

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جمع بندی و ارزیابی پایه یازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۹ تیر ماه ۱۴۰۴

ردیف	ماده امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت زمان پاسخ گویی	ملاحظات
			از	تا		
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه	۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۴ سؤال	هندسه تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۴ سؤال	حسابان تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۹ سؤال
شیمی تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	فیزیک تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۱۱ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

- یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه یازدهم
- پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)
- یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- از آزمون ۲ مردادماه دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) به آزمون اضافه می شود.
- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی تراز و کارنامه جدا دریافت می کنید.

ویژه دانش آموزان پیش از





۱- در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول برابر ۵۶۵ و مجموع ۵ جمله دوم برابر ۴۹۰ است. تعداد جملات مثبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۳۰ (۴) ۳۱

۲- معادله $mx^2 + 2(2-m)x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ $[]$ نماد جزء صحیح است.

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) صفر

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + k = 0$ و $\frac{k}{\alpha} - 1$ و $\frac{k}{\beta} - 1$ ریشه‌های معادله $x^2 - x + 2k = 0$ باشند، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴- اختلاف جواب‌های معادله $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{3-x} = 3$ چقدر است؟

- (۱) $0/48$ (۲) $0/96$ (۳) $0/84$ (۴) $0/64$

۵- خط $3x - 4y = k$ در نقطه‌ای به طول ۳- بر دایره‌ای به مرکز $O(3, 0)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۶- اگر دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{(m-1)x^2 - 2mx + m + 2}$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m < 1$ (۲) $1 < m \leq 2$ (۳) $m \geq 2$ (۴) $-2 \leq m < 1$

۷- به ازای کدام مقدار a ، نمودار وارون تابع $f(x) = 4x + 2\sqrt{x+3a}$ خط $4y - 2x = 0$ را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{57}{12}$ (۳) $\frac{57}{4}$ (۴) $\frac{9}{4}$

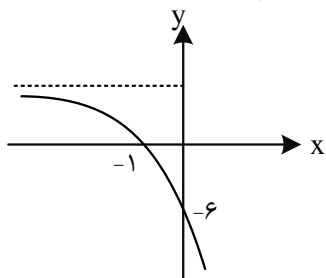
محل انجام محاسبات



۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{2x-3}$ ، دامنه تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۹- نمودار تابع $f(x) = a \times 9^{bx+1} + 3$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a - b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۲
(۳) $-\frac{3}{2}$
(۴) -۲

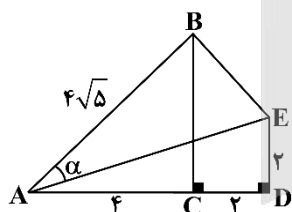
۱۰- اگر ${}^2\log_a = 5$ ، مقدار $a^{\log_3}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۵

۱۱- با فرض $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ و $\cot \beta = 3$ ، حاصل $\frac{\sin^2(\alpha - \frac{3\pi}{2}) - \sin^2(3\pi + \beta)}{\cos^2(\pi + \beta) + \cos^2(\alpha - \frac{\pi}{4})}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{11}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{7}{11}$

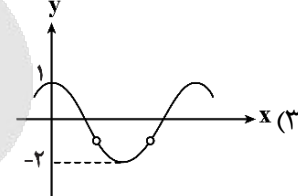
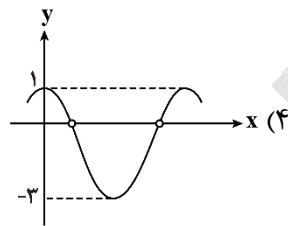
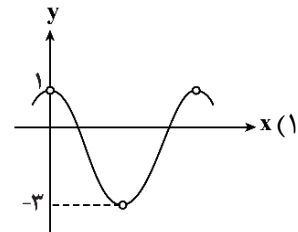
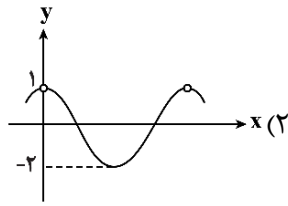
۱۲- در شکل مقابل، مقدار $\sin 2\alpha$ چقدر است؟



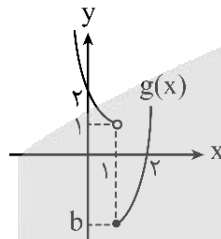
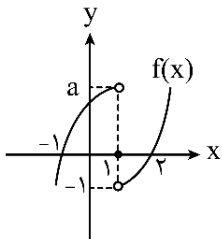
- (۱) ۱
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

محل انجام محاسبات

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{\sin x}$ به کدام صورت است؟



۱۴- نمودار توابع f و g داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g)(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g)(x) = 2$ باشد، آن‌گاه حاصل ab کدام است؟



است؟

(۱) -۶

(۲) -۵

(۳) -۴

(۴) -۳

۱۵- اگر k عددی حقیقی و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-1}{x-2} = k$ باشد، $a-k$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۲) -۱

(۱) $-\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۶- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [\cos x - 1] & x > \pi \\ -a \cos^2 x & x = \pi \\ [\sin x] - b[-\sin x] & x < \pi \end{cases}$ در نقطه $x = \pi$ پیوسته است. $a - b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) صفر

(۲) -۲

(۱) -۴

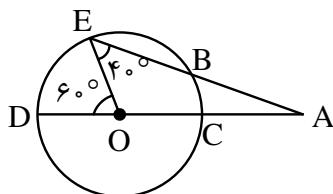
۱۷- در شکل مقابل، AB چند برابر شعاع دایره است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



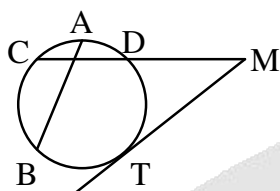
۱۸- وتر AB به طول ۲۰ توسط وتر CD به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، اگر CD توسط AB به دو قسمت مساوی تقسیم و اندازه مماس MT برابر با ۸ باشد، MD کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۲



۱۹- خط $2x + y = 1$ را حول نقطه $O(0, 1)$ به اندازه $\alpha = 90^\circ$ دوران می‌دهیم. مساحت ناحیه‌ای که خط تصویر با محورهای مختصات می‌سازد، کدام است؟

(۴) $2/5$

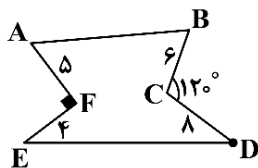
(۳) ۲

(۲) $1/5$

(۱) ۱

محل انجام محاسبات

۲۰- زمینی به شکل چندضلعی $ABCDEF$ مفروض است. دور این زمین را حصار کشیده‌ایم، می‌خواهیم بدون این‌که اندازه حصار و تعداد اضلاع زمین تغییر کند، مساحت زمین را افزایش بدهیم. میزان افزایش مساحت چقدر است؟



(۱) $10 + 12\sqrt{3}$

(۲) ۴۴

(۳) $20 + 24\sqrt{3}$

(۴) ۳۶

۲۱- در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 10^\circ$ و $\hat{B} = 20^\circ$ است. اگر $AB = 10$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟

(۴) $5\sqrt{3}$

(۳) $10\sqrt{3}$

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

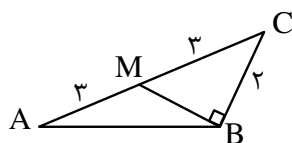
۲۲- در شکل زیر، طول AB چقدر است؟

(۱) ۵

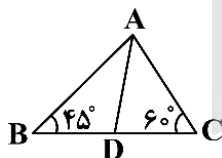
(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) $2\sqrt{6}$



۲۳- در مثلث روبرو، $\hat{C} = 60^\circ$ و $\hat{B} = 45^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، $\frac{S_{\Delta ADC}}{S_{\Delta ABD}}$ کدام است؟



(۲) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات



۲۴- گزاره $p \Rightarrow [q \Rightarrow (\sim p \wedge q)]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- (۱) $q \Rightarrow p$ (۲) $p \vee q$ (۳) p (۴) q

۲۵- اگر $A = [1, 4]$ و $B = [-1, 3]$ باشند، مساحت ناحیه متناظر با مجموعه $A \times B - B \times A$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۶- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۲۷- کیسه A دارای یک مهره سفید و ۲ مهره سیاه و کیسه B دارای ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از کیسه A ، ۱ مهره و از کیسه B ، ۲ مهره به تصادف برمی‌گزینیم و در یک کیسه خالی می‌ریزیم. حال از کیسه جدید دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره غیرهم‌رنگ باشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۸- ۲ نفر به سمت هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه در یک بار تیراندازی، تیر به هدف بخورد برای اولی $\frac{6}{10}$ و برای دومی $\frac{8}{10}$ است. احتمال اینکه تنها یکی از تیرها به هدف بخورد کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{4}{10}$ (۳) $\frac{5}{10}$ (۴) $\frac{6}{10}$

۲۹- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده‌های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش‌آموز ابتدایی در یک سال برحسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه کدام است؟ $(\sqrt{5} \approx 2.2)$

۵۰، ۵۹، ۵۷، ۳۹، ۴۶، ۴۲، ۳۷، ۳۲، ۵۶، ۵۴

- (۱) $\frac{0.7}{0.9}$ (۲) $\frac{0.9}{0.9}$ (۳) $\frac{0.12}{0.12}$ (۴) $\frac{0.15}{0.15}$

۳۰- در جامعه‌ای به شکل $\{6, 7, 8, 9, 10\}$ احتمال آن که نمونه‌ای ۲ عضوی، میانگین را ۸ برآورد کند، کدام است؟

- (۱) $\frac{0.2}{0.2}$ (۲) $\frac{0.3}{0.3}$ (۳) $\frac{0.4}{0.4}$ (۴) $\frac{0.42}{0.42}$

محل انجام محاسبات



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



جمع بندی و ارزیابی پایه یازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۹ تیر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۵۰ سؤال	۳۵ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک	۱
۶۰ دقیقه	۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

بودجه بندی دروس این آزمون

آمار و احتمال تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۴ سؤال	هندسه تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۴ سؤال	حسابان تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۹ سؤال
شیمی تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۱۰ سؤال	فیزیک تمام مباحث پایه یازدهم سهم در کنکور: ۱۱ سؤال	

استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)

- یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پایه یازدهم
- پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم (یازدهم)
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم یا یازدهم)
- یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- از آزمون ۲ مردادماه دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه دوازدهم) به آزمون اضافه می شود.
- شما می توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی تراز و کارنامه جدا دریافت می کنید.

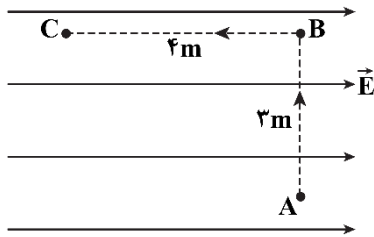
ویژه دانش آموزان پیشاز



۳۱- یک ذره به جرم 20g و اندازه بار الکتریکی $|q| = 40\mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی قائم و رو به بالا معلق است. اندازه میدان الکتریکی و نوع بار ذره کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) 5×10^3 و مثبت (۲) 5×10^3 و منفی (۳) 2×10^3 و مثبت (۴) 2×10^3 و منفی

۳۲- مطابق شکل زیر، درون یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $-5\mu\text{C}$ از نقطه A تا C از مسیر نشان داده شده جابه‌جا می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند و اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



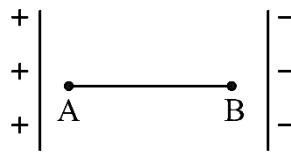
(۱) $0/2$ ژول کاهش می‌یابد، 30000

(۲) $0/2$ ژول کاهش می‌یابد، صفر

(۳) $0/2$ ژول افزایش می‌یابد، 30000

(۴) $0/2$ ژول افزایش می‌یابد، صفر

۳۳- ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -5\text{mC}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به طرف نقطه B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن 100mJ تغییر می‌کند. $V_B - V_A$ چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف نظر شود.)



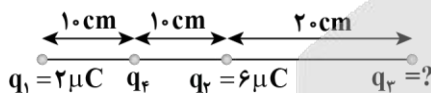
(۱) 20

(۲) -20

(۳) -50

(۴) 50

۳۴- در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟



(۲) 18

(۱) -18

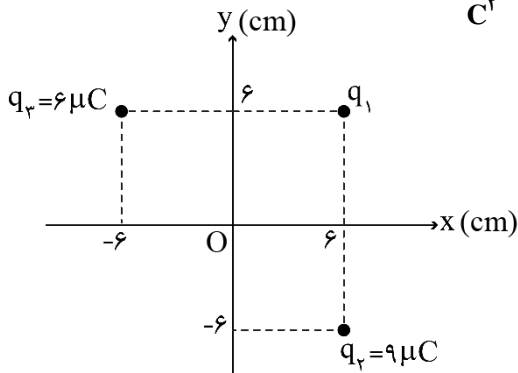
(۴) -36

(۳) 36

محل انجام محاسبات

۳۵- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در صفحه xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مبدأ مختصات)

در SI، برابر $\frac{N}{C}$ $6/25 \times 10^{-6}$ است. $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$



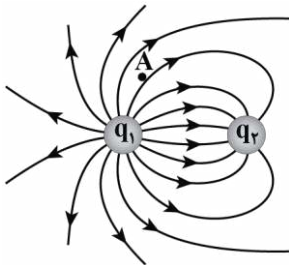
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۳۶- خطوط میدان الکتریکی برای دو کره رسانای باردار کوچک در شکل زیر نشان داده شده است. کدام یک از عبارت‌های



زیر صحیح است؟

الف: بار q_1 مثبت است.

ب: نیروی الکتریکی بین بارها از نوع جاذبه است.

پ: اگر یک الکترون را در نقطه A رها کنیم، نیرویی در جهت $\nearrow$ به آن وارد می‌شود.

ت: اندازه بارهای q_1 و q_2 برابر است.

(۴) «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «پ»

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «الف» و «ب»

۳۷- یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت 100 cm^2 ساخته شده که در فاصله 5 mm از هم قرار دارند و فاصله بین

آنها با دی الکتریکی انعطاف پذیر با ثابت ۴ پر شده است. اگر فاصله بین صفحه‌های خازن را 3 mm کاهش دهیم،

ظرفیت خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ $(\epsilon_0 = 8/85 \frac{pF}{m})$

(۴) $47/2$

(۳) $70/8$

(۲) $124/4$

(۱) $106/2$

۳۸- دو کره مشابه و فلزی با شعاع 2 cm دارای بارهای الکتریکی 10 nC و 50 nC هستند. اگر آنها را به هم تماس دهیم،

چگالی سطحی بار الکتریکی هر کره چند واحد SI می‌شود؟ $(\pi = 3)$

(۴) $1/25 \times 10^{-9}$

(۳) $1/25 \times 10^{-6}$

(۲) $6/25 \times 10^{-9}$

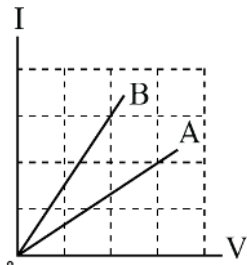
(۱) $6/25 \times 10^{-6}$

محل انجام محاسبات

۳۹- در یک آذرخش ۲GJ انرژی تحت اختلاف پتانسیل ۵۰MV در بازه زمانی ۰/۲۰s آزاد می‌شود. جریان متوسط در این یورش آذرخش و توان الکتریکی آزاد شده در ۰/۲۰s به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI هستند؟

- (۱) ۲۰۰، ۱۰^{۱۰} (۲) ۲۰۰، ۱۰^{۱۱} (۳) ۵۰، ۱۰^{۱۰} (۴) ۵۰، ۱۰^{۱۱}

۴۰- شکل زیر، رابطه بین جریان عبوری از مقاومت‌های A و B و اختلاف پتانسیل دو سر آن مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟



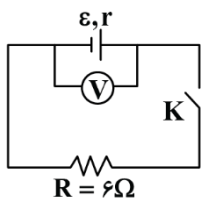
(۲) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{9}{4}$

(۱) $\frac{4}{9}$

(۳) $\frac{3}{2}$

۴۱- در مدار شکل زیر، اگر کلید باز باشد، ولت‌سنج ۲۴ ولت و اگر کلید بسته شود، ولت‌سنج ۱۸ ولت را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۶

۴۲- مقاومت ویژه سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژه سیم B و طول سیم A، ۲ برابر طول سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی این دو سیم با هم برابر باشد، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟

(۴) $\sqrt{6}$

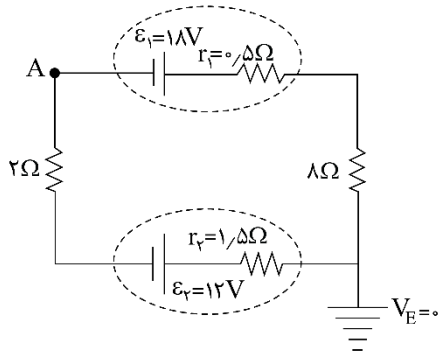
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

(۱) ۶

محل انجام محاسبات

۴۳- در مدار زیر، پتانسیل نقطه A چند ولت است؟



(۱) $-22/25$

(۲) $-13/75$

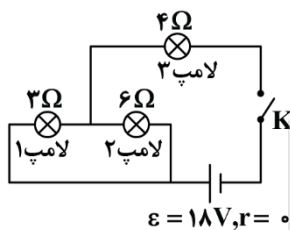
(۳) $13/75$

(۴) $22/25$

۴۴- در پدیده ابر رسانایی، مقاومت ویژه جسم با کاهش دما:

- (۱) با شیب ثابتی به صفر می‌رسد و در دماهای پایین‌تر نیز صفر می‌ماند.
- (۲) کاهش می‌یابد و در دمای خاصی، ناگهان به مقدار زیادی افزایش می‌یابد.
- (۳) در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و با ادامه کاهش دما، دوباره افزایش می‌یابد.
- (۴) در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر، همچنان صفر می‌ماند.

۴۵- در شکل مقابل، وقتی کلید بسته شود، توان مصرفی لامپ (۱)، چند وات می‌شود؟



(۱) ۳

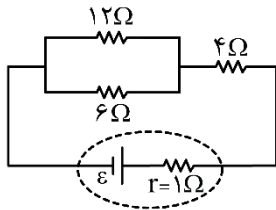
(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

۴۶- در مدار زیر، اگر جای مقاومت ۴ اهمی و ۶ اهمی عوض شود، توان خروجی باتری چند درصد تغییر می کند؟



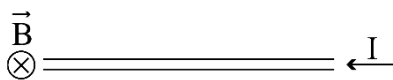
(۱) ۸/۸۷۵

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲/۵

(۴) ۱۵

۴۷- مطابق شکل زیر، سیم مستقیمی به طول $2/4\text{ m}$ حامل جریان $2/5\text{ A}$ از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم $5^\circ/\text{G}$ و جهت آن از جنوب به شمال است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم، کدام است؟



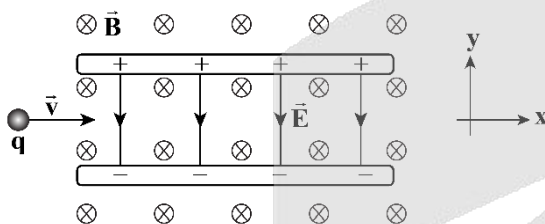
(۲) $3 \times 10^{-4}\text{ N}$ ، بالا

(۴) $3 \times 10^{-4}\text{ N}$ ، پایین

(۱) $3 \times 10^{-5}\text{ N}$ ، بالا

(۳) $3 \times 10^{-5}\text{ N}$ ، پایین

۴۸- مطابق شکل، ذره باردار با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می شود که میدان های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازه این میدان ها برابر $E = 9000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 0/18\text{ T}$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



(۱) مثبت، 5×10^4

(۲) مثبت، 2×10^4

(۳) مثبت یا منفی، 5×10^4

(۴) مثبت یا منفی، 2×10^4

۴۹- با استفاده از دو سیم نازک با طول های یکسان، دو پیچه مسطح ساخته ایم که تعداد دور اولی دو برابر تعداد دور دومی است. اگر از این دو پیچه، جریان یکسان عبور دهیم، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه اولی چند برابر دومی است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

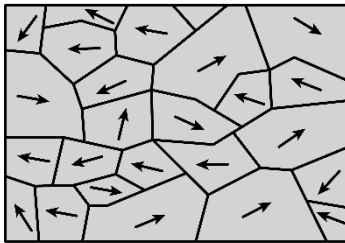
(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۴

(۱) ۲

محل انجام محاسبات

۵۰- شکل زیر، مربوط به کدام ماده مغناطیسی است و آن ماده در چه شرایطی قرار دارد؟



(۱) ماده فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف

(۲) ماده پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف

(۳) ماده پارامغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

(۴) ماده فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

۵۱- قایم مستطیل شکل با مساحت 5 cm^2 شامل N حلقه بوده و مقاومت آن 9Ω است. سطح این قاب، عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی $90^\circ G$ قرار دارد. این قاب 180° می‌چرخد تا دوباره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار بگیرد. اگر میزان بار القایی در قاب 60 میلی‌کولن باشد، N کدام است؟

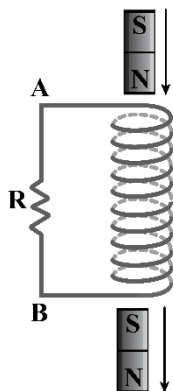
(۴) 1200

(۳) 600

(۲) 120

(۱) 60

۵۲- مطابق شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای از بالای یک سیملوله در راستای قائم رها شده و بعد از عبور از داخل سیملوله از آن خارج می‌شود. جهت جریان القایی در مقاومت الکتریکی R به ترتیب از راست به چپ هنگام ورود آهنربا و هنگام خروج از آن است.



(۱) از A به B - از B به A

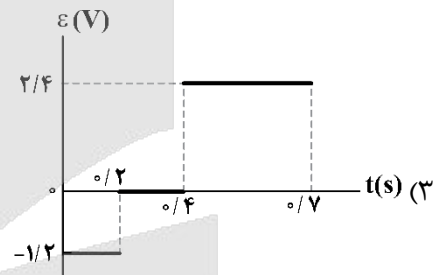
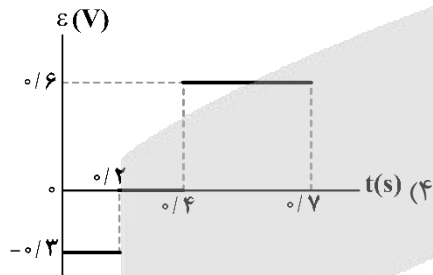
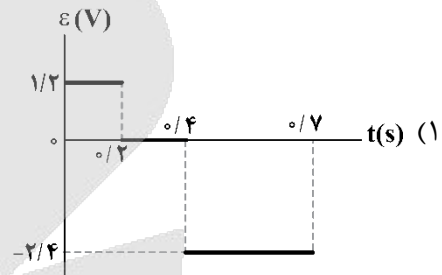
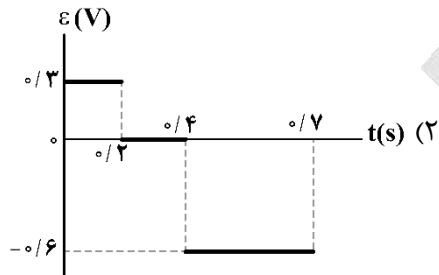
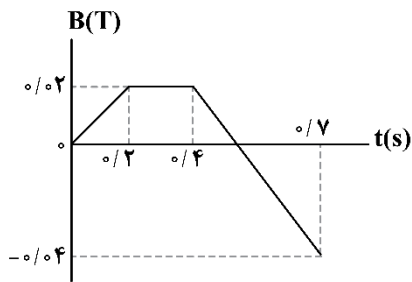
(۲) از B به A - از A به B

(۳) از A به B - از B به A

(۴) از B به A - از A به B

محل انجام محاسبات

۵۳- حلقه‌ای رسانا به قطر ۲m عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد و تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان، مطابق شکل است. نمودار نیروی محرکه القاشده در حلقه کدام است؟ ($\pi=3$)



۵۴- ضریب القاوری یک القاگر چند هانری باشد تا بتواند ۵kWh انرژی الکتریکی را در پیچه حامل جریان ۲۰۰A ذخیره کند؟

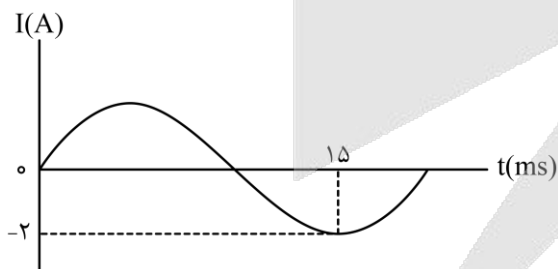
۱۸۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۹۰ (۲)

۴۵ (۱)

۵۵- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. معادله جریان بر حسب زمان در SI، کدام است؟



$$I = 2 \sin \frac{\pi}{10} t \quad (1)$$

$$I = 2 \sin \frac{\pi}{20} t \quad (2)$$

$$I = 2 \sin 100 \pi t \quad (3)$$

$$I = 2 \sin 200 \pi t \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۵۶- برای سیر شدن کامل ۴۶/۸ گرم از ترکیب $C_nH_{52}O_2$ ، مقدار ۰/۴ مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. اگر بدانیم در ساختار این ترکیب آلی ۳ حلقه و m پیوند سه‌گانه وجود دارد، نسبت $\frac{n}{m}$ کدام است؟ (ساختار این مولکول فاقد پیوند دوگانه است.)

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$

۱۲ (۴)

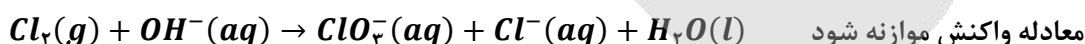
۱۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۸ (۱)

۵۷- پس از اتمام واکنش زیر در ظرفی به حجم ۵ لیتر، غلظت ClO_2^- به ۰/۱۶ مول بر لیتر می‌رسد. اگر طی این واکنش ۷/۵ لیتر Cl_2 مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط واکنش، برابر ۱/۲۸ گرم بر لیتر است.)

$$(Cl = 35.5, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$



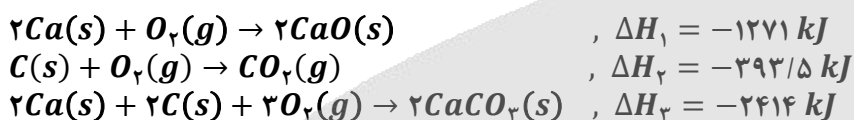
۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۵۸- در واکنش تجزیه کلسیم کربنات با معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ ، حجم گاز تولید شده پس از انتقال به شرایط استاندارد، ۳/۳۶ لیتر است. با توجه به واکنش‌های زیر، در این واکنش چند کیلوژول انرژی مبادله شده است؟



۱۷۸ (۴)

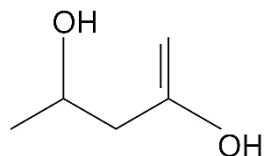
۱۱۲/۴ (۳)

۴۹/۴ (۲)

۲۶/۷ (۱)

۵۹- ساختار داده شده با کدام ترکیب آلی ایزومر است و درصد جرمی کربن در این ماده از درصد جرمی کربن در کدام ترکیب بیشتر است؟

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$$



(۱) متیل بوتانوات - اتیلن گلیکول

(۲) اتیل پروپیل اتر - پنتانوئیک اسید

(۳) اتیل پروپیل اتر - استون

(۴) متیل بوتانوات - بنزوئیک اسید

۶۰- اگر تفاوت آنتالپی سوختن نمونه‌هایی از گازهای اتان و بوتان برابر با ۱۳۴۰ کیلوژول بوده و ارزش سوختی پروپان ۵۰ کیلوژول بر گرم باشد، از سوختن ۱۱/۶ گرم بوتان، چند کیلوژول انرژی آزاد می‌شود؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۶۱۲ (۴)

۷۰۸ (۳)

۳۰۶ (۲)

۵۷۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۱- کدام مورد درست است؟

- (۱) در فرایند ذوب یک ماده، نسبت به فرایند میعان همان ماده، انرژی بیشتری مبادله می‌شود.
 (۲) در یک واکنش با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها، محتوای انرژی و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است.
 (۳) همواره با تبادل گرما میان دو سامانه، دمای یکی از سامانه‌ها کاهش و دمای سامانه دیگر افزایش می‌یابد.
 (۴) در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی یک فرایند فیزیکی گرماگیر انجام می‌شود که اساس کار دستگاه است.
- ۶۲- در رابطه با پلیمرهای مطرح شده، چند مورد از خانه‌های جدول زیر به درستی تکمیل نشده است؟ (مقدار $\frac{n.e}{p.e}$ معادل با نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی است).

نام پلیمر	ساختار پلیمر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی پلیمر
پلی‌وینیل کلرید		۱	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون		۲	قابلیت انحلال در حلال‌های آلی
پلی‌استیرن		صفر	ماندگاری کم در طبیعت

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۳- کدام مورد درست است؟ (همه ترکیب‌ها را سیرشده در نظر بگیرید).

- (۱) اگر در یک مولکول اتم اکسیژن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد، این ماده به یقین آلدهید یا کتون است.
 (۲) در ساختار هر ترکیب استری، به یقین بیشترین انرژی برای شکستن پیوند $C-C$ مصرف می‌شود.
 (۳) میان اتم‌های سازنده ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، هیچ دو پیوند اشتراکی یکسانی وجود ندارد.
 (۴) در ساختار گروه عاملی استرها، اسیدهای آلی و اترها، اتم اکسیژنی وجود دارد که به دو اتم کربن متصل است.
- ۶۴- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه $136/2$ گرم $C_7H_5N_3O_9$ ، مقدار 12 گرم مولکول دواتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟ ($g.mol^{-1}$: $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16$)
- $$C_7H_5N_3O_9(s) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g) + N_2(g) + O_2(g)$$

۵۴ (۴)

۴۰ (۳)

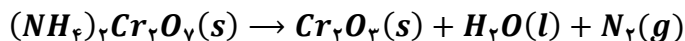
۳۶ (۲)

۶۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۵- در یک ظرف، ۲۰۰ گرم آمونیوم دی کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به ۱۸۶ گرم برسد، درصد خلوص فراورده‌ها در نمونه نهایی به تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟

(ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $Cr = 52, O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(۴) ۶۹/۶

(۳) ۵۰/۴

(۲) ۳۸/۵

(۱) ۶۰/۲

۶۶- کدام مورد درست است؟

(۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.

(۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.

(۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.

(۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

۶۷- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به صورت کامل انجام شده و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به تقریب کدام است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

(۴) ۹/۶

(۳) ۱۰/۳

(۲) ۱۲/۷

(۱) ۱۵/۲

۶۸- هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} ، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

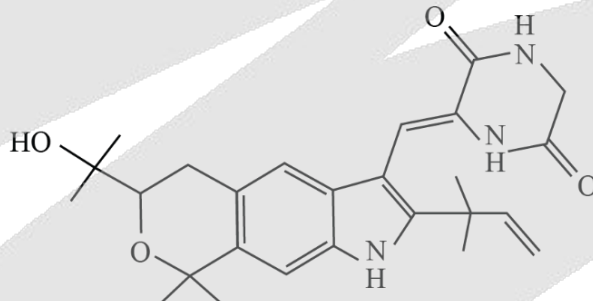
(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۵

۶۹- با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از موارد زیر درست است؟



الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن، برابر شمار جفت الکترون ناپیوندی در SO_3 است.

ب: این ترکیب آلی در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی الکلی، آمینی و آمیدی است.

پ: شمار پیوندهای $C-N$ آن نصف شمار کربن‌هایی است که به اتم هیدروژن متصل نشده‌اند.

ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن به تقریب برابر ۱/۲۷ است.

(۴) ۴

(۳) ۳

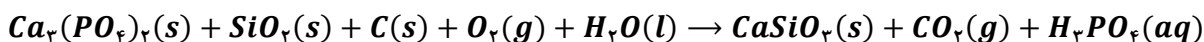
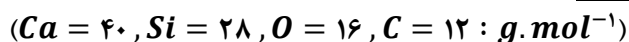
(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات



۷۰- کدام یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟



- (۱) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.
- (۲) اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی اکسید مصرف می شود.
- (۳) سرعت متوسط مصرف واکنش دهنده حاوی فسفر و تولید فراورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.
- (۴) سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم CO_2 و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم O_2 برابر است.

۷۱- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: شمار اتم های H در واحد تکرار شونده پلی اتن، با شمار اتم های H در مونومر تشکیل دهنده آن برابر است.

ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.

پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.

ت: سیب زمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار مارپیچ دارد.

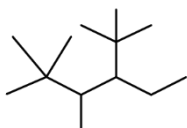
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۲- نام آلکان داده شده کدام است و اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی گلوکز برابر چند گرم بر مول است؟



(۱) ۴-اتیل، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲

(۲) ۳-اتیل، ۲، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲

(۳) ۴-اتیل، ۲، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴

(۴) ۳-اتیل، ۲، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴

۷۳- کدام مورد درست است؟

(۱) کولار نوعی پلی آمید بوده و مقاومت آن با نمونه ای از فولاد هم جرم خود برابر است.

(۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می شود.

(۳) بوی ماهی به دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.

(۴) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.

۷۴- آنتالپی سوختن گرافیت، گاز هیدروژن و پروپان به ترتیب برابر با $-393/5$ ، $-285/8$ و $-2219/9$ کیلوژول بر مول

است. آنتالپی واکنش $C_2H_8(g) \rightarrow 4H_2(g) + 3C(s)$ (گرافیت) کدام است؟

۱۵۷/۸ (۴)

-۱۲۴/۸ (۳)

-۱۰۳/۸ (۲)

۴۶۷/۳ (۱)

محل انجام محاسبات



۷۵- آنتالپی کدام یک از واکنش‌های زیر را می‌توان با روش تجربی اندازه‌گیری کرد؟

(۱) تولید متان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن

(۲) تولید هیدروژن پراکسید از واکنش گازهای اکسیژن و هیدروژن

(۳) تولید کربن مونوکسید از واکنش گرافیت و اکسیژن

(۴) تولید آب از واکنش میان عناصر گازی سازنده آن

۷۶- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) در یک واکنش شیمیایی با تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، ساختار، خواص و محتوای انرژی مواد تغییر می‌کند.

(۲) برای اندازه‌گیری آنتالپی تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن به روش تجربی، نمی‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد.

(۳) برای محاسبه ΔH تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن، استفاده از آنتالپی پیوند نسبت به قانون هس دقیق‌تر است.

(۴) در یک واکنش شیمیایی، با تغییر انرژی شیمیایی مواد موجود در واکنش، انرژی به‌صورت گرما ظاهر می‌شود.

۷۷- مقداری گاز کربن دی‌اکسید وارد ظرفی به حجم ۵۰۰ میلی‌لیتر کرده تا طبق واکنش $2CO_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$ تجزیه شود. اگر در ۳۰ ثانیه نخست واکنش، سرعت واکنش $2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد و ۲ مول گاز نیز در ظرف موجود باشد، چه کسری از گاز کربن دی‌اکسید اولیه تا این لحظه از واکنش تجزیه شده است؟

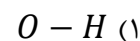
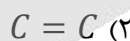
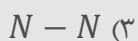
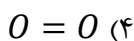
$$\frac{3}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

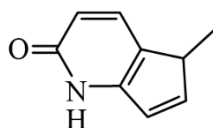
$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

۷۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟



۷۹- چند مورد از موارد زیر درباره مولکولی با ساختار داده‌شده، درست است؟

($C = 12, H = 1 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)



الف: شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن برابر است.

ب: گروه عاملی موجود در این ماده، با گروه عاملی مولکول اتیل آمین مشابه است.

پ: شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت، دو برابر شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر است.

ت: شمار حلقه‌های کربنی این ماده آلی و مولکول ویتامین دی (D) با هم برابر است.

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۸۰- کدام مورد زیر، به یقین درست است؟

(۱) آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.

(۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت‌تایی واکنش‌پذیری ناچیزی دارند.

(۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.

(۴) در آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده مشاهده نمی‌شود.

محل انجام محاسبات



بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲ مردادماه

ریاضی پایه	آمار و احتمال	فیزیک ۱	شیمی ۱
نامعادله و تعیین علامت + معادلات گویا و رادیکالی ریاضی ۱: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ حسابان ۱: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲	آشنایی با مبانی ریاضیات صفحه‌های ۱ تا ۲۰	فیزیک و اندازه گیری صفحه‌های ۱ تا ۲۲	کیهان زادگاه الفبای هستی (تا انتهای نشر نور و طیف نشری) صفحه‌های ۱ تا ۲۳
هندسه ۲		فیزیک ۲	شیمی ۲
دایره (تا پایان رسم مماس بر دایره از نقطه‌ای خارج دایره) صفحه‌های ۹ تا ۲۰		الکتروسیته ساکن صفحه‌های ۱ تا ۳۲	قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای گنج‌های اعماق دریا) صفحه‌های ۱ تا ۲۵

اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

حسابان ۲	هندسه ۳	ریاضیات گسسته
تابع صفحه‌های ۱ تا ۵	ماتریس و کاربردها صفحه‌های ۹ تا ۱۶	آشنایی با نظریه اعداد صفحه‌های ۱ تا ۸
فیزیک ۳	شیمی ۳	
حرکت بر خط راست صفحه‌های ۲ تا ۶	مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا پایان کلوئید) صفحه ۱ تا ۷	

- در هر آزمون، پاسخ گویی به سؤالات ریاضی پایه، هندسه ۲ و آمار و احتمال الزامی، و پاسخ گویی به سؤالات هر یک از دروس فیزیک و شیمی، به صورت انتخاب دلخواه بین پایه دهم یا یازدهم است.
- همچنین پاسخ گویی به سؤالات پایه دوازدهم به صورت اختیاری است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



تعیین سطح و ارزیابی پایه یازدهم



ویژه کنکوری های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۹ تیرماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده اید
- ✓ نکات و درسنامه های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت اللهی	سجاد صادقی زاده سعید احمدی	فیزیک
فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری عالیہ میرزایی - بنیامین بهرامی حسین ایروانی - علی ترابی محمد کهنه پوشی - مهسا بایمانی نژاد سعیده محبی - امیر بصرای	فرشاد هادیان فرد	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.



چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

تا حالا با خودت فکر کردی که چرا واقعاً توی آزمون‌های آزمایشی شرکت می‌کنی؟ فقط می‌خوای بدونی چندی؟ یا دنبال هدف بزرگ‌تری هستی؟ واقعیت اینه که آزمون آزمایشی فقط یه جدول رتبه نیست، بلکه فرصتیه برای ساختن یک مسیر حرفه‌ای و هوشمندانه برای موفقیت در کنکور.



اهداف اصلی شرکت در آزمون آزمایشی چیه؟

شرکت در این آزمون‌ها فقط به خاطر رقابت نیست. پشتش دلایل مهم‌تری خوابیده که هر کدوم نقش بزرگی توی موفقیت نهایی دارن:



اگه بخوایم خلاصه بگیریم:

آزمون‌های آزمایشی کمک می‌کنن با همون زمانی که صرف می‌کنی، نتیجه بهتری بگیری. چون بهت فرصت می‌دن که سبک خودتو بشناسی، اصلاحش کنی و یک استراتژی مؤثر برای موفقیت بجینی. فرض کن یه نفر دیگه درست مثل تو درس بخونه ولی آزمون آزمایشی شرکت نکنه. به احتمال زیاد، نتیجه تو در کنکور بهتر میشه. چرا؟ چون تو تمرین کردی، اشتباهاتو شناختی و ذهنی آماده‌تر وارد میدان شدی.



۱ نظم در مطالعه: قدم اول پیشرفت

انسان با اینکه از نظر ژنتیکی خیلی به شامپانزه نزدیکه، اما تفاوت بزرگش در توانایی برنامه‌ریزیه. شامپانزه نهایتاً بتونه برای چند ساعت آینده فکر کنه، اما انسان برای سال‌ها و حتی قرن‌ها برنامه‌ریزی می‌کنه. پس راز پیشرفت در برنامه‌ریزی بلندمدته. حالا برنامه‌ریزی برای یک سال کنکوری خیلی سخته، درسته؟

آزمون‌های آزمایشی میان این پروژه بزرگ یک‌ساله رو تبدیل می‌کنن به پروژه‌های دو هفته‌ای. این یعنی:

- برنامه‌ریزی آسون‌تر
 - هدف‌های کوتاه‌مدت قابل پیگیری
 - جلوگیری از نوسانات هیجانی و رها کردن برنامه
- مثل همون کاری که معلم‌ها با آزمون‌های هفتگی می‌کنن. اگه معلم هر هفته سوال نپرسه، بیشتر دانش‌آموزا تا شب امتحان درس نمی‌خونن. اما وقتی می‌دونی قراره هر دو هفته آزمون بدی، دیگه نمی‌تونی درس خوندتو عقب بندازی.

۲ مهارت مدیریت جلسه آزمون

آیا فقط دانش بالا برای موفقیت کافیه؟ نه!

خیلی‌ها با سطح علمی خوب، به خاطر مدیریت ضعیف در جلسه آزمون نتیجه‌ی دلخواه نمی‌گیرن. تو مقاله‌های بعدی قراره بهت یاد بدیم چطور با استفاده از آزمون‌های آزمایشی، مهارت مدیریت جلسه رو پیدا کنی تا بتونی با همین سطح از سواد، بهترین بازده رو داشته باشی و بعد آزمون حسرت نخوری.

۳ یاد گرفتن از آزمون

خیلی از کارشناس‌ها می‌گن «بررسی آزمون» حتی مهم‌تر از خود آزمونیه. چرا؟ چون آزمون بهت نشون می‌ده کجاها اشکال داری. اگر بعدش دقیق بررسی کنی، اشتباهاتتو می‌فهمی و احتمال تکرارشون توی آزمون بعدی خیلی کمتر می‌شه. تو مقاله‌های بعدی یاد می‌گیری چطور آزمونتو بررسی کنی و ازش درس بگیری.

۴ ارزیابی روش مطالعه و برنامه‌ریزی

با آزمون دادن متوجه می‌شی روشی که داری پیش میری مؤثره یا نه. مثلاً: روشی که باهاش زیست می‌خونی جواب می‌ده؟ زمان مناسبی برای درس‌ها گذاشتی یا باید تنظیمش کنی؟ آزمون مثل آینه‌ست، بهت نشون می‌ده چیزی که داری انجام می‌دی به نتیجه می‌رسه یا نه.

۵ مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

آزمون، مرور فعال و باکیفیت دوهفته مطالعه‌یه. فرق مرور معمولی (مثلاً از روی خلاصه‌نویسی‌ها) با مرور از طریق آزمون توی اینه که:

- مرور معمولی منفعل و انبارکردنیه
- مرور از طریق آزمون فعاله، ذهن رو به چالش می‌کشه و باعث یادگیری عمیق‌تر میشه

مثل آزمایش خون می‌مونه؛ لازم نیست کلی خون بگیری، چند سی‌سی هم نشون می‌ده وضعیت بدنت چطوره. آزمون استاندارد هم با نمونه‌گیری از مهم‌ترین مباحث، سطح یادگیری رو می‌سنجه.

چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

آزمون آزمایشی فقط به امتحان نیست، به ابزار قدرتمندی برای ساختن استراتژی کنکورت. باهاش می‌تونی یادگیری، ارزیابی کنی، اصلاح پشی، و بالا ببری. پس از آزمون فقط نترس و فرار کن؛ باهاش دوست شو، چون قراره هکت کمک‌کنه بهترین نسخه خودت پشی.



سلام به همه مازی‌های عزیز ❤️

خوش اومدین به اولین آزمون تابستون

توی این آزمون قراره که ببینیم هرکدوممون تو چه مباحثی قوی هستیم و کجاها نیاز به تمرین بیشتر داریم. نگران نباشید! فقط می‌خوایم با هم یه ارزیابی داشته باشیم تا بتونیم بهتر **برنامه‌ریزی** کنیم و مباحث رو **هدفمندتر** یاد بگیریم. در اولین قدم قراره خودتو با خودِ قبلت مقایسه کنی و ببینی چقدر جلو افتادی و کجاها جا داری که بهتر بشی... پس با انگیزه و تمرکز جلو برو. حتی اگه بعضی سوالات سخت بودن، بدون که همین کمکمون می‌کنن قوی‌تر بشیم. یادت نره: تو می‌تونی، چون انتخاب کردی که بخوای بهتر بشی. مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونی توی جدول پایینی ببینی...

کتاب	فصل	مباحث	تعداد سوال
حسابان ۱	فصل اول	جبر و معادله	۵
	فصل دوم	تابع	۳
	فصل سوم	توابع نمایی و لگاریتمی	۲
	فصل چهارم	مثلثات	۳
	فصل پنجم	حد و پیوستگی	۳
هندسه ۲	فصل اول	دایره	۲
	فصل دوم	تبدیل‌های هندسی و کاربردها	۲
	فصل سوم	روابط طولی در مثلث	۳
آمار و احتمال	فصل اول	آشنایی با مبانی ریاضیات	۲
	فصل دوم	احتمال	۳
	فصل سوم	آمار توصیفی	۱
	فصل چهارم	آمار استنباطی	۱

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظم **تحلیل** آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان...

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول برابر ۵۶۵ و مجموع ۵ جمله دوم برابر ۴۹۰ است. تعداد جملات مثبت این دنباله کدام است؟

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۴۱ (۲)

۴۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

۱۴۰۴-۰۵

$$\begin{cases} S_5 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 565 \\ S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 565 + 490 = 1055 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 4d = 226 \\ 2a_1 + 9d = 211 \end{cases} \Rightarrow 5d = -15 \Rightarrow d = -3$$

$$\Rightarrow 2a_1 - 12 = 226 \Rightarrow a_1 = 119$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 119 + (-3)(n-1) > 0 \Rightarrow 3n < 122$$

$$\Rightarrow n < 40 / \dots \Rightarrow n \leq 40$$

بنابراین دنباله دارای ۴۰ جمله مثبت است.



مجموع n جمله اول دنباله حسابی

در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، مجموع n جمله اول برابر است با:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \Rightarrow \begin{cases} S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۲- معادله $mx^2 + 2(2-m)x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی منفی است. مقدار $[m]$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

(۴) صفر

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) -۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

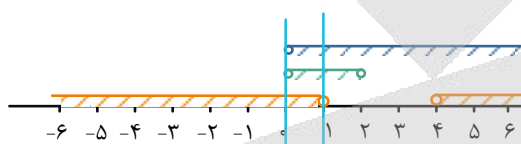
چون معادله دارای ۲ ریشه حقیقی منفی است، پس $\Delta > 0$ بوده و جمع ریشه‌ها منفی و ضرب ریشه‌ها مثبت است، ببینید:

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow 4(2-m)^2 - 4 \times 1 \times m > 0 \Rightarrow 4(m^2 - 4m + 4) - 4m > 0 \Rightarrow 4m^2 - 20m + 16 > 0 \Rightarrow m^2 - 5m + 4 > 0 \Rightarrow m < 1 \cup m > 4$$

$$2) S < 0 \Rightarrow \frac{-2(2-m)}{m} < 0 \Rightarrow \frac{2(2-m)}{m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 2$$

$$3) P > 0 \Rightarrow \frac{1}{m} > 0 \Rightarrow m > 0$$

$$\Rightarrow 0 < m < 1$$



از اشتراک سه شرط فوق داریم:
بنابراین $[m]$ برابر صفر می‌باشد.

وضعیت جواب‌های معادله درجه دوم

در مورد معادله $ax^2 + bx + c = 0$ می‌توان گفت:

- ۱) $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد.
- ۲) $\Delta = 0, S < 0, P > 0$ معادله ۲ ریشه برابر (ریشه مضاعف) منفی دارد.
- ۳) $\Delta = 0 \Rightarrow S > 0, P > 0$ معادله ۲ ریشه برابر (ریشه مضاعف) مثبت دارد.
- ۴) $\Delta > 0, S > 0, P > 0$ معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز مثبت دارد.
- ۵) $\Delta > 0, S < 0, P > 0$ معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز منفی دارد.
- ۶) $\Delta > 0, S > 0, P < 0$ معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری - است و قدرمطلق ریشه مثبت بیشتر از قدرمطلق ریشه منفی است.
- ۷) $\Delta > 0, S < 0, P < 0$ معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز دارد که یکی + و دیگری - است و قدرمطلق ریشه منفی بیشتر از قدرمطلق ریشه مثبت است.
- ۸) $\Delta > 0, S = 0, P < 0$ معادله ۲ ریشه حقیقی متمایز قرینه هم دارد.
- ۹) $\Delta > 0, P = 0$ معادله ۲ ریشه متمایز حقیقی دارد که یکی از آن‌ها صفر است.

گروه آموزشی ماز

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + k = 0$ و $\frac{k}{\alpha} - 1$ و $\frac{k}{\beta} - 1$ ریشه‌های معادله $x^2 - x + 2k = 0$ باشند، مقدار k کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 - 3x + k = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ \alpha\beta = k \end{cases} \quad (1)$$

$$x^2 - x + 2k = 0 \Rightarrow \left(\frac{k}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{k}{\beta} - 1\right) = 2k \Rightarrow \frac{k^2}{\alpha\beta} - k\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + 1 = 2k$$

$$(1) \Rightarrow \frac{k^2}{k} - k \times \frac{3}{k} + 1 = 2k \Rightarrow k - 3 + 1 = 2k \Rightarrow k = -2$$

روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم

اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$1) S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$3) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$5) |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$2) P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$$

$$4) \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$6) \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$$

گروه آموزشی ماز



۴- اختلاف جواب‌های معادله $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{3-x} = 3$ چقدر است؟

۰/۶۴ (۴)

۰/۸۴ (۳)

۰/۹۶ (۲)

۰/۴۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

یکی از رادیکال‌ها را به طرف راست می‌بریم و سپس دو طرف را به توان دو می‌رسانیم.

$$2\sqrt{3-x} = 3 - \sqrt{x-1} \Rightarrow 4(3-x) = 9 - 6\sqrt{x-1} + x - 1 \Rightarrow 6\sqrt{x-1} = 5x - 4$$

$$2 \text{ توان } 2: 36(x-1) = 25x^2 - 40x + 16 \Rightarrow 25x^2 - 76x + 52 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(25x-26) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{26}{25}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = 2 - \frac{26}{25} = \frac{24}{25} = 0.96$$

گروه آموزشی ماز

۵- خط $3x - 4y = k$ در نقطه‌ای به طول ۳- بر دایره‌ای به مرکز $O(3, 0)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

$4\sqrt{2}$ (۴)

$6\sqrt{2}$ (۳)

۸ (۲)

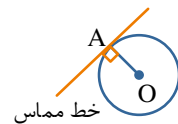
۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم خط مماس در نقطه تماس، بر شعاع دایره عمود است، بنابراین:

شکل فرضی:



$$m_{\text{مماس}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{شیب خط گذرنده از } OA \text{ (شعاع)} = -\frac{4}{3}$$

حال معادله خط گذرنده از نقاط O و A را می‌نویسیم:

$$O(3, 0), m_{OA} = -\frac{4}{3} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = -\frac{4}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + 4$$

$$y_A = -\frac{4}{3} \times (-3) + 4 = 8$$

از آنجایی که طول نقطه تماس یعنی A برابر ۳- است، پس عرض آن برابر است با:

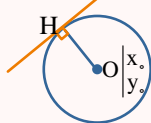
$$\text{پس } A \left| \begin{matrix} -3 \\ 8 \end{matrix} \right. \text{ و } O \left| \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \right. \text{ می‌باشد و داریم:}$$

$$R = OA = \sqrt{(-3-3)^2 + (8-0)^2} = \sqrt{36+64} = 10$$

شعاع دایره

اگر خطی بر دایره مماس باشد، در نقطه تماس با دایره، بر شعاع دایره عمود است. برای محاسبه شعاع دایره، فاصله مرکز دایره از خط را محاسبه می‌کنیم:

$$d: ax + by + c = 0$$



$$R = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{(m-1)x^2 - 2mx + m+2}$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، حدود m کدام است؟

$-2 \leq m < 1$ (۴)

$m \geq 2$ (۳)

$1 < m \leq 2$ (۲)

$m < 1$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

شرط آن که f در تمام $\mathbb{R}$ تعریف شده باشد، آن است که عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$(m-1)x^2 - 2mx + m+2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$4m^2 - 4(m-1)(m+2) \Rightarrow 4m^2 - 4(m^2 + m - 2) \leq 0 \Rightarrow -4m + 8 \leq 0 \Rightarrow m \geq 2$$

پس $m > 1$ و $m \geq 2$ یعنی جواب نهایی $m \geq 2$ است.



تعیین علامت

در تعیین علامت، عبارت‌های درجه دوم به فرم $p(x) = ax^2 + bx + c$ می‌توان گفت:

- $a < 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) < 0$ همواره منفی $p(x)$
- $a > 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) > 0$ همواره مثبت $p(x)$
- $a < 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \leq 0$ نامثبت $p(x)$
- $a > 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \geq 0$ نامنفی $p(x)$

گروه آموزشی ماز

۷- به ازای کدام مقدار a ، نمودار وارون تابع $f(x) = 4x + 2\sqrt{x+3a}$ خط $4y - 2x = 0$ را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند؟

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{57}{4} \quad (3)$$

$$\frac{57}{12} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

اگر عرض نقطه برخورد خط $4y - 2x = 0$ و نمودار تابع $f^{-1}(x)$ برابر ۱- باشد، طول نقطه برخورد برابر است با:

$$4y - 2x = 0 \Rightarrow -4 - 2x = 0 \Rightarrow x = -2$$

پس تابع $f^{-1}(x)$ و خط $4y - 2x = 0$ در نقطه $A(-2, -1)$ برخورد دارند و می‌توان گفت این نقطه روی تابع $f^{-1}(x)$ نیز قرار دارد، بنابراین نقطه $A'(-1, -2)$ روی خود تابع $f(x)$ است و داریم:

$$f(-1) = -2 \Rightarrow -4 + 2\sqrt{-1+3a} = -2 \Rightarrow 2\sqrt{-1+3a} = 2 \Rightarrow \sqrt{-1+3a} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

تابع معکوس

اگر $f^{-1}(x)$ معکوس تابع $f(x)$ باشد، آن‌گاه:

$$A' \begin{vmatrix} \beta \\ \alpha \end{vmatrix} \in f^{-1} \Leftrightarrow A \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \in f$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{2x-3}$ ، دامنه تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

توجه کنید که:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_f = [-1, 4]$$

$$2x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow D_g = [\frac{3}{2}, +\infty)$$

بنابراین:

$$D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \left\{x | x \geq \frac{3}{2}, -1 \leq \sqrt{2x-3} \leq 4\right\}$$

از طرف دیگر:

$$-1 \leq \sqrt{2x-3} \leq 4 \Rightarrow 2x-3 \leq 16 \Rightarrow 2x \leq 19 \Rightarrow x \leq \frac{19}{2}$$

در نتیجه:

$$D_{f \circ g} = \left[\frac{3}{2}, \frac{19}{2}\right] = [1.5, 9.5]$$

پس دامنه تابع $f \circ g$ شامل اعداد صحیح ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲ است.



دامنه تابع مرکب

دامنه تابع fog: برای به دست آوردن دامنه تابع fog مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- (۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.
- (۲) ضابطه تابع $g(x)$ را در محدوده دامنه تابع f قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده‌ای برای x به دست می‌آوریم.
- (۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع g، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع fog به دست آید:

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

دامنه تابع gof: برای به دست آوردن دامنه تابع gof مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- (۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.
- (۲) ضابطه تابع $f(x)$ را در محدوده دامنه تابع g قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده‌ای برای x به دست می‌آوریم.
- (۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع g، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع gof به دست آید:

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

توجه داشته باشید که دامنه تابع مرکب را همیشه با توجه به تعاریف آن به دست می‌آوریم و نه از روی ضابطه آن!

به عنوان مثال

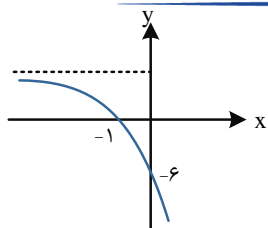
توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ را در نظر بگیرید:

$$gof(x) = g(f(x)) = 2(\sqrt{x-1})^2 - 1 = 2(x-1) - 1 = 2x - 3 \Rightarrow D_{gof} = \mathbb{R}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D_{gof} = [1, +\infty)$$

همانطور که می‌بینید D_{gof} با توجه به ضابطه آن برابر $\mathbb{R}$ است در صورتی که دامنه واقعی آن $[1, +\infty)$ است.

گروه آموزشی ماز



۹- نمودار تابع $f(x) = a \times 9^{bx+1} + 3$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۲) ۲
(۴) -۲

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{3}{2}$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

توجه کنید که:

$$f(0) = -6 \Rightarrow a \times 9 + 3 = -6 \Rightarrow 9a = -9 \Rightarrow a = -1$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow a \times 9^{-b+1} + 3 = 0 \Rightarrow -9^{1-b} = -3 \Rightarrow 3^{2-2b} = 3 \Rightarrow 2-2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$a-b = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

در نتیجه:

معرفی تابع نمایی

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد را یک تابع نمایی گوئیم.

$$f(x) = a^x, \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

نمودار توابع نمایی

وضعیت	$a > 1$	$0 < a < 1$
نمودار	با افزایش x، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد. (صعودی)	با افزایش x، مقدار $f(x)$ کاهش می‌یابد. (نزولی)
دامنه	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
برد	$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$

گروه آموزشی ماز



۱۰- اگر $\log_a^3 = 5$ ، مقدار $\log_3^5 a$ کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۶

(۲) ۳

(۱) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

توجه کنید که:

$$3^{\log_a^3} = 5 \Rightarrow \log_a^3 = \log_5^3 \Rightarrow \log_5^3 = \log_3^5 \Rightarrow a = 3^{\log_5^3}$$

در نتیجه:

$$a^{\log_3^5} = (3^{\log_5^3})^{\log_3^5} = (3^{\log_3^5})^{\log_5^3} = 5^{\log_5^3} = 3$$

ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	مثال
$\log_a^1 = 0$	$\log_3^1 = 0$
$\log_a^a = 1$	$\log_3^3 = 1$
$\log_a^{b^n} = n \log_a^b$	$\log_3^{125} = \log_3^{5^3} = 3 \log_3^5 = 3$
$\log_{a^n}^{b^m} = \frac{m}{n} \log_a^b$	$\log_{\sqrt{10}}^{(1/10)} = \log_{10^{1/2}}^{10^{-1}} = \frac{-1}{1/2} \log_{10}^{10} = -2$
$\log_a^{bc} = \log_a^b + \log_a^c$	$\log_{\sqrt{2}}^4 + \log_{\sqrt{2}}^{16} = \log_{\sqrt{2}}^{64} = \log_{2^{1/2}}^{2^6} = 12$
$\log_a^{(b/c)} = \log_a^b - \log_a^c$	$\log_3^{52} - \log_3^{13} = \log_3^{49} = \log_3^{7^2} = 2$
$\log_a^b = \frac{\log_c^b}{\log_c^a}$ (تغییر مبنا)	$\log_3^4 = \frac{\log_{10}^4}{\log_{10}^3}$ (تغییر مبنا به ۱۰)
$c^{\log_a^b} = b^{\log_a^c}$	$(11)^{\log_3^{\sqrt{7}}} = (\sqrt{7})^{\log_3^{11}} = (\sqrt{7})^4 = 49$
$\log_a^b \times \log_b^c \times \dots \times \log_n^m = \log_a^m$	$\log_3^4 \times \log_4^9 \times \log_9^{1/3} = \log_3^4 \times 2 \log_3^3 \times (-\log_3^3) = -2$
$\log_a^b = \frac{1}{\log_b^a}$	$\log_3^4 = \frac{1}{\log_4^3}$

گروه آموزشی ماز

۱۱- با فرض $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و $\cot \beta = 3$ ، حاصل $\frac{\sin^2(\alpha - \frac{3\pi}{2}) - \sin^2(3\pi + \beta)}{\cos^2(\pi + \beta) + \cos^2(\alpha - \frac{\pi}{2})}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{7}{11}$

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) $\frac{7}{11}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{10}, \sin^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

$$1 + \cot^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow 10 = \frac{1}{\sin^2 \beta} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{1}{10}, \cos^2 \beta = \frac{9}{10}$$



خواسته سؤال را تا حد امکان ساده کرده و بعد محاسبه می‌کنیم:

$$\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -(-\cos \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2\pi + \beta) = \sin(2\pi + \pi + \beta) = \sin(\pi + \beta) = -\sin \beta$$

$$\cos(\pi + \beta) = -\cos \beta$$

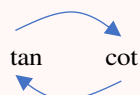
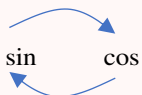
$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) \xrightarrow{\text{COS منفی کمان را می‌خورد}} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\frac{\sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) - \sin^2(2\pi + \beta)}{\cos^2(\pi + \beta) + \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{(\cos \alpha)^2 - (-\sin \beta)^2}{(-\cos \beta)^2 + (\sin \alpha)^2} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta + \sin^2 \alpha} = \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{9}{10} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{11}{10}} = \frac{7}{11}$$

بنابراین:



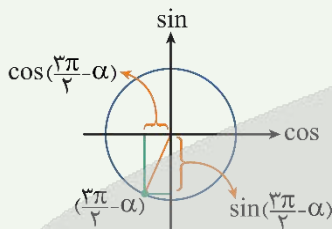
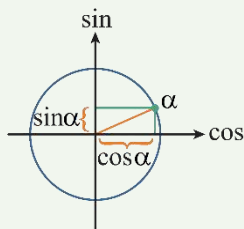
یه جمع‌بندی پرمات از مثلثات



♦ مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ یعنی $(2k-1)\frac{\pi}{2}$ نسبت‌های مثلثاتی را به صورت مقابل عوض می‌کنند:

♦ علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیه قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

به عنوان مثال



نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ را بر حسب زاویه α بنویسید.

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$$

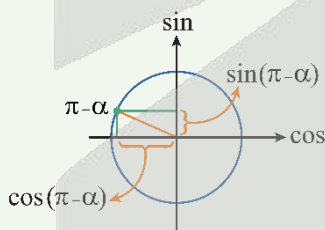
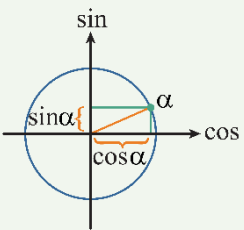
$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = +\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = +\tan \alpha$$

♦ مضارب صحیح π یعنی $k\pi$ نسبت‌های مثلثاتی را عوض نمی‌کنند یعنی sin همان sin، cos همان cos و ... می‌شود.

♦ علامت نسبت مثلثاتی با توجه به ناحیه قرارگیری زاویه تعیین می‌شود.

به عنوان مثال



نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\pi - \alpha$ را بر حسب زاویه α بنویسید.

$$\sin(\pi - \alpha) = +\sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

نکته

برای محاسبه sin یا cos زوایای بزرگ، اندازه زاویه را اگر بر حسب درجه باشد بر 360° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه بر حسب رادیان باشد، مضارب صحیح و زوج π ($2k\pi$) را حذف می‌کنیم.

به عنوان مثال

حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

$$\sin 110^\circ = \frac{110^\circ}{90^\circ} = \frac{220^\circ}{180^\circ} = \frac{11}{9}$$

$$\cos \frac{27\pi}{4} = \frac{27\pi}{4} = 6\pi + \frac{3\pi}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\sin\left(\frac{19\pi}{2} + x\right) = \frac{19\pi}{2} = 9\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 110^\circ = \sin 90^\circ = 1$$

$$\cos \frac{27\pi}{4} = \cos\left(6\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{19\pi}{2} + x\right) = \sin\left(9\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(8\pi + \frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x$$



برای محاسبه $\tan$ یا $\cot$ زوایای بزرگ، اندازه زاویه را اگر بر حسب درجه باشد بر 180° تقسیم می‌کنیم و باقی‌مانده را در نظر می‌گیریم و اگر زاویه بر حسب رادیان باشد، مضارب صحیح π ($k\pi$) را حذف می‌کنیم.

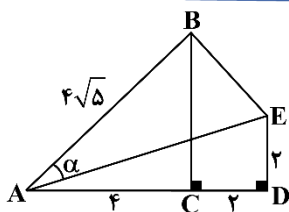


حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن نشان دهید.

$$\begin{aligned} \tan 510^\circ &= \frac{510^\circ \div 180^\circ}{-360^\circ / 180^\circ} = \frac{2}{-2} = -1 \\ \cot\left(\frac{2\pi}{3}\right) &= \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \\ \tan\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) &= \frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2} \\ \tan 510^\circ &= \tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot\left(\frac{2\pi}{3}\right) &= \cot\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \cot \frac{2\pi}{3} = -\cot \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \tan\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) &= \tan\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot x \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- در شکل مقابل، مقدار $\sin 2\alpha$ چقدر است؟

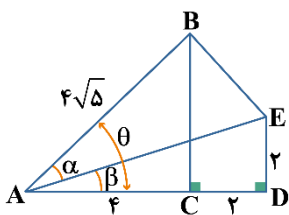


$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} & \quad (2) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 & \quad (1) \\ \frac{4}{5} & \quad (3) \end{aligned}$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



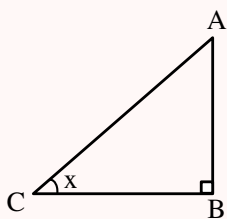
در مثلث $\triangle ABC$ ، $BC = 8$ و در مثلث $\triangle ADE$ ، $AE = 2\sqrt{10}$ است.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin(\theta - \beta) = \sin \theta \cos \beta - \cos \theta \sin \beta \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{6}{5\sqrt{2}} - \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

پس $\alpha = \frac{\pi}{4}$ و $\sin 2\alpha = 1$ است.



۴ نسبت مهم داریم که به صورت $\sin x$ ، $\cos x$ ، $\tan x$ ، $\cot x$ هستند که براساس مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{B} = 90^\circ$) داریم:



$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{AC} \\ \cos x &= \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{BC}{AC} \\ \tan x &= \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AB}{BC} \\ \cot x &= \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{BC}{AB} \end{aligned}$$



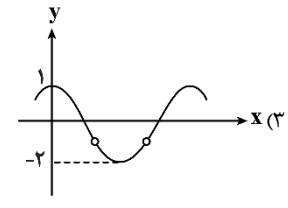
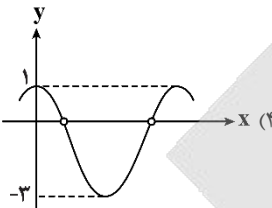
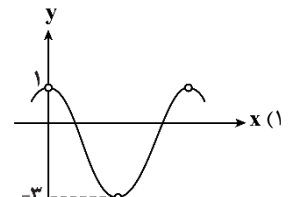
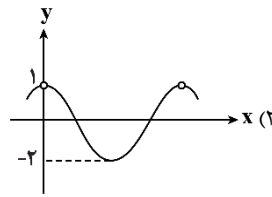
$\tan x$ و $\cot x$ معکوس یکدیگرند و از طرفی برای هر زاویه دلخواه x داریم:

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases} \\ \tan x = \frac{1}{\cot x} \Rightarrow \tan x \cdot \cot x = 1 \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز



۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{\sin x}$ به کدام صورت است؟



(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

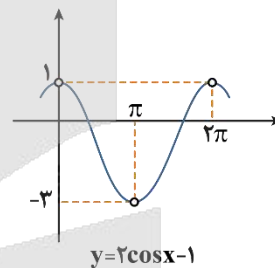
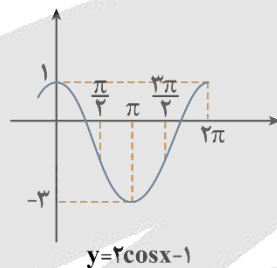
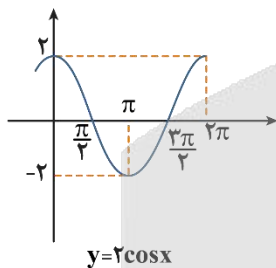
$$f(x) = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{\sin x} = \frac{\sin x (2 \cos x - 1)}{\sin x} = 2 \cos x - 1$$

$$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

توجه کنید که:

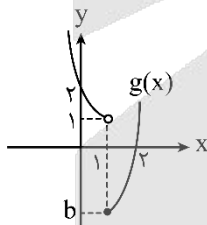
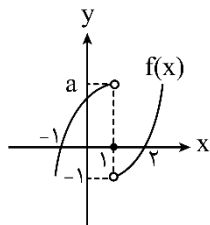
از طرف دیگر:

بنابراین نمودار تابع f به صورت زیر رسم می شود:



گروه آموزشی ماز

۱۴- نمودار توابع f و g داده شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g)(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g)(x) = 2$ باشد، آن گاه حاصل ab کدام است؟



- (۱) -۶
- (۲) -۵
- (۳) -۴
- (۴) -۳

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ و داده های مسئله داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 3 \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (f-g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 2 \Rightarrow -1 - b = 2 \Rightarrow b = -3$$

$$ab = 2 \times (-3) = -6$$

بنابراین جواب برابر است با:

قضایای حد

اگر $f(x) = c$ تابعی ثابت باشد، حد این تابع در هر نقطه دلخواه مانند a برابر مقدار ثابت c است. به عبارتی:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

اگر $f(x) = x$ تابعی همانی باشد، آن گاه حد این تابع در هر نقطه ای دلخواه مانند a برابر خود a است. یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} x = a$$



اگر $f(x)$ و $g(x)$ در $x = a$ دارای حد باشند، به طوری که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$. آن گاه:

۱) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \pm L_2$

۲) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \times L_2$

۳) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2} \quad (L_2 \neq 0)$

۴) $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = cL_1 \quad (c \in \mathbb{R})$

۵) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)^n = L_1^n \quad (n \in \mathbb{N})$

۶) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \frac{1}{L_1} \quad (L_1 \neq 0)$

۷) $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L_1}$ (اگر n زوج باشد، برای $L_1 > 0$ این تساوی برقرار است.)

۸) $\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right| = |L_1|$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر k عددی حقیقی و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-1}{x-2} = k$ باشد، $a-k$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۲) -۱

(۱) $-\frac{1}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

چون مخرج کسر برابر صفر و حاصل حد عددی حقیقی است، پس حد صورت کسر نیز به ازای $x = 2$ باید صفر باشد.

$$\sqrt{2+a}-1=0 \Rightarrow \sqrt{2+a}=1 \Rightarrow 2+a=1 \Rightarrow a=-1$$

$$k = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2) \times 2} = \frac{1}{2}$$

خواهیم داشت:

$$a-k = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

در نتیجه:

کنکور سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳

اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) -۴ ✓

(۱) -۲

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [\cos x - 1] & x > \pi \\ -a \cos^2 x & x = \pi \\ [\sin x] - b[-\sin x] & x < \pi \end{cases}$ در نقطه $x = \pi$ پیوسته است. $a-b$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) صفر

(۲) -۲

(۱) -۴

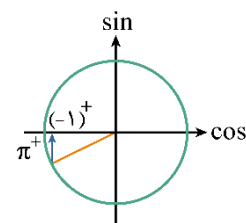
(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

اگر تابع f در $x = \pi$ پیوسته باشد، باید حدهای راست و چپ و مقدار تابع در $x = \pi$ برابر باشند. یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = f(\pi)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} [\underbrace{\cos x}_{(-1)^+} - 1] = [(-2)^+] = -2$$

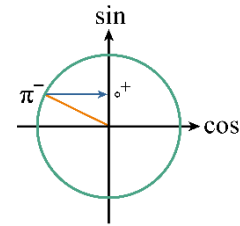




$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} [\sin x] - b[-\sin x] = [\circ^+] - b[\circ^-] = \circ - b(-1) = b$$

$$f(\pi) = -a \cos^2 \pi = -a(-1)^2 = -a$$

$$-2 = b = -a \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a - b = 2 - (-2) = 4$$



بنابراین:



برای درک بهتر شما شکل‌ها با اغراق رسم شده‌اند.



وقتی تابع پیوسته باشد نقاط نمودار به هم متصل می‌باشند و اگر نمودار دارای حفره یا پرش (بریدگی) باشد نمودار تابع ناپیوسته است.



شرایط پیوستگی تابع در نقطه a

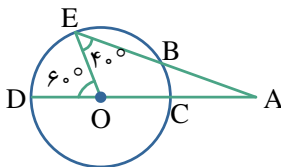
- (۱) تابع در نقطه a و همسایگی آن تعریف شده باشد.
- (۲) حد تابع در نقطه a موجود باشد.
- (۳) مقدار تابع با حد تابع در نقطه a برابر باشد.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \text{عدد مشخص}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- در شکل مقابل، AB چند برابر شعاع دایره است؟



- (۱) ۱
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

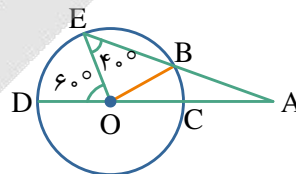
روش اول:

$$OB = OE = r \Rightarrow \triangle OBE \Rightarrow \hat{EBO} = \hat{BEO} = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{EOB} = 100^\circ \xrightarrow{\hat{EOD}=60^\circ} \hat{BOC} = 20^\circ \quad (1)$$

$$\hat{EBO} = \hat{BOC} + \hat{BAC} \xrightarrow{\substack{\hat{EBO}=40^\circ \\ \hat{BOC}=20^\circ}} \hat{BAC} = 20^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \triangle OBA \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow OB = BA$$



از طرفی، $\hat{EBO}$ زاویه خارجی مثلث $\triangle OBA$ است، پس:

یعنی BA با شعاع دایره برابر است.

روش دوم:

برای محاسبه زاویه $\hat{BAC}$ به صورت زیر نیز می‌توان عمل کرد:

$$\hat{BAC} = \frac{\widehat{ED} - \widehat{BC}}{2} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2} = 20^\circ$$



انواع زوایا در دایره

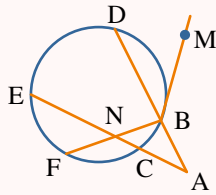
در شکل مقابل:

۱) $\widehat{DBF} = \frac{\widehat{DEF}}{2}$: زاویه محاطی

۲) $\widehat{MBF} = \frac{\widehat{BDEF}}{2}$: زاویه ظلی

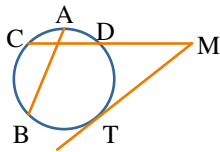
۳) $\widehat{DAE} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$

۴) $\widehat{BNC} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{EF}}{2}$



گروه آموزشی ماز

۱۸- وتر AB به طول ۲۰ توسط وتر CD به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، اگر CD توسط AB به دو قسمت مساوی تقسیم و اندازه مماس MT برابر با ۸ باشد، MD کدام است؟

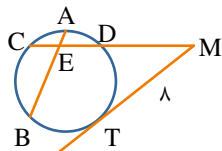


- ۷ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

AB به طول ۲۰ به نسبت ۱ به ۹ تقسیم شده است، یعنی:



$$\frac{AE}{EB} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{1}{10} \Rightarrow \begin{cases} AE = 2 \\ EB = 18 \end{cases}$$

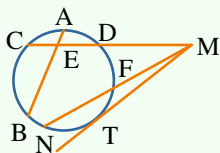
از طرفی، داریم:

$$DE \times CE = AE \times EB \xrightarrow{CE=DE} CE^2 = 36 \Rightarrow CE = 6 \Rightarrow DC = 2CE = 12$$

با توجه به مماس بودن MT داریم:

$$MT^2 = MD \times MC \Rightarrow 64 = MD \times (MD + 12) \Rightarrow MD = 4$$

روابط طولی در مثلث



- ۱) $AE \times EB = CE \times ED$
- ۲) $MF \times MN = MD \times MC$
- ۳) $MT^2 = MD \times MC = MF \times MN$

گروه آموزشی ماز

۱۹- خط $2x + y = 1$ را حول نقطه $O(0, 1)$ به اندازه $\alpha = 90^\circ$ دوران می‌دهیم. مساحت ناحیه‌ای که خط تصویر با محورهای مختصات می‌سازد، کدام است؟

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

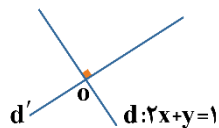
۱/۵ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

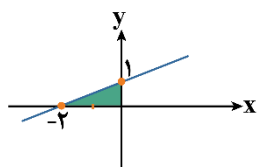
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

نقطه $O(0, 1)$ روی خط $d: 2x + y = 1$ است. تصویر این خط، خطی است که از O می‌گذرد و بر خط d عمود است.



$$m_d = -2 \Rightarrow m_{d'} = \frac{1}{2} \Rightarrow d' \text{ معادله } y - 1 = \frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

x	y
-۲	۰
۰	۱

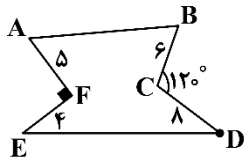


$$S_{\text{رنگی}} = \frac{1}{2}(2 \times 1) = 1$$

گروه آموزشی ماز



۲۰- زمینی به شکل چندضلعی ABCDEF مفروض است. دور این زمین را حصار کشیده‌ایم، می‌خواهیم بدون این که اندازه حصار و تعداد اضلاع زمین تغییر کند، مساحت زمین را افزایش بدهیم. میزان افزایش مساحت چقدر است؟

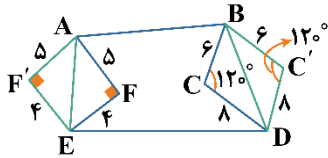


- (۱) $10 + 12\sqrt{3}$
(۲) ۴۴
(۳) $20 + 24\sqrt{3}$
(۴) ۳۶

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در شکل داده شده باید بازتاب AFE را نسبت به AE و بازتاب BCD را نسبت به BD به دست آوریم. چندضلعی به دست آمده را ABC'DEF' می‌نامیم که همان چندضلعی مطلوب است. میزان افزایش مساحت برابر است با:



$$S_{AFEF'} + S_{BCDC'} = 2S_{\triangle AFE} + 2S_{\triangle BCD} = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 120^\circ \right) = 20 + 24\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 10^\circ$ و $\hat{B} = 20^\circ$ است. اگر $AB = 10$ باشد، شعاع دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) $10\sqrt{3}$ (۴) $5\sqrt{3}$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

زاویه $\hat{C}$ در این مثلث برابر 150° است زیرا:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=10^\circ, \hat{B}=20^\circ} 10^\circ + 20^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 150^\circ$$

طبق درسنامه داریم:

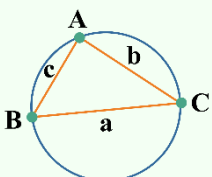
$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \frac{10}{\sin 150^\circ} = 2R \Rightarrow 2R \sin 150^\circ = 10 \xrightarrow{\sin 150^\circ = \sin 30^\circ} 2R \times \frac{1}{2} = 10 \Rightarrow R = 10$$

دایره محیطی مثلث

دایره‌ای که از هر ۳ رأس مثلث می‌گذرد و مرکز آن، محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث می‌باشد.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

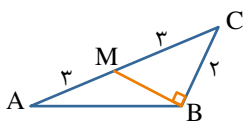
R: شعاع دایره محیطی مثلث



گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل زیر، طول AB چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{6}$



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

$$\cos \hat{C} = \frac{BC}{MC} = \frac{4}{3} \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C} \Rightarrow AB^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{4}{3} \Rightarrow AB^2 = 36 + 16 - 64 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$

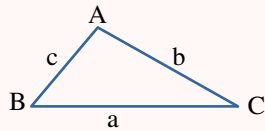
روش دوم:

$$BM = \sqrt{MC^2 - BC^2} = \sqrt{5} \\ 2BM^2 + \frac{AC^2}{2} = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 2 \times 5 + \frac{6^2}{2} = AB^2 + 4^2 \Rightarrow 10 + 18 = 4 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$$

BM میانه وارد بر ضلع AC می‌باشد، پس:



قضیه cosها در مثلث

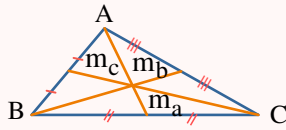


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

محاسبه طول میانه‌ها در مثلث

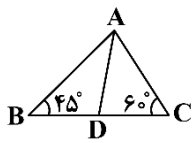


$$2m_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$$

$$2m_b^2 + \frac{b^2}{2} = a^2 + c^2$$

$$2m_c^2 + \frac{c^2}{2} = a^2 + b^2$$

گروه آموزشی ماز



$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

۲۳- در مثلث روبرو، $\hat{C} = 60^\circ$ و $\hat{B} = 45^\circ$ است. اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، کدام است؟ $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}}$

پاسخ: گزینه ۴

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

دو مثلث ADC و ABD دارای ارتفاع یکسان هستند، پس نسبت مساحت دو مثلث برابر نسبت قاعده دو مثلث است. پس:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{DC}{BD}$$

$$\frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

حال نسبت DC به BD را به کمک قضیه نیمسازها به دست می‌آوریم:

نسبت $\frac{AC}{AB}$ را به کمک قضیه sin محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

قضیه نیمسازها

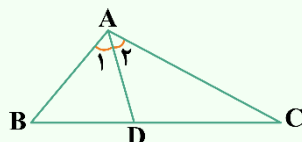
اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ در مثلث ABC باشد، داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

از نسبت مساحت دو مثلث بدانید:

اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت دو مثلث با نسبت قاعده دو مثلث برابر است.

اگر دو مثلث دارای قاعده برابر باشند، نسبت مساحت دو مثلث با نسبت ارتفاع دو مثلث برابر است.



گروه آموزشی ماز

۲۴ - گزاره $[q \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- (۱) $q \Rightarrow p$ (۲) $p \vee q$ (۳) p (۴) q

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} [q \Rightarrow (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p &\equiv [\sim q \vee (\sim p \wedge q)] \Rightarrow p \\ &\equiv [(\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee q)] \Rightarrow p \equiv (\sim q \vee \sim p) \Rightarrow p \\ &\equiv \sim(\sim q \vee \sim p) \vee p \equiv \underbrace{(q \wedge p)}_{\text{قانون جذب}} \vee p \equiv p \end{aligned}$$

مهم‌ترین و کاربردی‌ترین قوانین گزاره‌ها عبارتند از

(۱) قانون توزیع‌پذیری (پخش)

(۲) قانون دموگان

(۳) قانون جذب

(۴) تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

$$\begin{aligned} p \vee (q \wedge r) &\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge (q \vee r) &\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ \sim(p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim(p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \\ p \vee (p \wedge q) &\equiv p \\ p \wedge (p \vee q) &\equiv p \\ p \Rightarrow q &\equiv \sim p \vee q \end{aligned}$$

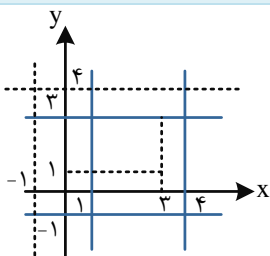
گروه آموزشی ماز

۲۵ - اگر $A = [1, 4]$ و $B = [-1, 3]$ باشند، مساحت ناحیه متناظر با مجموعه $A \times B - B \times A$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و سپس قسمت‌هایی از نمودار $A \times B$ که درون نمودار $B \times A$ قرار می‌گیرد را حذف می‌کنیم. مطابق شکل نمودار حاصل به صورت یک مستطیل است که مربعی از آن حذف شده است. $\text{مساحت هاشورخورده} = 3 \times 4 - 2 \times 2 = 8$

رسم نمودار ضرب دکارتی

برای رسم نمودار $A \times B$ روی محورهای مختصات، اعضای مجموعه A را روی محور x و اعضای مجموعه B را روی محور y نمایش می‌دهیم. با توجه به پیوسته یا گسسته بودن A و B ، شرایط زیر پدید می‌آید:

- (۱) A و B هر دو گسسته: نمودار $A \times B$ به صورت مجموعه‌ای از نقاط است. مانند $A = \{1, 2\}$ و $B = \{3, 4\}$
- (۲) A گسسته و B پیوسته: نمودار $A \times B$ به صورت تعدادی پاره‌خط موازی محور y است. مانند $A = \{1, 2\}$ و $B = [3, 4]$
- (۳) A پیوسته و B گسسته: نمودار $A \times B$ به صورت تعدادی پاره‌خط موازی محور x است. مانند $A = [1, 2]$ و $B = \{3, 4\}$
- (۴) A و B هر دو پیوسته: نمودار $A \times B$ به صورت سطح یک مستطیل است. مانند $A = [1, 2]$ و $B = [3, 4]$

گروه آموزشی ماز

۲۶ - در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده فرد است، احتمال آن که اختلاف آن‌ها یک واحد باشد، کدام می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{2}{5}$

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

فضای نمونه‌ای کاهش یافته، ۱۸ مورد را شامل می‌شود که در ۱۰ مورد به شرح ذیل، اختلاف اعداد رو شده برابر ۱ است.

$$A = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$P(A|B) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

بنابراین:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{یا} \quad P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

در محاسبه احتمال شرطی $P(A|B)$ می‌توانیم از روش کاهش فضای نمونه‌ای استفاده کنیم، بدین صورت که فضای نمونه‌ای را از S به B کاهش می‌دهیم و در B به دنبال خواسته سوال می‌گردیم.

گروه آموزشی ماز

۲۷- کیسه A دارای یک مهره سفید و ۲ مهره سیاه و کیسه B دارای ۳ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از کیسه A ، ۱ مهره و از کیسه B ، ۲ مهره به تصادف برمی‌گزینیم و در یک کیسه خالی می‌ریزیم. حال از کیسه جدید دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره غیرهمرنگ باشند، چقدر است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{9} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

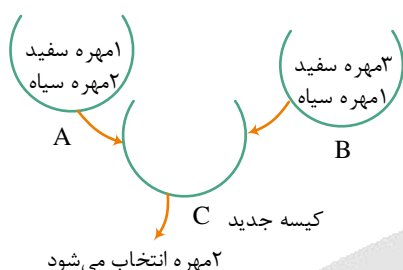
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

(سخت - احتمال - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با یک مسئله احتمال کل مواجه هستیم.

مهره‌هایی که از کیسه C خارج می‌شوند با احتمال‌های مختلف از کیسه A و B هستند. در هر کدام از آن حالت‌ها احتمال غیرهمرنگ بودن مهره‌ها را محاسبه می‌کنیم. ببینید:



$$\begin{aligned} & \text{احتمال آن که ۲ مهره خارج شده از کیسه } C \text{ از مهره‌های کیسه } B \text{ باشد} = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{3}{2}} = \frac{1}{3} \quad \text{احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره} = \frac{\binom{1}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{4}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \\ & \text{احتمال آن که ۲ مهره خارج شده از کیسه } C \text{ از مهره‌های کیسه } A \text{ و یکی از } B \text{ باشد} = \frac{\binom{1}{1} \binom{2}{1}}{\binom{3}{2}} = \frac{2}{3} \quad \text{احتمال غیرهمرنگ بودن ۲ مهره} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

حال اعداد موجود در هر شاخه را در هم ضرب و اعداد را از شاخه‌ای به شاخه دیگر جمع می‌کنیم:

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{12} = \frac{1}{6} + \frac{7}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

قانون احتمال کل

در مسائل مربوط به قانون احتمال کل می‌خواهیم احتمال وقوع پیشامدی مانند A را به دست آوریم به طوری که وقوع این پیشامد به پیشامدهای $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ وابسته است یعنی ممکن است B_1 رخ داده باشد و A رخ دهد یا B_2 رخ داده باشد و A رخ دهد و در نهایت با هم جمع می‌کنیم. به این فرایند (قانون احتمال کل) می‌گوییم.

$$P(A) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_n) \times P(A|B_n)$$

استفاده از رسم نمودار درختی نیز مفید است.

گروه آموزشی ماز

۲۸- ۲ نفر به سمت هدفی تیراندازی می‌کنند. احتمال اینکه در یک بار تیراندازی، تیر به هدف بخورد برای اولی $6/0$ و برای دومی $8/0$ است. احتمال اینکه تنها یکی از تیرها به هدف بخورد کدام است؟

$$0/46 \quad (4)$$

$$0/45 \quad (3)$$

$$0/44 \quad (2)$$

$$0/92 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول:

فرض کنید A و B به صورت زیر تعریف شود:

تیر نفر اول به هدف بخورد A

تیر نفر دوم به هدف بخورد B

دقت کنید A و B مستقل هستند. خواسته مسئله $P((A-B) \cup (B-A))$ می باشد.

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0/6 + 0/8 - 2 \times 0/6 \times 0/8 = 0/44$$

روشن دوم:

$$P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A)P(B') + P(B)P(A')$$

$$= 0/6 \times 0/2 + 0/8 \times 0/4 = 0/12 + 0/32 = 0/44$$

پیشامدهای مستقل

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، هرگاه وقوع یکی بر دیگری تأثیری نداشته باشد، در این صورت $P(A|B) = P(A)$ است و در نتیجه داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

نکات پرکاربرد پیشامدهای مستقل

اگر دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر باشند، آن گاه:

(۱) پیشامدهای A' و B مستقل از یکدیگرند. $P(A' \cap B) = P(A')P(B)$

(۲) پیشامدهای A و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A \cap B') = P(A)P(B')$

(۳) پیشامدهای A' و B' مستقل از یکدیگرند. $P(A' \cap B') = P(A')P(B')$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در یک تحقیق، میزان مصرف شیر و فراورده های آن در یک کلاس برای ۱۰ دانش آموز ابتدایی در یک سال بر حسب لیتر به صورت مقابل است. در نمایش نمودار جعبه ای، ضریب تغییرات داده های داخل جعبه کدام است؟ ($\sqrt{5} \approx 2/2$)

۵۰، ۵۹، ۵۷، ۳۹، ۴۶، ۴۲، ۳۷، ۳۲، ۵۶، ۵۴

۰/۱۵ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۰۹ (۲)

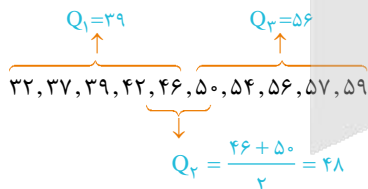
۰/۰۷ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روشن اول:

ابتدا داده ها را مرتب می کنیم:



پس داده های ۵۴، ۵۰، ۴۶، ۴۲ داخل جعبه هستند برای محاسبه ضریب تغییرات، ابتدا میانگین و سپس انحراف معیار را محاسبه می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{42 + 46 + 50 + 54}{4} = 48$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{4} = \frac{(42-48)^2 + (46-48)^2 + (50-48)^2 + (54-48)^2}{4} = \frac{36 + 4 + 4 + 36}{4} = \frac{80}{4} = 20 \Rightarrow \sigma = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} = \frac{\sqrt{5}}{24} \approx \frac{2/2}{24} \approx 0/09$$

روشن دوم:

برای محاسبه واریانس n عدد که تشکیل دنباله حسابی می دهند، می توانیم از رابطه $\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12} \times d^2$ استفاده کنیم. پس:

$$42, 46, 50, 54 \Rightarrow \bar{x} = 48$$

$$\sigma^2 = \frac{4^2-1}{12} \times 4^2 = 20 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{5} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{5}}{48} \Rightarrow CV \approx 0/09$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- در جامعه‌ای به شکل $\{۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$ احتمال آن که نمونه‌ای ۲ عضوی، میانگین را ۸ برآورد کند، کدام است؟

۰/۴۲ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

برای آن که نمونه‌های دوتایی، میانگین را ۸ برآورد کنند، باید جمع دو عدد ۱۶ شود.

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow 8 = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a+b = 16$$

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{10} = 0.2$$

تنها دو عضوی مطلوب، مجموعه‌های $\{۷, ۹\}$ و $\{۶, ۱۰\}$ هستند، پس:

گروه آموزشی ماز

۳۱- یک ذره به جرم 20g و اندازه بار الکتریکی $|q| = 40\text{ }\mu\text{C}$ در یک میدان الکتریکی قائم و رو به بالا معلق است. اندازه میدان الکتریکی و نوع بار ذره کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) 2×10^3 و منفی

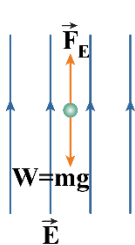
(۳) 2×10^3 و مثبت

(۲) 5×10^3 و منفی

(۱) 5×10^3 و مثبت

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



ابتدا نیروهای وارد به ذره را مشخص می‌کنیم. برای معلق ماندن ذره لازم است نیروی F_E به سمت بالا باشد. به دلیل هم‌جهت بودن $\vec{F}_E$ و $\vec{E}$ بار ذره مثبت است:

$$F_E = W = mg$$

$$Eq = mg \Rightarrow E = \frac{mg}{q} = \frac{20 \times 10^{-3} \times 10}{40 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

میدان و نیروی الکتریکی

۱- میدان الکتریکی خاصیتی در اطراف ذرات باردار است که برابر نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی است.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

۲- در رابطه فوق، یکای F ، q و E به ترتیب نیوتون، کولن و $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ است. در ادامه این فصل خواهیم دید که علاوه بر $\frac{\text{نیوتون}}{\text{کولن}}$ ، یکای $\frac{\text{ولت}}{\text{متر}}$ هم یکای میدان الکتریکی است.

۳- اگر یک ذره باردار درون میدان الکتریکی قرار گیرد، به آن نیرو وارد می‌شود که این نیرو برابر است با:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F} = q\vec{E}$$

نکته

مطابق رابطه فوق نکات زیر قابل استنباط است:

۱- با ضرب اندازه بار الکتریکی در اندازه میدان الکتریکی، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار به دست می‌آید.

۲- اگر $q > 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ هم‌جهت هستند؛ بنابراین به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

۳- اگر $q < 0$ باشد، $\vec{E}$ و $\vec{F}$ در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.

مثال

بار الکتریکی $q = -20\text{ }\mu\text{C}$ درون میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = 10^5 \vec{i}$ برحسب واحدهای SI قرار گرفته است. بردار نیروی الکتریکی وارد بر این بار در SI کدام است؟

پاسخ:

$$\vec{F} = q\vec{E} = -20 \times 10^{-6} \times 10^5 \vec{i} = (-2\text{ N})\vec{i}$$

بنابراین به این بار، نیروی ۲ نیوتونی در خلاف جهت محور x وارد می‌شود. دقت کنید اگر بار مثبت بود، نیرو در جهت محور x به بار وارد می‌شد.

تبادل بین نیروی الکتریکی و وزن

در این قسمت می‌خواهیم تعادل جسم بارداری را که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و وزن قرار دارد بررسی کنیم.

شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را نشان می‌دهد:

با توجه به این‌که جسم در تعادل قرار دارد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی، هم‌اندازه هستند و می‌توان نوشت:

$$F_E = W \rightarrow |qE| = mg$$

در مورد جهت میدان و علامت بار به موارد زیر دقت کنید:

(الف) اگر بار مثبت باشد ($q > 0$)، نیروی الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی است؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت بالا خواهد بود.

(ب) اگر بار منفی باشد ($q < 0$)، نیروی الکتریکی و میدان در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

مثال

یک ذره باردار به جرم 2g گرم دارای بار الکتریکی $q = -5\text{ }\mu\text{C}$ است. این ذره را از ارتفاعی رها می‌کنیم. برای آن‌که این ذره معلق بماند و سقوط نکند، باید میدان الکتریکی

در جهت؛ و با بزرگی واحد SI در اطراف ذره ایجاد کنیم. ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



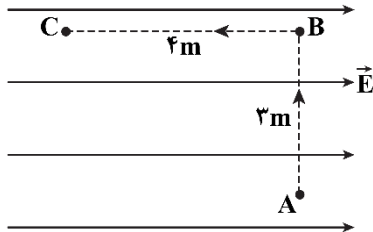
پاسخ:

ابتدا دقت کنید که چون بار ذره منفی است، میدان به سمت پایین خواهد بود. برای محاسبه اندازه میدان می‌توان نوشت:

$$mg = |qE| \rightarrow 2 \times 10^{-3} \times 10 = 5 \times 10^{-6} \times E \rightarrow E = 4000 \frac{N}{C}$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- مطابق شکل زیر، درون یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4 \frac{V}{m}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی $-5 \mu C$ از نقطه A تا C از مسیر نشان داده شده جابه‌جا می‌شود. به ترتیب از راست به چپ، انرژی پتانسیل الکتریکی این ذره در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند و اختلاف پتانسیل نقاط A و B چند ولت است؟



- (۱) $0/2$ ژول کاهش می‌یابد، 30000
- (۲) $0/2$ ژول کاهش می‌یابد، صفر
- (۳) $0/2$ ژول افزایش می‌یابد، 30000
- (۴) $0/2$ ژول افزایش می‌یابد، صفر

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی:

$$|\Delta U| = |Eqd_{BC}| = 10^4 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 = 0/2 J$$



تذکره!

دقت کنید در محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل، فقط جابه‌جایی در راستای میدان اهمیت دارد و جابه‌جایی AB اهمیتی ندارد. همچنین چون بار منفی در جهت خودبه‌خودی حرکت کرده، انرژی پتانسیل کاهش می‌یابد.

$$|\Delta U| = 0/2 J \xrightarrow{\Delta U < 0} \Delta U = -0/2 J$$

با جابه‌جایی در جهت عمود بر میدان، پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند، بنابراین اختلاف پتانسیل نقاط A و B صفر است.

کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی

۱- تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی برابر قرینه کار نیروی الکتریکی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W = Fd \cos \theta \\ \Delta U = -W \end{cases} \rightarrow \Delta U = -Fd \cos \theta$$

$$\xrightarrow{F=E|q|} \Delta U = -E|q|d \cos \theta$$

$$\rightarrow |\Delta U| = |Eqd \cos \theta|$$

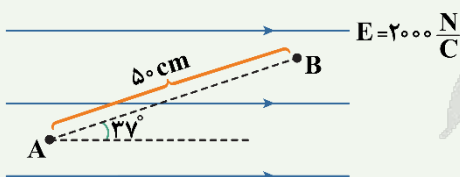
دقت کنید کار نیروی الکتریکی فقط به مبدأ و مقصد حرکت بار ربط دارد و مستقل از مسیر حرکت است؛ بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی هم فقط به مبدأ و مقصد حرکت ربط دارد.

از رابطه فوق برای محاسبه تغییرات انرژی پتانسیل در یک میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. دقت کنید در حالتی که عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم ($\cos \theta = 0$)، پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ثابت می‌مانند، زیرا کار نیروی الکتریکی صفر است.



مثال

در شکل زیر، بار الکتریکی $q = 5 \mu C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $2000 \frac{N}{C}$ از A به B می‌رود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۸/۰ = $\cos 37^\circ$)

پاسخ:

ابتدا دقت کنید که بار مثبت در جهت میدان یعنی در جهت حرکت خودبه‌خودی حرکت کرده است و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است. در ادامه مقدار کاهش انرژی را محاسبه می‌کنیم.

$$|\Delta U| = |Eqd \cos \alpha| = |2000 \times 5 \times 10^{-6} \times 0/5 \times 0/8|$$

$$\rightarrow |\Delta U| = 4 \times 10^{-3} J$$



بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار به اندازه $4 \times 10^{-3} \text{ J}$ کاهش یافته است.

۲- با تقسیم رابطه $\Delta U = -E|q|d \cos \alpha$ بر q می‌توانیم تغییرات پتانسیل الکتریکی یعنی ΔV را محاسبه کنیم.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-E|q|d \cos \alpha}{q} = -Ed \cos \alpha$$

$$\rightarrow \Delta V = -Ed \cos \alpha$$

مثال

بار الکتریکی $q = -20 \text{ nC}$ از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی به اندازه $4 \mu\text{J}$ کاهش یابد، کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی برابر میکروژول است و پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه ولت از نقطه B است.

پاسخ:

کار نیروی الکتریکی قرینه تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_E = -\Delta U = -(-4) = +4 \mu\text{J}$$

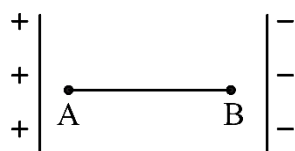
برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی نیز می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-4 \times 10^{-6}}{-20 \times 10^{-9}} = 200 \text{ V} \rightarrow V_B - V_A = 200 \text{ V}$$

بنابراین پتانسیل الکتریکی نقطه A به اندازه ۲۰۰ ولت کمتر از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -5 \text{ mC}$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به طرف نقطه B پرتاب می‌شود و در مسیر A تا B، انرژی جنبشی آن 100 mJ تغییر می‌کند. $V_B - V_A$ چند ولت است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا صرف نظر شود.)



(۱) ۲۰

(۲) -۲۰

(۳) -۵۰

(۴) ۵۰

(آسان - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

از آنجا که بار q منفی است، بنابراین بر آن به سمت چپ (خلاف جهت حرکت آن) نیرو وارد می‌شود و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. در نتیجه:

$$\Delta K = -100 \text{ mJ}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = -100 \text{ mJ}$$

$$\Rightarrow \Delta U_E = -W_E = +100 \text{ mJ}$$

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{+100 \text{ mJ}}{-5 \text{ mC}} = -20 \text{ (V)}$$

نکته

۱- طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است.

۲- کار میدان الکتریکی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه یکدیگرند.

۳- اختلاف پتانسیل بین دو نقطه برابر است با:

$$W_t = \Delta K$$

$$\Delta U_E = -W_E$$

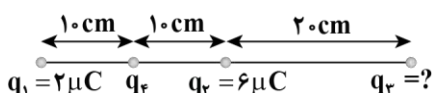
$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{\Delta U_E}{q}$$

ΔU_E ، تغییر انرژی پتانسیل بار q در جابجایی از نقطه ۱ تا نقطه ۲ است.

۴- نیروی وارد بر بار منفی از طرف میدان الکتریکی، در خلاف جهت میدان است.

گروه آموزشی ماز

۳۴- در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟



(۲) ۱۸

(۱) -۱۸

(۴) -۳۶

(۳) ۳۶

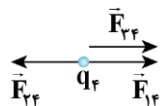


گام اول:

ابتدا نیروهای $F_{۱۴}$ ، $F_{۲۴}$ را محاسبه می‌کنیم. طبق رابطه $F = \frac{kqq'}{r^2}$ داریم:

$$F_{۱۴} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times q_4}{(10)^2 \times 10^{-4}} = 18 \times 10^5 q_4$$

$$F_{۲۴} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times q_4}{(10)^2 \times 10^{-4}} = 54 \times 10^5 q_4$$



گام آخر:

چون $F_{۱۴} < F_{۲۴}$ است برای صفر شدن برابری نیروهای وارد بر q_4 لازم است $F_{۲۴}$ در جهت $F_{۱۴}$ باشد:

$$F_{۲۴} = F_{۱۴} + F_{۳۴} \Rightarrow 54 \times 10^5 q_4 = 18 \times 10^5 q_4 + F_{۳۴}$$

$$F_{۳۴} = 36 \times 10^5 q_4 = \frac{9 \times 10^9 \times q_3 \times q_4}{(30)^2 \times 10^{-4}}$$

$$|q_3| = 36 \times 10^{-6} = 36 \mu C$$

چون نیروی $F_{۳۴}$ جاذبه است، پس بار q_3 منفی است و گزینه (۴) درست است.

محاسبه نیروی الکتریکی در حضور چند بار

در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی الکتریکی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

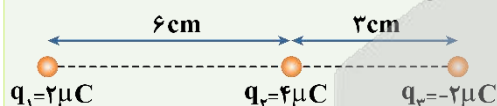
گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست‌آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازه آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازه آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطه فیثاغورس برابری آن‌ها محاسبه می‌شود.

در ادامه با حل یک مثال، مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

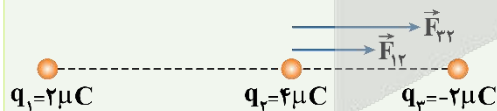
مثال

مطابق شکل، سه بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برابری وارد بر q_2 چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که بار q_1 ، q_2 را دفع می‌کند و بار q_3 ، q_2 را جذب می‌کند؛ بنابراین جهت نیروهای وارد بر q_2 مطابق شکل زیر است.



در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

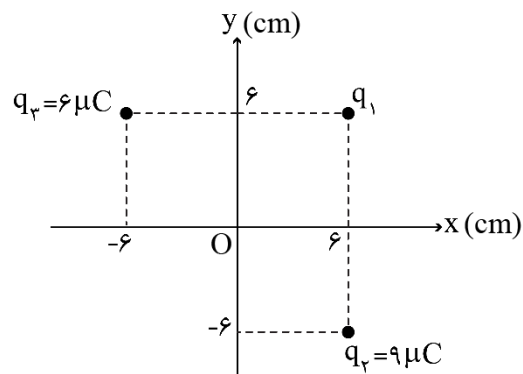
$$F_{۱۲} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{۱۲}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 N$$

$$F_{۳۲} = k \frac{|q_3 q_2|}{r_{۳۲}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 N$$

در ادامه با توجه به این‌که دو نیرو هم‌جهت هستند، برابری آن‌ها برابر مجموع اندازه آن‌هاست و نیروی کل برابر است با:

$$\vec{F}_{۱۲} = \vec{F}_{۳۲} + \vec{F}_{۲۲} \Rightarrow |\vec{F}_{۱۲}| = F_{۱۲} + F_{۳۲} = 20 + 80 = 100 N$$

۳۵- مطابق شکل زیر، سه بار نقطه‌ای در صفحه xy قرار دارند و بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مبدأ مختصات) در SI ، برابر $\frac{6}{25} \times 10^6 \frac{N}{C}$

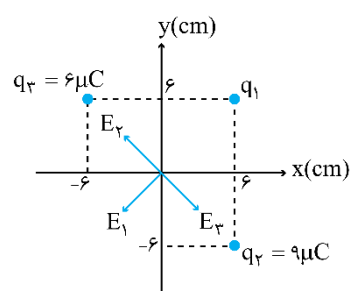


است. $|q_1|$ چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



ابتدا دقت کنید فاصله همه بارها تا مرکز مختصات برابر $6\sqrt{2}$ cm است. در ادامه میدان حاصل از بارهای q_2 و q_3 را به دست می‌آوریم. به شکل رسم شده که جهت بردارهای میدان را نشان می‌دهد، توجه کنید.

$$E_2 = k \frac{q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = k \frac{q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = \frac{6}{8} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

بنابراین برای $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ برابر است با:

$$\vec{E}_{2,3} = \vec{E}_2 - \vec{E}_3 = \frac{9}{8} \times 10^7 - \frac{6}{8} \times 10^7$$

$$\rightarrow E_{2,3} = \frac{3}{8} \times 10^7 = 3.75 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

میدان کل در مرکز مختصات با استفاده از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید:

$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} \rightarrow 6.25 \times 10^6 = \sqrt{E_1^2 + (3.75 \times 10^6)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توجه به اعداد فیثاغورس } 6.25, 3.75} E_1 = 5 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

در ادامه با داشتن E_1 می‌توانیم q_1 را محاسبه کنیم:

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} \rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$\rightarrow q_1 = 4 \times 10^{-6} C = 4 \mu C$$



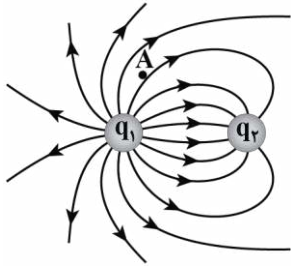
نکته

هر بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به موجب آن به هر بار دیگری که در آن فضا باشد، نیروی الکتریکی وارد می‌کند. این خاصیت، میدان الکتریکی نام دارد. میدان الکتریکی با حرف E نشان داده می‌شود و کمیتی برداری است یعنی هم‌اندازه و هم‌جهت دارد.

$$F = \frac{k|q||q_0|}{r^2} \xrightarrow{E = \frac{F}{|q_0|}} E = \frac{k|q|}{r^2} \frac{N}{C} \rightarrow \text{اندازه میدان الکتریکی در فاصله } r \text{ از } q$$



۳۶- خطوط میدان الکتریکی برای دو کرهٔ رسانای باردار کوچک در شکل زیر نشان داده شده است. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف: بار q_1 مثبت است.

ب: نیروی الکتریکی بین بارها از نوع جاذبه است.

پ: اگر یک الکترون را در نقطهٔ A رها کنیم، نیرویی در جهت $\nearrow$ به آن وارد می‌شود.

ت: اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 برابر است.

(۱) «الف» و «ب»

(۲) «ب» و «ت»

(۳) «الف» و «پ»

(۴) «ب» و «پ»

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینهٔ ۱

بررسی موارد:

الف

خطوط میدان از بار q_1 خارج شده و به بار q_2 وارد شده است؛ بنابراین q_1 مثبت و q_2 منفی است. (✓)

ب

چون بار الکتریکی دو جسم، ناهم‌نام است، نیروی الکتریکی بین آن‌ها جاذبه است. (✓)

پ

جهت میدان در هر نقطه مماس بر خطوط میدان است؛ بنابراین میدان در نقطهٔ A در جهت $\nearrow$ است. با توجه به این که به بار منفی در خلاف جهت میدان، نیرو وارد می‌شود، جهت نیروی الکتریکی وارد بر الکترون به صورت $\swarrow$ است. (✗)

ت

تراکم خطوط در نزدیکی بار q_1 بیش‌تر از تراکم خطوط در نزدیکی q_2 است؛ بنابراین اندازهٔ q_1 بزرگ‌تر از اندازهٔ q_2 است. (✗)

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

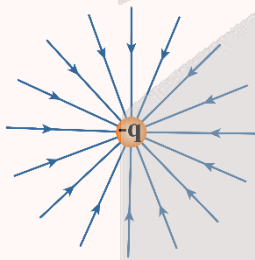
الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

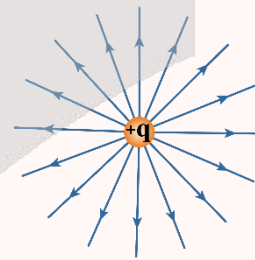
پ) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیش‌تر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بیش‌تر است.

ت) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

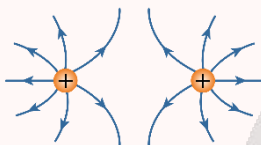


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار منفی

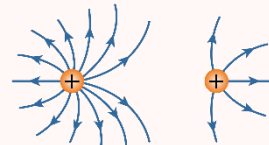


خطوط میدان الکتریکی در اطراف بار مثبت

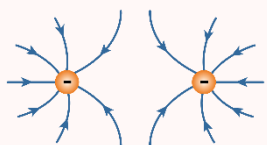
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذرهٔ باردار مطابق شکل‌های زیر است:



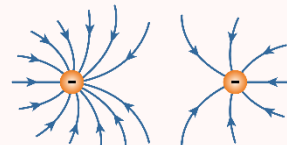
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه



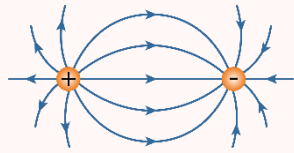
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه



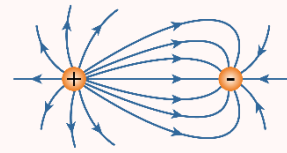
خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی هم‌اندازه



خطوط میدان بارهای مثبت و منفی غیرهم‌اندازه

گروه آموزشی ماز

۳۷- یک خازن تخت از صفحه‌هایی با مساحت 100 cm^2 ساخته شده که در فاصله 5 mm از هم قرار دارند و فاصله بین آن‌ها با دی الکتریکی انعطاف پذیر با

ثابت $\epsilon_r = 4$ پر شده است. اگر فاصله بین صفحه‌های خازن را 3 mm کاهش دهیم، ظرفیت خازن چند پیکوفاراد تغییر می‌کند؟ $(\epsilon_0 = 8.85 \frac{\text{pF}}{\text{m}})$

۴۷/۲ (۴)

۷۰/۸ (۳)

۱۲۴/۴ (۲)

۱۰۶/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ظرفیت اولیه خازن برابر است با:

$$C_1 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_1} = 4 \times 8.85 \times \frac{100 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 70.8 \text{ pF}$$

گام دوم:

ظرفیت نهایی خازن برابر است با:

$$C_2 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_2} = 4 \times 8.85 \times \frac{100 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 117.8 \text{ pF}$$

گام آخر:

تغییر ظرفیت خازن برابر است با:

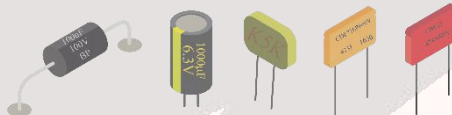
$$C_2 - C_1 = 117.8 - 70.8 = 47.0 \text{ pF}$$

دام تستی

اگر به اشتباه فکر می‌کردید که فاصله بین صفحه‌های خازن 3 mm شده است، ظرفیت خازن در حالت دوم را 118 pF به دست می‌آوردید و اختلاف ظرفیت‌ها 47.0 pF می‌شد که در گزینه ۴ آمده است.

خازن

خازن، یک وسیله الکتریکی است که می‌تواند بار و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند. خازن‌ها به‌طور گسترده‌ای در مدارهای الکترونیکی و ساینی مانند رادیو، تلویزیون، رایانه، گوشی همراه و ... به‌کار می‌روند.



چند مثال از کاربرد خازن

- ✓ باتری‌های یک دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در خازن فلاش دوربین ذخیره می‌کنند.
- ✓ در مدار یک تقویت‌کننده (آمپلی‌فایر) چندین خازن به‌کار رفته است.
- ✓ خازن دستگاه رفع لرزشی (دستگاهی برای توقف لرزش بطنی افراد دچار حمله قلبی).

تفاوت خازن و باتری

باتری‌ها معمولاً انرژی را با آهنگ نسبتاً کمی به مدار می‌دهند، اما خازن می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار زیادی به مدار بدهد.

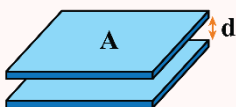
اجزای خازن

خازن شامل دو رسانا با هر شکلی است که این رساناها را صفحه‌های خازن می‌نامیم.

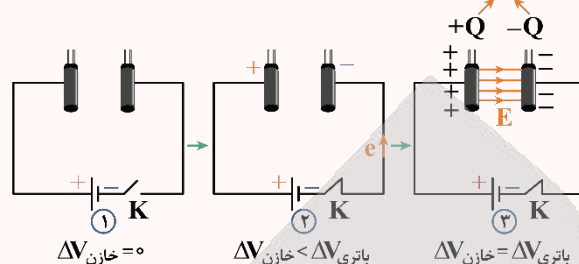
خازن تخت

خازن تخت شامل دو صفحه رسانای موازی با مساحت A است که به فاصله d از هم قرار گرفته‌اند.

✓ فاصله بین صفحات خازن تخت در برابر ابعاد صفحه‌ها ناچیز است.



بارخازن Q است.



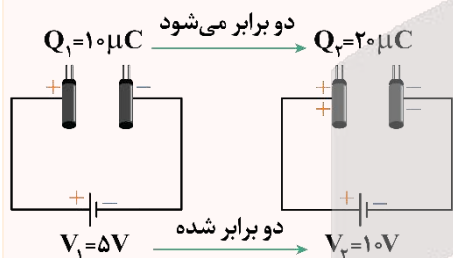
۳- وقتی یک خازن، باردار می‌شود صفحه‌های آن دارای بارهایی با بزرگی یکسان ولی با علامت مخالف می‌شوند، یعنی بار صفحات، $+Q$ و $-Q$ خواهد شد. وقتی گفته می‌شود بار خازن، Q است، یعنی بار صفحه مثبت خازن، $+Q$ و بار صفحه منفی خازن، $-Q$ می‌باشد.

۱- نسبت بار ذخیره شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن، مقداری ثابت است که به آن ظرفیت خازن گویند:

$$C = \frac{Q}{V}$$

C: ظرفیت خازن برحسب فاراد (F)

۳- ظرفیت خازن به اندازه بار خازن و نیز اختلاف پتانسیل دو صفحه آن بستگی ندارد.



$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{1 \cdot \mu C}{\Delta V} = 1 \mu F \quad , \quad C_2 = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{2 \cdot \mu C}{1 \cdot V} = 2 \mu F$$

پس هرچه اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش یابد، به همان نسبت بار ذخیره شده در خازن زیاد می شود و ظرفیت خازن، ثابت می ماند.

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow \overset{\substack{\uparrow \\ \text{ن برابر}}}{Q} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{ثابت}}}{C} \times \overset{\substack{\uparrow \\ \text{ن برابر}}}{V}$$

رابطه ظرفیت خازن براساس مشخصات ساختمانی آن به صورت زیر است:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

ϵ_0 : ضریب گذردهی الکتریکی $\left(\frac{F}{m}\right)$ خلاً

K : ثابت دھار الکتریک (واحد ندارد).

C: ظرفیت خازن برحسب فاراد (F)

A: مساحت هر یک از صفحات خازن (مساحت مؤثر) بر حسب متر مربع (m^2)

d: فاصله بین دو صفحه خازن از هم (ضخامت قسمت نارسنای خازن) بر حسب متر (m)





مثال

در یک میکروفون خازنی، با ارتعاش صفحه متحرک (دیافراگم) خازن بر اثر صدا، فاصله بین صفحه‌های خازن تغییر می‌کند؛ بنابراین ظرفیت خازن تخت تغییر می‌کند که به ایجاد یک سیگنال الکتریکی می‌انجامد.



دی‌الکتریک

فضای بین صفحه‌های خازن را با ماده‌ای عایقی پر می‌کنیم که به این ماده عایق، دی‌الکتریک گفته می‌شود. ✓ ضریب دی‌الکتریک برای خلأ و هوا برابر ۱ و برای سایر نارساها از ۱ بیش‌تر است.

اثرات دی‌الکتریک

- ۱- افزایش ظرفیت خازن
- ۲- افزایش حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن

گروه آموزشی ماز

۳۸- دو کره مشابه و فلزی با شعاع ۲cm دارای بارهای الکتریکی ۱۰nC و ۵۰nC هستند. اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم، چگالی سطحی بار الکتریکی هر کره چند واحد SI می‌شود؟ ($\pi=3$)

$$1/25 \times 10^{-9} \quad (4)$$

$$1/25 \times 10^{-6} \quad (3)$$

$$6/25 \times 10^{-9} \quad (2)$$

$$6/25 \times 10^{-6} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

محاسبه بار الکتریکی کره‌ها پس از تماس:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{10 + 50}{2} = 30 \text{ nC} = 30 \times 10^{-9} \text{ C}$$

گام آخر:

محاسبه چگالی سطحی بار الکتریکی:

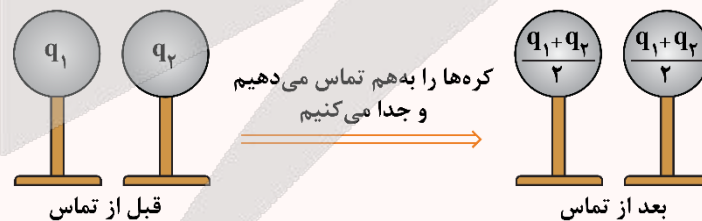
$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{30 \times 10^{-9}}{4\pi \times (2 \times 10^{-2})^2} = \frac{100}{16} \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma = 6/25 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

تماس

طبق قانون پایستگی بارهای الکتریکی، اگر چند جسم رسانا را به هم تماس دهیم، مجموع بار آن‌ها قبل از تماس با مجموع بار آن‌ها بعد از تماس یکسان خواهد بود.

۱- هنگامی که دو کره فلزی مشابه را به هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره با هم برابر باشد؛ بنابراین بار هریک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیه آن‌ها خواهد بود.



$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

۲- نتیجه فوق برای تعداد بیش‌تری کره فلزی مشابه هم قابل تعمیم است. به طور کلی اگر n کره یکسان که دارای بارهای $q_1, q_2, \dots, q_n$ هستند را هم‌زمان به هم تماس دهیم، بار نهایی همه آن‌ها برابر می‌شود با:

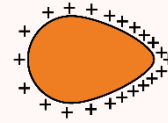
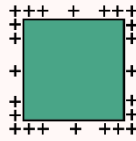
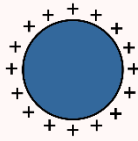
$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n}$$



چگالی سطحی بار الکتریکی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای این که بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش های مختلف سطح یک جسم را باهم مقایسه کنیم کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می کنیم. درواقع چگالی سطحی، پارامتری است که تراکم بار در قسمت های مختلف یک جسم را نشان می دهد:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$



در رابطه بالا، A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است.

q، بار و σ (بخوانید سیگما)، چگالی سطحی بار است.

یکای چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow [\sigma] = \frac{[q]}{[A]} \rightarrow [\sigma] = \frac{C}{m^2}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در یک آذرخش ۲GJ انرژی تحت اختلاف پتانسیل ۵۰MV در بازه زمانی ۰/۲۰s آزاد می شود. جریان متوسط در این یورش آذرخش و توان الکتریکی آزاد شده در ۰/۲۰s به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI هستند؟

۱۰^{۱۱}، ۵۰ (۴)

۱۰^{۱۰}، ۵۰ (۳)

۱۰^{۱۱}، ۲۰۰ (۲)

۱۰^{۱۰}، ۲۰۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

با استفاده از انرژی آزاد شده، مقدار بار الکتریکی شارش شده را محاسبه می کنیم.

$$U = qV \Rightarrow 2 \times 10^9 = q \times 50 \times 10^6 \Rightarrow q = 4 \times 10^2 C$$

گام دوم:

جریان متوسط برابر است با:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow I = \frac{400}{0.2} = 2000 A$$

گام آخر:

توان آزاد شده برابر است با:

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow P = \frac{2 \times 10^9}{0.2} = 10^{10} W$$

جریان الکتریکی

آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم، معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq : بار الکتریکی شارش شده با یکای کولن

Δt : مدت زمان عبور بار الکتریکی با یکای ثانیه

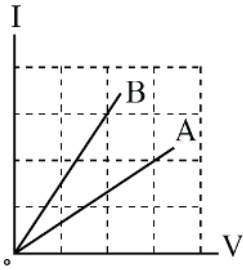
I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر

نکته

جریان الکتریکی، کمیتی نرده ای است و یکای جریان الکتریکی در SI برابر آمپر (A) است که معادل با $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$ می باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI می باشد.

گروه آموزشی ماز

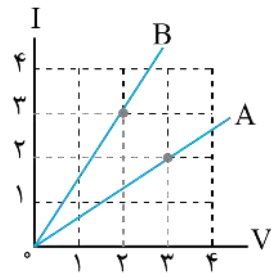
۴۰- شکل زیر، رابطه بین جریان عبوری از مقاومت‌های A و B و اختلاف پتانسیل دو سر آن مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟



- (۱) $\frac{4}{9}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینه ۱

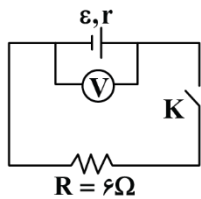
با توجه به نمودار داریم:



$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

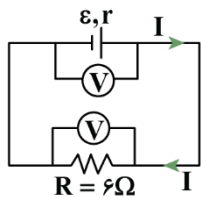
گروه آموزشی ماز

۴۱- در مدار شکل زیر، اگر کلید باز باشد، ولت‌سنج ۲۴ ولت و اگر کلید بسته شود، ولت‌سنج ۱۸ ولت را نشان می‌دهد. مقاومت درونی باتری چند اهم است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲



اگر کلید باز باشد، جریان مدار صفر بوده و ولت‌سنج نیروی محرکه باتری را نشان می‌دهد. ($\varepsilon = 24V$)
حال اگر کلید بسته شود، ولت‌سنج، ولتاژ دو سر باتری یا به عبارت دیگر، ولتاژ دو سر مقاومت خارجی را نشان می‌دهد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = RI \Rightarrow 18 = 6I \Rightarrow I = 3A$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 18 = 24 - 3r \Rightarrow r = 2\Omega$$

ولتاژ باتری

۱- معادله ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) به صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

در رابطه فوق، ε برابر نیروی محرکه باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ، نمودار ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل مقابل است.

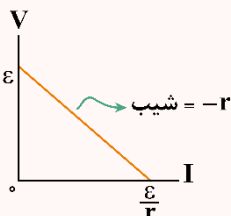
۳- در مورد نمودار ولتاژ - جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

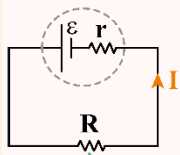
(الف) بیشینه ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکه آن است.

(ب) اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

(پ) عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

(ت) بیشینه جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می‌گوییم.





مقاومت معادل مدار

۴- همان‌طور که یاد گرفتیم، می‌توان مقاومت‌های مدار را ساده کرد و همه آن‌ها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می‌توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم. این مدار یک مدار ساده تک‌حلقه است.

در مورد مدار تک‌حلقه به نکات زیر توجه کنید:

(الف) جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

(ب) افت پتانسیل در باتری برابر است با:

$$rI = r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon r}{r + R}$$

(پ) ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI = \varepsilon - r \times \frac{\varepsilon}{r + R} = \frac{\varepsilon R}{r + R}$$

(ت) ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\varepsilon R}{r + R}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- مقاومت ویژه سیم A، ۳ برابر مقاومت ویژه سیم B و طول سیم A، ۲ برابر طول سیم B است. اگر مقاومت الکتریکی این دو سیم با هم برابر باشد، قطر مقطع سیم A چند برابر قطر مقطع سیم B است؟

$$\sqrt{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}} \quad (۲)$$

$$6 \quad (۱)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت دو سیم A و B داریم:

$$\rho_A = 3\rho_B, L_A = 2L_B, R_A = R_B$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{\text{مساحت: } A \propto d^2} 1 = 3 \times 2 \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 = 6 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{6}$$

دام تستی

اگر گزینه (۱) رو انتخاب کردی یعنی نسبت سطح مقطع‌ها رو پیدا کردی و جذر نگرفتی ولی اگر گزینه دو رو انتخاب کردی یعنی به جای $\frac{R_A}{R_B}$ مقدار $\frac{R_B}{R_A}$ رو انتخاب کردی.

گروه آموزشی ماز

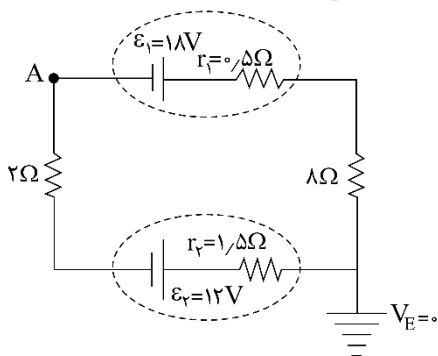
۴۳- در مدار زیر، پتانسیل نقطه A چند ولت است؟

$$-22/25 \quad (۱)$$

$$-13/75 \quad (۲)$$

$$13/75 \quad (۳)$$

$$22/25 \quad (۴)$$

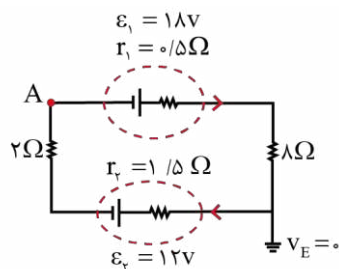


۱۴۰۴-۰۵



پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\text{جمع مقاومت‌ها}} = \frac{18 - 12}{2 + 8 + 0.5 + 1.5} = 0.5 \text{ A}$$

منبع (۱) انرژی می‌دهد و منبع (۲) انرژی دریافت می‌کند.

با حرکت از A به E، ولتاژ نقطه A را به دست می‌آوریم.

$$V_A + \varepsilon_1 - r_1 I - 8I = V_E$$

$$V_A + 18 - 0.5 \times 0.5 - 8 \times 0.5 = 0$$

$$V_A = -13.75 \text{ V}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- در پدیده آبر رسانی، مقاومت ویژه جسم با کاهش دما:

(۱) با شیب ثابتی به صفر می‌رسد و در دماهای پایین‌تر نیز صفر می‌ماند.

(۲) کاهش می‌یابد و در دمای خاصی، ناگهان به مقدار زیادی افزایش می‌یابد.

(۳) در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و با ادامه کاهش دما، دوباره افزایش می‌یابد.

(۴) در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین‌تر، همچنان صفر می‌ماند.

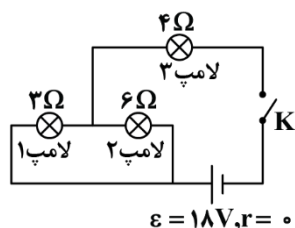
پاسخ: گزینه ۴

(آسان - حفظی - ۱۱۰۲)

در برخی مواد مانند جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می‌کند و در دماهای پایین همچنان صفر می‌ماند. به این پدیده آبر رسانی می‌گویند. با توجه این جمله گزینه (۴) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل مقابل، وقتی کلید بسته شود، توان مصرفی لامپ (۱)، چند وات می‌شود؟



(۱) ۳

(۲) ۱۲

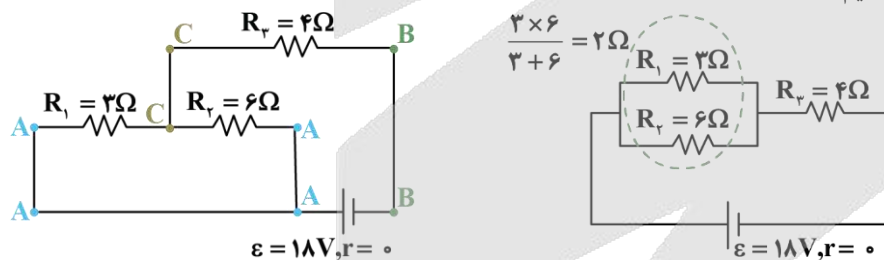
(۳) ۱۸

(۴) ۲۷

پاسخ: گزینه ۲

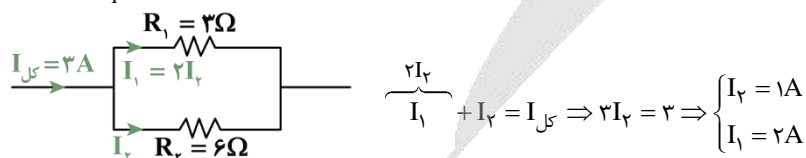
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

ابتدا به کمک نام‌گذاری نقاط، یک شکل ساده‌تر رسم می‌کنیم:

حال با به دست آوردن جریان کل مدار و سپس محاسبه جریان عبوری از مقاومت R_1 ، توان مصرفی آن را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = 2 + 4 = 6 \Omega$$

$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{6 + 0} = 3 \text{ A}$$

حال توان مصرفی مقاومت R_1 برابر است با:

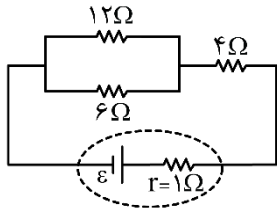
$$P_1 = R_1 I_1^2 = 3 \times 1^2 = 3 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز



۴۶- در مدار زیر، اگر جای مقاومت ۴ اهمی و ۶ اهمی عوض شود، توان خروجی باتری چند درصد تغییر می کند؟

- (۱) ۸/۸۷۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲/۵
(۴) ۱۵



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

حالت اول:

$$R_{eq} = (12 \parallel 6) + 4 = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 4 = 8 \Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{8 + 1} = \frac{\varepsilon}{9}$$

$$\Rightarrow \text{توان خروجی مولد} = P_1 = R_{eq} I_1^2 = 8 \times \frac{\varepsilon^2}{81}$$

$$R_{eq} = (12 \parallel 4) + 6 = \frac{12 \times 4}{12 + 4} + 6 = 9 \Omega$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon}{9 + 1} = \frac{\varepsilon}{10}$$

$$\Rightarrow \text{توان خروجی مولد} = P_2 = R_{eq} I_2^2 = 9 \times \frac{\varepsilon^2}{100}$$

$$\text{درصد تغییر توان} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\left(\frac{9}{100} - \frac{8}{81}\right) \varepsilon^2}{\frac{8}{81} \varepsilon^2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان} = -8/875\%$$

حالت دوم:

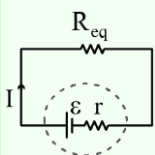
علامت منفی نشان دهنده کاهش توان است.



۱- برای دو مقاومت موازی R_1 و R_2 ، مقاومت معادل برابر $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ است.

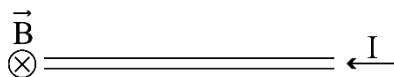
۲- توان خروجی مولد در یک مدار تک حلقه برابر است با:

$$P_{\text{خروجی مولد}} = \varepsilon I - r I^2 = R_{eq} I^2$$



گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل زیر، سیم مستقیمی به طول $2/4 \text{ m}$ حامل جریان $2/5 \text{ A}$ از شرق به غرب است. اندازه میدان مغناطیسی زمین در محل این سیم $0/5 \text{ G}$ و جهت آن از جنوب به شمال است. اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این سیم، کدام است؟



- (۲) $3 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، بالا
(۴) $3 \times 10^{-4} \text{ N}$ ، پایین

- (۱) $3 \times 10^{-5} \text{ N}$ ، بالا
(۳) $3 \times 10^{-5} \text{ N}$ ، پایین

(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

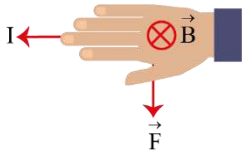
نیروی مغناطیسی و قاعده دست راست

۱- نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم حامل جریان از رابطه $F = BIL \sin \alpha$ به دست می آید و جهت نیرو با کمک قاعده دست راست تعیین می شود.

۲- هر گاوس معادل 10^{-4} تسلا است.



با توجه به قاعده دست راست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به سمت پایین است و اندازه آن برابر است با:



زاویه راستای سیم و $\vec{B}$

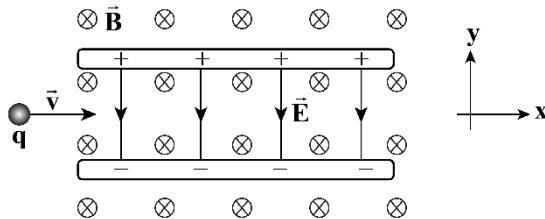
$$F = BIL \sin \theta = \left(\frac{0}{5 \times 10^{-4}} \right) \times 2/5 \times 2/4 \times \sin 90^\circ = 3 \times 10^{-4} \text{ N}$$

تبدیل گاوس به تسلا

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل، ذره باردار با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد. اندازه این میدان‌ها برابر $E = 9000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و $B = 0/18 \text{ T}$ است. علامت بار ذره چگونه و تندی آن چند متر بر ثانیه باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود

ادامه دهد؟



(۱) مثبت، 5×10^4

(۲) مثبت، 2×10^4

(۳) مثبت یا منفی، 5×10^4

(۴) مثبت یا منفی، 2×10^4

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

اگر فرض کنیم بار ذره مثبت باشد، نیروی الکتریکی به سمت پایین و نیروی مغناطیسی به سمت بالا به هم وارد می‌شوند و برای آن که ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد، کافی است این دو نیرو هم‌اندازه باشند.

$$|F_B| = |F_E| \Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow v \times 0/18 = 9000 \Rightarrow v = 5 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اگر بار ذره منفی باشد، نیروی الکتریکی به سمت بالا و نیروی مغناطیسی به سمت پایین به آن وارد می‌شوند و باز هم یکدیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین علامت بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



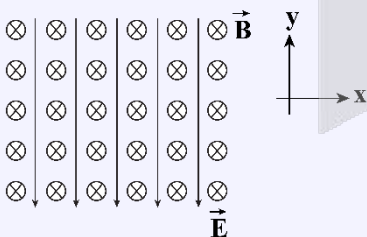
اگر ذره‌ای با جرم ناچیز، عمود بر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی حرکت کند و از مسیر خود منحرف نشود، می‌توان نوشت:

$$F_B = F_E$$

$$\Rightarrow |q|vB = |q|E \Rightarrow E = vB$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۱- در شکل زیر، میدان‌های یکنواخت الکتریکی $E = 1000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ و مغناطیسی $B = 1000 \text{ G}$ نشان داده شده است. در این فضا، یک ذره آلفا با تندی چند متر بر ثانیه و در چه جهتی در حرکت باشد، تا بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟ (اثر وزن ناچیز است.)



(۱) 10^4 ، در جهت محور x

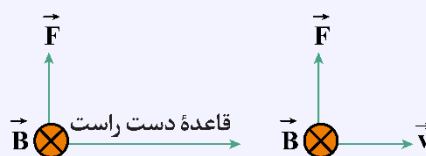
(۲) 5×10^3 ، در جهت محور x

(۳) 10^4 ، در خلاف جهت محور x

(۴) 5×10^3 ، در خلاف جهت محور x

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی در جهت میدان $\vec{E}$ به ذره آلفا وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی به سمت پایین است. برای آن که ذره بدون انحراف به مسیر حرکت خود ادامه دهد، باید نیروی مغناطیسی به سمت بالا باشد تا بتواند نیروی الکتریکی را خنثی کند؛ بنابراین می‌توانیم به کمک قاعده دست راست، جهت حرکت ذره را پیدا کنیم.



پس ذره باید در جهت محور x حرکت کند. با برابر قرار دادن اندازه نیروی الکتریکی و نیروی مغناطیسی داریم:

$$F_E = F_B \Rightarrow qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

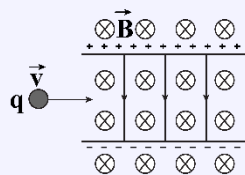
$$\Rightarrow v = \frac{1000}{1000 \times 10^{-4}} = 10^4 \frac{m}{s}$$

پاسخ: گزینه ۱

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۰

۶۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار $q = 2 \mu C$ با جرم ناچیز با تندی $v = 2 \times 10^4 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = 0.2 T$ و

$E = 500 \frac{N}{C}$ است. وارد فضای این میدان‌ها می‌شود. نیروی خالص وارد بر ذره در لحظه ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟



(۱) صفر

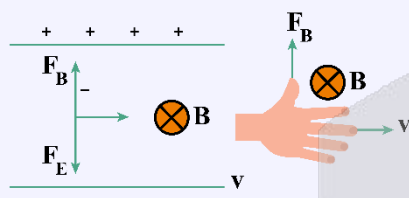
(۲) 3×10^{-4}

(۳) 2×10^{-4}

(۴) $1/8 \times 10^{-3}$

پاسخ تشریحی:

نیروی الکتریکی وارد بر ذره در جهت میدان الکتریکی، یعنی به سمت پایین است. نیروی مغناطیسی با توجه به قاعده دست راست به سمت بالا است.



$$F_E = Eq = 2 \times 10^{-6} \times 500 = 10^{-3} N$$

$$F_B = qvB = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^4 \times \frac{2}{100}$$

$$F_B = 8 \times 10^{-4}$$

$$F_T = F_E - F_B = 10^{-3} - 8 \times 10^{-4}$$

$$F_T = 2 \times 10^{-4} N$$

پاسخ: گزینه ۳

گروه آموزشی ماز

۴۹- با استفاده از دو سیم نازک با طول‌های یکسان، دو پیچۀ مسطح ساخته‌ایم که تعداد دور اولی دو برابر تعداد دور دومی است. اگر از این دو پیچه، جریان یکسان عبور دهیم، میدان مغناطیسی در مرکز پیچۀ اولی چند برابر دومی است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۴

(۱) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته

هنگامی که یک سیم به طول L را به صورت یک پیچه به شعاع r و تعداد دور N درمی‌آوریم، رابطه زیر بین L و N برقرار است:

$$L = N \times (\text{محیط یک حلقه}) \Rightarrow L = N \times 2\pi r$$

گام اول:

در اینجا، طول سیم‌ها یکسان است؛ بنابراین، حاصل ضرب $N \times r$ تغییر نمی‌کند.

$$N_1 r_1 = N_2 r_2 \xrightarrow{N_1 = 2N_2} 2N_2 \times r_1 = N_2 \times r_2 \Rightarrow r_2 = 2r_1$$

گام آخر:

به کمک رابطه میدان مغناطیسی حاصل از پیچه، نسبت میدان در دو پیچه را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{NI}{2r} \xrightarrow{I \text{ یکسان}} \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{r_2}{r_1} = \frac{2N_2}{N_2} \times \frac{2r_1}{r_1} = 4$$

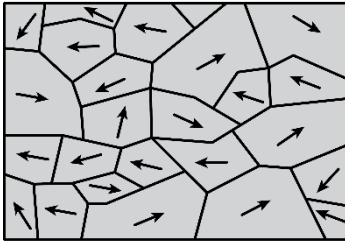
دام تستی

اگر به اشتباه نسبت $\frac{B_2}{B_1}$ رو حساب کنی به گزینه (۴) می‌رسی.

گروه آموزشی ماز



۵۰- شکل زیر، مربوط به کدام ماده مغناطیسی است و آن ماده در چه شرایطی قرار دارد؟



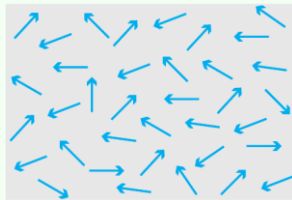
- (۱) ماده فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
- (۲) ماده پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
- (۳) ماده پارامغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی
- (۴) ماده فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

(آسان - خطبه خط کتاب درسی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱



۱- مواد پارامغناطیس دارای دو قطبی‌های مغناطیسی هستند که در جهت‌های کاتوره‌ای قرار دارند. اما مواد فرومغناطیس دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند که حوزه‌ها نسبت به هم، جهت‌های کاتوره‌ای دارند ولی درون هر حوزه، دو قطبی‌ها هم‌سو هستند.

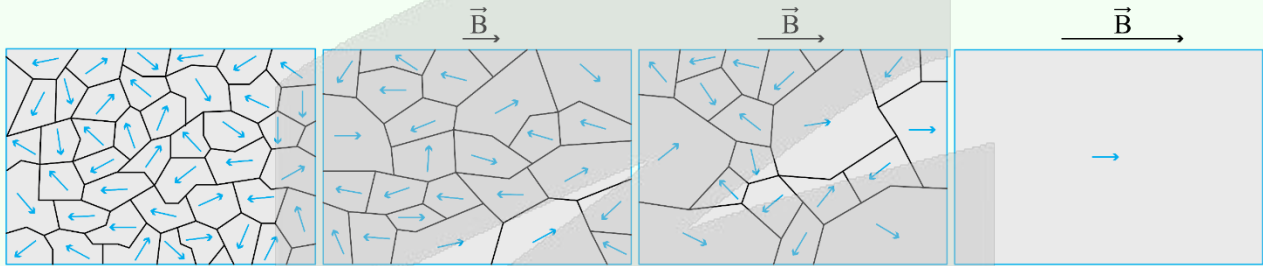


ماده پارامغناطیس



ماده فرومغناطیس

۲- در مواد فرومغناطیس، حوزه‌های مغناطیسی در حضور میدان خارجی، جهت آن‌ها به جهت میدان خارجی متمایل می‌شود و حوزه‌هایی که نسبت به میدان، هم‌سو هستند، رشد می‌کنند و حجم‌شان زیاد می‌شود. از سوی دیگر، حوزه‌هایی که در راستای میدان نیستند، حجم‌شان کم می‌شود.



ماده فرومغناطیس
در نبود میدان مغناطیسی خارجی

ماده فرومغناطیس
در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف

ماده فرومغناطیس
در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی

ماده فرومغناطیس
در حضور میدان مغناطیسی خارجی بسیار قوی

با توجه به نکات فوق، گزینه «۱» درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۱- قابی مستطیل شکل با مساحت 50 cm^2 شامل N حلقه بوده و مقاومت آن 9Ω است. سطح این قاب، عمود بر میدان مغناطیسی به بزرگی 900 G قرار دارد. این قاب 180° می‌چرخد تا دوباره عمود بر خطوط میدان مغناطیسی قرار بگیرد. اگر میزان بار القایی در قاب 60 میلی‌کولن باشد، N کدام است؟

(۴) ۱۲۰۰

(۳) ۶۰۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۶۰

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

با استفاده از قانون فاراده داریم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

و با استفاده از رابطه جریان می‌دانیم که:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R}, \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

گام دوم:

با جایگذاری رابطه اول در رابطه دوم داریم:

$$I = -\frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{N}{R} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta q = -\frac{N}{R} \Delta\Phi \quad *$$



گام آخر:

چون حلقه 180° چرخیده $(\Phi_2 = -\Phi_1)$ داریم:

$$|\Phi_1| = AB \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} |\Phi_1| = AB \Rightarrow |\Phi_1| = 900 \times 10^{-4} \times (50 \times 10^{-4})$$

$$|\Phi_1| = 45 \times 10^{-8} \text{ Wb}$$

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_2 - \Phi_1| = 2|\Phi_1| \Rightarrow |\Delta\Phi| = 2 \times 45 \times 10^{-8} \text{ Wb} = 9 \times 10^{-8} \text{ Wb}$$

$$\xrightarrow{*} |\Delta q| = 60 \times 10^{-3} = \frac{N}{9} \times 9 \times 10^{-8} \Rightarrow N = 600$$

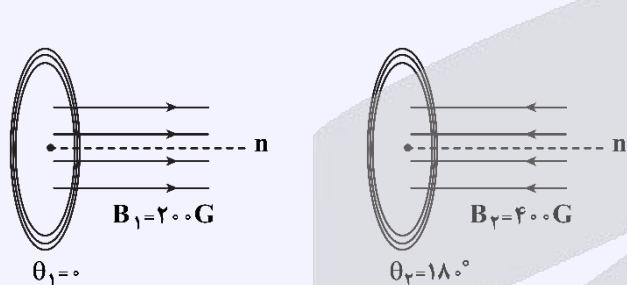
محاسبه بار القایی

برقراری جریان الکتریکی القایی در مدار در اثر تغییر شار مغناطیسی به معنای حرکت الکترون‌های آزاد در مدار بسته است که به آن بار القایی (Δq) می‌گوییم و داریم:

$$\begin{cases} I = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \\ I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-N\Delta\Phi}{R\Delta t} \Rightarrow \Delta q = -\frac{N\Delta\Phi}{R}$$

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۷۰- سطح حلقه‌های پیچیده‌ای که دارای 200 حلقه است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی که بزرگی آن 200 G و جهت آن از راست به چپ است، قرار دارد. میدان مغناطیسی در مدت 4 ms تغییر می‌کند و به 400 G در خلاف جهت اولیه می‌رسد. اگر سطح هر حلقه پیچیده 5 cm^2 باشد، بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در پیچیده چند ولت است؟



پاسخ تشریحی:
زاویه θ در حالت اول برابر صفر و در حالت دوم برابر 180° درجه است (شکل مقابل).

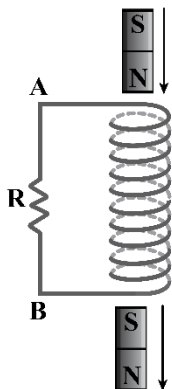
$$\begin{aligned} \varepsilon_{av} &= -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos \theta)}{\Delta t} = -NA \frac{\Delta(B \cos \theta)}{\Delta t} \\ \Rightarrow \varepsilon_{av} &= -NA \frac{B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1}{\Delta t} = -200 \times 50 \times 10^{-4} \times \frac{400 \times 10^{-4} \times \cos 180^\circ - 200 \times 10^{-4} \times \cos 0^\circ}{4 \times 10^{-3}} \\ \Rightarrow \varepsilon_{av} &= 15 \text{ V} \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۵۲- مطابق شکل زیر، یک آهنربای میله‌ای از بالای یک سیملوله در راستای قائم رها شده و بعد از عبور از داخل سیملوله از آن خارج می‌شود. جهت جریان القایی در مقاومت الکتریکی R به ترتیب از راست به چپ هنگام ورود آهنربا و هنگام خروج از آن است.

- (۱) از A به B - از B به A
- (۲) از B به A - از A به B
- (۳) از A به B - از B به A
- (۴) از B به A - از A به B



۱۴۰۴-۰۵

بر اساس قانون لنز، جریان القایی در سیملوله در جهتی به وجود می آید که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل تغییر دهنده شار مغناطیسی مخالفت کند.

گام اول:

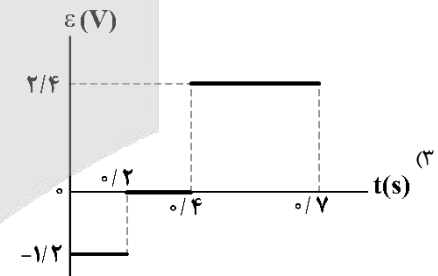
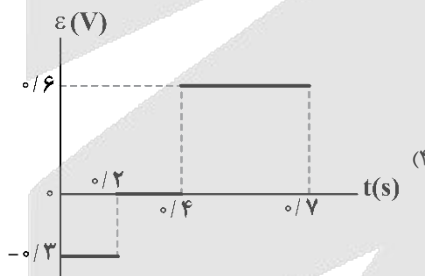
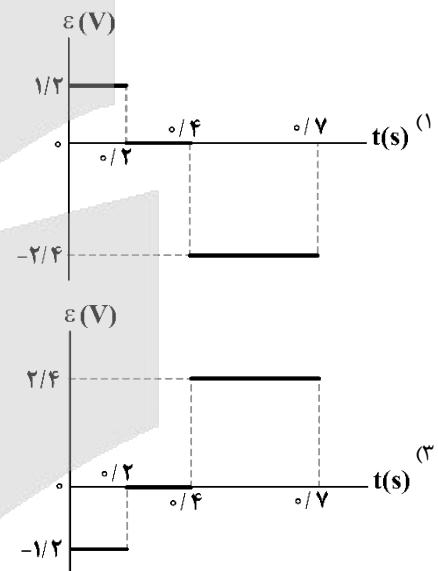
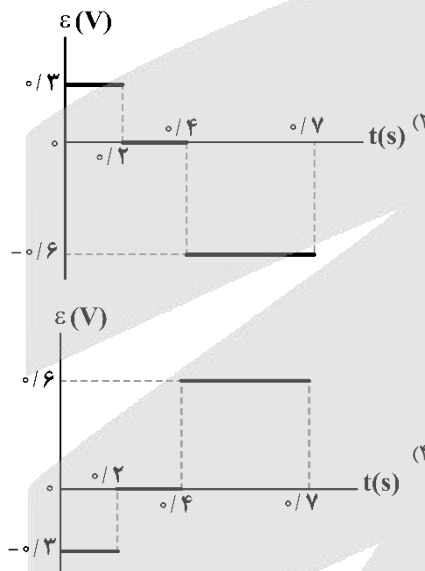
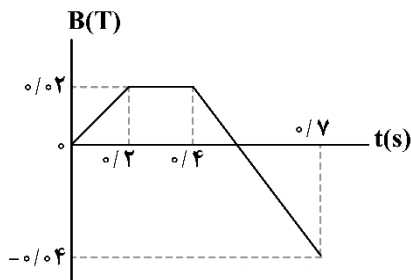
بنابراین در لحظه ورود آهنربا به داخل سیملوله، قطب بالای سیملوله قطب N می شود تا آهنربا را دفع کند و مانع ورود آن به سیملوله شود و طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی از A به B خواهد بود.

گام آخر:

همچنین هنگام خروج آهنربا از سیملوله، قطب پایین سیملوله N خواهد شد تا از خروج آن جلوگیری کند و طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی از B به A خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۳- حلقه ای رسانا به قطر ۲m عمود بر یک میدان مغناطیسی قرار دارد و تغییرات میدان مغناطیسی بر حسب زمان، مطابق شکل است. نمودار نیروی محرکه القاشده در حلقه کدام است؟ ($\pi = 3$)



نیروی محرکه القایی متوسط حلقه را در سه بازه زمانی محاسبه می کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta (AB \cos \theta)}{\Delta t} \quad \theta = 0^\circ, N=1 \rightarrow \varepsilon = -A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازه $t=0s$ تا $t=0.2s$ $\rightarrow \varepsilon = -1 \times \frac{3 \times 0.2}{0.2} = -0.3V$
 $A = \pi r^2 = 3 \times 1^2 = 3m^2$

در بازه $t=0.4s$ تا $t=0.7s$ $\rightarrow \varepsilon = 0$
 $\Delta B = 0$

در بازه $t=0.7s$ تا $t=0.4s$ $\rightarrow \varepsilon = -1 \times \frac{3 \times (-0.6)}{0.3} = 0.6V$

با توجه به اعداد به دست آمده، نمودار گزینه «۴» پاسخ درست است.

دام تستی

اگر به علامت منفی در نمودار $\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ توجه نداشته باشی، به اشتباه، گزینه «۲» رو انتخاب می کنی.



نمودار شار - زمان

۱- با توجه به قانون القای فاراده، نتیجه زیر از نمودار شار - زمان قابل استنباط است.

شیب نمودار شار - زمان

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \text{شیب نمودار شار - زمان} \times (\text{تعداد دور}) = - \text{نیروی محرکه}$$

بنابراین هرچه اندازه شیب نمودار شار - زمان بیش تر باشد، اندازه نیروی محرکه القایی بزرگ تر است و اگر نمودار شار - زمان افقی باشد، نیروی محرکه القایی صفر خواهد بود.

۲- قبلاً دیدیم که اگر تغییرات شار مغناطیسی به دلیل تغییرات B باشد، نیروی محرکه القایی با رابطه $\varepsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$ به دست می آید. مفهوم نموداری این رابطه به صورت زیر است:

شیب نمودار میدان - زمان

$$\varepsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \text{شیب نمودار میدان - زمان} \times \cos \theta \times (\text{مساحت حلقه}) \times (\text{تعداد دور}) = - \text{نیروی محرکه}$$

بنابراین هرچه اندازه شیب نمودار میدان - زمان بیش تر باشد، نیروی محرکه القایی بزرگ تر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۴- ضریب القاوری یک القاگر چند هانری باشد تا بتواند ۰/۵kWh انرژی الکتریکی را در پیچه حامل جریان ۲۰۰A ذخیره کند؟

۱۸۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۹۰ (۲)

۴۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

ابتدا انرژی را بر حسب ژول به دست می آوریم:

$$U = 0.5 \text{ kWh} = (0.5 \times 10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 1.8 \times 10^6 \text{ J}$$

گام آخر:

طبق رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ داریم:

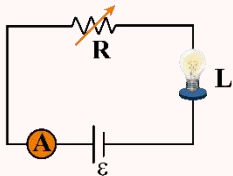
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 1.8 \times 10^6 = \frac{1}{2} L \times 200^2 \Rightarrow L = 90 \text{ H}$$

تذکره!

در واقعیت، ساختن یک سیملوله با چنین ضریب القاوری ممکن نیست، به همین دلیل، سیملوله ها برای ذخیره انرژی های مورد نیاز وسایل روزمره قابل استفاده نیستند.

پدیده خود القاوری

مداری مانند شکل مقابل را در نظر می گیریم:



با تغییر مقاومت رئوستا، جریان در مدار تغییر می کند. تغییر جریان در مدار، سبب تغییر میدان مغناطیسی درون سیملوله (القاگر) می شود و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از آن نیز تغییر می کند. این فرایند سبب القای نیروی محرکه القایی در القاگر می شود که طبق قانون لنز با تغییر شار مغناطیسی (و در نتیجه با تغییر جریان مدار) مخالفت می کند. این پدیده اثر خود القاوری نامیده می شود.

ضریب القاوری: ویژگی های فیزیکی هر القاگر توسط ضریب القاوری آن تعیین می شود. ضریب القاوری که با نماد L نشان داده می شود، به عواملی مانند تعداد دور، طول و سطح مقطع القاگر و جنس هسته ای که داخل آن قرار می گیرد، بستگی دارد. یکای SI ضریب القاوری اهم ثانیه (Ω.s) است که هانری نامیده می شود و با نماد H نشان داده می شود.

انرژی ذخیره شده در القاگر:

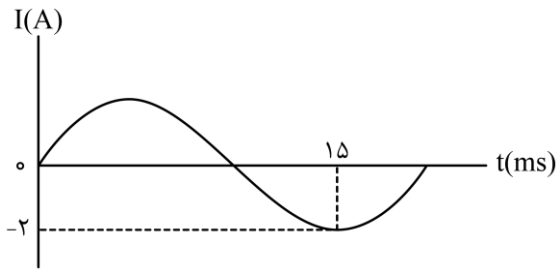
$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

L: ضریب القاوری (H)

U: انرژی ذخیره شده در القاگر (J)

گروه آموزشی ماز

۵۵- شکل زیر، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد که یک مولد جریان متناوب تولید کرده است. معادله جریان برحسب زمان در SI، کدام است؟



(۱) $I = 2 \sin \frac{\pi}{10} t$

(۲) $I = 2 \sin \frac{\pi}{20} t$

(۳) $I = 2 \sin 100 \pi t$

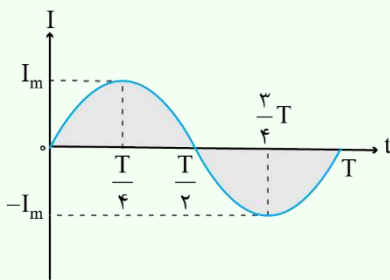
(۴) $I = 2 \sin 200 \pi t$

(آسان - نموداری/مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



نمودار و معادله جریان متناوب سینوسی



$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

با توجه به نکته فوق و نمودار داده شده داریم:

$$\begin{cases} I_m = 2A \\ \frac{3}{4}T = 15ms \Rightarrow T = 20ms = 20 \times 10^{-3}s \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{20 \times 10^{-3}} t\right) = 2 \sin(100 \pi t)$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- برای سیر شدن کامل ۴۶/۸ گرم از ترکیب $C_nH_{\Delta}O_2$ ، مقدار ۰/۴ مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود. اگر بدانیم در ساختار این ترکیب آلی ۳ حلقه و m پیوند سه‌گانه وجود دارد، نسبت $\frac{n}{m}$ کدام است؟ (ساختار این مولکول فاقد پیوند دوگانه است).

$$(O = 16, C = 12, H = 1 : g. mol^{-1})$$

۱۲ (۴)

۱۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

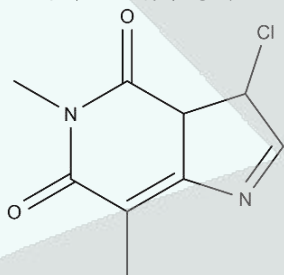
این سؤال، یک شبیه‌سازی از سؤال شماره ۸۳ کنکور تیر ۱۴۰۳ در رشته تجربی است! در فرمول شیمیایی یک ترکیب آلی با n اتم کربن که فاقد پیوند دوگانه و اتم هالوژن و نیتروژن است، برای پیدا کردن شمار هیدروژن‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$H_{\text{شمار اتم}} = (2n + 2) - 2 \times (\text{شمار حلقه‌ها}) - 4 \times (\text{شمار پیوندهای سه‌گانه})$$

به‌طور کلی برای محاسبه شمار اتم‌های هیدروژن یک ماده آلی با n اتم کربن، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$(\text{شمار نیتروژن}) + (\text{شمار هالوژن}) - (\text{شمار پیوند سه‌گانه}) - 4 \times (\text{شمار پیوند دوگانه} + \text{شمار حلقه‌ها}) - 2 \times (\text{شمار اتم‌های هیدروژن})$$

دقت کنید در این رابطه منظور از پیوند دوگانه، لزوماً پیوند $C=C$ نیست و شمار پیوندهای دوگانه $C=O$ ، $C=N$ و ... هم محاسبه می‌شوند. منظور از حلقه هم لزوماً حلقه کربنی (کاملاً تشکیل شده از اتم‌های کربن) نیست و همه حلقه‌ها در این فرمول به‌شمار می‌آیند. برای مثال، ترکیب زیر را در نظر بگیرید:



شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول برابر است با:

$$2 \times 9 + 2 - 2 \times 2 - 2 \times 4 - 1 + 2 = 9$$

در نتیجه داریم:

برای سیر شدن ترکیب‌های آلی، به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۲ مولکول هیدروژن مصرف می‌شود. در این حالت، پیوند سه‌گانه به پیوند یگانه تبدیل خواهد شد. پس برای سیر شدن یک مول از این ترکیب آلی که دارای m پیوند سه‌گانه است، $2m$ مول گاز H_2 مصرف می‌شود. از طرفی، جرم مولی ترکیب با فرمول $C_nH_{\Delta}O_2$ ، برابر با $12n + 16\Delta$ گرم خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$? mol H_2 = 46/8 g C_nH_{\Delta}O_2 \times \frac{1 mol C_nH_{\Delta}O_2}{(12n + 16\Delta) g C_nH_{\Delta}O_2} \times \frac{2m mol H_2}{1 mol C_nH_{\Delta}O_2} = 0/4 mol H_2$$

$$\Rightarrow 12n + 16\Delta = 234m \Rightarrow 6n - 117m = -42$$

با توجه به روابط نوشته‌شده و دستگاه دو معادله و دو مجهول زیر، مقدار n و m را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} n - 2m = 28 \\ 6n - 117m = -42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 32 \\ m = 2 \end{cases}$$

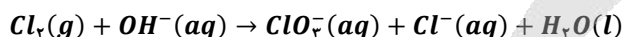
بر این اساس، داریم:

$$\frac{n}{m} = 16$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- پس از اتمام واکنش زیر در ظرفی به حجم ۵ لیتر، غلظت ClO_2^- به ۰/۱۶ مول بر لیتر می‌رسد. اگر طی این واکنش ۷/۵ لیتر Cl_2 مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (چگالی گاز اکسیژن در شرایط واکنش، برابر ۱/۲۸ گرم بر لیتر است.)

$$(Cl = 35/5, O = 16, H = 1 : g. mol^{-1})$$



۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

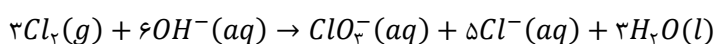
۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا معادله واکنش را به‌صورت موازنه‌شده می‌نویسیم:



در گام بعد، با توجه به چگالی گاز اکسیژن، حجم مولی گازها را محاسبه می‌کنیم و بر این اساس، مقدار مول گاز Cl_2 را پیدا می‌کنیم:

$$\text{حجم مولی} = \frac{O_2 \text{ جرم مولی}}{O_2 \text{ چگالی}} = \frac{32}{1/28} = 28 L$$

$$? mol Cl_2 = 7/5 L Cl_2 \times \frac{1 mol Cl_2}{28 L Cl_2} = 0/3 mol Cl_2$$



قانون آووگادرو

حجم یک نمونه به مقدار، دما و فشار آن وابسته است و با تغییر هر یک از این کمیت‌ها، حجم گاز تغییر می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در دمای ثابت، با افزایش فشار، حجم گاز کاهش می‌یابد و برعکس. همچنین در فشار ثابت، با افزایش دما، حجم گاز افزایش می‌یابد و برعکس. در دما و فشار ثابت، یک مقدار مشخص از هر گاز حجم یکسانی با همین مقدار از گازهای دیگر دارد. به عبارتی، در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است. این بیان برای نخستین بار توسط آووگادرو ارائه شد و بعدها به قانون آووگادرو مشهور شد. شیمی‌دان‌ها دمای صفر درجه سلسیوس و فشار یک اتمسفر را به‌عنوان شرایط استاندارد (STP) در نظر گرفته‌اند که در این شرایط حجم مولی گازها، ۲۲/۴ لیتر است.

در گام بعد، مقدار خالص ClO_3^- و درصد خلوص را محاسبه می‌کنیم. برای استفاده از کسر تبدیل، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$? \text{ mol } ClO_3^- = 0.13 \text{ mol } Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } ClO_3^-}{3 \text{ mol } Cl_2} = 0.11 \text{ mol}$$

برای استفاده از روش تناسب، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

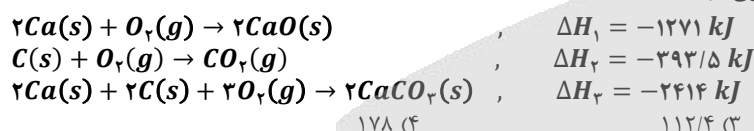
$$\frac{\text{مول } Cl_2}{\text{ضریب } Cl_2} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{\text{ضریب } ClO_3^-} \Rightarrow \frac{0.13}{3} = \frac{\text{مول } ClO_3^-}{1} \Rightarrow \text{مول } ClO_3^- = 0.11$$

طبق فرض سؤال، مقدار عملی ClO_3^- تولید شده در این واکنش شیمیایی برابر با 0.16×5 مول است، پس داریم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{5 \times 0.16}{0.1} \times 100 = 80\%$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در واکنش تجزیه کلسیم کربنات با معادله $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$ ، حجم گاز تولید شده پس از انتقال به شرایط استاندارد، ۳/۳۶ لیتر است. با توجه به واکنش‌های زیر، در این واکنش چند کیلوژول انرژی مبادله شده است؟



(۴) ۱۷۸

(۳) ۱۱۲/۴

(۲) ۴۹/۴

(۱) ۲۶/۷

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (گرماسنجی مستقیم) اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نشده و تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. در چنین شرایطی، برای اندازه‌گیری گرمای مبادله شده در این واکنش‌ها باید از روش‌های غیرمستقیم مثل قانون هس و ... استفاده کنیم.

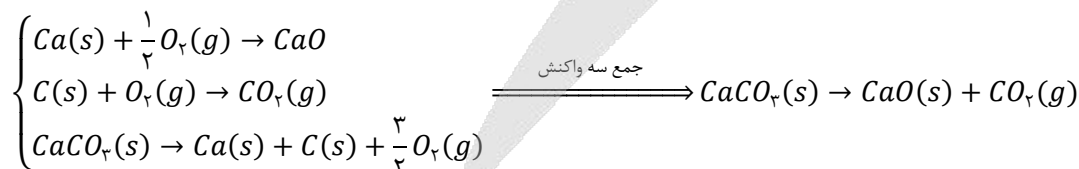
محاسبه غیر مستقیم آنتالپی واکنش

از روش‌های غیرمستقیم برای محاسبه تغییر آنتالپی واکنش‌هایی استفاده می‌شود که تأمین شرایط مورد نیاز برای انجام شدن آن‌ها دشوار است. واکنش‌های زیر، معادله برخی از فرایندهایی را نشان می‌دهد که ΔH آن‌ها را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد:



با توجه به معادله‌های بالا، می‌توان گفت ΔH واکنش‌های تولید هیدرازین (N_2H_4)، گاز متان (CH_4)، کربن مونوکسید (CO) و آب اکسیژنه (هیدروژن پراکسید یا H_2O_2) از عناصر سازنده این مواد را نمی‌توان به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کرد.

ابتدا با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم. واکنش اول در (۱)، واکنش دوم در (۱) و واکنش سوم در (۱) ضرب می‌شوند. بر این اساس، داریم:



پس آنتالپی واکنش برابر است با:

$$\Delta H = \left(\frac{1}{2} \times (-1271) \right) + (-393/5) + \left(-\frac{1}{2} \times (-2414) \right) = 178 \text{ kJ}$$

در گام بعد، گرمای مبادله‌شده را محاسبه می‌کنیم:

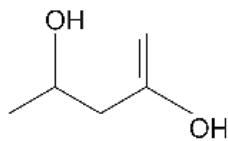
$$? \text{ kJ انرژی} = 3/36 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{178 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CO_2} = 26/7$$

گروه آموزشی ماز



۵۹- ساختار داده شده با کدام ترکیب آلی ایزومر است و درصد جرمی کربن در این ماده از درصد جرمی کربن در کدام ترکیب بیشتر است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



- (۱) متیل بوتانوات - اتیلن گلیکول
- (۲) اتیل پروپیل اتر - پنتانویک اسید
- (۳) اتیل پروپیل اتر - استون
- (۴) متیل بوتانوات - بنزوئیک اسید

(متوسط - مفهومی/مسئله - ۱۱۰۲)

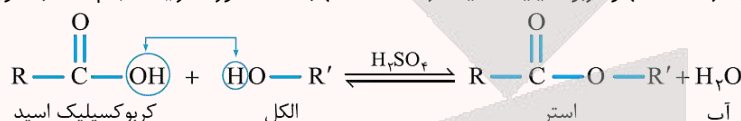
پاسخ: گزینه ۱

ترکیب مورد نظر در ساختار مولکولی خود دارای ۲ گروه عاملی الکلی است. فرمول شیمیایی این الکل دوعاملی به صورت $C_5H_{11}O_2$ است. فرمول شیمیایی متیل بوتانوات و اتیل پروپیل اتر نیز به ترتیب به صورت $C_5H_{10}O_2$ و $C_5H_{10}O$ است. ساختار این دو ترکیب شیمیایی به صورت زیر است:

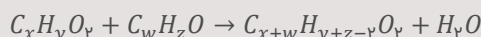


استرها

استرها را می توان از واکنش میان الکلها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به دست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آنها می شود، اصطلاحاً واکنش آب کافت گفته می شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی $C_xH_yO_2$ و یک الکل با فرمول شیمیایی C_wH_zO به صورت زیر است:



در رابطه با قسمت دوم سؤال، داریم:

درصد جرمی کربن در ساختار ترکیبی با فرمول شیمیایی $C_5H_{11}O_2$ برابر با $\frac{5 \times 12}{102} \times 100 \approx 58/8$ درصد است. استون با فرمول شیمیایی C_3H_6O یک ترکیب کتونی بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{3 \times 12}{58} \times 100 \approx 62$ درصد است. ساختار استون به صورت زیر است:



پنتانویک اسید با فرمول شیمیایی $C_5H_{10}O_2$ نیز نوعی کربوکسیلیک اسید بوده و درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{5 \times 12}{102} \times 100 \approx 58/8$ درصد است. اتیلن گلیکول با فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ نیز نوعی الکل دوعاملی است که در ضدیخ یافت می شود. درصد جرمی کربن در این ترکیب برابر با $\frac{2 \times 12}{62} \times 100 \approx 39$ درصد است. بنزوئیک اسید با فرمول شیمیایی $C_7H_6O_2$ نیز نوعی ترکیب اسیدی است که درصد جرمی کربن در آن برابر با $\frac{7 \times 12}{122} \times 100 \approx 69$ درصد است.

ساختار کلی ترکیب های اتری به صورت زیر است:



در ساختار اترها، یک اتم اکسیژن وجود دارد که از دو طرف به زنجیره های هیدروکربنی متصل شده است. برای نام گذاری اتر، ابتدا نام دو زنجیره هیدروکربنی را آورده و سپس کلمه اتر را می نویسیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $CH_3OC_2H_5$ ، اتیل متیل اتر نام دارد. اگر دو زنجیره هیدروکربنی یکسان باشند، از پیشوند (دی) استفاده می کنیم. برای مثال اتری با فرمول شیمیایی $C_2H_5OC_2H_5$ ، دی اتیل اتر نام دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- اگر تفاوت آنتالپی سوختن نمونه هایی از گازهای اتان و بوتان برابر با ۱۳۴۰ کیلوژول بوده و ارزش سوختی پروپان ۵۰ کیلوژول بر گرم باشد، از سوختن

۱۱/۶ گرم بوتان، چند کیلوژول انرژی آزاد می شود؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۶۱۲ (۴)

۷۰۸ (۳)

۳۰۶ (۲)

۵۷۴ (۱)

شیمی‌دان‌ها آنتالپی سوختن یک ماده را هم‌ارز با آنتالپی واکنشی می‌دانند که در آن یک مول ماده در حضور مقدار اکسیژن کافی می‌سوزد. یکای لازم برای گزارش آنتالپی سوختن مواد، کیلوژول بر مول است. همچنین ارزش سوختی معادل با انرژی حاصل از فرایند سوختن یا اکسایش یک گرم از یک ماده است و با واحد کیلوژول بر گرم گزارش می‌شود. در هیدروکربن‌های یک خانواده از مواد آلی، با افزایش شمار کربن‌ها، مقدار قدرمطلق آنتالپی سوختن افزایش و ارزش سوختی کاهش می‌یابد. برای مثال، اتان در مقایسه با متان آنتالپی سوختن منفی‌تر و ارزش سوختی کمتری دارد. توجه داریم که تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از خانواده آلکان‌ها، به تقریب ثابت است. برای مثال، به جدول زیر توجه کنید:

آلکان	فرمول شیمیایی	آنتالپی سوختن ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	ارزش سوختی ($\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$)
متان	CH_4	-۸۹۰	۵۵/۶
اتان	C_2H_6	-۱۵۶۰	۵۲
پروپان	C_3H_8	-۲۲۳۰	۵۰/۷

همانطور که گفتیم، آنتالپی سوختن معادل با گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک مول ماده سوختنی است. ارزش سوختی نیز گرمای آزاد شده در واکنش سوختن یک گرم از ماده است. پس طبق این تعاریف، در رابطه با پروپان (C_3H_8) داریم:

$$-2200 \text{ kJ} = \text{آنتالپی سوختن پروپان} \Rightarrow \frac{\text{آنتالپی سوختن پروپان}}{44} = 50 = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} = \text{ارزش سوختی}$$

به ازای اضافه شدن هر یک اتم کربن به ساختار آلکان‌ها، مقدار آنتالپی سوختن این مواد تقریباً به مقدار ثابتی کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر آنتالپی سوختن اتان (C_2H_6) و بوتان (C_4H_{10}) به ترتیب برابر با x و $x - 1340$ کیلوژول باشد، آنتالپی سوختن پروپان (C_3H_8) برابر با میانگین این دو مقدار است. بر این اساس، داریم:

$$\text{آنتالپی سوختن پروپان} = \frac{(x - 1340) + x}{2} = (-670 + x) \text{ kJ} = -2200 \text{ kJ} \Rightarrow x = -1530 \text{ kJ}$$

در نتیجه آنتالپی سوختن بوتان (C_4H_{10})، برابر است با:

$$\text{آنتالپی سوختن بوتان} = x - 1340 = -1530 - 1340 = -2870 \text{ kJ}$$

برای محاسبه گرمای سوختن $11/6$ گرم بوتان، داریم:

$$? \text{ kJ انرژی} = 11/6 \text{ g } \text{C}_4\text{H}_{10} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_4\text{H}_{10}}{58 \text{ g } \text{C}_4\text{H}_{10}} \times \frac{2870 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } \text{C}_4\text{H}_{10}} = 574 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

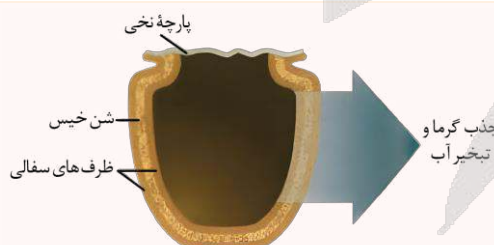
۶۱- کدام مورد درست است؟

- ۱) در فرایند ذوب یک ماده، نسبت به فرایند میعان همان ماده، انرژی بیشتری مبادله می‌شود.
- ۲) در یک واکنش با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها، محتوای انرژی و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است.
- ۳) همواره با تبادل گرما میان دو سامانه، دمای یکی از سامانه‌ها کاهش و دمای سامانه دیگر افزایش می‌یابد.
- ۴) در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی یک فرایند فیزیکی گرماگیر انجام می‌شود که اساس کار دستگاه است.

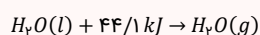
در ساختار یخچال صحرایی، در بدنه ظرف بیرونی که از جنس سفال است، فرایند گرماگیر تبخیر آب انجام می‌شود. این فرایند فیزیکی باعث کاهش سطح انرژی مواد درون یخچال شده و دمای آن‌ها را پایین نگه می‌دارد.

یخچال صحرایی

یخچال صحرایی دستگاهی بسیار ساده و ارزان قیمت است که بدون نیاز به انرژی الکتریکی، مواد غذایی را خنک کرده و برای مدت طولانی‌تری نگه می‌دارد. ساختار این دستگاه به صورت زیر است:



مطابق شکل، در این دستگاه دو ظرف سفالی که از جنس خاک رس ساخته شده‌اند درون یکدیگر قرار گرفته و فضای میان آن‌ها با شن خیس پر می‌شود. درپوش این مجموعه نیز پوششی نخعی و مرطوب است که تهویه را به آسانی انجام می‌دهد. با گذشت زمان، به مرور آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی نفوذ کرده و به آرامی تبخیر می‌شود. معادله فرایند فیزیکی انجام شده به صورت زیر است:

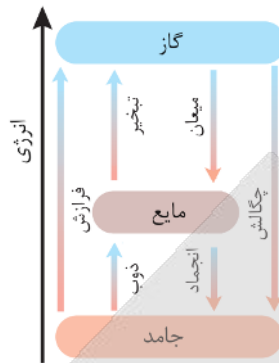


با توجه به معادله این واکنش، برای تبخیر هر مول آب $44/1$ کیلوژول گرما از محیط جذب می‌شود. فرایند جذب گرما در این دستگاه، فضای داخلی و محتویات درونی آن را خنک کرده و شرایط را برای سالم نگه داشتن غذا به مدت طولانی‌تر مناسب می‌کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ به نمودار زیر در رابطه تبدیل حالت فیزیکی مواد، دقت کنید:



با توجه به نمودار، انرژی مصرف شده در فرایند ذوب یک ماده، کمتر از انرژی آزاد شده در فرایند میعان همان ماده است.

۲ در یک واکنش گرماگیر با $Q > 0$ ، مجموع آنتالپی پیوندها و پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است. این در حالی است که در فرایند مورد نظر، محتوای انرژی (آنتالپی) فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

۳ تبادل گرما میان دو سامانه، لزوماً باعث تغییر دما نمی‌شود. برای مثال، در فرایندهای فیزیکی انجماد، ذوب، فرازش و ... انرژی مبادله شده صرف تغییر حالت می‌شود، نه تغییر دمای مواد شرکت‌کننده در فرایند! به مقایسه ویژگی‌های واکنش‌های گرماده و گرماگیر توجه کنید:

واکنش گرماگیر	علامت تغییر آنتالپی واکنش: مثبت
	سطح انرژی: واکنش‌دهنده‌ها > فراورده‌ها
	مجموع آنتالپی پیوند: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها
	پایداری: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها
واکنش گرماده	علامت تغییر آنتالپی واکنش: منفی
	سطح انرژی: واکنش‌دهنده‌ها < فراورده‌ها
	مجموع آنتالپی پیوند: فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها
	پایداری: فراورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها

گروه آموزشی ماز

۶۲- در رابطه با پلیمرهای مطرح شده، چند مورد از خانه‌های جدول زیر به‌درستی تکمیل نشده است؟ (مقدار $\frac{n.e}{p.e}$ معادل با نسبت شمار جفت الکترون‌های

ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی است.)

نام پلیمر	ساختار پلیمر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد / ویژگی پلیمر
پلی‌وینیل کلرید	$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{Cl} \\ \quad \\ -\text{C}-\text{C}- \\ \quad \\ \text{H} \quad \text{Cl} \end{array}_n$	۱	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون	$\begin{array}{c} \text{F} \quad \text{F} \\ \quad \\ -\text{C}-\text{C}- \\ \quad \\ \text{F} \quad \text{F} \end{array}_n$	۲	قابلیت انحلال در حلال‌های آلی
پلی‌استیرن	$\begin{array}{c} \text{H} \quad \text{H} \\ \quad \\ -\text{C}-\text{C}- \\ \quad \\ \text{H} \quad \text{C}_6\text{H}_5 \end{array}_n$	صفر	ماندگاری کم در طبیعت

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

از میان موارد مطرح شده، ساختار پلیمر پلی‌وینیل کلرید، نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، ویژگی تفلون و ویژگی پلی‌استیرین به‌درستی بیان نشده است. در جدول زیر همه خانه‌ها به‌درستی تکمیل شده است:

نام پلیمر	ساختار پلیمر	ساختار مونومر	$\frac{n.e}{p.e}$ در مونومر	کاربرد/ویژگی
پلی‌وینیل کلرید	$\text{-(CH}_2\text{-CHCl)}_n$ یا $\text{-(CH}_2\text{-CHCl)}_n$	$\text{H}_2\text{C=CHCl}$	۰/۵	استفاده در تولید کیسه خون
تفلون	$\text{-(CF}_2\text{-CF}_2\text{)}_n$ یا $\text{-(CF}_2\text{-CF}_2\text{)}_n$	$\text{F}_2\text{C=CF}_2$	۲	انحلال‌ناپذیری در حلال آلی
پلی‌استیرین	$\text{-(CH}_2\text{-CH(C}_6\text{H}_5\text{))}_n$	$\text{CH}_2\text{=CH(C}_6\text{H}_5\text{)}$	صفر	ماندگاری زیاد در طبیعت

در نتیجه نسبت $\frac{n.e}{p.e}$ در وینیل کلرید، برابر با ۰/۵ است. توجه داریم که تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر است و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد، در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نجسب است. پلی‌استیرین نیز نوعی پلیمر ساخته شده از هیدروکربن‌های سیر نشده است. این پلیمرها واکنش‌پذیری اندکی دارند و تا سال‌های طولانی در طبیعت به‌صورت دست‌نخورده باقی می‌مانند.

تفلون

پلانکت و تیم پژوهشی او طی بررسی‌ها و مطالعات خود بر روی انواع سردکننده‌ها، تفلون را به‌طور اتفاقی کشف کردند. یکی از گازهایی که آن‌ها مصرف می‌کردند، تترافلورو اتن بود. این گاز در شرایط مناسب در کیسول‌های آزمایشگاهی وارد واکنش بسیار شده و به تفلون تبدیل می‌شود. تفلون، نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است. این پلیمر از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و در حلال‌های آلی نیز حل نمی‌شود و نجسب است. این ویژگی‌ها دلیل کاربرد وسیع این پلیمر در صنایع مختلف است. تفلون یک پلیمر ساختگی بوده و از آن در تهیه نخ دندان، ظروف نجسب، کفی اتو و به‌عنوان نوار آب‌بندی لوله‌ها استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام مورد درست است؟ (همه ترکیب‌ها را سیر شده در نظر بگیرید.)

- (۱) اگر در یک مولکول اتم اکسیژن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نباشد، این ماده به یقین آلدهید یا کتون است.
- (۲) در ساختار هر ترکیب استری، به یقین بیشترین انرژی برای شکستن پیوند $C-C$ مصرف می‌شود.
- (۳) میان اتم‌های سازنده ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها، هیچ دو پیوند اشتراکی یکسانی وجود ندارد.
- (۴) در ساختار گروه عاملی استرها، اتم اکسیژن وجود دارد که به دو اتم کربن متصل است.

در ساختار ساده‌ترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها (متانوئیک اسید یا فورمیک اسید)، هیچ پیوند اشتراکی تکراری وجود ندارد. به ساختار این اسید آلی که در بدن مورچه نیز یافت می‌شود، دقت کنید:



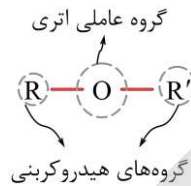
کربوکسیلیک اسیدها

کربوکسیلیک اسیدها، گروهی از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختار آن‌ها یک یا چند گروه عاملی کربوکسیل (COOH) وجود دارد. فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی (مولکول‌هایی که فقط یک گروه عاملی کربوکسیل دارند) را می‌توان به‌صورت $R-\text{COOH}$ نشان داد که در آن R نشان‌دهنده یک اتم هیدروژن و یا یک زنجیره هیدروکربنی است. کربوکسیلیک اسیدها خاصیت اسیدی داشته و pH محلول آن‌ها کوچک‌تر از ۷ است. این ترکیب‌ها مزه ترش دارند به طوری که مزه ترش میوه‌هایی مانند ریواس، انگور، لیمو ترش، کیوی و گوجه سبز را به وجود چنین مولکول‌هایی در این میوه‌ها نسبت می‌دهند. متانوئیک اسید یا همان فورمیک اسید به فرمول شیمیایی HCOOH ، اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است که بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می‌شود. اتانوئیک اسید یا همان استیک اسید با فرمول شیمیایی CH_3COOH ، یک کربوکسیلیک اسید دوکربنی و دومین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها است. این ماده آشکارترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها بوده و یکی از پرکاربردترین اسیدها در زندگی روزمره است. به‌عنوان مثال، اسید موجود در سرکه همان استیک اسید است. توجه داریم که فرمول شیمیایی کلی کربوکسیلیک اسیدهای یک عاملی سیر شده به‌صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$ است.

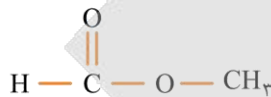


بررسی سایر گزینه‌ها:

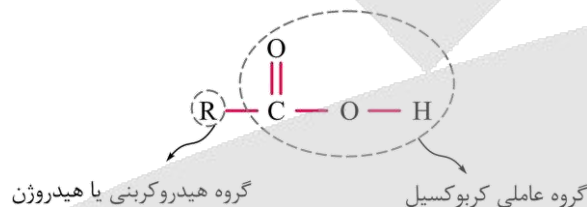
۱ در گروه‌های عاملی اتری، استری، کربوکسیل، آلدهیدی و کتونی، اتم اکسیژنی وجود دارد که به هیچ اتمی هیدروژنی متصل نیست. برای مثال، ساختار گروه عاملی اتری به صورت زیر است:



۲ استرها دارای پیوند دوگانه بوده و این پیوند، دارای بیشترین آنتالپی پیوند است. علاوه بر این، در ساختار اولین عضو خانواده استرها (متیل متانوات)، پیوند $C - C$ وجود ندارد. ساختار این ماده به صورت زیر است:

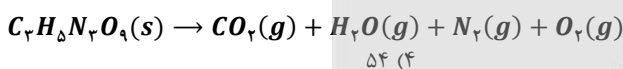


۴ در گروه عاملی استری و اتری، برخلاف گروه عاملی موجود در اسیدهای آلی (کربوکسیل)، اتم اکسیژن متصل به دو اتم کربن یافت می‌شود. ساختار گروه عاملی کربوکسیل به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۶۴- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر در اثر تجزیه $136/2$ گرم $C_3H_8N_3O_9$ ، مقدار 12 گرم مولکول دواتمی تولید شود، بازده واکنش انجام شده برابر چند درصد خواهد بود؟ ($O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



۵۴ (۴)

۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۶۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش تجزیه نیتروگلیسرین ($C_3H_8N_3O_9$)، به ازای مصرف 4 مول نیتروگلیسرین (معادل با 908 گرم از آن)، 6 مول گاز نیتروژن (معادل با 168 گرم از آن) و 1 مول گاز اکسیژن (معادل با 32 گرم از آن) تولید می‌شود. پس می‌توان گفت با مصرف 908 گرم نیتروگلیسرین، 200 گرم مولکول دواتمی تولید می‌شود. حال مقدار نظری مولکول دواتمی تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$? g X_2 = 136/2 g C_3H_8N_3O_9 \times \frac{200 g X_2}{908 g C_3H_8N_3O_9} = 30 g$$

در پایان با استفاده از فرمول، بازده واکنش انجام شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{12 g}{30 g} \times 100 = 40 \text{ درصد}$$

بازده

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند؛ زیرا ممکن است واکنش‌دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز هم‌زمان با آن واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام می‌شود. با این توصیف، مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از 100 کمتر است. در مسائل مختلف از طریق فرمول زیر می‌توانیم بازده درصدی واکنش را محاسبه کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100$$

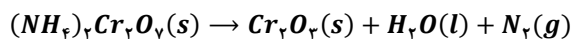
برای محاسبه سریع‌تر مقدار واکنش‌دهنده مصرف شده، ابتدا مول فراورده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به دست آمده

را به بازده واکنش تقسیم می‌کنیم. همچنین برای به دست آوردن مقدار عملی فراورده تولید شده، ابتدا مول واکنش‌دهنده مورد نظر را در کسر $\frac{\text{ضریب استوکیومتری فراورده}}{\text{ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده}}$ ضرب می‌کنیم. در مرحله بعد مول به دست آمده را در بازده واکنش ضرب می‌کنیم. توجه داریم برای تبدیل مول یک فراورده به فراورده دیگر و همچنین یک واکنش‌دهنده به واکنش‌دهنده دیگر بازده تأثیری نخواهد داشت!

گروه آموزشی ماز



۶۵- در یک ظرف، ۲۰۰ گرم آمونیوم دی کرومات ناخالص موجود است. اگر این نمونه طبق معادله موازنه نشده زیر به صورت کامل تجزیه شود و جرم مواد موجود در ظرف به ۱۸۶ گرم برسد، درصد خلوص فراورده‌ها در نمونه نهایی به تقریب برابر چند درصد خواهد بود؟ (ناخالصی در واکنش شرکت نخواهند کرد. $Cr = ۵۲, O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱: g.mol^{-1}$)



۶۹/۶ (۴)

۵۰/۴ (۳)

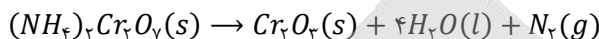
۳۸/۵ (۲)

۶۰/۲ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



کاهش جرم ایجاد شده در اثر انجام این واکنش، به دلیل تولید گاز نیتروژن است، چراکه گاز تولید شده از ظرف واکنش خارج شده و جرم محتویات آن کاهش پیدا می‌کند. پس می‌توان گفت در اثر انجام این واکنش، ۱۴ گرم گاز نیتروژن تولید شده است. حال با استفاده از جرم گاز نیتروژن تولید شده در این واکنش، جرم آمونیوم دی کرومات مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? g (NH_4)_2Cr_2O_7 = 14 g N_2 \times \frac{1 mol N_2}{28 g N_2} \times \frac{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol N_2} \times \frac{252 g (NH_4)_2Cr_2O_7}{1 mol (NH_4)_2Cr_2O_7} = 126 g$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه اولیه حاوی ۱۲۶ گرم آمونیوم دی کرومات و ۷۴ گرم ناخالصی بوده است. طبق اطلاعات صورت سؤال، ۱۴ گرم از فراورده‌های تشکیل شده را گاز نیتروژن تشکیل داده که از ظرف واکنش خارج می‌شود. پس بر اساس قانون پایستگی جرم می‌توان گفت جرم سایر فراورده‌های تولید شده در طی این واکنش برابر با ۱۱۲ (۱۲۶-۱۴) گرم خواهد بود. جرم کل مواد نیز پس از واکنش برابر با ۱۸۶ گرم است. در پایان درصد خلوص فراورده‌های نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{جرم نمونه خالص}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{112}{186} \times 100 \approx 60/2 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام مورد درست است؟

- (۱) مواد اولیه استفاده شده در تهیه پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، کاملاً پایدار هستند.
- (۲) درصد جرمی اکسید آهن در یک نمونه ناخالص سنگ معدن آهن تقریباً برابر ۵۰ درصد است.
- (۳) دفن کردن پاکت کاغذی، برخلاف کیسه پلاستیکی، باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای می‌شود.
- (۴) بیشترین سهم از نفت خام استخراج شده از منابع، جهت تولید گرما و انرژی الکتریکی مصرف می‌شود.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاکت کاغذی پس از دفن شدن، تجزیه شده و متان تولید می‌کند. متان جزو گازهای گلخانه‌ای بوده و با افزایش غلظت آن در هواکره، دمای کره زمین افزایش پیدا می‌کند. این در حالی است که مواد پلاستیکی پس از دفن شدن، تجزیه نشده و باعث تولید گازهای گلخانه‌ای نمی‌شوند. در واقع، مواد پلاستیکی زیست تخریب‌ناپذیر هستند.

ارزیابی چرخه عمر

از ارزیابی چرخه عمر، برای ارزیابی میزان تأثیر يك فراورده بر روی محیط زیست در مدت طول عمر آن استفاده می‌شود. این ارزیابی شامل ارزیابی از چهار مرحله زیر تشکیل شده است:

۱. ارزیابی استخراج و تولید مواد خام برای تولید يك فراورده
 ۲. ارزیابی تولید و توزیع
 ۳. ارزیابی دفع فراورده
 ۴. ارزیابی مصرف
- در ارزیابی چرخه عمر، میزان آب و انرژی مصرفی، پایدار بودن فرایند تأمین مواد خام، میزان زباله و پسماند ایجاد شده و سهم حمل و نقل در همه مراحل بررسی می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ مواد اولیه استفاده شده در تولید پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، به ترتیب نسبتاً پایدار و ناپایدار هستند. برای ساخت پاکت‌های کاغذی، باید حجم زیادی از درختان کاشته شوند.

۲ با استفاده از ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از مواد دیگر، می‌توان حدود ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن را استخراج کرد. بنابراین می‌توان گفت در ۲۰۰۰ کیلوگرم از سنگ معدن آهن، حدوداً ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن حضور دارد. توجه داریم که آهن موجود در ساختار سنگ معدن آن، در قالب Fe_2O_3 قرار گرفته است. حال جرم آهن (III) اکسید موجود در سنگ معدن را محاسبه می‌کنیم:

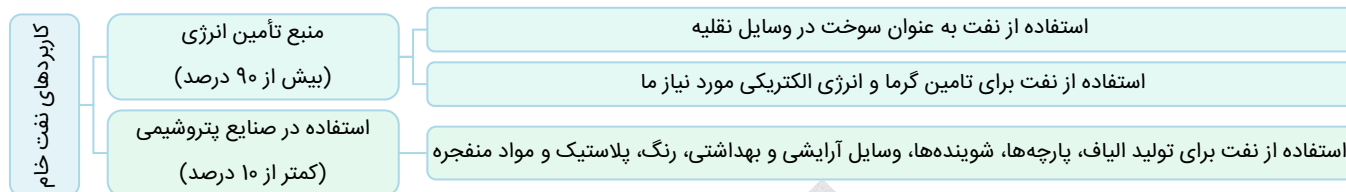
$$? kg Fe_2O_3 = 1000 kg Fe \times \frac{1000 g}{1 kg} \times \frac{1 mol Fe}{56 g Fe} \times \frac{1 mol Fe_2O_3}{2 mol Fe} \times \frac{160 g Fe_2O_3}{1 mol Fe_2O_3} \times \frac{1 kg}{1000 g} \approx 1428 kg$$

حال درصد جرمی آهن (III) اکسید را در یک نمونه سنگ معدن محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } Fe_2O_3}{\text{جرم سنگ معدن}} \times 100 = \frac{1428 kg}{2000 kg} \times 100 = 71/4 \text{ درصد}$$



نمودار زیر کاربردهای نفت خام استخراج شده را نمایش می‌دهد:



توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام (هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود. همانطور که مشخص است، بیشترین کاربرد نفت خام، برای مصرف در وسایل نقلیه به عنوان سوخت است.

نفت خام

در زمان کشف نفت خام، شیمی‌دان‌ها نمی‌دانستند که در این مخلوط سیاه رنگ چه موادی وجود دارد، این مواد چه خواصی دارند و هنگام انجام آزمایش و بررسی آن، چه اتفاقاتی ممکن است رخ دهد. پس از آن، شیمی‌دان‌ها با بررسی بیشتر نفت خام، موفق به شناسایی برخی از مواد موجود در آن شده و با ساختار و رفتار این مواد آشنا شدند. ویژگی‌ها و رفتارهای این مواد چنان جذاب و غیرمنتظره بود که سبب افزایش پژوهش‌ها در مورد نفت خام شد. این پژوهش‌ها با یافتن کاربردهای جدید و مناسب برای مواد موجود در نفت خام، خبرهای خوشی از جمله حل مشکل حمل و نقل از شهری به شهر دیگر را نوید می‌داد. به‌خاطر همین ویژگی‌های جالب است که امروزه نفت خام را طلای سیاه می‌نامند. توجه داریم که روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکه نفت خام (هر بشکه معادل با ۱۵۹ لیتر است) در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۷- در یک ظرف، مخلوطی به جرم ۴۴ گرم از اتن و پروپین حضور دارد. با وارد کردن مقدار کافی گاز هیدروژن به ظرف، واکنش به صورت کامل انجام شده

و جرم نمونه به ۴۷/۶ گرم می‌رسد. درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در نمونه اولیه به تقریب کدام است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۹/۶ (۴)

۱۰/۳ (۳)

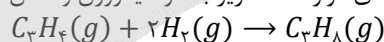
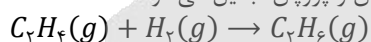
۱۲/۷ (۲)

۱۵/۲ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اتن و پروپین طبق معادله‌های موازنه شده زیر با گاز هیدروژن واکنش داده و به ترتیب به اتان و پروپان تبدیل می‌شوند.



مول گازهای اتن و پروپین را به ترتیب برابر x و y فرض می‌کنیم. بر این اساس، x مول از گاز اتن، جرمی برابر $28x$ گرم و y مول از گاز پروپین، جرمی برابر $40y$ گرم خواهد داشت. پس می‌توان گفت:

$$28x + 40y = 44g$$

مقدار x مول از گاز اتن در واکنش با گاز هیدروژن کافی، x مول گاز اتان تولید می‌کند. جرم x مول از اتان برابر $30x$ گرم خواهد بود. مقدار y مول از پروپین نیز در واکنش با هیدروژن، y مول پروپان تولید می‌کند. جرم y مول پروپان نیز برابر $44y$ گرم خواهد بود. پس می‌توان گفت:

$$30x + 44y = 47/6g$$

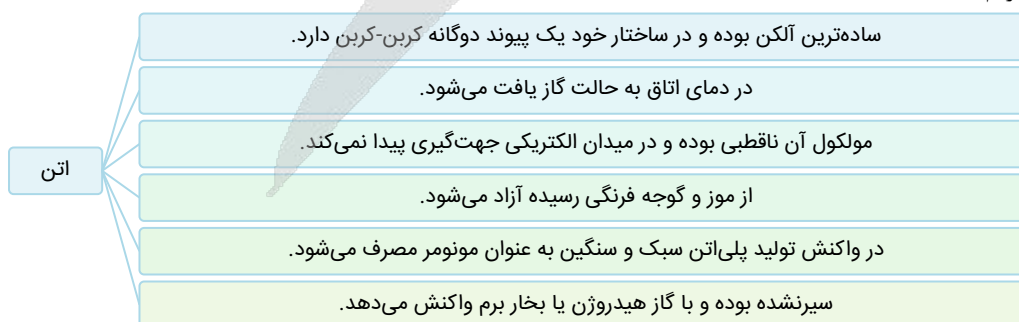
حال می‌توانیم مقدار x و y را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} 28x + 40y = 44 \\ 30x + 44y = 47/6 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \text{ mol}, y = 0/4 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در نمونه اولیه ۱ مول گاز اتن و ۰/۴ مول گاز پروپین حضور داشته است. هر واحد اتن، ۴ اتم هیدروژن دارد. بنابراین در ۱ مول آن نیز ۴ مول اتم هیدروژن داریم. از طرفی هر واحد پروپین نیز ۴ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت ۰/۴ مول از آن، ۱/۶ مول اتم هیدروژن دارد؛ بنابراین در نمونه اولیه ۵/۶ مول اتم هیدروژن حضور داشته است. در پایان درصد جرمی اتم هیدروژن را در نمونه اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد} = \frac{\text{جرم اتم‌های هیدروژن}}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{5/6 \text{ mol H} \times \frac{1 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}}}{44} \times 100 \approx 12/7 \text{ درصد}$$

در رابطه با گاز اتن، داریم:



گروه آموزشی ماز

۶۸- هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} ، چند ایزومر دارد که نام آن‌ها به (پنتان) ختم می‌شود؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

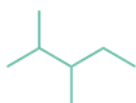
۵ (۱)

هیدروکربنی با فرمول مولکولی C_7H_{16} که در آن شمار اتم‌های هیدروژن، از دو برابر شمار اتم‌های کربن دو تا بیشتر است، قطعاً متعلق به نوعی آلکان است. قاعده مشخصی برای حل سؤالات مربوط به مبحث ایزومری وجود ندارد و با تغییر یک کلمه در صورت سؤال، ممکن است روند حل سؤال کاملاً تغییر بکند. برای حل این سؤالات، باید حالت‌های مختلف از ساختار یک ماده آلی را رسم کنیم. به این منظور ابتدا باید زنجیر اصلی را پنج کربنه در نظر بگیریم. پس می‌توان گفت از کربن‌های این هیدروکربن، ۵ کربن در ساختار زنجیر اصلی قرار گرفته و دوتا از آن‌ها در ساختار شاخه‌های فرعی قرار خواهند گرفت. برای شاخه‌های فرعی می‌توان دو حالت کلی را در نظر گرفت:

«الف»: حالتی که در آن صرفاً یک شاخه فرعی اتیل داشته باشیم: شاخه فرعی اتیل در یک زنجیر هیدروکربنی ۵ کربنه، صرفاً می‌تواند روی کربن وسط یعنی کربن شماره ۳ قرار بگیرد؛ چراکه در باقی حالت‌ها، زنجیر اصلی تغییر پیدا کرده و دیگر ۵ کربنه نخواهد بود. نام این هیدروکربن ۳-اتیل پنتان یا اتیل پنتان است. توجه داریم به دلیل اینکه شاخه فرعی اتیل در این هیدروکربن روی کربن دیگری نمی‌تواند قرار بگیرد، لزومی به اشاره به شماره کربن نیست. فرمول نقطه-خط این هیدروکربن به صورت زیر است:



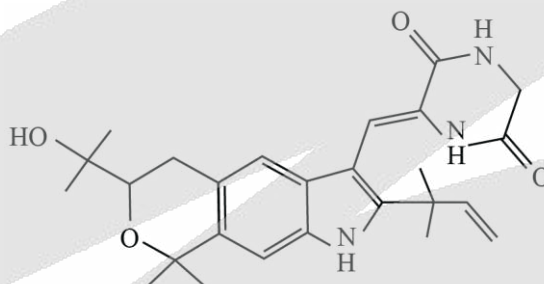
«ب»: حالتی که در آن دو شاخه فرعی متیل داریم: در این حالت، شاخه‌های فرعی می‌توانند روی کربن‌های ۲ و ۲، ۲ و ۳، ۳ و ۴ و همچنین ۳ و ۳ قرار گیرند. فرمول پیوند-خط این هیدروکربن‌ها به صورت زیر است:



پس می‌توان گفت نام ۵ مورد از ایزومرهای C_7H_{16} به پنتان ختم می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۹- با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از موارد زیر درست است؟



الف: شمار جفت الکترون ناپیوندی آن، برابر شمار جفت الکترون ناپیوندی در SO_3 است.

ب: این ترکیب آلی در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی الکلی، آمینی و آمیدی است.

پ: شمار پیوندهای $C-N$ آن نصف شمار کربن‌هایی است که به اتم هیدروژن متصل نشده‌اند.

ت: نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن در آن به تقریب برابر ۱/۲۷ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

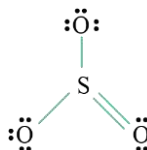
۲ (۲)

۱ (۱)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

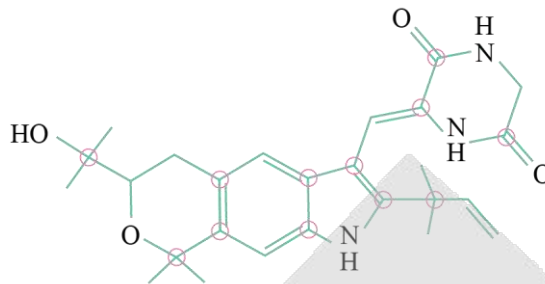
بررسی موارد:

«الف»: در ترکیب‌های آلی، به ازای هر اتم نیتروژن ۱ جفت الکترون، به ازای هر اتم اکسیژن ۲ جفت الکترون و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد. ترکیب مورد نظر در ساختار خود دارای ۴ اتم اکسیژن و ۳ اتم نیتروژن است؛ بنابراین شمار جفت الکترون ناپیوندی آن برابر ۱۱ است. گوگرد تری‌اکسید با فرمول مولکولی SO_3 ، در ساختار خود ۸ جفت الکترون ناپیوندی دارد. فرمول ساختاری گوگرد تری‌اکسید به صورت زیر است:



«ب»: مولکول مورد نظر دارای حلقه کربنی با پیوندهای دوگانه کربن-کربن یکی در میان است و بنابراین جزو مواد آروماتیک محسوب می‌شود. این ترکیب دارای گروه عاملی الکلی (هیدروکسیل)، اتری، آمینی و آمیدی است.

«پ»: ترکیب مورد نظر دارای ۶ پیوند یگانه کربن-نیتروژن است. کربن‌هایی که به اتم هیدروژن متصل نشده و هر چهار الکترون خود را برای پیوند با سایر اتم‌ها استفاده کرده‌اند، در تصویر زیر مشخص شده‌اند:



همانطور که مشخص است ۱۲ تا از اتم‌های کربن، پیوندی با اتم هیدروژن برقرار نکرده‌اند. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{12}{6} = 2$$

«ت»: شمارش تعداد کربن‌ها، اکسیژن‌ها و نیتروژن‌ها و هالوژن‌های ترکیبات آلی از روی شکل ساده بوده ولی برای شمارش تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد هالوژن} - (\text{تعداد پیوند سه‌گانه} \times 2) - (\text{تعداد پیوند دوگانه} \times 2) - (\text{تعداد حلقه} \times 2) - (2 + \text{تعداد کربن} \times 2) = \text{تعداد اتم هیدروژن} + (\text{تعداد نیتروژن})$$

بر این اساس، فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{26}H_{33}O_4N_3$ است. حال نسبت جرم نیتروژن به هیدروژن را در این ترکیب آلی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نیتروژن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{\text{شمار نیتروژن} \times \text{جرم مولی نیتروژن}}{\text{شمار هیدروژن} \times \text{جرم مولی هیدروژن}} = \frac{14 \times 3}{1 \times 33} \approx 1/27$$

محاسبه الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی ترکیبات آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲ تا آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون ظرفیتی دیگر، به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز، ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳ تا آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون ظرفیتی دیگر نیز به صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون ظرفیتی باقی‌مانده به صورت ۳ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی (تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(1 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (3 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم‌های اکسیژن}) + (1 \times \text{اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{اتم‌های کربن})}{2}$$

$$\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی} = (3 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (1 \times \text{اتم‌های گروه ۱۵}) + (2 \times \text{اتم‌های گروه ۱۶}) = \text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}$$

گروه آموزشی ماز

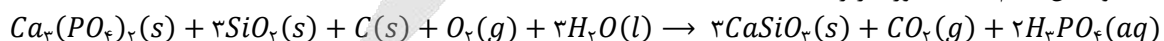
۷۰- کدام یک از موارد زیر درباره واکنش موازنه نشده زیر، نادرست است؟ ($Ca = 40, Si = 28, O = 16, C = 12; g. mol^{-1}$)
 $Ca_3(PO_4)_2(s) + SiO_2(s) + C(s) + O_2(g) + H_2O(l) \rightarrow CaSiO_3(s) + CO_2(g) + H_3PO_4(aq)$

- (۱) مدت زمان مصرف ۰/۴ مول نمک با مدت زمان تولید ۱/۲ مول نمک در این واکنش شیمیایی برابر است.
- (۲) اگر در مدت معین ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، در نصف این مدت، ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود.
- (۳) سرعت متوسط مصرف واکنش‌دهنده حاوی فسفر و تولید فراورده دارای کربن، با سرعت متوسط واکنش برابر است.
- (۴) سرعت متوسط تشکیل ۸۸ گرم CO_2 و سرعت تشکیل ۶۹۶ گرم $CaSiO_3$ و سرعت مصرف ۶۴ گرم O_2 برابر است.

(سخت - مفهومی و مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ضریب استوکیومتری سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر ضریب استوکیومتری کربن دی‌اکسید است. پس می‌توان گفت سرعت متوسط مصرف سیلیسیم دی‌اکسید ۳ برابر سرعت متوسط تولید کربن دی‌اکسید است. بنابراین اگر در یک بازه زمانی، ۴ مول کربن دی‌اکسید تولید شود، می‌توان گفت در آن بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف می‌شود. از طرفی توجه داریم که در گذر زمان، سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و در نتیجه سرعت تشکیل فراورده‌ها کاهش پیدا می‌کند. پس نمی‌توان گفت اگر در یک بازه زمانی ۱۲ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شود، در نصف آن بازه زمانی ۶ مول سیلیسیم دی‌اکسید مصرف شده است.



سرعت متوسط واکنش

شیب نمودار مول-زمان برا هر یک از مواد شرکت کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت کننده ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن ها متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی دان ها برای درک آسان تر روند پیشرفت واکنش ها در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت واکنش استفاده می کنند. سرعت واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر ماده شرکت کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن ماده به دست می آید. به عنوان مثال در واکنش $3A(g) + 2B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ برای محاسبه سرعت متوسط واکنش در بازه زمانی Δt به روش زیر عمل می کنیم:

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{3 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{2 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{1 \times \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{2 \times \Delta t}$$

بررسی سایر گزینه ها:

- ۱ در معادله موازنه شده، ضریب استوکیومتری $CaSiO_3$ ، ۳ برابر ضریب استوکیومتری $Ca_3(PO_4)_2$ است. پس می توان گفت سرعت متوسط تولید نمک $CaSiO_3$ ، ۳ برابر سرعت متوسط مصرف نمک $Ca_3(PO_4)_2$ است. بنابراین در بازه ای که 0.4 مول از نمک $Ca_3(PO_4)_2$ مصرف می شود، 1.2 مول نمک $CaSiO_3$ ، تولید خواهد شد.
- ۳ ضریب استوکیومتری واکنش دهنده دارای فسفر یعنی $Ca_3(PO_4)_2$ و همچنین فراورده دارای کربن یعنی کربن دی اکسید، هر دو برابر ۱ است. پس می توان گفت سرعت متوسط تولید کربن دی اکسید و همچنین سرعت متوسط مصرف $Ca_3(PO_4)_2$ با سرعت متوسط واکنش برابر است.
- ۴ مقدار 88 گرم CO_2 معادل 2 مول از آن، 696 گرم از $CaSiO_3$ معادل 6 مول از آن و 64 گرم O_2 معادل 2 مول از آن است. نسبت مصرف و تولید مواد مختلف در واکنش به نسبت اندازه سرعت متوسط آن ها بوده و با ضریب استوکیومتری آن ها در ارتباط است. پس می توان گفت نسبت تولید و مصرف مواد ذکر شده کاملاً صحیح است، چراکه مول تولید شده از CO_2 با مول مصرف شده از O_2 برابر بوده و $\frac{1}{3}$ برابر مول تولید شده از $CaSiO_3$ است.

گروه آموزشی ماز

۷۱- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- الف: شمار اتم های H در واحد تکرار شونده پلی اتن، با شمار اتم های H در مونومر تشکیل دهنده آن برابر است.
 ب: کاتالیزگر واکنش آبکافت استرها، در تهیه اتانول از واکنش میان گاز اتان و آب نیز نقش دارد.
 پ: فراورده حاصل از پلیمری شدن استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد.
 ت: سیب زمینی و نان، حاوی پلیمری از گلوکز هستند که ساختار ماریچ دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

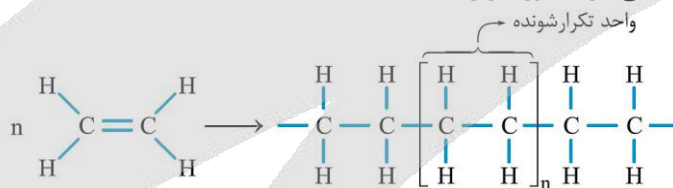
(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: واکنش تهیه پلی اتن از مونومر آن یعنی اتن به صورت زیر است:

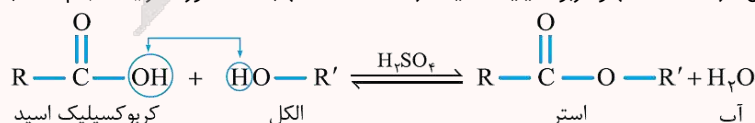


همانطور که مشخص است، در هر واحد تکرار شونده پلیمر، همانند هر واحد از مونومر واکنش دهنده، ۴ اتم هیدروژن حضور دارد.

«ب»: از سولفوریک اسید با فرمول شیمیایی H_2SO_4 می توان به عنوان کاتالیزگر در واکنش های تولید اتانول از اتن و همچنین آبکافت استرها به الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده خود استفاده کرد. توجه داریم که سولفوریک اسید از جمله اسیدهای قوی بوده و درجه یونش آن به تقریب برابر ۱ است. این ماده از واکنش گاز گوگرد تری اکسید با آب به دست می آید.

استری شدن

استرها را می توان از واکنش میان الکل ها ($R' - OH$) و کربوکسیلیک اسیدها ($R - COOH$) به دست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



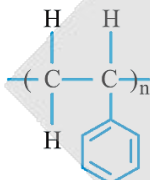
این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید (H_2SO_4) است. استرها طی یک واکنش برگشت پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن ها می شود، اصطلاحاً واکنش آب کافت گفته می شود.



«پ»: اطلاعات کلی مربوط به پلیمرهای افزایشی به صورت زیر است:

نام پلیمر	نام مونومر	کاربرد
پلی اتن	اتن	کیسه های پلاستیکی - بطری پلاستیکی - لوله پلاستیکی
پلی سیانواتن	سیانواتن	پتو و پارچه
پلی پروپن	پروپن	تهیه و تولید سرنگ
پلی استیرن	استیرن	تولید ظرف یکبار مصرف
تفلون	تترافلوئورواتن	نخ دندان - کفی اتو - تولید ظروف نجسب
پلی وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)	کیسه های خون

فرآورده حاصل از پلیمری شدن استیرن، پلی استیرن بوده که در تهیه ظروف یکبار مصرف کاربرد دارد. ساختار پلی استیرن را در تصویر زیر مشاهده می کنید:

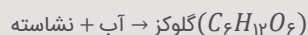


«ت»: سیب زمینی و نان حاوی نشاسته هستند. نشاسته و سلولز هر دو از جمله پلیمرهای گلوکز هستند. با این تفاوت که نشاسته ساختار مارپیچ و سلولز ساختار خطی دارد. ساختار نشاسته و سلولز به صورت زیر است:



نشاسته

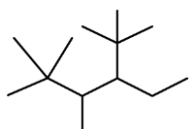
هرچند که نشاسته از اتصال مارپیچی مولکول های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب زمینی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم های گوارشی قرار گرفته و براساس معادله زیر تجزیه می شوند:



در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیه این ماده است که به کمک آنزیم های گوارشی تسریع می شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزه شیرین در دهان می شود.

گروه آموزشی ماز

۷۲- نام آلکان داده شده کدام است و اختلاف جرم مولی آن با جرم مولی گلوکز برابر چند گرم بر مول است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

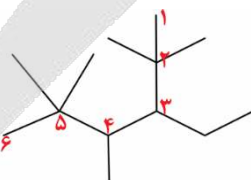


- ۱) ۴-اتیل، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲
- ۲) ۳-اتیل، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۲
- ۳) ۴-اتیل، ۲، ۳، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴
- ۴) ۳-اتیل، ۲، ۴، ۵، ۵- پنتا متیل هگزان، ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

حرف اول شاخه فرعی اتیل در الفبای انگلیسی، بر حرف اول شاخه فرعی متیل مقدم است. برای نام گذاری این آلکان توجه داشته باشید در صورتی که تراکم شاخه های فرعی در دو سمت مولکول کاملاً یکسان باشد، اولویت با حالتی است که زودتر به شاخه اتیل برسیم. به شماره گذاری اتم های کربن در زنجیره اصلی این ماده توجه کنید:



در نام گذاری آلکان های شاخه دار، ابتدا نام شاخه اتیل و سپس نام شاخه متیل نوشته می شود. پس این آلکان ۳-اتیل، ۲، ۳، ۴، ۵- پنتا متیل هگزان نام دارد. فرمول مولکولی آلکان داده شده به صورت $C_{13}H_{28}$ است. جرم مولی این آلکان برابر ۱۸۴ گرم بر مول و جرم مولی گلوکز با فرمول شیمیایی $C_6H_{12}O_6$ ، برابر ۱۸۰ گرم بر مول است. اختلاف جرم مولی این دو ترکیب، ۴ گرم بر مول است.

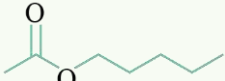
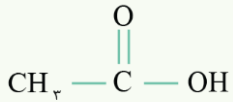
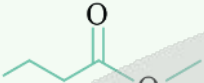
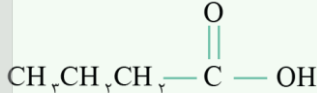
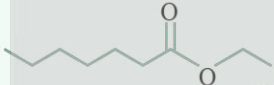
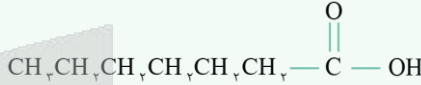
آلکان ها

آلکان ها دسته ای از هیدروکربن ها هستند که در آن ها هر اتم کربن، با چهار پیوند یگانه به اتم های کناری متصل شده است. اتم های کربن در ساختار آلکان ها می توانند پشت سرهم و همانند یک زنجیر به هم متصل شده باشند. هرچند که برخی از آن ها به شکل شاخه های جانبی به زنجیر متصل می شوند. شمار اتم های کربن نقش مهمی در رفتار هیدروکربن ها دارد. با تغییر تعداد اتم های کربن، اندازه و جرم مولکول های هیدروکربن تغییر کرده و در پی آن نیروی بین مولکولی و نقطه جوش نیز تغییر می کند. با افزایش شمار اتم های کربن، اندازه مولکول، قدرت نیروهای بین مولکولی، نقطه جوش و گرانیروی افزایش می یابد، درحالی که فراریت کاهش می یابد.

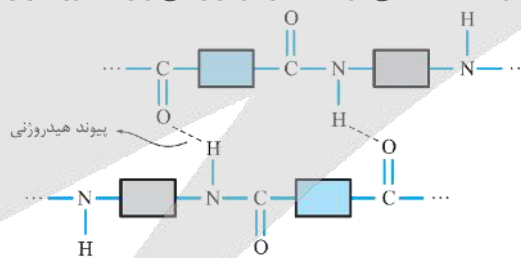
- ۱) کولار نوعی پلی آمید بوده و مقاومت آن با نمونه‌ای از فولاد هم جرم خود برابر است.
- ۲) الکل سازنده استر موجود در انگور، به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
- ۳) بوی ماهی به‌دلیل حضور موادی با گروه عاملی کربوکسیل در آن است.
- ۴) ویتامین (کا)، همانند ویتامین (دی)، در ساختار خود حاوی گروه عاملی الکلی است.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

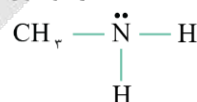
CCCCCCCC(=O)OCC

نام گل یا میوه	نام استر	ساختار استر سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار کریوکسیلیک اسید سازنده
موز	پنتیل اتانوات	 $(C_5H_{11}O_2)$	$CH_3 - (CH_2)_4 - OH$ ۱- پنتانول	 اتانویک اسید
سیب	متیل بوتانوات	 $(C_5H_{10}O_2)$	$CH_3 - OH$ متانول	 بوتانویک اسید
انگور	اتیل هپتانوات	 $(C_9H_{18}O_2)$	$CH_3CH_2 - OH$ اتانول	 هپتانویک اسید

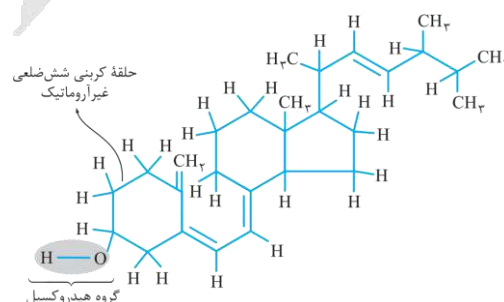
۱ کولار نوعی پلی آمید ساختگی بوده که نسبت به فولاد هم جرم خود ۵ برابر مقاوم تر است. از کولار در تهیه تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس های مخصوص مسابقات موتورسواری، جلیقه های ضد گلوله و ... استفاده می شود. ساختار کولار را می توان به صورت زیر نشان داد:



بوی ماهی به دلیل حضور متیل آمین و سایر ترکیبات آمینی است. ساختار مولکول متیل آمین به صورت زیر است:

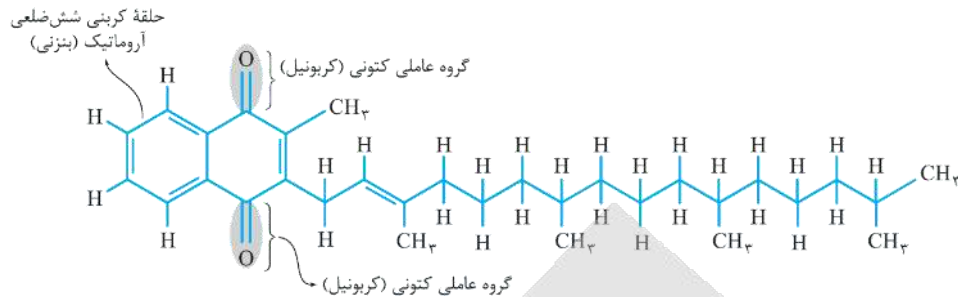


۴ فرمول ساختاری ویتامین (دی) به صورت زیر است:





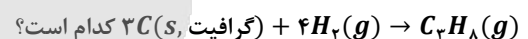
فرمول ساختاری ویتامین (کا) به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ویتامین (کا) برخلاف ویتامین (دی)، فاقد گروه عاملی هیدروکسیل (الکلی) است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- آنتالپی سوختن گرافیت، گاز هیدروژن و پروپان به ترتیب برابر با $-۳۹۳/۵$ ، $-۲۸۵/۸$ و $-۲۲۱۹/۹$ کیلوژول بر مول است. آنتالپی واکنش



۱۵۷/۸ (۴)

-۱۲۴/۸ (۳)

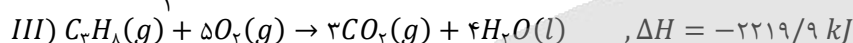
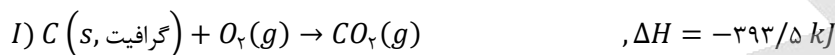
-۱۰۳/۸ (۲)

۴۶۷/۳ (۱)

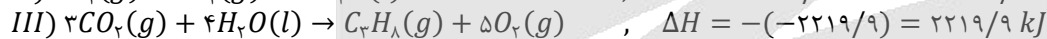
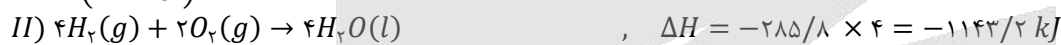
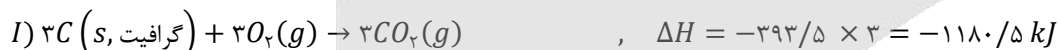
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله گرمایشیمیایی مربوط به سوختن مواد را می‌نویسیم:



برای رسیدن به معادله $۳C(s, \text{گرافیت}) + ۴H_2(g) \rightarrow C_7H_8(g)$ ، واکنش اول را در ۳ ضرب می‌کنیم، واکنش دوم را در ۴ ضرب می‌کنیم و واکنش آخر را قرینه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:



واکنش نهایی جمع این ۳ واکنش است و آنتالپی آن نیز جمع این ۳ آنتالپی است. بر این اساس، داریم:

$$\Delta H = ۲۲۱۹/۹ - ۱۱۴۳/۲ - ۱۱۸۰/۵ = -۱۰۳/۸ \text{ kJ}$$

البته برای محاسبه سریع‌تر می‌توان از رابطه زیر نیز استفاده کرد:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها}]$$

بر اساس این رابطه، داریم:

$$\Delta H = [3 \times -۳۹۳/۵ + (4 \times -۲۸۵/۸)] - [-۲۲۱۹/۹] = -۱۰۳/۸ \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- آنتالپی کدام یک از واکنش‌های زیر را می‌توان با روش تجربی اندازه‌گیری کرد؟

(۲) تولید هیدروژن پراکسید از واکنش گازهای اکسیژن و هیدروژن

(۱) تولید متان از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن

(۴) تولید آب از واکنش میان عناصر گازی سازنده آن

(۳) تولید کربن مونوکسید از واکنش گرافیت و اکسیژن

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد؛ زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. آشکار است که تأمین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. آنتالپی واکنش $۲H_2(g) + O_2(g) \rightarrow ۲H_2O(g)$ را می‌توان به طور مستقیم از روش‌های تجربی به دست آورد.

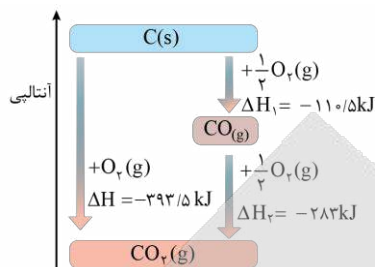
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) متان ساده‌ترین هیدروکربن و نخستین عضو خانواده آلکان‌ها است و بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. این گاز از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب تولید می‌شود. آزمایش‌ها و یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که تأمین شرایط بهینه برای واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن بسیار دشوار و پرهزینه است و برای محاسبه آنتالپی این واکنش از روش تجربی استفاده نمی‌شود.

۲) هیدروژن پراکسید (H_2O_2) ماده‌ای است که با نام تجاری آب اکسیژنه به فروش می‌رسد. تهیه این ماده از واکنش مستقیم گاز هیدروژن با اکسیژن ممکن نیست زیرا در شرایط طبیعی، از واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن، فراورده پایدارتر یعنی آب تولید می‌شود.



۳ واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی $CO(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ و $C(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \rightarrow CO(g)$ دانست. شواهد نشان می‌دهد که آنتالپی واکنش تولید کربن مونوکسید را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد، چرا که حتی در صورت تولید کربن مونوکسید، این ماده به سرعت با اکسیژن واکنش داده و به فراورده پایدارتر یعنی کربن دی‌اکسید تبدیل می‌شود. در این رابطه، داریم:



آلوتروپ‌های کربن

به شکل‌های متفاوت مولکولی یا بلوری یک عنصر در حالت فیزیکی یکسان آلوتروپ یا دگرشکل گفته می‌شود. الماس و گرافیت، دو آلوتروپ متفاوت از کربن هستند. این دو ماده به‌طور خالص از اتصال اتم‌های کربن به یکدیگر تشکیل شده‌اند. سطح انرژی الماس بیشتر از گرافیت می‌باشد و به همین علت می‌توان گفت که گرافیت پایدارتر از الماس است. همچنین بر این اساس می‌توان گفت که در واکنش تبدیل گرافیت به الماس، سطح انرژی فراورده بیشتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده بوده و واکنش مورد نظر یک واکنش گرماگیر است که در آن گرما مصرف می‌شود.

الماس > گرافیت : پایداری

گروه آموزشی ماز

۷۶- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در یک واکنش شیمیایی با تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، ساختار، خواص و محتوای انرژی مواد تغییر می‌کند.
- (۲) برای اندازه‌گیری آنتالپی تولید آمونیاک از عناصر سازنده آن به روش تجربی، نمی‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد.
- (۳) برای محاسبه ΔH تولید هیدرازین از عناصر سازنده آن، استفاده از آنتالپی پیوند نسبت به قانون هس دقیق‌تر است.
- (۴) در یک واکنش شیمیایی، با تغییر انرژی شیمیایی مواد موجود در واکنش، انرژی به‌صورت گرما ظاهر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین آنتالپی واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر اغلب در مقایسه با داده‌های تجربی، تفاوتی آشکار نشان می‌دهد. برای تعیین آنتالپی واکنش‌هایی که تعیین آنتالپی آن‌ها به روش تجربی ممکن نیست، از روش‌های دقیق دیگری مانند قانون هس استفاده می‌شود. دقت کنید برای تعیین آنتالپی واکنش تولید هیدرازین از گازهای نیتروژن و هیدروژن، روش قانون هس نسبت به آنتالپی پیوند، دقیق‌تر است.

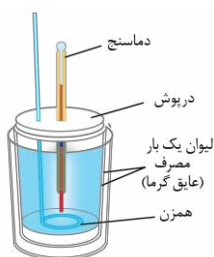
تعیین آنتالپی واکنش

شیمی‌دان‌ها به‌کار بردن آنتالپی پیوند و میانگین آن را روشی برای تعیین آنتالپی یک واکنش می‌دانند. آنتالپی‌های پیوند کمک می‌کند تا از یک روش محاسباتی برای تعیین آنتالپی برخی واکنش‌ها بهره برد؛ راهی که در آن تصور می‌شود شماری از پیوندهای اشتراکی در مولکول‌های مواد واکنش‌دهنده، شکسته شده سپس شماری پیوند جدید تشکیل می‌شود تا مولکول‌های فراورده پدید آیند. شیمی‌دان‌ها به کار بردن آنتالپی‌های پیوند را برای تعیین آنتالپی واکنش‌هایی مناسب می‌دانند که همه مواد شرکت‌کننده در آن‌ها به حالت گاز هستند. در چنین واکنش‌هایی هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه شده با داده‌های تجربی هم‌خوانی بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۴ پژوهش‌ها نشان می‌دهد در واکنش‌های شیمیایی مقدار گرمای آزاد شده ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست، زیرا در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد. شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در هر واکنش شیمیایی را به‌طور عمده وابسته به تفاوت انرژی پتانسیل میان مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌دانند. با این توصیف، انرژی پتانسیل یک نمونه ماده، انرژی نهفته شده در آن است، انرژی که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده آن است. با انجام یک واکنش شیمیایی و تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، تفاوت آشکاری در انرژی پتانسیل وابسته به آن‌ها ایجاد می‌شود؛ تفاوت انرژی‌ای که در واکنش‌ها به شکل گرما ظاهر می‌شود. نام دیگر انرژی پتانسیل، انرژی شیمیایی است.

۲ گرماسنج لیوانی دستگاهی است که به کمک آن می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت به روش تجربی تعیین کرد. این گرماسنج برای تعیین آنتالپی واکنش‌های انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند مناسب است. توجه داریم که واکنش تولید آمونیاک از عنصرهای سازنده آن در حالت گازی انجام می‌شود. ساختار گرماسنج لیوانی به‌صورت زیر است:



برای تعیین گرمای یک واکنش به کمک این گرماسنج، مقدار مشخصی از محلول‌ها یا مواد واکنش‌دهنده را در مجاورت با یکدیگر قرار داده و پس از تکمیل شدن واکنش، دمای نهایی محلول موجود در گرماسنج را اندازه‌گیری می‌کنیم. در مرحله بعد، با توجه به تغییر دمای محتویات موجود در گرماسنج ($\Delta\theta$) و با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، مقدار گرمای مبادله شده در واکنش مورد نظر را در فشار ثابت به دست می‌آوریم. توجه داریم که با استفاده از گرماسنج لیوانی، می‌توان گرمای مبادله شده طی انحلال نمک‌ها در آب را اندازه‌گیری کرد.

تعیین ΔH واکنش

نخستین بار هنری هس دریافت که گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام آن در پیش گرفته می‌شود، وابسته نیست. به دیگر سخن با استفاده از ΔH دو یا چند واکنش دیگر، می‌توان ΔH یک واکنش معین را به دست آورد، به شرطی که شرایط انجام همه واکنش‌ها یکسان باشد. امروزه از این نتیجه با نام قانون هس یاد می‌شود، قانونی که به جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها معروف است. بیان علمی قانون هس براساس مفهوم ΔH ، به این صورت است: اگر معادله واکنشی را بتوان از جمع معادله دو یا چند واکنش دیگر به دست آورد، ΔH آن نیز از جمع جبری ΔH همان واکنش‌ها به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۷۷- مقداری گاز کربن دی‌اکسید وارد ظرفی به حجم 500 میلی‌لیتر کرده تا طبق واکنش $2CO_2(g) \rightarrow 2CO(g) + O_2(g)$ تجزیه شود. اگر در 30 ثانیه نخست واکنش، سرعت واکنش $2 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ باشد و 2 مول گاز نیز در ظرف موجود باشد، چه کسری از گاز کربن دی‌اکسید اولیه تا این لحظه از واکنش تجزیه شده است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

(سخت - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به اینکه ضریب کربن دی‌اکسید در معادله واکنش برابر ۲ است، سرعت تغییرات آن، دو برابر سرعت واکنش و برابر $4 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$ است. با توجه به رابطه سرعت، تعریف غلظت و صرف نظر از علامت منفی در رابطه سرعت، داریم:

$$R_{CO_2} = \frac{\frac{\Delta n_{CO_2}}{V}}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\frac{\Delta n_{CO_2}}{0.5 L}}{30 \text{ min}} \Rightarrow \Delta n_{CO_2} = 1 \text{ mol}$$

فرض کنید در ابتدا a مول گاز کربن دی‌اکسید در ظرف بوده است که یک مول از آن مصرف شده و به ترتیب یک مول کربن مونوکسید و نیم مول گاز اکسیژن تولید شده است. در مجموع $2 = 1 + 0.5 + (a - 1)$ مول گاز موجود است. به جدول زیر توجه کنید:

ماده	CO_2	CO	O_2
مقدار اولیه	a	0	0
تغییرات	-1	$+1$	$+0.5$
مقدار نهایی	$a - 1$	1	0.5

از این رابطه مقدار اولیه گاز کربن دی‌اکسید برابر 1.5 مول به دست می‌آید که 1 مول از آن یعنی $\frac{2}{3} = \frac{1}{1.5}$ آن در واکنش مصرف شده است.

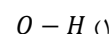
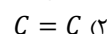
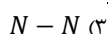
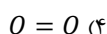
عوامل مؤثر بر سرعت واکنش

شرایط انجام واکنش‌های شیمیایی، چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی و عوامل مؤثر بر آهنگ انجام شدن واکنش‌های شیمیایی، در علم سینتیک شیمیایی بررسی می‌شوند در حالی که اندازه‌گیری گرمای آزاد شده در واکنش‌های شیمیایی در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می‌شود. سرعت واکنش تحت تأثیر عوامل متعددی تغییر می‌کند. به مثال‌های زیر توجه کنید:

۱. نوع ماده واکنش‌دهنده: فلزهایی با واکنش‌پذیری بالاتر، در برابر آب واکنش شدیدتری می‌دهند. به عنوان مثال پتاسیم نسبت به سدیم با شدت بالاتری با آب واکنش می‌دهد.
۲. افزایش سطح تماس: شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند درحالی‌که پاشیدن گرد آهن روی شعله سبب سوختن آهن می‌شود. همچنین قرص جوشان در حالت پودری واکنش شدیدتری با آب می‌دهد.
۳. غلظت ماده واکنش‌دهنده: الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزد درحالی‌که همان الیاف در یک ارلن پر از اکسیژن خالص می‌سوزد. همچنین بیمارانی که مشکل تنفسی دارند در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن دارند.
۴. کاتالیزگر: با افزودن چند قطره پتاسیم دیدید به ظرف واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید، سرعت واکنش به میزان چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین برخی افراد که فاقد آنزیم (کاتالیزگر طبیعی) برای هضم کامل کلم و حبوبات هستند، با خوردن این مواد غذایی دچار نفخ می‌شوند. دقت کنید کاتالیزگرها سرعت واکنش را افزایش می‌دهند اما تغییری در مقدار نهایی فراورده‌ها ایجاد نمی‌کنند.

گروه آموزشی ماز

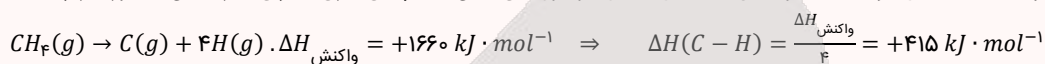
۷۸- برای کدام پیوند لزومی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند نیست؟



در پیوند دوگانه اکسیژن-اکسیژن، هیچ کدام از اتم‌های اکسیژن نمی‌توانند با اتم اکسیژن دیگری این پیوند را تشکیل بدهند، پس نیازی به استفاده از اصطلاح میانگین آنتالپی پیوند برای این پیوند اشتراکی نیست.

آنتالپی پیوند

در برخی از انواع مولکول‌ها مثل CH_4 ، H_2O و NH_3 ، یک اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوندهای اشتراکی متصل شده است. بر اساس یافته‌های تجربی، آنتالپی همه پیوندهای اشتراکی موجود در این مولکول‌ها یکسان نیست و به همین خاطر، برای بیان انرژی پیوندهای اشتراکی موجود در آن‌ها به کاربرد عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر از عبارت «آنتالپی پیوند» است. به عنوان مثال، در مولکول‌های متان جدا کردن اتم‌های هیدروژن در چهار مرحله متوالی انجام می‌شود. در این شرایط، برای جدا کردن هر اتم هیدروژن از مولکول مورد نظر انرژی متفاوتی مصرف می‌شود؛ پس برای بیان آنتالپی پیوندهای $C-H$ موجود در این مولکول از عبارت «میانگین آنتالپی پیوند» استفاده می‌شود. معادله واکنش شیمیایی تبدیل مولکول‌های متان به اتم‌های گازی مجزای سازنده آن به صورت زیر است:



به طور کلی، برای پیوندهایی که فقط در مولکول‌های دو اتمی دیده می‌شوند (مثل پیوندهای $H-Cl$ ، $I-I$ ، $O=O$ و $N \equiv N$) باید عبارت «آنتالپی پیوند» را به کار ببریم. در نقطه مقابل، برای پیوندهایی که ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌تواند در یک مولکول وجود داشته باشد، به کاربرد «میانگین آنتالپی پیوند» مناسب‌تر است.

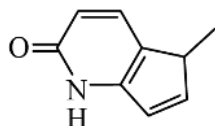
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ در مولکول آب، اتم اکسیژن با ۲ اتم هیدروژن پیوند یگانه اکسیژن-هیدروژن را برقرار کرده است، پس برای بیان آنتالپی این پیوند باید از واژه میانگین استفاده کنیم.
- ۲ هر کدام از اتم‌های کربن دخیل در پیوند $C=C$ می‌توانند با کربن دیگری پیوند دوگانه کربن-کربن را تشکیل دهند، چراکه اتم کربن ۴ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از همه آن‌ها برای تشکیل پیوند اشتراکی استفاده می‌کند.
- ۳ هر کدام از اتم‌های نیتروژن دخیل در پیوند $N-N$ می‌توانند با نیتروژن دیگری پیوند یگانه نیتروژن-نیتروژن را تشکیل دهند؛ چراکه اتم نیتروژن ۵ الکترون ظرفیتی دارد و در اغلب موارد از ۳ الکترون ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۷۹- چند مورد از موارد زیر درباره مولکولی با ساختار داده شده، درست است؟

($C = 12, H = 1 : g \cdot \text{mol}^{-1}$)



۴ (۴)

- الف: شمار اتم‌های هیدروژن آن با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول نفتالن برابر است.
 ب: گروه عاملی موجود در این ماده، با گروه عاملی مولکول اتیل آمین مشابه است.
 پ: شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت، دو برابر شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر است.
 ت: شمار حلقه‌های کربنی این ماده آلی و مولکول ویتامین دی (D) با هم برابر است.

۳ (۳)

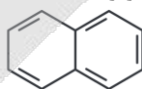
۲ (۲)

۱ (۱)

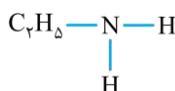
در رابطه با ترکیب داده شده، فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد:

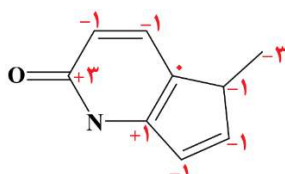
«الف»: فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت C_9H_9NO است. پس شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی نفتالن ($C_{10}H_8$)، با شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی این ماده برابر نیست. ساختار مولکولی نفتالن به صورت زیر است:



«ب»: این مولکول و اتیل آمین، به ترتیب در ساختار خود دارای گروه عاملی آمیدی و آمینی هستند. ساختار مولکولی اتیل آمین به صورت زیر است:

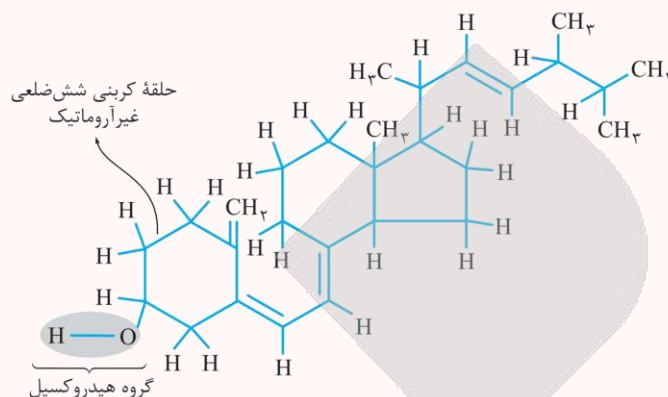


«پ»: در ساختار این ماده آلی، ۲ اتم کربن با عدد اکسایش مثبت و یک اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد. به عدد اکسایش اتم‌های کربن در ساختار این ترکیب آلی دقت کنید:



«ت»: در ساختار این ماده آلی و ویتامین دی، به ترتیب ۱ و ۳ حلقه کربنی (کاملاً تشکیل شده از اتم‌های کربن) وجود دارد. توجه داریم که در ساختار حلقه دوم این ماده، اتم نیتروژن نیز در کنار اتم‌های کربن وجود دارد.

ویتامین دی در ساختار خود فقط یک گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارد. در ساختار این ماده، بخش ناقطبی (بخش هیدروکربنی) بر بخش قطبی (گروه عاملی هیدروکسیل) غلبه دارد. این ویتامین، نوعی ویتامین محلول در چربی است و چون برخلاف ویتامین‌های محلول در آب، این ماده به راحتی از طریق ادرار دفع نمی‌شود، مصرف مقادیر زیاد آن برای بدن مشکل ایجاد می‌کند. فرمول شیمیایی این ویتامین به صورت $C_{28}H_{44}O$ است و با داشتن گروه عاملی هیدروکسیل، نوعی الکل به شمار می‌رود. ساختار این ویتامین به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام مورد زیر، به یقین درست است؟

- (۱) آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصر موجود در یک گروه، مشابه هم است.
- (۲) در سه دوره اول، عناصری با آرایش الکترونی هشت‌تایی و اکانش‌پذیری ناچیزی دارند.
- (۳) در دوره‌های اول تا چهارم، هر عنصر نسبت به عنصر قبل خود خاصیت نافلزی بیشتری دارد.
- (۴) در آرایش الکترون - نقطه‌ای عناصری که کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده مشاهده نمی‌شود.

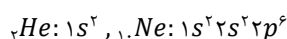
پاسخ: گزینه ۲

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

در لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۸ (که شامل گازهای نجیب است) و همچنین گروه ۸ جدول تناوبی (که شامل فلزهای واسطه است)، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد. گازهای نجیب در دوره‌های اول تا هفتم جدول حضور داشته و اکانش‌پذیری بسیار ناچیزی دارند. عناصر واسطه نیز در دوره‌های چهارم تا هفتم جدول قرار گرفته و نسبت به گازهای نجیب و اکانش‌پذیری بسیار بیشتری دارند. توجه داریم که همه عناصر واسطه، در دسته فلزها قرار می‌گیرند. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت در دوره‌های اول تا سوم جدول تناوبی، هر عنصری که در لایه ظرفیت خود ۸ الکترون دارد، و اکانش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در اغلب گروه‌های جدول تناوبی، آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر مشابه است. تنها استثنا مهم هلیوم است. این عنصر برخلاف سایر عناصر موجود در گروه هجدهم (گازهای نجیب) که در بیرونی‌ترین لایه خود هشت الکترون دارند، در لایه ظرفیت خود تنها دارای دو الکترون است. برای مثال آرایش الکترونی هلیوم و گاز نجیب دوره دوم یعنی نئون به صورت زیر است:



۳ در هر دوره با افزایش عدد اتمی و ثابت بودن تعداد لایه‌های الکترونی، شعاع کاهش پیدا می‌کند. همچنین با کاهش شعاع اتمی، خاصیت فلزی و نافلزی به ترتیب کاهش و افزایش پیدا می‌کنند. این روند تا گروه هفدهم یعنی هالوژن‌ها ادامه دارد و نافلزترین عنصر هر دوره مربوط به گروه هالوژن‌ها است. آخرین عنصر هر دوره گاز نجیب بوده و و اکانش‌پذیری بسیار ناچیزی دارد.

۴ در آرایش الکترون - نقطه‌ای اغلب عناصری که در لایه ظرفیت خود کمتر از ۵ الکترون ظرفیتی دارند، الکترون جفت‌شده‌ای مشاهده نمی‌شود. تنها استثنا مهم این قاعده، عنصر هلیوم است. این عنصر در لایه ظرفیت خود دارای ۲ الکترون بوده که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن، به صورت جفت‌شده حضور دارد. آرایش الکترون - نقطه‌ای این عنصر به صورت زیر است:



جدول زیر، آرایش الکترون - نقطه‌ای برخی از عناصر را نشان می‌دهد:

شماره گروه عنصر	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایه ظرفیت	ns^1	ns^2	$ns^2 np^1$	$ns^2 np^2$	$ns^2 np^3$	$ns^2 np^4$	$ns^2 np^5$	$ns^2 np^6$
تعداد الکترون ظرفیت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
نماد الکترون - نقطه	Li·	Be·	B·	C·	N·	O·	F·	Ne·

گروه آموزشی ماز

آزمون



کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



[www.
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف

