

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۱

پنجشنبه ۱۹ تیر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۳۰ سؤال ۵۵ دقیقه	۵۵ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

<p><b>هندسه</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۴ سؤال</p>	<p><b>ریاضی</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۳ سؤال</p>
<p><b>شیمی</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۸ سؤال</p>	<p><b>فیزیک</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۷ سؤال</p>

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

### مرور، جمع‌بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون جمع‌بندی و تعیین سطح پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم  
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع‌بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- از آزمون ۲ مردادماه دفترچه ۳ (پیش‌خوانی پایه یازدهم) به آزمون اضافه می‌شود.
- شما می‌توانید به صورت اختیاری به سؤالات دفترچه ۳ پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ‌دهی تراز و کارنامه جدا دریافت می‌کنید.



۱- اگر مجموعه مرجع شامل ۳۶ عضو باشد و داشته باشیم  $n(A) = 12$ ,  $n(B') = 14$  و  $n(A \cup B) = 28$ , آن گاه  $n(A' \cap B)$  کدام است؟

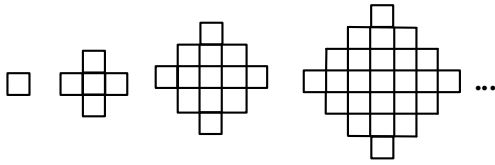
۱۳ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲- در الگوی زیر، تعداد مربع‌ها در شکل هفتم کدام است؟



۸۱ (۱)

۸۵ (۲)

۸۹ (۳)

۹۳ (۴)

۳- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جملات پنجم و یازدهم و نوزدهم، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. در این صورت جمله بیست و هفتم دنباله حسابی چند برابر جمله هفتم آن است؟

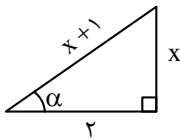
۳ (۴)

$\frac{5}{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

۴- در شکل مقابل،  $\sin \alpha + \cos \alpha$  کدام است؟



۱ (۱)

$1/2$  (۲)

$1/4$  (۳)

$1/5$  (۴)

۵- خطی که از نقطه  $A(1, 2)$  می‌گذرد با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $\alpha$  می‌سازد. اگر  $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{10}}{10}$  باشد، این خط از کدام نقطه زیر عبور می‌کند؟

$(-2, -1)$  (۴)

$(-2, 1)$  (۳)

$(2, -1)$  (۲)

$(2, 1)$  (۱)

۶- اگر  $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{2}{3}$  باشد،  $\tan \alpha + \cot \alpha$  کدام است؟

$-3/6$  (۴)

$3/6$  (۳)

$-1/8$  (۲)

$1/8$  (۱)

محل انجام محاسبات



۷- ریشه سوم عددی مثبت با ریشه پنجم چهار برابر آن عدد برابر است. ریشه ششم مثبت این عدد کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt[3]{2}$  (۳)  $\sqrt[3]{4}$  (۴)  $\sqrt{8}$

۸- حاصل عبارت  $A = \left( \frac{1}{5-2\sqrt{6}} - \frac{1}{5+2\sqrt{6}} \right) \left( \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{3}} \right)$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{6}$  (۲)  $12+4\sqrt{3}$  (۳)  $6-2\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{6}$

۹- اگر  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a$  و  $2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- اگر ریشه‌های معادله  $3x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$  به صورت  $x_1$  و  $x_2$  باشد، حاصل  $\frac{x_1}{x_2}$  کدام است؟ ( $x_1 > x_2$ )

- (۱)  $-3+2\sqrt{2}$  (۲)  $-3-2\sqrt{3}$  (۳)  $-3+2\sqrt{3}$  (۴)  $-3-2\sqrt{2}$

۱۱- اگر  $x = n$  ریشه مضاعف معادله  $(m+2)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$  باشد، حاصل  $2n - m$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۲- سهمی  $y = x^2 - 2x - 3$  محور  $x$ ها را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. اگر نقطه  $C$  رأس این سهمی باشد، مساحت

مثلث  $ABC$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۳- مجموعه جواب نامعادله  $2 < \frac{2x-1}{3-x} < -1$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, \frac{7}{4})$  (۲)  $(\frac{7}{4}, 3)$  (۳)  $\mathbb{R} - [-2, \frac{7}{4}]$  (۴)  $\mathbb{R} - [\frac{7}{4}, 3)$

۱۴- رابطه  $f = \{(2, a^2), (3, a+b), (2, 4), (3, 5), (a, b)\}$  تابع است. مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۱۴ (۳) ۶ یا -۱۴ (۴) ۶ یا -۱۴

محل انجام محاسبات

۱۵- تابع خطی  $f$  با دامنه  $[-2, 4]$  و برد  $[-6, 0]$  مفروض است. مجموع مقادیر ممکن برای  $f(3)$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) -۳

۱۶- تابع  $f(x) = a^2x + b^2 - 4$  همبانی و تابع  $g(x) = (2a + b)x + ab$  ثابت است.  $g(a + b)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۷- ۴ کتاب با موضوع ریاضی، ۳ کتاب با موضوع فیزیک و ۲ کتاب با موضوع شیمی را به چند طریق می توان در یک قفسه

پشت سرهم چید به طوری که کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟ (کتاب های هم موضوع، متفاوت هستند.)

- (۱) ۵۷۶ (۲) ۱۷۲۸ (۳) ۱۱۵۲ (۴) ۱۲۶۰

۱۸- یک مدرسه ۵ کلاس دارد که از هر کلاس ۱۰ نفر متقاضی شرکت در اردویی شده اند. اگر فقط بتوانیم ۴ نفر را به اردو

ببریم به چند حالت این ۴ نفر را می توان انتخاب کرد به طوریکه فقط دو نفر از آنها همکلاسی باشند؟

- (۱) ۳۰۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰۰ (۳) ۴۵۰۰۰ (۴) ۱۳۵۰۰۰

۱۹- از کیسه ای که شامل ۳ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۵ مهره آبی است. دو مهره به تصادف بیرون می آوریم. به چه

احتمالی مهره ها هم رنگ هستند؟

- (۱)  $\frac{17}{66}$  (۲)  $\frac{3}{11}$  (۳)  $\frac{10}{33}$  (۴)  $\frac{19}{66}$

۲۰- تاسی را سه مرتبه پرتاب می کنیم. احتمال آن که مجموع کمتر از ۶ یا هر سه فرد باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{11}{72}$  (۳)  $\frac{37}{216}$  (۴)  $\frac{4}{27}$

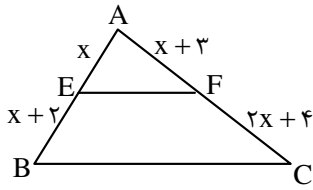
۲۱- در مثلث متساوی الساقین  $\triangle ABC$ ، زاویه  $\hat{A} = 70^\circ$  و عمود منصف های دو ساق  $AB$  و  $AC$  قاعده  $BC$  را در نقاط  $M$

و  $N$  قطع می کنند. در مثلث  $\triangle AMN$ ، مجموع زوایای  $\hat{M}$  و  $\hat{N}$  کدام است؟

- (۱)  $130^\circ$  (۲)  $140^\circ$  (۳)  $150^\circ$  (۴)  $160^\circ$

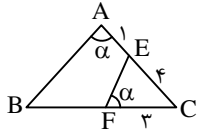
محل انجام محاسبات

۲۲- در شکل مقابل، به ازای چند مقدار طبیعی  $x$ ، چهارضلعی  $BEFC$  دوزنقه است؟



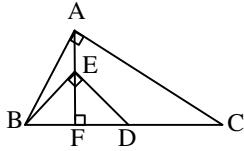
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۲۳- در شکل مقابل، اگر کمترین فاصله رأس  $A$  از ضلع  $BC$  برابر ۵ باشد، مساحت مثلث  $ABC$  تقریباً کدام است؟



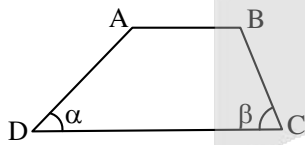
- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۶/۶
- (۳) ۱۷/۳
- (۴) ۱۸/۲

۲۴- در شکل مقابل،  $EB = ۶$  و  $BF = ۴$  است. اگر  $DC = ۷$  باشد، حاصل  $AC - AF$  کدام است؟



- (۱)  $۲\sqrt{۳}$
- (۲)  $۴\sqrt{۳}$
- (۳)  $۶\sqrt{۳}$
- (۴)  $۸\sqrt{۳}$

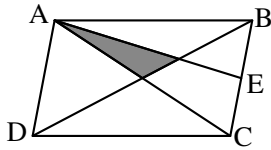
۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل  $AB \parallel CD$  و  $\alpha + \beta = ۹۰^\circ$  است. اگر  $AD = ۱۲$ ،  $DC = ۲۹$  و  $BC = ۹$  باشد، اندازه  $AB$  کدام است؟



- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۷

محل انجام محاسبات

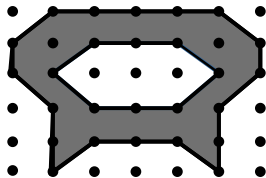
۲۶- در شکل مقابل،  $ABCD$  متوازی الاضلاع و  $E$  وسط ضلع  $BC$  است. مساحت قسمت هاشور خورده چند برابر مساحت متوازی الاضلاع  $ABCD$  است؟



- (۲)  $\frac{1}{8}$   
(۴)  $\frac{1}{24}$

- (۱)  $\frac{1}{6}$   
(۳)  $\frac{1}{12}$

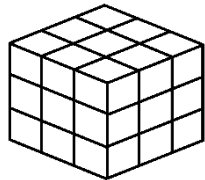
۲۷- مساحت ناحیه هاشور خورده شکل مقابل کدام است؟



- (۱) ۱۴  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۶  
(۴) ۱۷

۲۸- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

- (۱) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.  
(۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.  
(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.  
(۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.



- (۱) ۱۵  
(۲) ۱۹  
(۳) ۲۱  
(۴) ۲۳

۳۰- یک مخروط قائم به ارتفاع ۱۵ واحد و مساحت قاعده  $144\pi$  واحد مربع مفروض است. اگر این مخروط را با صفحه‌ای موازی با قاعده مخروط و به فاصله ۵ واحد از رأس آن تلاقی دهیم، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

- (۱)  $6\pi$       (۲)  $9\pi$       (۳)  $16\pi$       (۴)  $25\pi$

محل انجام محاسبات



# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه شماره ۲

پنجشنبه ۱۹ تیر ماه ۱۴۰۴

ملاحظات	مدت زمان پاسخ گویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	ماده امتحانی	ردیف
		تا	از			
۴۰ سؤال	۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
۴۵ دقیقه	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

<p><b>هندسه</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۴ سؤال</p>	<p><b>ریاضی</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۳ سؤال</p>
<p><b>شیمی</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۸ سؤال</p>	<p><b>فیزیک</b></p> <p>تمام مباحث پایه دهم</p> <p>سهم در کنکور: ۷ سؤال</p>

## استراتژی و هدف گذاری با ماز در تابستان ۱۴۰۴

### مرور، جمع بندی و تثبیت مباحث پایه دهم

یک آزمون جمع بندی و تعیین سطح پایه دهم

پنج آزمون مرور / تثبیت مباحث پایه دهم  
(مطالعه عمیق، مرور / تثبیت: هر آزمون ۲۰ درصد از مطالب پایه دهم)

یک آزمون جمع بندی و ارزیابی پیشرفت تابستانی

- از آزمون ۲ مردادماه دفترچه ۳ (پیش خوانی پایه یازدهم) به آزمون اضافه می شود.
- شما می توانید به صورت اختیاری به سوالات دفترچه ۳ پاسخ دهید.
- در صورت پاسخ دهی تراز و کارنامه جدا دریافت می کنید.



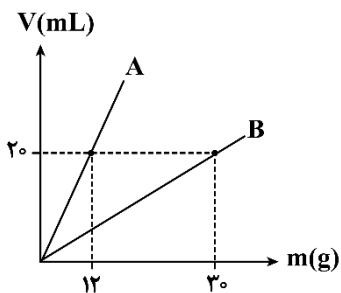
۳۱- در مدل سازی حرکت توپ، کدام یک از اثرات زیر را نباید نادیده گرفت؟

- (۱) اندازه و شکل توپ  
 (۲) مقاومت هوا و اثر ورزش باد ملایم  
 (۳) تغییر وزن توپ با فاصله از زمین  
 (۴) نیروی جاذبه زمین

۳۲- کدام یکاها، همگی مربوط به کمیت های اصلی هستند؟

- (۱) ژول، کولن و مول  
 (۲) کیلوگرم، آمپر و مول  
 (۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع)  
 (۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)

۳۳- نمودار تغییرات حجم بر حسب جرم دو مایع A و B مطابق شکل است. چند میلی لیتر از مایع A را با ۴۵۰ گرم از مایع B مخلوط کنیم تا چگالی مایع به دست آمده، ۱۰ درصد بیش تر از چگالی مایع A باشد؟ (در اثر اختلال دو مایع، تغییر حجمی صورت نمی گیرد.)



- (۱) ۱۴۰۰  
 (۲) ۲۴۰۰  
 (۳) ۳۶۰۰  
 (۴) ۴۲۰۰

۳۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

- الف: اندازه میانگین مولکول های گاز خیلی بیش تر از جامد و مایع است و در حدود ۳۵ آنگستروم می باشد.  
 ب: حرکات کاتوره ای در مولکول های مایع و گاز دیده می شود.  
 پ: نیروهای بین مولکولی، کوتاه برد هستند؛ یعنی وقتی فاصله بین مولکول ها چند برابر فاصله بین مولکولی شود، نیروهای بین مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.  
 ت: تشکیل حباب آب و صابون و راه رفتن حشره ها بر روی آب را می توان با دلیل فیزیکی یکسانی توضیح داد.  
 ث: هر چه به سطح زمین نزدیک تر شویم، چگالی و فشار هوا کم تر می شود.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۵- درون یک ظرف استوانه‌ای،  $\frac{2}{5}$  لیتر مایع به چگالی  $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$  قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه  $50 cm^2$  باشد،

فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟ ( $\rho_{جیوه} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ )

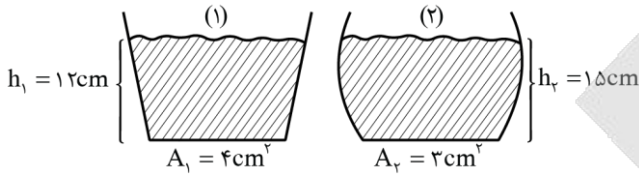
۲/۸ (۴)

۸/۲ (۳)

۴/۴ (۲)

۷/۶ (۱)

۳۶- در شکل زیر، دو ظرف شیشه‌ای از یک نوع مایع پر شده‌اند. با توجه به اطلاعات داده شده کدام گزینه صحیح است؟



(۱) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، ۲۵ درصد بیشتر از ظرف (۲) است.

(۲) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۷۵ درصد بیشتر از ظرف (۱) است.

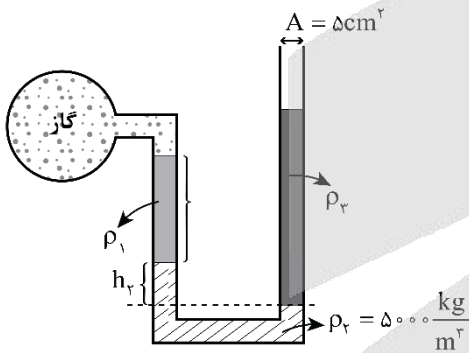
(۳) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیشتر از ظرف (۲) است.

(۴) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، تقریباً ۷ درصد بیشتر از ظرف (۱) است.

۳۷- در شکل زیر، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز  $2 kPa$  و جرم مایع (۳) (با چگالی  $\rho_3$ )،  $150$  گرم از جرم مایع (۱) (با

چگالی  $\rho_1$ ) بیشتر باشد، ارتفاع  $h_2$  چند سانتی‌متر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و سطح مقطع لوله در تمام نقاط یکسان

است.)



۱ (۱)

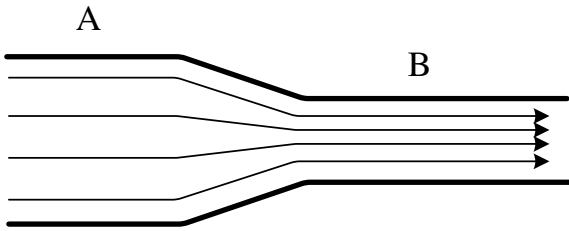
۶ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۸- در شکل زیر، سیال تراکم ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است. در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. آهنگ شارش سیال در مقطع A چند برابر آهنگ شارش در مقطع B است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۱

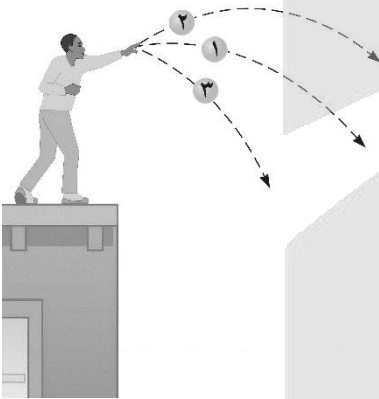
۳۹- تندی یک موشک در یک بازه زمانی، ۲۵ درصد افزایش یافته است. اگر در این بازه زمانی، انرژی جنبشی موشک ثابت مانده باشد، جرم موشک از طریق مصرف سوخت، چند درصد کاهش یافته است؟

- (۱) ۷۵
- (۲) ۶۴
- (۳) ۳۶
- (۴) ۲۵

۴۰- اگر کار نیروی  $\vec{F} = \alpha \vec{i} + 2\alpha \vec{j}$  در جابه‌جایی  $\vec{d} = 10\vec{i}$  برابر ۳۰۰ ژول باشد، کار این نیرو در جابه‌جایی  $\vec{d}' = -10\vec{j}$  برابر چند ژول است؟ (یکاهای SI است.)

- (۱) ۳۰۰
- (۲) -۳۰۰
- (۳) ۶۰۰
- (۴) -۶۰۰

۴۱- در شکل زیر، سه توپ مشابه، با زاویه‌های مختلف از بالای ساختمانی (ارتفاع یکسان) با تندی یکسان پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، چند مورد از موارد زیر از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین درست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)



- الف: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.
- ب: کل کار انجام شده بر روی هر سه توپ یکسان است.
- پ: کار نیروی وزن روی توپ (۲) بیش‌تر از دو توپ دیگر است.

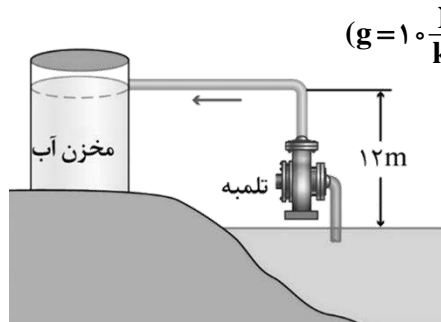
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۴۲- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی  $16 \frac{m}{s}$  از ارتفاع  $1/5$  متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع ۶ متری از سطح زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- (۱)  $-1/8$       (۲)  $-3/3$       (۳)  $-4/5$       (۴)  $-7/8$

۴۳- در شکل زیر، توان ورودی تلمبه برقی، ۴ کیلووات است و در هر دقیقه یک متر مکعب آب با چگالی  $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$  را



با تندی  $12 \frac{m}{s}$  وارد مخزن می‌کند. بازده این تلمبه چند درصد است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

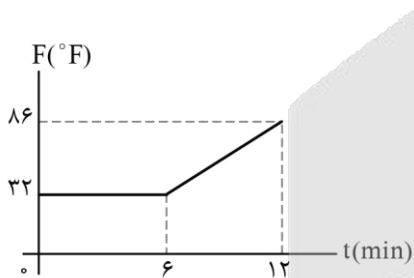
- (۱) ۲۰  
(۲) ۳۰  
(۳) ۵۰  
(۴) ۸۰

۴۴- ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای  $10^\circ C$  به دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا  $40^\circ C$  بالا رود، از ابتدا (در دمای  $10^\circ C$ ) حداقل چند میلی‌متر باید فاصله بین ریل‌ها خالی بماند تا ریل‌ها در اثر

انبساط حرارتی به هم فشار نیاورند؟ ( $\alpha_{\text{آهن}} = 12 \times 10^{-6} K^{-1}$ )

- (۱)  $3/6$       (۲)  $4/8$       (۳) ۵      (۴) ۶

۴۵- مخلوطی از آب و یخ به جرم  $4 \text{ kg}$  با آهنک ثابت گرما دریافت می‌کند. اگر نمودار دمای این مجموعه بر حسب زمان به شکل زیر باشد، جرم آب موجود در مخلوط آب و یخ اولیه چند گرم بوده است؟



( $L_F = 336 \frac{J}{g}$ ,  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ C}$ )

- (۱) ۲۵۰۰  
(۲) ۱۲۵۰  
(۳) ۶۲۵  
(۴)  $312/5$

محل انجام محاسبات

۴۶- به دو کره توپر آلومینیمی A و B، به ترتیب ۵kJ و ۲۰kJ گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای کره A، دو برابر افزایش دمای کره B باشد، شعاع کره B چند برابر شعاع کره A است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴) ۲

۴۷- کدام مورد همرفت طبیعی است؟

- (۱) سیستم خنک‌کننده موتور اتومبیل  
 (۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن  
 (۳) سیستم گرم‌کننده مرکزی در ساختمان‌ها

(۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

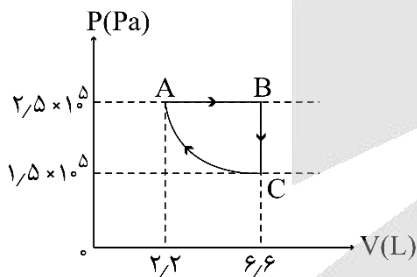
۴۸- حجم حباب‌های هوا در رسیدن از ته یک دریاچه تا سطح آب ۴ برابر می‌شود. اگر دمای آب ثابت فرض شود، عمق آب تقریباً چند متر است؟ (فشار هوا  $10^5 \text{ Pa}$ ، چگالی آب  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  فرض شود).

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴ (۴) ۳

۴۹- در موتور درون‌سوز، در مرحله «ضربه قدرت»: پیستون ..... می‌رود و فشار و دمای گاز ..... می‌یابد.

- (۱) پایین - کاهش (۲) پایین - افزایش (۳) بالا - کاهش (۴) بالا - افزایش

۵۰- نمودار P-V مقداری گاز آرمانی، مطابق شکل زیر است. کدام مورد در مقایسه انرژی درونی نقطه‌های A، B و C درست است؟



(۱)  $U_A = U_C = 3U_B$

(۲)  $U_B = 3U_A = 3U_C$

(۳)  $U_B = 3U_A = \frac{10}{3}U_C$

(۴)  $U_B = 3U_A = \frac{5}{3}U_C$

محل انجام محاسبات



۵۱- هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ طبیعی بوده و شمار نوترون‌های موجود در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی این عنصر، ..... برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی از اولین فلز موجود در جدول دوره‌ای است.

- (۱)  $۰/۷۵ - ۲$  (۲)  $۰/۵ - ۲$  (۳)  $۰/۷۵ - ۳$  (۴)  $۰/۵ - ۳$

۵۲- اگر تعداد ذرات بدون بار در هر اتم از نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۴۸ باشد، نسبت جرم الکترون‌ها به جرم هسته اتم این عنصر به تقریب کدام است؟ (جرم پروتون و نوترون را برابر با  $۱\text{amu}$  در نظر بگیرید.)

- (۱)  $۲/۱۸ \times ۱۰^{-۴}$  (۲)  $۳/۱۶ \times ۱۰^{-۴}$  (۳)  $۲/۱۸ \times ۱۰^{-۳}$  (۴)  $۳/۱۶ \times ۱۰^{-۳}$

۵۳- در یک نمونه از بخار  $N_2O_x$ ، مقدار  $۰/۰۲$  مول اتم نیتروژن و  $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۲}$  اتم اکسیژن وجود دارد.  $۰/۱$  مول از این ماده، چند گرم جرم دارد؟ ( $g.mol^{-1}$ :  $N = ۱۴$  و  $O = ۱۶$ )

- (۱)  $۷/۶$  (۲)  $۹/۲$  (۳)  $۶/۰$  (۴)  $۱۰/۸$

۵۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) مجموع تعداد عناصر موجود در دسته  $p$  جدول دوره‌ای امروزی،  $۰/۹$  برابر تعداد عناصر دسته  $d$  است.  
 (۲) عنصری که آرایش الکترونی آن به  $4p^3$  ختم می‌شود، در لایه سوم الکترونی خود هجده الکترون دارد.  
 (۳) بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در یک اتم که دارای  $n$  لایه الکترونی کاملاً پر است، برابر  $n - ۱$  می‌شود.  
 (۴) الکترون برانگیخته، سطح انرژی بالایی داشته و برای آن، نشر نور مرئی تنها شیوه برای از دست دادن انرژی است.  
 ۵۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی در ساختار  $۱۱/۲$  گرم فلز آهن، با شمار الکترون‌های ظرفیتی در چند گرم کربن برابر است؟ ( $Fe = ۵۶$  و  $C = ۱۲$ :  $g.mol^{-1}$ )

- (۱)  $۲/۴$  (۲)  $۷/۲$  (۳)  $۹/۶$  (۴)  $۴/۸$

۵۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) بین سیاره‌های موجود در سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.  
 (۲) پایین‌ترین دمای هوا در طول کل ضخامت هواکره موجود در اطراف زمین، در انتهای لایه تروپوسفر وجود دارد.  
 (۳) اکسیژن، در ساختار همه مولکول‌های زیستی وجود داشته و به صورت یون  $O^+$  نیز در هواکره یافت می‌شود.  
 (۴) اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، در ساختار خود یک پیوند سه‌گانه دارد.  
 ۵۷- کدام ماده در واکنش با آب، محلولی با  $pH > ۷$  را ایجاد کرده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی این ماده، کدام است؟

- (۱) منیزیم اکسید - ۲ (۲) سدیم اکسید - ۱/۵  
 (۳) گوگرد دی‌اکسید - ۱/۵ (۴) دی‌نیتروژن پنتاکسید - ۲/۵

محل انجام محاسبات



۵۸- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با واکنش انجام شده در فرایند هابر درست است؟

الف - این واکنش، همانند واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، برگشت پذیر است.

ب - کاتالیزگر این واکنش برخلاف عنصرهای واکنش دهنده در آن، از عناصر دسته  $d$  جدول تناوبی است.

ج - واکنش دهنده این فرایند با جرم مولی بیشتر، در نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی کاربرد دارد.

د - فرآورده آن، نقطه جوش بیشتری نسبت به واکنش دهنده‌ها داشته و به‌عنوان کود، مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۹- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، نسبت میان شمار اتم‌ها به شمار عناصر نسبت به سایر ترکیب‌ها بیشتر است؟

(۱) آلومینیم سولفات (۲) آهن ( $III$ ) نیترات (۳) کلسیم هیدروکسید (۴) مس ( $I$ ) کربنات

۶۰- چه تعداد از مطالب زیر در رابطه با آب و هیدروژن سولفید، درست است؟

الف - هر دو ماده از مولکول‌هایی با ساختار خمیده تشکیل شده‌اند.

ب - قدرت نیروهای بین مولکولی در آب، قوی‌تر از این نیروها در هیدروژن سولفید است.

ج - درصد جرمی اتم‌های هیدروژن در ساختار آب، کمتر از درصد جرمی آن در هیدروژن سولفید است.

د - اگر در دمای مشخص، آب به حالت بخار باشد، درباره حالت فیزیکی هیدروژن سولفید می‌توان اظهار نظر کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۱- در محلول سیرشده‌ای از سدیم نیترات به جرم ۱۴۲ گرم، مقدار  $4/6$  گرم یون سدیم وجود دارد. انحلال پذیری سدیم

نیترات در دمای مورد نظر برابر با چند گرم در ۱۰۰ گرم آب است؟ ( $N = 14$  و  $O = 16$  و  $Na = 23$ )

(۱)  $13/6$  (۲)  $27/2$  (۳)  $8/5$  (۴)  $17$

۶۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) ذرات اتانول و اوزون، هر دو قطبی‌اند اما چون اوزون توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی ندارد، نقطه جوش آن پایین‌تر است.

(۲) با مجاورت میله شیشه‌ای مالیده شده به موی سر به باریکه آب، اتم  $H$  مولکول‌های آب به سمت میله جذب می‌شود.

(۳) چون قدرت پیوندهای هیدروژنی در  $HF$  قوی‌تر از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش بالاتری دارد.

(۴) بیش از نیمی از آب بدن، درون سلول‌ها و باقی آن در مایع‌های بیرون سلولی جریان دارد.

۶۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در یک بازه زمانی، میانگین ردپای آب برای هر فرد بسیار بیشتر از میانگین آب مصرفی آن فرد به‌طور مستقیم است.

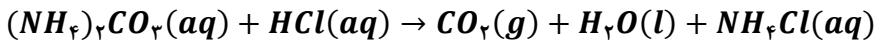
(۲) اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، برآیند جهت حرکت ذرات آب از غشاء تغییر نمی‌کند.

(۳) با قرار دادن خیار در آب شور، مولکول‌های آب وارد یاخته‌های خیار شده و این میوه به تدریج متورم خواهد شد.

(۴) حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها، برخلاف فلزهای سمی و میکروب‌های آب، توسط صافی کربن از آن جدا می‌شوند.

محل انجام محاسبات

۶۴- پس از موازنه معادله واکنش داده شده، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، کدام است؟



(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۵- کدام موارد از عبارات‌های زیر درست است؟

- الف - تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می‌شوند.  
 ب - در فراوان ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.  
 ج - اغلب ایزوتوپ‌هایی که عدد جرمی آن‌ها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آن‌ها است، ناپایدار هستند.  
 د - در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، نسبت شمار ایزوتوپ  $^{235}U$  به شمار کل اتم‌های اورانیم حدوداً برابر ۰/۷ است.

(۱) «ب» و «ج» (۲) «الف» و «ج» (۳) «ب» و «د» (۴) «الف» و «د»

۶۶- کدام مورد درست است؟

- (۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می‌شوند.  
 (۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فروسرخ تبدیل می‌شوند.  
 (۳) در یک روز زمستانی، نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگ‌تر است.  
 (۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش موازنه نشده  $NO(g) + CO(g) \xrightarrow{120^\circ C} N_2(g) + CO_2(g)$  درست است؟

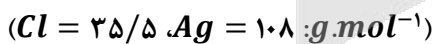
- (۱) پس از موازنه، ضریب همه مواد موجود در معادله واکنش با هم برابر می‌شود.  
 (۲) در نام‌گذاری همه ترکیب‌های مولکولی موجود در معادله واکنش، پیشوند (مونو) یافت می‌شود.  
 (۳) برای آغاز شدن این واکنش شیمیایی، دمای مواد شرکت‌کننده باید به ۱۲۰ درجه سلسیوس برسد.  
 (۴) در ساختار لوویس همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند.

۶۸- یک مخلوط گازی، شامل شمار مول‌های برابر از عناصر نیتروژن، اکسیژن و هلیم می‌شود. دمای این مخلوط را تا ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد کاهش داده و پس از جدا کردن مواد مایع تولید شده، دما را مجدداً افزایش می‌دهیم. طی این فرایند،

جرم مخلوط گازی مورد نظر چند برابر می‌شود؟ ( $He = 4$  و  $N = 14$  و  $O = 16$   $g \cdot mol^{-1}$ )

(۱)  $\frac{1}{16}$  (۲)  $\frac{17}{32}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{7}{16}$

۶۹- اگر مجموع غلظت مولی یون‌ها در یک نمونه از محلول سدیم کلرید خالص، برابر  $0.5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$  باشد، در واکنش ۴۰۰ میلی لیتر از این محلول با محلول نقره نیترات، چند گرم رسوب سفید رنگ تولید می‌شود؟



(۱)  $14/35$  (۲)  $28/7$  (۳)  $13/45$  (۴)  $26/9$

۷۰- اگر در واکنش سوختن هیدروژن، ۲۷ گرم آب تولید شود، به ترتیب چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط  $STP$  و چند مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود؟ ( $H = 1, O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱)  $1 - 16/8$  (۲)  $1 - 11/2$  (۳)  $1/5 - 16/8$  (۴)  $1/5 - 11/2$

محل انجام محاسبات

## بودجه بندی دروس آزمون بعد...

تاریخ برگزاری: ۲ مردادماه

### هندسه ۱

ترسیم‌های هندسی و استدلال  
صفحه های ۹ تا ۲۷

### ریاضی ۱

مجموعه، الگو و دنباله  
صفحه های ۱ تا ۲۷

### شیمی ۱

کیهان زادگاه الفبای هستی  
(تا انتهای نشر نور و طیف نشری)  
صفحه‌های ۱ تا ۲۳

### فیزیک ۱

فیزیک و اندازه‌گیری  
صفحه‌های ۱ تا ۲۲

## اختیاری - ویژه دانش آموزان پیشتاز

### هندسه ۲

دایره  
(تا قبل از زاویه ظلی)  
صفحه های ۹ تا ۱۴

### حسابان ۱

جبر و معادله  
صفحه‌های ۲ تا ۶

### شیمی ۲

قدر هدایای زمینی را بدانیم  
صفحه های ۱ تا ۹

### فیزیک ۲

الکتریسیته ساکن  
صفحه های ۱ تا ۸

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





# گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

## آزمون ماز | پایه یازدهم



تعیین سطح و ارزیابی پایه دهم



ویژه دانش آموزان پایه یازدهم

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۱۹ تیرماه ۱۴۰۴

- ✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- ✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- ✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- ✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- ✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون



ویراستاران	طراحان	مسئول درسی	درسی
محسن جواهری مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - نازنین امیری علیرضا ملک حسینی	مهرداد کیوان - حسین شفیع زاده سیدجواد نظری - محمد خانگلدی کاظم اجلاالی - محمدپورسعید محمدرضا حسینی فرد - سوگند روشنی کیوان دارابی - رسول حاجی زاده	حسین شفیع زاده سیدجواد نظری مهرداد کیوان	ریاضیات
محمدجواد سورچی حنا خلعتبری	سجاد صادقی زاده - محمدجواد سورچی حسین عبدوی نژاد - مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا - ارسلان رحمانی - محمد باغبان محسن قندچلر - آروین صالحی محمدجواد حاجی وند - مهدی رحمت‌اللہی	سجاد صادقی زاده	فیزیک
فرهنگ امیری - عالیہ میرزایی بنیامین بهرامی - رامین رزمجو محمد داودآبادی فراهانی	علی ترابی - پرهام تیزپا مهسا بایمانی نژاد	علی ترابی	شیمی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

**راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.**



## چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

تا حالا با خودت فکر کردی که چرا واقعاً توی آزمون‌های آزمایشی شرکت می‌کنی؟ فقط می‌خوای بدونی چندی؟ یا دنبال هدف بزرگ‌تری هستی؟ واقعیت اینه که آزمون آزمایشی فقط یه جدول رتبه نیست، بلکه فرصتیه برای ساختن یک مسیر حرفه‌ای و هوشمندانه برای موفقیت در کنکور.



## اهداف اصلی شرکت در آزمون آزمایشی چیه؟

شرکت در این آزمون‌ها فقط به خاطر رقابت نیست. پشتش دلایل مهم‌تری خوابیده که هر کدوم نقش بزرگی توی موفقیت نهایی دارن:



اگه بخوایم خلاصه بگیم:

آزمون‌های آزمایشی کمک می‌کنن با همون زمانی که صرف می‌کنی، نتیجه بهتری بگیری. چون بهت فرصت می‌دن که سبک خودتو بشناسی، اصلاحش کنی و یک استراتژی مؤثر برای موفقیت بجینی. فرض کن یه نفر دیگه درست مثل تو درس بخونه ولی آزمون آزمایشی شرکت نکنه. به احتمال زیاد، نتیجه تو در کنکور بهتر میشه. چرا؟ چون تو تمرین کردی، اشتباهاتو شناختی و ذهنی آماده‌تر وارد میدان شدی.



## ۱ نظم در مطالعه: قدم اول پیشرفت

انسان با اینکه از نظر ژنتیکی خیلی به شامپانزه نزدیکه، اما تفاوت بزرگش در توانایی برنامه‌ریزیه. شامپانزه نهایتاً بتونه برای چند ساعت آینده فکر کنه، اما انسان برای سال‌ها و حتی قرن‌ها برنامه‌ریزی می‌کنه. پس راز پیشرفت در برنامه‌ریزی بلندمدته. حالا برنامه‌ریزی برای یک سال کنکوری خیلی سخته، درسته؟

آزمون‌های آزمایشی میان این پروژه بزرگ یک‌ساله رو تبدیل می‌کنن به پروژه‌های دو هفته‌ای. این یعنی:

- برنامه‌ریزی آسون‌تر
  - هدف‌های کوتاه‌مدت قابل پیگیری
  - جلوگیری از نوسانات هیجانی و رها کردن برنامه
- مثل همون کاری که معلم‌ها با آزمون‌های هفتگی می‌کنن. اگه معلم هر هفته سوال نپرسه، بیشتر دانش‌آموزا تا شب امتحان درس نمی‌خوانن. اما وقتی می‌دونی قراره هر دو هفته آزمون بدی، دیگه نمی‌تونی درس خوندتو عقب بندازی.

## ۲ مهارت مدیریت جلسه آزمون

آیا فقط دانش بالا برای موفقیت کافیه؟ نه!

خیلی‌ها با سطح علمی خوب، به خاطر مدیریت ضعیف در جلسه آزمون نتیجه‌ی دلخواه نمی‌گیرن. تو مقاله‌های بعدی قراره بهت یاد بدیم چطور با استفاده از آزمون‌های آزمایشی، مهارت مدیریت جلسه رو پیدا کنی تا بتونی با همین سطح از سواد، بهترین بازده رو داشته باشی و بعد آزمون حسرت نخوری.

## ۳ یاد گرفتن از آزمون

خیلی از کارشناس‌ها می‌گن «بررسی آزمون» حتی مهم‌تر از خود آزمونیه. چرا؟ چون آزمون بهت نشون می‌ده کجاها اشکال داری. اگر بعدش دقیق بررسی کنی، اشتباهاتتو می‌فهمی و احتمال تکرارشون توی آزمون بعدی خیلی کمتر می‌شه. تو مقاله‌های بعدی یاد می‌گیری چطور آزمونتو بررسی کنی و ازش درس بگیری.

## ۴ ارزیابی روش مطالعه و برنامه‌ریزی

با آزمون دادن متوجه می‌شی روشی که داری پیش میری مؤثره یا نه. مثلاً: روشی که باهاش زیست می‌خونی جواب می‌ده؟ زمان مناسبی برای درس‌ها گذاشتی یا باید تنظیمش کنی؟ آزمون مثل آینه‌ست، بهت نشون می‌ده چیزی که داری انجام می‌دی به نتیجه می‌رسه یا نه.

## ۵ مرور و تثبیت مطالب خوانده‌شده

آزمون، مرور فعال و باکیفیت دوهفته‌ی مطالعاتیه. فرق مرور معمولی (مثلاً از روی خلاصه‌نویسی‌ها) با مرور از طریق آزمون توی اینه که:

- مرور معمولی منفعل و انبارکردنیه
- مرور از طریق آزمون فعاله، ذهن رو به چالش می‌کشه و باعث یادگیری عمیق‌تر میشه

مثل آزمایش خون می‌مونه؛ لازم نیست کلی خون بگیری، چند سی‌سی هم نشون می‌ده وضعیت بدنت چطوره. آزمون استاندارد هم با نمونه‌گیری از مهم‌ترین مباحث، سطح یادگیری رو می‌سنجه.

### چرا باید برای کنکور استراتژی داشت؟

آزمون آزمایشی فقط به امتحان نیست، به ابزار قدرتمندی برای ساختن استراتژی کگورته. باهاش می‌تونی یادگیری، ارزیابی کنی، اصلاح پشی، و بالا ببری. پس از آزمون فقط نترس و فرار کن؛ باهاش دوست شو، چون قراره هکت کمک‌کنه بهترین نسخه خودت پشی.



سلام به همه مازی‌های عزیز ❤️

خوش اومدین به اولین آزمون تابستون

توی این آزمون قراره که ببینیم هرکدوممون تو چه مباحثی قوی هستیم و کجاها نیاز به تمرین بیشتر داریم. نگران نباشید! فقط می‌خوایم با هم یه ارزیابی داشته باشیم تا بتونیم بهتر برنامه‌ریزی کنیم و مباحث رو هدفمندتر یاد بگیریم. در اولین قدم قراره خودتو با خود قبلی مقایسه کنی و ببینی چقدر جلو افتادی و کجاها جا داری که بهتر بشی... پس با انگیزه و تمرکز جلو برو. حتی اگه بعضی سوالات سخت بودن، بدون که همین کم‌کم می‌کنن قوی‌تر بشیم. یادت نره: تو می‌تونی، چون انتخاب کردی که بخوای بهتر بشی. مباحثی که توی این آزمون ارزش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

تعداد سوال	مباحث	فصل	کتاب
۳	مجموعه، الگو و دنباله	فصل اول	ریاضی ۱
۳	مثلثات	فصل دوم	
۳	توان‌های گویا و عبارتهای جبری	فصل سوم	
۴	معادله‌ها و نامعادله‌ها	فصل چهارم	
۳	تابع	فصل پنجم	
۲	شمارش بدون شمردن	فصل ششم	
۲	آمار و احتمال	فصل هفتم	
۱	ترسیم‌های هندسی و استدلال	فصل اول	
۳	قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن	فصل دوم	
۳	چندضلعی‌ها	فصل سوم	
۳	تجسم فضایی	فصل چهارم	

حالا برین تحلیل آزمون رو شروع کنین که به‌نظرم تحلیل آزمون و مشخص شدن ایرادها از خود آزمون دادن مهم‌تره.

آرزومند آرزوهایتان...

حسین شفیعی‌زاده - رتبهٔ ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر مجموعه مرجع شامل ۳۶ عضو باشد و داشته باشیم  $n(A) = 12$ ،  $n(B') = 14$  و  $n(A \cup B) = 28$ ، آن‌گاه  $n(A' \cap B)$  کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینهٔ ۳

توجه داشته باشید که:

$$n(B') = n(U) - n(B) \xrightarrow[n(U)=36]{n(B')=14} 14 = 36 - n(B) \Rightarrow n(B) = 22$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 28 = 12 + 22 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 6$$

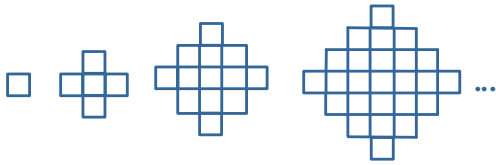
در نتیجه خواسته سوال برابر است با:

$$n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 22 - 6 = 16$$

گروه آموزشی ماز

۲- در الگوی زیر، تعداد مربع‌ها در شکل هفتم کدام است؟

- ۸۱ (۱)
- ۸۵ (۲)
- ۸۹ (۳)
- ۹۳ (۴)



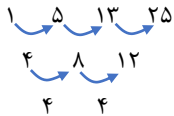
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به الگوی داده شده، تعداد مربع‌های هر شکل را می‌شماریم:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد مربع‌ها	۱	۵	۱۳	۲۵

با کمی دقت متوجه می‌شویم که این الگو، مربوط به یک الگوی درجه دوم است. ببینید:



بنابراین در جمله عمومی الگوی درجه دوم که به فرم  $t_n = an^2 + bn + c$  می‌باشد، ضریب  $n^2$  برابر  $a = \frac{4}{1}$  است. حال برای پیدا کردن ضرایب  $b$  و  $c$  داریم:

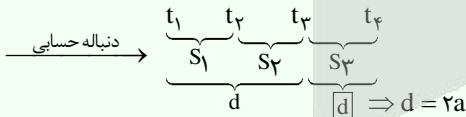
$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow 1 + b + c = 1 \Rightarrow b + c = 0 \\ t_2 = 5 \Rightarrow 4 + 2b + c = 5 \Rightarrow 2b + c = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} b = -1 \\ c = 1 \end{cases}$$

در نتیجه جمله عمومی این الگو به فرم  $t_n = 4n^2 - 4n + 1$  است، پس تعداد مربع‌ها در شکل هفتم برابر است با:

$$t_7 = 4(49) - 4(7) + 1 = 196 - 28 + 1 = 169$$

### حالا دیگه نوبت نکاتی در مورد الگوی درجه دوم است!

جمله‌ی عمومی الگوی درجه دوم به صورت  $t_n = an^2 + bn + c$  می‌باشد. اگر جملات را پشت سر هم بنویسیم، اختلاف جملات تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت  $d$  می‌دهند که دو برابر ضریب  $n^2$  یعنی  $2a$  است.



### گروه آموزشی ماز

۳- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جملات پنجم و یازدهم و نوزدهم، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. در این صورت جمله بیست و هفتم دنباله حسابی چند برابر جمله هفتم آن است؟

- ۳ (۴)
- $\frac{5}{2}$  (۳)
- ۲ (۲)
- $\frac{3}{2}$  (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

چون جملات پنجم و یازدهم و نوزدهم دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$a_{19} = a_5 \times a_{13} \Rightarrow (a_1 + 14d)^2 = (a_1 + 4d)(a_1 + 18d)$$

در دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $d$ ، جمله عمومی از رابطه  $a_n = a_1 + (n-1)d$  به دست می‌آید. پس می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow a_1^2 + 14 \cdot a_1 d + 7 \cdot a_1 d^2 + 14 \cdot a_1 d + 4 \cdot a_1 d^2 + 18 \cdot a_1 d^2 = a_1^2 + 18 \cdot a_1 d + 4 \cdot a_1 d^2 + 14 \cdot a_1 d + 7 \cdot a_1 d^2 \Rightarrow 14d^2 - 4a_1 d = 0 \Rightarrow d(14d - a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a_1 = 14d \end{cases}$$

حال نسبت جمله ۲۷ام به جمله هفتم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{a_{27}}{a_7} = \frac{a_1 + 26d}{a_1 + 6d} = \frac{14d + 26d}{14d + 6d} = \frac{40d}{20d} = 2$$

### واسطه هندسی

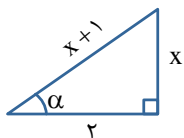
اگر  $a, b, c$ ، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مربع جمله وسطی برابر با حاصل ضرب جملات کناری‌اش است:

$$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac$$

در این صورت،  $b$  را واسطه هندسی  $a$  و  $c$  می‌گوییم.

### گروه آموزشی ماز

۴- در شکل مقابل،  $\sin \alpha + \cos \alpha$  کدام است؟



- (۲)  $1/2$   
(۴)  $1/5$

- (۱)  $1$   
(۳)  $1/4$

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

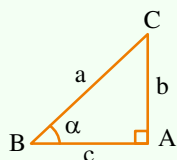
ابتدا رابطه فیثاغورس را می نویسیم:

$$(x+1)^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow 2x+1=4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

با توجه به روابط مثلثاتی  $\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$  و  $\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$  داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{x}{x+1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = \frac{2}{x+1} = \frac{2}{\frac{3}{2}+1} = \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

نسبت های مثلثاتی



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{b}{a} \\ \cos \alpha &= \frac{c}{a} \\ \tan \alpha &= \frac{b}{c} \\ \cot \alpha &= \frac{c}{b} \end{aligned}$$

مقدار	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$1$	$\sqrt{3}$
$\cot A$	$\sqrt{3}$	$1$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

گروه آموزشی ماز

۵- خطی که از نقطه  $A(1, 2)$  می گذرد با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $\alpha$  می سازد. اگر  $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{10}}{10}$  باشد، این خط از کدام نقطه زیر عبور می کند؟

(۴)  $(-2, -1)$

(۳)  $(-2, 1)$

(۲)  $(2, -1)$

(۱)  $(2, 1)$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

شیب خط یا همان  $\tan \alpha$  را محاسبه می کنیم. چون  $\cos \alpha$  منفی است، بنابراین  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  بوده و تانژانت آن نیز منفی است.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 9 \xrightarrow{\tan \alpha < 0} \tan \alpha = -3$$

$$y - 2 = -3(x - 1) \Rightarrow y = -3x + 5$$

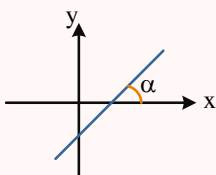
معادله خط را می نویسیم:

نقطه  $(2, -1)$  بر روی این خط واقع است.

"رابطه شیب خط با تانژانت" چیه؟

در تابع خطی، شیب خط، تانژانت زاویه ای است که خط با جهت مثبت محور  $x$  ایجاد می کند.

$$y = ax + b \\ \downarrow \\ a = \tan \alpha$$



سوالات منتخب

اگر  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۴)  $\frac{\sqrt{5}}{10}$

(۳)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(۲)  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۱)  $-\frac{\sqrt{5}}{10}$

گروه آموزشی ماز



۶- اگر  $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{2}{3}$  باشد،  $\tan \alpha + \cot \alpha$  کدام است؟

۳/۶ (۴)

۳/۶ (۳)

-۱/۸ (۲)

۱/۸ (۱)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

$$\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{9} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{5}{18}$$

خواهیم داشت:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{-\frac{5}{18}} = -\frac{18}{5} = -3\frac{3}{5}$$

نکاتی از مثلثات

- ۱)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- ۲)  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- ۳)  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- ۴)  $\tan \alpha \cot \alpha = 1$
- ۵)  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- ۶)  $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

سوالات منتخب

اگر  $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$  باشد، حاصل  $\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}$  چقدر می‌تواند باشد؟

$\frac{18}{5}$  (۴)

$\sqrt{\frac{32}{5}}$  (۳)

$\sqrt{\frac{18}{5}}$  (۲)

$\sqrt{\frac{5}{5}}$  (۱)

گروه آموزشی ماز

۷- ریشه سوم عددی مثبت با ریشه پنجم چهار برابر آن عدد برابر است. ریشه ششم مثبت این عدد کدام است؟

$\sqrt{8}$  (۴)

$\sqrt[3]{4}$  (۳)

$\sqrt[2]{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

اگر عدد  $x$  در نظر بگیریم، ریشه سوم آن  $\sqrt[3]{x}$  و ریشه پنجم چهار برابر آن به صورت  $\sqrt[5]{4x}$  نوشته می‌شود. حال تساوی داده شده در صورت سوال را به زبان ریاضی می‌نویسیم و برای اینکه از شر رادیکال خلاص شویم دو طرف را به توان ۱۵ می‌رسانیم چرا که م.م.م ۳ و ۵ است:

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[5]{4x} \xrightarrow{\text{توان ۱۵}} (\sqrt[3]{x})^{15} = (\sqrt[5]{4x})^{15} \Rightarrow \sqrt[3]{x^{15}} = \sqrt[5]{(4x)^{15}}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{15}{3}} = (4x)^{\frac{15}{5}} \Rightarrow x^5 = (4x)^3 \Rightarrow x^5 = 64x^3$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 \xrightarrow{\text{طبق صورت سوال } x > 0} x = 8$$

$$\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

خواسته سوال عبارت است از  $\sqrt[6]{8}$  که آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

ریشه n ام

اگر  $n \geq 2$  یک عدد طبیعی باشد، در این صورت، اگر  $a = b^n$  باشد، آن‌گاه  $b$  را یک ریشه n ام عدد  $a$  می‌نامیم. توجه داشته باشید که:

$a > 0$	زوج $n$	$a$ دارای دو ریشه $n$ ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.
	فرد $n$	$a$ دارای یک ریشه $n$ ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.
$a < 0$	زوج $n$	ریشه $n$ ام وجود ندارد.
	فرد $n$	$a$ دارای یک ریشه $n$ ام به صورت $\sqrt[n]{a}$ است.



$$\begin{cases} a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}} \\ a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۸- حاصل عبارت  $A = \left( \frac{1}{5-2\sqrt{6}} - \frac{1}{5+2\sqrt{6}} \right) \left( \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{3}} \right)$  کدام است؟

۴)  $2\sqrt{6}$

۳)  $6-2\sqrt{3}$

۲)  $12+4\sqrt{3}$

۱)  $4\sqrt{6}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا حاصل هر یک از عبارت‌ها را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{5-2\sqrt{6}} - \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{(5+2\sqrt{6}) - (5-2\sqrt{6})}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} = \frac{4\sqrt{6}}{25-24} = 4\sqrt{6}$$

در عبارت بعدی باید مخرج کسر را گویا کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(3+\sqrt{3})^2}}{\sqrt{9-3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

در کسر حاصل شده مجدداً مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}+\sqrt{18}}{6} = \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

$$A = 4\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} = \frac{24+4\sqrt{12}}{2} = 12+2\sqrt{12} = 12+4\sqrt{3}$$

در نتیجه حاصل خواسته شده برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۹- اگر  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a$  و  $2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا به سراغ عبارت دومی که صورت سوال داده است می‌رویم و در سمت چپ آن از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$2\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x-a} = 3 \Rightarrow 2(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-a}) = 3 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-a} = \frac{3}{2}$$

با دقت به عبارت به دست آمده و صورت سوال می‌بینیم که سمت چپ عبارت به دست آمده، مزدوج سمت چپ عبارت اول صورت سوال است، پس داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-a} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{x-a} = a \end{cases}$$

طرفین را در هم ضرب می‌کنیم

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در هم ضرب می‌کنیم}} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-a})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-a}) = \frac{3}{2}a \Rightarrow (\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x-a})^2 = \frac{3}{2}a$$

اتحاد مزدوج

$$\Rightarrow x+2 - (x-a) = \frac{3}{2}a \Rightarrow x+2 - x + a = \frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow 2+a = \frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{3}{2}a - a = 2 \Rightarrow a = 4$$

اتحاد مزدوج

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

گروه آموزشی ماز



۱۰- اگر ریشه‌های معادله  $3x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$  به صورت  $x_1$  و  $x_2$  باشد، حاصل  $\frac{x_1}{x_2}$  کدام است؟ ( $x_1 > x_2$ )

۴)  $-3 - 2\sqrt{2}$

۳)  $-3 + 2\sqrt{3}$

۲)  $-3 - 2\sqrt{3}$

۱)  $-3 + 2\sqrt{2}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$3x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4(3)(-1) = 12 + 12 = 24$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{24}}{6} = \frac{2\sqrt{3} \pm 2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$\xrightarrow{x_1 > x_2} x_1 = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}, x_2 = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}} \xrightarrow{\text{ضرب در مزدوج مخرج}} \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2}{3 - 6} = \frac{3 + 6 + 2\sqrt{18}}{-3} = \frac{9 + 2 \times 3\sqrt{2}}{-3} = -3 - 2\sqrt{2}$$

روش «دلتا» برای حل معادلات درجه دوم چجوری بود بچه‌ها؟

برای معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشه‌ها طبق روش دلتا ( $\Delta$ ) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر  $x = n$  ریشه مضاعف معادله  $(m+2)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$  باشد، حاصل  $2n - m$  کدام است؟

۴) ۳

۳) -۳

۲) ۱

۱) -۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم که در یک معادله درجه دوم، اگر  $\Delta = 0$  باشد، معادله یک ریشه حقیقی (ریشه مضاعف) خواهد داشت، پس برای اینکه معادله درجه دوم داده شده ریشه مضاعف داشته باشد باید دلتای آن برابر صفر باشد، پس:

$$(m+2)x^2 - 2mx + (m-1) = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-2m)^2 - 4(m+2)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 = 0 \Rightarrow -4m = -8 \Rightarrow m = 2$$

حال به ازای  $m = 2$ ، معادله را بازنویسی می‌کنیم و ریشه مضاعف آن که همان  $x = -\frac{b}{2a}$  می‌باشد را به دست می‌آوریم:

$$(m+2)x^2 - 2mx + (m-1) = 0 \xrightarrow{m=2} 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\text{ریشه مضاعف } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$$

بنابراین،  $x = \frac{1}{2}$  ریشه مضاعف معادله است، پس:

$$\begin{cases} m = 2 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 2n - m = 1 - 2 = -1$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- سهمی  $y = x^2 - 2x - 3$  محور  $x$ ها را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. اگر نقطه  $C$  رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟

۴) ۱۶

۳) ۱۲

۲) ۱۰

۱) ۸

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا محل تقاطع سهمی با محور  $x$ ها را پیدا می‌کنیم که برای این کار باید معادله  $y = 0$  را حل کنیم:

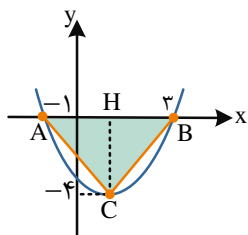
$$y = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$$



$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2-4}{2} = -1 \end{cases}$$

حال مختصات رأس سهمی را نیز پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \\ y_{\text{رأس}} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16}{4} = -4 \end{cases}$$



حال با توجه به نقاط به دست آمده، شکل مقابل را رسم کرده و مساحت مثلث  $\triangle ABC$  را به دست می‌آوریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CH \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

### مختصات رأس سهمی

در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$ ، مختصات رأس به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x_S &= \frac{-b}{2a} \\ y_S &= \frac{-\Delta}{4a} \end{aligned}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموعه جواب نامعادله  $2 < \frac{2x-1}{3-x} < -1$  کدام است؟

(۴)  $\mathbb{R} - [\frac{7}{4}, 3]$

(۳)  $\mathbb{R} - [-2, \frac{7}{4}]$

(۲)  $(\frac{7}{4}, 3)$

(۱)  $(-2, \frac{7}{4})$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

### گام اول:

ابتدا نامعادله داده شده را به دو نامعادله تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{2x-1}{3-x} < 2 \Rightarrow \frac{2x-1}{3-x} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-6+2x}{3-x} < 0 \Rightarrow \frac{4x-7}{3-x} < 0 \Rightarrow \frac{7}{4} < x < 3 \quad (1)$$

$$-1 < \frac{2x-1}{3-x} \Rightarrow \frac{2x-1}{3-x} > -1 \Rightarrow \frac{2x-1+3-x}{3-x} > 0 \Rightarrow \frac{x+2}{3-x} > 0 \Rightarrow -2 < x < 3 \quad (2)$$

### گام دوم:

حال از مجموعه جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم تا مجموعه جواب اصلی به دست آید:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -2 < x < \frac{7}{4} \Rightarrow x \in (-2, \frac{7}{4})$$

### نامعادلات کسری

تمام ریشه‌های مخرج و صورت را به دست می‌آوریم و بر روی جدول تعیین علامت وارد می‌کنیم. در مرحله بعدی، بعد از بزرگ‌ترین ریشه، یک عدد به عبارت می‌دهیم تا ببینیم به ازای آن عدد عبارت مثبت می‌شود یا منفی. سپس از روی هر ریشه که عبور می‌کنیم، اگر ریشه مرتبه فرد بود، علامت را تغییر می‌دهیم و اگر مرتبه زوج بود، علامت را تغییر نمی‌دهیم.

نامعادلات به فرم  $a < b < c$ :

ابتدا نامعادله را به دو نامعادله به صورت  $a < b$  و  $b < c$  می‌نویسیم و سپس دو نامعادله به دست آمده را حل می‌کنیم و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

### گروه آموزشی ماز



۱۴- رابطه  $f = \{(2, a^2), (3, a+b), (2, 4), (3, 5), (a, b)\}$  تابع است. مقدار  $ab$  کدام است؟

۴) -۶ یا ۱۴

۳) ۶ یا -۱۴

۲) -۱۴

۱) ۶

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

با نگاه به رابطه داده شده، متوجه می‌شویم که در زوج مرتب‌های  $(2, a^2)$  و  $(2, 4)$  و همچنین  $(3, a+b)$  و  $(3, 5)$ ، مؤلفه‌های اول برابرند و خود سوال نیز گفته است که رابطه  $f$  یک تابع است، پس باید با توجه به توضیحات داده شده در بالا، مؤلفه‌های دوم آن‌ها را نیز برابر قرار دهیم:

$$f = \{(2, a^2), (3, a+b), (2, 4), (3, 5), (a, b)\}$$



$$1) \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$2) \Rightarrow a + b = 5 \xrightarrow{(1)} \begin{cases} a = 2 \Rightarrow b = 3 \\ a = -2 \Rightarrow b = 7 \end{cases}$$

گام دوم:

از قدم اول متوجه شدیم که  $a = 2$  یا  $b = 3$  یا  $a = -2$  و  $b = 7$  است. حال این مقادیر را در  $f$  جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم شرط تابع بودن برقرار می‌شود یا نه:

$$a = 2, b = 3 \Rightarrow f = \{(2, 4), (3, 5), (2, 3)\}$$

می‌بینیم که به ازای مؤلفه اول ۲، دو مؤلفه دوم غیرتکراری داریم، پس به ازای  $a = 2$  و  $b = 3$ ،  $f$  تابع نیست.

$$a = -2, b = 7 \Rightarrow f = \{(2, 4), (3, 5), (-2, 7)\} \Rightarrow ab = (-2)(7) = -14$$

نمایش زوج مرتبی یک تابع

یک تابع را می‌توانیم به شکل زوج مرتبی نشان دهیم، به صورتی که مجموعه مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب، دامنه تابع و مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب برد تابع باشد.

**توجه!** شرط تابع بودن این بود که به ازای هر ورودی یکسان، دو خروجی متفاوت نداشته باشیم، به عبارت دیگر به ازای هر  $x$ ، فقط یک  $y$  داشته باشیم. در نمایش زوج مرتبی هم، اگر مؤلفه اول یکسان داشته باشیم، مؤلفه دوم آن‌ها نیز باید با هم برابر باشد، در غیر این صورت، شرط تابع بودن به هم می‌خورد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع خطی  $f$  با دامنه  $[-2, 4]$  و برد  $[-6, 0]$  مفروض است. مجموع مقادیر ممکن برای  $f(3)$  کدام است؟

۴) -۳

۳) -۵

۲) -۶

۱) -۴

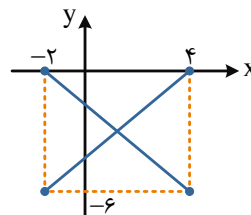
(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید  $f(x) = ax + b$  دو حالت وجود دارد که با توجه به شکل زیر داریم:

$$1) \begin{cases} f(-2) = -6 \\ f(4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -6 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x - 4 \Rightarrow f(3) = -1$$

$$2) \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(4) = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ 4a + b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x - 2 \Rightarrow f(3) = -5$$



برای  $f(3)$  دو مقدار -۱ و -۵ دارد که جمع آن‌ها برابر -۶ است.

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع  $f(x) = a^2x + b^2 - 4$  همانی و تابع  $g(x) = (2a+b)x + ab$  ثابت است.  $g(a+b)$  کدام است؟

۴) -۲

۳) ۲

۲) -۱

۱) ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

چون  $f(x) = a^2x + b^2 - 4$  یک تابع همانی است آن را برابر  $x$  قرار می‌دهیم:

$$f(x) = a^2x + b^2 - 4 = x \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \\ b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2 \end{cases}$$

گام دوم:

ضابطه تابع ثابت به صورت  $y = c$  است، در صورت سوال نیز گفته شده است که  $g$  ثابت است، پس ضریب  $x$  در این تابع یعنی  $2a + b$  باید صفر باشد:  
 $2a + b = 0 \Rightarrow 2a = -b$

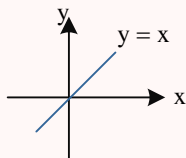
گام سوم:

با توجه به مقادیر به دست آمده برای  $a$  و  $b$  در گام اول و بازنویسی ضابطه  $g$  داریم:

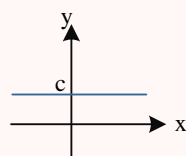
$$g(x) = (2a + b)x + ab \xrightarrow{\substack{a=-1 \\ b=2}} g(x) = -2 \Rightarrow g(a+b) = \underline{\underline{-2}} \text{ ثابت } g$$

$$g(x) = (2a + b)x + ab \xrightarrow{\substack{a=1 \\ b=-2}} g(x) = -2 \Rightarrow g(a+b) = \underline{\underline{-2}} \text{ ثابت } g$$

توابع همانی و ثابت



**تابع همانی:** تابعی است که هر عضو از دامنه را که به آن بدهیم، همان را به ما تحویل می‌دهد. ضابطه آن به صورت  $y = x$  (نیمساز ناحیه اول و سوم) و برد آن با دامنه برابر است.



**تابع ثابت:** هر عضو از دامنه را که به آن بدهیم، فقط یک عدد ثابت مانند  $(c)$  را به ما می‌دهد. ضابطه آن به صورت  $y = c$  است و برد آن تک عضوی  $(c)$  است.

سوالات منتخب

دو تابع  $f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2$  و  $g(x) = bx^2 - 2a + x^2$  ثابت هستند. اگر  $f \times g = -8$  باشد، حاصل  $|ab|$  کدام است؟  
 ۱) ۲ ✓ ۲) ۳ ✓ ۳) ۴ ۴) صفر

گروه آموزشی ماز

۱۷- ۴ کتاب با موضوع ریاضی، ۳ کتاب با موضوع فیزیک و ۲ کتاب با موضوع شیمی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه پشت سرهم چید به طوری که کتاب‌های هم موضوع کنار هم باشند؟ (کتاب‌های هم موضوع، متفاوت هستند).

۱۲۶۰ (۴)

۱۱۵۲ (۳)

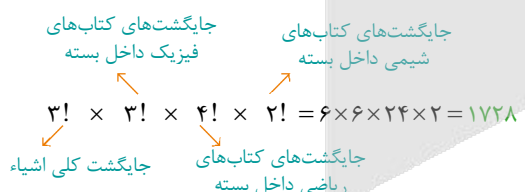
۱۷۲۸ (۲)

۵۷۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

کتاب‌های هم‌موضوع را در ۳ بسته قرار می‌دهیم. ببینید:

شیمی، شیمی (ریاضی، ریاضی، ریاضی، ریاضی) فیزیک، فیزیک، فیزیک



بنابراین جواب برابر است با:

جایگشت

هر طریقه قرار گرفتن  $n$  شیء متمایز در یک ردیف و در کنار هم را یک جایگشت خطی از آن  $n$  شیء می‌گوییم. جایگشت خطی  $n$  شیء متمایز برابر  $n!$  است. اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم.

مثال: ۳ مهندس، ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشانده به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟  
 ۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

پزشک، پزشک، مهندس، مهندس، مهندس، پزشک، پزشک



کل دسته مهندس‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۸- یک مدرسه ۵ کلاس دارد که از هر کلاس ۱۰ نفر متقاضی شرکت در اردویی شده اند. اگر فقط بتوانیم ۴ نفر را به اردو ببریم به چند حالت این ۴ نفر را می توان انتخاب کرد به طوریکه فقط دو نفر از آن ها همکلاسی باشند؟

- (۱) ۳۰۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰۰ (۳) ۴۵۰۰۰ (۴) ۱۳۵۰۰۰

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ۳ کلاس انتخاب می کنیم و سپس از یک کلاس ۲ نفر و از دو کلاس دیگر، از هر کلاس یک نفر انتخاب می کنیم:

$$\binom{10}{5} \binom{45}{2} \binom{10}{1} \binom{10}{1} \times 3 = 135 \times 1000 = 135000$$

دو هم کلاسی می توانند از ۳ کلاس مختلف باشند

### گروه آموزشی ماز

۱۹- از کیسه ای که شامل ۳ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۵ مهره آبی است. دو مهره به تصادف بیرون می آوریم. به چه احتمالی مهره ها هم رنگ هستند؟

- (۱)  $\frac{17}{66}$  (۲)  $\frac{3}{11}$  (۳)  $\frac{10}{33}$  (۴)  $\frac{19}{66}$

پاسخ: گزینه ۴

تعداد اعضای فضای نمونه ای برابر تعداد حالت های انتخاب ۲ شیء از ۱۲ شیء است که برابر است با:  $\binom{12}{2}$

تعداد اعضای پیشامد هم رنگ بودن مهره ها برابر است با:

$$\binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2}$$

هر دو آبی هر دو سفید هر دو قرمز

$$\frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{3+6+10}{66} = \frac{19}{66}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

### گروه آموزشی ماز

۲۰- تاسی را سه مرتبه پرتاب می کنیم. احتمال آن که مجموع کمتر از ۶ یا هر سه فرد باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{11}{72}$  (۳)  $\frac{37}{216}$  (۴)  $\frac{4}{27}$

پاسخ: گزینه ۲

اگر پیشامد مجموع کوچک تر از ۶ را با A و پیشامد هر سه فرد را با B نشان دهیم، داریم:

$$A = \{(1,1,1), (2,1,1), (1,2,1), (1,1,2), (2,2,1), (2,1,2), (1,2,2), (3,1,1), (1,3,1), (1,1,3)\}$$

$$n(A) = 10$$

$$n(B) = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$A \cap B = \{(1,1,1), (1,1,3), (1,3,1), (3,1,1)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{216} + \frac{27}{216} - \frac{4}{216} = \frac{11}{72}$$

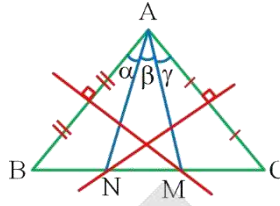
### گروه آموزشی ماز

۲۱- در مثلث متساوی الساقین  $\hat{A}BC$ ، زاویه  $\hat{A} = 70^\circ$  و عمود منصف های دو ساق AB و AC قاعده BC را در نقاط M و N قطع می کنند. در مثلث

$\hat{A}MN$ ، مجموع زوایای  $\hat{M}$  و  $\hat{N}$  کدام است؟

- (۱)  $130^\circ$  (۲)  $140^\circ$  (۳)  $150^\circ$  (۴)  $160^\circ$

طبق اطلاعات سوال، شکل را رسم می‌کنیم:



$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - A}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

$$AB \text{ عمودمنصف } M \Rightarrow MA = MB \Rightarrow \alpha + \beta = \hat{B} = 55^\circ \quad (1)$$

$$AC \text{ عمودمنصف } N \Rightarrow NA = NC \Rightarrow \gamma + \beta = \hat{C} = 55^\circ \quad (2)$$

$$\underbrace{\alpha + \beta + \gamma + \beta}_{70^\circ} = 110^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 40^\circ$$

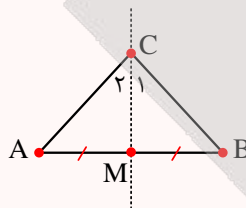
$$\hat{M} + \hat{N} = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

طرفین رابطه (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم و خواهیم داشت:

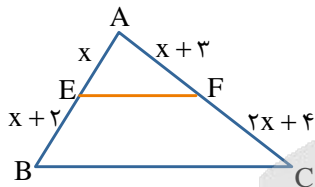
در نتیجه، مجموع زوایای  $\hat{M}$  و  $\hat{N}$  برابر است با:

ویژگی‌های عمود منصف

$$MA = MB \left. \begin{array}{l} CM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1) CA = CB \\ 2) \hat{A} = \hat{B} \\ 3) \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right.$$



گروه آموزشی ماز



۲۲- در شکل مقابل، به ازای چند مقدار طبیعی  $x$ ، چهارضلعی BEFC دوزنقه است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

در صورتی چهارضلعی BEFC دوزنقه خواهد بود که EF و BC موازی یکدیگر باشند، پس باید طبق قضیه تالس (جزء به جزء) نسبت‌های زیر برقرار باشد:

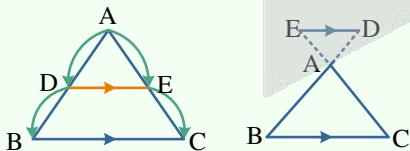
$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{x+3}{2x+4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x(2x+4) = (x+2)(x+3)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

بنابراین فقط به ازای یک مقدار طبیعی  $x$ ، چهارضلعی BEFC دوزنقه است.

قضیه تالس

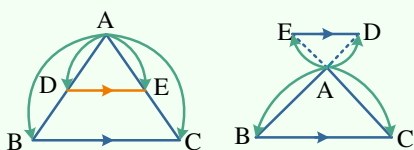
هرگاه در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع (یا امتداد آن‌ها)، پاره‌خطهایی جدا می‌کند که اندازه آن‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به جزء می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

تعمیم قضیه تالس

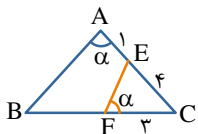
هرگاه خطی، دو ضلع یک مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم مثلث موازی باشد، در این صورت، مثلثی به وجود می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب است. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به کل می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- در شکل مقابل، اگر کمترین فاصله رأس A از ضلع BC برابر ۵ باشد، مساحت مثلث ABC تقریباً کدام است؟



- ۱۵ (۱)
- ۱۶/۶ (۲)
- ۱۷/۳ (۳)
- ۱۸/۲ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل داده شده و تساوی دو زاویه  $\hat{A}$  و  $\hat{F}$  و همچنین زاویه  $\hat{C}$  که در دو مثلث CEF و ABC مشترک است، خواهیم داشت:

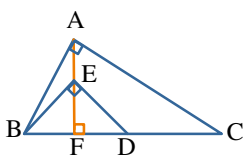
$$\triangle ABC \sim \triangle CEF: \frac{EF}{AB} = \frac{EC}{BC} = \frac{FC}{AC} \Rightarrow \frac{4}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow BC = \frac{20}{3}$$

می‌دانیم که کمترین فاصله رأس A از ضلع BC (همان ارتفاع وارد BC) برابر ۵ است، پس:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{20}{3} = \frac{100}{6} \approx 16.6$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل مقابل،  $EB=6$  و  $BF=4$  است. اگر  $DC=7$  باشد، حاصل  $AC-AF$  کدام است؟



- $2\sqrt{3}$  (۱)
- $4\sqrt{3}$  (۲)
- $6\sqrt{3}$  (۳)
- $8\sqrt{3}$  (۴)

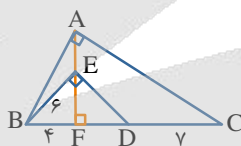
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه BFD، داریم:

$$EB^2 = BF \times BD \Rightarrow 36 = 4 \times BD \Rightarrow BD = 9 \xrightarrow{BF=4} FD = 5$$

از طرفی، در مثلث قائم‌الزاویه ABC نیز داریم:



$$\begin{cases} AC^2 = CF \times BC \\ CF = 7 + 5 = 12 \Rightarrow AC = \sqrt{12 \times 16} = 8\sqrt{3} \\ BC = 16 \end{cases}$$

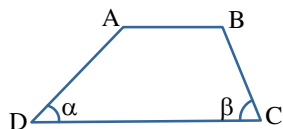
$$AF^2 = BF \times FC \Rightarrow AF = \sqrt{4 \times 12} = 4\sqrt{3}$$

$$AC - AF = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۲۵- در چهارضلعی شکل مقابل  $AB \parallel CD$  و  $\alpha + \beta = 90^\circ$  است. اگر  $AD=12$ ،  $DC=29$  و  $BC=9$  باشد، اندازه AB کدام است؟



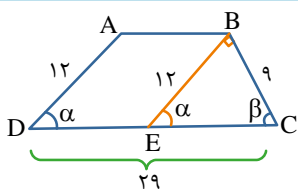
- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۱۷ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا از رأس B خطی موازی AD بر ضلع DC وارد می‌کنیم که در این صورت چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع

بوده و  $BE=12$  است. از طرفی با توجه به اینکه  $AD \parallel BE$ ، بنابراین در مثلث BEC، زاویه E برابر  $\alpha$  است.



با توجه به اطلاعات سؤال، می‌دانیم که  $\alpha + \beta = 90^\circ$  است پس مثلث BEC در رأس B قائمه بوده و طبق قضیه فیثاغورس، داریم:

$$EC^2 = BE^2 + BC^2 \Rightarrow EC = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

از طرفی:

$$DC = DE + EC \xrightarrow{EC=15, DC=29} 29 = DE + 15 \Rightarrow DE = 14$$

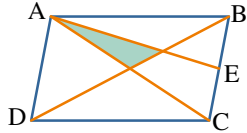
$$AB = DE = 14$$

و چون چهارضلعی ABED متوازی‌الاضلاع است، پس:

گروه آموزشی ماز

۱۴۰۴-۰۵

۲۶- در شکل مقابل، ABCD متوازی الاضلاع و E وسط ضلع BC است. مساحت قسمت هاشور خورده چند برابر مساحت متوازی الاضلاع ABCD است؟

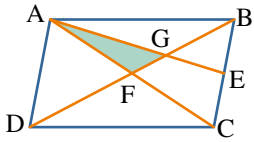


- (۱)  $\frac{1}{6}$   
(۲)  $\frac{1}{8}$   
(۳)  $\frac{1}{12}$   
(۴)  $\frac{1}{24}$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

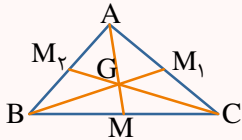
با توجه به شکل زیر، در مثلث ABC، میانه‌های AE و BF رسم شده است. نقطه G محل برخورد میانه‌های مثلث ABC است پس مساحت مثلث AGF،  $\frac{1}{6}$  مساحت مثلث ABC است. در نتیجه:



$$\begin{cases} S_{\triangle AGF} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \end{cases} \Rightarrow S_{\triangle AGF} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

**برخورد میانه‌ها**

اگر G محل برخورد میانه‌ها باشد:

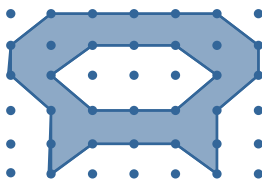


$AG = 2GM$

$CG = 2GM_1$

$BG = 2GM_2$

**گروه آموزشی ماز**



۲۷- مساحت ناحیه هاشور خورده شکل مقابل کدام است؟

- (۱) ۱۴  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۶  
(۴) ۱۷

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا مساحت چندضلعی بزرگ‌تر را محاسبه می‌کنیم:

$S_1 = \frac{b}{2} + i - 1$

$\xrightarrow[b=18]{i=13} S_1 = \frac{18}{2} + 13 - 1 = 9 + 12 = 21$

$S_2 = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow[b=8]{i=3} S_2 = \frac{8}{2} + 3 - 1 = 4 + 2 = 6$

$S_{\text{هاشور}} = S_1 - S_2 = 21 - 6 = 15$

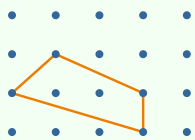
حال مساحت چندضلعی کوچک‌تر را نیز به دست می‌آوریم:

در نتیجه مساحت ناحیه هاشور خورده برابر است با:

**هر آنچه باید در مورد چندضلعی شبکه‌ای بدانید**

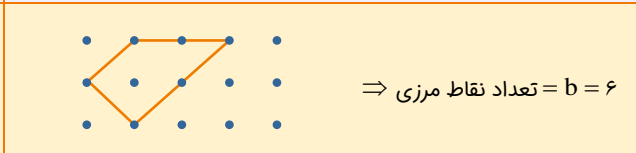
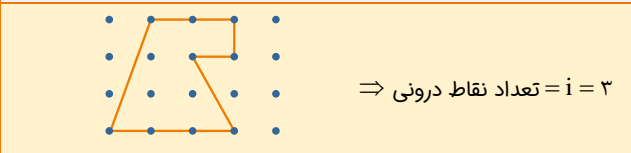
مطابق شکل، نقطه‌هایی که روی خط‌های افقی و عمودی واقع‌اند به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی یا عمودی برابر یک باشد را نقاط شبکه‌ای می‌نامند.

اگر یک چندضلعی، تمام رأس‌هایش روی نقاط شبکه‌ای باشد، چندضلعی شبکه‌ای نامیده می‌شود.



(۲) نقاط واقع در درون چندضلعی شبکه‌ای را نقاط درونی می‌نامند و تعداد آن‌ها را با  $i$  نشان می‌دهند.

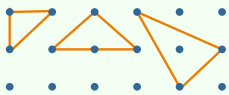
(۱) نقاط شبکه‌ای واقع بر رأس‌ها و ضلع‌های چندضلعی را نقاط مرزی می‌نامند و تعداد آن‌ها را با  $b$  نشان می‌دهند.



۱۴۰۴-۰۵

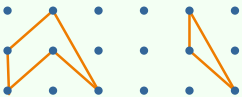


تعداد نقاط مرزی چندضلعی‌های شبکه‌ای هرگز کمتر از ۳ نمی‌تواند باشد یا به عبارت دیگر، هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل ۳ نقطه مرزی دارد.



$$b \geq 3 \Rightarrow \text{چندضلعی شبکه‌ای}$$

چندضلعی‌های شبکه‌ای می‌توانند نقطه درونی نداشته باشند یا به عبارت دیگر تعداد نقاط درونی چندضلعی‌های شبکه‌ای حداقل صفر است.



$$i \geq 0 \Rightarrow \text{چندضلعی شبکه‌ای}$$

اگر  $b$  تعداد نقاط مرزی و  $i$  تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای باشد، مساحت آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

### گروه آموزشی ماز

۲۸- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

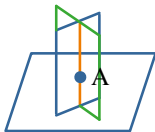
- (۱) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.
- (۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
- (۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.
- (۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)



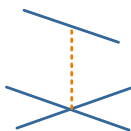
۱ از هر نقطه خارج از یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط، بر صفحه، مفروض عمود است. پس این گزاره همواره درست است.



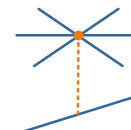
۲ در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.



۳ اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متنافر است.



۴ از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.



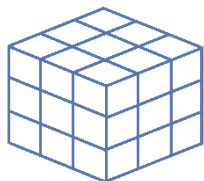
### گروه آموزشی ماز

۲۹- حداقل چند مکعب کوچک از شکل زیر باید برداشته شود تا نمای بالای آن به صورت

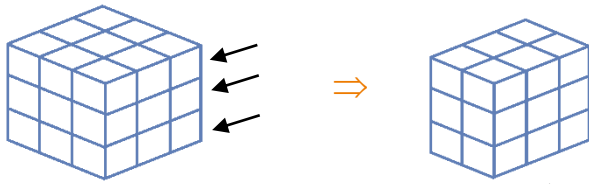


دیده شود؟

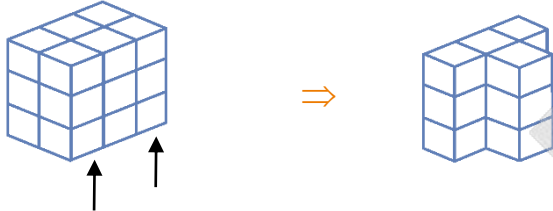
- ۱۵ (۱)
- ۱۹ (۲)
- ۲۱ (۳)
- ۲۳ (۴)



برای اینکه نمای بالای خواسته شده به دست آید به ترتیب مکعب‌های زیر را حذف می‌کنیم:



در این مرحله ۳ ردیف ۳ تایی مکعب یعنی  $3 \times 3 = 9$  را حذف کردیم، حالا به سراغ مرحله بعدی می‌رویم:



در این مرحله ۲ ردیف ۳ تایی مکعب یعنی  $2 \times 3 = 6$  تا را حذف کردیم. توجه داشته باشید که تعداد مکعب‌هایی که حذف کردیم تا به این نما برسیم کمترین تعداد ممکن بود.

### گروه آموزشی ماز

۳۰- یک مخروط قائم به ارتفاع ۱۵ واحد و مساحت قاعده  $144\pi$  واحد مربع مفروض است. اگر این مخروط را با صفحه ای موازی با قاعده مخروط و به فاصله ۵ واحد از رأس آن تلاقی دهیم، مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

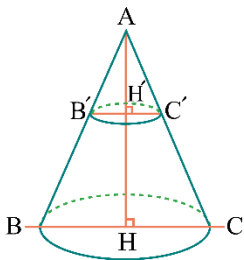
۲۵π (۴)

۱۶π (۳)

۹π (۲)

۶π (۱)

مطابق شکل سطح مقطع حاصل، دایره به قطر  $B'C'$  است. با توجه به مساحت قاعده مخروط داریم:



$$S = \pi(BH)^2 \Rightarrow 144\pi = \pi(BH)^2$$

$$\Rightarrow BH = 12$$

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث  $ABH$  داریم:

$$B'H' \parallel BH \Rightarrow \frac{B'H'}{BH} = \frac{AH'}{AH} \Rightarrow \frac{B'H'}{12} = \frac{5}{15}$$

$$\Rightarrow B'H' = 4$$

$$S' = \pi(B'H')^2 = 16\pi$$

بنابراین مساحت سطح مقطع حاصل برابر است با:

### برش مخروط

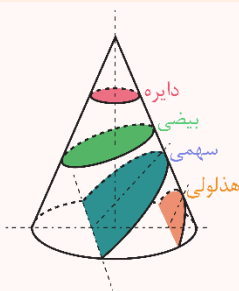
سطح مقطع یک مخروط قائم در برخورد با صفحه‌های مختلف به صورت‌های زیر است:

**صفحه افقی:** سطح مقطع دایره است.

**صفحه مایل:** سطح مقطع بیضی است.

**سطح مایل و موازی با یال مخروط:** سطح مقطع سهمی است.

**صفحه قائم:** سطح مقطع هذلولی است.



### گروه آموزشی ماز

۳۱- در مدل سازی حرکت توپ، کدام یک از اثرات زیر را نباید نادیده گرفت؟

- (۱) اندازه و شکل توپ  
(۲) مقاومت هوا و اثر ورزش باد ملایم  
(۳) تغییر وزن توپ با فاصله از زمین  
(۴) نیروی جاذبه زمین

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نیروی جاذبه زمین را نباید نادیده گرفت زیرا در این صورت مدل ما پیش بینی می کند که وقتی توپی به بالا پرتاب شود، در یک خط مستقیم بالا می رود.

مدل سازی

برای بررسی پدیده ها از مدل سازی استفاده می کنیم و طی این کار، یک پدیده آن قدر ساده می شود تا بتوانیم آن را بدون پیچیدگی، بررسی و تحلیل کنیم.

نکته

در مدل سازی از اثرهای جزئی صرف نظر می کنیم و آن ها را نادیده می گیریم.

بعضی از مدل سازی ها که ممکن است در سؤالات با آن ها مواجه شوید را در جدول زیر آورده ایم

چگونگی مدل سازی	پدیده فیزیکی
نیروی گرانشی زمین به توپ، عامل مهمی است و باید حتماً لحاظ شود. عواملی مثل مقاومت هوا، تغییر نیروی گرانشی با تغییر ارتفاع، شکل و ابعاد توپ و چرخش آن، عوامل فرعی هستند و می توان از آن ها صرف نظر کرد و توپ را به صورت یک جسم نقطه ای در نظر گرفت.	<p>حرکت توپ بسکتبال در هوا توپ بسکتبال می چرخد. مقاومت هوا و باد نیروهای به توپ وارد می کنند. نیروی گرانشی وارد بر توپ به ارتفاع بستگی دارد.</p>
نیروی دست شخص و نیروی اصطکاک با سطح افقی عوامل مهم و تأثیرگذار هستند و باید حتماً لحاظ شوند. ابعاد جسم و نیروی مقاومت هوا، عوامل جزئی هستند و می توانیم آن ها را نادیده بگیریم و جسم را به صورت نقطه ای فرض کنیم.	<p>هل دادن یا کشیدن یک جسم روی سطح افقی</p>
نیروی گرانش زمین عامل مهم و تأثیرگذار است و حتماً باید در نظر گرفته شود. از طرفی با توجه به ابعاد بزرگ چتر، نیروی مقاومت هوا قابل توجه است و باید آن را هم در نظر بگیریم؛ بنابراین از ابعاد چتر و نیروی مقاومت هوا نیز نمی توانیم چشم پوشی کنیم.	<p>سقوط چتریار از ارتفاع</p>
با توجه به ابعاد کوچک منبع نور لیزر، می توانیم در مدل سازی، آن را یک منبع نور نقطه ای در نظر بگیریم. پرتوهای نور منتشر شده به مقدار کمی واگرا هستند ولی در مدل سازی برای سادگی تحلیل می توان آن ها را موازی فرض کرد.	<p>انتشار نور لیزر مدادی چفت انتشار نور پرتو نور باریکه نور لیزر مدادی</p>

گروه آموزشی ماز

۳۲- کدام یکاها، همگی مربوط به کمیت های اصلی هستند؟

- (۱) ژول، کولن و مول  
(۲) کیلوگرم، آمپر و مول  
(۳) کیلوگرم، کولن و کندلا (شمع)  
(۴) ژول، آمپر و کندلا (شمع)

(آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

کمیت های اصلی: کمیت هایی که یکاهای آن ها به طور مستقل تعریف می شوند، کمیت اصلی و یکای آن ها را یکای اصلی می نامند.

۷ کمیت اصلی وجود دارد:

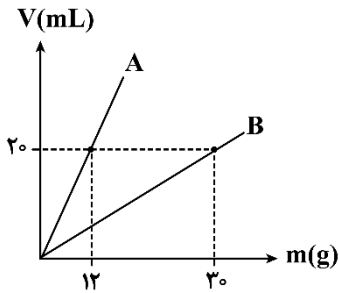
کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کندلا (cd)

کمیت های فرعی: کمیت هایی که یکاهای آن ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می شوند، کمیت فرعی و یکای آن ها را یکای فرعی می نامند.

با توجه به درسنامه بالا گزینه (۲) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- نمودار تغییرات حجم بر حسب جرم دو مایع A و B مطابق شکل است. چند میلی لیتر از مایع A را با ۴۵۰ گرم از مایع B مخلوط کنیم تا چگالی مایع به دست آمده، ۱۰ درصد بیش تر از چگالی مایع A باشد؟ (در اثر اختلال دو مایع، تغییر حجمی صورت نمی گیرد.)



- ۱۴۰۰ (۱)
- ۲۴۰۰ (۲)
- ۳۶۰۰ (۳)
- ۴۲۰۰ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

**گام اول:**

با توجه به نمودار، چگالی مایع‌های A و B را محاسبه می‌کنیم ( $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$ ):

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{12}{20} = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{30}{20} = 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

**گام دوم:**

می‌خواهیم چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیش تر از چگالی مایع A شود، یعنی:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{110}{100} \rho_A = \frac{11}{10} \times 0.6 = 0.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

**گام آخر:**

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A}{V_A + \frac{m_B}{\rho_B}} \Rightarrow 0.66 = \frac{0.6 V_A + 450}{V_A + \frac{450}{1.5}}$$

$$\Rightarrow 0.66 = \frac{0.6 V_A + 450}{V_A + 300} \Rightarrow 0.66 V_A + 198 = 0.6 V_A + 450$$

$$\Rightarrow 0.06 V_A = 252 \Rightarrow V_A = 4200 \text{ cm}^3$$

**چگالی**

جرم واحد حجم جسم را چگالی گویند و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

که در این رابطه: m: جرم ماده بر حسب کیلوگرم (kg)، V: حجم ماده بر حسب مترمکعب ( $\text{m}^3$ ) و  $\rho$ : چگالی ماده بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب ( $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) است.

**تبدیل یکاهای چگالی:**

یکا در SI	یکای متداول
$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \leftarrow \rho = \frac{m(\text{kg})}{V(\text{m}^3)}$	$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \leftarrow \rho = \frac{m(\text{g})}{V(\text{cm}^3)}$

$$\frac{\text{kg}}{\text{L}} = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 10^{-3} \rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$\text{m}^3 \times 10^{-3} \rightarrow \text{dm}^3 = \text{L} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \text{cm}^3 = \text{cc} = \text{mL}$$

$$\text{g} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \text{kg}$$

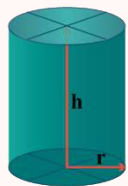
۱۴۰۴-۰۵



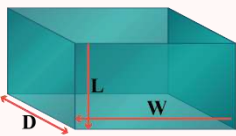
**نکته**

- ۱- چگالی از ویژگی‌های ماده سازنده یک جسم است و به جرم و حجم جسم بستگی ندارد. مثلاً چگالی یک لیوان آب با چگالی دریایی از آب برابر است.
- ۲- چگالی جامدها و مایع‌ها به جنس و دمای آن‌ها بستگی دارد.
- ۳- چگالی گازها علاوه بر جنس و دما به فشار گاز هم وابسته است.

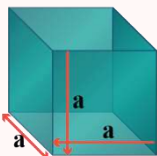
**محاسبه حجم شکل‌های منظم**



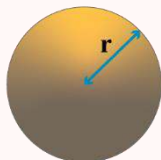
حجم استوانه  $V = \pi r^2 h$



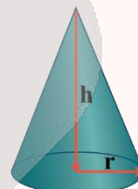
حجم مکعب مستطیل  $V = D \times W \times L$



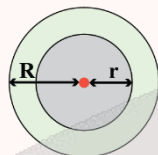
حجم مکعب  $V = a^3$



حجم کره  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$



حجم مخروط  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



حجم واقعی (حجم توپر) استوانه توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

حجم داخلی (حفره)  $V = \pi r^2 h$

حجم خارجی (ظاهری)  $V = \pi R^2 h$

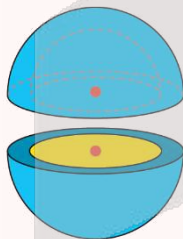
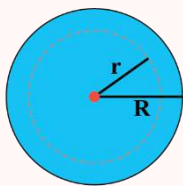
حجم توپر (واقعی)  $V = \pi(R^2 - r^2)h$

حجم واقعی (حجم توپر) کره‌ی توخالی به شعاع داخلی (r) و شعاع خارجی (R)

حجم داخلی (حفره)  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

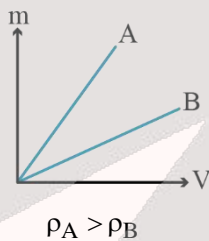
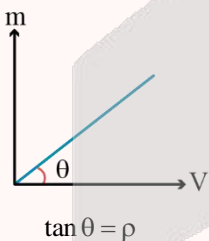
حجم خارجی (ظاهری)  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

حجم توپر (واقعی)  $V = \frac{4}{3} \pi(R^3 - r^3)$

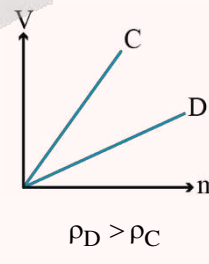
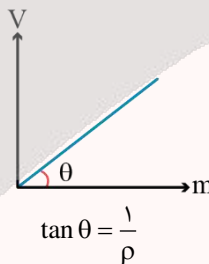


**نمودارهای چگالی**

نمودار جرم بر حسب حجم



نمودار حجم بر حسب جرم



نموداری که به محور m نزدیک‌تر باشد، چگالی بیش‌تری دارد.

**محاسبه چگالی مخلوط (آلیاژ)**

اگر چند ماده را با یکدیگر مخلوط کنیم، مشروط بر این‌که تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی آلیاژ (مخلوط) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_t = \frac{m_t}{V_t} \rightarrow \rho_t = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

**اشتباه متداول:** متأسفانه بعضی از دانش‌آموزان برای پیدا کردن چگالی مخلوط، چگالی مواد اولیه را باهم جمع و تقسیم بر تعداد مواد می‌کنند (درواقع میانگین چگالی‌های مواد اولیه را حساب می‌کنند) که این کار کاملاً اشتباه است.

✓ در مخلوط دو ماده، قانون پایستگی جرم الزاماً برقرار است.

$$m_t = m_1 + m_2$$

✓ در مخلوط دو ماده الزاماً قانون پایستگی حجم برقرار نیست.

۱- اگر تداخل حجمی صورت نگیرد:

$$V_t = V_1 + V_2$$

۱۴۰۴-۰۵



۲- اگر تداخل حجمی اتفاق افتد  $V_t \neq V_1 + V_2$  : مثلاً اگر حجم مخلوط ۲۰ درصد کاهش یابد، داریم:

$$V_t = (V_1 + V_2) - \Delta V = \frac{\Delta \rho}{\rho} (V_1 + V_2)$$

### گروه آموزشی ماز

۳۴- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: اندازه میانگین مولکول‌های گاز خیلی بیش‌تر از جامد و مایع است و در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.

ب: حرکات کاتوره‌ای در مولکول‌های مایع و گاز دیده می‌شود.

پ: نیروهای بین‌مولکولی، کوتاه‌برد هستند؛ یعنی وقتی فاصله بین مولکول‌ها چند برابر فاصله بین‌مولکولی شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

ت: تشکیل حباب آب و صابون و راه رفتن حشره‌ها بر روی آب را می‌توان با دلیل فیزیکی یکسانی توضیح داد.

ث: هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا کم‌تر می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خط‌بخط کتاب درسی - ۱۰۰۲)

موارد «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

### بررسی موارد نادرست:

**الف** فاصله (نه اندازه مولکول) میانگین گازها خیلی بیش‌تر از جامد و مایع و حدود  $35 \text{ \AA}$  است.

**ث** بنا به گفته‌های کتاب درسی هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر شویم، چگالی و فشار هوا **بیش‌تر** می‌شود.

### خلاصهٔ حفظیات مربوط به حالت‌های ماده

- مواد از ذره‌های ریزی به نام اتم یا مولکول تشکیل شده‌اند. اندازهٔ اتم‌ها در حدود یک تا چند آنگستروم است و اندازهٔ مولکول‌ها به این بستگی دارد که از چند اتم ساخته شده باشند. اندازهٔ برخی درشت‌مولکول‌ها مانند پَسپارها (پلیمرها) می‌تواند تا ۱۰۰۰ آنگستروم نیز باشد.
- ذره‌های سازندهٔ مواد همواره در حرکت‌اند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. حالت ماده به چگونگی حرکت این ذره‌ها و اندازهٔ نیروی بین آن‌ها بستگی دارد.
- حالت چهارم ماده پلاسما نامیده می‌شود که اغلب در دماهای خیلی بالا به‌وجود می‌آید. مادهٔ درون ستارگان و بیشتر فضای بین‌ستاره‌ای، آذرخش، شفق‌های قطبی، آتش و مادهٔ داخل لولهٔ تابان لامپ‌های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.
- جسم جامد، حجم و شکل معینی دارد. ذرات جامد به‌سبب نیروهای الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، در کنار یکدیگر می‌مانند. این ذرات در مکان‌های معینی نسبت به یکدیگر قرار دارند و در اطراف این مکان‌ها، نوسان‌های بسیار کوچکی دارند.
- جامدها به دو دسته تقسیم می‌شوند: ۱. جامدهای بلورین (کریستالی) ۲. جامدهای آمورف (بی‌شکل)
- جامدهای بلورین، جامدهایی هستند که اتم‌های آن‌ها در طرح‌های منظمی کنار هم قرار می‌گیرند و جامد در یک الگوی سه‌بُعدی تکرارشونده از این واحدهای منظم ساخته می‌شود.
- فلزها، نمک‌ها، الماس، یخ و بیش‌تر مواد معدنی از جمله جامدهای بلورین هستند.
- وقتی مایعی را به‌آهستگی سرد کنیم، اغلب جامد بلورین تشکیل می‌شود؛ زیرا در این فرایند، ذرات مایع فرصت کافی دارند تا در طرح‌های منظمی خود را مرتب کنند.
- جامد آمورف، جامدی است که ذرات آن در طرح‌های منظمی کنار هم قرار ندارند. شیشه و قیر مثالی از جامد آمورف است.
- وقتی مایعی را به‌سرعت سرد کنیم، معمولاً جامد آمورف به‌وجود می‌آید؛ زیرا در این فرایند، ذرات، فرصت کافی ندارند تا در طرحی منظم، مرتب شوند.
- مولکول‌های مایع، نظم و تقارن جامدهای بلورین را ندارند و به‌صورت نامنظم و نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند. مایع به‌راحتی جاری می‌شود و به شکل ظرف خودش درمی‌آید؛ زیرا مولکول‌های مایع می‌توانند روی هم بلغزند.
- فاصلهٔ بین ذرات سازندهٔ جامد و مایع تقریباً یکسان و در حدود یک آنگستروم است.
- حل شدن نمک در آب و پخش شدن جوهر در آب مثال‌هایی از پدیده‌ای به نام پدیدهٔ پخش در مایع هستند. دلیل این پدیده به حرکت‌های نامنظم و کاتوره‌ای مولکول‌های آب و برخورد آن‌ها با ذرات سازندهٔ نمک و جوهر مربوط می‌شود که موجب پخش آن‌ها در آب می‌گردد.
- گاز، ماده‌ای است که شکل مشخصی ندارد. اتم‌ها و مولکول‌های آن آزادانه و با تندی بسیار زیاد به اطراف حرکت و با یکدیگر و با دیواره‌های ظرفی که در آن قرار دارند، برخورد می‌کنند.
- فاصلهٔ میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازهٔ آن‌ها، خیلی بیش‌تر است. مثلاً اندازهٔ مولکول‌های هوا بین ۱ تا ۳ آنگستروم است، درحالی‌که فاصلهٔ میانگین آن‌ها در شرایط معمولی در حدود ۳۵ آنگستروم می‌باشد.
- با ورود هوا به درون یک سرنگ سربسته می‌بینیم که به‌راحتی می‌توانیم سرنگ را فشرده کنیم؛ اما با ریختن آب درون آن می‌بینیم که نمی‌توان پیستون سرنگ را به پایین آورده و آن را متراکم کرد. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که گازها تراکم‌پذیرند اما مایعات تقریباً تراکم‌ناپذیر می‌باشند.
- حرکت نامنظم و کاتوره‌ای ذرات دود در هوا را حرکت براونی می‌گوییم. دلیل این حرکت نامنظم، برخورد ذرات دود با مولکول‌های هوا است که به‌طور نامنظم و کاتوره‌ای در حال حرکت هستند.
- پدیدهٔ پخش در گازها نیز رخ می‌دهد. مثالی از آن را می‌توانیم هنگام باز کردن درب یک شیشهٔ عطر ببینیم که پس از چند ثانیه ذرات عطر در همه‌جای اتاق پخش و بوی آن حس می‌شود. سرعت پدیدهٔ پخش در گازها از مایعات بیش‌تر است و دلیل آن تندتر بودن حرکت نوسانی مولکول‌های گاز و بیش‌تر بودن فاصلهٔ بین آن‌ها است.
- نیروهای بین‌مولکولی کوتاه‌بردند؛ یعنی وقتی فاصلهٔ بین مولکول‌ها چند برابر فاصلهٔ بین‌مولکولی می‌شود، نیروهای بین‌مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.
- با افزایش فاصله از سطح زمین، چگالی و فشار هوا کاهش می‌یابد.

۳۵- درون یک ظرف استوانه‌ای، ۲/۵ لیتر مایع به چگالی  $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$  قرار دارد. اگر سطح مقطع استوانه  $50 cm^2$  باشد، فشار پیمانه‌ای در کف ظرف چند

سانتی متر جیوه است؟  $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3})$

۲/۸ (۴)

۸/۲ (۳)

۴/۴ (۲)

۷/۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ارتفاع مایع درون ظرف را به دست می‌آوریم:

$$V = Ah_{\text{مایع}} \Rightarrow 2/5 \times 10^3 cm^3 = 50 cm^2 \times h_{\text{مایع}} \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 50 cm$$

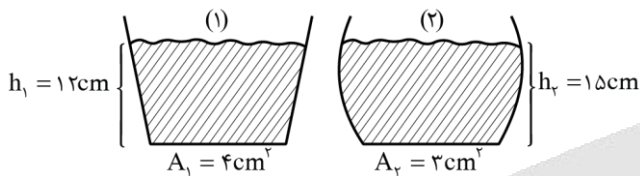
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1/2 \times 50 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{60}{13/6} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 4/4 cm$$

برای نوشتن فشار بر حسب cmHg داریم:

### گروه آموزشی ماز

۳۶- در شکل زیر، دو ظرف شیشه‌ای از یک نوع مایع پر شده‌اند. با توجه به اطلاعات داده شده کدام گزینه صحیح است؟



(۱) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، ۲۵ درصد بیشتر از ظرف (۲) است.

(۲) فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۷۵ درصد بیشتر از ظرف (۱) است.

(۳) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیشتر از ظرف (۲) است.

(۴) نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، تقریباً ۷ درصد بیشتر از ظرف (۱) است.

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

مقدار  $\rho$  و  $g$  برای هر دو ظرف یکسان است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف یک: } \rho g h_1 = \rho g \times 12 \\ \text{فشار ناشی از مایع بر کف ظرف دو: } \rho g h_2 = \rho g \times 15 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{15 \rho g}{12 \rho g} = 1/25$$

پس فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۲)، ۲۵ درصد بیشتر از فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱) است.

$$(P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = \rho g h \times A)$$

$$\text{نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱): } \rho g h_1 \times A_1 = \rho g \times 12 \times 4 \times 10^{-4} = 48 \times 10^{-6} \rho g$$

$$\text{نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲): } \rho g h_2 \times A_2 = \rho g \times 15 \times 3 \times 10^{-4} = 45 \times 10^{-6} \rho g$$

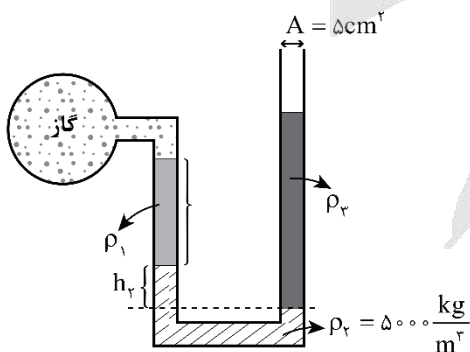
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{48 \times 10^{-6} \rho g}{45 \times 10^{-6} \rho g} = \frac{16}{15} \approx 1/0.7$$

پس نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۱)، تقریباً ۷ درصد بیشتر از نیروی ناشی از مایع بر کف ظرف (۲) است.

### گروه آموزشی ماز

۳۷- در شکل زیر، اگر فشار پیمانه‌ای مخزن گاز ۲kPa و جرم مایع (۳) (با چگالی  $\rho_3$ )، ۱۵۰ گرم از جرم مایع (۱) (با چگالی  $\rho_1$ ) بیشتر باشد، ارتفاع  $h_2$

چند سانتی متر است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$  و سطح مقطع لوله در تمام نقاط یکسان است.



۱ (۱)

۶ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

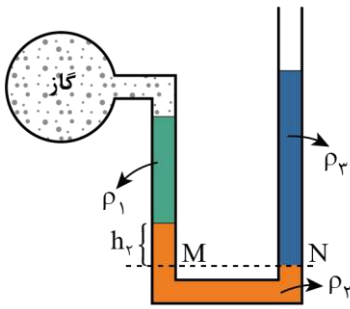
پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل زیر، نقاط M و N که هم‌تراز و هم‌فشار هستند را انتخاب می‌کنیم.

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_2 g h_2$$



چون ارتفاع مایعات  $\rho_1$  و  $\rho_2$  داده نشده است، برای محاسبه فشار از رابطه  $\frac{mg}{A}$  استفاده می‌کنیم. پس خواهیم داشت:  $(P_g = P_{\text{گاز}} - P_0)$



$$P_g + \frac{m_1 g}{A} + \rho_2 g h_2 = \frac{m_2 g}{A}$$

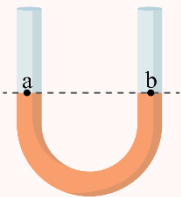
$$2000 + \frac{m_1 \times 10}{5 \times 10^{-4}} + 5000 \times 10 \times h_2 = \frac{m_2 \times 10}{5 \times 10^{-4}} \quad m_2 - m_1 = 150 \text{ g}$$

$$5000 \times h_2 = \frac{(m_2 - m_1) \times 10}{5 \times 10^{-4}} - 2000 = \frac{150 \times 10}{5 \times 10^{-4}} - 2000 = 30000 - 2000 = 28000$$

$$5000 \times h_2 = 28000 \Rightarrow h_2 = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

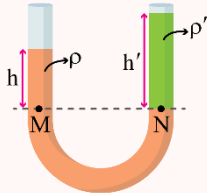
### لوله‌های U شکل

اگر در یک لوله U شکل مقداری مایع بریزیم، به صورت شکل روبه‌رو درمی‌آید. در این حالت فشار در نقاط a و b برابر است.



$$P_a = P_b$$

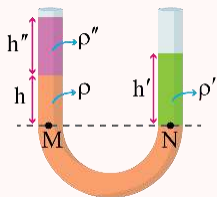
اگر در یکی از شاخه‌ها، مایع دیگری بریزیم (با فرض این‌که چگالی کم‌تری داشته باشد) پس از برقراری تعادل، لوله U شکل به صورت زیر، خواهد شد: فشار در نقاط M و N برابر خواهد شد (نقاط هم‌تراز در یک شاخه)



$$P_M = P_N \rightarrow P_0 + \rho g h = P_0 + \rho' g h'$$

$$\rho h = \rho' h'$$

این پاسخ قابل تعمیم است، مثلاً اگر لوله U شکل شامل سه مایع به صورت زیر باشد، خواهیم داشت:



$$\rho h + \rho'' h'' = \rho' h'$$

### نکته

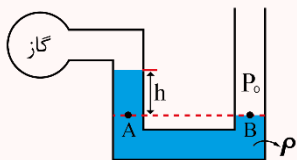
در لوله‌های U شکل با توجه به استوانه‌ای شکل بودن هر یک از شاخه‌ها، برای محاسبه فشار ناشی از مایع در یکی از شاخه‌ها علاوه بر رابطه  $P = \rho g h$  می‌توانیم از رابطه  $P = \frac{mg}{A}$  هم استفاده کنیم.

### فشار پیمانه‌ای

به اختلاف فشار شاره (گاز یا مایع) با فشار هوا، فشار پیمانه‌ای می‌گویند و با نماد  $P_g$  نمایش می‌دهند، یعنی:

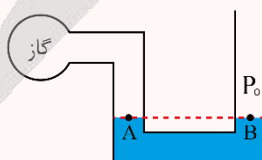
$$P_g = P_{\text{شاره}} - P_0$$

با توجه به تعریف بالا، ۳ حالت برای فشار پیمانه‌ای وجود دارد که در ادامه برای فشار پیمانه‌ای گاز در مانومتر بررسی می‌کنیم:



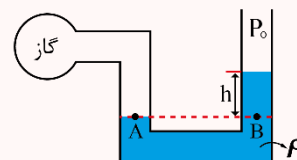
$$P_{\text{گاز}} < P_0$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = -\rho g h$$



$$P_{\text{گاز}} = P_0$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = 0$$

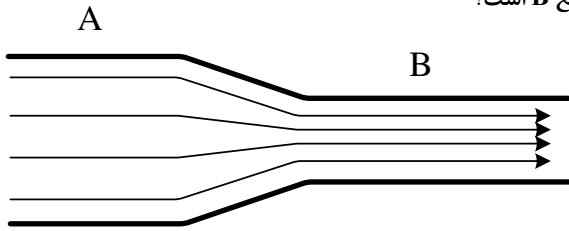


$$P_{\text{گاز}} > P_0$$

$$P_g = P_{\text{گاز}} - P_0 = +\rho g h$$

### گروه آموزشی ماز

۳۸- در شکل زیر، سیال تراکم ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است. در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. آهنگ شارش سیال در مقطع A چند برابر آهنگ شارش در مقطع B است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

**نکته**

۱- آهنگ شارش حجمی درون یک لوله برابر  $Av$  است که A، سطح مقطع لوله و v تندی شارش است.  
 ۲- معادله پیوستگی:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow Av = \text{ثابت}$$

طبق معادله پیوستگی، آهنگ حجمی شارش جریان در همه قسمت‌های لوله برابر است و ربطی به مساحت مقطع لوله ندارد.

گروه آموزشی ماز

۳۹- تندی یک موشک در یک بازه زمانی، ۲۵ درصد افزایش یافته است. اگر در این بازه زمانی، انرژی جنبشی موشک ثابت مانده باشد، جرم موشک از طریق مصرف سوخت، چند درصد کاهش یافته است؟

- (۱) ۷۵
- (۲) ۶۴
- (۳) ۳۶
- (۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

**نکته**

برای مقایسه انرژی جنبشی در دو حالت، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

تندی ۲۵ درصد افزایش یافته است، پس:

$$v_2 = v_1 + \frac{25}{100}v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{5}{4}v_1$$

انرژی جنبشی ثابت مانده، پس:  $K_2 = K_1$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{v_1}{\frac{5}{4}v_1}\right)^2 \Rightarrow m_2 = \frac{16}{25}m_1$$

$$\text{درصد تغییر جرم} = \frac{m_2 - m_1}{m_1} \times 100 = \frac{\frac{16}{25}m_1 - m_1}{m_1} \times 100 = -36\%$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- اگر کار نیروی  $\vec{F} = \alpha\vec{i} + 2\alpha\vec{j}$  در جابه‌جایی  $\vec{d} = 10\vec{i}$  برابر ۳۰۰ ژول باشد، کار این نیرو در جابه‌جایی  $\vec{d}' = -10\vec{j}$  برابر چند ژول است؟ (یک‌ها در SI است.)

- (۱) ۳۰۰
- (۲) -۳۰۰
- (۳) ۶۰۰
- (۴) -۶۰۰

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

**نکته**

کار نیروی  $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j}$  در جابه‌جایی  $\vec{d} = d_x\vec{i} + d_y\vec{j}$  برابر است با:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

۱۴۰۴-۰۵



طبق نکته بالا، داریم:

$$\vec{d} \text{ در جابه‌جایی } \vec{F} = \alpha \times 10 + 2\alpha \times 0 = 300 = 10\alpha \Rightarrow \alpha = 30 \text{ (N)}$$

$$\vec{d}' \text{ در جابه‌جایی } \vec{F} = \alpha \times 0 + 2\alpha \times (-10) = 2 \times 30 \times (-10) = -600 \text{ J}$$

کنکور سراسری تجربی ۱۳۹۸

نیروی  $\vec{F} = (30 \text{ N})\vec{i} + (40 \text{ N})\vec{j}$  به جرمی به جرم  $5 \text{ kg}$  وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه  $\Delta \vec{x} = (6 \text{ m})\vec{i}$  جابه‌جا می‌کند. کار نیروی  $\vec{F}$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۰۰ (۴) ۴۲۰

پاسخ تشریحی:

$$W = (F_x d_x) + (F_y d_y) \rightarrow W = (30 \times 6) + (40 \times 0) \rightarrow W = 180 \text{ J}$$

پاسخ: گزینه ۱

نکته

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \text{ در جابه‌جایی } \vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$$

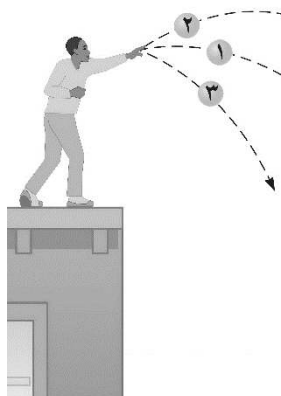
نیروی  $F_x$  بر  $d_y$  جابه‌جایی عمود و با جابه‌جایی  $d_x$  هم‌جهت است. از طرفی، نیروی  $F_y$  بر جابه‌جایی  $d_x$  عمود و با جابه‌جایی  $d_y$  هم‌جهت است؛ بنابراین:

$$W_F = F_x d_x \cos 0^\circ + F_x d_y \cos 90^\circ + F_y d_x \cos 90^\circ + F_y d_y \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- در شکل زیر، سه توپ مشابه، با زاویه‌های مختلف از بالای ساختمانی (ارتفاع یکسان) با تندی یکسان پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، چند مورد از موارد زیر از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود).



- الف: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.  
ب: کل کار انجام‌شده بر روی هر سه توپ یکسان است.  
پ: کار نیروی وزن روی توپ (۲) بیش‌تر از دو توپ دیگر است.

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

الف) طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = K_2 - K_1$$

هر سه توپ دارای جرم و تندی اولیه یکسان هستند؛ بنابراین، انرژی جنبشی اولیه ( $K_1$ ) برای هر سه توپ یکسان است. از طرفی، نیروی وزن و جابه‌جایی قائم هر سه توپ یکسان است؛ بنابراین کار نیروی وزن ( $W_{mg}$ ) برای هر سه توپ یکسان است؛ در نتیجه انرژی جنبشی و تندی هر سه توپ هنگام برخورد با زمین یکسان است. (✓)

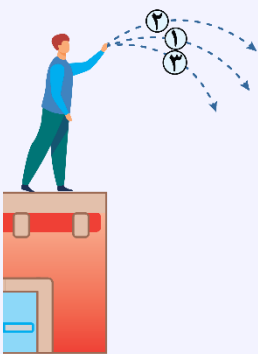
ب) کل کار انجام‌شده روی هر توپ برابر با کار نیروی وزن (تنها نیروی مؤثر روی توپ) است که برای هر سه توپ یکسان است. (طبق استدلال ارائه‌شده در مورد «الف») (✓)

پ) طبق استدلال ارائه‌شده در قسمت «الف»، کار نیروی وزن برای هر سه توپ یکسان است. (✗)

۱۴۰۴-۰۵

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۳- در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند. توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



الف: تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند.

ب: تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند.

پ: هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

ت: زمان حرکت هر سه توپ باهم برابر است.

(۱) «الف» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

(۴) «ب» و «پ»

پاسخ تشریحی:

عبارت «الف» درست ← ارتفاع توپ‌های «۱» و «۳» در طول حرکت کاهش می‌یابد، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نیز کاهش یافته و طبق اصل پایستگی انرژی، انرژی جنبشی آن‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش انرژی جنبشی، تندی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

عبارت «ب» نادرست ← تندی توپ «۲» ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد ولی حرکت توپ «۱» دائماً تندشونده است.

عبارت «پ» درست ← هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند، چراکه طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی برای هر سه توپ باید از لحظه پرتاب تا لحظه برخورد به زمین یکسان باشد و به دلیل یکسان بودن انرژی جنبشی و پتانسیل اولیه برای هر سه توپ، تندی نهایی برخورد به زمین نیز یکسان است.

عبارت «ت» نادرست است ←  $t_3 > t_1 > t_2$

بنابراین عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

پاسخ: گزینه ۱

گروه آموزشی ماز

۴۲- شخصی یک تکه سنگ ۱۰۰ گرمی را از زمین برداشته و با تندی  $16 \frac{m}{s}$  از ارتفاع  $1/5$  متری سطح زمین به سمت چراغی در ارتفاع ۶ متری از سطح

زمین پرتاب می‌کند. اگر سنگ با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به چراغ برخورد کند، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

-۷/۸ (۴)

-۴/۵ (۳)

-۳/۳ (۲)

-۱/۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

انرژی درونی و مکانیکی

همان‌طور که می‌دانیم، در صورتی که نیروهای غیرپایستار مانند نیروی مقاومت هوا و اصطکاک در مسئله وجود نداشته‌اند، انرژی مکانیکی پایسته می‌ماند. در این درس‌نامه می‌خواهیم ببینیم در حضور این نیروها، انرژی مکانیکی چگونه تغییر خواهد کرد. به نکات زیر توجه کنید.

۱- کار نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا منفی است. این کار باعث کاهش یافتن انرژی مکانیکی جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر:

$$E_2 - E_1 = W_f$$

با توجه به این‌که علامت کار منفی است،  $E_2$  کوچک‌تر از  $E_1$  می‌باشد.

۲- انرژی مکانیکی که جسم از دست می‌دهد صرف افزایش انرژی درونی محیط و جسم می‌شود؛ به عبارت دیگر تغییرات انرژی درونی محیط و جسم برابر  $E_1 - E_2$  خواهد بود.

روش اول:

طبق قانون پایستگی انرژی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) = (mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2) - (mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (0/1 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 0/1 \times 100) - (0/1 \times 10 \times 1/5 + \frac{1}{2} \times 0/1 \times 16^2)$$

$$\Rightarrow W_f = (6 + 5) - (1/5 + 12/8) = -3/3 J$$

۱۴۰۴-۰۵

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توانیم بنویسیم:

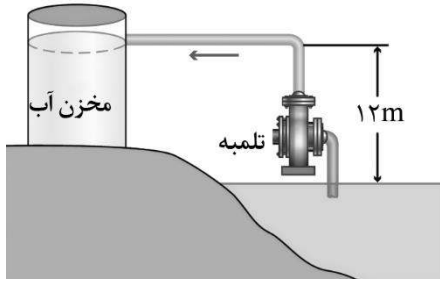
$$W_t = \Delta K \rightarrow \frac{W_t = W_{mg} + W_f}{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)} \rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{W_{mg} = -mg\Delta h = -0.1 \times 10 \times (6 - 1/5) = -4/5 J}{m = 0.1 kg, v_1 = 16 \frac{m}{s}, v_2 = 10 \frac{m}{s}} \rightarrow -4/5 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (100 - 256) = -7/8$$

$$\Rightarrow W_f = -3/2 J$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، توان ورودی تلمبه برقی، ۴ کیلووات است و در هر دقیقه یک متر مکعب آب با چگالی  $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$  را با تندی  $12 \frac{m}{s}$  وارد مخزن می کند.



بازده این تلمبه چند درصد است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

- ۲۰ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۸۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

چگالی آب  $1 \frac{g}{cm^3}$  یا همان  $1000 \frac{kg}{m^3}$  است؛ بنابراین، جرم هر یک متر مکعب آب برابر  $1000 kg$  است.

در تلمبه برقی ذکر شده، انرژی الکتریکی، انرژی ورودی و مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آب، انرژی خروجی است؛ بنابراین:

$$E_{\text{خروجی}} = |\Delta U| + |\Delta K| = mg|\Delta h| + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow E_{\text{خروجی}} = 1000 \times 10 \times 12 + \frac{1}{2} \times 1000 \times (12^2 - 0^2) = 192000 J$$

$$E_{\text{ورودی}} = P_{\text{ورودی}} \times \Delta t = 4000 \times 60 = 240000 J$$

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{192000}{240000} \times 100 = 80\%$$

کنکور سراسری ریاضی ۱۳۹۹

پمپ آبی در هر دقیقه ۳ مترمکعب آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد،

بازده پمپ چند درصد است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ ,  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

- ۷۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۳۰ (۴)

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار پمپ را به دست می‌آوریم:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2 = K_1} W_{\text{پمپ}} = -W_{mg}$$

$$\rightarrow W_{\text{پمپ}} = -(-mg\Delta h) = +\rho V g \Delta h$$

$$\rightarrow W_{\text{پمپ}} = +1 \times 10^3 \times 3 \times 10 \times 24 = 7/2 \times 10^5 J$$

گام دوم: توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{7/2 \times 10^5}{60} = 1/2 \times 10^4 W = 12 kW$$

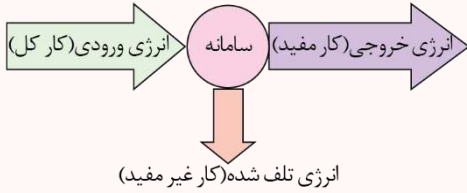
گام سوم: بازده پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{12}{20} \times 100 = 60\%$$

راندمان (بازده)

$$Ra = \frac{\text{انرژی مفید (خروجی)}}{\text{انرژی کل (ورودی)}} \times 100 = \frac{\text{توان مفید (خروجی)}}{\text{توان کل (ورودی)}} \times 100$$

✓ بازده یکا ندارد و درصد آن همواره کوچکتر مساوی ۱۰۰ است.



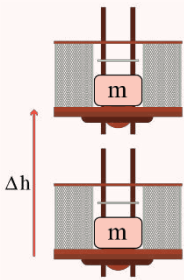
ماشین آرمانی:  $Ra = 100\%$

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{غیرمفید}}$$

انواع توان

- ۱- توان کل (توان ورودی): توانی که به دستگاه می‌دهیم تا برای ما کار انجام دهد. ✓ وقتی گفته می‌شود توان دستگاه مثلاً ۲۰۰ وات است، منظور توان کل دستگاه است. ✓ توان کل اصولاً روی دستگاه نوشته می‌شود.
- ۲- توان غیرمفید (توان تلف‌شده در داخل دستگاه): این توان داخل دستگاه به صورت گرما و ... تلف می‌شود و صرف هدف اصلی دستگاه نمی‌شود.
- ۳- توان مفید (خروجی): این توان از دستگاه خارج شده و صرف هدف اصلی دستگاه می‌شود. این توان را در عمل و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t}$$



$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

نحوه محاسبه توان مفید بالابر و پمپ

کار مفیدی که بالابر و پمپ بر روی جسم انجام می‌دهند، صرف افزایش انرژی مکانیکی جسم می‌شود، بنابراین:

✓ در اکثر سؤالات، تندی جسم تغییر نمی‌کند (مثلاً جسم در ابتدا و انتها ساکن است). در این حالت تغییر انرژی جنبشی جسم، صفر است و کار مفید برابر تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{mg\Delta h}{\Delta t} \quad \text{: توان مفید پمپ (بالابر)}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- ریل‌های ۱۰ متری راه‌آهنی را در یک روز زمستانی با دمای  $10^{\circ}\text{C}$  - به دنبال هم کار می‌گذارند. اگر دما در تابستان تا  $40^{\circ}\text{C}$  بالا رود، از ابتدا (در دمای

$10^{\circ}\text{C}$  -) حداقل چند میلی‌متر باید فاصله بین ریل‌ها خالی بماند تا ریل‌ها در اثر انبساط حرارتی به هم فشار نیابند؟ ( $\alpha_{\text{آهن}} = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

۶ (۴)

۵ (۳)

۴/۸ (۲)

۳/۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به تغییرات دما، حداقل فاصله ریل‌ها برابر است با:

$\Delta L = ?$  ،  $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  ،  $\Delta\theta = 50^{\circ}\text{C}$  : افزایش دما و  $L_1 = 10 \text{ m}$  : طول هر ریل

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \Delta L = 10 \times (12 \times 10^{-6}) \times 50 = 6 \times 10^{-3} \text{ m} = 6 \text{ mm}$$

تعبیر

وقتی می‌خواهیم حداقل فاصله بین ریل‌ها را به دست آوریم باید حداکثر میزان تغییر دما را لحاظ کنیم.

کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۳

۶۹- یک بزرگراه از قطعه‌های بتونی به طول ۲۰ متر ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای  $10^{\circ}\text{C}$  ، بتون‌ریزی شده‌اند. برای جلوگیری از تاب برداشتن بتون در دمای

$40^{\circ}\text{C}$  ، مهندسان باید چه فاصله‌ای برحسب میلی‌متر را بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ ( $\alpha_{\text{بتون}} = 1/4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ )

۸/۴ (۴)

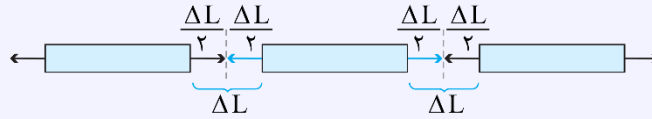
۳/۲ (۳)

۵/۶ (۲)

۶/۲ (۱)



پاسخ تشریحی:



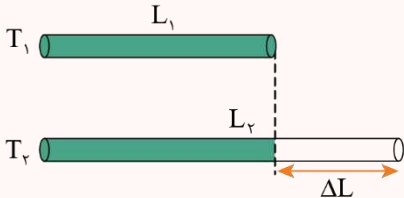
با توجه به شکل متوجه می‌شویم که فاصله بین هر دو قطعه بتون به اندازه تغییر طول یک بتون یعنی  $\Delta L$  می‌باشد:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \Delta L = 20 \times 10^3 \times 1/4 \times 10^{-5} \times (40 - 10)$$

$$\Rightarrow \Delta L = 8/4 \text{ mm}$$

پاسخ: گزینه ۴

انبساط طولی (خطی)



$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$$

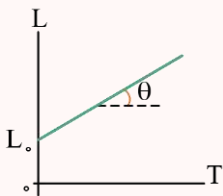
$$L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

عوامل مؤثر بر انبساط طولی:

- هرچه طول اولیه میله بزرگتر باشد به ازای یک تغییر دمای مشخص افزایش طول بیشتر خواهد بود.
- هرچه تغییر دمای میله فلزی بیشتر باشد افزایش طول بیشتر است.
- اگر دمای دو میله هم‌اندازه که جنس‌های آن‌ها باهم متفاوت است را به یک اندازه افزایش دهیم میزان افزایش طول آن‌ها متفاوت بوده و میله با ضریب انبساط طولی بزرگتر، افزایش طول بیشتری خواهد داشت.

عوامل مؤثر بر ضریب انبساط طولی:

- جنس ماده
- دما: به دلیل وابستگی کم ضریب انبساط طولی با دما، در محاسبات معمولی این اثر نادیده گرفته می‌شود.
- توجیه انبساط گرمایی مبتنی بر دیدگاه میکروسکوپی است.
- جامدات: با افزایش دمای جامد فاصله متوسط بین اتم‌ها افزایش می‌یابد.
- مایعات: با افزایش دما حرکت کاتوره‌ای اتم‌ها و مولکول‌ها بیشتر می‌شود و این افزایش حرکت باعث دور شدن اتم‌ها و مولکول‌ها از هم می‌شود. نمودار طول یک میله فلزی بر حسب دما:



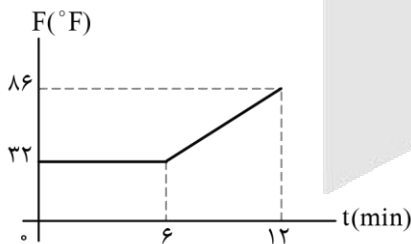
$$\tan \theta = L_0 \alpha$$

$$= L_0 \text{ عرض از مبدأ}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- مخلوطی از آب و یخ به جرم ۴kg با آهنگ ثابت گرما دریافت می‌کند. اگر نمودار دمای این مجموعه بر حسب زمان به شکل زیر باشد، جرم آب موجود

در مخلوط آب و یخ اولیه چند گرم بوده است؟ ( $L_F = 336 \frac{J}{g}$ ,  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ )

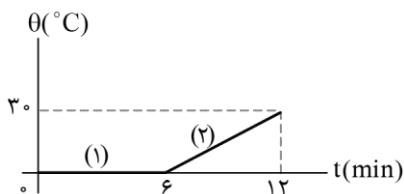


- ۲۵۰۰
- ۱۲۵۰
- ۶۲۵
- ۳۱۲/۵

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نمودار را به صورت  $\theta - t$  رسم می‌کنیم:



$$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Rightarrow \begin{cases} 32 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 0 \\ 86 = \frac{9}{5} \theta_2 + 32 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ\text{C} \end{cases}$$

حال داریم:

گرمایی که یخ در نقطه ذوب دریافت کرده تا ذوب شود:  $Q_1$   
 گرمایی که ۴kg آب صفر درجه سلسیوس دریافت کرده تا دمای آن به  $30^\circ\text{C}$  برسد:  $Q_2$



$$Q = Pt \xrightarrow{P \text{ ثابت}} Q_1 = Q_2$$

$t_1 = t_2 = 6 \text{ min}$

حالا جرم آب اولیه را  $m$  در نظر می‌گیریم:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_{\text{یخ}} L_F = m' c \Delta \theta \Rightarrow (4 - m) \times 336 = 4 \times 4 / 2 \times 30$$

$$\Rightarrow (4 - m) \times 80 = 4 \times 30 \Rightarrow (4 - m) \times 20 = 30$$

$$\Rightarrow 80 - 20m = 30 \Rightarrow 20m = 50 \Rightarrow m = 2.5 \text{ kg} \Rightarrow m = 250 \text{ g}$$

### تعبیر

در صورت سؤال منظور از آهنگ ثابت گرما، ثابت بودن توان است.

### استراتژی حل

با توجه به نمودار، تا لحظه  $t = 6 \text{ min}$  دمای مجموعه  $0^\circ\text{C}$  مانده که نشان می‌دهد شما باید اول یخ  $0^\circ\text{C}$  را به آب  $0^\circ\text{C}$  برسانید و در مجموع  $4 \text{ kg}$  آب  $0^\circ\text{C}$  داشته باشید. سپس در 6 دقیقه بعدی،  $4 \text{ kg}$  آب  $0^\circ\text{C}$  را به  $4 \text{ kg}$  آب  $30^\circ\text{C}$  برسانید.

### تغییر حالت اجسام

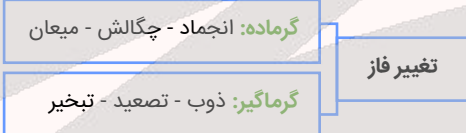
در این بخش به بررسی تغییر حالت جسم در اثر گرما می‌پردازیم.

#### گرمای تغییر حالت:

در این حالت، گرمایی که جسم می‌گیرد یا از دست می‌دهد باعث تغییر دمای آن نمی‌شود، بلکه باعث تغییر فاز (حالت) آن خواهد شد. طر‌ح‌واره زیر تغییر حالت‌هایی که ممکن است رخ دهند را نشان می‌دهد.



**نکته:** تغییر فازها می‌توانند گرماگیر ( $Q > 0$ ) یا گرماده ( $Q < 0$ ) باشند.



### ذوب و انجماد:

در فرایند ذوب، جسم جامد گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از جامد به مایع تغییر کند. گرما در این حالت برابر است با:

$$Q_F = +mL_F \quad L_F \text{ یکای: } \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

در رابطه بالا،  $L_F$  گرمای نهان ویژه ذوب و انجماد است که وابسته به جنس ماده است.

**گرمای نهان ویژه ذوب:** مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از جامد می‌گیرد تا بدون تغییر دما به مایع تبدیل شود.

در فرایند انجماد، جسم مایع گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به جامد تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای ذوب است.

$$Q_{\text{انجماد}} = -mL_F \quad Q_{\text{انجماد}} < 0$$

### مثال

به  $2 \text{ kg}$  یخ با دمای  $-20^\circ\text{C}$ ، چند ژول گرما دهیم تا به آب با دمای  $80^\circ\text{C}$  تبدیل شود؟ ( $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ،  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ،  $c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ )

#### پاسخ تشریحی:

خب از این‌جا به بعد مسائل می‌تونن هم گرمای تغییر دما باشن و هم گرمای تغییر حالت، پس باید به نوبت این‌ها محاسبه بشن... مطابق شکل زیر می‌تونیم گرمای مورد نیاز را به دست آوریم.



$$Q_1 = mc_{\text{یخ}} \Delta \theta = 2 \times 2100 \times 20 = 20 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_F = 2 \times 336000 = 160 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_3 = mc_{\text{آب}} \Delta \theta = 2 \times 4200 \times 80 = 160 \times 4200 \text{ J}$$

$$\rightarrow Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 340 \times 4200 \text{ J}$$

۱۴۰۴-۰۵

**تبخیر و میعان:**

در فرایند تبخیر، جسم مایع گرما می‌گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به بخار (گاز) تغییر کند. دقت کنید که تبخیر در هر دمایی می‌تواند رخ دهد. برای محاسبه گرمای تبخیر داریم:

$$Q_V = mL_V \quad L_V \text{ یکای: } \frac{J}{kg}$$

در رابطه بالا،  $L_V$  گرمای نهان ویژه تبخیر و میعان است که وابسته به جنس ماده و دمای آن است.

**گرمای نهان ویژه تبخیر:** مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از مایع می‌گیرد تا بدون تغییر دما به بخار تبدیل شود.

در فرایند میعان که برعکس تبخیر است، جسم گرما از دست می‌دهد تا در دمای ثابت از گاز به مایع تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای تبخیر است و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q_{\text{میعان}} = -mL_V \quad Q_{\text{میعان}} < 0$$



به عنوان آخرین نکته، فرض کنید به جسم جامدی گرما بدهیم تا دمای آن بالا برود، سپس ذوب شود، دوباره دمای آن بالا برود و در نهایت بخار شود.

نمودار تغییرات دمای آن برحسب گرمای گرفته شده به شکل مقابل خواهد شد:

اگر جسم با کمک یک گرمکن رسم شود، این نمودار را می‌توان برحسب زمان نیز رسم کرد.

**گروه آموزشی ماز**

۴۶- به دو کره توپُر آلومینیمی A و B، به ترتیب ۵kJ و ۲۰kJ گرما می‌دهیم. اگر افزایش دمای کره A، دو برابر افزایش دمای کره B باشد، شعاع کره B چند برابر شعاع کره A است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$       (۲)  $\sqrt{2}$       (۳) ۴      (۴) ۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا نسبت جرم کره B به جرم کره A را حساب می‌کنیم. طبق رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  داریم:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A} \Rightarrow \frac{20}{5} = \frac{m_B}{m_A} \times 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = 8$$

بنابراین با توجه به این که هر دو کره از جنس آلومینیم هستند، نسبت حجم B به A هم برابر با ۸ است. حالا نسبت شعاع کره B به شعاع کره A را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 = 8 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

**گروه آموزشی ماز**

۴۷- کدام مورد همرفت طبیعی است؟

- (۱) سیستم خنک کننده موتور اتومبیل
- (۲) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن
- (۳) سیستم گرم کننده مرکزی در ساختمان‌ها
- (۴) گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در بدن جانوران خونگرم

(آسان - حفظی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن نمونه‌ای از همرفت طبیعی است.

**گروه آموزشی ماز**

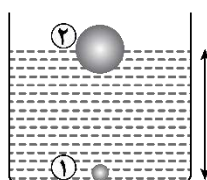
۴۸- حجم حباب‌های هوا در رسیدن از ته یک دریاچه تا سطح آب ۴ برابر می‌شود. اگر دمای آب ثابت فرض شود، عمق آب تقریباً چند متر است؟ (فشار هوا

$$1.05 \text{ Pa}, \text{ چگالی آب } 1000 \frac{kg}{m^3} \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg} \text{ فرض شود.})$$

- (۱) ۴۰      (۲) ۳۰      (۳) ۴      (۴) ۳

(متوسط - محاسباتی/ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$\text{رابطه (*) } P_1 = P_0 + \rho gh \Rightarrow P_1 = P_0 + 1000 \times 10 \times h$$

**گام اول:**

فشار مایعات با عمق از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$P_1 \times V_1 = P_2 (4V_1) \Rightarrow P_1 = 4P_2$$

$$4P_2 = P_2 + 10^4 h \Rightarrow 3P_2 = 10^4 h$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^5 = 10^4 h \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

با جایگذاری در رابطه (\*) داریم:

گروه آموزشی ماز

۴۹- در موتور درون سوز، در مرحله «ضربه قدرت»: پیستون ..... می رود و فشار و دمای گاز ..... می یابد.

(۴) بالا - افزایش

(۳) بالا - کاهش

(۲) پایین - افزایش

(۱) پایین - کاهش

(آسان - خط به خط / مفهومی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۱

نکته

ماشین بنزینی چرخه‌ای را طی می‌کند که شامل شش فرآیند است. از این شش فرآیند، چهار فرآیند همراه با حرکت پیستون‌اند که به آن‌ها ضربه می‌گویند. خلاصه ویژگی‌های این شش فرآیند در جدول زیر آمده است:

جهت حرکت پیستون	نوع فرآیند	وضعیت سوپاپ‌ها		نام فرآیند
		سوپاپ دریچه خروجی	سوپاپ دریچه ورودی	
↓	انبساط هم‌فشار	بسته	باز	ضربه مکش
↑	تراکم بی‌دررو	بسته	بسته	ضربه تراکم
ساکن	هم‌حجم	بسته	بسته	آتش گرفتن
↓	انبساط بی‌دررو	بسته	بسته	ضربه قدرت
ساکن	هم‌حجم	باز	بسته	تخلیه
↑	تراکم هم‌فشار	باز	بسته	ضربه خروج گاز

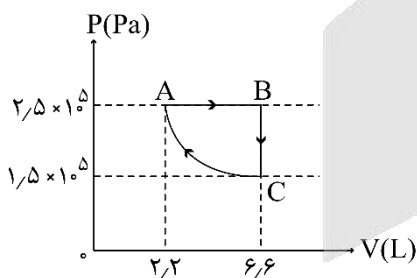
نکته

در فرآیندهای انبساط بی‌دررو، دما و فشار گاز، کاهش می‌یابد و در فرآیندهای تراکم بی‌دررو، دما و فشار گاز، افزایش می‌یابد.

با توجه به نکات فوق، گزینه (۱) درست است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار  $P-V$  ی مقدراری گاز آرمانی، مطابق شکل زیر است. کدام مورد در مقایسه انرژی درونی نقطه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  درست است؟



$$U_A = U_C = 3U_B \quad (1)$$

$$U_B = 3U_A = 3U_C \quad (2)$$

$$U_B = 3U_A = \frac{10}{3} U_C \quad (3)$$

$$U_B = 3U_A = \frac{5}{3} U_C \quad (4)$$

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

انرژی درونی گاز کامل متناسب با دمای مطلق آن است و چون طبق رابطه  $PV = nRT$ ، دمای مطلق گاز متناسب با  $PV$  است، می‌توان نتیجه گرفت انرژی درونی گاز نیز متناسب با  $PV$  است و برای مقایسه انرژی درونی در نقاط مختلف، کافی است حاصل  $PV$  را در این نقاط مقایسه کنیم.

$$U \propto PV$$

$$P_B V_B = 3P_A V_A \Rightarrow U_B = 3U_A$$

$$P_B V_B = \frac{5}{3} P_C V_C \Rightarrow U_B = \frac{5}{3} U_C$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ طبیعی بوده و شمار نوترون‌های موجود در ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی این عنصر، ..... برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی از اولین فلز موجود در جدول دوره‌ای است.

۰/۵ - ۳ (۴)

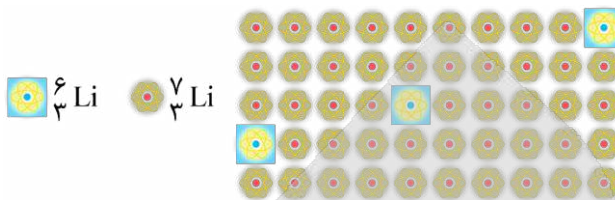
۰/۷۵ - ۳ (۳)

۰/۵ - ۲ (۲)

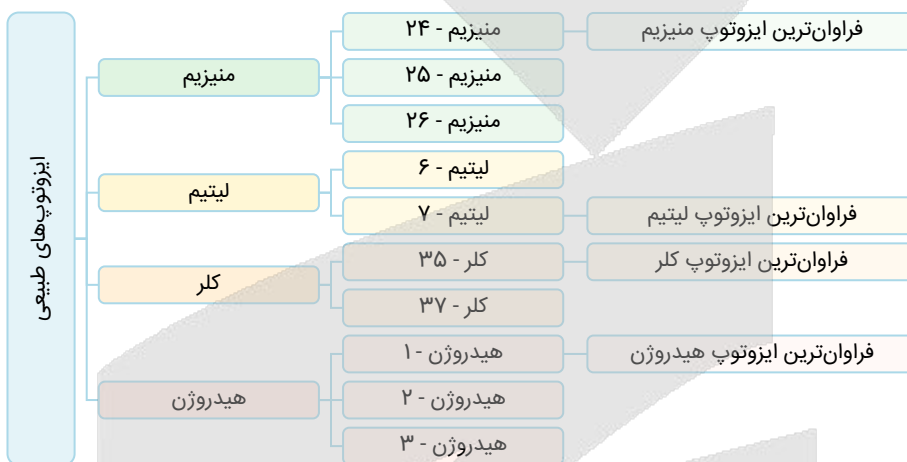
۰/۷۵ - ۲ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



از آنجا که فراوانی ایزوتوپ‌های مختلف با میزان پایداری این ایزوتوپ‌ها رابطه مستقیم دارد، می‌توان گفت پایداری ایزوتوپ  ${}^7\text{Li}$  بیشتر از ایزوتوپ  ${}^6\text{Li}$  است. در هسته هر اتم  ${}^7\text{Li}$ ، ۴ نوترون و ۳ پروتون در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نمودار زیر، نمایی از ایزوتوپ‌های مختلف برخی از عناصر را نشان می‌دهد:



توجه کنید که هر دو ایزوتوپ طبیعی لیتیم، به‌طور کلی پایدار هستند اما بین ایزوتوپ‌های پایدار هم اگر بخواهیم میزان پایداری را مقایسه کنیم، باید از مقایسه درصد فراوانی استفاده کنیم.

### کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

نسبت مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در  ${}^4\text{H}$  به مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در  ${}^2\text{H}$ ، چند برابر مجموع شمار ذره‌های زیراتمی در  ${}^1\text{H}$  است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

هیدروژن دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی و ۴ ایزوتوپ ساختگی است. ایزوتوپ  ${}^4\text{H}$  دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۴ نوترون است و در مجموع ۶ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ  ${}^2\text{H}$  دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۱ نوترون است و در مجموع ۳ ذره زیراتمی دارد. ایزوتوپ  ${}^1\text{H}$  دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۰ نوترون است و در مجموع ۲ ذره زیراتمی دارد. بنابراین نسبت خواسته شده برابر  $\frac{۲}{۸} = ۰/۲۵$  است.

### گروه آموزشی ماز

۵۲- اگر تعداد ذرات بدون بار در هر اتم از نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی برابر ۴۸ باشد، نسبت جرم الکترون‌ها به جرم هسته اتم این عنصر به تقریب کدام است؟ (جرم پروتون و نوترون را برابر با  $1\text{amu}$  در نظر بگیرید.)

$3/16 \times 10^{-3}$  (۴)

$2/18 \times 10^{-3}$  (۳)

$3/16 \times 10^{-4}$  (۲)

$2/18 \times 10^{-4}$  (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

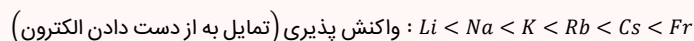
نوترون و پروتون، ذرات زیراتمی موجود در هسته بوده و الکترون، یک ذره زیراتمی خارج از هسته اتم است. آخرین عنصر موجود در تناوب چهارم، کریپتون با عدد اتمی ۳۶ است، پس بر این اساس می‌توان گفت نخستین عنصر دوره پنجم جدول تناوبی عدد اتمی ۳۷ دارد. این عنصر معادل با فلز روبیدیم است. در هسته هر اتم از این عنصر، ۳۷ پروتون و ۴۸ نوترون قرار گرفته است. از طرفی، می‌دانیم که جرم هر الکترون تقریباً  $0/0005$  برابر جرم هر نوترون و یا هر پروتون بوده و معادل با  $0/0005\text{amu}$  در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$\frac{\text{جرم الکترون‌ها}}{\text{جرم هسته}} = \frac{37 \times 0/0005 \text{ amu}}{(37 + 48) \times 1 \text{ amu}} = \frac{0/0185}{85} = 2/18 \times 10^{-4}$$



### فلزهای قلیایی

در گروه اول جدول دوره‌ای، عناصر لیتیم ( $Li$ )، سدیم ( $Na$ )، پتاسیم ( $K$ )، روبیدیم ( $Rb$ )، سزیم ( $Cs$ ) و فرانسیم ( $Fr$ ) وجود دارند. این عناصر اصطلاحاً به فلزهای قلیایی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در این گروه، شعاع اتمی آن‌ها افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:



آرایش الکترونی فلزهای قلیایی به زیرلایه  $ns^1$  ختم می‌شود. اتم‌های سازنده این عنصر با از دست دادن یک الکترون، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار  $X^+$  را تولید می‌کنند. به همین خاطر، این فلزها واکنش‌پذیری بسیار بالایی داشته و در طبیعت به حالت آزاد یافت نمی‌شوند. از آنجا که فلزهای قلیایی در اولین خانه هر تناوب قرار دارند، خاصیت فلزی این عناصر نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب با خود بیشتر است.

### گروه آموزشی ماز

۵۳- در یک نمونه از بخار  $N_2O_x$ ، مقدار  $0.02$  مول اتم نیتروژن و  $1.022 \times 10^{22}$  اتم اکسیژن وجود دارد.  $0.1$  مول از این ماده، چند گرم جرم دارد؟  
( $O = 16$  و  $N = 14 : g \cdot mol^{-1}$ )

۱۰/۸ (۴)

۶/۰ (۳)

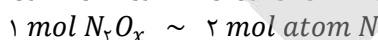
۹/۲ (۲)

۷/۶ (۱)

(آسان - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی ماده مورد نظر به صورت  $N_2O_x$  بوده و در ساختار هر مول از ماده مورد نظر، ۲ مول اتم نیتروژن وجود دارد. در این رابطه، می‌توان نوشت:



بر این اساس، شمار مول‌های  $N_2O_x$  را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } N_2O_x = 0.02 \text{ mol atom } N \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_x}{2 \text{ mol atom } N} = 0.01 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات بالا، می‌توان گفت  $0.01$  مول بخار  $N_2O_x$  در اختیار داریم. در قدم بعد، باید محاسبه کنیم که در این  $0.01$  مول از ماده مورد نظر، چند مول اتم اکسیژن وجود دارد. طبق فرض سؤال، تعداد اتم‌های اکسیژن برابر با  $1.022 \times 10^{22}$  عدد است. پس داریم:

$$? \text{ mol atom } O = 1.022 \times 10^{22} \text{ atom } O \times \frac{1 \text{ mol atom } O}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom } O} = 0.03 \text{ mol}$$

در  $0.01$  مول از ترکیب  $N_2O_x$ ، مقدار  $0.03$  مول اتم اکسیژن وجود دارد، پس می‌توان گفت در  $1$  مول از این ماده،  $3$  مول اتم اکسیژن وجود خواهد داشت. بر این اساس، مقدار  $x$  در واحد فرمولی این ماده برابر با  $3$  بوده و جرم مولی این ماده نیز برابر با  $76$  گرم بر مول می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } N_2O_3 = 0.01 \text{ mol } N_2O_3 \times \frac{76 \text{ g } N_2O_3}{1 \text{ mol } N_2O_3} = 0.76 \text{ g}$$

### کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گوگرد می‌تواند در شرایط معین با فلئوژ ترکیبی با فرمول شیمیایی  $SF_n$  تشکیل دهد. اگر  $2/92$  گرم از فرآورده،  $12/04 \times 10^{21}$  مولکول را در برداشته باشد،  $n$  کدام عدد است؟ ( $F=19$  ,  $S=32 : g \cdot mol^{-1}$ )

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

با توجه به اینکه جرم  $12/04 \times 10^{21}$  مولکول از  $SF_n$  معادل با  $2/92$  گرم است، جرم مولی (جرم یک مول) از آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g} = 1 \text{ mol} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{2/92 \text{ g}}{12/04 \times 10^{21} \text{ molecule}} = 146 \text{ g}$$

بنابراین جرم مولی  $SF_n$  برابر  $146$  گرم بر مول است که  $32$  گرم آن را گوگرد تشکیل داده است. بر این اساس تعداد اتم‌های فلئوژ در هر واحد فرمولی از این ترکیب برابر  $6$  است.

### گروه آموزشی ماز

۵۴- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) مجموع تعداد عناصر موجود در دسته  $p$  جدول دوره‌ای امروزی،  $0.9$  برابر تعداد عناصر دسته  $d$  است.
- (۲) عنصری که آرایش الکترونی آن به  $4p^3$  ختم می‌شود، در لایه سوم الکترونی خود هجده الکترون دارد.
- (۳) بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در یک اتم که دارای  $n$  لایه الکترونی کاملاً پر است، برابر  $n - 1$  می‌شود.
- (۴) الکترون برانگیخته، سطح انرژی بالایی داشته و برای آن، نشر نور مرئی تنها شیوه برای از دست دادن انرژی است.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

الکترون برانگیخته، نسبت به الکترون‌هایی که در حالت پایه قرار گرفته‌اند، سطح انرژی بالاتری داشته و با از دست دادن انرژی اضافی خود، می‌تواند به لایه‌های الکترونی پایین‌تر منتقل شود. توجه داریم که برای الکترون، نشر نور (پرتوهای مرئی مثل نور سبز، آبی و ... و یا پرتوهای نامرئی مثل فرابنفش و فرسرخ) مناسب‌ترین شیوه برای از دست دادن انرژی است، اما این روش، تنها شیوه برای از دست دادن انرژی نیست.

دسته  $p$  جدول دوره‌ای، در تناوب‌های دوم تا هفتم قرار داشته و گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۶ گروه آخر از ۶ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۳۶ عدد است. دسته  $d$  جدول دوره‌ای نیز در تناوب‌های چهارم تا هفتم قرار داشته و گروه‌های ۳ تا ۱۲ از این تناوب‌ها را اشغال می‌کند، پس می‌توان گفت این عناصر در ۱۰ گروه از ۴ تناوب جدول دوره‌ای قرار داشته و تعداد آن‌ها برابر با ۴۰ عدد است. با توجه به توضیحات داده شده، مجموع تعداد عناصر موجود در دسته  $p$  جدول دوره‌ای امروزی،  $0/9$  برابر تعداد عناصر دسته  $d$  است. در تمام عناصر دسته  $p$  در دوره چهارم (عنصری با عدد اتمی ۳۱ تا ۳۶ که از گالیم شروع شده و به کریپتون ختم می‌شوند)، زیرلایه  $3d$  کاملاً پر شده است؛ بنابراین این عنصرها در لایه سوم خود ۱۸ الکترون دارند. آرایش الکترونی لایه سوم در این اتم‌ها به صورت زیر است:

$$3s^2 3p^6 3d^1$$

عدد کوانتومی اصلی را با  $n$  و عدد کوانتومی فرعی را با  $l$  نمایش می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی می‌تواند شمار الکترون‌های هر زیرلایه را تعیین کند. محدوده مجاز عدد کوانتومی فرعی به صورت زیر است:

$$l = 0, 1, \dots, (n - 1)$$

با توجه به توضیحات بالا، بیشترین مقدار عدد کوانتومی فرعی در هر لایه الکترونی برابر با  $n - 1$  است.

### ساختار لایه‌ای اتم‌ها

اتم ساختار لایه‌ای داشته و الکترون‌ها در لایه‌های پیرامون هسته قرار می‌گیرند. برای مشخص کردن لایه‌های الکترونی از عدد کوانتومی اصلی که با نماد  $n$  نشان داده می‌شود، استفاده می‌کنیم. اعداد کوانتومی مختلف، به شرح زیر هستند:

$$n = 1, 2, 3, \dots \text{ عدد کوانتومی اصلی (n)}$$

هر لایه الکترونی از بخش‌های کوچک‌تری به نام زیرلایه تشکیل شده است. به هر زیرلایه یک عدد کوانتومی فرعی با نماد  $l$  نسبت می‌دهند. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های مختلف به شرح زیر خواهد بود:

$$l = 0, 1, \dots, n - 1 \text{ عدد کوانتومی فرعی (l)}$$

عدد کوانتومی اصلی ( $n$ )، تعداد زیرلایه‌های یک لایه را نیز مشخص می‌کند. به کمک مقدار  $n$ ، حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه را می‌توان محاسبه کرد. برای محاسبه گنجایش الکترونی لایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$2n^2 = \text{حداکثر گنجایش الکترونی لایه } n$$

به کمک عدد کوانتومی فرعی ( $l$ ) هر زیرلایه، حداکثر گنجایش الکترونی آن زیرلایه را می‌توان به دست آورد. برای محاسبه گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$2(2l + 1) = \text{حداکثر گنجایش الکترونی یک زیرلایه}$$

همان‌طور که مشخص است، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.

### گروه آموزشی ماز

۵۵- شمار الکترون‌های ظرفیتی در ساختار  $11/2$  گرم فلز آهن، با شمار الکترون‌های ظرفیتی در چند گرم کربن برابر است؟

$$(Fe = 56 \text{ و } C = 12 : g \cdot mol^{-1})$$

۴/۸ (۴)

۹/۶ (۳)

۷/۲ (۲)

۲/۴ (۱)

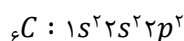
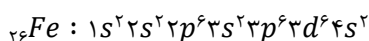
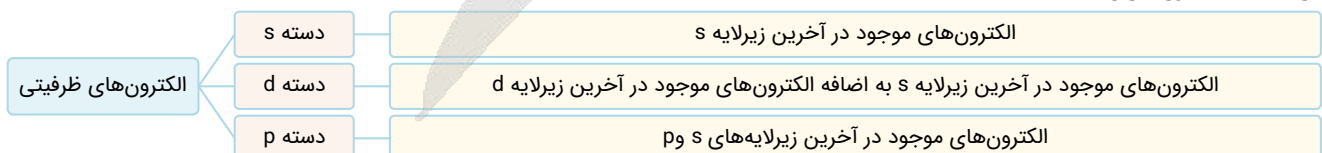
(آسان - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

به‌طور کلی، چون عناصر هم‌گروه تعداد الکترون ظرفیتی برابری دارند، می‌توان گفت خواص مختلف عنصری که در یک گروه مشابه قرار می‌گیرند، شبیه به هم است. به‌عنوان مثال، آلومینیم و گالیم خواص نسبتاً مشابهی نسبت به هم دارند. شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصری که در گروه‌های مختلف جدول دوره‌ای قرار می‌گیرند به شرح زیر است:

۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	گروه
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	تعداد الکترون ظرفیتی

توجه داریم که در عناصر دسته  $d$ ، الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های  $s$  و  $d$  آخر، الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند. الکترون‌های ظرفیتی موجود در عناصر مختلف، به صورت زیر هستند:



آرایش الکترونی عناصر آهن و کربن به صورت مقابل است:

در آرایش الکترونی این عناصر، به ترتیب الکترون‌های  $3d^6 4s^2$  و  $2s^2 2p^2$  الکترون‌های ظرفیتی را تشکیل می‌دهند، پس می‌توان گفت در ساختار هر اتم آهن و کربن، به ترتیب ۸ و ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد. بر این اساس، داریم:

$$\text{ظرفیتی } 11/2 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{8 \text{ mol e}}{1 \text{ mol Fe}} = 1/6 \text{ mol e}$$

در قدم بعد، باید جرمی از کربن را محاسبه کنیم که حاوی ۱/۶ مول الکترون ظرفیتی است. بر این اساس، داریم:

$$? g C = \frac{1}{6} mol e \times \frac{1 mol C}{4 mol e \text{ ظرفیتی}} \times \frac{12 g C}{1 mol C} = 4/8 g$$

### گروه آموزشی ماز

۵۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) بین سیاره‌های موجود در سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.
- (۲) پایین‌ترین دمای هوا در طول کل ضخامت هواکره موجود در اطراف زمین، در انتهای لایه تروپوسفر وجود دارد.
- (۳) اکسیژن، در ساختار همه مولکول‌های زیستی وجود داشته و به صورت یون  $O^+$  نیز در هواکره یافت می‌شود.
- (۴) اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع از آن خارج می‌شود، در ساختار خود یک پیوند سه‌گانه دارد.

پاسخ: گزینه ۲

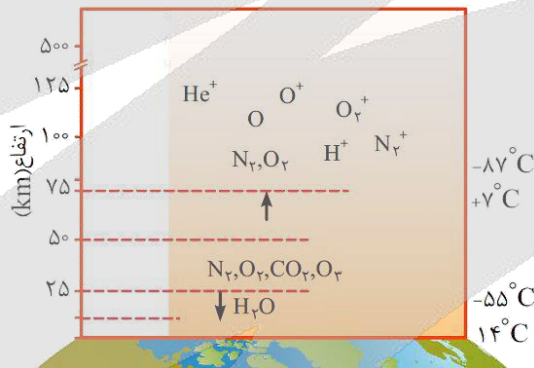
(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

در طول لایه تروپوسفر زمین، دمای هوا مرتباً به اندازه ۶ درجه به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع کاهش پیدا می‌کند تا در نهایت، در انتهای این لایه به ۵۵- درجه سانتی‌گراد می‌رسد. پس از آن، با افزایش ارتفاع، دمای هوا شروع به افزایش می‌کند تا به دمای ۷ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. بعد از آن، دمای هوا مجدداً شروع به کاهش یافتن می‌کند و در ارتفاع حدود ۷۵ کیلومتری از سطح زمین، دما به ۸۷- درجه سانتی‌گراد می‌رسد. توجه داریم که در این محدوده از هواکره، دما پایین‌تر از دما در انتهای لایه تروپوسفر است.

### پرسی سایر گزینه‌ها:

۱ در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند. این اتمسفر، مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است. این مخلوط گازی، به رنگ فیروزه‌ای دیده می‌شود. جاذبه زمین، این گازها را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آنها از اتمسفر می‌شود. از سوی دیگر، انرژی گرمایی (انرژی جنبشی) مولکول‌ها سبب می‌شود تا آنها پیوسته در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

۳ اتم‌های اکسیژن، در ساختار همه مولکول‌های زیستی (مولکول‌هایی که در بدن جانوران ساخته و یا مصرف می‌شوند) از جمله پروتئین‌ها، آمینواسیدها، روغن‌ها، کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها وجود دارد. این عنصر به صورت یون  $O^+$  نیز در لایه‌های بالایی هواکره یافت می‌شود. تصویر زیر، برخی از یون‌های موجود در لایه‌های بالایی هواکره را نشان می‌دهد:



۴ بین اجزای موجود در هوای مایع، نیتروژن دارای پایین‌ترین دمای جوش است، پس اولین گازی که با افزایش دمای هوای مایع (نمونه هوا با دمای ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد) از آن خارج می‌شود، گاز نیتروژن است. دمای جوش این گاز، برابر با ۱۹۶- درجه سانتی‌گراد است. نیتروژن در ساختار مولکولی خود دارای یک پیوند سه‌گانه  $N \equiv N$  است.

### گروه آموزشی ماز

۵۷- کدام ماده در واکنش با آب، محلولی با  $pH > 7$  را ایجاد کرده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی این ماده، کدام است؟

- (۱) منیزیم اکسید - ۲
- (۲) سدیم اکسید - ۱/۵
- (۳) گوگرد دی‌اکسید - ۱/۵
- (۴) دی‌نیتروژن پنتاکسید - ۲/۵

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

اکسیدهای فلزی در واکنش با آب، محلول‌هایی با  $pH > 7$  را ایجاد می‌کنند. این مواد در واکنش با آب، غلظت یون هیدروکسید را در محلول مورد نظر افزایش می‌دهند. منیزیم اکسید و سدیم اکسید، از جمله اکسیدهای بازی هستند که فرمول شیمیایی آنها به ترتیب به صورت  $MgO$  و  $Na_2O$  است. نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در واحد فرمولی این دو ماده به ترتیب برابر با ۱ و ۱/۵ است. توجه داریم که اکسیدهای نافلزی در واکنش با آب، محلول‌هایی اسیدی با  $pH < 7$  را ایجاد می‌کنند. این مواد در واکنش با آب، غلظت یون هیدروژن را در محلول مورد نظر افزایش می‌دهند. کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، نمونه‌هایی از اکسیدهای اسیدی هستند.

### گروه آموزشی ماز



۵۸- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با واکنش انجام شده در فرایند هابر درست است؟

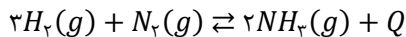
- الف - این واکنش، همانند واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، برگشت پذیر است.  
 ب - کاتالیزگر این واکنش برخلاف عنصرهای واکنش دهنده در آن، از عناصر دسته  $d$  جدول تناوبی است.  
 ج - واکنش دهنده این فرایند با جرم مولی بیشتر، در نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی کاربرد دارد.  
 د - فرآورده آن، نقطه جوش بیشتری نسبت به واکنش دهنده‌ها داشته و به‌عنوان کود، مستقیماً به خاک تزریق می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

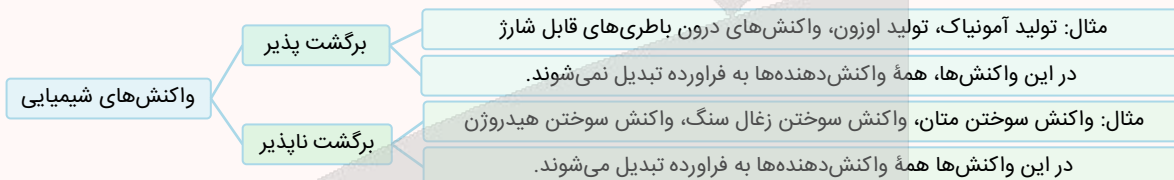
واکنش انجام شده برای تولید آمونیاک در فرایند هابر به‌صورت زیر است:



واکنش کلی انجام شده در فرایند هابر، برگشت پذیر و گرماده بوده و در شرایط بهینه انجام می‌شود. شرایط بهینه برای انجام این واکنش، دمای  $450^\circ C$ ، فشار ۲۰۰ اتمسفر و استفاده از کاتالیزگر آهن است. چون واکنش برگشت پذیر است، مخلوطی از سه گاز هیدروژن، نیتروژن و آمونیاک در ظرف واکنش وجود دارد. بر این اساس، همه عبارتهای داده شده درست است.

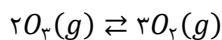
### واکنش‌های شیمیایی برگشت پذیر و برگشت ناپذیر

به‌طور کلی، واکنش‌های شیمیایی را به دو دسته برگشت پذیر و برگشت ناپذیر (یک طرفه) دسته‌بندی می‌کنند. واکنش برگشت پذیر، واکنشی است که در آن مولکول‌های فرآورده نیز می‌توانند با هم واکنش داده و واکنش دهنده‌های فرایند را تولید کنند. در این رابطه، داریم:



### بررسی موارد:

«الف»: واکنش تبدیل گاز اوزون به گاز اکسیژن، برگشت پذیر بوده و گرماده است. واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:



فرایند هابر نیز یک واکنش گرماده است.

«ب»: واکنش دهنده‌های واکنش در جهت رفت، گازهای نیتروژن و هیدروژن هستند. دو عنصر هیدروژن و نیتروژن به‌ترتیب مربوط به دسته  $s$  و  $p$  جدول تناوبی هستند. کاتالیزگر واکنش، آهن بوده و متعلق به دسته  $d$  جدول دوره‌ای است.

«ج»: واکنش دهنده‌های واکنش در جهت رفت، گازهای نیتروژن و هیدروژن هستند. گاز نیتروژن ( $N_2$ )، جرم مولی بیشتری نسبت به هیدروژن ( $H_2$ ) دارد. از گاز نیتروژن می‌توان برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی استفاده کرد.

### گاز نیتروژن

گاز نیتروژن، گازی با واکنش پذیری اندک در هواکره بوده و به‌جو بی‌اثر شهرت دارد. این گاز، از مولکول‌های ناقصی و دواتمی تشکیل شده است. از این گاز

- برای بسته‌بندی مواد خوراکی
- پر کردن تایر خودروها
- انجماد مواد غذایی در صنعت سرما سازی
- نگهداری انواع نمونه‌های بیولوژیک در پزشکی
- ماده اولیه برای تهیه آمونیاک استفاده می‌شود.

«د»: نقطه جوش سه گاز آمونیاک، هیدروژن و نیتروژن را در جدول زیر مشاهده می‌کنید:

نام ماده	هیدروژن	نیتروژن	آمونیاک
نقطه جوش (درجه سانتی‌گراد)	-۲۵۳	-۱۹۶	-۳۴

نقطه جوش (دمایی که در آن یک ماده به جوش آمده و از حالت مایع به حالت گاز درمی‌آید) گاز آمونیاک بسیار بیشتر از نقطه جوش دو گاز هیدروژن و نیتروژن است. از همین قضیه برای جدا کردن گاز آمونیاک از سایر گازها در فرایند هابر استفاده می‌شود. کشاورزان کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار را به خاک می‌افزایند. یکی از این کودها، آمونیاک بوده و به‌طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۵۹- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، نسبت میان شمار اتم‌ها به شمار عناصر نسبت به سایر ترکیب‌ها بیشتر است؟

- (۱) آلومینیم سولفات (۲) آهن (III) نیترات (۳) کلسیم هیدروکسید (۴) مس (I) کربنات



فرمول شیمیایی سدیم نیترات به صورت  $NaNO_3$  است. در واحد فرمولی این ترکیب یونی، یک یون سدیم وجود دارد. طبق فرض سؤال، در محلول ۱۴۲ گرمی اولیه، ۴/۶ گرم یون سدیم وجود دارد. بر این اساس، جرم سدیم نیترات موجود در محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$? g NaNO_3 = 4/6 g Na^+ \times \frac{1 mol Na^+}{23 g Na^+} \times \frac{1 mol NaNO_3}{1 mol Na^+} \times \frac{85 g NaNO_3}{1 mol NaNO_3} = 17 g$$

در محلول ۱۴۲ گرمی، مقدار ۱۷ گرم نمک سدیم نیترات وجود دارد. در رابطه با این محلول، داریم:

$$142 g \text{ محلول} \rightarrow \begin{cases} 17 g \text{ نمک} \\ 125 g \text{ آب} \end{cases}$$

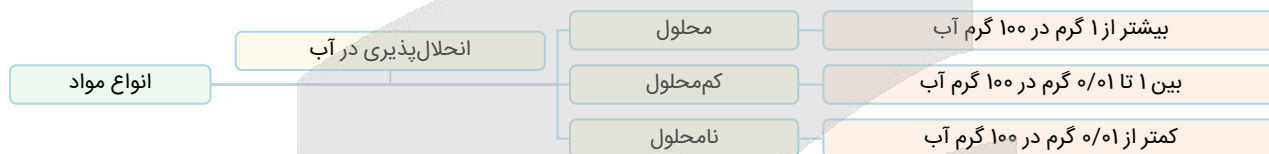
شیمی‌دان‌ها بیشترین مقدار از یک حل‌شونده که در دمای معین در ۱۰۰ گرم حلال حل می‌شود را **انحلال‌پذیری** آن ماده می‌نامند. در این عبارت، واژه «بیشترین» نشان‌دهنده رسیدن محلول به حالت سیرشده است. محلول سیرشده، محلولی است که نمی‌تواند حل‌شونده بیشتری را در خود حل کند و در صورت افزودن مقدار بیشتر حل‌شونده به آن، حل‌شونده مورد نظر به صورت رسوب درآمده و در ته ظرف ته‌نشین می‌شود. برای محاسبه مقدار انحلال‌پذیری یک ماده حل‌شونده در یک محلول آبی سیرشده، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم نمک حل شده در محلول}}{\text{جرم آب (حلال) موجود در محلول}} \times 100$$

با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{17}{125} \times 100 = 13/6 g/100 g H_2O$$

نمودار زیر، دسته‌بندی انواع مواد را بر اساس مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها نشان می‌دهد:



### گروه آموزشی ماز

۶۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ذرات اتانول و اوزون، هر دو قطبی‌اند اما چون اوزون توانایی ایجاد پیوند هیدروژنی ندارد، نقطه جوش آن پایین‌تر است.
- با مجاورت میله شیشه‌ای مالیده شده به موی سر به باریکه آب، اتم  $H$  مولکول‌های آب به سمت میله جذب می‌شود.
- چون قدرت پیوندهای هیدروژنی در  $HF$  قوی‌تر از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش بالاتری دارد.
- بیش از نیمی از آب بدن، درون سلول‌ها و باقی آن در مایع‌های بیرون سلولی جریان دارد.

پاسخ: گزینه ۳

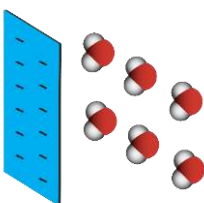
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

هرچند که قدرت پیوندهای هیدروژنی در  $HF$  قوی‌تر از آب است، اما چون تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از این ماده کمتر از تعداد پیوندهای هیدروژنی در یک نمونه از آب است، این ماده در مقایسه با آب دمای جوش پایین‌تری دارد. در واقع، در یک نمونه از هیدروژن فلوئورید، هر مولکول حداکثر ۲ پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند در حالی که بین مولکول‌های  $H_2O$  حداکثر ۴ پیوند هیدروژنی می‌تواند برقرار بشود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اتانول، همانند اوزون، از جمله مواد قطبی است. هرچند که جرم مولی اوزون (۴۸ گرم بر مول) از اتانول (۴۶ گرم بر مول) بیشتر است، اما چون بین مولکول‌های اوزون پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود، نقطه جوش این ماده ( $-112^\circ C$ ) از نقطه جوش اتانول ( $+78^\circ C$ ) کمتر است.

۲ چون خاصیت نافلزی اکسیژن بیشتر از هیدروژن است، در مولکول آب، اتم اکسیژن دارای بار جزئی منفی و اتم هیدروژن دارای بار جزئی مثبت خواهد شد. میله شیشه‌ای نیز از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، اما بر اثر مالش به موی خشک، دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد. در این شرایط، مولکول‌های آب از سمت سر مثبت خود (از سمت اتم هیدروژن) به سوی میله باردار جذب می‌شوند. تصویر زیر، نمایی از این فرایند را نشان می‌دهد:



۴

**اغلب** محلول‌های موجود در بدن انسان، محلول‌های آبی هستند. محلول‌هایی که بیشتر واکنش‌های شیمیایی درون بدن از جمله گوارش غذا، کنترل دمای بدن، تنفس، جلوگیری از خشکی پوست و ... در آن‌ها انجام می‌شود. با این توصیف بخش عمده جرم بدن انسان را آب تشکیل می‌دهد. بیش از نیمی از این آب در درون یاخته‌ها و باقی آن در مایع‌های برون سلولی جریان دارد. این مایع‌ها مواد مغذی و مواد زائد را بین سلول‌ها و دستگاه گردش خون جابه‌جا می‌کنند. هر فرد بالغ روزانه به‌طور میانگین ۱۵۰۰ تا ۳۰۰۰ میلی‌لیتر آب را به‌صورت ادرار، تعرق پوستی، بخار آب در بازدم و ... از دست می‌دهد. اگر این مقدار آب با خوردن مواد غذایی، میوه‌ها و نوشیدنی‌ها جبران نشود، بدن دچار کم‌آبی خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در یک بازه زمانی، میانگین ردپای آب برای هر فرد بسیار بیشتر از میانگین آب مصرفی آن فرد به‌طور مستقیم است.
- (۲) اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، برآیند جهت حرکت ذرات آب از غشاء تغییر نمی‌کند.
- (۳) با قرار دادن خیار در آب شور، مولکول‌های آب وارد یاخته‌های خیار شده و این میوه به تدریج متورم خواهد شد.
- (۴) حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها، برخلاف فلزهای سمی و میکروب‌های آب، توسط صافی کربن از آن جدا می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

همان‌طور که می‌دانیم، مصرف آب به فعالیت‌های روزانه هر شخص محدود نمی‌شود بلکه برای تولید هر وسیله، کالا یا فراورده، مقدار معینی آب نیاز است. ردپای آب نشان می‌دهد که هر فرد چه مقدار از آب قابل استفاده و در دسترس را مصرف می‌کند و در نتیجه چه مقدار از حجم منابع آب موجود در کره زمین کم می‌شود. این میزان، همه‌آبی را که در تولید کالاها، ارائه خدمات و فعالیت‌های گوناگون مصرف می‌شود، نشان می‌دهد.

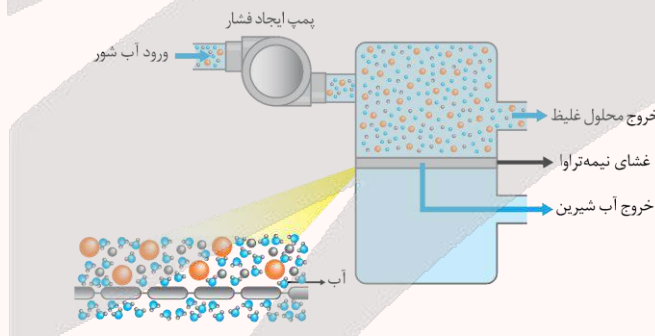
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲

فرآیند عبور آب از سمت محیط غلیظ به سمت محیط رقیق از خلال یک دیواره با خاصیت تراوایی نسبی و با اعمال فشار بیرونی، اسمز معکوس نامیده می‌شود. اسمز معکوس، فرآیندی غیر خودبه‌خودی به حساب می‌آید. اگر پمپ ایجاد فشار در دستگاه اسمز معکوس از کار بیفتد، فرآیند به حالت طبیعی و خودبه‌خودی بازمی‌گردد و اسمز اتفاق خواهد افتاد. در فرآیند اسمز، آب از سمت محیط رقیق به سمت محیط غلیظ حرکت می‌کند؛ در نتیجه با از کار افتادن پمپ، برآیند جهت حرکت مولکول‌های آب تغییر می‌کند.

اسمز معکوس

در دستگاه اسمز معکوس، یک محلول با غلظت مشخص، از طریق یک ورودی و با استفاده از یک پمپ، وارد دستگاه می‌شود. در واقع، پمپ نیروی مورد نیاز برای انجام شدن فرآیند اسمز معکوس را تأمین می‌کند. با ورود آب تصفیه نشده به دستگاه، این محلول با استفاده از یک غشای نیمه‌تراوا به دو محلول مختلف تفکیک شده و با استفاده از خروجی‌های دستگاه خارج می‌شود. یکی از این محلول‌های خروجی آب تصفیه شده است و محلول دیگر نیز حاوی غلظت بالایی از مواد حل‌شونده است. چون کل مواد حل شده در محلول ورودی وارد محلول غلیظ خروجی شده و این محلول در مقایسه با محلول ورودی حجم کمتری دارد، پس می‌توان گفت محلول غلیظ تولید شده، نسبت به آب شور اولیه غلظت نمک بیشتری دارد. تصویر زیر، ساختار دستگاه اسمز معکوس را نشان می‌دهد:



۳

دیواره یاخته‌ها در گیاهان روزنه‌هایی بسیار ریز دارد که ذره‌های سازنده مواد می‌توانند از آن گذر کنند، به گونه‌ای که این روزنه‌ها فقط اجازه گذر به برخی از ذره‌ها و مولکول‌های کوچک مانند آب و یون‌ها را می‌دهند و از گذر مولکول‌های درشت‌تر جلوگیری می‌کنند. چون غلظت حل‌شونده در آب شور بیشتر از غلظت مواد موجود در سلول‌های خیار است، با انداختن خیار در آب شور، مولکول‌های آب بر اساس فرآیند اسمز از سلول‌های خیار خارج شده و به همین خاطر، خیار چروکیده می‌شود. در نقطه مقابل، هنگامی که حبوبات و میوه‌های خشک را برای مدتی درون آب قرار می‌دهیم، آب وارد سلول‌های سازنده این مواد شده و به همین خاطر، این مواد پس از مدتی متورم می‌شوند.

۴

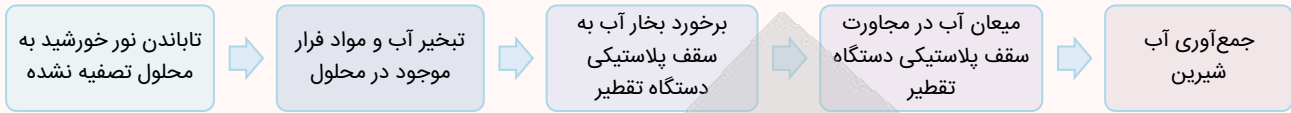
حشره‌کش‌ها، آفت‌کش‌ها و فلزهای سمی موجود در یک نمونه از آب، توسط صافی کربن از آن جدا می‌شوند. جدول زیر، روند تصفیه مواد به کمک روش‌های مختلف را با یکدیگر مقایسه می‌کند:

روش تصفیه	موادی که از آب جدا می‌شوند	موادی که در آب باقی می‌مانند
تقطیر	نافلزها - آلاینده‌ها - فلزهای سمی - حشره‌کش‌ها - آفت‌کش‌ها	میکروب‌ها - ترکیب‌های آلی فرار
اسمز معکوس	نافلزها - آلاینده‌ها - فلزهای سمی - حشره‌کش‌ها - آفت‌کش‌ها	میکروب‌ها
صافی کربن	نافلزها - آلاینده‌ها - فلزهای سمی - حشره‌کش‌ها - آفت‌کش‌ها	میکروب‌ها

توجه داریم که هیچ‌کدام از این روش‌ها توانایی تصفیه میکروب‌ها را ندارند و به همین خاطر، آب حاصل از این فرایندها را باید پیش از مصرف کلرزی کرد.

### روش‌های تصفیه آب و مقایسه آن‌ها

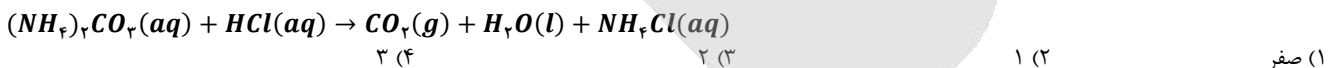
صافی کربن، اسمز معکوس و تقطیر، از جمله روش‌های تصفیه آب به شمار می‌روند. نافلزها، آلاینده‌ها، فلزهای سمی و حشره‌کش‌ها از جمله موادی هستند که با استفاده از همه این روش‌ها از آب جدا می‌شوند؛ در حالی که میکروب‌های موجود در آب، از جمله موادی هستند که با استفاده از هیچ روشی نمی‌توان آن‌ها را از آب جدا کرد. برای از بین بردن میکروب‌های موجود در آب، محلول حاصل از فرایند تصفیه را کلرزی می‌کنند. ترکیب‌های آلی فرار نیز یکی دیگر از آلاینده‌های موجود در آب هستند که آن‌ها را با استفاده از صافی کربن و اسمز معکوس می‌توان جدا کرد؛ اما فرایند تقطیر توانایی جدا کردن آن‌ها از آب را ندارد. مراحل انجام شده در فرایند تقطیر که منجر به تولید آب شیرین می‌شود، به شرح زیر است:



توجه داریم که انرژی مورد نیاز برای انجام شدن تقطیر، با استفاده از نور خورشید تأمین می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

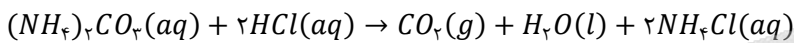
۶۴- پس از موازنه معادله واکنش داده‌شده، تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول در آب و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها، کدام است؟



(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش به این صورت موازنه می‌شود:



برای موازنه این واکنش به روش وارسی، باید ابتدا ضریب یک را به  $(NH_4)_2CO_3$  بدهیم. مجموع ضرایب مواد محلول در آب  $(aq)$ ، برابر با  $1 + 2 = 3$  و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر با  $1 + 1 + 2 = 4$  است.

### گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- الف - تنها ۹۲ درصد از کل عناصر شناخته‌شده موجود در جدول تناوبی، در طبیعت یافت می‌شوند.
  - ب - در فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، شمار ذرات زیراتمی باردار ۲ برابر شمار ذرات بدون بار است.
  - ج - اغلب ایزوتوپ‌هایی که عدد جرمی آن‌ها بیش از ۲/۵ برابر عدد اتمی آن‌ها است، ناپایدار هستند.
  - د - در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، نسبت شمار ایزوتوپ  $^{235}U$  به شمار کل اتم‌های اورانیم حدوداً برابر ۰/۷ است.
- (۴) «الف» و «د»
(۳) «ب» و «د»
(۲) «الف» و «ج»
(۱) «ب» و «ج»

(آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های (ب) و (ج) درست هستند.

### بررسی موارد:

«الف»: در جدول تناوبی امروزی، ۱۱۸ عنصر شناخته شده حضور دارند. از این ۱۱۸ عنصر، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر، فقط به صورت ساختگی وجود دارند. برای مثال، تکنسیم یک عنصر ساختگی است. حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{92}{118} \times 100 \approx 78 \text{ درصد}$$

### رادیوایزوتوپ‌ها

رادیوایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آن‌ها کرده است؛ به طوری که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم ( $^{99}Tc$ ) نخستین عنصری است که در واکنشگاه (راکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته  $d$  از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غده تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و سپس مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

«ب»: در یک نمونه طبیعی از منیزیم ایزوتوپ‌های  $^{24}Mg$ ،  $^{25}Mg$  و  $^{26}Mg$  حضور دارند. در این بین، فراوان‌ترین ایزوتوپ منیزیم، معادل  $^{24}Mg$  است که در آن شمار الکترون، پروتون و نوترون همگی برابر با ۱۲ است. از طرفی می‌دانیم منظور سؤال از ذرات باردار، الکترون‌ها و پروتون‌ها و منظور از ذرات خنثی یا بدون بار، نوترون‌ها هستند. نسبت خواسته شده در این ایزوتوپ برابر با  $\frac{24}{24}$  یا ۱ است.

«ج»: اغلب ایزوتوپ‌هایی که شمار نوترون به پروتون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ است، ناپایدار هستند. حال نسبت عدد جرمی به عدد اتمی در این ایزوتوپ‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{A}{Z} = \frac{n+p}{p} = \frac{n}{p} + \frac{p}{p} = \frac{n}{p} + 1, \quad \frac{n}{p} \geq 1/5 \Rightarrow \frac{n}{p} + 1 \geq 2/5$$

«د»: در یک مخلوط طبیعی از اورانیم، کمتر از ۰/۷ درصد اتم‌ها مربوط به ایزوتوپ  $^{235}U$  است و سایر اتم‌ها، مربوط به ایزوتوپ‌های دیگر خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت نسبت شمار اتم‌های  $^{235}U$  به شمار کل اتم‌های اورانیم در یک نمونه طبیعی از این عنصر، کمتر از ۰/۰۷ است.



اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود. ایزوتوپی از اورانیم که به‌عنوان سوخت هسته‌ای کاربرد دارد، با نماد  $^{235}\text{U}$  نشان داده می‌شود. در یک مخلوط طبیعی از اتم‌های اورانیم، درصد فراوانی این ایزوتوپ کمتر از ۷٪ است. دانشمندان موفق شده‌اند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های اورانیم افزایش دهند. به این فرایند، غنی‌سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است که در ایران هم انجام می‌شود. با گسترش این صنعت، می‌توان بخشی از انرژی الکتریکی مورد نیاز کشور را تأمین نمود.

### گروه آموزشی ماز

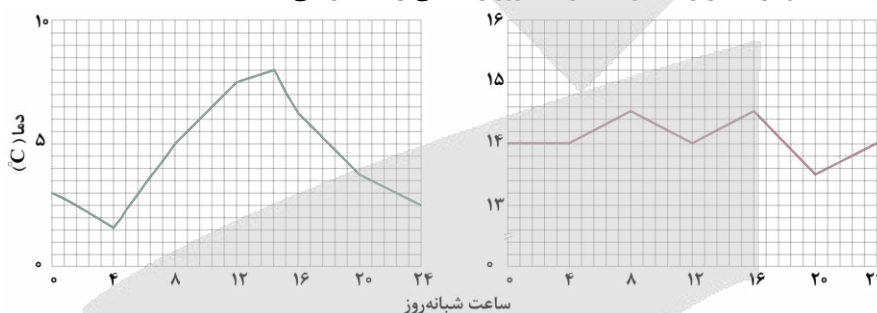
۶۶- کدام مورد درست است؟

- ۱) گازهای گلخانه‌ای، مانع از خروج اغلب پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل شده توسط زمین می‌شوند.
- ۲) پرتوهای گسیل شده از سطح زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای از فرابنفش به فروسرخ تبدیل می‌شوند.
- ۳) در یک روز زمستانی، نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما، در محیط درون گلخانه نسبت به هوای بیرون، بزرگ‌تر است.
- ۴) با گسترش صنایع، درصد حجمی گاز اکسیژن در هواکره نسبت به میلیون‌ها سال گذشته کاهش محسوسی داشته است.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۲)

گلخانه‌ها زمین‌های کشاورزی ویژه‌ای هستند که دور تا دور آن‌ها را تا ارتفاع معینی توسط لایه‌هایی از پلاستیک‌های شفاف می‌پوشانند و در آن‌ها گیاهان و میوه‌های گوناگونی پرورش می‌دهند. نمودارهای زیر، تغییر دما در یک روز زمستانی را نمایش می‌دهد:



نمودار سمت راست مربوط به فضای درون گلخانه و نمودار سمت چپ مربوط به فضای بیرون گلخانه است. همانطور که مشخص است تغییرات دما در گلخانه کمتر بوده و در نتیجه می‌توان گفت در محیط گلخانه، تفاوت کم‌ترین و بیشترین دما نسبت به محیط بیرون کمتر است. پس می‌توان گفت نسبت کم‌ترین دما به بیشترین دما در محیط درون گلخانه بزرگ‌تر بوده و به عدد ۱ نزدیک‌تر است.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ تصویر زیر مبادله گرمایی کره زمین را نشان می‌دهد:

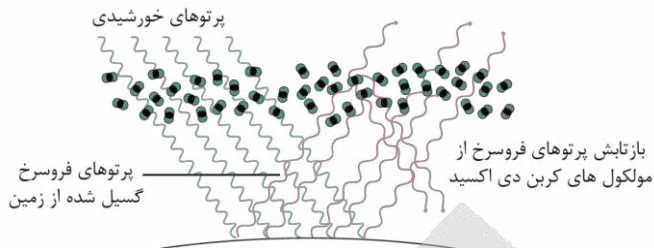


مطابق تصویر سرنوشت پرتوهای تابیده شده به زمین به‌صورت زیر است:





تصویر زیر بازتاب پرتوهای گسیل شده از زمین توسط گازهای گلخانه‌ای را نمایش می‌دهد:



همانطور که مشخص است، پرتوهای گسیل شده از زمین همانند پرتوهای بازتابش شده توسط گازهای گلخانه‌ای، از جنس فروسرخ هستند.

بررسی دانشمندان برای هوای به دام افتاده در بلورهای یخ در یخچال‌های قطبی و نیز سنگ‌های آتشفشانی نشان می‌دهد که از ۲۰۰ میلیون سال پیش تاکنون، نسبت گازهای سازنده هواکره و به دنبال آن، درصد حجمی هریک از این گازها تقریباً ثابت مانده است.

### گروه آموزشی ماز

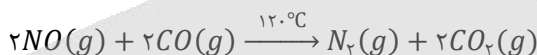
۶۷- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با واکنش موازنه نشده  $NO(g) + CO(g) \xrightarrow{120^\circ C} N_2(g) + CO_2(g)$  درست است؟

- (۱) پس از موازنه، ضریب همه مواد موجود در معادله واکنش با هم برابر می‌شود.
- (۲) در نام‌گذاری همه ترکیب‌های مولکولی موجود در معادله واکنش، پیشوند (مونو) یافت می‌شود.
- (۳) برای آغاز شدن این واکنش شیمیایی، دمای مواد شرکت‌کننده باید به ۱۲۰ درجه سلسیوس برسد.
- (۴) در ساختار لوویس همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

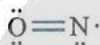
معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



جدول زیر برخی از نمادهای مورد استفاده در معادله‌های شیمیایی را نمایش می‌دهد:

معنا	نماد
تولید می‌کند یا می‌دهد	→
واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.	$\Delta$ →
واکنش در فشار ۲۰ اتمسفر انجام می‌شود.	$20 \text{ atm}$ →
واکنش در دمای ۱۲۰۰°C انجام می‌شود.	$1200^\circ C$ →
در واکنش از کاتالیزگر پالادیم استفاده شده است.	$Pd$ →

با توجه به معادله نوشته شده، می‌توان گفت برای آغاز شدن این واکنش شیمیایی، دمای مواد شرکت‌کننده باید به ۱۲۰ درجه سلسیوس برسد. در این حالت، واکنش آغاز شده و مواد با یکدیگر واکنش می‌دهند. توجه داریم که پس از موازنه معادله واکنش، ضریب گاز نیتروژن نسبت به سایر مواد شرکت‌کننده در واکنش متفاوت است. در نام‌گذاری یکی از ترکیب‌های شرکت‌کننده در این واکنش ( $CO_2$ ) نیز نیازی به آوردن پیشوند (مونو) نداریم. نام درست این ترکیب، به صورت کربن دی‌اکسید است. در ساختار لوویس گاز  $NO$  نیز اتمی وجود دارد که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کند. ساختار لوویس این گاز به صورت زیر است:



### گروه آموزشی ماز

۶۸- یک مخلوط گازی، شامل شمار مول‌های برابر از عناصر نیتروژن، اکسیژن و هلیوم می‌شود. دمای این مخلوط را تا ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد کاهش داده و پس از جدا کردن مواد مایع تولید شده، دما را مجدداً افزایش می‌دهیم. طی این فرایند، جرم مخلوط گازی مورد نظر چند برابر می‌شود؟

( $O = 16$  و  $N = 14$  و  $He = 4$  :  $g \cdot mol^{-1}$ )

$$\frac{7}{16} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{32} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۱)$$

(متوسط - مسئله و مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

مخلوط گازی، شامل شمار مول‌های برابر از عناصر نیتروژن، اکسیژن و هلیوم می‌شود. فرض می‌کنیم که مقدار مول هریک از این مواد در مخلوط اولیه برابر با  $x$  مول است. بر این اساس، جرم هر گاز را در مخلوط اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$m_{He} = x \text{ mol He} \times \frac{4 \text{ g He}}{1 \text{ mol He}} = 4x \text{ g}$$

$$m_{N_2} = x \text{ mol N}_2 \times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 28x \text{ g}$$

$$m_{O_2} = x \text{ mol O}_2 \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 32x \text{ g}$$

بر این اساس، داریم:

$$64x \text{ g} = 4x + 28x + 32x = \text{جرم اکسیژن} + \text{جرم نیتروژن} + \text{جرم هلیوم} = \text{جرم اولیه مخلوط گازی}$$

دمای این مخلوط را تا ۲۰۰- درجه سانتی‌گراد کاهش داده و دو گاز نیتروژن و اکسیژن، میعان می‌شوند اما هلیوم به حالت گاز باقی می‌ماند. طبق فرض سؤال، پس از جدا کردن مواد مایع تولید شده (نیتروژن و اکسیژن)، دما را مجدداً افزایش می‌دهیم. در این حالت، فقط گاز هلیوم باقی می‌ماند. در این حالت، جرم نمونه گازی ایجاد شده را با مخلوط اولیه مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم نمونه نهایی}}{\text{جرم نمونه اولیه}} = \frac{\text{جرم هلیوم}}{\text{جرم اکسیژن} + \text{جرم نیتروژن} + \text{جرم هلیوم}} = \frac{4x}{4x + 28x + 32x} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$$

طی این فرایند، جرم مخلوط مورد نظر  $\frac{1}{16}$  برابر شده است.

### گروه آموزشی ماز

۶۹- اگر مجموع غلظت مولی یون‌ها در یک نمونه از محلول سدیم کلرید خالص، برابر  $0.5 \text{ mol L}^{-1}$  باشد، در واکنش ۴۰۰ میلی‌لیتر از این محلول با محلول

نقره نیترات، چند گرم رسوب سفید رنگ تولید می‌شود؟ ( $Cl = 35.5 \text{ g mol}^{-1}$ ,  $Ag = 108 \text{ g mol}^{-1}$ )

۲۶/۹ (۴)

۱۲/۴۵ (۳)

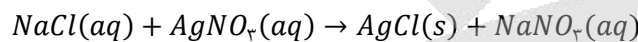
۲۸/۷ (۲)

۱۴/۳۵ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا شمار مول یون‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{مول یون‌ها}}{\text{حجم محلول}} = \text{غلظت مولی یون‌ها} \rightarrow \text{مول یون‌ها} = \text{حجم محلول} \times \text{غلظت مولی یون‌ها} \rightarrow 0.5 \times 0.4 = 0.2$$

بنابراین در محلول اولیه ۰/۲ مول یون وجود دارد. هر مول سدیم کلرید دارای ۲ مول یون (۱ مول آنیون و ۱ مول کاتیون) است. پس شمار مول نمک سدیم کلرید نصف مقدار به دست آمده و برابر با ۰/۱ است. نقره کلرید رسوبی سفید رنگ است که مقدار تولید شده از آن در این واکنش برابر است با:

$$g \text{ AgCl} = 0.1 \text{ mol NaCl} \times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol NaCl}} \times \frac{143.5 \text{ g AgCl}}{1 \text{ mol AgCl}} = 14.35$$

پس جرم نمک  $AgCl$  تولید شده برابر با ۱۴/۳۵ گرم است.

### گروه آموزشی ماز

۷۰- اگر در واکنش سوختن هیدروژن، ۲۷ گرم آب تولید شود، به ترتیب چند لیتر گاز اکسیژن در شرایط  $STP$  و چند مول گاز هیدروژن مصرف می‌شود؟

( $H = 1.0 \text{ g mol}^{-1}$ )

۱/۵ - ۱۱/۲ (۴)

۱/۵ - ۱۶/۸ (۳)

۱ - ۱۱/۲ (۲)

۱ - ۱۶/۸ (۱)

(متوسط - رفتار گازها - مسئله - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش موازنه‌شده سوختن هیدروژن به صورت زیر است:



حجم هر مول گاز در شرایط استاندارد، برابر با ۲۲/۴ لیتر است. حجم گاز اکسیژن مصرف شده برابر است با:

$$? L O_2 = 27 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } H_2O} \times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 16.8$$

پس ۱۶/۸ لیتر گاز اکسیژن مصرف شده است. اکنون شمار مول گاز هیدروژن مصرف شده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } H_2 = 27 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } H_2O} = 1.5$$

بنابراین شمار مول هیدروژن مصرف شده برابر با ۱/۵ است.

### گروه آموزشی ماز

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف

