع می‌شود اما به دلیل مصرف زیادتر گلوکز، توسط توده سرطانی، در اطراف آن، بیشتر تجمع می‌یابد. گلوکز معمولی نیز در سراسر بدن از جمله توده سرطانی وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) سبک‌ترین رادیوایزوتوپ ساختگی هیدروژن، دارای ۵ ذره زیراتمی است.
- (۲) اغلب عناصری که دارای نسبت شمار پروتون به نوترون کمتر از ۰/۶۶ هستند، پایدار می‌باشند.
- (۳) ترکیب درصد مواد سازنده سیاره مشتری، نسبت به سیاره زمین، تشابه بیشتری به ستاره خورشید دارد.
- (۴) نماد شیمیایی دومین عنصر فراوان سیاره مشتری، همانند فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین، از ۲ حرف انگلیسی تشکیل شده است.

(سخت - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

اغلب عناصری که دارای نسبت شمار نوترون به پروتون برابر یا بیشتر از ۱/۵ هستند، ناپایدار می‌باشند. با توجه به محاسبات زیر، اگر نسبت شمار نوترون به پروتون عنصری، بیشتر از ۱/۵ باشد، می‌توان گفت که نسبت شمار پروتون به نوترون در آن، کمتر از ۰/۶۶ است:

$$\frac{n}{p} \geq 1/5 \rightarrow \frac{p}{n} \leq \frac{1}{1/5} \rightarrow \frac{p}{n} \leq 0/66$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سبک‌ترین رادیوایزوتوپ ساختگی هیدروژن، ^3H ، دارای ۳ نوترون، ۱ پروتون و ۱ الکترون است؛ بنابراین مجموعاً ۵ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ‌های طبیعی و ساختگی هیدروژن، به‌صورت زیر است:

ایزوتوپ	^1H	^2H	^3H	^4H	^5H	^6H	^7H
نیم‌عمر	پایدار	پایدار	۱۲/۳۲ سال	$1/4 \times 10^{-22}$ ثانیه	$9/1 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/3 \times 10^{-23}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵ (طبیعی)	۰/۰۱۱۴ (طبیعی)	ناچیز (طبیعی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)

۳) یکی از واکنش‌های اصلی در ستاره خورشید، تبدیل هیدروژن به هلیوم در واکنش‌های هسته‌ای است؛ بنابراین می‌توان دریافت که در این ستاره، مقدار زیادی از هیدروژن و هلیوم یافت می‌شود. دو عنصر فراوان سیاره مشتری نیز، هیدروژن و هلیوم هستند.

۴) دومین عنصر فراوان سیاره مشتری، He و فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین، Fe است. نماد شیمیایی هر دو عنصر، دارای دو حرف انگلیسی است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- در نمونه‌ای حاوی ۱۰۰ اتم لیتیم، فراوانی ایزوتوپ پایدارتر، ۲۴ برابر ایزوتوپ دیگر است. در این نمونه، چه تعداد نوترون وجود دارد؟

۳۹۶ (۴)

۳۹۴ (۳)

۳۰۲ (۲)

۳۰۴ (۱)

لیتیم دارای دو ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ می‌باشد. ایزوتوپ سنگین‌تر، پایدارتر بوده و فراوانی بیشتری نیز دارد. پس اگر فراوانی ایزوتوپ ${}^6\text{Li}$ را x در نظر بگیریم، فراوانی ایزوتوپ دیگر برابر با $24x$ است. مجموع شمار هر دو ایزوتوپ برابر با ۱۰۰ است. پس داریم:

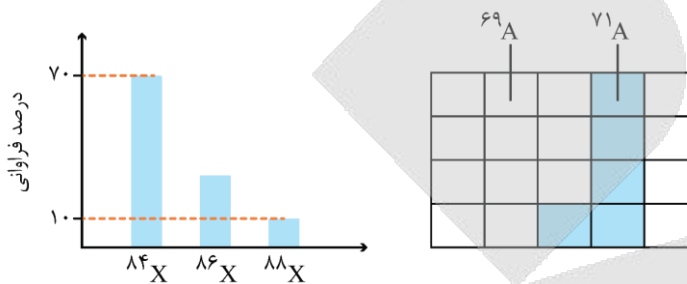
$$x + 24x = 100 \rightarrow 25x = 100 \rightarrow x = 4$$

پس در این نمونه از عنصر لیتیم، ۴ اتم ${}^6\text{Li}$ و ۹۶ اتم ${}^7\text{Li}$ وجود دارد. هر اتم ${}^6\text{Li}$ دارای ۳ نوترون و هر اتم ${}^7\text{Li}$ دارای ۴ نوترون است. پس مجموع شمار نوترون‌ها برابر است با:

$$3 \times 4 + 4 \times 96 = 396$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- با توجه به شکل‌های زیر که فراوانی ایزوتوپ‌های عناصر A و X را در نمونه‌هایی فرضی نشان می‌دهد، کدام یک از مطالب زیر درست است؟



(۱) درصد فراوانی ایزوتوپ ${}^{86}\text{X}$ با ${}^{71}\text{A}$ برابر است.

(۲) اختلاف درصد فراوانی دو ایزوتوپ عنصر A ، برابر با درصد فراوانی ${}^{84}\text{X}$ است.

(۳) اگر عدد اتمی عنصر A برابر با ۳۱ باشد، در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از آن، ۳۸۵۰ نوترون وجود دارد.

(۴) فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر لیتیم، همانند فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر A ، نوترون کمتری نسبت به ایزوتوپ دیگر دارد.

با توجه به نمودار داده‌شده، عنصر X دارای ۳ ایزوتوپ ${}^{84}\text{X}$ ، ${}^{86}\text{X}$ و ${}^{88}\text{X}$ است که درصد فراوانی آن‌ها به ترتیب برابر با ۷۰، ۲۰ و ۱۰ می‌باشد؛ زیرا مجموع درصد فراوانی هر ۳ ایزوتوپ باید، برابر با ۱۰۰ باشد. پس اگر مجموع دو تا از ایزوتوپ‌ها، برابر با $70 + 10 = 80$ باشد، فراوانی ایزوتوپ دیگر برابر با $100 - 80 = 20$ است. همچنین عنصر A دارای ۲ ایزوتوپ ${}^{69}\text{A}$ و ${}^{71}\text{A}$ است. با توجه به شکل داده‌شده، در میان ۲۰ اتم، ۵ ایزوتوپ ${}^{71}\text{A}$ و ۱۵ ایزوتوپ ${}^{69}\text{A}$ وجود دارد. پس درصد فراوانی هر کدام برابر است با:

$$\frac{5}{20} \times 100 = 25\% \quad \frac{15}{20} \times 100 = 75\%$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ فراوانی ایزوتوپ ${}^{86}\text{X}$ برابر با ۲۰ درصد و فراوانی ایزوتوپ ${}^{71}\text{A}$ برابر با ۲۵ درصد است.

۲ اختلاف درصد فراوانی دو ایزوتوپ عنصر A ، برابر با $75 - 25 = 50$ است در حالی که درصد فراوانی ${}^{84}\text{X}$ برابر با ۷۰ می‌باشد.

۳ با توجه به درصد فراوانی ایزوتوپ‌های عنصر A ، در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از آن، ۲۵ اتم ${}^{71}\text{A}$ و ۷۵ اتم ${}^{69}\text{A}$ وجود دارد. هر ایزوتوپ ${}^{71}\text{A}$ دارای $40 = 71 - 31$ نوترون و هر ایزوتوپ ${}^{69}\text{A}$ دارای $38 = 69 - 31$ نوترون است. پس مجموع کل نوترون‌ها برابر است با:

$$25 \times 40 + 75 \times 38 = 3850$$

۴ فراوان‌ترین ایزوتوپ عنصر لیتیم، ${}^7\text{Li}$ است که شمار نوترون بیشتری نسبت به ایزوتوپ دیگر خود، یعنی ${}^6\text{Li}$ دارد.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

(۱) عنصرها به ترتیب افزایش جرم اتمی در ۱۸ گروه و ۷ دوره مرتب شده‌اند.

(۲) بار الکتریکی نسبی ذرات زیر اتمی، در سمت چپ و بالای نماد آن‌ها نوشته می‌شود.

(۳) مجموع جرم ذرات زیر اتمی در سبک‌ترین عنصر طبیعت، در حدود $1/08 \text{ amu}$ است.

(۴) اتم‌ها بسیار ریزند به طوری که نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده و اندازه‌گیری کرد.

اتم‌ها بسیار ریزند به طوری که نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده و جرم آن‌ها را اندازه‌گیری کرد؛ به همین دلیل دانشمندان مقیاس جرم نسبی را برای تعیین جرم اتم‌ها به کار می‌برند. مطابق این مقیاس، جرم اتم‌ها را با وزنه‌ای می‌سنجند که جرم آن، $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ ${}^{12}\text{C}$ است. به این وزنه، یکای جرم اتمی (amu) می‌گویند. در این مقیاس، جرم هر نوترون و پروتون به تقریب برابر با 1 amu است؛ بنابراین جرم اتمی یک اتم، به مقدار عدد جرمی آن، بسیار نزدیک است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ عنصرها به ترتیب افزایش عدد اتمی و نه جرم اتمی، در ۱۸ گروه و ۷ دوره مرتب شده‌اند.
- ۲ در نماد شیمیایی ذرات زیر اتمی، عددهای سمت چپ از بالا به پایین، به ترتیب جرم نسبی و بار نسبی ذره را مشخص می‌کند. به عنوان مثال نماد پروتون به صورت ${}^1_1p^+$ است؛ جرم نسبی آن در حدود 1 amu و بار نسبی آن $+1$ می‌باشد.
- ۳ سبک‌ترین عنصر طبیعت، ${}^1_1H$ است که دارای یک پروتون و یک الکترون است. جرم ذرات زیر اتمی بر حسب amu در جدول زیر آمده است:

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)
الکترون	${}^0_{-1}e$	-۱	۰/۰۰۰۵
پروتون	${}^1_1p^+$	+۱	۱/۰۰۷۳
نوترون	${}^1_0n$	۰	۱/۰۰۸۷

بنابراین مجموع جرم پروتون و الکترون در حدود $1/008\text{ amu}$ است:

$$1/0073 + 0/0005 = 1/0078 \approx 1/008$$

گروه آموزشی ماز

- ۹۰- عنصر S (۱۶)، دارای سه ایزوتوپ است که در هسته آن‌ها به ترتیب ۱۶، ۱۷ و ۱۸ نوترون وجود دارد. اگر جرم اتمی میانگین این عنصر برابر با $32/1\text{ amu}$ بوده و درصد فراوانی سنگین‌ترین ایزوتوپ آن برابر با $4/5\%$ باشد، درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ این عنصر کدام است؟

۹۵/۴ (۴)

۹۴/۵ (۳)

۶۵/۲ (۲)

۶۲/۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

عدد اتمی عنصر گوگرد (S) برابر با $Z = 16$ است و در هسته ایزوتوپ‌های طبیعی آن به ترتیب ۱۶، ۱۷ و ۱۸ نوترون وجود دارد. بنابراین عدد جرمی این ایزوتوپ‌ها با توجه به فرمول $A = Z + n$ به ترتیب برابر با ۳۲، ۳۳ و ۳۴ خواهد بود. همچنین جرم اتمی میانگین از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}$$

در این رابطه F_1 ، F_2 و F_3 درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها و M_1 ، M_2 و M_3 جرم اتمی هر ایزوتوپ است که در اینجا با عدد جرمی ایزوتوپ مربوطه برابر است؛ بنابراین داریم:

$$32/1 = \frac{(34 \times 4/5) + 33F_2 + 32F_3}{100} \rightarrow 33F_2 + 32F_3 = 30.57 \quad (1)$$

در رابطه بالا، F_1 درصد فراوانی سنگین‌ترین و F_3 درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ در نظر گرفته شده است. اما بین F_2 و F_3 رابطه زیر هم وجود دارد:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100 \rightarrow F_2 + F_3 = 100 - 4/5 = 95/5 \quad (2)$$

از جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱)، درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ یعنی F_3 به دست می‌آید:

$$33F_2 + 32F_3 = 30.57 \xrightarrow{(2)} 33(95/5 - F_3) + 32F_3 = 30.57 \rightarrow F_3 = 3151/5 - 30.57 = 94/5$$

بنابراین درصد فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ گوگرد برابر با $94/5\%$ است. توجه داریم که گوگرد در حالت جامد، شکننده بوده و زرد رنگ است و در طبیعت به شکل آزاد یافت می‌شود. این عنصر، ششمین عنصر فراوان سازنده در سیاره‌های زمین و مشتری است.

گروه آموزشی ماز

- ۹۱- اختلاف عدد اتمی سومین عنصر دوره دوم با سومین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای، کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

اعداد اتمی عناصر موجود در هر دوره، در جدول زیر آمده است:

شماره دوره	اعداد اتمی
۱	۱ تا ۲
۲	۳ تا ۱۰
۳	۱۱ تا ۱۸
۴	۱۹ تا ۳۶
۵	۳۷ تا ۵۴
۶	۵۵ تا ۸۶
۷	۸۷ تا ۱۱۸

پس سومین عنصر دوره دوم و چهارم به ترتیب دارای عدد اتمی ۵ و ۲۱ هستند. اختلاف آن‌ها برابر با ۱۶ واحد می‌باشد.

گروه آموزشی ماز



۹۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) عدد اتمی بیشتر عناصر دوره سوم، با شماره گروه آن‌ها، برابر است.
- (۲) در هر خانه جدول دوره‌ای، عدد اتمی، نماد شیمیایی و عدد جرمی عنصر مربوطه نوشته می‌شود.
- (۳) نخستین عنصری که در راکتور هسته‌ای ساخته شد، در دوره پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد.
- (۴) واکنش دهنده‌های مصرف شده در راکتورهای اتمی، همانند پسماندهای تولید شده از آن‌ها، خاصیت پرتوزایی دارند.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

در هر خانه جدول دوره‌ای، عدد اتمی، نماد شیمیایی و جرم اتمی میانگین (و نه عدد جرمی) عنصر مربوطه نوشته می‌شود.

عدد اتمی	۱
نماد شیمیایی	H
نام	هیدروژن
جرم اتمی میانگین	۱/۰۰۸

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ دوره سوم، عناصر با اعداد اتمی ۱۱ تا ۱۸ را شامل می‌شود. به جز دو عنصر ابتدایی، یعنی Na و Mg که به ترتیب در گروه‌های ۱ و ۲ قرار دارند، عدد اتمی سایر عناصر، با شماره گروه آن‌ها برابر است. به عنوان مثال، Al در گروه ۱۳ و Cl در گروه ۱۷ قرار دارد.
- ۳ نخستین عنصری که در راکتور هسته‌ای ساخته شد، تکنسیم (^{99}Tc) بود. این عنصر در دوره پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار دارد. به درسامه زیر، دقت کنید:

اهمیت گازهای نجیب در موقعیت‌یابی

برای موقعیت‌یابی سریع‌تر عناصر، موقعیت آن‌ها را نسبت به عناصر گروه ۱۸ (گازهای نجیب) می‌سنجیم؛ بنابراین عدد اتمی و شماره دوره هرکدام را به‌خاطر بسپارید.

گاز نجیب	عدد اتمی	شماره تناوب
هلیوم	۲	۱
نئون	۱۰	۲
آرگون	۱۸	۳
کریپتون	۳۶	۴
زنون	۵۴	۵
رادون	۸۶	۶
اوگانسون	۱۱۸	۷

تعیین شماره گروه

برای تعیین سریع شماره گروه عنصرها، اختلاف عدد اتمی آن‌ها را نسبت به نزدیک‌ترین گاز نجیب محاسبه می‌کنیم؛ که با دو حالت ممکن است مواجه شویم:

۱. اگر عدد اتمی مورد نظر نسبت به عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب بزرگ‌تر بود، میزان تفاوت آن‌ها، بیانگر شماره گروه است. به عنوان مثال در مورد عنصر سزیم با عدد اتمی ۵۵، می‌توان گفت نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن، زنون ($54Xe$) است. چون تفاوت عدد اتمی آن‌ها $55 - 54 = 1$ است، نتیجه می‌گیریم این عنصر در گروه اول قرار دارد.
۲. اگر عدد اتمی مورد نظر نسبت به عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب کوچک‌تر بود، به اندازه تفاوت آن‌ها از عدد ۱۸ کم می‌کنیم. به عنوان مثال در مورد عنصر سرب با عدد اتمی ۸۲، می‌توان گفت نزدیک‌ترین گاز نجیب به عدد اتمی ۸۲، رادون ($86Rn$) است. چون تفاوت عدد اتمی آن‌ها $86 - 82 = 4$ است، نتیجه می‌گیریم این عنصر در گروه ۱۴ ($18 - 4 = 14$) قرار دارد.

تفاوت آن‌ها = شماره گروه	عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب > عدد اتمی مورد نظر
تفاوت آن‌ها - ۱۸ = شماره گروه	عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب < عدد اتمی مورد نظر

تعیین شماره گروه

تعیین شماره دوره

برای تعیین سریع شماره دوره عنصرها، از انگشتان دست کمک می‌گیریم؛ به این صورت که انتهای انگشتان را انتهای دوره در نظر می‌گیریم:





اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر بیشتر از عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن عنصر بود، نتیجه می‌گیریم که در دوره بعد از آن گاز نجیب قرار دارد. به عنوان مثال در مورد عنصری با عدد اتمی ۲۴، می‌توان گفت نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن، آرگون (Ar) است؛ بنابراین در دوره بعد از آن، یعنی در دوره چهارم قرار دارد. اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر کمتر از عدد اتمی نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن عنصر بود، نتیجه می‌گیریم که با آن گاز نجیب هم‌دوره است. به عنوان مثال عنصری با عدد اتمی ۴۸، قبل از زنون (Xe) است، پس در دوره پنجم قرار دارد.

۴

واکنش‌دهنده‌های مصرف شده در راکتورهای اتمی، همانند پسماندهای تولید شده از آن‌ها، خاصیت پرتوزایی دارند.

گروه آموزشی ماز

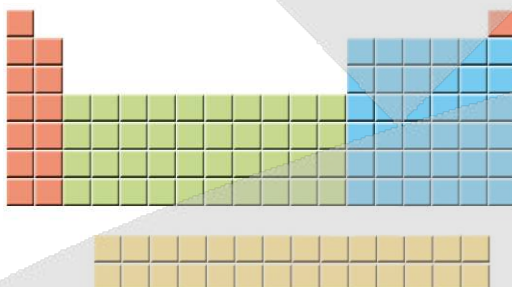
۹۳- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) شش گروه از گروه‌های جدول دوره‌ای، دارای شش عنصر هستند.
- (۲) در حدود ۷۰٪ از عناصر جدول دوره‌ای، در ۳ دوره آخر آن، قرار دارند.
- (۳) مجموع شمار عناصر گروه‌های ۱ و ۲، با عدد اتمی سومین عنصر دوره سوم، برابر است.
- (۴) مجموع شمار عناصر گروه‌های ۷ عنصری جدول دوره‌ای، با شمار عناصر دوره چهارم جدول دوره‌ای، برابر است.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

ابتدا به نکات زیر، دقت کنید:



چند نکته از جدول دوره‌ای

- جدول دوره‌ای از ۱۸ گروه و ۷ دوره تشکیل شده است.
- در دوره‌های اول، دوم، سوم، چهارم و پنجم به ترتیب ۲، ۸، ۸، ۱۸ و ۱۸ عنصر وجود دارد.
- دوره اول فقط دارای دو عنصر با عدد اتمی ۱ و ۲ است. دوره دوم از عنصری با عدد اتمی ۳ شروع و به عنصری با عدد اتمی ۱۰ ختم می‌شود.
- دوره سوم از عدد اتمی ۱۱ شروع و به ۱۸ ختم می‌شود. دوره چهارم نیز از عدد اتمی ۱۹ شروع و به ۳۶ ختم می‌شود.
- در دوره‌های دوم و سوم، گروه‌های ۳ تا ۱۲ وجود ندارد.

دو گروه ۱ و ۱۸ دارای ۷ عنصر هستند. پس مجموع شمار عناصر آن‌ها برابر با ۱۴ است در صورتی که در دوره چهارم، ۱۸ عنصر وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱- گروه‌های ۲ و ۱۳ تا ۱۷، هر کدام دارای ۶ عنصر هستند. گروه اول و آخر نیز دارای ۷ عنصر هستند.
- ۲- جدول دوره‌ای دارای ۷ دوره است. مجموع عناصر در ۴ دوره ابتدایی برابر با ۳۶ می‌باشد؛ پس مابقی عناصر در ۳ دوره آخر قرار دارند. از آن‌جا که این جدول، دارای ۱۱۸ عنصر است، شمار عناصر ۳ دوره آخر برابر با $118 - 36 = 82$ است. درصد آن برابر است با:

$$\frac{\text{شمار عناصر ۳ دوره انتهایی}}{\text{شمار کل عناصر}} \times 100 = \frac{82}{118} \times 100 \approx 69.4\% \approx 70\%$$

- ۳- گروه اول دارای ۷ عنصر و گروه دوم، دارای ۶ عنصر است. پس مجموعاً ۱۳ عنصر دارند. عدد اتمی سومین عنصر دوره سوم نیز، برابر با ۱۳ است.

گروه آموزشی ماز

۹۴- در نمونه‌ای از ^{10}B ، دو نوع ایزوتوپ ^{10}B و ^{11}B وجود دارد. اگر فراوانی ایزوتوپ ^{11}B ، ۴ برابر ایزوتوپ ^{10}B باشد، کدام یک از مطالب زیر، در مورد این نمونه، درست است؟

- (۱) مجموع جرم ذرات زیر اتمی که در سمت چپ و بالای نماد خود دارای عدد ۱ هستند، در حدود $100 amu$ است.
- (۲) در مجموع ۵۰ ذره زیر اتمی با جرم $100.87 amu$ وجود دارد.
- (۳) مجموع جرم الکترون‌ها، در حدود $\frac{1}{4}$ جرم یک پروتون است.
- (۴) جرم اتمی میانگین آن برابر با $10.7 amu$ است.

اگر فراوانی ایزوتوپ ${}^1_1B$ را برابر با f_1 و فراوانی ایزوتوپ ${}^2_1B$ را برابر با f_2 در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} f_2 = 4f_1 \\ f_1 + f_2 = 10 \end{cases} \rightarrow f_1 = 2 \quad f_2 = 8$$

پس در این نمونه، ۸ اتم ${}^1_1B$ و ۲ اتم ${}^2_1B$ وجود دارد.

بررسی گزینه‌ها:

۱ سمت چپ و بالای نماد شیمیایی ذرات زیر اتمی، جرم نسبی آن‌ها نوشته می‌شود. پروتون و نوترون، هر دو دارای جرم نسبی ۱ هستند. بنابراین باید مجموع شمار پروتون و نوترون را در این نمونه به دست آوریم:
 $8 \times 11 + 2 \times 10 = 108$
 پس در این نمونه، مجموعاً ۱۰۸ نوترون و پروتون وجود دارد. از آن‌جا که جرم هر یک، در حدود 1 amu است، مجموع جرم آن‌ها در حدود 108 amu می‌شود.

۲ ذره زیر اتمی با جرم 1.0087 amu ، نوترون است. هر اتم ${}^1_1B$ دارای ۶ نوترون و هر اتم ${}^2_1B$ دارای ۵ نوترون است. پس در این نمونه مجموعاً ۵۸ نوترون وجود دارد:

۳ شمار الکترون‌ها در ایزوتوپ‌های گوناگون یک عنصر، یکسان و برابر با شمار پروتون‌های آن، است. در این نمونه ۱۰ اتم وجود دارد که هر یک دارای ۵ الکترون هستند. پس در مجموع، ۵۰ الکترون وجود دارد. از آن‌جا که جرم هر الکترون، $\frac{1}{1836}$ جرم یک پروتون است، جرم ۵۰ الکترون، $\frac{50}{1836}$ جرم یک پروتون می‌شود.

۴ برای محاسبه جرم اتمی میانگین، از روش زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \dots}{\text{فراوانی کل}}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(2 \times 10) + (8 \times 11)}{10} = 10.8$$

پس جرم اتمی میانگین این نمونه، برابر با 10.8 amu است.

گروه آموزشی ماز

۹۵ - کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) نوری که از ستاره‌ها به ما می‌رسد، اجزای سازنده و دمای آن‌ها را نشان می‌دهد.
- ۲) چشم ما، تنها گستره محدودی از نور که دارای طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است را می‌بیند.
- ۳) از تغییر رنگ شعله بر اثر پاشیدن محلول یک نمک، می‌توان به نوع عنصر فلزی موجود در آن، پی برد.
- ۴) هنگامی که شعله گاز، به رنگ آبی باشد، دمای پایین‌تری نسبت به هنگامی که به رنگ زرد است، دارد.

هر چه طول موج یک پرتوی الکترومغناطیسی کمتر باشد، انرژی آن بیشتر بوده و دمای آن پرتو نیز بالاتر است. از آن‌جا که انرژی پرتو آبی بیشتر از پرتو زرد رنگ است، دمای آن نیز، بالاتر خواهد بود.

مقایسه انرژی و طول موج پرتوها

هر چه پرتو گسیل شده از جسمی، انرژی بیشتر و طول موج کمتری داشته باشد، دمای آن بالاتر خواهد بود. تصویر زیر، سطح انرژی پرتوهای مرئی را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:



سشوار صنعتی، شعله شمع و گاز شهری به ترتیب به رنگ‌های قرمز، زرد و آبی هستند؛ بنابراین انتظار می‌رود دمای شعله گاز شهری بالاتر از شمع و دمای شمع نیز بالاتر از سشوار صنعتی باشد.

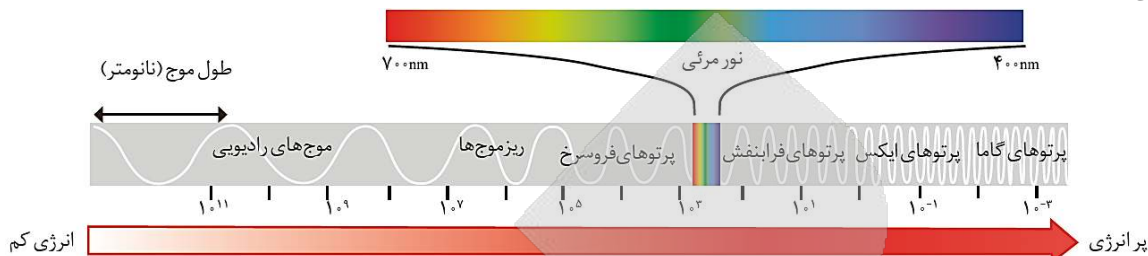


شعله‌ی گاز شهری
۲۷۵۰°C

شعله‌ی شمع
۱۷۵۰°C

سشوار صنعتی
۸۰۰°C

- ۱ به دلیل اینکه خورشید و دیگر اجرام آسمانی از ما بسیار دور هستند، ویژگی‌های آن‌ها را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد. به کمک نور، می‌توان دمای ستاره‌ها و سیاره‌ها، اجزای سازنده آن‌ها و دمای شعله‌های بسیار داغ را، تعیین کرد.
- ۲ چشم ما تنها می‌تواند گستره محدودی از نور را ببیند. به این گستره که رنگ‌های سرخ، نارنجی، زرد، سبز، آبی، نیلی و بنفش را در برمی‌گیرد، گستره مرئی می‌گویند. نور خورشید شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از این پرتوها است.



- ۳ بسیاری از نمک‌ها شعله رنگی دارند، به طوری که اگر مقداری از محلول نمک را با افشانه روی شعله بپاشیم، رنگ شعله تغییر می‌کند. رنگ شعله، بیانگر وجود عنصر فلزی در آن است.

گروه آموزشی ماز

۹۶- در نمونه‌ای طبیعی از عنصر کالر، شمار نوترون‌ها ۱۲۰ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. اگر جرم اتمی میانگین در این نمونه، برابر با $35/5 amu$ باشد، شمار ایزوتوپ‌های پایدارتر، کدام است؟

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

کالر دارای دو ایزوتوپ ^{35}Cl و ^{37}Cl است. هر ایزوتوپ ^{35}Cl دارای ۱۸ نوترون می‌باشد. یعنی در این ایزوتوپ، شمار نوترون‌ها، ۱ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. همچنین هر ایزوتوپ ^{37}Cl دارای ۲۰ نوترون است؛ پس شمار نوترون‌های آن، ۳ واحد بیشتر از شمار پروتون‌ها است. اگر در نمونه مورد نظر، شمار ایزوتوپ‌های ^{35}Cl برابر با f_1 و شمار ایزوتوپ‌های ^{37}Cl برابر با f_2 باشد، می‌توان گفت که برای کل ایزوتوپ‌های ^{35}Cl ، f_1 نوترون اضافه و برای کل ایزوتوپ‌های ^{37}Cl ، $3f_2$ نوترون اضافه داریم. پس در مجموع می‌توان نوشت:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی ایزوتوپ اول}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی ایزوتوپ دوم}) + \dots}{\text{فراوانی کل}}$$

با توجه به حجم بالای محاسبات در روش بالا، به روش زیر دقت کنید.

روش میانبر برای محاسبه جرم اتمی میانگین

برای محاسبه جرم اتمی میانگین، با استفاده از رابطه زیر با سرعت بالا به جواب می‌رسیم:

$$\bar{M} = M_1 - \frac{F_1}{100} (\Delta M) \quad \text{یا} \quad \bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (\Delta M)$$

• اگر دو نوع ایزوتوپ داشته باشیم: M_1 : جرم اتمی ایزوتوپ سبک، M_2 : جرم اتمی ایزوتوپ سنگین، F : فراوانی ایزوتوپ‌ها، ΔM : اختلاف جرم دو ایزوتوپ
به صورت ساده‌تر: (اختلاف جرم دو ایزوتوپ $\times$ فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر) + جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر = جرم اتمی میانگین

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_1}{100} (M_1 - M_2)$$

• اگر سه نوع ایزوتوپ داشته باشیم: M_1 : جرم اتمی ایزوتوپ سبک، M_2 : جرم اتمی ایزوتوپ متوسط، M_3 : جرم اتمی ایزوتوپ سنگین
به صورت ساده‌تر: (اختلاف جرم دو ایزوتوپ سبک و متوسط $\times$ فراوانی ایزوتوپ متوسط) + جرم اتمی ایزوتوپ سبک = جرم اتمی میانگین

(اختلاف جرم دو ایزوتوپ سبک و سنگین $\times$ فراوانی ایزوتوپ سنگین) + (اختلاف جرم دو ایزوتوپ سبک و سنگین $\times$ فراوانی ایزوتوپ سنگین) + جرم اتمی ایزوتوپ سبک = جرم اتمی میانگین

ابتدا جرم اتمی میانگین داده شده را در رابطه بالا قرار می‌دهیم:

$$35/5 = 35 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} (37 - 35) \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{f_2}{f_1 + f_2} \rightarrow f_1 = 3f_2$$

همان‌طور که می‌بینید، در این روش، با اعداد بسیار کوچک‌تر و حجم محاسباتی بسیار کمتر، سروکار داریم. اکنون می‌توان مقادیر مجهول را به دست آورد:

$$\begin{cases} f_1 + 3f_2 = 120 \\ f_1 = 3f_2 \end{cases} \rightarrow f_1 = 60 \quad f_2 = 20$$

پس در این نمونه ۶۰ ایزوتوپ ^{35}Cl که پایدارتر است و ۲۰ ایزوتوپ ^{37}Cl وجود دارد.

گروه آموزشی ماز



۹۷- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف - مول، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه به‌شمار می‌رود.
 ب - هر اتم از فراوان‌ترین عنصر سیاره‌ مشتری، جرمی در حدود $\frac{1}{N_A}$ گرم دارد.
 ج - اتم کلر و اتم برم (Br)، در واکنش با فلزها، آنیونی با بار مشابه تشکیل می‌دهند.
 د - هر چه عنصری جرم مولی بیشتری داشته باشد، شمار اتم‌ها در هر مول از آن نیز، بیشتر است.
- (۱) «الف» و «د» (۲) «ب» و «ج» (۳) «الف» و «ب» (۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: گرم، رایج‌ترین یکای اندازه‌گیری جرم در آزمایشگاه شناخته می‌شود؛ این در حالی است که یکای جرم اتمی، یکای بسیار کوچکی برای جرم به‌شمار می‌آید و کار با آن در آزمایشگاه و در عمل ناممکن است.
 «ب»: هر مول از هر ذره‌ای، دارای N_A (عدد آووگادرو $= 6.02 \times 10^{23}$) از آن ذره است. جرم هر amu برحسب گرم نیز، برابر با $1/66 \times 10^{-24}$ گرم است که این مقدار، معادل $\frac{1}{N_A}$ می‌باشد. به درسنامه زیر دقت کنید:

مفهوم مول

شیمی‌دان‌ها به 6.02×10^{23} (عدد آووگادرو) از هر ذره، یک مول از آن ذره می‌گویند. بر این اساس، جرم یک مول ذره بر حسب گرم، جرم مولی آن نامیده می‌شود.

واحد: u یا amu	جرم اتمی = جرم یک اتم
واحد: گرم بر مول	جرم مولی = جرم یک مول (6.02×10^{23}) از اتم، یون یا مولکول

به‌طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$\frac{A}{g} \rightarrow \begin{cases} \text{عدد جرمی} = A \\ \text{جرم اتمی} = A \text{ amu} \\ \text{جرم مولی} = A \text{ g.mol}^{-1} \end{cases}$$

بنابراین یکای جرم اتمی، یکای بسیار کوچکی است و هنگامی که جرم تعداد محدودی اتم را بیان کنیم، از این واحد استفاده می‌کنیم؛ در حالی که اگر با تعداد زیادی اتم مثلاً چند مول از آن، روبه‌رو باشیم، از واحد گرم برای بیان جرم هر مول از آن، بهره می‌بریم. رابطه بین این دو واحد به‌صورت زیر است:

$$1 \text{ amu} = 1/66 \times 10^{-24} \text{ g} = \frac{1}{N_A} \text{ g}$$

جرم هر اتم هیدروژن در حدود 1 amu است؛ همان‌طور که در درسنامه بالا گفته شد، جرم هر amu بر حسب گرم برابر است با:

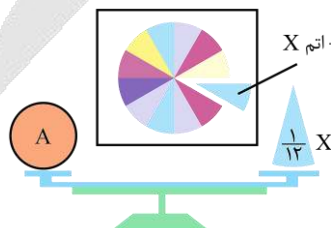
$$1 \text{ amu} = 1/66 \times 10^{-24} \text{ g} = \frac{1}{N_A} \text{ g}$$

«ج»: عنصر کلر، دارای عدد اتمی ۱۷ است. پس همانند برم (Br)، در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای قرار دارد. به‌طور کلی عناصر هم‌گروه، خواص شیمیایی مشابهی دارند؛ در نتیجه، هر دو عنصر در واکنش با فلزها، آنیونی با بار مشابه تشکیل می‌دهند.

«د»: در هر مول از هر ذره‌ای، 6.02×10^{23} از آن ذره وجود دارد و این موضوع، مستقل از جرم آن ذره است. به‌عنوان مثال یک مول از عنصر ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ دارای 6.02×10^{23} اتم و یک مول از عنصر ${}^4_2\text{He}$ نیز، با جرم مولی کمتر، دارای همان 6.02×10^{23} اتم است.

گروه آموزشی ماز

۹۸- شکل زیر، الگویی برای نمایش واحد جرم اتمی است. اگر اتم X به‌عنوان مقیاسی برای اندازه‌گیری جرم سایر اتم‌ها در نظر گرفته شود، کدام یک از مطالب زیر در مورد عنصر A نمی‌تواند درست باشد؟ (عدد جرمی را با جرم اتمی برابر در نظر بگیرید.)

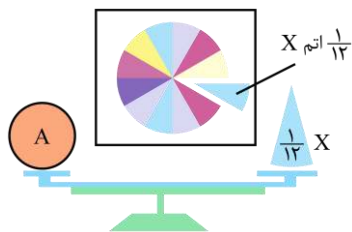


(۲) اگر اتم X عنصر ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ باشد، اتم A می‌تواند عنصر ${}^2_1\text{H}$ باشد.

(۴) اگر اتم X عنصر ${}^{76}_{34}\text{Ge}$ باشد، اتم A می‌تواند عنصر ${}^7_3\text{Li}$ باشد.

(۱) اگر اتم X ، عنصر ${}^7_3\text{Li}$ باشد، اتم A می‌تواند عنصر ${}^1_1\text{H}$ باشد.

(۳) اگر اتم X ، عنصر ${}^{48}_{22}\text{Ti}$ باشد، اتم A می‌تواند عنصر ${}^4_2\text{He}$ باشد.



اگر به جای کربن، از عنصر دیگری به عنوان مقیاس جرم نسبی اتم‌ها استفاده کنیم، جرم سایر عناصر نیز، متفاوت خواهد بود. در شکل روبه‌رو، اگر اتم X ، اتم ${}^6\text{Li}$ باشد، جرم $\frac{1}{11}$ از آن، در حدود $0.5 \text{ amu} = \frac{6}{11}$ خواهد بود. با توجه به اینکه ترازو در حالت تعادل است، یعنی جرم اتم A با جرم $\frac{1}{11}$ اتم ${}^6\text{Li}$ باید برابر باشد. یعنی جرم اتم A باید حدود 0.5 amu باشد؛ در حالی که جرم اتم ${}^1\text{H}$ برابر با 1 amu است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ اگر اتم X ، عنصر ${}^{24}\text{Mg}$ باشد، جرم $\frac{1}{11}$ از آن، در حدود $2 \text{ amu} = \frac{24}{11}$ خواهد بود. جرم اتم ${}^2\text{H}$ نیز در حدود 2 amu است. زیرا عدد جرمی آن برابر با ۲ می‌باشد.

۳ اگر اتم X ، عنصر ${}^{48}\text{Ti}$ باشد، جرم $\frac{1}{11}$ از آن، در حدود $4 \text{ amu} = \frac{48}{11}$ خواهد بود. جرم اتم ${}^4\text{He}$ نیز در حدود 4 amu است.

۴ اگر اتم X ، عنصر ${}^{72}\text{Ge}$ باشد، جرم $\frac{1}{11}$ از آن، در حدود $6 \text{ amu} = \frac{72}{11}$ خواهد بود. جرم اتم ${}^6\text{Li}$ نیز در حدود 6 amu است.

گروه آموزشی ماز

۹۹ - کدام یک از مطالب زیر، در مورد فلز مس درست است؟

- طول موج پرتو حاصل از رنگ شعله آن، در حدود 700 nm نانومتر است.
- پرتو حاصل از شعله آن، انرژی کمتری نسبت به پرتو حاصل از شعله سدیم نیترات دارد.
- اگر طول موج پرتو حاصل از شعله آن را، 10 برابر کنیم، پرتویی از دسته ریزموج‌ها به دست می‌آید.
- اگر عدد اتمی آن، 29 باشد، با چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای و اولین عنصر گروه سوم، هم‌دوره است.

عنصری با عدد اتمی 29 ، در دوره چهارم و گروه یازدهم قرار دارد. چهارمین گاز نجیب جدول دوره‌ای (${}^{36}\text{Kr}$) و اولین عنصر گروه سوم (${}^{21}\text{Sc}$) نیز، در همین دوره جای دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ رنگ شعله فلز مس، سبز است. پرتویی با طول موج 700 nm نانومتر، به رنگ قرمز است.



۲ رنگ شعله سدیم، زرد است و نسبت به پرتو سبز، طول موج بیشتر و انرژی کمتری دارد.

۳ پرتوهای فروسرخ، طول موجی در حدود 10^3 تا 10^5 نانومتر دارند. بنابراین اگر طول موج پرتوهای مرئی را 10 برابر کنیم، پرتوهایی با طول موج 4000 تا 7000 nm نانومتر خواهیم داشت که در دسته پرتوهای فروسرخ قرار می‌گیرند.



گروه آموزشی ماز

۱۰۰ - کدام یک از مطالب زیر، درست است؟ ($O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

- جرم هر اتم ${}^{12}\text{C}$ ، برابر با 12 گرم است.
- دقت اندازه‌گیری یک ترازوی زرگری، 10^2 برابر دقت اندازه‌گیری یک باسکول تنی است.
- تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک مول SiH_4 ، با تعداد اتم‌های اکسیژن در یک مول SO_2 برابر است.
- در نمونه‌ای به جرم یکسان از دو گاز O_2 و O_3 ، شمار مولکول‌های O_3 ، $1/5$ برابر شمار مولکول‌های O_2 است.

برای مقایسه شمار مولکول‌های دو نمونه، از مقایسه شمار مول‌های آن‌ها می‌توان بهره برد. به عبارتی اگر شمار مول‌های ماده‌ای، 2 برابر شمار مول‌های ماده دیگری باشد، می‌توان گفت که شمار ذرات آن نیز، 2 برابر است. بنابراین شمار مول نمونه‌هایی به جرم m گرم از O_2 و O_3 را به دست می‌آوریم:

$$n \text{ mol } \text{O}_2 = m \text{ g } \text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol } \text{O}_2}{32 \text{ g } \text{O}_2} = \frac{m}{32}$$

$$n \text{ mol } \text{O}_3 = m \text{ g } \text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol } \text{O}_3}{48 \text{ g } \text{O}_3} = \frac{m}{48}$$

نسبت مول O_2 به O_3 برابر است با:

$$\frac{m}{\frac{m}{32}} = \frac{48}{32} = 1/5$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ جرم هر اتم ^{12}C ، برابر با 12 amu و جرم هر مول اتم ^{12}C برابر با ۱۲ گرم است.

عدد جرمی و جرم اتمی

عدد جرمی برابر با مجموع شمار نوترون‌ها و پروتون‌های یک عنصر است؛ بنابراین **همواره عددی صحیح** است. با توجه به اینکه جرم هر پروتون و هر نوترون، به 1 amu بسیار نزدیک است، **جرم اتمی** هر اتم، بر حسب amu ، به تقریب **مشابه عدد جرمی** آن است. همچنین جرم مولی اتم‌ها بر حسب گرم بر مول، در حدود جرم اتمی و عدد جرمی آن اتم است. به عنوان مثال در مورد ^{16}O می‌توان گفت عدد جرمی دقیقاً برابر با ۱۶ و جرم اتمی و جرم مولی آن، در حدود ۱۶ واحد است. دقت کنید که گاهی جرم اتمی میانگین به عنوان جرم مولی عناصر، داده می‌شود. در این صورت با یک اتم با مقدار معین عدد جرمی سر و کار نداریم! به عنوان مثال جرم مولی Cl ، معمولاً برابر با $35/5$ گرم بر مول داده می‌شود. این عدد مشابه جرم اتمی میانگین کلر است؛ زیرا می‌دانیم کلر دارای دو ایزوتوپ طبیعی ^{35}Cl و ^{37}Cl است که فراوانی ایزوتوپ ^{35}Cl به تقریب ۳ برابر ایزوتوپ دیگر است و اگر جرم اتمی میانگین آن را محاسبه کنیم، $35/5$ می‌شود.

۲ دقت اندازه‌گیری ترازوی زرگری **یک صدم گرم** (10^{-2} g) و دقت اندازه‌گیری باسکول تنی **یک صدم تن** یعنی ۱۰ کیلوگرم (10000 g) است. پس

دقت ترازوی زرگری بسیار بیشتر و $\frac{10000}{10^{-2}} = 10^6$ برابر دقت باسکول تنی است.

۳ هر مول SiH_4 دارای ۴ مول اتم هیدروژن است، در حالی که هر مول SO_2 ، دارای ۲ مول اتم اکسیژن است. پس مول و در نتیجه شمار اتم‌های مورد نظر، با هم برابر نیست.

گروه آموزشی ماز



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) منیزیم در مقایسه با سدیم خاصیت فلزی کمتری داشته و با شدت کمتری با کلر واکنش می‌دهد.
- (۲) عنصر ${}^{24}\text{Cr}$ تنها عنصری از تناوب چهارم است که در آرایش الکترونی آن دو زیرلایه نیمه پر دارد.
- (۳) سه عنصر نخستی که در گروه چهاردهم قرار می‌گیرند، در حالت جامد رسانایی الکتریکی بالایی دارند.
- (۴) گاز کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش داده و خاصیت نافلزی آن کمتر از فلوئور است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

6	C	Carbon	12.01
14	Si	Silicon	28.09
32	Ge	Germanium	72.63

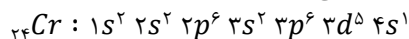
تصویر مقابل، نمایی از عناصر موجود در گروه چهاردهم را نشان می‌دهد:

سه عنصر نخست موجود در این گروه، شامل کربن، سیلیسیم و ژرمانیم می‌شود. کربن در قالب گرافیت، رسانای قوی جریان برق است اما در قالب الماس، نارسانا است. عناصر سیلیسیم و ژرمانیم نیز در دسته عناصر شبه‌فلزی قرار داشته و در حالت جامد، رسانای ضعیف جریان الکتریسیته هستند. به این مواد، اصطلاحاً نیمه‌رسانا گفته می‌شود. توجه داریم که این سه عنصر، در حالت جامد شکننده بوده و بر اثر ضربه چکش خرد می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) منیزیم در جدول تناوبی در خانه سمت راست سدیم قرار گرفته است. این عنصر در مقایسه با سدیم خاصیت فلزی کمتری داشته و به همین خاطر، با شدت کمتری با کلر واکنش می‌دهد.

۲) عنصر ${}^{24}\text{Cr}$ تنها عنصری از تناوب چهارم است که در آرایش الکترونی خود، دو زیرلایه نیمه پر دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:



۴) گاز کلر در خانه زیری فلوئور قرار گرفته است؛ پس این عنصر خاصیت نافلزی کمتری نسبت به فلوئور دارد. گاز کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش داده و هیدروژن کلرید را تولید می‌کند. جدول زیر، شرایط مورد نیاز برای واکنش هالوژن‌ها (عناصر گروه هفدهم) با گاز هیدروژن را نشان می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای -200°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 200°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

کاهش واکنش پذیری

همانطور که مشخص است، با کاهش خصلت نافلزی عناصر، از شدت واکنش این عناصر با گاز هیدروژن کاسته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۲- چند درصد از عناصر اصلی که $n + l$ برای بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی آن‌ها برابر با ۴ است، در حالت جامد سطحی صیقلی داشته و چکش‌خوار هستند؟

۳۷/۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۶۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

قاعده آفبا، ترتیب پرشدن زیرلایه‌های الکترونی را در اتم‌های گوناگون نشان می‌دهد. مطابق این قاعده، هنگام افزودن الکترون به زیرلایه‌ها، نخست زیرلایه‌های نزدیک‌تر به هسته اتم که دارای انرژی کمتری هستند پر شده و پس از آن، زیرلایه‌های بالاتر پر خواهد شد. انرژی زیرلایه‌های الکترونی به مقادیر n و $n + l$ وابسته است به طوری که اگر $n + l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n بزرگ‌تر، انرژی بیشتری دارد. مجموع مقدار اعداد کوانتومی اصلی و فرعی ($n + l$) برای زیرلایه‌های $3p$ و $4s$ برابر با ۴ می‌شود. از میان عناصر اصلی موجود در جدول تناوبی، در عناصر دسته p از تناوب سوم و عناصر دسته s از تناوب چهارم، مقدار $n + l$ برای بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی برابر با ۴ است. تصویر زیر، نمایی از موقعیت این عناصر را نشان می‌دهد:

تناوب سوم

13	Al	14	Si	15	P	16	S	17	Cl	18	Ar
Aluminum	26.98	Silicon	28.09	Phosphorus	30.97	Sulfur	32.06	Chlorine	35.45	Argon	39.95

تناوب چهارم

19	K	20	Ca
Potassium	39.10	Calcium	40.08

عناصر فلزی در حالت جامد سطحی صیقلی داشته و چکش‌خوار هستند. از میان عناصر موجود در تصویر بالا، آلومینیم، پتاسیم و کلسیم در دسته عناصر فلزی قرار می‌گیرند؛ پس داریم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{شمار عناصر چکش‌خوار و صیقلی}}{\text{شمار کل عناصر}} \times 100 = \frac{3}{8} \times 100 = 37.5$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- از واکنش ترمیت برای جوشکاری ریل‌های قطار استفاده می‌شود. اگر مجموع جرم فراورده‌های تولید شده در این واکنش برابر با ۹۶/۳ گرم باشد، جرم فلز مصرف شده در آن برابر با چند گرم خواهد بود؟ ($Fe = 56, Al = 27, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱۶/۸ (۴)

۲۴/۳ (۳)

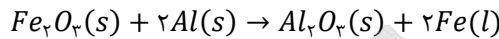
۵۰/۴ (۲)

۸/۱ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله واکنش ترمیت به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، به ازای مصرف شدن دو مول آلومینیم، یک مول آلومینیم اکسید (معادل با ۱۰۲ گرم آلومینیم اکسید) و ۲ مول فلز آهن مذاب (معادل با ۱۱۲ گرم آهن مذاب) تولید می‌شود. به عبارت دیگر، به ازای مصرف شدن دو مول آلومینیم در این واکنش، مجموعاً ۲۱۴ گرم فراورده تولید می‌شود؛ پس داریم:

$$? g Al = 96/3 g \text{ فراورده} \times \frac{2 mol Al}{214 g \text{ فراورده}} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al} = 24/3 g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در این واکنش شیمیایی ۲۴/۳ گرم آلومینیم مصرف شده است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۴- از واکنش موازنه نشده $LiOH(s) + CO_2(g) \rightarrow Li_2CO_3(s) + H_2O(g)$ برای جذب گاز CO_2 تولید شده در فضاپیماها استفاده می‌شود. اگر درصد خلوص لیتیم هیدروکسید مصرف شده برابر با ۶۰٪ باشد، برای جذب ۲۰۱/۶ لیتر گاز CO_2 در شرایط استاندارد، به چند گرم از این ماده نیاز است و طی این فرایند، چند گرم بخار آب تولید می‌شود؟ ($O = 16, Li = 7, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۳۲۴ - ۷۲۰ (۴)

۱۶۲ - ۷۲۰ (۳)

۳۲۴ - ۳۶۰ (۲)

۱۶۲ - ۳۶۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، جرم لیتیم هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g LiOH = 201/6 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22/4 L CO_2} \times \frac{2 mol LiOH}{1 mol CO_2} \times \frac{24 g LiOH}{1 mol LiOH} \times \frac{100 g LiOH}{60 g LiOH} = 720 g$$

در مرحله بعد، جرم آب تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g H_2O = 201/6 L CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22/4 L CO_2} \times \frac{1 mol H_2O}{1 mol CO_2} \times \frac{18 g H_2O}{1 mol H_2O} = 162 g$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرف شده در واکنش میان آهن (III) اکسید و فلز سدیم برابر با ۴۹/۵ گرم است. از آهن تولید شده در این فرایند برای تولید چند گرم آلیاژ فلزی که درصد جرمی آهن در آن برابر با ۸۴٪ است، می‌توان استفاده کرد؟ ($Fe = 56, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۳۰۰ (۴)

۴۵۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۲۲۵ (۱)

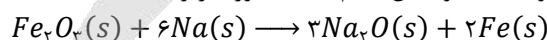
(آسان - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

آهن در مقایسه با سایر فلزها بیشترین مصرف سالانه را دارد. این عنصر در طبیعت اغلب به صورت Fe_2O_3 و در قالب سنگ معدن هماتیت یافت می‌شود. از آنجا که واکنش پذیری عناصر کربن و سدیم در مقایسه با آهن بیشتر است، برای استخراج این فلز از Fe_2O_3 از واکنش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:



چون دسترسی به کربن در مقایسه با سدیم آسان‌تر بوده و استفاده از این عنصر صرفه اقتصادی بیشتری دارد، در فولاد مبارکه همانند همه شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



به ازای تولید ۲ مول آهن (معادل با ۱۱۲ گرم آهن) در این واکنش، ۶ مول سدیم (معادل با ۱۳۸ گرم سدیم) و ۱ مول آهن (III) اکسید (معادل با ۱۶۰ گرم آهن (III) اکسید) مصرف می‌شود؛ پس می‌توان گفت به ازای تولید ۱۱۲ گرم فلز آهن، تفاوت جرم واکنش دهنده‌های مصرف شده برابر با ۲۲ گرم است. بر این اساس، داریم:

$$? g Fe = 49/5 g \text{ تفاوت جرم} \times \frac{112 g Fe}{22 g \text{ تفاوت جرم}} = 252 g$$

در قدم بعد، جرم آلیاژ تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g \text{ آلیاژ} = 252 g Fe \times \frac{100 g \text{ آلیاژ}}{84 g Fe} = 300 g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، می‌توان گفت جرم آلیاژ حاصل از این فرایند برابر با ۳۰۰ گرم است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۶- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول دوره‌ای درست است؟

- الف - شمار عناصر نافلزی موجود در تناوب سوم، دو برابر شمار عناصر شبه‌فلزی موجود در گروه چهاردهم است.
 ب - از میان همه عناصر موجود در جدول تناوبی، فقط برخی از عناصر نافلزی به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.
 ج - سدیم یک فلز قلیایی بوده و به هنگام واکنش آن با گاز کلر، نور زرد رنگ از سامانه واکنش گسیل می‌شود.
 د - سدیم در مقایسه با آلومینیم شعاع اتمی بزرگ‌تری داشته و برخلاف آلومینیم، یک فلز واکنش‌پذیر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

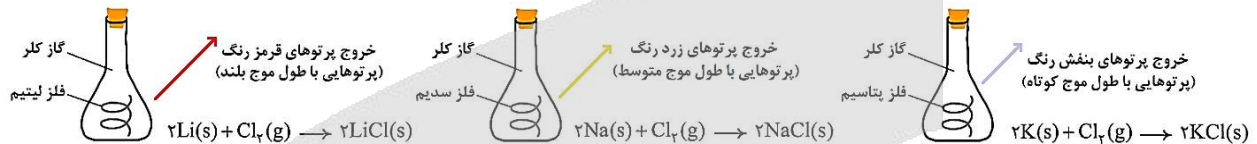
عبارتهای (الف) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای ۲ عنصر شبه‌فلزی (سیلیسیم و ژرمانیم) وجود دارد در حالی که در تناوب سوم، ۴ عنصر نافلزی (فسفر، گوگرد، کلر و آرگون) موجود است.

«ب»: برخی از عناصر نافلزی مانند اکسیژن (در قالب گاز O_2)، نیتروژن (در قالب گاز N_2) و گوگرد (در قالب کانی زرد رنگ S_8) به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند. وجود نمونه‌هایی از برخی فلزها مثل نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است. البته، از میان همه عناصر فلزی، طلا تنها عنصری است که به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

«ج»: سدیم یک فلز قلیایی بوده و در گروه اول جدول تناوبی جای دارد. به هنگام واکنش یک نمونه از فلز سدیم با گاز کلر، نور زرد رنگ از سامانه واکنش گسیل می‌شود. توجه داریم که فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم، بر اساس تصاویر زیر با گاز کلر واکنش می‌دهند:



چون واکنش‌پذیری فلز پتاسیم در مقایسه با سدیم و لیتیم بیشتر است، یک نمونه از این فلز با سرعت و شدت بیشتری با گاز کلر واکنش می‌دهد.

«د»: سدیم در موقعیت سمت چپ آلومینیم قرار دارد؛ پس ذرات سازنده این فلز در مقایسه با آلومینیم شعاع اتمی بزرگ‌تری دارند. فلز سدیم، همانند آلومینیم، یک فلز فعال به شمار رفته و واکنش‌پذیری بالایی دارد.

شعاع اتمی

در یک تناوب از جدول دوره‌ای، با حرکت از چپ به راست، شمار پروتون‌ها و بار الکتریکی هسته اتم‌ها افزایش پیدا می‌کند؛ در حالی که شمار لایه‌های الکترونی موجود در اطراف هسته ثابت باقی می‌ماند. در چنین شرایطی، الکترون‌های سطحی (طرفیتی) با قدرت بیشتری توسط هسته جذب شده و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز کاهش پیدا می‌کند. با توجه به توضیحات داده شده، از میان عناصر موجود در جدول تناوبی کوچک‌ترین شعاع اتمی متعلق به عنصری است که در بالاترین خانه گروه ۱۸ قرار داشته باشد. این عنصر معادل با هلیم است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۷- چه تعداد از عبارتهای داده شده درست هستند؟

- الف - زیرلایه‌هایی که آرایش الکترونی عناصر موجود در تناوب چهارم به آن‌ها ختم می‌شود، مقدار $n + l$ را برای دارند.
 ب - شماره گروه دو عنصر از دوره دوم که کمترین واکنش‌پذیری را در این دوره دارند، ۴ واحد با یکدیگر تفاوت دارد.
 ج - در عنصری از تناوب چهارم که با Hg هم‌گروه است، شمار الکترون‌هایی با $l = 2$ و $n = 2$ با هم برابر است.
 د - در چهار مورد از عناصر تناوب چهارم، همانند دو مورد از عناصر تناوب سوم، زیرلایه تک‌الکترونی وجود دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

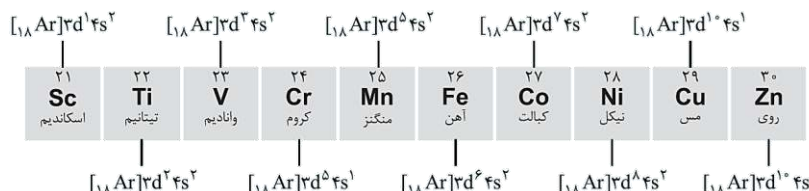
(مفهومی - متوسط - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: بیرونی‌ترین زیرلایه عنصر دسته S در دوره چهارم، ۴S بوده که $n + l$ آن برابر ۴ است. از طرفی، آرایش الکترونی عناصر دسته d نیز به زیرلایه ۴S ختم می‌شود. تصویر زیر، آرایش الکترونی عناصر دسته d را در دوره چهارم جدول تناوبی نشان می‌دهد:



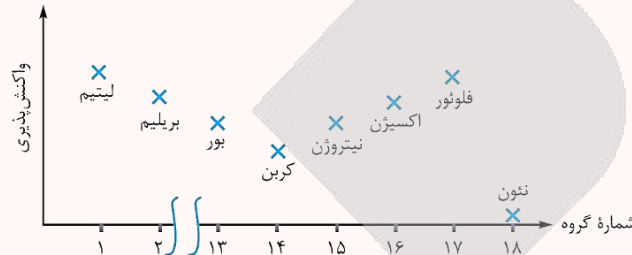


در این دوره، آرایش الکترونی عناصر دسته p به زیرلایه $4p$ ختم می‌شود که $n + l$ آن برابر ۵ است.

«ب»: در دوره دوم جدول تناوبی، عناصر نئون و کربن به ترتیب کم‌ترین واکنش‌پذیری را دارند. کربن اولین عنصر گروه ۱۴ و نئون دومین عنصر گروه ۱۸ جدول دوره‌ای است. شماره گروه این دو عنصر، ۴ واحد با هم تفاوت دارد.

رشد تغییر واکنش‌پذیری

اگر فقط عناصر اصلی (s و p) را در نظر بگیریم، در هر تناوب، با حرکت از سمت چپ به راست، ابتدا از خاصیت فلزی عناصر کاسته شده و واکنش‌پذیری آن‌ها نیز کاهش می‌یابد. این روند تا گروه ۱۴ هر تناوب ادامه پیدا می‌کند اما پس از آن، خاصیت نافلزی عناصر افزایش پیدا کرده و واکنش‌پذیری آن‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند تا نهایتاً به گروه ۱۷ از هر تناوب برسیم. توجه داریم که در آخرین خانه هر تناوب (گروه ۱۸) نیز یک گاز نجیب با واکنش‌پذیری بسیار اندک وجود دارد. به عنوان مثال، نمودار زیر تغییر واکنش‌پذیری عناصر تناوب دوم جدول دوره‌ای را نشان می‌دهد:



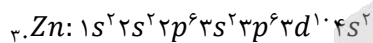
«ج»: برای تعیین شماره گروه عناصر با استفاده از عدد اتمی، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

(عدد اتمی عنصر موردنظر - عدد اتمی گاز نجیب بعدی) - ۱۸ = شماره گروه

حال شماره گروه عنصر جیوه (Hg) را تعیین می‌کنیم:

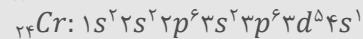
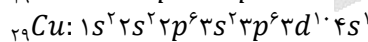
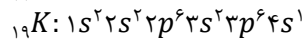
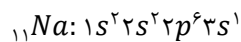
$$۱۲ - (۸۶ - ۸۰) = ۱۲ \quad \text{شماره گروه}$$

در تناوب چهارم، عنصر روی (Zn) در گروه ۱۲ قرار دارد. آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:



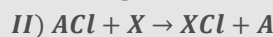
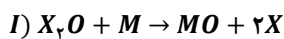
در آرایش الکترونی اتم این عنصر، ۱۰ الکترون در زیرلایه $3d$ قرار دارد، درحالی‌که در لایه دوم این عنصر ($n = 2$)، ۸ الکترون قرار گرفته است.

«د»: در تناوب سوم، در آرایش الکترونی عناصر سدیم و آلومینیم، زیرلایه تک الکترونی حضور دارد. در تناوب چهارم نیز، عناصر پتاسیم، کروم، مس و گالیم در آرایش الکترونی خود زیرلایه تک الکترونی دارند. آرایش الکترونی این عناصر به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۱۰۸- اگر دو واکنش زیر، انجام‌پذیر باشد، کدام مطلب درست است؟ (عناصر A ، X و M ، همگی فلز هستند.)



(۲) واکنش $MO + A \rightarrow \dots$ انجام‌پذیر است.

(۴) اگر فلز اصلی باشد، M نمی‌تواند فلز مس باشد.

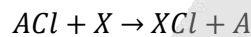
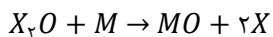
(۱) کاتیون X^+ پایدارتر از M^{2+} است.

(۳) استخراج فلز A دشوارتر از استخراج فلز X است.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

دو واکنش زیر انجام‌پذیر هستند:



واکنش‌پذیری عناصر

به طور کلی، در هر واکنش شیمیایی که به صورت طبیعی و خودبه‌خودی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها از واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها کمتر است. بر اساس این قاعده، با استفاده از عناصر فلزی واکنش‌پذیرتر می‌توانیم سایر عناصر فلزی را از ترکیبات حاوی آن‌ها خارج کنیم. به عنوان مثال، چون واکنش‌پذیری فلز سدیم در مقایسه با واکنش‌پذیری فلز آهن بیشتر است، با استفاده از فلز سدیم می‌توانیم فلز آهن را بر اساس واکنش خودبه‌خودی زیر از آهن (III) اکسید خارج کنیم. معادله این واکنش به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش‌ها، می‌توان گفت واکنش‌پذیری فلز M بیشتر از فلز X و واکنش‌پذیری فلز X نیز بیشتر از فلز A است؛ بنابراین ترتیب واکنش‌پذیری این فلزها به صورت $M > X > A$ است. اگر عنصر X معادل با یک فلز اصلی باشد، عنصر M نمی‌تواند معادل با فلز مس باشد؛ چراکه واکنش‌پذیری فلز مس کمتر از فلزهای اصلی (عناصر فلزی موجود در دسته‌های s و p) است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ واکنش‌پذیری فلز M بیشتر از فلز X است، بنابراین پایداری یون M^{2+} بیشتر از یون X^+ است.
- ۲ واکنش‌پذیری فلز A کمتر از فلز M است، بنابراین واکنش شیمیایی $MO + A \rightarrow \dots$ انجام‌پذیر نیست.
- ۳ واکنش‌پذیری فلز X بیشتر از فلز A است، بنابراین استخراج فلز A از ترکیب‌های حاوی این فلز آسان‌تر از استخراج فلز X است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۹- یک تیغه $30/6$ گرمی منیزیم را وارد 150 میلی‌لیتر محلول نقره نیترات می‌کنیم. اگر پس از انجام واکنش درصد جرمی نقره در تیغه 25% باشد، محلول نقره نیترات اولیه چند مولار بوده است؟ (75 درصد از ذرات نقره بر روی سطح تیغه نشست است).

($Ag = 108$ و $Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

$0/4$ (۴)

$0/6$ (۳)

$0/8$ (۲)

$1/2$ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



داد و ستد الکترون

کاتیون‌های فلزی موجود در یک محلول، در واکنش با اتم‌های یک عنصر فلزی دیگر که واکنش‌پذیری بیشتری دارند، یک یا چند الکترون از آن‌ها گرفته و کاهش پیدا می‌کنند. به عنوان مثال، هرگاه تیغه‌ای از جنس فلز روی را در محلولی از مس (II) سولفات قرار بدهیم، اتم‌های خنثای روی با از دست دادن دو الکترون به یون‌های روی اکسایش یافته و هم‌زمان با آن، هر یون مس (II) با دریافت همان دو الکترون، به اتم Cu کاهش می‌یابد. از آن‌جا که رنگ آبی محلول مس (II) سولفات به خاطر وجود یون‌های $Cu^{2+}(aq)$ در این محلول است، با گذشت زمان و کاهش غلظت این یون در محلول مورد نظر، به تدریج از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

به ازای مصرف x مول فلز منیزیم، $2x$ مول الکترون مبادله و $24x$ گرم از جرم تیغه منیزیمی کاسته می‌شود. طی این فرایند، $2x$ مول نقره رسوب می‌کند که از این مقدار 75% آن بر روی تیغه منیزیمی می‌نشیند؛ بنابراین جرم نقره رسوب کرده بر روی تیغه برابر $(2 \times 108 \times 0/75)x$ گرم است. با توجه به اینکه درصد جرمی نقره در تیغه پس از انجام واکنش 25 درصد شده است، تعداد مول منیزیم مصرف شده را محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم نقره رسوب کرده} = \frac{\text{جرم نقره رسوب کرده}}{\text{جرم نقره رسوب کرده} + \text{جرم منیزیم مصرف شده} - \text{جرم اولیه تیغه}} \times 100 = \frac{162x}{30/6 - 24x + 162x} \times 100 = 25$$

$$\implies x = 0/06 \text{ mol}$$

بنابراین $0/06$ مول فلز منیزیم و $0/12$ مول یون نقره در این واکنش مصرف شده است. در قدم آخر، با توجه به حجم محلول، غلظت مولی نقره نیترات موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{n}{v} = \frac{0/12 \text{ mol}}{0/15 \text{ L}} = 0/8 \text{ mol.L}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱۰- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر، چند گرم کلسیم هیدروژن کربنات با خلوص 80% لازم است تا $4/4$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی 2 g.L^{-1} تشکیل شود و نیتریک اسید مصرفی، هم‌ارز با چند لیتر محلول 3150 ppm (با چگالی 1 g.mL^{-1}) از این اسید است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛ $Ca = 40, O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



$4 - 20/25$ (۴)

$4 - 18/5$ (۳)

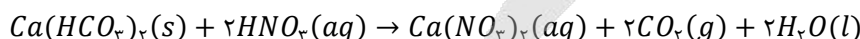
$2 - 20/25$ (۲)

$2 - 18/5$ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



ابتدا جرم کلسیم هیدروژن کربنات ناخالص مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } Ca(HCO_3)_2 \text{ ناخالص} = \frac{4/4 \text{ L } CO_2}{0/2 \text{ mol } CO_2} \times \frac{2 \text{ g } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } Ca(HCO_3)_2}{2 \text{ mol } CO_2} \times$$

$$\frac{162 \text{ g } Ca(HCO_3)_2}{1 \text{ mol } Ca(HCO_3)_2} \times \frac{100 \text{ g } Ca(HCO_3)_2 \text{ ناخالص}}{80 \text{ g } Ca(HCO_3)_2} = 20/25 \text{ g } Ca(HCO_3)_2 \text{ ناخالص}$$



در ادامه حساب می‌کنیم چند میلی گرم نیتریک اسید در این واکنش مصرف شده است:

$$? mg HNO_3 = 0.2 mol CO_2 \times \frac{2 mol HNO_3}{2 mol CO_2} \times \frac{63 g HNO_3}{1 mol HNO_3} \times \frac{1000 mg}{1 g} = 12600 mg HNO_3$$

از آن جا که چگالی محلول نیتریک اسید $1 g \cdot mL^{-1}$ است، غلظت آن برابر با $3150 mg$ در یک لیتر محلول است. بنابراین نیتریک اسید مصرف شده، هم‌ارز با ۴ لیتر از نیتریک اسید مورد نظر (با غلظت $3150 ppm$) است. در این رابطه، داریم:

$$? L = \frac{\text{جرم } HNO_3 \text{ مصرف شده (mg)}}{\left(\frac{mg}{L}\right) \text{ غلظت } HNO_3 \text{ مورد نظر}} = \frac{12600 mg}{3150 \frac{mg}{L}} = 4 L$$

گروه آموزشی ماز

۱۱۱- کدام مطلب زیر نادرست است؟

- (۱) در دوره سوم جدول تناوبی، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی بین فلزها از نافلزها بیشتر است.
- (۲) سومین عنصر گروه ۱۴ جدول تناوبی، برخلاف چهارمین عنصر این گروه، در اثر ضربه خرد می‌شود.
- (۳) $62/5$ درصد از کل عناصر موجود در دوره سوم جدول تناوبی امروزی، در حالت جامد رسانایی گرمایی ندارند.
- (۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب یونی حاصل از واکنش نافلز مایع دوره چهارم با اولین فلز دسته p برابر ۳ است.

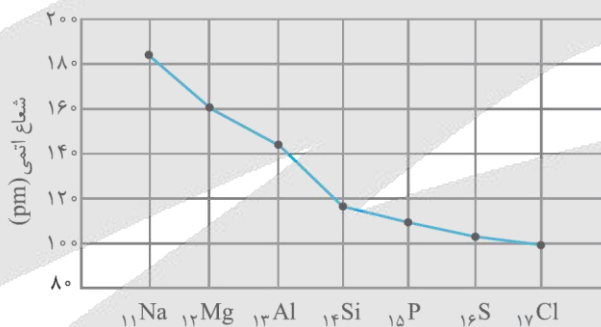
(آسان - حفظی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

نیمی از عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی یعنی سه فلز سدیم (Na)، منیزیم (Mg)، و آلومینیم (Al) و شبه‌فلز سیلیسیم (Si) رسانایی گرمایی دارند و چهار نافلز موجود در این دوره فاقد رسانایی گرمایی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

نمودار تغییر شعاع اتمی در دوره سوم جدول دوره‌ای به صورت زیر است:



با توجه به نمودار بالا که تغییرات شعاع اتمی عناصر دوره سوم جدول تناوبی را بر حسب عدد اتمی آن‌ها نشان می‌دهد، شیب نمودار تغییر شعاع اتمی سه فلز سدیم، منیزیم و آلومینیم از شیب نمودار تغییر شعاع اتمی سه نافلز فسفر، گوگرد و کلر بیشتر است.

عنصرهای دوره چهارم و دوره پنجم گروه ۱۴ جدول تناوبی به ترتیب ژرمانیم (شبه‌فلز) و قلع (فلز) هستند و همان‌طور که می‌دانیم، عنصر ژرمانیم برخلاف قلع در اثر ضربه خرد می‌شود.

نافلز مایع دوره چهارم برم (Br_2) و اولین فلز دسته p آلومینیم Al است و ترکیب یونی حاصل از واکنش آن‌ها $AlBr_3$ بوده که در آن نسبت شمار آنیون به کاتیون برابر ۳ است. البته، توجه داریم که تشخیص فلز و یا شبه‌فلز بودن عنصر بور (B)، کمی خارج از سطح کتاب درسی بوده و در این رابطه، بین برخی از منابع علمی هم اختلاف نظر وجود دارد اما حتی اگر اولین فلز دسته p را معادل با بور هم در نظر می‌گرفتیم، باز مقدار نسبت خواسته شده برابر با ۳ می‌شد.

گروه آموزشی ماز

۱۱۲- کدام یک از مقایسه‌های زیر درست‌اند؟

- الف - شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب با هیدروژن: $Cl > S$
- ب - رسانایی الکتریکی یک نمونه از ماده مورد نظر در حالت جامد: $ید < ژرمانیم$
- ج - خصلت نافلزی اتم‌های سازنده: $As > Se$
- د - گشتاور دوقطبی مولکول: $SeO_2 > CO_2$

(۴) «ب» و «ج»

(۳) «ج» و «د»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ب»

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

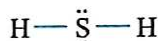
پاسخ: گزینه ۲

مقایسه‌های (الف) و (د) درست‌اند.



بررسی موارد:

«الف»: ترکیب‌های هیدروژن‌دار این دو عنصر عبارت از H_2S و HCl هستند و همان‌طور که می‌دانیم، شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن‌ها به ترتیب دو و سه جفت است. ساختار مولکولی گاز هیدروژن سولفید به‌صورت زیر است:



«ب»: ژرمانیم ($_{32}Ge$) یک شبه‌فلز بوده و همان‌طور که می‌دانیم، نیم‌رسانا است، در حالی که ید یک نافلز بوده و یک ماده نارسا است؛ بنابراین رسانایی الکتریکی ژرمانیم بیشتر از ید است.

«ج»: در یک دوره از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، خصلت نافلزی افزایش می‌یابد. در نتیجه خصلت نافلزی $_{34}Se$ از $_{33}As$ بیشتر است. توجه داریم که هر دو این عناصر در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارند.

رفتارهای شیمیایی عناصر فلزی به میزان تمایل اتم‌های سازنده آن‌ها به از دست دادن الکترون وابسته است. بر این اساس، هرچه اتم‌های سازنده یک عنصر فلزی راحت‌تر الکترون از دست بدهند، آن عنصر خصلت فلزی بیشتری داشته و واکنش‌پذیری بالاتری دارد. رفتارهای شیمیایی عناصر نافلزی نیز به میزان تمایل اتم‌های سازنده آن‌ها به گرفتن الکترون وابسته است. بر این اساس، هرچه اتم‌های سازنده یک عنصر نافلزی تمایل بیشتری به جذب الکترون داشته باشند، آن عنصر خصلت نافلزی بیشتری داشته و واکنش‌پذیری بالاتری دارد. در هر گروه از جدول دوره‌ای، با حرکت از بالا به پایین، خاصیت نافلزی (تمایل به گرفتن الکترون) عناصر کاهش پیدا می‌کند، در حالی که در هر تناوب از این جدول، با حرکت از سمت چپ به راست، به خاصیت نافلزی عناصر افزوده می‌شود. بر این اساس، بیشترین خاصیت نافلزی از میان عناصر موجود در جدول دوره‌ای متعلق به عنصری است که در بالاترین خانه گروه هفدهم قرار داشته باشد. این عنصر معادل با فلوئور است.

«د»: با توجه به ساختارهای لوویس زیر، گشتاور دوقطبی مولکول ناقطبی CO_2 برابر صفر و گشتاور دوقطبی مولکول قطبی SeO_2 بزرگ‌تر از صفر است.



گروه آموزشی ماز

۱۱۳- در گروه هالوژن‌ها، با حرکت از سمت پایین به بالا در جدول تناوبی، چند مورد از ویژگی‌های زیر کاهش پیدا می‌کند؟

- تعداد ذره زیر اتمی با نماد X

- مقدار $n + l$ بیرونی‌ترین زیرلایه

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- تمایل به تشکیل یون هالید

- شعاع اتمی ذرات هالوژن

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

هالوژن‌ها در گروه هفدهم جدول تناوبی قرار داشته و با گرفتن یا به اشتراک گذاشتن یک الکترون، به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند. در رابطه با این عناصر، عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

شعاع اتمی

روندهای تناوبی در جدول بر اساس کمیت‌هایی قابل توضیح، بررسی می‌شوند. یکی از این کمیت‌ها شعاع اتمی است. در یک گروه از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی نیز افزایش پیدا می‌کند و در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی کاهش پیدا می‌کند. توجه داریم که خاصیت فلزی (تمایل به از دست دادن الکترون) با شعاع رابطه مستقیم و خاصیت نافلزی (تمایل به گرفتن الکترون) با شعاع رابطه عکس دارد.

بررسی موارد:

- با کاهش شماره دوره و شعاع اتمی در هالوژن‌ها، واکنش‌پذیری و تمایل اتم‌های سازنده این عناصر به تشکیل یون هالید (آنیون حاصل از هالوژن‌ها که دارای بار الکتریکی ۱- است) افزایش پیدا می‌کند.

هالوژن‌ها

در گروه ۱۷ جدول دوره‌ای، عناصر فلوئور ($_{9}F$)، کلر ($_{17}Cl$)، برم ($_{35}Br$) و ید ($_{53}I$) قرار دارند. این عناصر به هالوژن‌ها معروف هستند. با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این عناصر نافلزی نیز کمتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری عناصر موجود در گروه هفدهم به‌صورت زیر است: $I < Br < Cl < F$ ؛ واکنش‌پذیری (تمایل به گرفتن الکترون) آرایش الکترونی هالوژن‌ها به $ns^2 np^5$ ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عناصر با گرفتن یک الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود رسیده و یون پایدار X^- را تولید می‌کنند. از میان هالوژن‌ها، فلوئور دارای بیشترین خاصیت نافلزی بوده و نسبت به سایر عناصر، الکترون‌ها را با قدرت بیشتری به سمت خود جذب می‌کند. هالوژن‌ها در حالت آزاد به شکل مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند. فلوئور (F_2) و کلر (Cl_2) در دمای اتاق به حالت گاز هستند در حالی که برم (Br_2) و ید (I_2) در دمای اتاق به ترتیب به حالت مایع و جامد یافت می‌شوند.

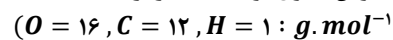
- با حرکت از سمت پایین به بالا در عناصر موجود در یک گروه، عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های موجود در ساختار هسته اتم که با نماد p مشخص می‌شود، کاهش می‌یابد.

- با حرکت از سمت پایین به بالا در عناصر موجود در یک گروه، تعداد لایه‌های الکترونی و به تبع آن شعاع اتمی کاهش پیدا می‌کند.

- بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی در اتم هالوژن‌های مختلف، به‌صورت np^5 بوده و با حرکت از سمت پایین به بالا، مقدار l ثابت بوده و مقدار n کاهش می‌یابد. بر این اساس، می‌توان گفت مقدار $n + l$ کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۱۱۴- از تخمیر بی‌هوازی گلوکز، برای تولید اتانول استفاده می‌شود. اگر مقدار اتانول تولید شده طی تخمیر ۳۳۷/۵ گرم گلوکز، برابر با ۱۵۰ میلی‌لیتر و درصد خلوص اتانول تولید شده برابر با ۹۲٪ باشد، بازده درصدی واکنش موردنظر کدام است؟ (چگالی اتانول ناخالص تولید شده را 1 g.mL^{-1} در نظر بگیرید؛



۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

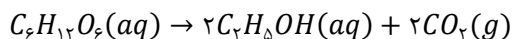
۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

اتانول (C_2H_5OH)، دومین عضو خانواده الکل‌ها بوده و یک سوخت سبز محسوب می‌شود. یکی از راه‌های تهیه این ترکیب، استفاده از واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



این فرایند، با استفاده از بقایای گیاهانی مانند نیلوفر، سیب‌زمینی و ذرت انجام می‌شود. از آنجا که چگالی اتانول ناخالص برابر با 1 g.mL^{-1} بوده و جرم اتانول ناخالص تولید شده نیز برابر با ۱۵۰ گرم است، بنابراین مقدار عملی اتانول تولید شده برابر است با:

$$\text{اتانول } 138\text{ g} = \frac{\text{اتانول خالص } 92\text{ g}}{\text{اتانول ناخالص } 100\text{ g}} \times \frac{\text{اتانول ناخالص } 1\text{ g}}{\text{اتانول ناخالص } 1\text{ mL}} \times \text{اتانول ناخالص } 150\text{ mL} = \text{اتانول } 138\text{ g}$$

در قدم بعدی با استفاده از مقدار گلوکز اولیه، مقدار نظری اتانول تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{اتانول } 172/5\text{ g} = \frac{\text{اتانول } 46\text{ g}}{\text{اتانول } 1\text{ mol}} \times \frac{\text{اتانول } 2\text{ mol}}{\text{گلوکز } 1\text{ mol}} \times \frac{\text{گلوکز } 1\text{ mol}}{\text{گلوکز } 180\text{ g}} \times \text{گلوکز } 337/5\text{ g} = \text{اتانول } 172/5\text{ g}$$

بازده درصدی

در بسیاری از واکنش‌های شیمیایی، به دلیل انجام شدن برخی از واکنش‌های ناخواسته در کنار واکنش اصلی و یا ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌های مصرف شده، مقدار فراورده‌های تولید شده کمتر از مقدار مورد انتظار می‌شود. به مقداری از فراورده‌ها که به صورت عملی در طول واکنش‌های شیمیایی به دست می‌آیند، مقدار عملی می‌گویند. در نقطه مقابل، به حداکثر مقدار فراورده‌ای که به شرط مصرف شدن کامل یک یا چند مورد از واکنش‌دهنده‌ها قابل تولید است، مقدار نظری می‌گویند. مقدار نظری فراورده‌های تولید شده در یک واکنش، از محاسبه‌های استوکیومتری به دست می‌آید. در چنین شرایطی، واضحاً مقدار عملی فراورده‌های تولید شده در واکنش‌های شیمیایی کمتر از مقدار نظری آن‌ها است. شیمی‌دان‌ها برای محاسبه مقدار واقعی فراورده‌های تولید شده در واکنش‌ها، از مفهوم بازده درصدی استفاده می‌کنند.

در نهایت بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{138 \times 100}{172/5} = 80\%$$

گروه آموزشی ماز

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) تمام عناصر موجود در طبیعت تا به امروز شناسایی و کشف شده‌اند.
- (۲) پیشرفت صنعت الکترونیک بر شناخت ویژگی‌ها و دسترسی به فلزها متکی است.
- (۳) تشکیل رسوب و خروج گاز از سامانه واکنش، نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند.
- (۴) انسان‌ها پیش از استخراج فلزها از مواد طبیعی مانند چوب و سنگ استفاده می‌کردند.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است؛ به‌طوری‌که کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه فناوری است. گسترش صنعت خودرو به دلیل شناخت و دسترسی به فولاد و پیشرفت صنعت الکترونیک، مدیون موادی به نام نیمه‌رساناها است. فلزها مواد رسانا هستند. (منظور از مواد نیمه‌رسانا موادی مانند شبه‌فلزها خصوصاً سیلیسیم و ترکیبات شبه‌فلزها است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تا به حال ۱۱۸ عنصر در مجموع شناخته شده است و به نظر می‌رسد که عناصر جدیدتر تنها در آزمایشگاه‌های مدرن به وجود می‌آیند؛ پس به نظر می‌رسد عنصر ناشناخته‌ای در طبیعت و محیط پیرامون ما باقی نمانده باشد. در واقع همه عناصر با عدد اتمی بیشتر از ۹۲ و همچنین عنصر پرتوزای تکنسیم به صورت طبیعی وجود ندارند و در آزمایشگاه ساخته می‌شوند.

۳ هر یک از موارد تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز می‌توانند نشان‌دهنده انجام یک تغییر شیمیایی باشند. هر چه شدت این نشانه‌ها در واکنش مورد نظر بیشتر باشد، شدت و سرعت واکنش بیشتر بوده است و واکنش‌دهنده‌ها، فعالیت شیمیایی یا همان واکنش‌پذیری بیشتری دارند.

۴ انسان‌های پیشین در ابتدا تنها از مواد طبیعی مانند سنگ، چوب، خاک، پشم و پوست برای گذراندن زندگی استفاده می‌کردند. پس از مدتی انسان‌ها با تغییر در مواد طبیعی توانستند مواد ساختگی مانند سفال را تولید و فلزها را استخراج کنند و از آن‌ها بهره ببرند.

گروه آموزشی ماز

۱۱۶- کدام یک از ویژگی‌های زیر میان دو عنصر کربن و گوگرد یکسان نیست؟

- (۱) حالت فیزیکی و سطح کدر آن‌ها در دمای اتاق
(۲) به دست آوردن الکترون در واکنش با فلزها
(۳) شمار زیرلایه‌های دو الکترونی در آرایش الکترونی
(۴) تولید اسید از انحلال اکسیدهای این دو عنصر در آب

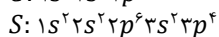
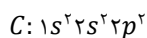
پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

کربن و گوگرد دو نافلز جامد هستند. عنصر زردرنگ گوگرد در دوره سوم و گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد. در حالی که جایگاه عنصر سیاه‌رنگ کربن در جدول دوره‌ای عناصر، تناوب دوم و گروه ۱۴ است.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱ حالت فیزیکی این دو عنصر در دمای اتاق جامد است و با توجه به نافلز بودن هر دو عنصر، سطح این دو کدر است.
- ۲ نافلزها در واکنش با فلزها، از فلزها الکترون گرفته و خود به یون منفی و فلز را به یون مثبت تبدیل می‌کنند. گازهای نجیب به علت داشتن آرایش الکترونی پایدار و هشت‌تایی توانایی تشکیل یون پایدار و گرفتن الکترون را ندارند. همچنین عنصر کربن به‌عنوان تنها عنصر نافلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی، برای گرفتن الکترون از فلزها و رسیدن به آرایش هشت‌تایی باید یونی با بار ۴- تشکیل دهد که پایدار نیست و این عنصر توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار را ندارد. پس کربن و گازهای نجیب برخلاف سایر نافلزها توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار را ندارند.
- ۳ آرایش الکترونی این دو عنصر به‌صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است در هر دو عنصر ۳ زیرلایه دو الکترونی دیده می‌شود.

- ۴ از انحلال اکسید نافلزها در آب، محلول اسیدی ایجاد می‌شود که $pH < 7$ دارند. هر دو عنصر کربن و گوگرد نافلز هستند و اکسید این دو عنصر کربن دی‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید است.

چند نکته، برگرفته از شکل‌ها و مفاهیم کتاب درسی یازدهم:

- کربن سطحی تیره داشته و سیاه رنگ است.
- رسانایی الکتریکی سیلیسیم و ژرمانیم کم است؛ اما این دو عنصر شبه‌فلزی نارسا نیستند.
- احتمال خرد شدن عناصر گروه چهاردهم در اثر ضربه چکش، از بالا به پایین کاهش می‌یابد.
- گوگرد جامدی زردرنگ با سطحی کدر است. کلر نیز عنصری زردرنگ است که در دمای اتاق به حالت گازی یافت می‌شود.
- فسفر سفید را در آزمایشگاه در ظرف شفاف زیر آب نگهداری می‌کنند؛ اما فسفر قرمز را در هوای آزاد نیز می‌توان نگه داشت.
- عنصرهای لیتیم، سدیم و پتاسیم، در واکنش با گاز کلر نور تولید می‌کنند که رنگ این نورها به ترتیب قرمز، زرد و بنفش است.
- در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، از بالا به پایین تمایل به تشکیل یون افزایش و تمایل به تشکیل پیوند کووالانسی کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۱۱۷- با توجه به شکل مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ (Te نماد یک عنصر است).

	D	E
A		
X		Te

- (۱) عنصر A بیشترین خصلت فلزی را میان عناصر مشخص شده دارد.
- (۲) بار یون تک اتمی عنصر D دو برابر بار یون تک اتمی عنصر E است.
- (۳) از واکنش فلز قلبایی هم دوره عنصر E با گاز کلر، نور قرمز ساطع می‌شود.
- (۴) عنصر A همانند عنصر D در واکنش با اکسیژن، الکترون به اشتراک می‌گذارد.

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

شکل زیر عناصر موجود در بخش مورد نظر از جدول تناوبی را نشان می‌دهد:

14 Si Silicon 28.09	15 P Phosphorus 30.97	16 S Sulfur 32.06
32 Ge Germanium 72.63	33 As Arsenic 74.92	34 Se Selenium 78.97
50 Sn Tin 118.71	51 Sb Antimony 121.76	52 Te Tellurium 127.6

عنصر ژرمانیم دومین شبه‌فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی است. شبه‌فلزها رفتار شیمیایی مشابه با عناصر نافلزی دارند. این عناصر در واکنش با سایر عناصر توانایی تشکیل پیوند کووالانسی را دارند. نافلزها علاوه بر این شیوه، در واکنش با فلزها، یون تشکیل می‌دهند؛ اما هم شبه‌فلزها و هم نافلزها در واکنش با سایر عناصر نافلزی الکترون به اشتراک می‌گذارند و از طریق پیوند کووالانسی یا همان پیوند اشتراکی، ترکیب‌های خود را ایجاد می‌کنند.

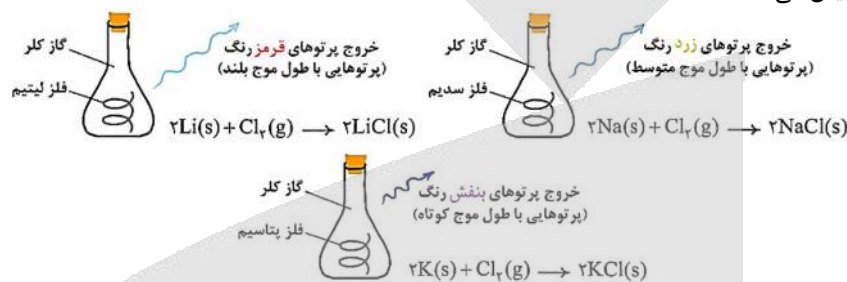


خواص فیزیکی عناصر شبه فلزی، بیشتر شبیه فلزها است:

- رسانایی الکتریکی کمی دارند (برخلاف فلزها) ولی رسانایی گرمایی قابل توجهی دارند. (همانند فلزها)
- جامدهایی شکننده هستند و در اثر ضربه خرد می شوند. (برخلاف فلزها)
- سطحی صیقلی و براق دارند. (همانند فلزها)
- خواص شیمیایی شبه فلزها، مشابه نافلزها است؛ به گونه ای که در واکنش با دیگر اتمها الکترون به اشتراک می گذارند (همانند نافلزها) و نمی توانند به یون تک اتمی تبدیل شوند. (برخلاف نافلزها)

بررسی سایر گزینه ها:

- در جدول تناوبی و از بالا به پایین و از راست به چپ خصلت فلزی افزایش پیدا می کند پس در میان عناصر مشخص شده، عنصر قلع یا همان X بیشترین خصلت فلزی را دارد.
- عنصر فسفر و گوگرد به ترتیب عضو گروه ۱۵ و ۱۶ جدول تناوبی هستند و به هنگام تشکیل یون و به منظور رسیدن به آرایش هشت تایی به ترتیب ۳ و ۲ الکترون دریافت می کنند؛ پس بار یون تک اتمی گوگرد -۲ و بار یون تک اتمی فسفر -۳ بوده و نسبت مطرح شده در سؤال برابر ۱/۵ است.
- فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم در واکنش با گاز کلر به ترتیب نور قرمز، زرد و بنفش خیره کننده تولید می کنند. شکل زیر واکنش فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم را با گاز کلر نمایش می دهد:



فلز قلیایی هم دوره گوگرد، سدیم است.

گروه آموزشی ماز

۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف - هر چه عنصری در لایه ظرفیت خود، الکترون بیشتری داشته باشد، واکنش پذیری بیشتری دارد.
- ب - همه عناصر دسته s و d برخلاف برخی از عناصر دسته p، توانایی تشکیل یون پایدار دارند.
- ج - در همه گروه های جدول تناوبی، شمار الکترون های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر هستند.
- د - همه عناصر با شمار الکترون های ظرفیت برابر، در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

تمام عبارت های مطرح شده نادرست هستند.

بررسی موارد:

- «الف»: تعداد الکترون های لایه ظرفیت عنصر ارتباطی با واکنش پذیری آن ندارد. به عنوان مثال واکنش پذیری هالوژن ها با ۷ الکترون ظرفیتی، از سایر نافلزها بیشتر است در حالی که شمار الکترون های ظرفیت گازهای نجیب از آن ها بیشتر و عناصر گروه شانزدهم از آن ها کمتر می باشد. همچنین واکنش پذیری فلزهای قلیایی خاکی با ۲ الکترون ظرفیتی از فلزهای قلیایی با یک الکترون ظرفیتی کمتر است.
- «ب»: توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار از ویژگی های فلزات و نافلزات است. در این میان تنها عنصری که توانایی تشکیل یون را ندارند، شبه فلزها، کربن و گازهای نجیب هستند که همه جز عناصر دسته p هستند به جز هلیوم که تنها گاز نجیب دسته s است. پس از میان عناصر دسته s، هلیوم (و همچنین بریلیم) یون تک اتمی پایدار ندارد.
- «ج»: در همه گروه های جدول تناوبی، شمار الکترون های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر است به جز در گروه گازهای نجیب که شمار الکترون های لایه ظرفیت هلیوم برابر دو و باقی عناصر ۸ است.
- «د»: عناصر گروه ۴ و ۱۴ جدول تناوبی هر دو ۴ الکترون ظرفیت دارند، اما در یک گروه قرار ندارند. همچنین هلیوم با ۲ الکترون ظرفیتی با عناصر گروه دوم جدول تناوبی که دو الکترون در لایه ظرفیت دارند، هم گروه نیست.



لایه ظرفیت و الکترون‌های ظرفیتی

- الکترون‌های ظرفیتی الکترون‌هایی هستند که در واکنش‌های شیمیایی شرکت کرده و موجب تشکیل پیوندهای کووالانسی یا ایجاد کاتیون تک اتمی در عناصر فلزی می‌شوند. برای محاسبه شمار این الکترون‌ها در یک عنصر می‌توان از شماره گروه (n) آن عنصر در جدول تناوبی استفاده کرد:
- شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه اول تا یازدهم برابر n است.
 - شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه دوازدهم، برابر با ۲ است.
 - شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه سیزدهم تا هجدهم (به غیر از هلیم) برابر $(n - 10)$ است.
 - شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر هلیم، برابر با ۲ است.

گروه آموزشی ماز

- ۱۱۹- در نمونه‌ای از گاز SO_3 ، اختلاف شمار اتم‌های اکسیژن و گوگرد برابر $1/806 \times 10^{24}$ است. اگر حجم گاز اکسیژن تولیدشده در تجزیه این گاز مطابق واکنش $2\text{SO}_3(\text{g}) \rightarrow 2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ در شرایط استاندارد $3/36$ لیتر باشد، بازده این واکنش چند درصد است؟
- ۲۰ (۱) ۴۰ (۲) ۱۰ (۳) ۶۰ (۴)

(آسان - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



راه حل مسئله

برای محاسبه بازده واکنش، باید فراورده نظری و عملی را داشته باشیم. پس در این سؤال اول مقدار واکنش‌دهنده را حساب می‌کنیم تا بتوانیم مقدار فراورده نظری را به کمک استوکیومتری به دست آوریم.

در هر مول SO_3 ، یک مول اتم گوگرد و ۳ مول اتم اکسیژن وجود دارد؛ در نتیجه به ازای هر مول گوگرد تری‌اکسید، اختلاف مقدار اتم‌های سازنده آن برابر با ۲ مول است. بر این اساس می‌توان نوشت:

$$? \text{mol SO}_3 = 1/806 \times 10^{24} \times \frac{1 \text{ mol اختلاف}}{6/02 \times 10^{23} \text{ اختلاف}} \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{2 \text{ mol اختلاف}} = 1/5 \text{ mol}$$

اکنون می‌توان مقدار نظری گاز اکسیژن را از روی معادله واکنش موازنه‌شده محاسبه کرد:

$$? \text{LO}_2 = 1/5 \text{ mol SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol SO}_3} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 16/8 \text{ L}$$

بازده واکنش

در واقعیت، واکنش‌های شیمیایی به علت ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌ها، انجام گرفتن واکنش‌های ناخواسته و همچنین کامل نشدن واکنش، همیشه مطابق انتظار ما پیش نرفته و میزان فراورده تولید شده، از مقدار به‌دست آمده در محاسبات ما کمتر می‌شود. در این شرایط، نیاز به مفهومی که نشان دهد واکنش به چه اندازه انجام شده است، حس می‌شود. از این رو، شیمی‌دان‌ها با مطرح کردن مفهوم بازده واکنش، به دنبال مشخص کردن مقدار فراورده تولید شده در واقعیت (فراورده عملی) با استفاده از مقدار مورد انتظار از طریق محاسبه (فراورده نظری) هستند. رابطه بازده درصدی به صورت زیر است:

$$100 \times \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} = \text{بازده درصدی}$$

نکته مهم: تنها شرط مورد نیاز برای محاسبه بازده درصدی، یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج است و این واحد می‌تواند گرم، کیلوگرم، مول، لیتر گاز و ... باشد.

بازده درصدی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

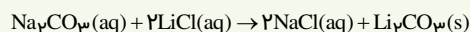
$$(R) \text{ بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \rightarrow R = \frac{3/36}{16/8} \times 100 \rightarrow R = 20\%$$

بازده واکنش انجام‌شده برابر با ۲۰ درصد است.



برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول که حاوی ۰/۹ مول سدیم کربنات است، ۳۵۰ میلی‌لیتر محلول لیتیم کلرید با غلظت کافی اضافه می‌کنیم تا مطابق معادله زیر، با یکدیگر واکنش دهند. اگر بازده درصدی واکنش برابر ۸۰ درصد باشد، غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر چند مول بر لیتر می‌گردد؟



۰/۴ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۰/۲۴ (۲)

۰/۳۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از آن جا که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، تنها ۲۰ درصد از یون‌های کربنات وارد شده به محلول، رسوب نکرده و به‌صورت حل شده، در محلول نهایی حضور دارند. بنابراین، مقدار یون‌های کربنات در محلول نهایی برابر است با:

$$? \text{ mol CO}_3^{2-} = 0.9 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CO}_3^{2-}}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} \times \frac{20 \text{ mol CO}_3^{2-} \text{ مانده}}{100 \text{ mol CO}_3^{2-}} = 0.18 \text{ mol}$$

و در آخر غلظت یون کربنات را محاسبه می‌کنیم. از آن جا که دو محلول با حجم‌های ۴۰۰ و ۳۵۰ میلی‌لیتر را با یکدیگر مخلوط کرده‌ایم؛ حجم محلول نهایی برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر می‌شود؛ پس داریم:

$$[\text{CO}_3^{2-}] = \frac{\text{مول CO}_3^{2-}}{V \text{ محلول}} \rightarrow x = \frac{0.18}{0.75 \text{ L}} = 0.24 \text{ mol.L}^{-1}$$

بر این اساس، می‌توان گفت غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر ۰/۲۴ مول بر لیتر است.

گروه آموزشی ماز

۱۲۰- کدام یک از مطالب زیر در مورد دو عنصر X و Y درست است؟

الف - در تناوبی که عنصر X جای دارد، در هسته عنصر هم‌گروه با Y ، ۲۶ ذره زیراتمی باردار یافت می‌شود.

ب - در بین عناصر هم دوره بعد از عنصر X ، دو عنصر نافلز زردرنگ در دمای اتاق یافت می‌شود.

ج - عنصر X همانند عنصر زیرین خود در جدول تناوبی، شکننده بوده و سطحی صیقلی دارد.

د - در تناوبی که عنصر Y جای دارد، هیچ عنصری به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شود.

(۴) «ب» و «د»

(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «د»

(۱) «الف» و «ج»

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

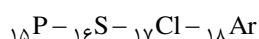
پاسخ: گزینه ۳

عنصر X ، معادل با ^{14}Si بوده و عنصر Y نیز معادل با ^{31}Ga است. بر این اساس، عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: سیلیسیم، در تناوب سوم جدول دوره‌ای جای دارد. عنصری که در تناوب سوم باشد و با گالیوم هم‌گروه باشد، آلومینیم (^{13}Al) است. در هر اتم از Al ، ۱۳ پروتون و ۱۳ الکترون وجود دارد و در کل، ۲۶ ذره زیر اتمی باردار موجود است. ولی چون در هسته اتم، الکترون وجود ندارد، می‌توان گفت که شمار ذره‌های زیراتمی باردار در هسته برابر با ۱۳ عدد است. می‌دانیم که نوترون‌های موجود در هسته نیز، بدون بار هستند.

«ب»: عنصری که با سیلیسیم هم‌دوره هستند و بعد از آن در جدول دوره‌ای قرار دارند، عبارت‌اند از:



از بین این عناصر دو نافلز، یعنی گوگرد و کلر، زردرنگ هستند. می‌دانیم که در دمای اتاق، گوگرد جامد و کلر گازی است.

«ج»: عنصری که در جایگاه پایین‌تر از عنصر سیلیسیم قرار دارد، ژرمانیم است. ژرمانیم، عنصری شبه‌فلزی است؛ در نتیجه همانند فلزها دارای سطحی صیقلی بوده و همانند نافلزها، شکننده است.

چند نکته از عناصر گروه چهاردهم:

- عنصر اول نافلز، عنصر دوم و سوم شبه‌فلز و عناصر چهارم، پنجم و ششم فلز هستند.

- همه آن‌ها جامد هستند اما فقط نیمی از عنصرهای این گروه چکش‌خوار می‌باشند.

- همه آن‌ها رسانایی الکتریکی دارند. در نقطه مقابل، تنها عنصری از این گروه که رسانایی گرمایی ندارد، کربن است.

- به‌جز کربن که عنصری تیره رنگ و با سطحی کدر است، همه آن‌ها نقره‌ای رنگ هستند و سطح صیقلی دارند.

«د»: گالیوم، در تناوب چهارم جدول دوره‌ای جای دارد. در این تناوب، عنصری مانند مس به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند. می‌دانیم که از میان نافلزها، عناصری مانند اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... و از میان فلزها، نمونه‌هایی از مس، نقره، پلاتین، طلا و ... به‌صورت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند. همچنین گازهای نجیب نیز با توجه به واکنش‌پذیری بسیار پایین، در طبیعت به شکل عنصر گازی تک اتمی یافت می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

چرا شروع کنکور از تابستان = پیروزی در مسابقه است؟

یک مقایسه ساده اما قدرتمند



تصور کنید دو دهنده هستید :

دهنده اول: از تابستان تمرینش رو شروع می کند، عضلاتش قوی می شود، استراتژی می چینه .
دهنده دوم: از پاییز شروع می کند، همیشه نفس نفس می زند و عقب می ماند. کنکور دقیقاً همین است .

۳ دلیل طلایی برای شروع از تابستان

۱ **فرصت ترمیم نقاط ضعف:** تابستان = زمان طلایی برای رفع اشکالات پایه (به ویژه دروس مهم مثل ریاضی و زیست) مثال: دانش آموزی که در تابستان مبحث تولیدمثل را کامل می خواند، در طول سال فشار کمتری احساس می کند .

۲ **شرکت در آزمون های آزمایشی با آرامش:** شروع زود هنگام = افزایش تعداد آزمون های آزمایشی که باعث : **شناسایی خطاها** + **بهبود تراز** می شود. آمار: ۸۰٪ رتبه های زیر ۱۰۰۰، از تابستان آزمون های منظم داده اند.

۳ **کلاس های آنلاین بدون استرس:** در تابستان فرصت دارید: مفاهیم را عمیق یاد بگیرید با اساتید تعامل بیشتری داشته باشید و از پشتیبانی حرفه ای استفاده کنید .

چرا اشتراک الماس بهترین انتخاب برای تابستان است؟

- کلاس های آنلاین با اساتید رتبه ساز (آموزش اصولی از پایه)
- آزمون های استاندارد (شبیه ساز کنکورهای سال قبل)
- ارائه خدمات کامل و کلاس های متنوع



نظر رتبه یک کنکور ۱۴۰۳ درمورد **اشتراک الماس**

صبا معصوم نیا

الماس واقعا فوق العاده و کامل بود و هر بار که محصول جدیدی قرار داده میشد میگفتم آخه چرا تا همین الانم بیشتر از هزینه ای که کردیم خدمات گرفتیم

اشتراک الماس همون یار و دوستی هست که تا آخر همراهت فرصت طلایی تابستان را از دست ندهید

همین امروز اقدام کنید

مشاوره رایگان: ۰۲۱۱۴۰۲

الماس موفقیت شما اینجا تراشیده می شود

WWW.ArefOnline.ir

دانشگاه رایگان تمام آزمون های آزمایشی

در کانال تلگرام ما :

آزمون ها آزمایشی

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

سازمان نشر آموزش شور

حکایت سینه

گزینه دو
موسسه آموزشی فرهنگی



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

آکا



زبختار

خبریه
آزمون



کانون
فرهنگی
آموزش
قلم چی

آزمون های سراسر
گاج



join us ...



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



پیش خوانی پایه دوازدهم



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲ مردادماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت اللهی	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	فیزیک
رامین رزمجو محمدرضا جمشیدی محمد داودآبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری مهسا بایمانی نژاد - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - حسین ایروانی علی ترابی	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



توی مقاله اول گفتیم که چرا آزمون آزمایشی می‌تونه مسیر موفقیت توی کنکور رو تضمین کنه. حالا وقتشه وارد یه مهارت خیلی مهم بشیم؛

مهارتی که باعث میشه با همون مقدار درس خوندن و همون سطح علمی، نتیجه خیلی بهتری بگیری.



اون مهارت چیه؟ مدیریت جلسه آزمون!

چرا اینقدر مهمه که جلسه آزمون رو بلد باشی مدیریت کنی؟
تصور کن: نشستی سر جلسه آزمون. صد و چند تا سؤال از چندتا درس جلوت ریخته. زمانت هم تقریباً ۲ تا ۳ ساعته. حالا سؤال مهم اینه: آیا این زمان برای پاسخ دادن به همه سؤالا کافیه؟ قطعاً نه حتی رتبه‌های تکریمی هم معمولاً نمی‌تونن به همه سؤالا جواب بدن. اینه که اگه استراتژی نداشته باشی، ممکنه بعد از آزمون با حسرت بگی: «کاش به سؤالای آسون‌تر می‌رسیدم...»

«شیمی رو خوب خونده بودم ولی وقت نشد بزنم!»

«آه این سؤال رو بلد بودم ولی آخر وقت بود، نرسیدم حلش کنم...»

راه حل اینه که از قبل بدونی:

■ توی چه بازه زمانی باید سراغ کدوم درس بری؟

■ از بین سؤالای هر درس، کدوما رو بزنی و کدوما رو رد کنی؟

★ خبر خوب اینه که توی بیست و چند آزمون آزمایشی که با برنامه ماز جلو میری، دقیقاً این فرصت رو داری که استراتژی شخصی خودت رو برای مدیریت جلسه بسازی، تمرینش کنی و بهش مسلط بشی.

چطوری رئیس جلسه آزمون بشی؟

برای اینکه بتونی آزمون رو فرماندهی کنی، باید چندتا مهارت مهم یاد بگیری:

۱ زمان‌بندی هوشمندانه

باید بدونی برای هر درس چقدر زمان بذاری.

مثلاً فارسی چند دقیقه؟ ریاضی چند دقیقه؟ عربی چقدر؟

نه اینکه وسط آزمون بفهمی برای ادبیات زیادی وقت گذاشتی و دیگه به جامعه‌شناسی نمی‌رسی!

۲ اولویت‌بندی حرفه‌ای

یعنی بلد باشی از کجا شروع کنی که بیشتر نمره بیاری.

مثلاً ممکنه تصمیم بگیری اول سؤالای آسون دینی که روش تسلط داری رو بزنی، بعد بری سراغ سؤالای چالشی‌تر عربی.



یه سری علامت اختصاصی برای خودت بساز:

○ = سؤال آسونه و باید همین الان بزمنش

✱ = سؤال خویبه ولی شک دارم، بعداً برمی گردم

✗ = خیلی سخته، بی خیالش!

با این زبان رمز، وسط آزمون لازم نیست دوباره هر سؤال رو از اول تحلیل کنی.

مدیریت بحران

۴

فرض کن وسط آزمون یهو سه تا سؤال پشت سر هم سخت در میاد و اعتماد به نفست میریزه پایین.

یا زمان کم میاری.

یا حواست پرت میشه.

اینجاست که باید بلد باشی خودتو جمع و جور کنی و از بحران رد شی.

تکنیک های تست زنی

۵

یه سری روش هستن که کمک می کنن با همون دانشت، درصد بیشتری بگیری.

چند نمونه از این تکنیک های تست زنی معروف:

- حذف گزینه: لازم نیست حتماً جواب درست رو پیدا کنی؛ گاهی فقط باید غلط ها رو بشناسی و حذفشون کنی.
- حدس آگاهانه: بعضی وقتا با یه تحلیل کوچیک می تونی بین دوتا گزینه شک دار، درستشو انتخاب کنی.
- تخمین حدود جواب: مخصوص دروس محاسباتی؛ لازم نیست تا ته حل کنی، فقط محدوده درست جواب رو پیدا کن.
- عدد گذاری: به جای گیر کردن با متغیرها، یه عدد ساده جایگزین کن، سریع تر به جواب می رسی.
- شناخت فراوانی پاسخ ها: تو بعضی سؤالی چند گزینه ای، می تونی از الگوی توزیع جوابا کمک بگیری.

همه این مهارت هایی که گفتیم، در مقاله های بعدی بهت یاد می دیم.

فرق اطلاعات با مهارت چیه؟

«اطلاعات» یعنی چیزایی که می خونی.

«مهارت» یعنی چیزایی که باید با تمرین مکرر یاد بگیری.

یاد گرفتن مهارت مثل دوچرخه سواریه.

هیچ کس فقط با خوندن دفترچه راهنما یاد نمی گیره دوچرخه سواری کنه. باید سوار شی، زمین بخوری، بلند شی و تکرارش کنی.

حالا باید چیکار کنی؟

همه این مهارت هایی که توی این مقاله گفتیم (زمان بندی، اولویت بندی، مدیریت بحران، تکنیک های تست زنی و...) رو توی

آزمون های آزمایشی ماز تمرین کن.

بار اول شاید خراب کنی. اشکالی نداره.

اما هر بار که تمرین کنی، یه قدم به تسلط نزدیک تر می شی.

جمع بندی آخر...

با همون معلومات، می تونی خیلی بهتر نتیجه بگیری؛ فقط کافیه بلد باشی جلسه ی آزمون رو مدیریت کنی.

استراتژی + آزمون آزمایشی + قدرین مهارت ها = به لگلو موفق با خیال راحت



۱- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 1$ طی کدام فرآیند به نمودار تابع $g(x) = x^2$ تبدیل می‌شود؟

- (۱) ۲ واحد انتقال طولی به چپ - ۳ واحد انتقال عرضی به پایین
- (۲) ۲ واحد انتقال طولی به چپ - ۳ واحد انتقال عرضی به بالا
- (۳) ۲ واحد انتقال طولی به راست - ۳ واحد انتقال عرضی به بالا
- (۴) ۲ واحد انتقال طولی به راست - ۳ واحد انتقال عرضی به پایین

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

ابتدا تابع $f(x)$ را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3 \xrightarrow{\text{تبدیل } x \text{ به } x+2} f(x+2) = x^2 - 3$$

$$\Rightarrow f(x+2) + 3 = x^2 \Rightarrow g(x) = f(x+2) + 3$$

پس ابتدا نمودار $f(x)$ را ۲ واحد انتقال طولی به سمت چپ و سپس ۳ واحد انتقال عرضی به سمت بالا می‌دهیم تا به نمودار $g(x)$ برسیم.

انتقال افقی

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ ، داریم:

ضابطه	در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، $(x + k)$ قرار می‌دهیم.
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x - k, y)$ روی نمودار تابع $f(x + k)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x + k)$ به صورت $[a - k, b - k]$ می‌باشد.
برد	برد تابع $f(x + k)$ با برد تابع f برابر است.

ضابطه	در ضابطه تابع f به جای تمامی x ها، $(x - k)$ قرار می‌دهیم.
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x + k, y)$ روی نمودار تابع $f(x - k)$ قرار دارد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x - k)$ به صورت $[a + k, b + k]$ می‌باشد.
برد	برد تابع $f(x - k)$ با برد تابع f برابر است.

انتقال عمودی

اگر نمودار و یا ضابطه تابع $\begin{cases} y = f(x) \\ D_f : [a, b] \rightarrow R_f : [c, d] \end{cases}$ را در اختیار داشته باشیم، با فرض $k > 0$ ، داریم:

ضابطه	به ضابطه تابع f ، k واحد اضافه می‌کنیم.
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور y ها به سمت بالا منتقل می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, y + k)$ روی نمودار تابع $f(x) + k$ قرار می‌گیرد.
دامنه	اگر دامنه تابع f به صورت $[a, b]$ باشد، دامنه تابع $f(x) + k$ با دامنه تابع f برابر است.
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $f(x) + k$ به صورت $[c + k, d + k]$ می‌باشد.

ضابطه	از ضابطه تابع f ، k واحد کم می‌کنیم.
نمودار	نمودار تابع f را به اندازه k واحد و در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم.
نقطه متناظر	اگر نقطه $A(x, y)$ روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، نقطه $A'(x, y - k)$ روی نمودار تابع $f(x) - k$ قرار می‌گیرد.
دامنه	دامنه تابع $f(x) - k$ با دامنه تابع f برابر است.
برد	اگر برد تابع f به صورت $[c, d]$ باشد، برد تابع $f(x) - k$ به صورت $[c - k, d - k]$ می‌باشد.



۲- تابع با ضابطه $f(x) = 3x + 5$ را به کمک انتقال در جهت محور x ها و y ها به $g(x) = ax + b$ تبدیل کرده‌ایم. اگر نقطه $(2, 1)$ روی g باشد، b کدام است؟

(۴) ۳

(۳) -۳

(۲) -۵

(۱) ۵

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

طبق درسنامه شیب توابع f و g برابر است، پس $a = 3$ است. بنابراین ضابطه g به صورت $g(x) = 3x + b$ است و نقطه $(2, 1)$ روی آن قرار دارد، بنابراین:

$$1 = 6 + b \Rightarrow b = -5$$

انتقال جادویی

انتقال یافته خط $y = mx + h$ به صورت زیر است:

$$y - k = m(x - d) + h \Rightarrow y = mx - dm + h + k$$

بنابراین اگر یک خط را در جهت محور x ها و y ها انتقال دهیم شیب آن تغییر نمی‌کند. در ضمن اگر نقطه‌ای روی تابعی قرار دارد مختصات آن در معادله تابع صدق می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۳- نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۳ واحد به راست و ۲ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل خط $y = x - 5$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(۴) -۲، -۴

(۳) -۲، ۴

(۲) ۲، ۴

(۱) ۲، -۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$y = \frac{1}{x-3} \quad \text{۳ واحد به راست}$$

$$y = \frac{1}{x-3} - 2 \quad \text{۲ واحد پایین}$$

حال با خط $y = x - 5$ تقاطع می‌دهیم:

$$\frac{1}{x-3} - 2 = x - 5 \Rightarrow \frac{1}{x-3} = x - 3 \Rightarrow (x-3)^2 = 1 \Rightarrow x-3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۴- توابع $y_1 = \sqrt{x}$ و $y_2 = |x|$ مفروضند، در صورتی که y_1 را ۲ واحد به سمت چپ و یک واحد بالا ببریم و y_2 را ۳ واحد به سمت راست و ۱ واحد پایین ببریم، نقاط برخورد دو تابع جدید چگونه است؟

(۲) دو برخورد در دو طرف محور y
(۴) برخورد ندارند

(۱) دو برخورد سمت راست محور y
(۳) یک برخورد سمت راست محور y

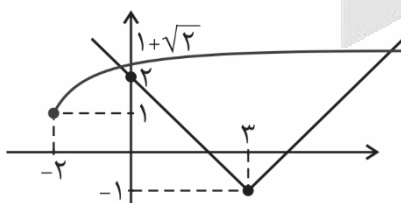
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$y_1 = \sqrt{x} \longrightarrow \sqrt{x+2} \longrightarrow \sqrt{x+2} + 1$$

$$y_2 = |x| \longrightarrow |x-3| \longrightarrow |x-3| - 1$$

حال یا باید نمودار توابع به دست اومده و دقیق رسم کنیم یا معادله برخورد اونارو حل کنیم که البته پیشنهاد من رسم دقیق، هم راحت‌تره هم کم اشتباه‌تر و همین‌طور که می‌بینی دو برخورد دارند، در دو طرف y ها (با محاسبه مقدار دو تابع در $x = 0$ دقیق‌تر رسم می‌کنیم).



یک واحد پایین

یک واحد بالا

گروه آموزشی ماز



۵- اگر تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را سه واحد در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس یک واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال دهیم بر تابع

$g(x) = (x-a)^2 + b$ منطبق می شود، مقدار $a+b$ کدام است؟

۴ (۴)

-۴ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$$

$$f(x-3) = (x-3-1)^2 - 1 = (x-4)^2 - 1$$

$$f(x-3) + 1 = (x-4)^2 - 1 + 1 = (x-4)^2$$

در نتیجه $a = 4$ ، $b = 0$ و $a+b = 4$ است.

گروه آموزشی ماز

۶- نمودار تابع $f(x) = x^2 - 3x + 1$ را ۲ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۱ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال داده، سپس نسبت به محور x ها قرینه

می کنیم تا تابع g حاصل شود. ضابطه $g(x)$ کدام است؟

$$g(x) = -x^2 + x + 2 \quad (۲)$$

$$g(x) = x^2 + x - 2 \quad (۱)$$

$$g(x) = -x^2 + 7x - 12 \quad (۴)$$

$$g(x) = -x^2 + 7x - 10 \quad (۳)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا تبدیلات را بر روی تابع f اعمال می کنیم.

با توجه به این که تابع روی محور x ها، ۲ واحد به راست می رود پس در ضابطه تابع به جای x ، $x-2$ قرار داده و چون روی محور y ، ۱ واحد پایین می آید ۱ واحد از تابع کم کرده و با توجه به این که نسبت به محور x قرینه می شود، ضابطه تابع حاصل را در -1 ضرب می کنیم. ببینید:

$$y = f(x) \xrightarrow[\text{واحد به سمت راست}]{x \rightarrow x-2} y = f(x-2) \xrightarrow[\text{واحد به سمت پایین}]{-1} y = f(x-2) - 1$$

$$y = f(x-2) - 1 \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } x]{\times (-1)} y = -f(x-2) + 1$$

خواهیم داشت:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1 \Rightarrow g(x) = -f(x-2) + 1 \Rightarrow g(x) = -(x-2)^2 + 3(x-2) - 1 + 1$$

$$\Rightarrow g(x) = -x^2 + 7x - 10$$

گروه آموزشی ماز

۷- نمودار تابع f فقط از قرینه یابی و انتقال تابع $y = |x|$ به دست آمده است. اگر f را ۲ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم مجموع

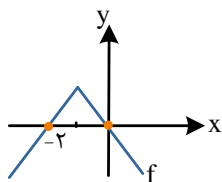
صفرهای تابع به دست آمده کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

تابع f به صورت $f(x) = -|x-a| + b$ می باشد.

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 0 &\Rightarrow -|a| + b = 0 \\ f(-2) = 0 &\Rightarrow -|-2-a| + b = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -a-2 = -a \Rightarrow |a+2| = |a| \xrightarrow{-2 < a < 0} a+2 = -a \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = 1$$

تابع $f(x) = -|x+1| + 1$ دو واحد به سمت راست و دو واحد به سمت بالا انتقال یافته است:

$$x \rightarrow x-2 \Rightarrow y = -|x-2+1| + 1 = -|x-1| + 1 \xrightarrow{+2} y = -|x-1| + 3$$

صفرهای تابع به دست آمده را محاسبه می کنیم.

$$-|x-1| + 3 = 0 \Rightarrow |x-1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 3 \\ x-1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

گروه آموزشی ماز



۸- اگر تابع خطی $f(x)$ را سه واحد به سمت x های منفی و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم از نقطه $(2, -3)$ و اگر تابع $f(x)$ را ۲ واحد به سمت x های مثبت و ۱ واحد به سمت پایین انتقال دهیم از نقطه $(-2, -15)$ می‌گذرد. برد تابع $f(x)$ در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟

$$[-14, -7] \quad (4)$$

$$[-12, -6] \quad (3)$$

$$[-10, -5] \quad (2)$$

$$[-16, -8] \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

با توجه به روابط انتقال خواهیم داشت:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x+3)+2=a(x+3)+b+2=ax+3a+b+2$$

$$x=2 \Rightarrow -3=2a+3a+b+2 \Rightarrow 5a+b=-5 \quad (1)$$

$$f(x-2)-1=a(x-2)+b-1=ax-2a+b-1$$

$$x=-2 \Rightarrow -2a-2a+b-1=-15 \Rightarrow -4a+b=-14 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a=1, b=-10 \Rightarrow f(x)=ax+b=x-10$$

$$x \in [-4, 3] \Rightarrow \text{برد } R_f = [-14, -7]$$

گروه آموزشی ماز

۹- سهمی به معادله $f(x)=a(x-h)^2+k$ محور x ها را در نقاط به طول ۴- و ۲ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۸ قطع می‌کند. سهمی را چند واحد و به کدام سمت باید انتقال دهیم تا بر محور x ها مماس باشد؟

$$9 \text{ واحد به سمت پایین} \quad (4)$$

$$1 \text{ واحد به سمت پایین} \quad (3)$$

$$1 \text{ واحد به سمت بالا} \quad (2)$$

$$9 \text{ واحد به سمت بالا} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

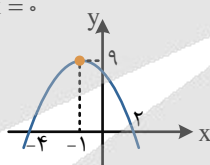
با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان نتیجه گرفت محور تقارن سهمی در نقطه $x = \frac{2+(-4)}{2} = -1$ می‌باشد. بنابراین خواهیم داشت:

$$x = -1 \Rightarrow h = -1$$

$$\Rightarrow y = a(x+1)^2 + k$$

$$\begin{cases} \text{تقاطع با محور } y \Rightarrow x=0, y=8 \Rightarrow a+k=8 \\ \text{تقاطع با محور } x \Rightarrow x=2, y=0 \Rightarrow 9a+k=0 \end{cases} \Rightarrow a=-1, k=9$$

$$\Rightarrow y = -(x+1)^2 + 9$$



تذکر: برای تقاطع با محور x ها می‌توانستیم از $x = -4$ و $y = 0$ نیز استفاده کنیم.

بنابراین باید نمودار را ۹ واحد به سمت پایین جابه‌جا کنیم تا بر محور x ها مماس شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر نمودار $f(x)=|x+a|+b$ را دو واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم، تابع $g(x)=|x-b|+a$ حاصل می‌شود. $a+b$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲



(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۱)

گام اول:

انتقال‌های گفته شده را بر روی تابع f اعمال می‌کنیم تا تابع g به دست آید:

$$f(x) = |x+a|+b \xrightarrow{x \rightarrow x-2} y = |x-2+a|+b \xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} g(x) = |x-2+a|+b+1$$

گام دوم:

حالا ضابطه به دست آمده را با ضابطه داده شده در صورت سوال برابر قرار می‌دهیم:

$$|x-2+a|+b+1 = |x-b|+a \Rightarrow \begin{cases} |x-2+a| = |x-b| \Rightarrow -b = -2+a \\ b+1 = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a-b = -2 \\ -a+b = -1 \end{cases} \xrightarrow{(+)} -2a = -3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

گام سوم:

$$a+b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

و حالا محاسبه خواسته سوال: $a+b = 2$

توجه: البته می‌توان مستقیماً از فرمول $-b = -2+a$ هم فهمید که $a+b = 2$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست است؟

الف: هر ماتریس قطری، اسکالر است.

ب: ماتریس قطری می‌تواند برابر ماتریس صفر باشد.

پ: هر ماتریس صفر، مربعی است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فقط گزاره «ب» درست است. مثلاً ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ هم ماتریس قطری و هم ماتریس صفر است.

با توجه به درسنامه واضح است که ماتریس‌های اسکالر زیرمجموعه ماتریس‌های قطری هستند. به عبارت دیگر هر ماتریس اسکالر، قطری است و گزاره «الف» نادرست است.

همچنین ماتریس صفر از هر مرتبه‌ای وجود دارد، مثلاً ماتریس صفر از مرتبه 3×2 به صورت $\bar{O}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ نوشته می‌شود و مربعی نیست، پس گزاره «پ» نادرست است. پس در کل یک گزاره درست وجود دارد.

انواع ماتریس‌ها

ماتریس قطری: به هر ماتریس مربعی که همه درایه‌های خارج قطر اصلی آن صفر باشد، قطری گویند.

ماتریس اسکالر: به هر ماتریس قطری که درایه‌های قطر اصلی آن با هم برابر باشند، اسکالر گویند.

ماتریس صفر: به هر ماتریس که همه درایه‌هایش صفر باشد، ماتریس صفر گویند و آن را با $\bar{O}$ نمایش می‌دهند.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ و $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $A + B$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول:

اگر $A - 2B$ را از ۳ برابر $2A + B$ کم کنیم، داریم:

$$3(2A + B) - (A - 2B) = 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 5A + 5B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

اما ممکن است این راه به ذهنتان نرسد. می‌توانید مثل دو معادله دو مجهول مسئله را حل کنید.

روش دوم:

$$2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2 \times \left(A - 2B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hline \Delta B = \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

B را در معادله اول قرار می‌دهیم:

$$2A + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ قطر اصلی}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر صفر می‌باشد.



نکات مهم

برای جمع ماتریس‌ها باید دو ماتریس هم‌مرتبه باشند، یعنی هر دو $m \times n$ باشند، در این صورت درایه‌ها را نظیر به نظیر با هم جمع می‌کنیم:

$$[a_{ij}]_{m \times n} + [b_{ij}]_{m \times n} = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$$

در ضرب عدد در ماتریس، عدد در همه درایه‌های ماتریس ضرب می‌شود.

$$r[a_{ij}] = [ra_{ij}]$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $a_{ij} = \begin{cases} 2i+j & i < j \\ 1 & i = j \\ \frac{i+j}{2} & i > j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & a \\ b & m \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد، جمع درایه‌های ماتریس $A+B$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا A را با توجه به تعریف سوال مشخص می‌کنیم:

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2+2 \\ \frac{2+1}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

سپس با توجه به اینکه B ماتریسی اسکالر است، $a = b = 0$ و $m = 3$ است. در نتیجه: $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

حال کافی است دو ماتریس A و B را با هم جمع کنیم:

$$A+B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A+B \text{ جمع درایه‌های } = 4+4+4+1 = 13$$

همه چیز درباره ماتریس

برای تعریف و مشخص کردن ماتریس، کافی است درایه‌های آن را با اندیس‌های مشخص نشان دهیم و با استفاده از تعریف داده شده آن‌ها را مشخص کنیم.

به طور مثال، اگر $A = [i^2 + j]_{2 \times 2}$ باشد، خواهیم داشت:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^2+1 & 1^2+2 \\ 2^2+1 & 2^2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

حال اگر بعد از مشخص کردن ماتریس، ماتریس مربعی بوده و درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر و درایه‌های دیگر صفر باشند، ماتریس را اسکالر گوئیم.

به عنوان مثال

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

ماتریس اسکالر است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر r و s دو عدد حقیقی و A و B دو ماتریس هم‌مرتبه باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر لزوماً برقرار نیست؟

$$(r \pm s)A = rA \pm sA \quad (۱)$$

$$r(A \pm B) = rA \pm rB \quad (۱)$$

$$A = B \Rightarrow rA = rB \quad (۴)$$

$$rA = rB \Rightarrow A = B \quad (۳)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

گزاره شرطی $rA = rB \Rightarrow A = B$ در صورتی درست است که $r \neq 0$ باشد، پس در شکل فعلی این گزاره لزوماً درست نیست. سایر گزاره‌ها از خواص جمع ماتریس‌ها و ضرب عدد در ماتریس بوده و همواره برقرار هستند.



خواص جمع ماتریس‌ها و ضرب عدد در ماتریس

اگر A, B و C ماتریس‌هایی هم‌مرتبه و r و s اعدادی حقیقی باشند، آنگاه خواص زیر همواره برقرار هستند:

- ۱) $A + B = B + A$ خاصیت جابجایی
- ۲) $A + (B + C) = (A + B) + C$ خاصیت شرکت‌پذیری
- ۳) $A + \bar{O} = \bar{O} + A = A$ خاصیت عضو خنثی
- ۴) $A + (-A) = (-A) + A = \bar{O}$ خاصیت عضو قرینه
- ۵) $r(A \pm B) = rA \pm rB$
- ۶) $(r \pm s)A = rA \pm sA$
- ۷) $rA = rB, r \neq 0 \Rightarrow A = B$
- ۸) $A = B \Rightarrow rA = rB$

گروه آموزشی ماز

۱۵- چند ماتریس قطری مرتبه ۳ با درایه‌های صفر و یک وجود دارد که مجموع درایه‌های آن غیر صفر باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

چون ماتریس قطری است، پس درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن همگی صفر هستند. چنین ماتریسی را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

با توجه به فرض سوال هر کدام از درایه‌های واقع بر قطر اصلی (c, b, a) دو حالت دارند، یعنی یا صفر هستند و یا یک، بنابراین تعداد این ماتریس‌ها برابر است با:

$$\begin{matrix} 2 \times 2 \times 2 = 8 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ a \quad b \quad c \end{matrix}$$

از طرفی چون مجموع درایه‌های ماتریس غیر صفر است، پس حالت $a = b = c = 0$ امکان‌پذیر نیست و در نتیجه تعداد ماتریس‌های مورد نظر برابر ۷ است.

ماتریس قطری

ماتریسی است مربعی که تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند (درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند).

به عنوان مثال

ماتریس‌های زیر همگی قطری هستند.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i+j & ; |i-j| > 1 \\ 3i-j & ; |i-j| = 1 \\ i^2-j & ; |i-j| < 1 \end{cases}$ باشد، کدام درایه در سطر سوم ماتریس A وجود ندارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

سطر سوم ماتریس A دارای سه درایه است که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۱ درایه a_{31} : در این حالت $i = 3$ و $j = 1$ است، پس $|i-j| > 1$

$$a_{31} = 3 + 1 = 4$$

۲ درایه a_{32} : در این حالت $i = 3$ و $j = 2$ است، پس $|i-j| = 1$

$$a_{32} = 3(3) - 2 = 7$$

۳ درایه a_{33} : در این حالت $i = 3$ و $j = 3$ است، پس $|i-j| < 1$

$$a_{33} = 3^2 - 3 = 6$$

بنابراین هیچ‌کدام از درایه‌های سطر سوم ماتریس A برابر ۵ نیست.

گروه آموزشی ماز

۱۷- به ازای کدام مقدار y ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-y & z+2 \\ x-1 & z-2 \end{bmatrix}$ اسکالر است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی در ماتریس اسکالر، همگی صفر هستند، پس داریم:

$$\begin{cases} z+2=0 \Rightarrow z=-2 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

از طرفی درایه‌های روی قطر اصلی در ماتریس اسکالر برابر یکدیگرند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$2x-y = z-2 \Rightarrow 2(1)-y = -2-2 \Rightarrow y=6$$

ماتریس اسکالر

اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس اسکالر می‌نامیم.

به عنوان مثال

ماتریس‌های زیر همگی اسکالر هستند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, C = [5]$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- مجموع درایه‌های ماتریس $\sin \alpha \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} + \cos \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

-۲ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$\sin \alpha$ را در درایه‌های ماتریس اول و $\cos \alpha$ را در درایه‌های ماتریس دوم ضرب کرده و سپس ماتریس‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{aligned} & \sin \alpha \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix} + \cos \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲ است.

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+2b & -1 \\ b-2c & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2a-c \end{bmatrix}$ مساوی یکدیگر باشند، حاصل $a+b-c$ کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، بنابراین درایه‌های آن‌ها نظیر به نظیر با هم برابرند، پس داریم:

$$\begin{cases} a+2b=3 \\ b-2c=-2 \\ 2a-c=5 \end{cases}$$

$$3(a+b-c)=6 \Rightarrow a+b-c=2$$

در صورتی که طرفین این سه رابطه را با هم جمع کنیم، داریم:

تساوی دو ماتریس

دو ماتریس هم‌مرتبه $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ و $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ را مساوی می‌گوییم هرگاه درایه‌های آن‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، به عبارت دیگر:

$$\forall i, j; a_{ij} = b_{ij} \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$$

گروه آموزشی ماز



۲۰- ماتریس $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ با تعریف $a_{ij} = j - 1$ مفروض است. به ازای چند مقدار n ، مجموع درایه‌های این ماتریس، عددی دو رقمی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

ماتریس A به صورت مقابل نوشته می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & 2 & & n-1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های هر سطر این ماتریس برابر است با:

$$0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$$

چون ماتریس A دارای n سطر است، پس مجموع درایه‌های ماتریس A برابر $\frac{n^2(n-1)}{2}$ خواهد بود. تنها به ازای مقادیر $n = 4, 5, 6$ این عدد دو رقمی است.

$$n = 4 \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ماتریس } A = \frac{4^2 \times 3}{2} = 24$$

$$n = 5 \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ماتریس } A = \frac{5^2 \times 4}{2} = 50$$

$$n = 6 \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های ماتریس } A = \frac{6^2 \times 5}{2} = 90$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- عکس چند گزاره از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف: اگر $4k+1$ مربع کامل باشد، آن گاه k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.

ب: برای ۳ مجموعه A, B و C ، اگر $B=C$ باشد، آن گاه $A \cup B = A \cup C$.

پ: اگر $2^k + 1$ عدد اول باشد، آن گاه k را می‌توان به صورت $k = 2^n (n \in \mathbb{N})$ نوشت.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی سایر موارد:

عکس گزاره (الف): «اگر $4k+1$ مربع کامل باشد، آن گاه k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است.»

گزاره «اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4k+1$ مربع کامل است» می‌باشد که یک گزاره درست است. ✓

عکس گزاره (ب): «برای ۳ مجموعه A و B و C ، اگر $B=C$ باشد، آن گاه $A \cup B = A \cup C$ »

گزاره «برای ۳ مجموعه A, B و C ، اگر $A \cup B = A \cup C$ باشد، آن گاه $B=C$ می‌باشد.» که یک گزاره نادرست است و می‌توان برای آن مثال نقض زد، یعنی می‌توان مثالی گفت که $A \cup B = A \cup C$ برقرار است ولی $B=C$ نمی‌باشد.

$A = \{1, 2\}$ و $B = \{2, 3\}$ و $C = \{1, 3\}$ مثال نقض برای عکس گزاره ب است.

عکس گزاره (پ): «اگر $2^k + 1$ عدد اول باشد، آن گاه k را می‌توان به صورت $k = 2^n (n \in \mathbb{N})$ نوشت»

گزاره «اگر $k = 2^n (n \in \mathbb{N})$ باشد، آن گاه $2^k + 1$ عدد اول است» می‌باشد که یک گزاره نادرست است. (صفحه ۲ کتاب درسی)

هر آنچه باید در مورد گزاره‌ها بدانید

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » که خوانده می‌شود اگر p آن گاه q را ترکیب شرطی دو گزاره p و q می‌گوییم. در این ترکیب شرطی، p را مقدم یا فرض و q را تالی یا حکم می‌نامیم. گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » را به صورت « p شرط کافی برای q است» یا « q شرط لازم برای p است» نیز می‌خوانیم.

ارزش گزاره « $p \Rightarrow q$ » وقتی **نادرست** است که p درست و q نادرست باشد.

گزاره « $p \Rightarrow q$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » است.

ارزش « $q \Rightarrow p$ » وقتی **نادرست** است که q درست و p نادرست باشد.

دقت کنید ارزش گزاره‌های « $p \Rightarrow q$ » و « $q \Rightarrow p$ » ممکن است یکسان نباشد.

نکته

در حالت کلی اگر $f(n)$ بی‌شمار عدد به ازای مقادیر مختلف طبیعی n تولید کند، «عبارت $f(n)$ برای هر عدد طبیعی n ، اول است» یک گزاره **نادرست** است.

تمرین

ثابت کنید اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آن گاه $4k+1$ مربع کامل است. (کتاب درسی صفحه ۳ و امتحان نهایی دی ۹۷)

گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر α و β اعدادی گنگ و $\alpha + \beta$ گویا باشد، $2\alpha + 3\beta$ عددی و $\alpha - \beta$ عددی است.

(۱) گنگ - گنگ

(۲) گنگ - می‌تواند گنگ یا گویا باشد.

(۳) می‌تواند گنگ یا گویا باشد - می‌تواند گنگ یا گویا باشد.

(۴) گنگ - گویا

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

اثبات با برهان خلف: فرض می‌کنیم $2\alpha + 3\beta$ گویا باشد، از طرفی $\alpha + \beta$ و در نتیجه $2\alpha + 2\beta$ گویاست، پس داریم:

$$\underbrace{(2\alpha + 3\beta)}_{\text{گویا}} - \underbrace{(2\alpha + 2\beta)}_{\text{گویا}} = \underbrace{\beta}_{\text{گویا}}$$

که خلاف فرض است، پس $2\alpha + 3\beta$ عددی گنگ است. به طور مشابه فرض می‌کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد، از طرفی $\alpha + \beta$ گویاست، پس داریم:

$$\underbrace{(\alpha + \beta)}_{\text{گویا}} + \underbrace{(\alpha - \beta)}_{\text{گویا}} = \underbrace{2\alpha}_{\text{گویا}}$$

که خلاف فرض است، پس $\alpha - \beta$ گنگ است.

برهان خلف

در روش برهان خلف یا اثبات غیرمستقیم، سه گام زیر را انجام می‌دهیم:

الف) فرض می‌کنیم که حکم قضیه **نادرست** است.

ب) نشان می‌دهیم که این فرض غلط به نتیجه‌ای ختم می‌شود که با اصول ریاضی یا فرض سوال **تناقض** دارد.

پ) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض نادرست بودن حکم باطل و **درستی حکم** ثابت می‌شود.

گروه آموزشی ماز



۲۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

الف: هر عدد را که بتوان به صورت $6k \pm 1$ ($k \in \mathbb{Z}$) نوشت، عددی اول است.

ب: مجموع دو عدد گنگ مثبت، همواره عددی گنگ است.

پ: دو گزاره « k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی است» و « $4k+1$ مربع کامل است» هم‌ارز هستند. ($k \in \mathbb{N}$)

ت: میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن‌ها کمتر نیست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف نادرست

عددی مانند ۲۵ به صورت $6k+1$ است ولی اول نیست و یا به ازای $k=20$, $6(20)+1=121$ و $6(20)-1=119$ هیچ کدام اول نیستند.

ب نادرست

مثال نقض این مورد می‌تواند دو عدد $\sqrt{2}-3$ و $\sqrt{2}$ باشد که هر دو عدد گنگ و مثبت هستند ولی مجموعشان عددی گویا است.

پ درست

گزاره‌ها به صورت $Q \Leftrightarrow P$ هستند و در نتیجه با هم، هم‌ارزند.

$$k = n(n+1) \Rightarrow 4k+1 = 4n(n+1)+1 = 4n^2+4n+1 = (2n+1)^2$$

$$4k+1 = a^2 \Rightarrow 4k = a^2-1 = (a-1)(a+1) \xrightarrow{a=2n+1} 4k = 2n(2n+2) \Rightarrow k = n(n+1)$$

ت درست

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \Leftrightarrow x+y \geq 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0$$

بدیهی

پس برای نشان دادن نادرستی ۲ تا از گزاره‌ها (الف و ب) می‌توان از مثال نقض استفاده کرد.

رابطه بین اعداد گویا و گنگ

(۱) مجموع، تفاضل و حاصل ضرب دو عدد گویا، همواره عددی گویا است.

(۲) مجموع یا تفاضل یک عدد گویا و یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است. همچنین حاصل ضرب یک عدد گویای غیرصفر در یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.

(۳) مجموع، تفاضل یا حاصل ضرب دو عدد گنگ، می‌تواند گویا یا گنگ باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۴- در اثبات عبارت $x^2+y^2+xy+1 \geq x+y$ به کمک گزاره‌های هم‌ارز، به کدام رابطه همیشه درست زیر می‌رسیم؟

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x+y)^2 \geq 0 \quad (۲)$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \quad (۱)$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0 \quad (۴)$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \quad (۳)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

در سوالات اثبات بازگشتی که حاصل ضرب دو متغیر داریم (مثل اینجا که xy داریم)، یکی از ایده‌هایی که باید امتحان کنید، ضرب دو طرف در ۲ است. (به نظرتون چرا؟)

$$x^2+y^2+xy+1 \geq x+y \xrightarrow{\times 2} 2x^2+2y^2+2xy-2x-2y+2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-2x+1) + (y^2-2y+1) + (x^2+y^2+2xy) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$$

نکات مهم

اگر ارزش دو گزاره p و q یکسان باشد (یعنی اگر p درست باشد، q هم درست است و برعکس)، p و q را گزاره‌های **هم‌ارز** (هم‌ارزش) گویند. برای دو گزاره هم‌ارز p و q ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست است.

اگر ترکیب $p \Leftrightarrow q$ درست باشد، یعنی p و q هم‌ارز هستند و دانستن ارزش یکی به معنی دانستن ارزش دیگری است. به کمک این موضوع می‌توانیم درستی یا نادرستی یک گزاره را بررسی کنیم.

البته ممکن است این کار در چند مرحله انجام شود؛ یعنی گزاره q ساده‌تر از p و هم‌ارز با آن را بیابیم، سپس گزاره r ساده‌تر از q و هم‌ارز با آن را بیابیم. طی چند مرحله به گزاره‌ای می‌رسیم که ساده‌تر از بقیه است ولی ارزش آن با گزاره اولی برابر است.

گروه آموزشی ماز



۲۵- اگر x و y اعدادی صحیح باشند، چند زوج مرتب مانند (x, y) در رابطه $x^2 y^2 (x - y) = 45$ صدق می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

اگر x یا y حداقل یکی زوج باشند، عبارت داده شده به طور بدیهی زوج است و نمی‌تواند با ۴۵ برابر شود.
اگر هیچ‌کدام زوج نباشند، چون هر دو فرد هستند، $x - y$ یا تفاضلشان همواره زوج است و باز هم نمی‌تواند برابر ۴۵ باشد.
 $\Rightarrow x^2 y^2 (x - y)$ همواره عددی زوج است و هیچ‌گاه با ۴۵ برابر نیست.

گروه آموزشی ماز

۲۶- برای اثبات درستی گزاره «اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ ، آن‌گاه $a = 0$ یا $b = 0$ » گفتیم اگر $a \neq 0$ باشد، $b = 0$ است. این استدلال چه نوع اثباتی است؟

- (۱) برهان خلف (۲) مثال نقض (۳) بازگشتی (۴) اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

در این نوع استدلال در واقع ۲ حالت ممکن را در نظر می‌گیریم: (۱) $a = 0$ یا (۲) $a \neq 0$
(۱) اگر $a = 0$ باشد که حکم درست است. در حالت (۲) یعنی اگر $a \neq 0$ ، آن‌گاه $b = 0$ است و باز هم حکم برقرار است؛ یعنی با در نظر گرفتن ۲ حالت ممکن $a = 0$ یا $a \neq 0$ ، ثابت کردیم در ۲ حالت ممکن، حکم برقرار است. پس با در نظر گرفتن همه حالت‌ها ثابت کردیم حکم برقرار است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- a و b دو عدد گنگ متمایز هستند به طوری که $a - b$ گویا می‌باشد. کدام عدد همواره گویا است؟

- (۱) $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ (۲) $a + b$ (۳) $a^2 - b^2$ (۴) $\frac{1}{(a+b)^2} - 4ab$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

از آنجایی که $a - b$ گویا است، $(a - b)^2$ نیز گویا است و چون a و b متمایزند، $a - b$ و در نتیجه $(a - b)^2$ صفر نیست؛ پس عکس آن یعنی $\frac{1}{(a - b)^2}$ که همان گزینه ۴ است، گویا است.

نکته ۱

مجموعه اعداد گویا نسبت به جمع، منها و ضرب بسته است؛ یعنی جمع، منها و ضرب دو عدد گویا باز هم یک عدد گویا است. البته در مورد تقسیم هم، اگر a و b گویا باشند و b مخالف صفر، $\frac{a}{b}$ هم گویاست.

نتیجه: عکس هر عدد گویای مخالف صفر باز هم گویا است.

نکته ۲

اما در مورد اعداد گنگ مشابه مطالب فوق برقرار نیست. یعنی ممکن است جمع دو عدد گنگ یک عدد گویا شود، مثلاً اگر $a = \sqrt{2}$ و $b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ باشد، گرچه a و b دو عدد گنگ هستند ولی $a + b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ یک عدد گنگ نیست.

تمرین

اعداد گنگ a و b مثال بزنید که $a - b$ گویا باشد ولی گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ گویا نباشند.

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر A, B و C سه مجموعه دلخواه باشند، آن‌گاه گزاره $A = B$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- (۱) $A \cap C = B \cap C$ (۲) $A - C = B - C$ (۳) $A \cap B = A$ (۴) $A \cup B = A \cap B$

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

از درستی گزاره $A = B$ ، درستی هر ۴ گزاره داده شده را می‌توان نتیجه گرفت، بنابراین باید عکس قضیه‌ها را بررسی کنیم:

۱) اگر $A \cap C = B \cap C$ باشد، آن‌گاه لزوماً $A = B$ برقرار نیست.

مثال نقض: $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{2, 3\}$ ، $C = \{2\}$

۲) اگر $A - C = B - C$ باشد، آن‌گاه لزوماً $A = B$ برقرار نیست.

مثال نقض: $A = \{1\}$ ، $B = \{1, 2\}$ ، $C = \{2\}$



۳ اگر $A \cap B = A$ باشد، لزوماً $A = B$ برقرار نیست.

مثال نقض: $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$

۴ اگر $A \cup B = A \cap B$ باشد، آن گاه $A = B$ است. اثبات به طریق زیر امکان پذیر است:

$$x \in A \xrightarrow{A \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq B} x \in B \quad (1)$$

$$x \in B \xrightarrow{B \subseteq A \cup B} x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \xrightarrow{A \cap B \subseteq A} x \in A \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A = B$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه حداکثر مقدار n برای این که نامساوی $(a+b)(\frac{4}{a} + \frac{4}{b}) \geq n$ همواره برقرار باشد، کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

دو عبارت سمت چپ نامساوی را در هم ضرب کرده و تا حد امکان ساده می کنیم:

$$(a+b)(\frac{4}{a} + \frac{4}{b}) \geq n \Rightarrow 4 + \frac{4a}{b} + \frac{4b}{a} + 4 \geq n \Rightarrow 4(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) + 8 \geq n$$

از طرفی می دانیم اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. اثبات این نامساوی به روش بازگشتی به صورت زیر انجام می پذیرد:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \xrightarrow{\times ab} a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \xrightarrow{\times 4} 4(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) \geq 8 \xrightarrow{+8} 4(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}) + 8 \geq 16$$

یعنی عبارت سمت چپ نامساوی همواره بزرگ تر یا مساوی ۱۶ است، پس حداکثر مقدار n برابر ۱۶ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر میانگین ۱۱ عدد طبیعی متوالی مضرب ۳ باشد، آن گاه چه تعداد از میان این ۱۱ عدد، مضرب ۳ هستند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

اگر n عددی فرد باشد، آن گاه میانگین n عدد طبیعی متوالی برابر عدد وسطی است، پس میانگین ۱۱ عدد طبیعی متوالی برابر عدد وسطی یعنی عدد ششم است، یعنی عدد ششم را می توان به صورت $3k (k \in \mathbb{N})$ نوشت. در این صورت اعداد سوم و نهم به صورت $3k-3$ و $3k+3$ نوشته شده و هر دو مضرب ۳ هستند، یعنی ۳ عدد از میان این ۱۱ عدد، مضرب ۳ هستند.

۱۱ عدد طبیعی متوالی را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$n-5, n-4, n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5$$

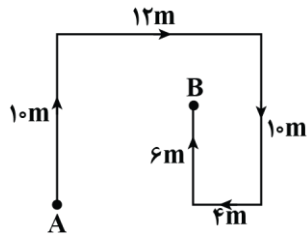
میانگین این اعداد برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{(n-5) + (n-4) + \dots + n + \dots + (n+4) + (n+5)}{11} = \frac{11n}{11} = n$$

یعنی میانگین همان عدد وسطی است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- متحرکی مسیر A تا B را مطابق شکل زیر می‌پیماید. بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط این متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟



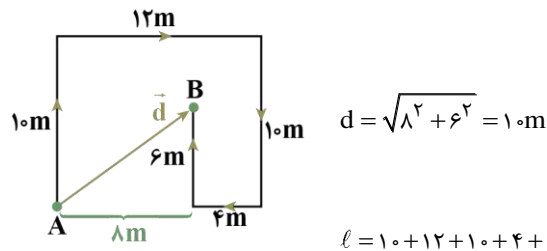
- (۱) ۴۲، ۱۰
(۲) ۴۰، ۱۰
(۳) ۴۲، ۱۴
(۴) ۴۰، ۱۴

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

جابه‌جایی برابر طول خط وصل بین نقاط A و B است.



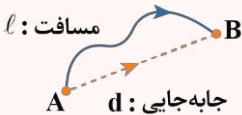
گام آخر:

مسافت طی شده برابر طول واقعی مسیر طی شده است.

$$\ell = 10 + 12 + 10 + 4 + 6 = 42\text{m}$$

مقایسه مسافت و جابه‌جایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

۱- در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان داده شده از A به B می‌رود. در این صورت طول مسیر واقعی برابر مسافت طی شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است (درواقع جابه‌جایی کوتاه‌ترین مسافت میان دو نقطه است). به شکل زیر دقت کنید:



۲- مسافت، کمیتی نرده‌ای است، درحالی‌که جابه‌جایی، کمیتی برداری است و جهت دارد.

۳- یکای مسافت و جابه‌جایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

۴- اندازه جابه‌جایی همواره کوچک‌تر یا مساوی مسافت طی شده است.

$$|\vec{d}| \leq \ell$$

۵- در شرایطی جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه هستند که متحرک تغییر جهت ندهد.

مثال

در کدام یک از حرکت‌های زیر، مسافت طی شده برابر اندازه جابه‌جایی متحرک است؟

الف: اتومبیلی که در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند.

ب: اتومبیلی که ابتدا در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند و سپس در مسیر مستقیم به سمت شرق می‌رود.

پ: ماهواره‌ای که در مسیر دایره‌ای دور کره زمین می‌چرخد.

ت: شناگری که طول استخر را شنا می‌کند و دوباره به مکان اولیه خود برمی‌گردد.

پاسخ: مطابق نکات فوق، برای آن‌که در حرکتی مسافت طی شده هم‌اندازه جابه‌جایی باشد، حرکت باید بدون هیچ‌گونه تغییر جهتی انجام شود و در مسیر مستقیم باشد. در بین عبارت‌های داده شده، فقط در عبارت «الف» متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۳۲- متحرکی ابتدا بدون تغییر جهت در مدت ۴s در جهت محور x از نقطه A تا نقطه B حرکت می‌کند، سپس در نقطه B تغییر جهت می‌دهد و در مدت ۴s

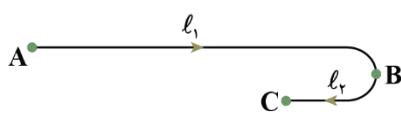
تا نقطه C بازمی‌گردد. اگر سرعت متوسط و تندی متوسط آن در این مسیر به ترتیب $\vec{A} \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$ و $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، فاصله AB چند متر است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۸۰ (۳) ۹۶ (۴) ۱۶

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به مثبت بودن سرعت متوسط، متحرک در مسیری مطابق شکل زیر، حرکت کرده است:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 8 = \frac{l_1 - l_2}{\Delta t} \Rightarrow l_1 - l_2 = 64\text{m} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 12 = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t} \Rightarrow l_1 + l_2 = 96\text{m} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با جمع کردن دو طرف رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$2l_1 = 96 + 64 = 160\text{m} \Rightarrow l_1 = 80\text{m}$$



۱- با تقسیم مسافت طی شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت به دست می آید:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۲- با تقسیم جابه جایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط به دست می آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابه جایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

۳- تندی متوسط، کمیتی نرده ای است، درحالی که سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

۴- اندازه سرعت متوسط همواره کوچکتر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

۵- در حرکت بر روی محور X برای محاسبه جابه جایی و سرعت متوسط داریم:

$$\vec{d} = \Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

گروه آموزشی ماز

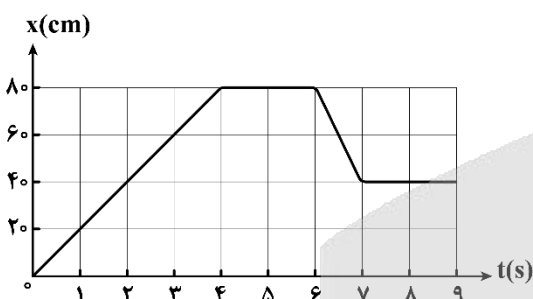
۳۳- شکل زیر، نمودار مکان - زمان مورچه ای را نشان می دهد که در راستای محور X حرکت می کند. در بازه زمانی صفر تا ۹s چه تعداد از عبارت های زیر در مورد این حرکت نادرست است؟

الف: در مجموع به مدت ۴s مورچه ایستاده است.

ب: در لحظات ۲/۵s و ۶/۵s مورچه از مبدأ برابر ۵۰ سانتی متر است.

پ: مدت زمانی که مورچه در جهت محور X حرکت کرده، بیش تر از مدت زمانی است که سرعت مورچه در خلاف جهت محور X بوده است.

ت: حداکثر به مدت ۴s اندازه سرعت متوسط مورچه با تندی متوسط آن برابر است.



۱ (۲)

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۳)

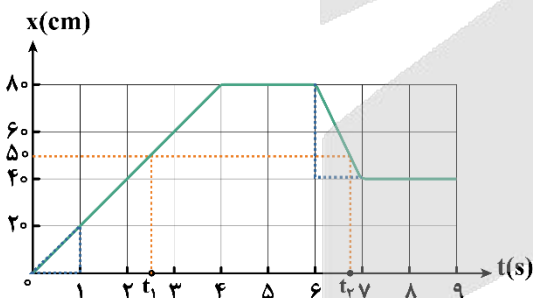
(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف در بازه زمانی ۴s تا ۶s و نیز ۷s تا ۹s نمودار مکان - زمان، افقی بوده و در مجموع به مدت ۴s مورچه ایستاده است. (✓)

ب به کمک قضیه تالس داریم:



$$\frac{50}{20} = \frac{t_1}{1} \Rightarrow t_1 = 2.5s$$

$$\frac{80-40}{80-50} = \frac{7-t_2}{t_2-6} \Rightarrow t_2 = 6.5s$$

پس در لحظات $t_1 = 2.5s$ و $t_2 = 6.5s$ فاصله مورچه از مبدأ برابر ۵۰ سانتی متر است. (✗)

ب در بازه زمانی صفر تا ۴s به مدت ۴s مورچه در جهت محور X حرکت کرده است و در

بازه زمانی ۶s تا ۷s سرعت مورچه به مدت ۱s در خلاف جهت محور X بوده است. (✓)

ت حداکثر به مدت ۶s یعنی از بازه زمانی ۰s تا ۶s، اندازه سرعت متوسط مورچه برابر با تندی متوسط آن است. (✗)

نمودار مکان - زمان

در مورد نمودار مکان - زمان نکات مهم زیر را باید در نظر بگیریم:

۱- سرعت متوسط برابر است با شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان - زمان:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

۲- سرعت لحظه ای برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه مورد نظر:

لحظه ای $v =$ شیب خط مماس

۳- هر جا که نمودار مکان - زمان محور زمان را قطع کند و از آن عبور نماید، بردار مکان تغییر علامت می دهد.

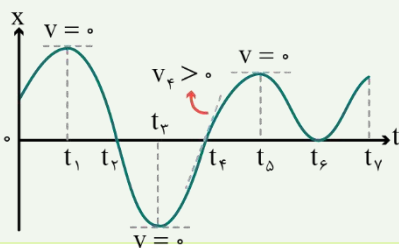
۴- هر جا نمودار مکان - زمان صعودی باشد ($v > 0$)، متحرک در جهت محور حرکت می کند، هر جا نزولی باشد ($v < 0$)، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می کند.



مثال

لحظات تغییر جهت بردار مکان: t_4, t_7
بازه‌های حرکت در جهت محور X:
بازه‌های حرکت در خلاف جهت محور X:

$(0, t_1)$ و (t_3, t_5) و (t_6, t_7)
 (t_1, t_3) و (t_5, t_6)



گروه آموزشی ماز

۳۴- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^3 - 2t^2 + 3t - 14$ است. بزرگی اختلاف اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه دوم و ۲ ثانیه سوم حرکت متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که مقدار ثابت ۱۴- تأثیری بر مقادیر جابه‌جایی و سرعت متوسط ندارد و می‌توان سرعت متوسط را با کمک معادله $x = t^3 - 2t^2 + 3t$ نیز محاسبه کرد؛ بنابراین داریم:

$$\text{دوم } 3 \text{ ثانیه}: 3 \leq t < 6 \text{ s} : \begin{cases} t_1 = 3 \text{ s} : x_1 = 3^3 - 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 18 \text{ m} \\ t_2 = 6 \text{ s} : x_2 = 6^3 - 2 \times 6^2 + 3 \times 6 = 162 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{162 - 18}{6 - 3} = \frac{144}{3} = 48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{سوم } 2 \text{ ثانیه}: 4 \leq t < 6 \text{ s} : \begin{cases} t_1 = 4 \text{ s} : x_1 = 4^3 - 2 \times 4^2 + 3 \times 4 = 44 \text{ m} \\ t_2 = 6 \text{ s} : x_2 = 162 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{162 - 44}{6 - 4} = \frac{118}{2} = 59 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v'_{av} - v_{av} = 59 - 48 = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

معادله مکان - زمان

در این درس‌نامه می‌خواهیم اطلاعاتی را که از معادله مکان - زمان قابل استنباط است، بررسی کنیم. برای ساده‌تر شدن فهم موضوع از یک مثال استفاده می‌کنیم و با پاسخ دادن به سؤالات مختلف، معادله مکان - زمان را به‌طور کامل بررسی می‌کنیم.

مثال

معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI برابر $x = t^2 - 6t + 8$ است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۱- مکان متحرک در لحظات $t_1 = 1 \text{ s}$ و $t_2 = 6 \text{ s}$ را به‌دست آورید.

با جایگذاری زمان‌ها در معادله داریم:

$$t_1 = 1 \text{ s} \rightarrow x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3 \text{ m}$$

$$t_2 = 6 \text{ s} \rightarrow x_2 = 6^2 - (6 \times 6) + 8 = 8 \text{ m}$$

۲- جابه‌جایی متحرک بین لحظات $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ چند متر است؟

$$\begin{cases} t_1 = 1 \text{ s} : x_1 = 3 \text{ m} \\ t_2 = 6 \text{ s} : x_2 = 8 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8 - 3 = 5 \text{ m}$$

۳- سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 6 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5}{6 - 1} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴- بردار سرعت متوسط متحرک در ثانیه دوم حرکت در چه جهتی است؟

کافی است ببینیم متحرک در ثانیه دوم در جهت محور X جابه‌جا یا در خلاف آن جابه‌جا شده است.

$$\begin{cases} t_1 = 1 \text{ s} : x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3 \text{ m} \\ t_2 = 2 \text{ s} : x_2 = 2^2 - (6 \times 2) + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta x = 0 - 3 = -3 \text{ m}$$

بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط در خلاف جهت محور X هستند.



۵- بردار مکان متحرک در چه لحظاتی تغییر علامت می‌دهد؟

کافی است معادله مکان - زمان را تعیین علامت کنیم. برای این کار ریشه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

$$x = t^2 - 6t + 8 = (t-2)(t-4) \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

t	2	4
x	+	-

بنابراین در لحظات $t = 2s$ و $t = 4s$ ، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

گروه آموزشی ماز

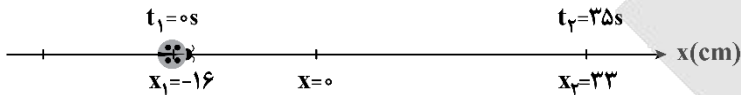
۳۵- شکل زیر، نشان‌دهنده کفش دوزکی است که بر روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 3.5s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -16cm$ و $x_2 = 33cm$ می‌گذرد. در این بازه زمانی، سرعت متوسط این کفش دوزک کدام است؟

(۱) $(1/4 \frac{m}{s})\vec{i}$

(۲) $(-1/4 \frac{m}{s})\vec{i}$

(۳) $(-1/4 \frac{cm}{s})\vec{i}$

(۴) $(1/4 \frac{cm}{s})\vec{i}$



(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(33cm)\vec{i} - (-16cm)\vec{i}}{3.5 - 0} = (1/4 \frac{cm}{s})\vec{i}$$

تجربی - ۹۸

۴۷- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40m$ می‌گذرد و در لحظه $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می‌رسد و در نهایت در لحظه $t_2 = 10s$ از مکان $x_2 = 20m$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۶

(۲) ۱۴

(۱) ۲۲

پاسخ تشریحی:

توجه کنید که جابه‌جایی و سرعت متوسط فقط به نقطه شروع و پایان حرکت بستگی دارد و ربطی به مسیر حرکت ندارد؛ بنابراین:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۳۶- متحرکی در راستای محور x در حال حرکت بوده و در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 7s$ به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -18m$ قرار دارد. اگر در این مدت، متحرک فقط یک بار تغییر جهت داده و تندی متوسط آن، ۵۰ درصد بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، در لحظه تغییر جهت حرکت، بردار مکان متحرک کدام است؟

(۲) $(7m)\vec{i}$ یا $(23m)\vec{i}$

(۱) $(7m)\vec{i}$ یا $(-23m)\vec{i}$

(۴) $(-7m)\vec{i}$ یا $(23m)\vec{i}$

(۳) $(-7m)\vec{i}$ یا $(-23m)\vec{i}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

چون تندی متوسط، ۵۰ درصد بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط است داریم:

$$s_{av} = \frac{3}{2} |v_{av}| \Rightarrow \frac{L}{\Delta t} = \frac{3}{2} \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{3}{2} |\Delta x| = \frac{3}{2} |-18 - 2| = 30m$$

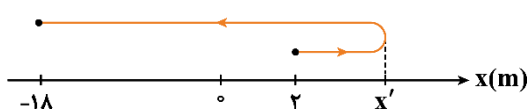
در ادامه، دو حالت مختلف را در نظر می‌گیریم:

حالت اول:

در لحظه t_1 متحرک در جهت محور x در حال حرکت باشد:

$$L = x' - 2 + x' - (-18) = 2x' + 16 = 30 \Rightarrow x' = 7m$$

$$\Rightarrow \vec{x}' = (7m)\vec{i}$$



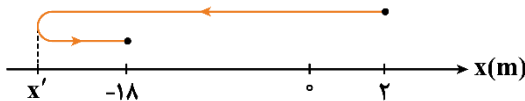


حالت دوم:

در لحظه t_1 متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت باشد:

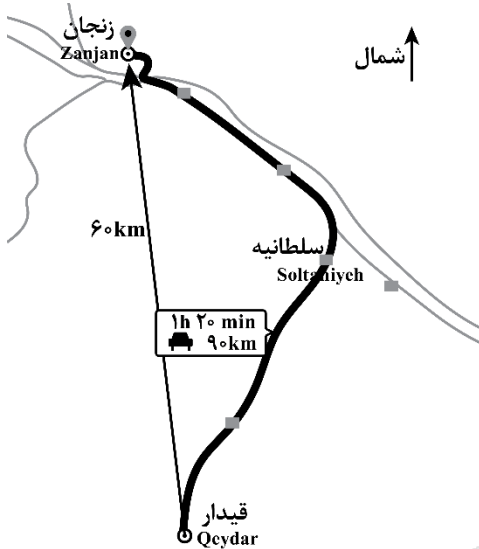
$$L = -18 - x' + 2 - x' = -2x' - 16 = 30 \Rightarrow x' = -23 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{بردار مکان متحرک در لحظه تغییر جهت حرکت: } \vec{x}' = (-23 \text{ m})\vec{i}$$



گروه آموزشی ماز

۳۷- متحرکی مطابق مسیر نشان داده شده از شهر قیدار به شهر زنجان رفته است. اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۶/۲۵

(۲) ۲۲/۵

(۳) ۱۲/۵

(۴) ۴۵

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

یک ساعت و بیست دقیقه همان $\frac{4}{3}h = (1 + \frac{20}{60})h$ است و داریم:

گام اول:

سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{4}{3}h} = 45 \frac{\text{km}}{h}$$

گام دوم:

تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{90 \text{ km}}{\frac{4}{3}h} = 67.5 \frac{\text{km}}{h}$$

گام آخر:

اختلاف این دو مقدار برابر است با:

$$s_{av} - v_{av} = 67.5 - 45 = 22.5 \frac{\text{km}}{h} = \frac{22.5}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- دو متحرک به طور هم زمان بر روی محور x ، از مبدأ مکان شروع به حرکت می کنند. سرعت متوسط متحرک A در ۲ ثانیه اول و دوم حرکت به ترتیب

$$(\frac{8 \text{ m}}{\text{s}})\vec{i} \text{ و } (-\frac{3 \text{ m}}{\text{s}})\vec{i} \text{ است و سرعت متوسط متحرک B در این دو بازه زمانی به ترتیب } (-\frac{4 \text{ m}}{\text{s}})\vec{i} \text{ و } (-\frac{6 \text{ m}}{\text{s}})\vec{i} \text{ است. فاصله دو متحرک در لحظه}$$

$t = 4 \text{ s}$ چند متر است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۳۰

(۲) ۱۵

(۱) ۴۵



گام اول:

جابه‌جایی متحرک A را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_{1A} = v_{1A} \Delta t = 8 \times 2 = 16 \text{ m} \\ \Delta x_{2A} = v_{2A} \Delta t = -3 \times 2 = -6 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A = 16 - 6 = 10 \text{ m} \xrightarrow{x_A = 0 \text{ m}} x_{fsA} = 10 \text{ m}$$

گام آخر:

جابه‌جایی متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

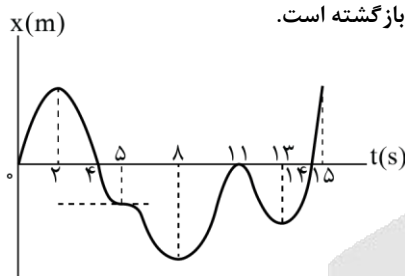
$$\begin{cases} \Delta x_{1B} = v_{1B} \Delta t = (-4) \times 2 = -8 \text{ m} \\ \Delta x_{2B} = v_{2B} \Delta t = (-6) \times 2 = -12 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B = -8 - 12 = -20 \text{ m} \xrightarrow{x_B = 0 \text{ m}} x_{fsB} = -20 \text{ m}$$

بنابراین فاصله دو متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر است با:

$$|x_{fsA} - x_{fsB}| = |10 - (-20)| = 30 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- با توجه به نمودار مکان - زمان زیر، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 5 \text{ s}$ افقی است.)



الف: متحرک چهار بار در مبدأ مکان بوده و یک بار به مبدأ مکان رسیده و بدون تغییر جهت بردار مکان، بازگشته است.

ب: متحرک یک بار توقف بدون تغییر جهت و چهار بار توقف با تغییر جهت داشته است.

پ: در ۵s اول حرکت، اندازه بردار مکان متحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت: جهت بردار مکان متحرک سه بار تغییر کرده است.

ث: جابه‌جایی کل در جهت محور x است.

۲ (۲)
۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

بررسی موارد:

الف

در لحظات ۰s، ۴s، ۱۱s و ۱۴s (چهار بار) متحرک در مبدأ مکان بوده ($x = 0$) و در لحظه ۱۱s متحرک از مکان منفی به مبدأ رسیده و دوباره به مکان منفی برگشته است (یک بار). (✓)

ب

در لحظه ۵s، متحرک توقف بدون تغییر جهت و در لحظات ۲s، ۸s، ۱۱s و ۱۳s (چهار بار) متحرک توقف با تغییر جهت داشته است. (✓)

پ

در ۵s اول حرکت، از لحظه ۰ تا ۲s اندازه بردار مکان متحرک افزایش یافته، از لحظه ۲s تا ۴s اندازه بردار مکان متحرک کاهش یافته و از لحظه ۴s تا ۵s، اندازه بردار مکان متحرک افزایش یافته است. (✗)

ت

در لحظه‌های ۴s و ۱۴s (دو بار) متحرک از مبدأ مکان عبور کرده و جهت بردار مکان آن عوض شده است. (✗)

ث

مکان متحرک در لحظه ۱۵s جلوتر از مکان متحرک در لحظه ۰s بوده و جابه‌جایی کل در جهت محور x است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۴۰- مطابق جدول زیر، سه متحرک A، B و C در مدت‌زمان‌های $\Delta t_A = 2 \text{ s}$ ، $\Delta t_B = 3 \text{ s}$ و $\Delta t_C = 5 \text{ s}$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند. چه تعداد از این متحرک‌ها بین مکان آغازین و مکان پایانی خود، حداقل یک بار تغییر جهت داشته‌اند؟

متحرک	مکان آغازین	مکان پایانی	تندی متوسط
متحرک A	$(-2/6 \text{ m}) \vec{i}$	$(6/4 \text{ m}) \vec{i}$	$4/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
متحرک B	$(-1/3 \text{ m}) \vec{i}$	$(-2/5 \text{ m}) \vec{i}$	$1/9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
متحرک C	$(2/6 \text{ m}) \vec{i}$	$(8/6 \text{ m}) \vec{i}$	$2/1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(۱) هیچ
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

می‌دانیم اگر تندی متوسط متحرک بزرگ‌تر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، متحرک در طول مسیر خود حداقل یک بار تغییر جهت داده است. پس اندازه سرعت متوسط هر یک از سه متحرک را به دست آورده و با تندی متوسط آن‌ها مقایسه می‌کنیم؛ بنابراین داریم:

متحرک A:

$$|v_{avA}| = \frac{|\Delta x_A|}{\Delta t_A} = \frac{|6/4 - (-2/6)|}{2} = 4/5 \frac{m}{s} \quad |v_{avA}| = s_{avA} \rightarrow \text{متحرک A تغییر جهت نداده است.}$$

متحرک B:

$$|v_{avB}| = \frac{|\Delta x_B|}{\Delta t_B} = \frac{|-2/5 - (-1/3)|}{3} = 0/4 \frac{m}{s} \quad |v_{avB}| < s_{avB} \rightarrow \text{متحرک B حداقل یک بار تغییر جهت داده است.}$$

متحرک C:

$$|v_{avC}| = \frac{|\Delta x_C|}{\Delta t_C} = \frac{|8/6 - 2/6|}{5} = 1/2 \frac{m}{s} \quad |v_{avC}| < s_{avC} \rightarrow \text{متحرک C حداقل یک بار تغییر جهت داده است.}$$

بنابراین متحرک‌های B و C حداقل یک بار بین مکان آغازین و مکان پایانی خود تغییر جهت داده‌اند.

گروه آموزشی ماز

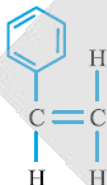
۴۱- کدام یک از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

- (۱) شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مولکول اوره، ۲ برابر شمار این پیوندها در مولکول $NOCl$ است.
- (۲) وازلین، همانند استیرن نوعی هیدروکربن به شمار رفته و یک نمونه از آن، در مقداری بنزین حل می‌شود.
- (۳) از هگزان، به‌عنوان یک پاک‌کننده برای زدودن مقداری ضدیخ از روی لباس‌ها می‌توان استفاده کرد.
- (۴) برای تهیه صابون‌های مایع، می‌توان روغن‌های گیاهی مایع را با محلول سود وارد واکنش کرد.

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

گریس، مخلوطی از هیدروکربن‌های سیرشده با فرمول شیمیایی تقریبی $C_{18}H_{38}$ و وازلین نیز مخلوطی از هیدروکربن‌های سیرشده با فرمول شیمیایی تقریبی $C_{25}H_{52}$ است. با توجه به بیشتر بودن شمار اتم‌های کربن در مولکول‌های سازنده وازلین، قدرت نیروهای وان‌دروالسی در این ماده قوی‌تر بوده و یک نمونه از آن در مقایسه با یک نمونه از گریس چسبنده‌تر است. استیرن نیز یک ترکیب آروماتیک با ساختار زیر است:



این دو ماده از جمله مواد هیدروکربنی بوده و گشتاور دوقطبی مولکول‌های سازنده آن‌ها برابر صفر است. به همین خاطر، این مواد در یک حلال ناقطبی مثل بنزین یا هگزان حل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اطلاعات مربوط به اوره به شرح زیر است:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
اوره	$CO(NH_2)_2$		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

در ساختار مولکول اوره، ۲ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم اکسیژن و یک جفت الکترون ناپیوندی نیز بر روی هر اتم نیتروژن وجود دارد؛ پس می‌توان گفت این مولکول در مجموع دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی و ۸ پیوند اشتراکی است. ساختار $NOCl$ نیز به‌صورت زیر است:



در ساختار این مولکول نیز ۳ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد.

۳ جدول زیر، اطلاعات ضدیخ (اتیلن گلیکول) را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
اتیلن گلیکول	CH_2OHCH_2OH		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

این ترکیب، عضوی از خانواده دی‌الکل‌ها (الکل‌های دوعاملی) بوده و به‌خاطر داشتن گروه‌های عاملی هیدروکسیل، کاملاً قطبی است. برای زدودن لکه‌های ایجاد شده از این ترکیب، باید از یک حلال قطبی مثل آب استفاده کنیم.

۴ صابون‌های جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب هستند. این صابون‌ها را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی مانند روغن زیتون، نارگیل و پیه با سدیم هیدروکسید (محلول سود) تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نیز نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

گروه آموزشی ماز

۴۲- کدام یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) اتیلن گلیکول، در ساختار خود گروه عاملی هیدروکسیل داشته و در تولید ضدیخ کاربرد دارد.
- (۲) در هر مولکول از یک اسید چرب سیرشده که ۱۵ اتم کربن دارد، ۳۰ اتم هیدروژن یافت می‌شود.
- (۳) انحلال‌پذیری اسیدهای چرب در هگزان، کمتر از انحلال‌پذیری این گروه از مواد در آب خالص است.
- (۴) در ساختار گروه عاملی موجود در اسیدهای چرب، یک اتم اکسیژن توسط دو پیوند یگانه به دو اتم دیگر متصل است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۱)

آب یک حلال قطبی بوده و هگزان یک حلال ناقطبی است. اسیدهای چرب، از جمله مواد ناقطبی هستند. انحلال‌پذیری مواد ناقطبی در مواد ناقطبی مثل هگزان، بیشتر از انحلال‌پذیری آن‌ها در آب است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اتیلن گلیکول، یک الکل دو عاملی (ترکیبی با دو گروه عاملی هیدروکسیل) است که از آن برای تولید ضدیخ استفاده می‌شود.

۲ فرمول مولکولی اسیدهای چرب سیرشده، به‌صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. در مولکول‌های سازنده این مواد، تعداد اتم‌های H دو برابر C است.



۴

اسیدهای چرب، نوعی کربوکسیلیک اسید با زنجیره کربنی بلند هستند. در ساختار گروه عاملی این مواد (گروه $-COOH$)، یک اتم اکسیژن توسط یک پیوند $O - C$ با یک اتم کربن و توسط یک پیوند $O - H$ با یک اتم هیدروژن متصل شده است.

گروه آموزشی ماز

۴۳- درصد جرمی اتم‌های اکسیژن در ساختار نوعی اسید چرب سیرشده برابر با $12/5\%$ است. در ساختار هر مولکول از این اسید چرب، چند پیوند اشتراکی یگانه بین اتم‌ها وجود دارد؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۳۹ (۴)

۴۲ (۳)

۴۵ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

(آسان - مسئله - ۱۲۰۱)

فرمول مولکولی کلی اسیدهای چرب سیرشده به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است. با توجه به جرم مولی اتم‌های موجود در ساختار این ماده، جرم هر مول از ترکیب مورد نظر برابر با $14n + 32$ گرم می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{جرم مولی اکسیژن} \times 2}{\text{جرم مولی } C_nH_{2n}O_2} \times 100 \Rightarrow 12/5 = \frac{2 \times 16}{14n + 32} \times 100 \Rightarrow n = 16$$

بر این اساس، می‌توان گفت فرمول مولکولی اسید چرب مورد نظر به صورت $C_{16}H_{32}O_2$ است، پس داریم:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(4 \times C) + (2 \times O) + (1 \times H)}{2} = \frac{(4 \times 16) + (2 \times 2) + (1 \times 32)}{2} = 50$$

در ساختار این ماده، مجموعاً ۵۰ پیوند اشتراکی وجود دارد. از بین این ۵۰ پیوند، ۴۸ پیوند یگانه بوده و بین اتم‌ها برقرار شده‌اند و یک پیوند نیز دوگانه است و در ساختار گروه عاملی کربوکسیل وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۴۴- با توجه به ساختار مقابل که مدلی از مولکول اسیدهای چرب را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟



(۱) جاذبه بین مولکولی غالب بین ذرات سازنده این ماده، از نوع نیروی وان‌دروالسی است.

(۲) اگر بخش B از این مولکول فاقد پیوند دوگانه باشد، این ماده با بخار برم واکنش نمی‌دهد.

(۳) عناصر موجود در ساختار قسمت B این مولکول، در ساختار ذرات سازنده وازلین نیز یافت می‌شوند.

(۴) بخش A، شامل اتم‌های C، O و H شده و قسمت ناقطبی این مولکول را تشکیل می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

بخش A (گروه عاملی کربوکسیل) از مولکول مورد نظر، شامل اتم‌های C، O و H می‌باشد و قسمت قطبی این مولکول را تشکیل می‌دهد. این بخش از مولکول مورد نظر، توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ چون اسیدهای چرب در کل ناقطبی هستند، جاذبه بین مولکولی غالب بین ذرات سازنده این ماده، از نوع نیروی وان‌دروالسی است.
- ۲ اگر بخش B (زنجیره هیدروکربنی) از مولکول یک اسید چرب فاقد پیوند دوگانه باشد، این ماده سیرشده بوده و یک نمونه از آن با بخار برم واکنش نمی‌دهد. توجه داریم که فقط پیوندهای دوگانه و سه‌گانه کربن-کربن توانایی واکنش دادن با بخار برم را دارند.
- ۳ در ساختار قسمت B (زنجیره هیدروکربنی) این مولکول، عناصر هیدروژن و کربن وجود دارند. در ساختار وازلین نیز عناصر کربن و هیدروژن یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۴۵- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

الف - نسبت میان شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ساختار صابون‌های جامد برابر با مقدار این نسبت در منیزیم کلرید است.

ب - فرمول شیمیایی کلی برخی از پاک‌کننده‌های صابونی مایع را می‌توان به صورت $RCOOK$ نشان داد.

ج - کلئیدها، از جمله مخلوط‌های پایدار بوده و یک نمونه از آن‌ها حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان هستند.

د - پاک‌کننده‌های صابونی را با استفاده از روغن‌های گیاهی گوناگون و یا پیه تهیه می‌کنند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

عبارت‌های (ب) و (د) درست است.

بررسی موارد:

«الف»: فرمول شیمیایی صابون‌های جامد به صورت $RCOONa$ است. نسبت میان شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ساختار این ماده برابر با ۱ است. نسبت میان شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در ساختار منیزیم کلرید با فرمول شیمیایی $MgCl_2$ ، برابر با $0/5$ است.

«ب»: فرمول شیمیایی کلی پاک‌کننده‌های صابونی مایع را می‌توان به صورت $RCOOK$ و یا $RCOONH_4$ نشان داد. در ساختار این مواد، کاتیون آمونیوم و یا پتاسیم وجود دارد.

«ج»: کلئیدها، انواعی از مخلوط‌های پایدار بوده و یک نمونه از آنها، حاوی توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند. این مواد با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند.
«د»: پاک‌کننده‌های صابونی مختلف را می‌توان با استفاده از روغن‌های گیاهی گوناگون (مثل روغن نارگیل یا روغن زیتون) و یا پیه تهیه کرد.

گروه آموزشی ماز

۴۶- فرمول مولکولی نوعی استر سنگین، به صورت $C_{84}H_{92}O_6$ است. در ساختار هریک از اسیدهای چرب سازنده این استر، چند پیوند $C-C$ وجود دارد؟
(اسیدهای چرب سازنده استر مورد نظر، کاملاً یکسان و غیرحلقوی بوده و در ساختار این اسیدهای چرب پیوند سه‌گانه وجود ندارد).

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

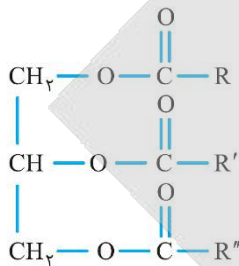
۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

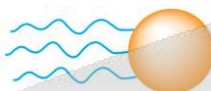
(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ساختار کلی استرهای سنگین موجود در مخلوط چربی‌ها به صورت زیر است:



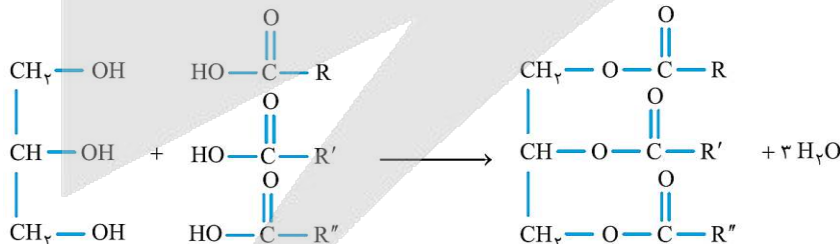
ساختار مولکولی این مواد را به صورت زیر نیز می‌توان نشان داد:



چون استر مورد نظر با استفاده از ۳ اسید چرب یکسان ساخته شده است، پس می‌توان گفت بخش‌های R ، R' و R'' موجود در ساختار این ترکیب مشابه یکدیگر هستند. اگر بخش‌های R ، R' و R'' در مولکول بالا کاملاً سیرشده باشند، فرمول مولکولی این استر به صورت $C_nH_{2n-4}O_6$ می‌شود، پس فرمول شیمیایی استر سنگین سیرشده‌ای که در ساختار خود دارای ۵۴ اتم کربن باشد، به صورت $C_{84}H_{92}O_6$ خواهد بود. توجه داریم که این استر، با استفاده از ۳ اسید چرب ۱۷ کربنی و یک الکل سه عاملی سه کربنی ساخته شده است.

به ازای هر پیوند دوگانه که در ساختار بخش‌های R ، R' و R'' از مولکول فوق قرار بگیرد، ۲ عدد از اتم‌های هیدروژن موجود در این ترکیب حذف می‌شوند، پس می‌توان گفت استری با فرمول شیمیایی $C_{84}H_{92}O_6$ ، نسبت به استر سیرشده‌ای با فرمول شیمیایی $C_{84}H_{100}O_6$ ، تعداد ۱۲ اتم هیدروژن کمتر دارد، پس این استر مجموعاً ۶ پیوند دوگانه $C=C$ بیشتر دارد. به عبارت دیگر، در هریک از بخش‌های R ، R' و R'' استر داده‌شده، دو پیوند $C=C$ وجود دارد. تا به اینجا کار، متوجه شدیم که در ساختار هریک از اسیدهای چرب مصرف‌شده برای تولید استر نهایی، ۲ پیوند $C=C$ وجود دارد، اما توجه داریم که هر اسید چرب دارای ۱ پیوند دوگانه $C=O$ نیز در ساختار خود است، پس مجموع شمار پیوندهای دوگانه در هریک از اسیدهای چرب مصرف‌شده برابر با ۳ عدد خواهد شد.

در ساختار استر داده‌شده با فرمول مولکولی $C_{84}H_{92}O_6$ ، مجموعاً ۵۴ اتم کربن وجود دارد که از این تعداد اتم کربن، ۳ مورد از آنها از یک الکل سه عاملی آمده و ۵۱ مورد از آنها از اسیدهای چرب آمده‌اند. واکنش تولید این ترکیب استری به صورت زیر خواهد بود:



سه اسید چرب مصرف‌شده در این واکنش، در ساختار خود مجموعاً ۵۱ اتم کربن دارند، پس در ساختار مولکولی هر یک از این مواد ۱۷ اتم کربن یافت می‌شود. ۱۷ اتم کربن، مجموعاً توسط ۱۶ پیوند کربن-کربن به یکدیگر متصل شده‌اند که از این ۱۶ پیوند کربن-کربن، ۲ پیوند دوگانه و ۱۴ پیوند به صورت یگانه است.

گروه آموزشی ماز

۴۷- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) استفاده از صابون سبب کاهش میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی شده است.
- (۲) مولکول‌های عسل دارای تعداد زیادی گروه عاملی کربوکسیل در ساختار خود بوده و با آب پیوند هیدروژنی می‌دهند.
- (۳) شاخص امید به زندگی به عوامل گوناگونی بستگی داشته و مقدار آن در مناطق برخوردار جهان در حال کم شدن است.
- (۴) وبا به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شیوع پیدا کرده و پس از واکسیناسیون، از همه‌گیری آن جلوگیری شده است.



استفاده از صابون و سایر شوینده‌ها، با از بین بردن بخشی از میکروب‌های موجود در محیط، سبب شد تا میزان آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش پیدا کند.

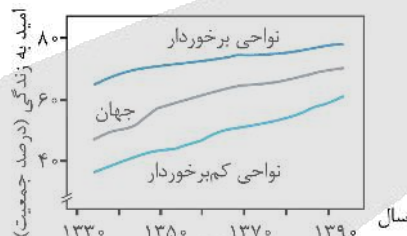
۳ اثر شوینده‌ها بر بهداشت

پاکیزگی و بهداشت همواره در زندگی جایگاه و اهمیت شایانی داشته است. انسان‌ها با الهام از طبیعت و شناخت مولکول‌ها و رفتار آن‌ها، راهی برای زدودن آلودگی‌ها پیدا کردند. راهی که با استفاده از مواد شوینده هموارتر می‌شود. این مواد بر اساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند. یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رود و رودخانه این بود که با دسترسی به آب، بدن خود را بشوید و ابزار، ظروف و محیط زندگی خود را تمیز نگه دارد. با گذشت زمان، استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع گسترش یافت و سبب شد تا میکروب‌ها، آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافته و سطح بهداشت جامعه افزایش یابد.

بررسی گزینه‌ها:

۲ لکه غسل به راحتی با آب شسته شده و در آن پخش می‌شود، چراکه غسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارند. هنگامی که غسل وارد آب می‌شود، مولکول‌های سازنده آن با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند و در سرتاسر آن پخش می‌شوند. به این ترتیب، آب پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند، شربت آبلیمو و چای شیرین است.

۳ شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است. توجه داریم که مقدار این شاخص در مناطق کم‌برخوردار جهان، همانند مناطق برخوردار جهان، رو به افزایش یافتن است. نمودار زیر، روند تغییر شاخص امید به زندگی را در مناطق مختلف جهان نشان می‌دهد:



۴ بیماری وبا یک بیماری واگیردار است و در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است و طی این فرایند جان میلیون‌ها انسان را گرفته است. این بیماری به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود. بیماری وبا، هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدیدکننده باشد و هنوز هم امکان همه‌گیری آن در سطح جهان وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۴۸- کدام یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

- ۱) دمای ذوب یک پاک‌کننده با فرمول $C_{18}H_{35}O_2Na$ ، بیشتر از دمای ذوب پاک‌کننده‌ای با فرمول $C_{18}H_{29}O_2NH_4$ است.
- ۲) بار منفی بخش آنیونی سازنده صابون‌های جامد، به‌طور عمده متعلق به قسمت آبدوست از این ماده خواهد بود.
- ۳) همه مخلوط‌هایی که نور را هنگام عبور از خود پخش می‌کنند، ناپایدار بوده و با گذشت زمان ته‌نشین می‌شوند.
- ۴) ذرات سازنده صابون، توانایی برقراری پیوند مناسب با مولکول‌های سازنده اسیدهای چرب را دارند.

کلوئیدها مخلوط‌هایی هستند که حاوی توده‌های مولکولی بوده و به همین خاطر، نور را هنگام عبور از خود پخش می‌کنند، اما توجه داریم که کلوئیدها پایدار بوده و با گذشت زمان ته‌نشین نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ کاتیون موجود در ساختار صابون، حالت فیزیکی آن را مشخص می‌کند. یک پاک‌کننده با فرمول $C_{18}H_{35}O_2Na$ در دمای اتاق حالت جامد دارد، اما پاک‌کننده با فرمول $C_{18}H_{29}O_2NH_4$ ، در دمای اتاق به حالت مایع است؛ پس می‌توان گفت یک پاک‌کننده با فرمول $C_{18}H_{35}O_2Na$ نسبت به پاک‌کننده دیگر دمای ذوب بالاتری دارد.

۲ بار منفی بخش آنیونی سازنده صابون‌های جامد، به‌طور عمده متعلق به قسمت آبدوست از این ماده خواهد بود و به همین خاطر است که این بخش، قطبی به شمار می‌رود.

۴ ذرات سازنده صابون، توانایی برقراری پیوند مناسب با مولکول‌های سازنده چربی‌ها و اسیدهای چرب را دارند و به همین علت، در چربی حل می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۴۹- یک نمونه بنزین به حجم ۵ لیتر و با چگالی 0.855 g.mL^{-1} در ساختار خود حاوی چند اتم کربن می‌شود؟

$$(C = 12, H = 1 : \text{g.mol}^{-1})$$

$$1/8.06 \times 10^{26} \quad (۴)$$

$$1/8.06 \times 10^{25} \quad (۳)$$

$$1/2.04 \times 10^{26} \quad (۲)$$

$$1/2.04 \times 10^{25} \quad (۱)$$

(آسان - مسئله - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بنزین، مخلوطی از آلکان‌های مختلف است که با فرمول مولکولی تقریبی C_8H_{18} مشخص می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت بنزین از ذرات ناقطبی ساخته شده است. در رابطه با این نمونه بنزین، داریم:

$$? \text{ mol } C = 5 \text{ L } C_8H_{18} \times \frac{1000 \text{ mL } C_8H_{18}}{1 \text{ L } C_8H_{18}} \times \frac{0.855 \text{ g } C_8H_{18}}{1 \text{ mL } C_8H_{18}} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{18}}{114 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{8 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } C_8H_{18}} = 300 \text{ mol}$$

در قدم بعد، تعداد اتم‌های کربن موجود در نمونه مورد نظر را با توجه به مقدار مول این عنصر محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom } C = 300 \text{ mol } C \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom } C}{1 \text{ mol } C} = 1.806 \times 10^{26} \text{ atom}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- کدام موارد زیر درست هستند؟

الف - با گسترش استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت، عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافت.

ب - شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد که انسان‌ها با توجه به خطرات مختلف، حداقل چند سال زندگی می‌کنند.

ج - در سال‌های اخیر، شاخص امید به زندگی در مناطق برخوردار بیشتر از مناطق کم برخوردار افزایش پیدا کرده است.

د - آگاهی بیشتر از علم شیمی، کمک می‌کند تا چگونگی عملکرد انواع پاک‌کننده‌ها را بیشتر درک کنیم.

(۴) «الف» و «د»

(۳) «ب» و «د»

(۲) «ب» و «ج»

(۱) «الف» و «ج»

(آسان - حفظی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

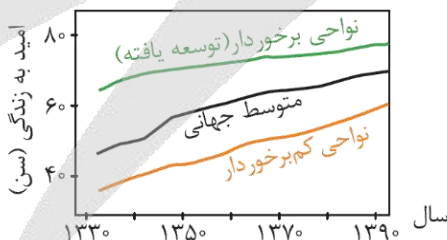
عبارت‌های (الف) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: پاکیزگی و بهداشت همواره در زندگی جایگاه و اهمیت شایانی داشته است. انسان‌ها با الهام از طبیعت و شناخت مولکول‌ها و رفتار آن‌ها، راهی برای زدودن آلودگی‌ها پیدا کردند. راهی که با استفاده از مواد شوینده هموارتر می‌شود. این مواد بر اساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند. یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رود و رودخانه این بود که با دسترسی به آب، بدن خود را بشوید و ابزار، ظروف و محیط زندگی خود را تمیز نگه دارد. با گذشت زمان، استفاده از صابون و توجه به نظافت و بهداشت در جوامع گسترش یافت و سبب شد تا میکروب‌ها، آلودگی‌ها و عوامل بیماری‌زا در محیط‌های فردی و همگانی کاهش یافته و سطح بهداشت جامعه افزایش یابد.

«ب»: شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به‌طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است.

«ج»: در طول ۶۰ سال اخیر، میزان امید به زندگی هم برای مناطق برخوردار جهان و هم برای مناطق کم‌برخوردار جهان افزایش پیدا کرده است. هر چند که میزان این افزایش برای مناطق کم‌برخوردار، بیشتر از مناطق برخوردار بوده است، اما هنوز هم میزان امید به زندگی در نواحی برخوردار جهان در حدود ۲۰ سال بیشتر از مناطق کم‌برخوردار است. نمودار زیر، روند تغییر امید به زندگی در جهان را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته و مقدار آن به نواحی برخوردار نزدیک‌تر شده است.

«د»: آگاهی بیشتر از علم شیمی، کمک می‌کند تا ساختار مواد مختلف را شناخته و چگونگی عملکرد انواع پاک‌کننده‌ها از جمله صابون‌ها را بیشتر درک کنیم.

گروه آموزشی ماز

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

