



كد کنترل

121

A



پنجشنبه

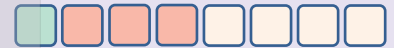
۱۴۰۳/۱۰/۲۰

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



دفترچه شماره ۱

تسلط بر نیم سال اول



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه یازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۷

مدت پاسخگویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۳۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۵ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرابی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود. به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(ضرب دکارتی بین دو مجموعه)
احتمال
(مبانی احتمال - احتمال غیرهم‌شانس)
صفحه‌های ۳۰ تا ۴۷

هندسه ۲

دایره
(درس اول: دایره‌های محیطی و محاطی
مثلث/درس دوم: چهارضلعی‌های
محاطی و محیطی)
تبدیل‌های هندسی و کاربردها
(درس اول: تبدیل‌های هندسی
تا انتهای بازتاب)
صفحه‌های ۲۵ تا ۳۸

حسابان ۱

تابع (کل فصل ۲)
توابع نمایی و لگاریتمی (تابع نمایی)
صفحه‌های ۳۷ تا ۷۹

شیمی

قدر هدایای زمینی را بدانیم
(از ابتدای آلکان‌ها، هیدروکربن‌هایی
با پیوندهای یگانه تا پایان فصل)
در پی غذای سالم
(از ابتدای فصل تا انتهای گرما
در واکنش‌های شیمیایی (گرماشیمی))
صفحه‌های ۳۳ تا ۶۵

فیزیک

الکتروسیسته ساکن
(از ابتدای خازن تا پایان فصل)
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
(از ابتدای فصل تا انتهای نیروی
محركة الکتریکی و مدارها)
صفحه‌های ۳۲ تا ۶۶

استراتژی و هدف‌گذاری با ماز

اهداف کوتاه‌مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی و مباحث آزمون بعد

اهداف میان‌مدت:

- پیشروی ۵۰ درصدی در نیم‌سال اول تا پایان آبان‌ماه
- پیشروی و جمع‌بندی کامل نیم‌سال اول تا پایان دی‌ماه
- پیشروی ۵۰ درصدی در نیم‌سال دوم تا پایان اسفندماه
- پیشروی و جمع‌بندی کامل نیم‌سال دوم تا پایان اردیبهشت‌ماه
- آزمون‌های ویژه جمع‌بندی و مرور در دی‌ماه، ایام نوروز و قبل از امتحان نهایی

اهداف بلندمدت:

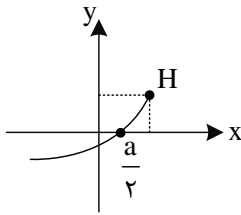
- تسلط کامل بر کتاب درسی برای ۲۰ شدن در امتحان نهایی + ساختن پایه‌ای قوی برای موفقیت در کنکور



۱- اگر $f(x) = \frac{1}{x-2a}$ و مجموع اعدادی که در دامنه f نیستند برابر ۲۴ باشد، مجموع ریشه‌های $f(x)=1$ چقدر است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۲- اگر نمودار تابع $f(x) = a^2 - a\sqrt{a-x}$ به صورت زیر باشد، فاصله نقطه H تا مبدأ مختصات کدام است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

(۴) $\frac{5\sqrt{5}}{16}$

مشابه تمرین کتاب درسی

- ۳ (۴)

۳- معادله $-3x - [x] = [-x] - 5$ چند ریشه دارد؟

- ۲ (۳)

- ۱ (۲)

- ۱) صفر

مشابه تمرین کتاب درسی

۴- در چند مورد از داده‌های زیر، توابع f و g با هم برابر هستند؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

الف: $f(x) = |x-4|$ ، $g(x) = |x|-4$

ب: $f(x) = [x+1]$ ، $g(x) = [x]+1$

پ: $f(x) = (\sqrt{x})^2$ ، $g(x) = x$

ت: $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ، $g(x) = \frac{x}{|x|}$

- ۴ (۴)

- ۱ (۳)

- ۲ (۲)

- ۳ (۱)

۵- تابع داده شده $f = \{(1,a), (0,3), (1,2a^2+5a), (2a,3)\}$ یک به یک است. مقدار a کدام است؟

- ۱ (۴)

- صفر (۳)

- ۱ (۲)

- ۲ (۱)

محل انجام محاسبات



۶- اگر هر خط افقی حداکثر در یک نقطه نمودار تابع $f(x)$ را قطع کرده و بدانیم $f\left(\frac{2x+g(x)}{3}\right)=f(1-x)$ است، عرض

از مبدأ تابع $g^{-1}(x)$ کدام است؟ ($D_f = \mathbb{R}$)

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷ (۴) ۰/۴

۷- وارون تابع $f(x) = x + \frac{[x]}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{x}$ را به صورت $f^{-1}(x) = \left(\frac{\sqrt{4x+b+c}}{2}\right)^2$ نوشته ایم. حاصل $b+c$ کدام

است؟ ([] علامت جزء صحیح است)

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۸- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x-1}}$ و $g = \{(0,1), (1,4), (2,2)\}$ باشد، بیشترین مقدار $(f-g).g$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \sqrt{2}$ (۴) 2

۹- اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 3x}$ باشد، دامنه تابع $h = f.g$ کدام است؟

- (۱) $[3, 4]$ (۲) $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 0] \cup [3, 4]$ (۴) $[3, +\infty)$

۱۰- اگر $f(x) = [x] - 3|x|$ و $g(x) = f([f(x) - |f(x)|])$ باشند، آن گاه حاصل $(g \circ f)\left(-\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

- (۱) -82 (۲) 82 (۳) -84 (۴) 84

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{1+x}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد، دامنه تابع $(f-g) \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) صفر (۴) بی شمار

۱۲- اگر $f(x) = \frac{3x+1}{2}$ و $g^{-1}(x) = \sqrt{2x-9}$ باشند، مقدار عددی $(g \circ f^{-1})(2)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۷

۱۳- اگر $(f+g)(x) = (f \times g)(x)$ باشد، حاصل $(g \circ f^{-1})(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x}{x+1}$ (۲) $\frac{x}{x-1}$ (۳) $\frac{x+1}{x}$ (۴) $\frac{x-1}{x}$

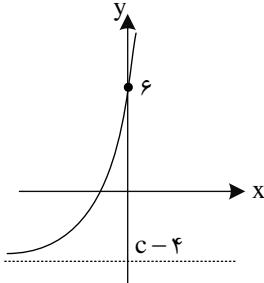
محل انجام محاسبات



۱۴- در تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{4m-2}{12m-3}\right)^x$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر f کاهش می‌یابد، اگر محدوده تغییرات m به صورت بازه $[a, b] - \mathbb{R}$ باشد، مقدار $4a+b$ کدام است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۱۵- نمودار تابع نمایی $f(x) = a^{(ax+b)} - a$ به صورت روبه رو است. اگر $f^{-1}(0) = -\frac{1}{a}$ باشد، مقدار b^{ac} کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۲۷

۱۶- واسطه حسابی ریشه‌های معادله $-4 \times 3^x + 9^x + 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{3}+2)^{2x^2-1} > (\sqrt{3}+4)^{\frac{x}{2}}$ به صورت (a, b) است. حاصل $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۸- اگر تابع f با دامنه \mathbb{R} وارون‌پذیر باشد، توابع $y = f(2^x - 1)$ و $y = f\left(\frac{4^x - 2^x}{3}\right)$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹- برای توابع $f(x) = (4^x + 3)(3^x + 3)$ و $g(x) = \sqrt[3]{x-8} + k$ ، نمودار تابع $g \circ f$ فقط از دو ناحیه دستگاه محورهای مختصات عبور می‌کند. کمترین مقدار صحیح که به جای k می‌تواند قرار بگیرد، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

محل انجام محاسبات



۲۰- در مثلث ABC به اضلاع $BC=4\sqrt{3}$ و $AC=6$ ، فاصله مرکز دایره محیطی از ضلع BC برابر ۲ واحد است. فاصله مرکز دایره محیطی مثلث از ضلع AC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۱- پاره خط AB به طول ۷ واحد مفروض است. به مراکز A و B و به شعاع‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ دایره‌هایی رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. کدام گزینه در مورد چهارضلعی $ACBD$ درست است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) هم محاطی و هم محیطی است. (۲) نه محاطی و نه محیطی است.
(۳) فقط محاطی است. (۴) فقط محیطی است.

۲۲- در یک مثلث با محیط ۳۲، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی $1/5$ واحد است. اگر اندازه شعاع‌های دو تا از دایره‌های محاطی خارجی این مثلث برابر ۲ و ۸ باشد، کدام یک از مقادیر زیر طول هیچ‌یک از اضلاع این مثلث نیست؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۲۳- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و O نقطه‌ای روی خط d است. اگر $AA'=18$ و فاصله نقطه A از پاره خط OA' برابر $14/4$ باشد، فاصله نقطه O از پاره خط AA' کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۴- در لوزی $ABCD$ ، نقاط A و B به ترتیب نقاط ثابت تبدیل در بازتاب نسبت به محورهای x و y هستند. اگر طول نقطه A برابر ۴، عرض نقطه B برابر ۳ و مختصات نقطه D به صورت $(1, m)$ باشد، فاصله تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به قطر BD ، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{34}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{58}$ (۴) ۱۰

۲۵- با فرض $A=\{y+2, 5, z\}$ و $B=\{x+1, 4, -2\}$ ، اگر $A \times B = B \times A$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $(x^2 + y^2 + z^2)$ کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۶- عددی به تصادف از مجموعه $A = \{1 \leq k \leq 99; k \in \mathbb{N}\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد انتخاب شده دقیقاً بر یکی از اعداد ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) $\frac{50}{100}$ (۲) $\frac{49}{100}$ (۳) $\frac{50}{99}$ (۴) $\frac{49}{99}$

محل انجام محاسبات



۲۷- اگر $P(A-B') = \frac{1}{4}$ و $P(B') = \frac{2}{3}$ ، حاصل $P(B-A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۸- اگر $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ و $P(\{a_1, a_2\}) = \frac{1}{6}$ و $P(\{a_2, a_3\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a_1, a_3\}) = \frac{2}{3}$ ، آن گاه احتمال وقوع پیشامد ساده $\{a_4\}$ کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) $\frac{3}{35}$ (۴) $\frac{4}{45}$

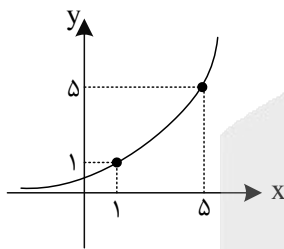
۲۹- یک تاس طوری طراحی شده است که نسبت احتمال ظاهر شدن یک عدد زوج به احتمال ظاهر شدن یک عدد فرد برابر ۳ است. احتمال ظاهر شدن عددی اول چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{2}{3}$

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون‌های گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۳۰- اگر نمودار تابع g به صورت زیر و تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(2x)}{g^{-1}(x) - g(x)}}$ شامل چند عدد طبیعی نمی‌شود؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

محل انجام محاسبات





كد کنترل

122

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۰/۲۰

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



دفترچه شماره ۲

تسلط بر نیم سال اول



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه یازدهم
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۷

مدت پاسخگویی: ۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخگویی
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۸ دقیقه
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۲ دقیقه

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرابی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه‌های کنکور در نظر گرفته می‌شود.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود. به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۳۱- یک خازن تخت در اختیار داریم. اگر فاصله صفحات خازن از یکدیگر برابر با ۱mm و مساحت هر یک از صفحات آن 20 cm^2 باشد، با کدامیک از دی الکتریک های زیر فضای بین صفحات خازن را پر کنیم تا ظرفیت خازن برابر با 9 nF شود؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

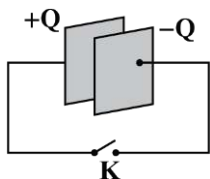
ماده دی الکتریک	ثابت دی الکتریک
تفلون	۲
میلار	۳
کوارتز	۴
شیشه پیرکس	۵

(۱) تفلون (۲) میلار (۳) کوارتز (۴) شیشه پیرکس

۳۲- در مدار فلاش دوربین عکاسی خازنی وجود دارد که با ولتاژ ۲۰۰ ولت شارژ شده است. اگر فلاش دوربین عکاسی روشن شود، تخلیه انرژی در مدت ۴ms و با توان ۵ کیلووات انجام می شود، ظرفیت این خازن چند میلی فاراد است؟

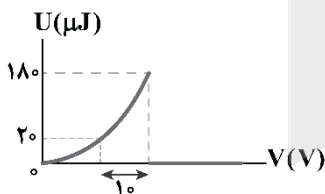
(۱) ۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۵۰

۳۳- دو صفحه خازن تخت بارداری را همانند شکل زیر، با بستن کلید به هم وصل می کنیم. در نتیجه جرقه ای زده می شود. حال اگر دوباره صفحات را به همان اندازه باردار کنیم ولی فاصله آنها را دو برابر کنیم و سپس دو صفحه را به هم وصل کنیم، جرقه حاصل



- (۱) بزرگتر از قبل می شود، زیرا انرژی بیش تری از خازن تخلیه می شود.
- (۲) بزرگتر از قبل می شود، زیرا میدان الکتریکی خازن قوی تر است.
- (۳) تغییری نمی کند، زیرا بار الکتریکی تخلیه شده از خازن تغییری نمی کند.
- (۴) تغییری نمی کند، زیرا میدان الکتریکی خازن تغییری نمی کند.

۳۴- خازنی توسط یک باتری شارژ می شود و نمودار انرژی الکتریکی ذخیره شده در آن بر حسب ولتاژ دو سر باتری مطابق شکل زیر است. چه تعداد از گزاره های زیر در مورد این خازن درست است؟ (پس از رخ دادن فروشکست، انرژی خازن صفر می شود).



الف: ظرفیت این خازن $1/6 \mu\text{F}$ است.

ب: حداکثر باری که می توان در خازن ذخیره کرد، بدون آن که فروشکست رخ دهد، $24 \mu\text{C}$ است.

پ: اگر ولتاژ دو سر خازن بیش تر از ۱۵V شود، خازن دچار فروشکست می شود.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات





۳۵- یک خازن تخت که فضای بین صفحات آن با دی‌الکتریک به ثابت ۴ پر شده است را به مولدی با اختلاف پتانسیل ثابت وصل کرده‌ایم. اگر درحالی‌که خازن به باتری وصل است، دی‌الکتریک بین صفحات خازن را خارج کنیم، فاصله بین صفحات آن را چند درصد و چگونه می‌توانیم تغییر دهیم تا انرژی ذخیره‌شده در خازن نسبت به وضعیت اولیه خازن افزایش یابد؟

- (۱) ۸۰ درصد افزایش
 (۲) ۲۵ درصد افزایش
 (۳) ۲۵ درصد کاهش
 (۴) ۸۰ درصد کاهش

۳۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: هر مجموعه‌ای از بارهای متحرک جریان الکتریکی ایجاد می‌کند.

ب: اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم است.

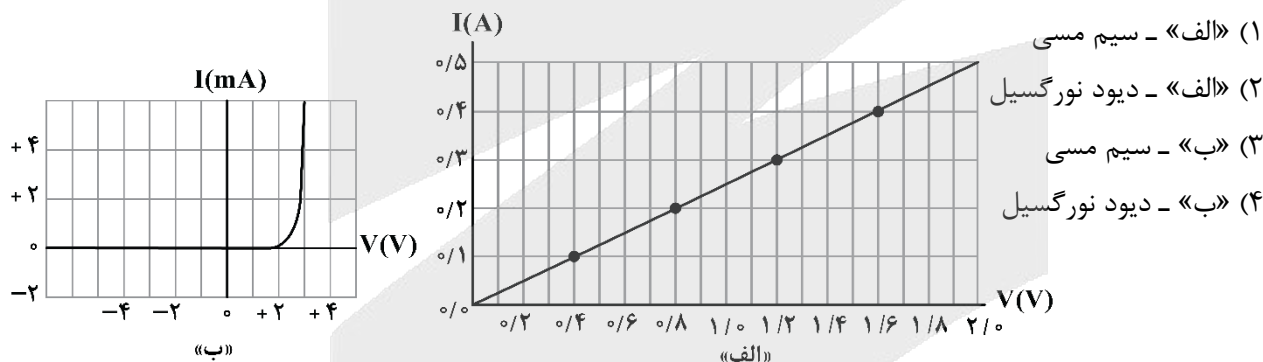
پ: جهت قراردادی جریان الکتریکی، برخلاف جهت سوق الکترون‌ها و هم‌جهت با میدان الکتریکی درون رسانا است.

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۳۷- در یک پدیده آذرخش، $J = 1/6 \times 10^9$ انرژی تحت اختلاف پتانسیل $V = 4 \times 10^7$ در بازه زمانی $t = 25 \mu s$ آزاد می‌شود. در این یورش آذرخش، جریان الکتریکی متوسط چند آمپر است؟

- (۱) ۴۰۰
 (۲) ۱۶۰۰
 (۳) ۱۶۰
 (۴) ۴۰

۳۸- نمودار جریان - ولتاژ..... می‌تواند مربوط به یک رسانای اهمی باشد که نمونه‌ای از آن‌هاست.



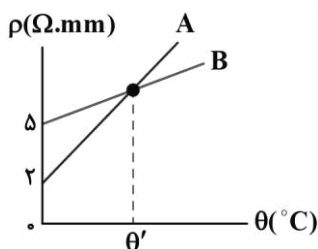
۳۹- اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی ۲۰ درصد افزایش یابد، جریان عبوری از آن ۱ آمپر افزایش می‌یابد. بار الکتریکی خالص عبوری از مقطع دلخواه رسانا در حالت اول در مدت ۲۴ دقیقه چند آمپر - ساعت بوده است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۴۰- نمودار مقاومت ویژه بر حسب دما برای دو رسانای A و B مطابق شکل زیر است. دمای θ' بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟ ($\alpha_A = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_B = 3/5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$)

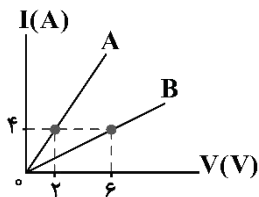


- (۱) ۶۰۰
- (۲) ۵۰۰
- (۳) ۶۲۰
- (۴) ۴۸۰

۴۱- کدام عبارت زیر درست است؟

- (۱) مقاومت الکتریکی ترمیستور به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.
- (۲) یک دیود، جریان الکتریکی را در هر دو جهت می تواند از خود عبور دهد.
- (۳) مقاومت ویژه فلزات با افزایش دما، زیاد می شود.
- (۴) از LDR در حس گرهای دما و زنگ خطر آتش استفاده می شود.

۴۲- نمودار جریان عبوری از دو سیم رسانای A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آنها به صورت شکل زیر است. اگر طول سیم A، ۲ برابر طول سیم B و شعاع سطح مقطع سیم A سه برابر شعاع سطح مقطع سیم B باشد، مقاومت ویژه سیم A چند برابر مقاومت ویژه سیم B است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{4}{9}$

۴۳- از سیمی به جرم ۶۰۰g که به اختلاف پتانسیل ۸۰V متصل است، در هر ثانیه تعداد 5×10^{19} الکترون عبور می کند. اگر مقاومت ویژه سیم $6 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$ و چگالی آن $9 \frac{g}{cm^3}$ باشد، سطح مقطع سیم چند سانتی متر مربع است؟

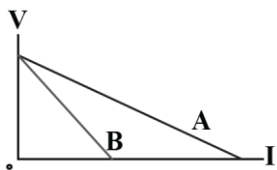
($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) ۰/۱
- (۲) ۰/۲
- (۳) ۲
- (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۴۴- نمودار ولتاژ - جریان دو باتری نو و کهنه که در ابتدا مشابه بوده‌اند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف: نیروی محرکه دو باتری برابر است.

ب: مقاومت داخلی دو باتری برابر است.

پ: باتری B کهنه‌تر از باتری A است.

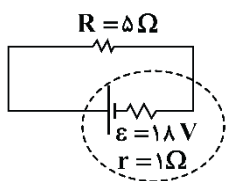
(۴) «ب»

(۳) «الف»

(۲) «ب» و «پ»

(۱) «الف» و «پ»

۴۵- در مدار شکل زیر، پس از گذشت چند ثانیه مقدار ۶۰ کولن بار به‌طور خالص از مقاومت R می‌گذرد؟



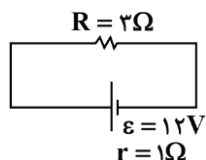
۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۴۶- در مدار شکل زیر، در مدت زمان ۵ ثانیه، باتری بر روی بارهای الکتریکی عبوری از آن چند ژول کار انجام می‌دهد تا آن‌ها را از پایانه منفی به پایانه مثبت منتقل کند؟



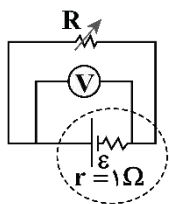
۹۰ (۱)

۱۳۵ (۲)

۱۸۰ (۳)

۴۵ (۴)

۴۷- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را به اندازه ۲Ω کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود. R چند اهم است؟



۷ (۱)

۵ (۲)

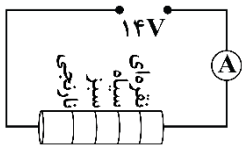
۳ (۳)

۲ (۴)

محل انجام محاسبات

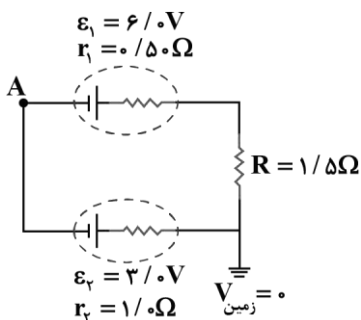


۴۸- مطابق شکل زیر، یک مقاومت کربنی به اختلاف پتانسیل ۱۴ ولت وصل شده است. با صرف نظر از تلرانس مقاومت، آمپرسنج آرمانی چه عددی را بر حسب آمپر نشان می‌دهد؟ (نارنجی = ۳، سیاه = ۰ و سبز = ۵)



- (۱) ۰/۲
- (۲) ۰/۴
- (۳) ۰/۶
- (۴) ۰/۸

۴۹- در شکل مقابل، پتانسیل نقطه A چند ولت است؟



- (۱) -۴
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) -۲

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون‌های گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۵۰- المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول ۲/۵m و شعاع مقطع ۵mm است. مقاومت ویژه ماده سازنده سیم در دمای ۵۲°C برابر با $۱/۲ \times 10^{-۷} \Omega \cdot m$ است. با کاهش دمای سیم، مقاومت ویژه آن کاهش می‌یابد و در دمای ۲۲°C به $۹ \times 10^{-۸} \Omega \cdot m$ می‌رسد. مقاومت الکتریکی سیم با این کاهش دما، چند اهم تغییر می‌کند؟ ($\pi = ۳$) و از تغییر ابعاد سیم با تغییر دما صرف نظر کنید.

- (۱) $10^{-۳}$
- (۲) $۲/۴ \times 10^{-۳}$
- (۳) ۳×10^{-۳}
- (۴) $۲/۴ \times 10^{-۴}$

محل انجام محاسبات



۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در همه واکنش‌های شیمیایی، تبادل گرما میان سامانه و محیط پیرامون صورت می‌گیرد.
- (۲) اگر انرژی گرمایی دو ماده متفاوت باشد، ممکن است گرمایی بین آن‌ها منتقل نشود.
- (۳) علامت گرما در فرایندهای هم‌دما شدن بستنی با بدن و گوارش آن، یکسان است.
- (۴) ظرفیت گرمایی همانند انرژی گرمایی به جرم ماده بستگی دارد.

۵۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- الف: فراورده واکنش گاز اتن با برم مایع قرمز رنگ، ۱، ۲-دی برمواتن است.
 - ب: کاتالیزگر واکنش گاز هیدروژن با ۱-هگزن، فلزی از گروه ۱۰ جدول تناوبی است.
 - پ: تعداد پیوندهای $C - H$ موجود در اتانول یک واحد کمتر از این تعداد در ۲-بوتین است.
 - ت: گاز اتن به‌عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی کاربرد دارد و در ساختار آن هر اتم کربن ۳ پیوند کووالانسی دارد.
- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۵۳- با سیر شدن یک ترکیب سیر نشده در واکنش با گاز هیدروژن، درصد جرمی کربن در این ترکیب می‌شود و شمار پیوندهای کووالانسی موجود در آن می‌یابد.

- (۱) زیاد - افزایش (۲) زیاد - کاهش (۳) کم - افزایش (۴) کم - کاهش

۵۴- اگر به‌جای تمام هیدروژن‌های نفتالن، شاخه متیل قرار دهیم، درصد جرمی هیدروژن در ترکیب حاصل درصد بیشتر از نفتالن خواهد بود.

($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳/۷۵ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۱/۲۵

۵۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در صنعت برای تولید الیاف‌ها و پلاستیک‌ها از دسته‌ای از واکنش‌های آلکین‌ها استفاده می‌شود.
- (۲) در برج تقطیر نفت خام، بنزین نسبت به گازوئیل در مکانی با دمای کمتر از برج خارج می‌شود.
- (۳) نفت سفید در مقایسه با نفت کوره، مقاومت بیشتری در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد.
- (۴) جدا کردن نمک‌ها و اسیدهای موجود در نفت خام همان فرایند پالایش نفت است.

۵۶- جدول زیر مقدار فراورده‌های حاصل از سوختن مقدار مشخصی از یک هیدروکربن را نشان می‌دهد. فرمول شیمیایی این هیدروکربن کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

آب	کربن دی‌اکسید	فراورده
۰/۱۵	۰/۲	مقدار (مول)

- (۱) C_5H_8 (۲) C_7H_6 (۳) C_8H_{12} (۴) $C_{10}H_{18}$

محل انجام محاسبات



۶۴- اگر نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به جرم اکسیژن مصرف‌شده در سوختن آلکینی برابر ۱ باشد، این آلکین چند اتم هیدروژن در ساختار خود دارد؟ ($C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۶۵- اگر مقدار مشخصی آب با دمای $20^{\circ}C$ را با ۳ لیتر آب با دمای $75^{\circ}C$ مخلوط کنیم، دمای آب به $45^{\circ}C$ می‌رسد. حجم نهایی آب چند لیتر است؟ (چگالی آب را ثابت و برابر یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)

- ۴/۵ (۱) ۵/۵ (۲) ۶/۶ (۳) ۷/۷ (۴)

۶۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد سیکلوهگزان نادرست است؟

- (۱) برخلاف ۱-هگزن شمار پیوندهای $C - H$ آن ۲ برابر شمار پیوندهای $C - C$ است.
 (۲) تعداد اتم‌های کربن و تعداد اتم‌های هیدروژن متصل به هر اتم کربن برابر است.
 (۳) در واکنش سوختن آن، حجم بخار آب و کربن دی‌اکسید تولیدشده برابر است.
 (۴) واکنش‌پذیری و درصد جرمی هیدروژن این ترکیب از بنزن بیشتر است.

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد انجماد آب درست است؟

- الف: در طی این فرایند سطح انرژی آب افزایش می‌یابد.
 ب: در طی آن فاصله میان مولکول‌های آب افزایش می‌یابد.
 پ: با انجام آن جنبش‌های نامنظم ذرات آب کاهش می‌یابد.
 ت: فراورده این فرایند طی فرایند چگالش به بخار تبدیل می‌شود.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۶۸- اگر چگالی یک آلکن گازی در شرایط استاندارد برابر $2/5$ گرم بر لیتر باشد، این آلکن چه نامی می‌تواند داشته باشد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- ۱- بوتن (۱) ۲- پنتن (۲) ۳- پروپن (۳) ۴- اتن (۴)

۶۹- از واکنش سوختن متان با معادله $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g) + 800 kJ$ برای گرم کردن اتانول استفاده می‌کنیم. اگر ۲۰ درصد گرمای تولیدشده در این واکنش به اتانول برسد، برای رساندن دمای ۱۰ لیتر الکل $20^{\circ}C$ ، با چگالی $0/8 g. mL^{-1}$ ، به نقطه جوش الکل ($80^{\circ}C$) به چند لیتر گاز متان با چگالی $0/64 g. L^{-1}$ نیاز داریم؟ (گرمای ویژه الکل برابر $g^{-1}. J. ^{\circ}C^{-1}$ است. $2/4$ است. $H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- ۲۷۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۲۵ (۴)

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۷۰- در دما و فشار ثابت، واکنش موازنه‌نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ انجام می‌شود. اگر حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده دو برابر حجم گاز آمونیاک تولیدشده باشد، بازده درصدی این واکنش چقدر است؟

- ۷۵ (۱) ۶۶/۷ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات





بودجه بندی دروس آزمون بعد...

جامع نیم سال اول



میزان پیشروی:

تاریخ برگزاری: ۲۷ دی

آمار و احتمال

آشنایی با مبانی ریاضیات
(کل فصل ۱)
احتمال
(مبانی احتمال - احتمال غیرهم‌شانس)
صفحه‌های ۱ تا ۴۷

هندسه ۲

دایره (کل فصل ۱)
تبدیل‌های هندسی
(درس اول: تبدیل‌های هندسی
تا انتهای بازتاب)
صفحه‌های ۹ تا ۳۸

حسابان ۱

جبر و معادله (کل فصل ۱) /
تابع (کل فصل ۲) /
توابع نمایی و لگاریتمی (تابع نمایی)
صفحه‌های ۱ تا ۷۹

شیمی

قدر هدایای زمینی را بدانیم (کل فصل ۱)
در پی غذای سالم
(از ابتدای فصل تا انتهای گرما
در واکنش‌های شیمیایی (گرماشیمی))
صفحه‌های ۱ تا ۶۵

فیزیک

الکتریسیته ساکن (کل فصل ۱)
جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم
(از ابتدای فصل تا انتهای نیروی
محركة الکتریکی و مدارها)
صفحه‌های ۱ تا ۶۶

آزمون



کارنامه رتبه‌های بهرتر

رتبه‌های ا تا ۳۰۰۰



جزوه



فیلم



مشاوره



www.
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف





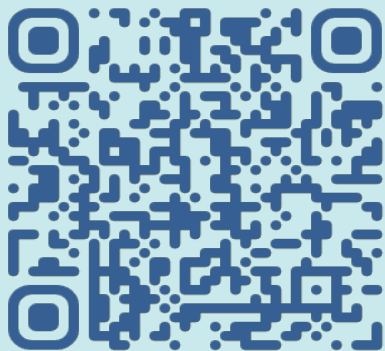
دفترچه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۰/۲۰



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه یازدهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۷

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	حسین نادری - فرشاد حسن زاده - جهانبخش نیکنام محدثه شیخعلی - شاهین پروازی - سوگند روشنی فرید غلامی - حمیدرضا ولیپور - امیرحسین تقی زاده جلیل احمد میربلوچ - نیما مهندس - حامد قاسمیان	محسن جواهری - فرزانه خاکپاش حمیدرضا ولیپور - علیرضا ملک حسینی
فیزیک	سجاد صادقی زاده	کامران ابراهیمی - سجاد صادقی زاده - آروین صالحی حسین عبدوی نژاد - محمد قریب مجید میرزائی - محمد جواد سورچی	محمد جواد سورچی - پویا هدایتی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی - پرهام تیزپا	محمد داودآبادی فراهانی - رامین رزمجو امیر بصراوی

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

سلام، دمت گرم که تلاشت رو ادامه میدی و با نتیجه آزمون یادگیریت رو کامل میکنی!

خیال کن میخوای توی شب تاریک از یک جنگل عبور کنی و به مقصدی که اولین باره سمتش میری برسی. اگه توی این مسیر یک چراغ و یک مسیریاب داشته باشی خیالت راحت تره ولی قدم‌ها رو خودت باید برداری ما همراهت هستیم تا توی این مسیر که بارها با دانش‌آموزهای موفق دیگه طی کردیم، تو رو به سمت هدفت راهنمایی کنیم. امسال بیش از ۲۰۰ هزار نفر در آزمون‌های متوسطه دوم ماز شرکت می‌کنن و شما میتونی ارزیابی دقیقی از خودت داشته باشی و با این بازخورد از یک جامعه آماری بالا ساعت مطالعات رو بالا ببری و روش مطالعات رو اصلاح کنی و مرحله به مرحله خودت رو به هدفت نزدیک تر کنی. ما هم تلاشمون رو می‌کنیم که هرچی به عنوان چراغ و مسیریابی نیاز داری در اختیارت بذاریم تا با خیال راحت این مسیر رو طی کنی:

حالا یک سری از کارهایی که به ویژگی‌های آزمون اضافه کردیم رو بهت می‌گم...

استراتژی‌های حل سؤال، نکات کلیدی، قلق‌های حل تست و ...

سؤال‌هایی برای یادآوری و مرور

اهداف کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت آزمون

شباهت حداکثری با محتوای سؤالات کنکور

صفحه‌آرایی و فونت کاملاً یکسان با کنکور

بخشی از کارهایی که اخیراً برای ارتقای کیفیت و خدمات آزمون ماز انجام شده:

برنامه مطالعاتی برای تمام رشته‌ها و تمام پایه‌ها: می‌دونیم که برنامه‌ریزی و رسیدن به بودجه‌بندی آزمون کار سختیه و کلی انرژی باید صرف این برنامه‌ریزی بشه! پس ما بعد از هر آزمون، تمام لقمه‌های مطالعاتی + یک پلتفرم مطالعاتی (کاربرگ مطالعاتی) برای رسیدن به آزمون بعد در اختیارتون قرار می‌دیم تا با خیال راحت و بدون دغدغه، برنامه‌ریزی کنید و به آزمون بعد برسید.

پاسخنامه ویدیویی: با اینکه پاسخنامه آزمون رو سعی می‌کنیم به کامل‌ترین شکل ممکن براتون بنویسیم؛ اما باز هم اگه برای حل برخی سؤالات دچار ابهام شدین می‌تونید از پاسخنامه ویدیویی آزمون استفاده کنید. این پاسخنامه توسط اساتید کلاس آنلاین ماز و مؤلفان و طراحان آزمون ماز حاضر میشه.

آزمون‌های تیک آبی برای جلوگیری از تقلب: درسته که ما تبلیغات تلویزیونی آن چنانی نداریم، اما به لطف نظرات مثبت شما، جامعه آماری ماز خیلی زیاد شده و کسب رتبه واقعی در این جامعه آماری می‌تونه بهتون کمک کنه که رتبه واقعی‌تون در کنکور رو هم تخمین بزنید.

حالا برای اینکه شانس تقلب در آزمون به حداقل برسه، در برخی از آزمون‌های ماز برای یک درس، آزمون تیک آبی گرفته میشه (حدود ۱۰ تا ۱۵ سؤال) که این آزمون برای هر فرد متفاوت از بقیه افراد هست، تأثیری هم در درصد و کارنامه نداره، اما اگه تفاوت تراز یک نفر در این آزمون با همون درس در آزمون ماز، فاحش باشه، به این معنی هست که احتمالاً این فرد تقلب کرده و به این فرد رتبه داده نمیشه، تا کسانی که تقلب نکردن، رتبه واقعی خودشون رو ببینن. پس حتماً در آزمون تیک آبی شرکت کنید و به همه سؤالاتش پاسخ بدید.

سرنخ برای درصد گرفتن در درس‌های دشوار: بعضی درس‌ها ذاتاً دشوار هستن، نه فقط برای شما، برای همه! به طور مثال درس ریاضی برای خود من (رسول خنجری)، درس سختی بوده همیشه! اما توی کنکور خودم (کنکور ۹۲)، ریاضی رو تقریباً ۵۷ درصد زدم! چطوری؟ با پیدا کردن سؤال‌های آسون (به جای اتلاف وقت سر سؤال‌های سخت)! حالا برای یادگیری این استراتژی و درصد گرفتن در درس‌های دشوار، داخل بعضی از آزمون‌ها براتون سرنخ‌هایی گذاشتیم، مثلاً سرنخ سؤالات «مشابه تمرین کتاب درسی» در این آزمون! این سؤالات هم به درد امتحان نهایی‌تون میخورن، هم میتونن توی کنکور طرح بشن! و هم حل کردنشون براتون راحت‌تره! و باید یاد بگیرید این جنس سؤالات رو داخل هر آزمونی از جمله کنکور، پیدا کنید و اول اونارو حل کنید.

کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

ریاضی

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آنها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لاقلاً سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

سلام به همه مازی‌های عزیز

ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون

توی این آزمون به سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...
- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقاً از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردین؟

+ مباحثی که توی این آزمون ازش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

تعداد سوال	مباحث	فصل	کتاب
۱	توابع گویا	فصل دوم	حسابان ۱
۱	توابع رادیکالی		
۱	تابع جزء صحیح		
۱	تساوی دو تابع		
۱	تابع یک‌به‌یک		
۲	وارون توابع		
۳	اعمال جبری روی توابع		
۴	ترکیب توابع		
۱	معرفی توابع نمایی		
۱	نمودار توابع نمایی		
۴	معادلات و نامعادلات نمایی		
۲	دایره‌های محیطی و محاطی مثلث	فصل اول	هندسه ۲
۱	چهارضلعی‌های محاطی و محیطی		
۲	تبدیل‌های هندسی	فصل دوم	
۱	ضرب دکارتی بین دو مجموعه	فصل اول	آمار و احتمال
۲	مبانی احتمال	فصل دوم	
۲	احتمال غیرهم‌شانس		

- آقا! + بله؟

از این مباحثی که گفتین، کدوما مهم‌ترین؟

خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن ولی اگه بخوام مهم‌ترها رو بگم، از بین همه این مباحث، قسمت‌های "ترکیب توابع" و "تابع نمایی" در حسابان و همچنین قسمت "احتمال" در آمار و احتمال اهمیت زیادتری دارن.

حالا بزن بریم که آزمون رو با هم تحلیل کنیم ...

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز



۱- اگر $f(x) = \frac{1}{x-2a}$ و مجموع اعدادی که در دامنه f نیستند برابر ۲۴ باشد، مجموع ریشه‌های $f(x)=1$ چقدر است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

(متوسط - انواع تابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که توابع گویا در ریشه‌های مخرج کسر تعریف نشده هستند، پس:

$$x - 2a = 0 \Rightarrow x = 2a$$

$$x + a = 0 \Rightarrow x = -a$$

$$2 - \frac{x-a}{x+a} = 0 \Rightarrow \frac{x-a}{x+a} = 2 \Rightarrow x-a = 2x+2a \Rightarrow x = -3a$$

$$2a - a - 3a = -2a = 24 \Rightarrow a = -12$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x+24} = \frac{1}{x+24} = \frac{x-12}{(x-36)(x+24)}$$

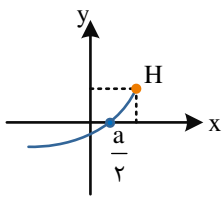
$$\Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow \frac{x-12}{(x-36)(x+24)} = 1 \Rightarrow x-12 = x^2 - 12x - 864 \Rightarrow x^2 - 13x - 852 = 0 \Rightarrow S = 13$$

در نتیجه داریم:

دامنه توابع گویا

برای پیدا کردن دامنه تابع گویا به فرم $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ که در آن $P(x)$ و $Q(x)$ توابع چندجمله‌ای هستند، ریشه‌های (های) عبارت مخرج کسر را (در صورت وجود) پیدا کرده و آن‌ها را از مجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) حذف می‌کنیم.

گروه آموزشی ماز



۲- اگر نمودار تابع $f(x) = a^2 - a\sqrt{a-x}$ به صورت زیر باشد، فاصله نقطه H تا مبدأ مختصات کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۲)
 $\frac{5\sqrt{5}}{16}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۱)
 $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۳)

(متوسط - انواع تابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به شکل، می‌دانیم که $f(\frac{a}{2}) = 0$ می‌باشد، پس:

$$a^2 - a\sqrt{a - \frac{a}{2}} = 0 \Rightarrow a^2 = a\sqrt{\frac{a}{2}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^4 = \frac{a^3}{2} \xrightarrow{a \neq 0} a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}-x} \Rightarrow D_f : \frac{1}{2}-x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow D_f = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

برای به دست آوردن برد $f(x)$ به یکی از دو روش زیر می‌توان عمل کرد:

روش اول:

از نامعادله $\sqrt{\frac{1}{2}-x} \geq 0$ تابع f را می‌سازیم:

$$\sqrt{\frac{1}{2}-x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{\frac{1}{2}-x} \leq 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}-x} \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}-x} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) \leq \frac{1}{4} \Rightarrow R_f = (-\infty, \frac{1}{4}]$$

روش دوم:

از آن جا که طبق نمودار، با افزایش مقدار x مقدار $f(x)$ هم افزایش می‌یابد، پس بیشترین مقدار $f(x)$ در $x = \frac{1}{2}$ به دست می‌آید:

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} \Rightarrow R_f = (-\infty, \frac{1}{4}]$$

در نتیجه مختصات نقطه H به صورت زیر درمی آید:

$$H\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \Rightarrow OH = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

دامنه توابع رادیکالی

برای پیدا کردن دامنه توابع رادیکالی، با توجه به فرجه رادیکال داریم:

- اگر فرجه رادیکال فرد باشد، دامنه تابع با دامنه عبارت زیر رادیکال برابر است. به عبارت دیگر، رادیکال فرجه فرد را نادیده می‌گیریم و فقط دامنه عبارت زیر رادیکال را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g$$

به عنوان مثال

برای پیدا کردن دامنه تابع $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x}{3-x}}$ ، کافی است رادیکال را نادیده گرفته و فقط دامنه عبارت زیر رادیکال را به دست بیاوریم:

$$g(x) = \frac{2x}{3-x} \xrightarrow{\text{ریشه مخرج}} 3-x=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

- اگر فرجه رادیکال زوج باشد، برای پیدا کردن دامنه تابع، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

(۱) دامنه عبارت زیر رادیکال را به دست می‌آوریم. (D_g)

(۲) عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم و مجموعه جواب آن را به دست می‌آوریم. ($g(x) \geq 0$) دقت کنید اگر رادیکال با فرجه زوج در مخرج کسر باشد، باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر از صفر قرار دهیم زیرا مخرج کسر نمی‌تواند صفر باشد.

به عنوان مثال

برای به دست آوردن دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{3-x}}$ داریم:

$$g(x) = \frac{x-2}{3-x} \xrightarrow{\text{ریشه مخرج}} 3-x=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

حال عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم و مجموعه جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x-2}{3-x} \geq 0 \xrightarrow{\text{پس از تعیین علامت}} x \in [2, 3]$$

$$(\mathbb{R} - \{3\}) \cap [2, 3] = [2, 3) \Rightarrow D_f = [2, 3)$$

در نهایت:

گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۳- معادله $-3x - [x] = [-x] - 5$ چند ریشه دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(آسان - انواع تابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & : x \in \mathbb{Z} \\ -1 & : x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

می‌دانیم همواره:

پس معادله را ساده‌تر کرده و در دو حالت $x \in \mathbb{Z}$ و $x \notin \mathbb{Z}$ آن را حل می‌کنیم:

$$-3x - [x] = [-x] - 5 \Rightarrow [x] + [-x] = -3x + 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} : 0 = -3x + 5 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \notin \mathbb{Z} \times \\ x \notin \mathbb{Z} : -1 = -3x + 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \in \mathbb{Z} \times \end{cases}$$

از آن جا که هیچ‌یک از xهای به دست آمده در شرط اولیه خود صدق نمی‌کنند، پس معادله فاقد ریشه است.

تعریف جزء صحیح

جزء صحیح عدد a، اولین یا بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی a است و آن را به صورت [a] نمایش می‌دهند.

نکته ۱

جزء صحیح هر عدد صحیح، برابر با خود آن عدد صحیح است.

نکته ۲

برای تعیین جزء صحیح عددی غیر صحیح، کافی است توجه کنیم که این عدد بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار گرفته است. حال جزء صحیح عدد، برابر با عدد صحیح کوچکتر است.

به طور کلی، هرگاه $n \in \mathbb{Z}$ ، $n \leq x \leq n+1$ باشد، آن گاه: $[x] = n$ است.

نکته ۳

هیچ چیزی از داخل براکت به بیرون درز نمی‌کند! مگر عدد یا عبارت صحیحی که داخل براکت جمع یا تفریق شده باشد.

$$[x+k] = [x] + k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$[x+k[x]] = [x] + k[x] = (k+1)[x]$$

نکته ۴

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x]-1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

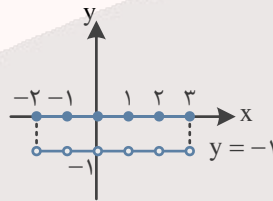
معرفی تابع $[x]+[-x]$

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

و در حالت کلی‌تر داریم:

$$[0] + [-0] = \begin{cases} 0 & ; 0 \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; 0 \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

نمودار آن هم به صورت مقابل است:



گروه آموزشی ماز

مشابه تمرین کتاب درسی

۴- در چند مورد از داده‌های زیر، توابع f و g با هم برابر هستند؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است)

الف: $f(x) = |x-4|$ ، $g(x) = |x|-4$

ب: $f(x) = [x+1]$ ، $g(x) = [x]+1$

پ: $f(x) = (\sqrt{x})^2$ ، $g(x) = x$

ت: $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ، $g(x) = \frac{x}{|x|}$

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

(آسان - انواع تابع - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

شرط تساوی دو تابع: (۱) دامنه‌های برابر داشته باشند. (۲) ضابطه‌های برابر داشته باشند.

الف) هیچ‌گاه نمی‌توان عدد $k \neq 0$ را در حالت جمع و تفریق از درون قدر مطلق خارج کرد:

$$|x-k| \neq |x|-k$$

$$[x+k] = [x]+k$$

$$D_f = [0, +\infty) , D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\} , f(x) = g(x)$$

ب) برای جزء صحیح می‌توان $k \in \mathbb{Z}$ را در حالت جمع و تفریق از جزء صحیح خارج نمود:

ب) محاسبه دامنه‌ها:

ت

در نتیجه موارد «ب» و «ت» دو تابع مساوی‌اند.

تساوی دو تابع

دو تابع f و g را با هم برابر می‌نامیم، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

(۱) دامنه توابع f و g با هم برابر باشند.

(۲) برای هر x از دامنه یکسان، $f(x) = g(x)$ باشد.

به عبارت دیگر، دو تابع f و g زمانی با هم برابرند که دامنه هر دو تابع (قبل از ساده کردن) و ضابطه آن‌ها (بعد از ساده کردن) با هم برابر باشند.

گروه آموزشی ماز

۵- تابع داده شده $f = \{(1, a), (0, 3), (1, 2a^2 + 5a), (2a, 3)\}$ یک به یک است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

(آسان - اعمال روی توابع - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

شرط تابع بودن: $(1, a) \Rightarrow 2a^2 + 5a = a \Rightarrow 2a^2 + 4a = 0 \Rightarrow 2a(a+2) = 0 \Rightarrow a = 0$ و $a = -2$

شرط یک به یک بودن: $(0, 3) \Rightarrow 2a = 0 \Rightarrow a = 0$

اشتراک جوابها: $a = 0$

شرط یک به یک بودن این است که به ازای عرضهای یکسان در دو زوج مرتب، طولهای یکسان داشته باشیم.

ویژگیهای تابع وارون

(۱) دامنه تابع f با برد تابع f^{-1} برابر است و همچنین برد تابع f نیز با دامنه تابع f^{-1} برابر است:

$$D_f = R_{f^{-1}}$$

$$R_f = D_{f^{-1}}$$

(۲) نمودار تابع f و تابع f^{-1} ، نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم ($y = x$) متقارن هستند.

(۳) اگر نقطه (a, b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، در این صورت، نقطه (b, a) روی نمودار تابع f^{-1} قرار دارد، به عبارت دیگر:

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر هر خط افقی حداکثر در یک نقطه نمودار تابع $f(x)$ را قطع کرده و بدانیم $f\left(\frac{2x+g(x)}{3}\right) = f(1-x)$ است، عرض از مبدأ تابع $g^{-1}(x)$ کدام است؟

($D_f = \mathbb{R}$)

- (۱) ۰/۶ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۷ (۴) ۰/۴

(متوسط - اعمال روی توابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

می دانیم در صورتی که هر خط افقی حداکثر در یک نقطه نمودار تابع $f(x)$ را قطع کند تابع یک به یک خواهد بود. در توابع یک به یک می توان از تساوی $f(0) = f(\square) \Rightarrow 0 = \square$ رسید، پس خواهیم داشت:

$$f\left(\frac{2x+g(x)}{3}\right) = f(1-x) \xrightarrow{\text{تابع } f \text{ یک به یک است}} \frac{2x+g(x)}{3} = 1-x \Rightarrow 2x+g(x) = 3-3x \Rightarrow g(x) = 3-5x$$

از طرفی، برای یافتن عرض از مبدأ تابع $g^{-1}(x)$ باید به جای x عدد صفر را در ضابطه اش قرار دهیم، پس:

$$g^{-1}(0) = \text{عرض از مبدأ تابع } g^{-1}(x)$$

فرض کنیم $g^{-1}(0) = \alpha$ باشد. از آنجا که: $g^{-1}(a) = b \Leftrightarrow g(b) = a$ ، پس می توان نوشت:

$$g^{-1}(0) = \alpha \Rightarrow g(\alpha) = 0 \Rightarrow 3-5\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{5} = 0/6$$

نکاتی از توابع

در توابع یک به یک به ازای عرضهای یکسان، طولهای یکسان خواهیم داشت، یعنی:

$$f(0) = f(\square) \Rightarrow 0 = \square$$

در تابع خطی $f(x) = ax + b$ برای یافتن عرض از مبدأ کافی است به جای x ، عدد صفر را قرار دهیم:

$$f(0) = a \times 0 + b \Rightarrow f(0) = b$$

گروه آموزشی ماز

۷- وارون تابع $f(x) = x + \frac{[x]}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{x}$ را به صورت $f^{-1}(x) = (\frac{\sqrt{4x+b}+c}{2})^2$ نوشته‌ایم. حاصل $b+c$ کدام است؟ [] علامت جزء صحیح است

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

(متوسط - اعمال روی توابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه برای به دست آوردن دامنه توابع رادیکالی با فرجه زوج، عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد (و اگر رادیکال در مخرج کسر باشد عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر از صفر باشد)، پس داریم:

$$\sqrt{1-x} : 1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \quad \text{اشتراک دامنه‌ها} \rightarrow D_f = [0, 1)$$

$$\sqrt{x} : x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x$$

با توجه به اینکه $D_f = [0, 1)$ است، پس: $[x] = 0$ ، در نتیجه تابع $f(x)$ به صورت زیر درمی‌آید:

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

حال برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$y = x + \sqrt{x} \xrightarrow{\text{طرف راست را مربع کامل می‌کنیم}} y + \frac{1}{4} = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} \Rightarrow y + \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2$$

$$\Rightarrow \frac{4y+1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{4y+1}{4}} = \frac{\sqrt{4y+1}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{4y+1}}{2} - \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{4y+1}-1}{2} \Rightarrow x = (\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2})^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (\frac{\sqrt{4x+1}-1}{2})^2 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow b+c=0$$

ضابطه وارون یک تابع

برای به دست آوردن ضابطه وارون یک تابع از معادله $y = f(x)$ ، x را برحسب y تعیین کرده و با تبدیل y به x و x به y ضابطه $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x}-1}$ و $g = \{(0,1), (1,4), (2,2)\}$ باشد، بیشترین مقدار $(f-g).g$ کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2+\sqrt{2}$ (۴) $+2$

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دامنه هر کدام از توابع داده شده را به دست می‌آوریم:

$$f \text{ در تابع } \begin{cases} 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = [0, 4] - \{1\}$$

$$D_g = \{0, 1, 2\}$$

برای تشکیل تابع $(f-g).g$ ، ابتدا باید دامنه آن را تعیین کنیم.

می‌دانیم که $D_{f-g} = D_f \cap D_g$ ، همچنین $D_{f.g} = D_f \cap D_g$ ، پس داریم:

$$D_{(f-g).g} = D_{f-g} \cap D_g = D_f \cap D_g = \{0, 2\}$$

حال برای دو مقدار $x=0$ و $x=2$ ، مقدار $(f-g).g$ را به دست می‌آوریم:

$$(f-g).g \xrightarrow{x=0} (f(0)-g(0)) \times g(0) = (-2-1) \times (1) = -3$$

$$(f-g).g \xrightarrow{x=2} (f(2)-g(2)) \times g(2) = (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 2) \times (2) = (2+\sqrt{2}-2) \times (2) = 2\sqrt{2}$$

کسر را گویا می‌کنیم

$$(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} - 2) \times 2 = \frac{2+\sqrt{2}}{2-1} - 2 = 2+\sqrt{2}$$

$$(f-g).g = \{(0, -3), (2, 2\sqrt{2})\}$$

در نتیجه:



اعمال جبری روی توابع

اگر توابع f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، در این صورت جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و ... این توابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

عملیات	ضابطه	دامنه
جمع	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$
تفریق	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_{f-g} = D_f \cap D_g$
ضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} ; (g(x) \neq 0)$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\}$
توان	$(f)^n(x) = f(x) \cdot f(x)$	$D_{f^n} = D_f$
ضرب عدد در تابع	$(kf)(x) = kf(x)$	$D_{kf} = D_f$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 3x}$ و $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 3x}$ و $h = f \cdot g$ باشد، دامنه تابع $\sqrt{12 - h}$ کدام است؟

- (۱) $[3, 4]$ (۲) $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 0] \cup [3, 4]$ (۴) $[3, +\infty)$

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x(x - 3) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c} | \quad 0 \quad | \quad 3 \quad | \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \end{array} \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_f = D_g = (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

اکنون به سراغ تابع $h = f \cdot g$ می‌رویم و ضابطه و دامنه آن را به دست می‌آوریم:

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g = (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

$$f(x) \cdot g(x) = (x - \sqrt{x^2 - 3x})(x + \sqrt{x^2 - 3x}) = x^2 - (x^2 - 3x) = 3x$$

$$t(x) = \sqrt{12 - h(x)} = \sqrt{12 - 3x}$$

اکنون تابع $t(x) = \sqrt{12 - h(x)}$ را تشکیل داده و دامنه آن را به دست می‌آوریم:

برای به دست آوردن دامنه $t(x)$ باید توجه داشته باشیم مقادیر موجود در دامنه $t(x)$ باید دارای دو شرط همزمان باشند:

$$\text{شرط اول: } 12 - 3x \geq 0 \Rightarrow 3x \leq 12 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow (-\infty, 4]$$

$$\text{شرط دوم: } x \in (-\infty, 0] \cup [3, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{t(x)} = D_{f \cdot g} \cap (-\infty, 4] = (-\infty, 0] \cup [3, 4]$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $f(x) = [x] - 3|x|$ و $g(x) = f([f(x)] - |f(x)|)$ باشد، آن گاه حاصل $(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) -82 (۲) 82 (۳) -84 (۴) 84

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

$$(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

می‌دانیم که:

پس باید ابتدا $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ را محاسبه کنیم:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left[-\frac{1}{2}\right] - 3\left|-\frac{1}{2}\right| = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(-\frac{5}{2}\right) = f\left(\left[f\left(-\frac{5}{2}\right)\right] - \left|f\left(-\frac{5}{2}\right)\right|\right)$$

بنابراین:

اکنون برای محاسبه عبارت بالا نیاز است که $f\left(-\frac{5}{2}\right)$ را به دست آوریم:

$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = \left[-\frac{5}{2}\right] - 3\left|-\frac{5}{2}\right| = -3 - \frac{15}{2} = -\frac{21}{2}$$

$$f\left(\left[f\left(-\frac{5}{2}\right) - \left|f\left(-\frac{5}{2}\right)\right|\right]\right) = f\left(\left[-\frac{21}{2} - \left|-\frac{21}{2}\right|\right]\right)$$

$$= f\left(\left[-\frac{21}{2} - \frac{21}{2}\right]\right) = f\left([-21]\right) = f(-21) = [-21] - 3|-21| = -21 - 63 = -84$$

در نتیجه:

مفهوم ترکیب توابع

اگر f و g دو تابع باشند، در این صورت ترکیب این دو تابع را به صورت‌های زیر نشان می‌دهیم:

(۱) $(f \circ g)(x)$: در این ترکیب، g را تابع درونی و f را تابع بیرونی می‌گوییم و آن را به صورت $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ نمایش می‌دهیم. توجه داشته باشید که این ترکیب به شرطی برقرار است که خروجی‌های تابع g در دامنه تابع f قرار داشته باشند.

$$x \rightarrow g \rightarrow f \rightarrow f(g(x))$$

(۲) $(g \circ f)(x)$: در این ترکیب، f را تابع درونی و g را تابع بیرونی می‌گوییم و آن را به صورت $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ نمایش می‌دهیم. توجه داشته باشید که این ترکیب هم به شرطی برقرار است که خروجی‌های تابع f در دامنه تابع g قرار داشته باشند.

$$x \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow g(f(x))$$

محاسبه مقدار تابع مرکب

(۱) $(f \circ g)(a)$: برای محاسبه مقدار تابع $(f \circ g)(x)$ در نقطه $x = a$ ، ابتدا از تابع درونی شروع کرده و مقدار تابع $g(x)$ را به ازای $x = a$ به دست می‌آوریم، سپس $g(a)$ را به عنوان ورودی، وارد تابع بیرونی کرده و مقدار تابع $f(x)$ را به ازای $g(a)$ محاسبه می‌کنیم. مقدار به دست آمده همان حاصل $(f \circ g)(a)$ خواهد بود.

(۲) $(g \circ f)(a)$: به طریق مشابه، برای محاسبه مقدار تابع $(g \circ f)(x)$ به ازای $x = a$ ، ابتدا $x = a$ را وارد تابع $f(x)$ کرده و مقدار $f(a)$ را به دست می‌آوریم. سپس $f(a)$ را به عنوان ورودی، وارد تابع $g(x)$ می‌کنیم و مقدار تابع g را به ازای $f(a)$ محاسبه می‌کنیم. مقدار به دست آمده همان حاصل $(g \circ f)(a)$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $f(x) = \sqrt{1+x}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد، دامنه تابع $(f \circ g) \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴ بی‌شمار

(۳ صفر

(۲ دو

(۱ یک

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$1+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_f = [-1, +\infty)$$

$$x-x^2 \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c} | \\ \bullet \\ - \\ | \\ \bullet \\ + \\ | \\ \bullet \\ - \\ | \end{array} \Rightarrow D_g = [0, 1]$$

$$D_h = D_f \cap D_g = [0, 1]$$

$$D_{h \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_h\} = \{x \in [0, 1] \mid 0 \leq \sqrt{x-x^2} \leq 1\}$$

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم:

اگر $f - g = h$ قرار دهیم، آن‌گاه:

حال دامنه $h \circ g$ را به دست می‌آوریم:

حاصل $0 \leq \sqrt{x-x^2} \leq 1$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$0 \leq \sqrt{x-x^2} \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \sqrt{x-x^2} \Rightarrow 0 \leq x-x^2 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1 & (*) \\ \sqrt{x-x^2} \leq 1 \Rightarrow x-x^2 \leq 1 \Rightarrow -x^2+x-1 \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} & (**) \end{cases}$$

$$-x^2+x-1: \Delta = (1)^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = -3$$

با توجه به اینکه $\Delta < 0$ است، پس به ازای تمام $x \in \mathbb{R}$ این عبارت منفی است.

$$(*) \cap (**) \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \cap x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow [0, 1]$$

در نتیجه:

$$D_{h \circ g} = \{x \in [0, 1] \mid x \in [0, 1]\} = [0, 1] \Rightarrow \text{شامل دو عدد صحیح}$$

دامنه تابع مرکب

دامنه تابع $f \circ g$: برای به دست آوردن دامنه تابع $f \circ g$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

(۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.

(۲) ضابطه تابع $g(x)$ را در محدوده دامنه تابع f قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده‌های برای x به دست می‌آوریم.

(۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع g ، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع $f \circ g$ به دست آید:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

دامنه تابع $g \circ f$: برای به دست آوردن دامنه تابع $g \circ f$ مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

(۱) دامنه توابع f و g را به دست می‌آوریم.

(۲) ضابطه تابع $f(x)$ را در محدوده دامنه تابع g قرار داده و با حل نامعادله حاصل شده، محدوده‌های برای x به دست می‌آوریم.

(۳) در نهایت بین محدوده به دست آمده در مرحله قبل و دامنه تابع f ، اشتراک می‌گیریم تا دامنه تابع $g \circ f$ به دست آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$



توجه داشته باشید که دامنه تابع مرکب را همیشه با توجه به تعاریف آن به دست می‌آوریم و نه از روی ضابطه آن!

به عنوان مثال

توابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ را در نظر بگیرید:

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2(\sqrt{x-1})^2 - 1 = 2(x-1) - 1 = 2x - 3 \Rightarrow D_{g \circ f} = \mathbb{R}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\} \Rightarrow D_{g \circ f} = [1, +\infty)$$

همانطور که می‌بینید $D_{g \circ f}$ با توجه به ضابطه آن برابر \mathbb{R} است، در صورتی که دامنه واقعی آن $[1, +\infty)$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $f(x) = \frac{3x+1}{2}$ و $g^{-1}(x) = \sqrt{2x-9}$ باشند، مقدار عددی $(g \circ f^{-1})(2)$ کدام است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۱ (۳)

۵ (۴)

(متوسط - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ گزینه ۱

از آن‌جا که $(g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2))$ می‌باشد، پس باید توابع $f^{-1}(x)$ و $g(x)$ را به دست آوریم:

$$f(x) = \frac{3x+1}{2} \Rightarrow y = \frac{3x+1}{2} \xrightarrow{\text{تعویض جای } x \text{ و } y} x = \frac{3y+1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{به دست آوردن } y \text{ بر حسب } x} 2x = 3y+1 \Rightarrow y = \frac{2x-1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{3}$$

همچنین و به طریق مشابه می‌توان نوشت:

$$g^{-1}(x) = \sqrt{2x-9} \Rightarrow y = \sqrt{2x-9} \Rightarrow x = \sqrt{2y-9} \Rightarrow x^2 = 2y-9 \Rightarrow y = \frac{x^2+9}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{x^2+9}{2}$$

$$(g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(1) = \frac{1^2+9}{2} = 5$$

حال داریم:

$$f^{-1}(2) = \frac{2 \times 2 - 1}{3} = 1$$

راه حل تستی

در این روش به کمک ماشین تابع و دستگاه داریم:

$$2 \xrightarrow{\text{ورودی}} f^{-1} \rightarrow g \rightarrow \text{خروجی}$$

$$\frac{3x+1}{2} = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$1 = \sqrt{2x-9} \Rightarrow 1 = 2x-9 \Rightarrow x = 5$$

از آن‌جا که ورودی تابع وارون، خروجی تابع اصلی می‌باشد، پس:

حال قرار است $x = 1$ به عنوان ورودی تابع g باشد، پس خروجی $g^{-1}(x)$ باید ۱ باشد، یعنی:

ترکیب توابع

$$(g \circ f^{-1})(x) = g(f^{-1}(x))$$

$$(f \circ g^{-1})(x) = f(g^{-1}(x))$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر $(f+g)(x) = (f \times g)(x)$ باشد، حاصل $(g \circ f^{-1})(x)$ کدام است؟

(۴) $\frac{x-1}{x}$

(۳) $\frac{x+1}{x}$

(۲) $\frac{x}{x-1}$

(۱) $\frac{x}{x+1}$

(آسان - اعمال روی توابع - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$(f+g)(x) = (f \times g)(x) \Rightarrow f(x) + g(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\Rightarrow f(x) \times g(x) - g(x) = f(x) \Rightarrow g(x)(f(x) - 1) = f(x)$$

$$g(x) = \frac{f(x)}{f(x)-1} \Rightarrow g \circ f^{-1}(x) = g(f^{-1}(x)) = \frac{f(f^{-1}(x))}{f(f^{-1}(x))-1} = \frac{x}{x-1}$$

ترکیب یک تابع با وارون خودش

اگر f تابعی وارون پذیر بوده و تابع وارون آن به صورت f^{-1} باشد، در این صورت، ترکیب تابع f با تابع f^{-1} ، تابعی همانی خواهد بود.

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = x, \quad x \in D_{f^{-1}} = R_f$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x, \quad x \in D_f = R_{f^{-1}}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- در تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{4m-2}{12m-3}\right)^x$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر f کاهش می یابد، اگر محدوده تغییرات m به صورت بازه $[-a, b] \cap \mathbb{R}$ باشد، مقدار

$4a+b$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱/۵

(۲) ۱

(۱) ۵/۰

(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

در تابع نمایی $f(x) = a^x$ ، اگر با افزایش x ، مقدار $f(x)$ کاهش یابد نتیجه می گیریم که باید: $0 < a < 1$ باشد، پس داریم:

$$0 < \frac{4m-2}{12m-3} < 1$$

$$0 < \frac{4m-2}{12m-3} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c} \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \\ | \quad | \\ + \quad - \quad + \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{جواب}} \left(-\infty, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$\frac{4m-2}{12m-3} < 1 \Rightarrow \frac{4m-2}{12m-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{4m-2-12m+3}{12m-3} < 0 \Rightarrow \frac{-8m+1}{12m-3} < 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c} \frac{1}{8} \quad \frac{1}{4} \\ | \quad | \\ - \quad + \quad - \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{جواب}} \left(-\infty, \frac{1}{8}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$$

حال باید بین جواب های به دست آمده اشتراک بگیریم:

$$\left(-\infty, \frac{1}{8}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right) = \mathbb{R} - \left[\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right] \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a+b = 4 \times \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1$$

تابع نمایی

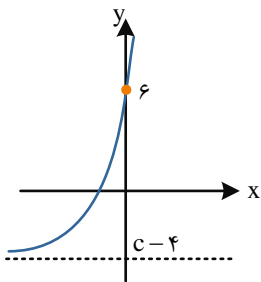
هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد را یک تابع نمایی گوئیم.

$$f(x) = a^x, \quad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

$0 < a < 1$	$a > 1$	وضعیت نمودار
<p>با افزایش x، مقدار $f(x)$ کاهش می‌یابد. (نزولی)</p>	<p>با افزایش x، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد (صعودی)</p>	
\mathbb{R}	\mathbb{R}	دامنه
$(0, +\infty)$	$(0, +\infty)$	برد

گروه آموزشی ماز

۱۵- نمودار تابع نمایی $f(x) = a^{(ax+b)} - a$ به صورت روبه رو است. اگر $f^{-1}(0) = -\frac{1}{a}$ باشد، مقدار b^{ac} کدام است؟



- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۹ (۳)
- ۲۷ (۴)

(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$f\left(-\frac{1}{a}\right) = 0$$

چون $f^{-1}(0) = -\frac{1}{a}$ است، پس داریم:

همچنین از روی نمودار هم مشخص است که نقطه $(0, 6)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$f\left(-\frac{1}{a}\right) = 0 \Rightarrow a^{(a(-\frac{1}{a})+b)} - a = 0 \Rightarrow a^{(-1+b)} - a = 0 \Rightarrow a^{(b-1)} = a^1 \Rightarrow b-1=1 \Rightarrow b=2$$

$$f(0) = 6 \Rightarrow a^{(a \cdot 0 + b)} - a = 6 \xrightarrow{b=2} a^2 - a = 6 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-2 \end{cases} \xrightarrow[\text{در تابع نمایی}]{a>0} a=3$$

$$c-4 = -3 \Rightarrow c=1$$

ضمناً تابع به ازای x های بسیار کوچک (x های منفی) به خط $y = -a = -3$ نزدیک می‌شود، پس داریم:

$$\Rightarrow b^{ac} = 2^{3 \times 1} = 2^3 = 8$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- واسطه حسابی ریشه‌های معادله $-4 \times 3^x + 9^x + 3 = 0$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۱/۵ (۲)

۰/۵ (۱)

(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$3^x = t \Rightarrow 9^x - 4 \times 3^x + 3 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 4 \times 3^x + 3 = 0$$

از روش تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-1) = 0 \Rightarrow t=1, t=3$$

$$t=1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x=0 \xrightarrow[\text{واسطه حسابی}]{0+1} \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} = 0/5$$

$$t=3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow x=1$$

یادآوری

واسطه حسابی دو عدد a و b به صورت $\frac{a+b}{2}$ به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{3}+2)^{2x^2-1} > (\sqrt{3}+2)^{\frac{x}{2}}$ به صورت (a, b) است. حاصل $b-a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

(متوسط - توابع نمایی و لگاریتمی - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم که $(\sqrt{3}+2)^2 = 7+4\sqrt{3}$ است، پس:

$$(\sqrt{3}+2)^{2x^2-1} > (\sqrt{3}+2)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow (\sqrt{3}+2)^{2x^2-1} > (\sqrt{3}+2)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow (\sqrt{3}+2)^x > (\sqrt{3}+2)^{2x^2-1} \Rightarrow x > 2x^2-1 \Rightarrow 2x^2-x-1 < 0$$

x	-1/2	1
2x ² -x-1	+	-

$$\Rightarrow x \in (-\frac{1}{2}, 1) \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow b-a = \frac{3}{2}$$

نامعادلات نمایی

اگر a عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد، آن‌گاه نامعادلاتی که در آن‌ها متغیر (مجهول) در توان قرار گرفته باشد را نامعادلات نمایی می‌نامیم.

برای حل نامعادلات نمایی به فرم $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ داریم:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Rightarrow \begin{cases} a > 1 & : f(x) > g(x) \\ 0 < a < 1 & : f(x) < g(x) \end{cases}$$

به عبارتی، اگر در دو طرف نامساوی، پایه‌ها بیشتر از یک بود، پایه‌ها را حذف می‌کنیم و به علامت نامساوی هم دست نمی‌زنیم ولی اگر پایه‌ها در دو طرف نامساوی بین صفر و یک باشد، پایه‌ها را حذف کرده و علامت نامساوی را عوض می‌کنیم:

$$(\sqrt{5})^x > (\sqrt{5})^3 \Rightarrow x > 3$$

$$(0/3)^x > (0/3)^5 \Rightarrow x < 5$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر تابع f با دامنه \mathbb{R} وارون‌پذیر باشد، توابع $y=f(\frac{4^x-2^x}{3})$ و $y=f(2^x-1)$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(سخت - توابع نمایی و لگاریتمی - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$f(\square) = f(\Delta) \Rightarrow \square = \Delta$$

می‌دانیم اگر تابع f وارون‌پذیر باشد، قطعاً یک‌به‌یک است. از طرفی در تابع یک‌به‌یک داریم: برای یافتن نقاط تلاقی توابع داده شده، ضابطه آن‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$f\left(\frac{4^x-2^x}{3}\right) = f(2^x-1) \Rightarrow \frac{4^x-2^x}{3} = 2^x-1$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر متغیر } 2^x=t} \frac{t^2-t}{3} = t-1 \Rightarrow t^2-t = 3t-3 \Rightarrow t^2-4t+3 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow 2^x=1 \Rightarrow x=0 \in \mathbb{Z} \checkmark \\ t=3 \Rightarrow 2^x=3 \Rightarrow x=2,1 \notin \mathbb{Z} \times \end{cases}$$

بنابراین دو تابع در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

نکته

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

اگر f تابعی یک‌به‌یک باشد:

گروه آموزشی ماز



چهارضلعی محیطی یا محاطی

- (۱) یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.
 (۲) یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۲- در یک مثلث با محیط ۲۲، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی ۱/۵ واحد است. اگر اندازه شعاع‌های دو تا از دایره‌های محاطی خارجی این مثلث برابر ۲ و ۸ باشد، کدام یک از مقادیر زیر طول هیچ یک از اضلاع این مثلث نیست؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

(متوسط - دایره - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

فرض کنید $r = 1/5$ ، $r_a = 2$ و $r_b = 8$ باشد، در این صورت داریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{r_c} \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \frac{1}{24} \Rightarrow r_c = 24$$

محیط مثلث برابر $2P = 32$ است، پس داریم:

$$P = \frac{32}{2} = 16$$

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow 1/5 = \frac{S}{16} \Rightarrow S = 24$$

حال اندازه اضلاع مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$r_a = \frac{S}{P-a} \Rightarrow 2 = \frac{24}{16-a} \Rightarrow 16-a = 12 \Rightarrow a = 4$$

$$r_b = \frac{S}{P-b} \Rightarrow 8 = \frac{24}{16-b} \Rightarrow 16-b = 3 \Rightarrow b = 13$$

$$r_c = \frac{S}{P-c} \Rightarrow 24 = \frac{24}{16-c} \Rightarrow 16-c = 1 \Rightarrow c = 15$$

پس طول هیچ کدام از اضلاع مثلث برابر ۶ نیست.

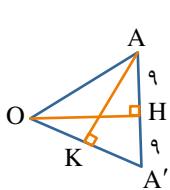
گروه آموزشی ماز

۲۳- نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d و O نقطه‌ای روی خط d است. اگر $AA' = 18$ و فاصله نقطه A از پاره خط OA' برابر $14/4$ باشد، فاصله نقطه O از پاره خط AA' کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

(متوسط - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



طبق تعریف بازتاب، OH عمودمنصف AA' است، پس $AH = A'H = \frac{18}{2} = 9$ است. با فرض $OH = x$ در مثلث $OA'H$ داریم:

$$OA'^2 = OH^2 + A'H^2 = x^2 + 9^2 \Rightarrow OA' = \sqrt{x^2 + 81}$$

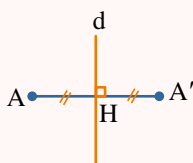
در مثلث OAA' ، OH ارتفاع وارد بر ضلع AA' و AK ارتفاع وارد بر ضلع OA' است، بنابراین داریم:

$$OH \times AA' = AK \times OA' \Rightarrow x \times 18 = \frac{14}{4} \sqrt{x^2 + 81} \xrightarrow{\div 1/2} 15x = 12\sqrt{x^2 + 81}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 225x^2 = 144(x^2 + 81) \Rightarrow 81x^2 = 144 \times 81 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow OH = x = 12$$

بازتاب

نقطه A' را بازتاب نقطه A نسبت به خط d گوئیم، هرگاه d عمودمنصف پاره خط AA' باشد. خط d را محور بازتاب می‌گویند و در صورتی که A روی محور بازتاب باشد، تصویر A بر خود A منطبق است.



گروه آموزشی ماز

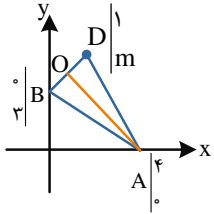
۲۴- در لوزی ABCD، نقاط A و B به ترتیب نقاط ثابت تبدیل در بازتاب نسبت به محورهای x و y هستند. اگر طول نقطه A برابر ۴، عرض نقطه B برابر ۳ و مختصات نقطه D به صورت (۱, m) باشد، فاصله تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به قطر BD، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{34}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{58}$ (۴) ۱۰

(سخت - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

مطابق شکل نقاط A(۴, ۰) و B(۰, ۳)، دو رأس مجاور این لوزی هستند و نقطه D(۱, m) رأس دیگری از این لوزی است. مختصات نقطه O (محل برخورد قطرهای لوزی) به صورت زیر است:



$$\begin{cases} x_O = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{1}{2} \\ y_O = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{m+3}{2} \end{cases}$$

قطرهای لوزی بر هم عمودند، پس داریم:

$$m_{OA} = \frac{y_O - y_A}{x_O - x_A} = \frac{\frac{m+3}{2} - 0}{\frac{1}{2} - 4} = \frac{m+3}{-7}$$

$$m_{OB} = \frac{y_O - y_B}{x_O - x_B} = \frac{\frac{m+3}{2} - 3}{\frac{1}{2} - 0} = m - 3$$

$$OA \perp OB \Rightarrow m_{OA} \times m_{OB} = -1 \Rightarrow \left(\frac{m+3}{-7}\right) \times (m-3) = -1$$

$$\Rightarrow m^2 - 9 = 7 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{m>0} m = 4 \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

تصویر A تحت بازتاب نسبت به قطر BD، همان نقطه C است، بنابراین داریم:

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = -3$$

$$\Rightarrow \text{فاصله C از مبدأ} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$

$$y_O = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow \frac{7}{2} = \frac{0 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 7$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- با فرض $A = \{y+2, 5, z\}$ و $B = \{x+1, 4, -2\}$ ، اگر $A \times B = B \times A$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $(x^2 + y^2 + z^2)$ کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

(آسان - جبر مجموعه‌ها - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم که اگر $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ و $A \times B = B \times A$ باشد، آن‌گاه $A = B$ است، پس:

$$\{y+2, 5, z\} = \{x+1, 4, -2\} \xrightarrow{\begin{matrix} 4 \neq 5 \\ -2 \neq 5 \end{matrix}} x+1 = 5 \Rightarrow x = 4$$

ولی برای z و $y+2$ ، دو حالت داریم:

$$\begin{cases} z = -2 \\ y+2 = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \xrightarrow{x=4} x^2 + y^2 + z^2 = 16 + 4 + 4 = 24$$

$$\begin{cases} z = 4 \\ y+2 = -2 \Rightarrow y = -4 \end{cases} \xrightarrow{x=4} x^2 + y^2 + z^2 = 16 + 16 + 16 = 48$$

در نتیجه مجموع مقادیر ممکن برای $(x^2 + y^2 + z^2)$ برابر $48 + 24 = 72$ است.

گروه آموزشی ماز

۲۶- عددی به تصادف از مجموعه $A = \{1 \leq k \leq 99; k \in \mathbb{N}\}$ انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد انتخاب شده دقیقاً بر یکی از اعداد ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد، چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

- (۱) $\frac{50}{100}$ (۲) $\frac{49}{100}$ (۳) $\frac{50}{99}$ (۴) $\frac{49}{99}$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - احتمال - محاسباتی - ۱۱۰۲)

$$n(2k) = \left[\frac{99}{2} \right] = 49 = n(A)$$

تعداد اعضای که بر ۲ بخش پذیر هستند:

$$n(3k) = \left[\frac{99}{3} \right] = 33 = n(B)$$

تعداد اعضای که بر ۳ بخش پذیر هستند:

$$n(6k) = \left[\frac{99}{6} \right] = 16 = n(A \cap B)$$

تعداد اعضای که بر ۲ و ۳ بخش پذیر هستند:

$$n(C) = n((A - B) \cup (B - A)) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$$

$$n(C) = 49 + 33 - 2(16) = 49 + 33 - 32 = 50$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{50}{99}$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $P(A - B') = \frac{1}{3}$ و $P(B') = 0/3$ ، حاصل $P(B - A)$ کدام است؟

(۴) ۰/۶

(۳) ۰/۵

(۲) ۰/۴

(۱) ۰/۲

(آسان - احتمال - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

$$P(A - B') = P(A \cap B) = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 0/3 \Rightarrow P(B) = 0/7$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0/7 - 0/25 = 0/2$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

دو رابطه کاربردی

اگر A و B دو زیر مجموعه از فضای نمونه S باشند، آنگاه داریم:

۱) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

۲) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ و $P(\{a_1, a_2\}) = 0/6$ و $P(\{a_2, a_3\}) = 0/4$ و $P(\{a_1, a_3\}) = 0/3$ ، آنگاه احتمال وقوع پیشامد ساده $\{a_4\}$ کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

(۴) ۰/۴۵

(۳) ۰/۳۵

(۲) ۰/۲۵

(۱) ۰/۱۵

(متوسط - احتمال - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

اگر $P(a_1) = r_1$ و $P(a_2) = r_2$ و $P(a_3) = r_3$ و $P(a_4) = r_4$ باشند، آنگاه:

(۱) $r_1 + r_2 = 0/6$

(۲) $r_2 + r_3 = 0/4$

(۳) $r_1 + r_3 = 0/3$

$$\Rightarrow (1) + (2) + (3) = 2r_1 + 2r_2 + 2r_3 = 1/3 \xrightarrow{\div 2} r_1 + r_2 + r_3 = 0/65$$

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 1 \Rightarrow r_4 = P(a_4) = 0/35$$

احتمال‌های غیرهم‌شانس

- هرگاه حداقل دو پیشامد ساده [پیشامد تک عضوی] از فضای نمونه $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه **غیرهم‌شانس** می‌نامند.
- برای حل مسائل مربوط به احتمال‌های غیرهم‌شانس، احتمال یکی از برآمدهای فضای نمونه را برابر X فرض می‌کنیم و سایر احتمال‌های داده شده در مسئله را برحسب X به دست می‌آوریم، سپس مجموع همه احتمال‌ها را برابر «۱» قرار می‌دهیم (چون در همه فضاهای نمونه همواره $P(S) = 1$ است). یعنی:

$$P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1$$

- اگر $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک پیشامد از فضای نمونه S باشد، آنگاه برای محاسبه احتمال رخداد پیشامد A باید به صورت زیر عمل کنیم:

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

۲۹- یک تاس طوری طراحی شده است که نسبت احتمال ظاهر شدن یک عدد زوج به احتمال ظاهر شدن یک عدد فرد برابر ۳ است. احتمال ظاهر شدن عددی اول چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

$\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - احتمال - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

اگر احتمال ظاهر شدن یک عدد زوج را $3x$ در نظر بگیریم، احتمال ظاهر شدن یک عدد فرد، x خواهد بود، به عبارت دیگر:

$$P(1) = P(3) = P(5) = x$$

$$P(2) = P(4) = P(6) = 3x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

از طرفی:

$$x + 3x + x + 3x + x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

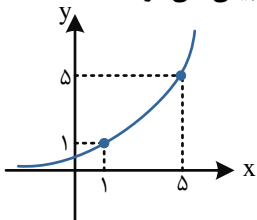
در نهایت احتمال ظاهر شدن یک عدد اول برابر است با:

$$P(\{1, 2, 3, 5\}) = P(1) + P(2) + P(3) + P(5) = x + x + x + 3x = 5x = \frac{5}{12}$$

گروه آموزشی ماز

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۳۰- اگر نمودار تابع g به صورت زیر و تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(2x)}{g^{-1}(x) - g(x)}}$ شامل چند عدد طبیعی نمی‌شود؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

(سخت - اعمال روی توابع - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

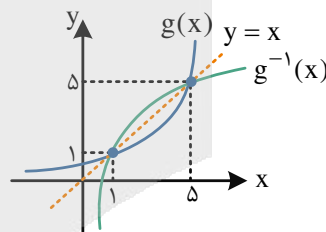
پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = -(x^2 - 6x + 8) \Rightarrow f(x) = -(x-4)(x-2) \Rightarrow f(2x) = -(2x-4)(2x-2)$$

$$g^{-1}(x) - g(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = 5$$

$$D = (1, 5) \cup (5, +\infty)$$

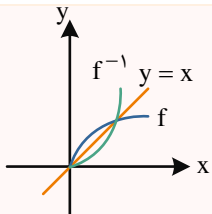
x	$-\infty$	۰	۱	۲	۵	$+\infty$
f(2x)	-	-	-	+	-	-
$g^{-1}(x) - g(x)$	تعریف نمی‌شود	-	+	+	-	-
$\frac{f(2x)}{g^{-1}(x) - g(x)}$			+	+	-	+



دامنه تابع اعداد طبیعی ۱, ۳, ۴, ۵ را شامل نمی‌شود.

رسم تابع معکوس

برای رسم وارون تابع $f(x)$ یعنی $f^{-1}(x)$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم، ببینید:



گروه آموزشی ماز

فیزیک

یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳

ثانیه آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیه

آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدواریم آزمون خوبی رو پشت سر گذاشته باشید.

در آزمون امروز دو تا هدف مهم داشتیم. **هدف اول** این بود که چند تیپ از سوالات **خازن** رو که در آزمون‌های گذشته کمتر شبیهشون رو براتون آورده بودیم، پوشش بدیم تا خیالمون راحت باشه هیچ مطلبی از کتاب درسی رو جا ننداختیم. حتماً سعی کنین با کمک این چند سؤال، یه مرور خوب و مختصر از روابط قسمت خازن داشته باشین که برای آزمون جامع نیم‌سال اول هم آماده‌تر بشید.

هدف دوم هم این بود که مباحث نیمه اول فصل **جریان الکتریکی و مدار** رو بررسی کنیم. سوالات این بخش در امتحان‌های تشریحی دارای اهمیت زیادی هستن، گرچه اهمیتشون از دید تست‌های کنکور کم‌تره. علت اینه که تقریباً در همه تست‌های کنکور از فصل مدار، بحث مقاومت معادل هم مطرحه که هنوز در کتاب درسی به اون بخش نرسیدیم. در دو تا آزمون بعد از نیم‌سال اول کلی تست خوب هم از اون بخش‌ها براتون آماده کردیم که از دید کنکوری هم بتونین به‌خوبی مطالب رو یاد بگیرین.

سجاد صادقی‌زاده - رتبه ۱ کنکور ۹۲ و مسئول درس فیزیک آزمون ماز

۳۱- یک خازن تخت در اختیار داریم. اگر فاصله صفحات خازن از یکدیگر برابر با 1mm و مساحت هر یک از صفحات آن 20cm^2 باشد، با کدام یک از دی‌الکتریک‌های زیر فضای بین صفحات خازن را پر کنیم تا ظرفیت خازن برابر با 0.9nF شود؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

ماده دی‌الکتریک	ثابت دی‌الکتریک
تفلون	۲
میلار	۳
کوارتز	۴
شیشه پیرکس	۵

(۴) شیشه پیرکس

(۳) کوارتز

(۲) میلار

(۱) تفلون

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

طبق رابطه ظرفیت خازن از روی ساختار آن، می‌توانیم بنویسیم:

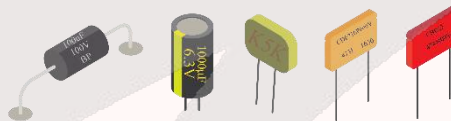
$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 0.9 \times 10^{-9} = \kappa \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{200 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^{-10} = \kappa \times 9 \times 2 \times 10^{-11} \Rightarrow \kappa = 5$$

با توجه به جدول داده‌شده، دی‌الکتریک بین صفحه‌های این خازن می‌تواند شیشه پیرکس باشد.

خازن

خازن یک وسیله الکتریکی است که می‌تواند بار و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند. خازن‌ها به‌طور گسترده‌ای در مدارهای الکترونیکی وسایلی مانند رادیو، تلویزیون، رایانه، گوشی همراه و ... به‌کار می‌روند.



چند مثال از کاربرد خازن

- ✓ باتری‌های یک دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در خازن فلاش دوربین ذخیره می‌کنند.
- ✓ در مدار یک تقویت‌کننده آمپلی‌فایر چندین خازن به‌کار رفته است.
- ✓ خازن دستگاه رفع لرزشی

تفاوت خازن و باتری

باتری‌ها معمولاً انرژی را با آهنگ نسبتاً کمی به مدار می‌دهند اما خازن می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار زیادی به مدار بدهد.

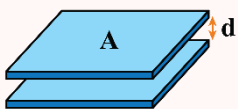
اجزای خازن

خازن شامل دو رسانا با هر شکلی است که این رساناها را صفحه‌های خازن می‌نامیم.

خازن تخت

خازن تخت شامل دو صفحه رسانای موازی با مساحت A است که به فاصله d از هم قرار گرفته‌اند.

✓ فاصله بین صفحات خازن تخت در برابر ابعاد صفحه‌ها ناچیز است.



مثال

در یک میکروفون خازنی، با ارتعاش صفحه متحرک (دیافراگم) خازن بر اثر صدا، فاصله بین صفحه‌های خازن تغییر می‌کند؛ بنابراین ظرفیت خازن تحت تغییر می‌کند که به ایجاد یک سیگنال الکتریکی می‌انجامد.

دی‌الکتریک

فضای بین صفحه‌های خازن را با ماده عایقی پر می‌کنیم که به این ماده عایق، دی‌الکتریک گفته می‌شود.
✓ ضریب دی‌الکتریک برای خلأ و هوا برابر ۱ و برای سایر نارساها از ۱ بیش‌تر است.

اثرات دی‌الکتریک

- ۱- افزایش ظرفیت خازن
- ۲- افزایش حداکثر ولتاژ قابل‌تحمل خازن



گروه آموزشی ماز

۳۲- در مدار فلاش دوربین عکاسی خازنی وجود دارد که با ولتاژ ۲۰۰ ولت شارژ شده است. اگر فلاش دوربین عکاسی روشن شود، تخلیه انرژی در مدت ۴ms و با توان ۵ کیلووات انجام می‌شود، ظرفیت این خازن چند میلی‌فاراد است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

گام اول:

انرژی ذخیره‌شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U = Pt \Rightarrow U = 5 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 20 \text{ J}$$

گام آخر:

ظرفیت خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} C \times 200^2 \Rightarrow C = 10^{-3} \text{ F} = 1 \text{ mF}$$

نکته

اگر یک خازن با ظرفیت C، توسط یک مولد با اختلاف پتانسیل V، شارژ شود، در آن بار الکتریکی Q و انرژی الکتریکی U ذخیره می‌شود، رابطه بین این کمیت‌ها به‌صورت زیر است:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

مثال

در هر یک از حالت‌های زیر، انرژی ذخیره‌شده در خازن را به‌دست آورید.
الف) خازنی با ظرفیت ۵μF که توسط یک باتری با ولتاژ ۲۰V شارژ شده است.

$$U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \xrightarrow{C=5\mu\text{F}=5 \times 10^{-6} \text{ F}, V=20 \text{ V}} U = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 10^{-3} \text{ J}$$

ب) خازنی با ظرفیت ۱۰nF که بار ذخیره‌شده در آن ۲۰nC است.

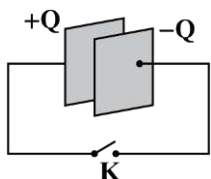
$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{Q=20 \text{ nC}=20 \times 10^{-9} \text{ C}, C=10 \text{ nF}=10 \times 10^{-9} \text{ F}} U = \frac{1}{2} \times \frac{(20 \times 10^{-9})^2}{10 \times 10^{-9}} = \frac{1}{2} \times \frac{400 \times 10^{-18}}{10^{-8}} = 2 \times 10^{-8} \text{ J}$$

پ) خازنی که توسط یک مولد با ولتاژ ۱۲V، ۲۵μC بار در آن ذخیره می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V \xrightarrow{Q=25\mu\text{C}=25 \times 10^{-6} \text{ C}, V=12 \text{ V}} U = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times 12 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- دو صفحه خازن تخت بارداری را همانند شکل زیر، با بستن کلید به‌هم وصل می‌کنیم. در نتیجه جرقه‌ای زده می‌شود. حال اگر دوباره صفحات را به همان اندازه بردار کنیم ولی فاصله آن‌ها را دو برابر کنیم و سپس دو صفحه را به‌هم وصل کنیم، جرقه حاصل



- ۱) بزرگ‌تر از قبل می‌شود، زیرا انرژی بیش‌تری از خازن تخلیه می‌شود.
- ۲) بزرگ‌تر از قبل می‌شود، زیرا میدان الکتریکی خازن قوی‌تر است.
- ۳) تغییری نمی‌کند، زیرا بار الکتریکی تخلیه‌شده از خازن تغییری نمی‌کند.
- ۴) تغییری نمی‌کند، زیرا میدان الکتریکی خازن تغییری نمی‌کند.



(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

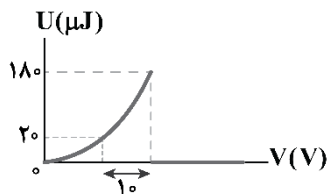
با دو برابر کردن فاصله صفحه‌ها، طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن کاهش می‌یابد و چون بار الکتریکی خازن ثابت است، داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{\text{کاهش } C} \text{انرژی خازن (U) افزایش یافته است.}$$

بنابراین هنگامی که دو صفحه خازن را بهم وصل می‌کنیم، انرژی بیش‌تری تخلیه می‌شود و در نتیجه جرقه بزرگ‌تری ایجاد می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۳۴- خازنی توسط یک باتری شارژ می‌شود و نمودار انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در آن بر حسب ولتاژ دو سر باتری مطابق شکل زیر است. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این خازن درست است؟ (پس از رخ دادن فروشکست، انرژی خازن صفر می‌شود.)



الف: ظرفیت این خازن $1/6 \mu F$ است.

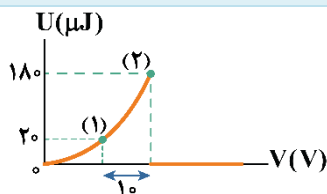
ب: حداکثر باری که می‌توان در خازن ذخیره کرد، بدون آن که فروشکست رخ دهد، $24 \mu C$ است.

پ: اگر ولتاژ دو سر خازن بیش‌تر از $15V$ شود، خازن دچار فروشکست می‌شود.

- | | |
|-------|-------|
| ۱ (۲) | ۱ (۲) |
| ۳ (۴) | ۲ (۳) |

(خیلی سخت - نموداری - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



انرژی ذخیره‌شده در خازن برابر $U = \frac{1}{2} CV^2$ است.

می‌دانیم در اثر تغییر ولتاژ خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند؛ بنابراین رابطه انرژی را بین نقاط (۱) و (۲) به صورت مقایسه‌ای می‌نویسیم:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{180 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-6}} = \left(\frac{V+10}{V} \right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{V+10}{V} \Rightarrow V = 5V$$

از طرفی از نقطه (۲) به بعد، انرژی ذخیره‌شده برابر صفر می‌شود؛ یعنی خازن تخلیه می‌شود، پس حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن V_2 است:

$$V_2 = V_1 + 10 = 5 + 10 = 15V$$

اگر ولتاژ، از حداکثر ولتاژ قابل تحمل بیش‌تر شود، فروشکست رخ می‌دهد، بنابراین عبارت «پ» درست است.

برای نقطه (۱) داریم:

$$U_1 = \frac{1}{2} CV_1^2 \Rightarrow 20 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} C \times 5^2 \Rightarrow C = \frac{40 \times 10^{-6}}{25} = 1/6 \mu F$$

بنابراین عبارت «الف» درست است.

حداکثر بار روی صفحات، در حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن ایجاد می‌شود.

$$Q_{\max} = CV_{\max} = 1/6 \times 10^{-6} \times 15 = 24 \mu C$$

پس هر سه گزاره درست است.

گروه آموزشی ماز

۳۵- یک خازن تخت که فضای بین صفحات آن با دی‌الکتریکی به ثابت ۴ پر شده است را به مولدی با اختلاف پتانسیل ثابت وصل کرده‌ایم. اگر درحالی‌که خازن به باتری وصل است، دی‌الکتریک بین صفحات خازن را خارج کنیم، فاصله بین صفحات آن را چند درصد و چگونه می‌توانیم تغییر دهیم تا انرژی ذخیره‌شده در خازن نسبت به وضعیت اولیه خازن افزایش یابد؟

(۴) ۸۰ درصد کاهش

(۳) ۲۵ درصد کاهش

(۲) ۲۵ درصد افزایش

(۱) ۸۰ درصد افزایش

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به این‌که خازن به مولدی با اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت متصل است، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن، ثابت می‌ماند و داریم:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{4} \times 1 \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{4d_2} \quad (1)$$

در ادامه به کمک رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ داریم:

$$U_2 > U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} C_2 V^2 > \frac{1}{2} C_1 V^2 \Rightarrow C_2 > C_1 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} > 1 \xrightarrow{(1)} \frac{d_1}{4d_2} > 1 \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} < \frac{1}{4}$$

پس باید فاصله بین صفحات خازن را بیش از ۷۵ درصد کاهش دهیم تا انرژی ذخیره‌شده در خازن افزایش یابد. پس گزینه (۴) می‌تواند درست باشد.

خازن متصل به باتری

می‌دانیم که اختلاف پتانسیل دو سر خازن با نیروی محرکه باتری برابر است و چون نیروی محرکه باتری را هرگز نمی‌توانیم تغییر دهیم، پس تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر نمی‌کند.

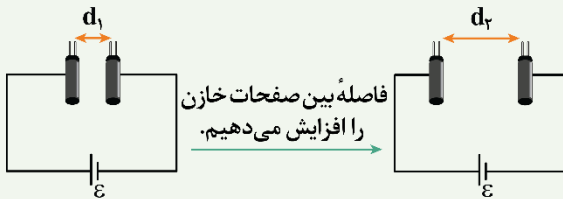
$$V_{\text{خازن}} = \varepsilon_{\text{باتری}} = \text{ثابت}$$

اگر در حالتی که خازن به باتری متصل است، در ساختمان آن تغییر ایجاد کنیم، در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند و بقیه کمیت‌های مربوط به خازن با نسبت زیر تغییر می‌کنند:

$$\begin{cases} V = \text{ثابت} \\ U \propto Q \propto C \end{cases} \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

مثال

در شکل زیر، فاصله بین صفحات خازن را افزایش می‌دهیم، تغییرات همه کمیت‌های مربوط به خازن را بررسی کنید.



اختلاف پتانسیل دو سر خازن که برابر با نیروی محرکه باتری است، ثابت می‌ماند. ظرفیت خازن کاهش می‌یابد:

$$\downarrow C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d \uparrow}$$

بار ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد:

$$\downarrow Q = \downarrow C \times V$$

انرژی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد:

$$\downarrow U = \frac{1}{2} C \downarrow V^2$$

بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات خازن کاهش می‌یابد:

$$\downarrow E = \frac{V}{d \uparrow}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف: هر مجموعه‌ای از بارهای متحرک جریان الکتریکی ایجاد می‌کند.

ب: اندازه سرعت سوق در یک رسانای فلزی بسیار کم است.

پ: جهت قراردادی جریان الکتریکی، برخلاف جهت سوق الکترون‌ها و هم‌جهت با میدان الکتریکی درون رسانا است.

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱) صفر

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۲)

بررسی موارد:

الف

جریان الکتریکی، ناشی از شارش بارهای متحرک است ولی همه بارهای متحرک، جریان الکتریکی ایجاد نمی‌کنند. برای داشتن جریان الکتریکی باید یک شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین داشته باشیم. (×)

ب

سرعت سوق الکترون‌ها بسیار کم و در مرتبه $\frac{m}{s} \times 10^{-4}$ است. (✓)

پ

جهت قراردادی جریان الکتریکی و میدان الکتریکی در داخل رسانا، برخلاف جهت سرعت سوق و از پتانسیل بیش‌تر به پتانسیل کم‌تر است. (✓)

گروه آموزشی ماز

۳۷- در یک پدیده آذرخش، $1/6 \times 10^9 \text{ J}$ انرژی تحت اختلاف پتانسیل $4 \times 10^7 \text{ V}$ در بازه زمانی ۰/۲۵۵ آزاد می‌شود. در این یورش آذرخش، جریان الکتریکی متوسط چند آمپر است؟

۴۰ (۴) ۱۶۰ (۳) ۱۶۰۰ (۲) ۴۰۰ (۱)



با توجه به رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow q = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{1/6 \times 10^9}{4 \times 10^7} = 4 \cdot C$$

$$\bar{I} = \frac{q}{t} \rightarrow \bar{I} = \frac{40}{0.25} = 160 \cdot A$$

جریان الکتریکی متوسط

۱- مقدار بار خالص شارش شده (Δq) در واحد زمان (Δt) از هر مقطع رسانا را جریان الکتریکی متوسط گویند.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow I = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}$$

t : زمان برحسب ثانیه (s)

q : بار الکتریکی برحسب کولن (C)

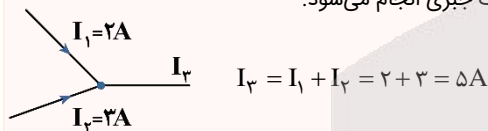
I : جریان عبوری از رسانا برحسب آمپر (A)

۲- اگر در یک سؤال تعداد الکترون‌های شارش شده (n) در واحد زمان از هر مقطع رسانا خواسته شد، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم: (e برابر با اندازه بار یک الکترون، یعنی 1.6×10^{-19} کولن است).

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta q = ne} I = \frac{ne}{\Delta t}$$

۳- یکای جریان الکتریکی در SI، آمپر می‌باشد که معادل کولن بر ثانیه ($\frac{C}{s}$) است. ($1A = 1\frac{C}{s}$)

۴- شدت جریان با این‌که جهت دارد ولی یک کمیت نرده‌ای (اسکالر) می‌باشد، چون جمع و تفریق آن به صورت جبری انجام می‌شود.



مثال ۱

معادله بار شارش شده برحسب زمان از یک سطح مقطع مشخص یک رسانا در SI به صورت $q = 3t^2 - 2t + 4$ می‌باشد، جریان الکتریکی متوسط گذرنده از رسانا در ثانیه دوم چند آمپر است؟

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۱۲ (۲)

۵ (۱)

پاسخ تشریحی:

ثانیه دوم یعنی بازه زمانی $1s \leq t \leq 2s$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} t_1 = 1s \rightarrow q_1 = 3 \times 1^2 - 2 \times 1 + 4 = 5C \\ t_2 = 2s \rightarrow q_2 = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 4 = 12C \end{cases} \rightarrow I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{12 - 5}{2 - 1} = 7A$$

پاسخ: گزینه ۳

مثال ۲

در یک مدار الکتریکی در هر ساعت 18×10^{20} الکترون از باتری خارج می‌شود. جریان الکتریکی در این مدار چند میلی‌آمپر است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

5×10^{17} (۴)

5×10^{20} (۳)

۰/۰۸ (۲)

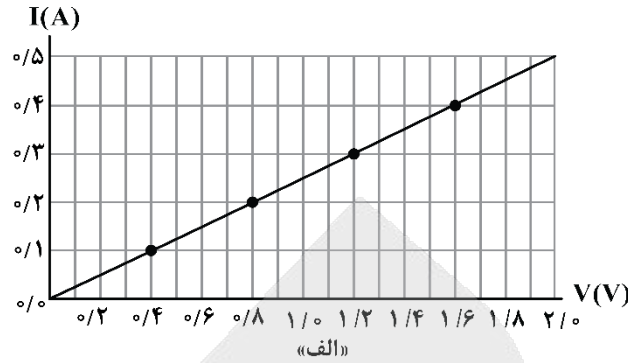
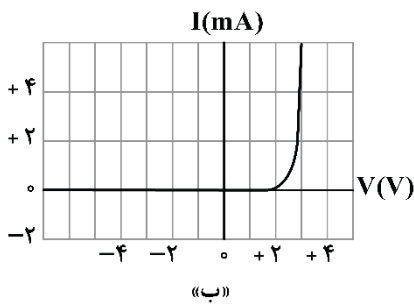
۸۰ (۱)

پاسخ تشریحی:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{\Delta t} = \frac{18 \times 10^{20} \times 1.6 \times 10^{-19}}{3600} = 0.8A = 0.8 \times 10^3 mA = 800 mA$$

پاسخ: گزینه ۱

۳۸- نمودار جریان - ولتاژ می تواند مربوط به یک رسانای اهمی باشد که نمونه ای از آن هاست.



- (۱) «الف» - سیم مسی
- (۲) «الف» - دیود نور گسیل
- (۳) «ب» - سیم مسی
- (۴) «ب» - دیود نور گسیل

(آسان - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نمودار جریان - ولتاژ یک مقاومت اهمی به شکل یک خط با شیب ثابت است، بنابراین نمودار «الف» می تواند نشان دهنده نمودار I-V یک مقاومت اهمی باشد. قانون اهم برای فلزات مثل مس برقرار است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- اگر اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی ۲۰ درصد افزایش یابد، جریان عبوری از آن ۱ آمپر افزایش می یابد. بار الکتریکی خالص عبوری از مقطع دلخواه رسانا در حالت اول در مدت ۲۴ دقیقه چند آمپر - ساعت بوده است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

طبق قانون اهم $V = RI$ برای رسانای اهمی، با توجه به این که در اثر تغییر اختلاف پتانسیل، R ثابت است می توان نوشت:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{1/2 V_1}{I_1 + 1} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow 1/2 I_1 = I_1 + 1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

گام آخر:

بار الکتریکی عبوری از رسانا در مدت ۲۴ دقیقه را با داشتن جریان الکتریکی اولیه، حساب می کنیم:

$$q_1 = I_1 t \Rightarrow q_1 = (2A) \left(\frac{24}{60} h \right) \Rightarrow q_1 = 2Ah$$

آمپر - ساعت

یکای تجاری میزان بار ذخیره شده در باتری، آمپر - ساعت (Ah) می باشد. اصولاً مقدار بار باتری اتومبیل را برحسب آمپر - ساعت (Ah) و حداکثر بار باتری گوشی های همراه را با میلی آمپر - ساعت (mAh) مشخص می کنند. در واقع آمپر - ساعت یک باتری، حداکثر باری است که باتری می تواند از مدار عبور دهد تا به طور ایمن تخلیه شود.

نکته

در رابطه $q = I \Delta t$ ، اگر I برحسب آمپر (A) و Δt برحسب ساعت (h) باشد، یکای Δq برابر آمپر - ساعت (Ah) می شود:

$$\Delta q = I \times \Delta t \rightarrow 1C = 1A \times 1s$$

پس یک آمپر - ساعت مقدار باری است که در اثر عبور جریان یک آمپر در مدت یک ساعت از هر سطح مقطع رسانا می گذرد.

$$1Ah = 1A \times 3600s = 3600As = 3600C$$

$$Ah \xrightarrow{\times 3600} C$$

یک آمپر - ساعت معادل ۳۶۰۰ کولن است.

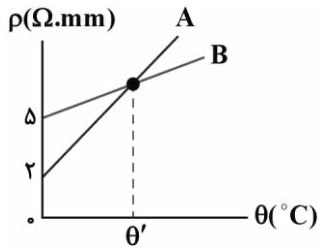
تمرین

هر چه آمپر - ساعت باتری خودرو یا گوشی همراه بیشتر باشد، به چه معناست؟
پاسخ: یعنی حداکثر باری که باتری می تواند از مدار عبور دهد تا به طور ایمن تخلیه شود، بیشتر می شود.

گروه آموزشی ماز



۴۰- نمودار مقاومت ویژه بر حسب دما برای دو رسانای A و B مطابق شکل زیر است. دمای θ' بر حسب درجه سلسیوس کدام است؟



$$(\alpha_A = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \alpha_B = 3/5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1})$$

- ۶۰۰ (۱)
- ۵۰۰ (۲)
- ۶۲۰ (۳)
- ۴۸۰ (۴)

(سخت - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

همان طور که از روی نمودار ملاحظه می کنید در دمای θ' مقاومت ویژه دو رسانای A و B باهم برابرند، پس داریم:

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \rho_{0A} (1 + \alpha_A (\theta' - 0)) = \rho_{0B} (1 + \alpha_B (\theta' - 0))$$

$$\Rightarrow \rho_{0(A)} + \rho_{0(A)} \alpha_A \theta' = \rho_{0(B)} + \rho_{0(B)} \alpha_B \theta'$$

$$\theta' = \frac{\rho_{0(B)} - \rho_{0(A)}}{\rho_{0(A)} \alpha_A - \rho_{0(B)} \alpha_B} = \frac{5 - 2}{(2 \times 4 \times 10^{-3}) - (5 \times 3/5 \times 10^{-4})} = \frac{3}{6/25 \times 10^{-3}} \Rightarrow \theta' = 480^\circ\text{C}$$

روش دوم:

گام اول:

شیب نمودارهای A و B را حساب می کنیم:

$$\text{شیب} = \rho_1 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \text{A شیب} = 2 \times 4 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3} (\Omega \cdot \text{mm}) \\ \text{B شیب} = 5 \times 3/5 \times 10^{-4} = 1/75 \times 10^{-3} (\Omega \cdot \text{mm}) \end{cases}$$

گام دوم:

معادله خطهای A و B را به دست می آوریم:

$$\rho_A = 8 \times 10^{-3} \theta + 2$$

$$\rho_B = 1/75 \times 10^{-3} \theta + 5$$

گام آخر:

دمایی که مقاومت ویژه دو رسانا برابر می شود، را حساب می کنیم:

$$\rho_A = \rho_B \Rightarrow 8 \times 10^{-3} \theta' + 2 = 1/75 \times 10^{-3} \theta' + 5 \Rightarrow 6/25 \times 10^{-3} \theta' = 3 \Rightarrow \theta' = 480^\circ\text{C}$$

نکته

اگر دمای یک رسانای فلزی افزایش یابد، مقدار افزایش مقاومت ویژه فلز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta \rho = \rho_1 \alpha \Delta \theta$$

ρ_1 : مقاومت ویژه اولیه ($\Omega \cdot \text{m}$)

$\Delta \rho$: تغییر مقاومت ویژه ($\Omega \cdot \text{m}$)

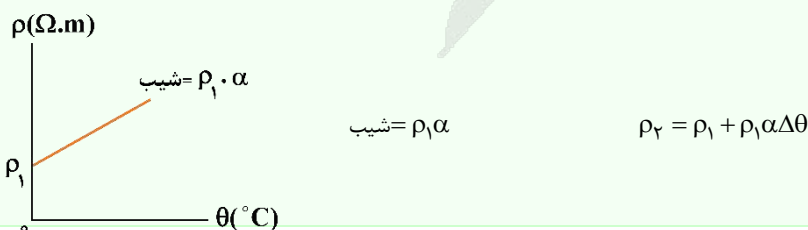
$\Delta \theta$: تغییر دما بر حسب $^\circ\text{C}$ یا K

α : ضریب دمایی مقاومت ویژه ($\frac{1}{^\circ\text{C}}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$)

بنابراین مقاومت ویژه پس از افزایش دما از رابطه زیر به دست می آید:

$$\rho_2 = \rho_1 (1 + \alpha \Delta \theta)$$

طبق رابطه بالا درمی یابیم نمودار مقاومت ویژه رسانا بر حسب دما در یک محدوده معین به صورت خطی است و شیب این خط برابر با $\rho_1 \alpha$ است. به شکل زیر توجه کنید:



گروه آموزشی ماز

۴۱ - کدام عبارت زیر درست است؟

- ۱) مقاومت الکتریکی ترمیستور به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.
- ۲) یک دیود، جریان الکتریکی را در هر دو جهت می‌تواند از خود عبور دهد.
- ۳) مقاومت ویژه فلزات با افزایش دما، زیاد می‌شود.
- ۴) از LDR در حس‌گرهای دما و زنگ خطر آتش استفاده می‌شود.

(آسان - خط‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با افزایش دما، مقاومت الکتریکی فلزات زیاد می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) مقاومت الکتریکی ترمیستور به دما بستگی دارد.
- ۲) دیود فقط در یک جهت، جریان را عبور می‌دهد.
- ۴) از LDR در مواردی مثل چشم‌های الکترونیکی استفاده می‌شود. از ترمیستور در حس‌گرهای دما و زنگ خطر آتش استفاده می‌شود.

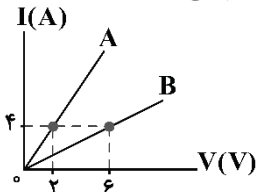
دو مقاومت خاص

۱- **ترمیستور:** ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت‌های الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به‌عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

۲- **مقاومت‌های نوری (LDR):** مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به میزان نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. مثلاً یک نوع LDR در تاریکی مقاومتی چند مگا اهمی دارد، درحالی‌که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اهم می‌رسد. نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۴۲ - نمودار جریان عبوری از دو سیم رسانای A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها به صورت شکل زیر است. اگر طول سیم A، ۲ برابر طول سیم B و شعاع سطح مقطع سیم A سه برابر شعاع سطح مقطع سیم B باشد، مقاومت ویژه سیم A چند برابر مقاومت ویژه سیم B است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{4}{9}$

(متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

طبق قانون اهم، نسبت مقاومت سیم‌ها را با توجه به نمودار به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} = \frac{2}{6} \times 1 = \frac{1}{3}$$

گام آخر:

طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ ، نسبت مقاومت ویژه دو سیم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{\ell_A}{\ell_B} \times \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times 2 \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{2}$$

نکته

اگر طول یک سیم رسانا L، مساحت مقطع آن A و مقاومت ویژه سیم ρ باشد، مقاومت سیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

R: مقاومت (Ω) ρ : مقاومت ویژه ($\Omega \cdot m$) L: طول سیم (m) A: مساحت مقطع سیم (m^2)

مثال

مقاومت الکتریکی سیمی با مقاومت ویژه $9 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$ که طول آن ۱۰ متر و قطر مقطع آن ۲mm است، را برحسب اهم به دست آورید. ($\pi = 3$)



پاسخ تشریحی:

$$A = \pi r^2 \quad r = \frac{D}{2} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2} = 10^{-3} \text{ m} \rightarrow A = \pi \times (10^{-3})^2 = \pi \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad \rho = 9 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}, L = 1.0 \text{ m} \rightarrow R = \frac{9 \times 10^{-6} \times 1.0}{\pi \times 10^{-6}} = 3.0 \Omega$$

نکته

طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ درمی یابیم مقاومت یک سیم به جنس، طول و سطح مقطع سیم وابسته است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1}$$

مثال

اگر طول سیم (۱) دو برابر طول سیم (۲) و سطح مقطع سیم (۱) نصف سطح مقطع سیم (۲) باشد، مقاومت سیم (۱) چند برابر مقاومت سیم (۲) است؟ ($\rho_1 = 3\rho_2$)

پاسخ تشریحی:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- از سیمی به جرم ۶۰۰g که به اختلاف پتانسیل ۸۰V متصل است، در هر ثانیه تعداد 5×10^{19} الکترون عبور می کند. اگر مقاومت ویژه سیم

$$9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و چگالی آن } 6 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m} \text{ باشد، سطح مقطع سیم چند سانتی متر مربع است؟ (} e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C)}$$

۱ (۱) ۰/۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

بار الکتریکی خالص عبوری از سیم را به دست می آوریم:

$$\Delta q = ne \Rightarrow \Delta q = 5 \times 10^{19} \times 1.6 \times 10^{-19} = 8 \text{ C}$$

گام دوم:

جریان گذرنده از سیم را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{8}{1} = 8 \text{ A}$$

گام سوم:

مقاومت الکتریکی سیم را طبق قانون اهم حساب می کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \frac{80}{8} = 10 \Omega$$

گام آخر:

سطح مقطع سیم را طبق رابطه کمکی $R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$ به دست می آوریم:

$$R = \frac{\rho m}{\rho' A^2} \Rightarrow 10 = \frac{6 \times 10^{-5}}{9 \times 10^{-3}} \times \frac{0.6}{A^2} \Rightarrow A^2 = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow A = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \Rightarrow A = 0.2 \text{ cm}^2$$

نکته

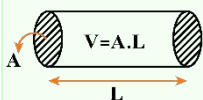
روابط کمکی زیر را در مورد عوامل مؤثر بر مقاومت به خاطر بسپارید.

مقاومت برحسب $R : (\Omega)$ مقاومت ویژه برحسب $\rho : (\Omega \cdot \text{m})$

طول رسانا برحسب $L : (\text{m})$ سطح مقطع برحسب $A : (\text{m}^2)$

جرم رسانا برحسب $V : (\text{m}^3)$ چگالی رسانا برحسب $\rho' : (\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$

جرم رسانا برحسب $m : (\text{kg})$



$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{V}{L} \Rightarrow R = \frac{\rho \cdot L^2}{V} \xrightarrow{\rho' = \frac{m}{V}} R = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot \rho'}{m} \\ L = \frac{V}{A} \Rightarrow R = \frac{\rho V}{A^2} \xrightarrow{\rho' = \frac{m}{V}} R = \frac{\rho \cdot m}{\rho' A^2} \end{cases}$$

پس با این حساب ۵ تا فرمول باید بلد باشی:

۱- محاسبه مقاومت رسانا به کمک طول و سطح مقطع:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

۲- محاسبه مقاومت رسانا به کمک طول و حجم:

$$R = \frac{\rho \cdot L^2}{V}$$

۳- محاسبه مقاومت رسانا به کمک سطح مقطع و حجم:

$$R = \frac{\rho \cdot V}{A^2}$$

۴- محاسبه مقاومت رسانا به کمک طول و جرم:

$$R = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot \rho'}{m}$$

۵- محاسبه مقاومت رسانا به کمک سطح مقطع و جرم:

$$R = \frac{\rho \cdot m}{\rho' \cdot A^2}$$

مثال

مقاومت سیم‌های A و B با مشخصات زیر را به دست آورید.

سیم A: جرم: ۲۰g، چگالی: $\frac{5}{3} \frac{g}{cm^3}$ ، طول: ۳m و مقاومت ویژه: $2 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$

سیم B: جرم: ۱۰۰g، چگالی: $\frac{4}{3} \frac{g}{cm^3}$ ، مساحت مقطع: $2 mm^2$ و مقاومت ویژه: $5 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$

پاسخ تشریحی:

$$R_A = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot \rho'}{m} \xrightarrow{\rho = 2 \times 10^{-6} \Omega \cdot m, L = 3m, \rho' = \frac{5000 \frac{kg}{m^3}}{3}, m = 0.02 kg} R_A = \frac{2 \times 10^{-6} \times 9 \times 5000}{0.02} = 4.5 \Omega$$

$$R_B = \frac{\rho \cdot m}{\rho' \cdot A^2} \xrightarrow{\rho = 5 \times 10^{-6} \Omega \cdot m, m = 0.1 kg, \rho' = \frac{4000 \frac{kg}{m^3}}{3}, A = 2 \times 10^{-6} m^2} R_B = \frac{5 \times 10^{-6} \times 0.1}{4000 \times 4 \times 10^{-12}} = 31.25 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- نمودار ولتاژ - جریان دو باتری نو و کهنه که در ابتدا مشابه بوده‌اند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: نیروی محرکه دو باتری برابر است.

ب: مقاومت داخلی دو باتری برابر است.

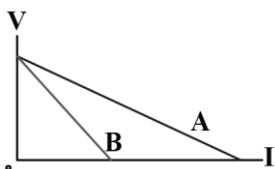
پ: باتری B کهنه‌تر از باتری A است.

(۱) «الف» و «پ»

(۲) «ب» و «پ»

(۳) «الف»

(۴) «ب»



(متوسط - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

عرض از مبدأ نمودار، نشان‌دهنده نیروی محرکه است که برای دو باتری برابر است.

$$\epsilon_A = \epsilon_B$$

اندازه شیب نمودار، برابر مقاومت داخلی باتری است که برای باتری B بزرگ‌تر است.

$$r_A < r_B$$

با کهنه شدن باتری، مقاومت درونی آن افزایش می‌یابد، پس باتری B کهنه‌تر است.

ولتاژ باتری

۱- معادله ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) به صورت زیر است:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$$

در رابطه فوق، ε برابر نیروی محرکه باتری و r برابر مقاومت درونی آن است.

۲- مطابق رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - rI$ ، نمودار ولتاژ - جریان یک باتری (مولد) مطابق شکل زیر است:

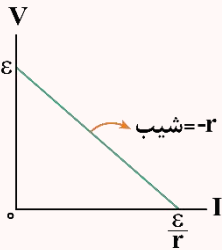
۳- در مورد نمودار ولتاژ - جریان باتری به نکات زیر توجه کنید:

الف) بیشینه ولتاژ باتری (مولد) برابر نیروی محرکه آن است.

ب) اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است.

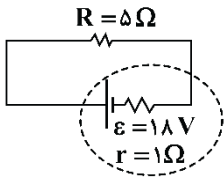
پ) عرض از مبدأ نمودار برابر ε و طول از مبدأ آن برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

ت) بیشینه جریان خروجی از باتری برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است که به آن، جریان اتصال کوتاه باتری می‌گوییم.



گروه آموزشی ماز

۴۵- در مدار شکل مقابل، پس از گذشت چند ثانیه مقدار 60 کولن بار به‌طور خالص از مقاومت R می‌گذرد؟



- ۱۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۴۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

جریان مدار را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{18}{5+1} = 3A$$

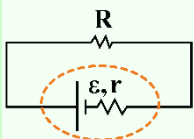
گام آخر:

مدت‌زمان عبور 60 کولن بار الکتریکی خالص را حساب می‌کنیم:

$$q = It \Rightarrow 60 = 3t \Rightarrow t = 20s$$

نکته

در یک مدار تک‌حلقه ساده مطابق شکل مقابل، جریان الکتریکی طبق رابطه زیر به‌دست می‌آید:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

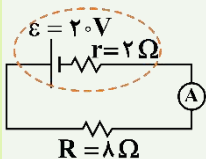
- I: جریان گذرنده از مدار (A)
- R: مقاومت خارجی مدار (Ω)
- نیروی محرکه باتری (V)
- مقاومت درونی باتری (Ω)

مثال

در مدار شکل مقابل، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟

پاسخ تشریحی:

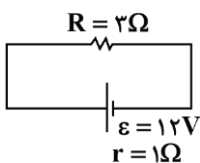
جریان عبوری از مدار را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad \varepsilon=20V, R=8\Omega, r=2\Omega \rightarrow I = \frac{20}{8+2} = \frac{20}{10} = 2A$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در مدار شکل زیر، در مدت‌زمان 5 ثانیه، باتری بر روی بارهای الکتریکی عبوری از آن چند ژول کار انجام می‌دهد تا آن‌ها را از پایانه منفی به پایانه مثبت منتقل کند؟



- ۹۰ (۱)
- ۱۳۵ (۲)
- ۱۸۰ (۳)
- ۴۵ (۴)

گام اول:

جریان گذرنده از مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{12}{3+1} \Rightarrow I = 3 \text{ A}$$

گام دوم:

بار خالص عبوری از باتری را در مدت ۵s حساب می‌کنیم:

$$q = It = 3 \times 5 \Rightarrow q = 15 \text{ C}$$

گام آخر:

کار انجام‌شده بر روی بار الکتریکی خالص عبوری را به‌دست می‌آوریم:

$$\varepsilon = \frac{W}{q} \Rightarrow 12 = \frac{W}{15} \Rightarrow W = 180 \text{ J}$$

نکته

نیروی محرکه یک باتری، در واقع کاری است که باتری بر روی واحد مثبت بار الکتریکی (+1C) انجام می‌دهد، تا آن را از پایانه با پتانسیل کم‌تر (قطب منفی) به پایانه با پتانسیل بیش‌تر (قطب مثبت) منتقل کند و رابطه آن به‌صورت زیر است:

$$\varepsilon = \frac{W}{q}$$

q: بار خالص عبوری (C)

کار انجام‌شده بر روی بار عبوری (J)

ε: نیروی محرکه (V)

مثال

یک باتری برای انتقال +۵μC بار الکتریکی از پایانه منفی به پایانه مثبت، ۶۰μJ کار بر روی آن انجام می‌دهد. نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

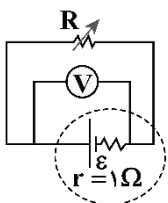
پاسخ تشریحی:

طبق رابطه نیروی محرکه باتری داریم:

$$\varepsilon = \frac{W}{q} \quad \begin{matrix} W=60\mu\text{J} \\ q=5\mu\text{C} \end{matrix} \Rightarrow \varepsilon = \frac{60 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-6}} = 12 \text{ V}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را به‌اندازه ۲Ω کاهش دهیم، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، $\frac{2}{3}$ برابر می‌شود. R چند اهم است؟



- ۷ (۱)
- ۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۲ (۴)

طبق روابط $V = RI$ و $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ می‌توان نوشت:

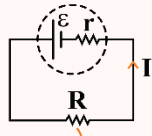
$$V = \frac{R\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = R \Rightarrow V_1 = \frac{R\varepsilon}{R+1} \\ R_2 = R - 2 \Rightarrow V_2 = \frac{(R-2)\varepsilon}{R-2+1} \Rightarrow V_2 = \frac{R-2}{R-1} \varepsilon \\ V_2 = \frac{2}{3} V_1 \end{cases}$$

$$V_2 = \frac{2}{3} V_1 \Rightarrow \frac{R-2}{R-1} \varepsilon = \frac{2}{3} \frac{R\varepsilon}{R+1} \Rightarrow \frac{R-2}{R-1} = \frac{2R}{3(R+1)}$$

$$\Rightarrow 2R(R-1) = 2(R+1)(R-2) \Rightarrow 2R^2 - 2R = 2R^2 - 2R - 6 \Rightarrow 2R^2 - 2R - 6 = 2R^2 - 2R - 6$$

$$\Rightarrow R^2 - R - 6 = 0 \Rightarrow (R-3)(R+2) = 0 \Rightarrow R = 3 \Omega$$

درسنامه



مقاومت معادل مدار

$$I = \frac{\epsilon}{r + R}$$

افت پتانسیل در باتری: $rI = r \times \frac{\epsilon}{r + R} = \frac{\epsilon r}{r + R}$

$$V_{\text{باتری}} = \epsilon - rI = \epsilon - r \times \frac{\epsilon}{r + R} = \frac{\epsilon R}{r + R}$$

همان طور که یاد گرفتیم، می‌توان مقاومت‌های مدار را ساده و همه آن‌ها را به یک مقاومت معادل تبدیل کرد؛ بنابراین در مدارهایی که دارای یک باتری هستند، همواره می‌توانیم مدار را به شکل مقابل ساده کنیم. این مدار یک مدار ساده تک‌حلقه است. در مورد مدار تک‌حلقه به نکات زیر توجه کنید:

(الف) جریان خروجی از باتری برابر است با:

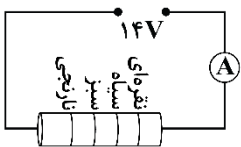
(ب) افت پتانسیل در باتری برابر است با:

(پ) ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

(ت) ولتاژ دو سر باتری با ولتاژ دو سر مقاومت معادل R برابر است و ولتاژ هر دو برابر $\frac{\epsilon R}{r + R}$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل زیر، یک مقاومت کربنی به اختلاف پتانسیل ۱۴ ولت وصل شده است. با صرف نظر از تolerانس مقاومت، آمپرسنج آرمانی چه عددی را برحسب آمپر نشان می‌دهد؟ (نارنجی = ۳، سیاه = ۰ و سبز = ۵)



- (۱) ۰/۲
- (۲) ۰/۴
- (۳) ۰/۶
- (۴) ۰/۸

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

ابتدا اندازه مقاومت ترکیبی را تعیین می‌کنیم:

$$R = ab \times 10^n \quad \begin{matrix} a = \text{نارنجی} = 3, b = \text{سبز} = 5 \\ n = \text{سیاه} = 0 \end{matrix} \rightarrow R = 35 \times 10^0 = 35 \Omega$$

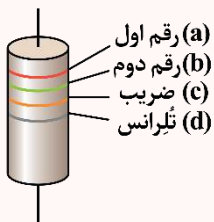
گام آخر:

طبق قانون اهم داریم:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{14}{35} = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ A}$$

کدگذاری رنگی مقاومت‌ها

برای خواندن مقدار مقاومت‌هایی که کدگذاری رنگی شده‌اند، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

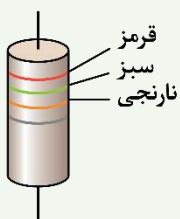


$$R = ab \times 10^c$$

مطابق رابطه فوق، کافی است رقم مربوط به دو رنگ اول را پشت سر هم بنویسیم و سپس آن را در ۱۰ به توان رقم سوم ضرب کنیم.

مثال

مقدار مقاومت شکل مقابل چند اهم است؟ (۲ = قرمز، ۳ = نارنجی و ۵ = سبز)

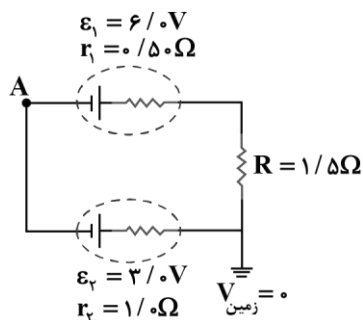


$$R = \underbrace{2}_{\text{رنگ قرمز}} \underbrace{5}_{\text{رنگ سبز}} \times 10^{\underbrace{3}_{\text{رنگ نارنجی}}} = 25000 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- در شکل مقابل، پتانسیل نقطه A چند ولت است؟

- ۴ (۱)
- ۴ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

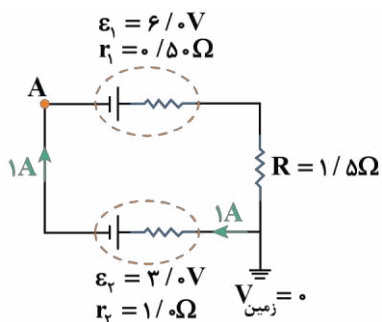


(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

جریان عبوری از مدار را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{r_1 + r_2 + R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{6 - 3}{0.5 + 1 + 1/5} = 1A$$

گام آخر:

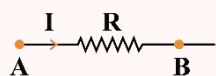
پتانسیل نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{زمین}} - r_2 I - \epsilon_2 = V_A \Rightarrow 0 - (1 \times 1) - 3 = V_A \Rightarrow V_A = -4V$$

پتانسیل نویسی

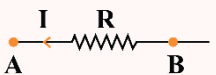
در مدارهای الکتریکی با حرکت از یک نقطه مدار و محاسبه اختلاف پتانسیل اجزای مختلف، می‌توانیم به نقاط دیگر مدار برسیم و اختلاف پتانسیل نقاط مختلف مدار را به دست آوریم. برای این کار از تکنیک پتانسیل نویسی استفاده می‌کنیم که به شرح زیر است:

- ۱- هنگامی که به یک مقاومت الکتریکی (مقاومت درونی باتری یا سایر مقاومت‌های مدار) رسیدیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:
 - الف)** اگر در حال حرکت در جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI کاهش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-RI)$ است.



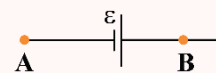
$$V_A - RI = V_B$$

- ب)** اگر در حال حرکت در خلاف جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI افزایش می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+RI)$ است.



$$V_A + RI = V_B$$

- ۲- هنگامی که به باتری آرمانی رسیدیم، اگر از سر مثبت باتری خارج شدیم، پتانسیل به اندازه ϵ زیاد می‌شود و تغییرات ولتاژ برابر $(+\epsilon)$ است. همچنین اگر از سر منفی خارج شدیم، پتانسیل به اندازه ϵ کم می‌شود و تغییرات ولتاژ برابر $(-\epsilon)$ است.



$$V_A + \epsilon = V_B$$

- ۳- پتانسیل الکتریکی زمین که معمولاً با نماد \perp در مدار مشخص می‌شود، طبق قرارداد، برابر صفر است.

گروه آموزشی ماز

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۵۰- المنت یک اجاق برقی شامل سیمی به طول $2/5m$ و شعاع مقطع $5mm$ است. مقاومت ویژه ماده سازنده سیم در دمای $52^\circ C$ برابر با $1/2 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$ است. با کاهش دمای سیم، مقاومت ویژه آن کاهش می‌یابد و در دمای $22^\circ C$ به $9 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ می‌رسد. مقاومت الکتریکی سیم با این کاهش دما، چند اهم تغییر می‌کند؟ ($\pi = 3$) و از تغییر ابعاد سیم با تغییر دما صرف نظر کنید).

- (۱) 10^{-3}
- (۲) $2/4 \times 10^{-3}$
- (۳) 3×10^{-3}
- (۴) $2/4 \times 10^{-4}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ و نیز با توجه به این که L و A ثابت‌اند، داریم:

$$R_2 - R_1 = (\rho_2 - \rho_1) \frac{L}{A} = (9 \times 10^{-8} - 1/2 \times 10^{-7}) \frac{2/5}{3 \times (5 \times 10^{-3})^2} = (-3 \times 10^{-8}) \frac{2/5}{3 \times 25 \times 10^{-6}} = -10^{-3} \Omega$$

بنابراین، مقاومت الکتریکی به مقدار $10^{-3} \Omega$ کاهش می‌یابد.



مقاومت الکتریکی

۱- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ و جریان آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن را می‌توانیم از رابطه زیر به‌دست آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R : مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اهم

ρ : مقاومت ویژه با یکای (اهم \times متر)

L : طول سیم با یکای متر

A : سطح مقطع سیم با یکای مترمربع

۲- با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت الکتریکی دو سیم به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

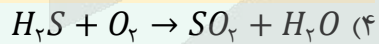
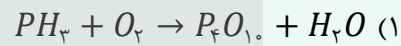
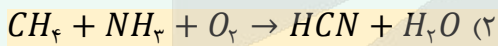
$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow[\text{قطر مقطع} \rightarrow d]{A \propto d^2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

گروه آموزشی ماز

شیمی

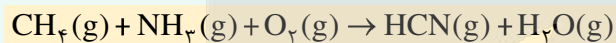
یکی از مطابقت‌های آزمون سال گذشته ماز با کنکور ۱۴۰۳

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی‌اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می‌شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش‌های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون‌های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



برای مشاهده
همه مطابقت‌ها
اینجا رو اسکن کن!

biomaze.ir

یا رو این کلیک کن!

دانش‌آموزان عزیز ماژ

آزمون امروز، آخرین آزمون نیم‌سال اول بود. در این آزمون، مسائل شیمی آلی متنوعی مطرح شده که در کنکور حداقل یک سؤال از این بخش می‌یاد. در سه آزمون اخیر، مفاهیم شیمی آلی رو پله پله پیش بردیم تا فرصت رفع اشکال رو داشته باشیم. امروز هم با یک تحلیل درست، این مسیر رو ادامه بدین و برای آزمون جامع نیم‌سال آماده بشین. در این آزمون، ثلث اول فصل دوم رو که مفاهیم اولیه گرماشیمی هست رو تکمیل کردیم. نکات و مفاهیم این قسمت هم به‌صورت جدا و هم به‌صورت ترکیبی با قسمت‌های بعدی فصل، در کنکور مطرح شدن. پس حتماً اشکالات این فصل رو هم بر طرف کنین. خب دیگه بریم تحلیل آزمون رو داشته باشیم. هر آزمون بهتر از آزمون قبل. ♥

علی ترابی - رتبه ۶۱ کنکور ۹۴ و مسئول درس شیمی یازدهم آزمون ماژ

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) در همه واکنش‌های شیمیایی، تبادل گرما میان سامانه و محیط پیرامون صورت می‌گیرد.
- ۲) اگر انرژی گرمایی دو ماده متفاوت باشد، ممکن است گرمایی بین آن‌ها منتقل نشود.
- ۳) علامت گرما در فرایندهای هم‌دما شدن بستنی با بدن و گوارش آن، یکسان است.
- ۴) ظرفیت گرمایی همانند انرژی گرمایی به جرم ماده بستگی دارد.

(متوسط - گرما در واکنش‌های شیمیایی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در فرآیند هم‌دما شدن بستنی با بدن، چون دمای بستنی کمتر از دمای بدن است، در نتیجه بستنی با گرفتن گرما از بدن با آن هم‌دما می‌شود و فرآیندی گرماگیر ($Q > 0$) رخ می‌دهد. فرآیند گوارش بستنی همانند سایر مواد غذایی، فرآیندی گرماده ($Q < 0$) است. پس علامت گرما در فرآیند هم‌دما شدن و گوارش بستنی متفاوت می‌باشد.

ترمودینامیک غذا خوردن

اگر ماده غذایی را سامانه و بدن را محیط در نظر بگیریم، با ورود ماده غذایی به بدن، انرژی مبادله می‌شود. اگر دمای ماده غذایی بیشتر از دمای بدن باشد، ابتدا طی یک فرآیند فیزیکی، ماده غذایی انرژی از دست داده و با بدن هم‌دما می‌شود. در این فرآیند چون انرژی از سامانه به محیط داده شده است، علامت آن منفی است. ($Q < 0$) سپس طی فرآیند گوارش که فرآیندی شیمیایی است، بخش عمده انرژی ماده غذایی به بدن می‌رسد. فرآیند گوارش و سوخت و ساز همواره با آزاد شدن انرژی همراه بوده و فرآیندی گرماده است. ($Q < 0$) همچنین اگر دمای ماده غذایی کمتر از دمای محیط باشد، ابتدا طی فرآیند فیزیکی و گرماگیر ($Q > 0$) دمای ماده غذایی با دمای بدن برابر شده و سپس طی فرآیند شیمیایی گوارش ($Q < 0$) بخش عمده انرژی ماده غذایی به بدن می‌رسد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی دادوستد گرما با محیط پیرامون است؛ پس هر واکنشی یا گرماده است و یا گرماگیر و گرمای یک واکنش شیمیایی دقیقاً صفر نمی‌شود. (برخی واکنش‌های شیمیایی وجود دارند که تغییر گرمای آن‌ها ناچیز است، اما صفر نیست.)
- ۲) گرما صورتی از انرژی است که میان دو ماده با دمای مختلف جاری می‌شود. پس شرط انتقال گرما میان دو جسم تفاوت دما است و اگر دو ماده دمای یکسانی نداشته باشند، گرما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود. نکته مهم آن است که انتقال گرما فقط به تفاوت دمای دو جسم بستگی دارد و به پارامترهای دیگری مانند انرژی گرمایی، جرم، گرمای ویژه، ظرفیت گرمایی و ... بستگی ندارد. پس اگر دمای دو جسم برابر باشد، ولی انرژی گرمایی متفاوتی داشته باشند، گرمایی میان آن‌ها منتقل نمی‌شود. به‌عنوان مثال با انداختن یک گلوله آهنی با دمای 25°C در یک استخر آب با همین دما، گرمایی بین این دو منتقل نمی‌شود و دما ثابت است.
- ۴) ظرفیت گرمایی (C) یک ماده، مقدار گرمایی است که در دما و فشار مشخص به آن ماده داده می‌شود تا دمای آن به اندازه 1°C بالا رود. همچنین ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (C) یک ماده، مقدار گرمایی است که به یک گرم از ماده در دما و فشار مشخص داده می‌شود تا دمای آن 1°C افزایش یابد. پس گرمای ویژه، به نوع، فشار و دمای ماده بستگی داشته اما به جرم بستگی ندارد. ظرفیت گرمایی به هر چهار پارامتر یادشده وابسته است.

شاخص دمایی	واحد	وابستگی به نوع ماده	وابستگی به جرم ماده	وابستگی به دما و فشار
گرمای ویژه	$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$	دارد	ندارد	دارد
ظرفیت گرمایی	$J \cdot K^{-1}$	دارد	دارد	دارد

انرژی گرمایی نیز معادل مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده است و علاوه بر دما، به جرم ماده بستگی دارد.

گروه آموزشی ماژ

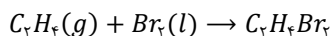
۵۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- الف: فرآورده واکنش گاز اتن با برم مایع قرمز رنگ، ۱-۲-دی برمواتن است.
- ب: کاتالیزگر واکنش گاز هیدروژن با ۱-هگزن، فلزی از گروه ۱۰ جدول تناوبی است.
- پ: تعداد پیوندهای $C - H$ موجود در اتانول یک واحد کمتر از این تعداد در ۲-بوتین است.
- ت: گاز اتن به‌عنوان عمل آورنده در کشاورزی کاربرد دارد و در ساختار آن هر اتم کربن ۳ پیوند کووالانسی دارد.
- ۱) «الف» و «پ» ۲) «الف» و «ت» ۳) «ب» و «پ» ۴) «ب» و «ت»

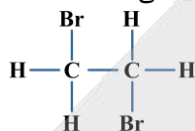
موارد «الف» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: معادله واکنش گاز اتن با برم مایع به صورت زیر است:



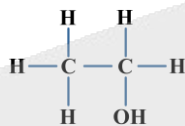
۲-۱- دی برمواتان نام محصول این واکنش بوده که مایعی بی‌رنگ است. در این واکنش پیوند دوگانه $C = C$ به پیوند یگانه تبدیل می‌شود و هر یک از اتم‌های کربن با یک اتم برم پیوند تشکیل می‌دهد و ماده‌ای با ساختار زیر تولید می‌کند.



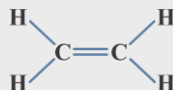
«ب»: کاتالیزگر واکنش هیدروژن‌دار کردن ترکیبات آلی سیرنشده نظیر ۱-هگزن، $Ni(s)$ (فلز نیکل) است که در گروه ۱۰ جدول تناوبی قرار دارد. واکنش گاز هیدروژن با ۱-هگزن به صورت زیر بوده که در این واکنش هگزان سیرشده تولید می‌شود:



«پ»: تعداد پیوندهای $C - H$ موجود در اتانول برابر با ۵ است. از طرفی در هر هیدروکربن تعداد پیوندهای $C - H$ برابر تعداد اتم‌های هیدروژن است چون هر اتم هیدروژن تنها به یک اتم کربن متصل می‌شود. پس در ۲-بوتین که یک آلکین چهار کربنه با فرمول شیمیایی C_4H_6 است، ۶ پیوند $C - H$ دیده می‌شود. ساختار اتانول به صورت زیر است:



«ت»: اتن نخستین عضو خانواده آلکن‌ها است که از آن به‌عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود. ساختار این هیدروکربن سیرنشده به صورت زیر است:



در ساختار این گاز هر اتم کربن با چهار پیوند به سه اتم دیگر متصل شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- با سیرشدن یک ترکیب سیرنشده در واکنش با گاز هیدروژن، درصد جرمی کربن در این ترکیب می‌شود و شمار پیوندهای کووالانسی موجود در آن می‌یابد.

- (۱) زیاد - افزایش (۲) زیاد - کاهش (۳) کم - افزایش (۴) کم - کاهش

سیرنشده بودن یک ترکیب آلی به معنای وجود پیوندهای دوگانه یا سه‌گانه در ساختار آن ماده است و به تبع، ترکیب آلی سیرشده، ترکیبی است که در آن تمام پیوندهای کووالانسی یگانه هستند.

سیرکردن ترکیبات سیرنشده واکنشی است که در آن ترکیبات سیرنشده با گاز هیدروژن به‌طور کامل واکنش می‌دهد و ترکیب حاصل از این واکنش، سیرشده خواهد بود. در این واکنش پیوندهای دوگانه و سه‌گانه به ترتیب با یک و دو مولکول هیدروژن واکنش داده و به پیوند یگانه تبدیل می‌شوند. با شکستن یک پیوند دوگانه در مولکول آلی، یک پیوند $C - C$ و دو پیوند $C - H$ تولید می‌شود. پس در این واکنش یک پیوند به شمار پیوندهای اشتراکی مولکول آلی اضافه می‌شود. (اگر پیوند سه‌گانه بشکند، یک پیوند $C - C$ و چهار پیوند $C - H$ ایجاد می‌شود؛ بنابراین در این حالت دو پیوند اشتراکی اضافه می‌شود.)

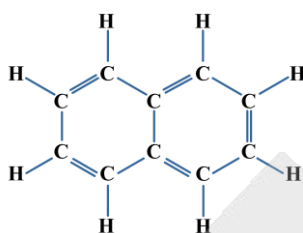
در فرایند سیرشدن هیدروکربن‌ها با گاز هیدروژن، تعداد و جرم اتم‌های کربن موجود در ترکیب ثابت می‌ماند و تنها شمار اتم‌های هیدروژن افزایش می‌یابد. پس در این حالت درصد جرمی هیدروژن افزایش و به دنبال آن درصد جرمی کربن کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۵۴- اگر به‌جای تمام هیدروژن‌های نفتالن، شاخه متیل قرار دهیم، درصد جرمی هیدروژن در ترکیب حاصل درصد بیشتر از نفتالن خواهد بود. ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۳/۷۵ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۱/۲۵

ساختار نفتالن به صورت زیر است:



راه حل مسئله

در این مولکول ۸ اتم هیدروژن وجود دارد که اگر با شاخه متیل جایگزین شوند به جای ۸ اتم H، ۱۰ اتم کربن و ۲۴ اتم هیدروژن به ترکیب اضافه می‌شود. پس از مشخص شدن فرمول ترکیب حاصل، درصد جرمی هیدروژن را در دو ماده حساب می‌کنیم.

فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{10}H_8$ است. اگر تمام اتم‌های هیدروژن آن را با شاخه متیل ($-CH_3$) جایگزین کنیم، فرمول شیمیایی ترکیب حاصل به صورت $(CH_3)_8C_{10}H_{24}$ خواهد بود. درصد جرمی هیدروژن در این ترکیب را حساب می‌کنیم:

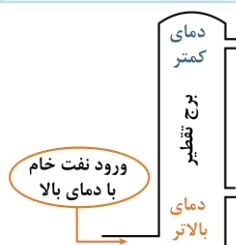
$$H \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم اتم‌های H}}{\text{جرم مولکول}} \times 100 \Rightarrow \begin{cases} \text{نفتالن: } A = \frac{8}{10 \times 12 + 8} \times 100 = \frac{800}{128} = \frac{100}{16} = 6/25 \text{ درصد} \\ \text{ترکیب حاصل: } B = \frac{24}{18 \times 12 + 24} \times 100 = \frac{2400}{240} = 10 \text{ درصد} \end{cases}$$

پس تفاوت درصد جرمی هیدروژن در دو ترکیب برابر ۳/۷۵ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۵۵ - کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) در صنعت برای تولید لیاف‌ها و پلاستیک‌ها از دسته‌ای از واکنش‌های آلکین‌ها استفاده می‌شود.
- ۲) در برج تقطیر نفت خام، بنزین نسبت به گازوئیل در مکانی با دمای کمتر از برج خارج می‌شود.
- ۳) نفت سفید در مقایسه با نفت کوره، مقاومت بیشتری در برابر جاری شدن از خود نشان می‌دهد.
- ۴) جدا کردن نمک‌ها و اسیدهای موجود در نفت خام همان فرایند پالایش نفت است.



برای تقطیر جزء به جزء هیدروکربن‌های موجود در نفت، ابتدا نفت خام را درون محفظه‌ای بزرگ گرم می‌دهند و آن را به برج تقطیر هدایت می‌کنند. برجی که در آن از پایین به بالا دما کاهش می‌یابد. مولکول‌های سبک و فرار با نقطه جوش کم، نسبت به سایر مولکول‌ها با سرعت بیشتری به طرف بالای برج (با دمای کمتر) حرکت می‌کنند، به تدریج سرد می‌شوند، به مایع تبدیل می‌گردند و در سینی‌هایی که در فاصله‌های گوناگون برج قرار دارند، از برج خارج می‌شوند. پس مولکول‌های سبک‌تر در مناطق سردتر و بالاتر از برج خارج می‌شوند. بنزین نسبت به گازوئیل مولکول‌های کوچک‌تری دارد و از مناطق بالاتر برج خارج می‌گردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) پلیمری شدن یکی از واکنش‌های خانواده آلکن‌ها است که با استفاده از آن می‌توان انواع لاستیک‌ها، پلاستیک‌ها، لیاف و پلیمرهای سودمند را تهیه کرد. (با این فرایند در فصل آخر کتاب یازدهم آشنا می‌شویم اما به‌طور کلی بهتر است بدانیم که در این فرایند، وجود پیوند دوگانه میان دو اتم کربن لازم است.)
- ۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در هیدروکربن‌ها، نقطه جوش و گرانروی (مقاومت در برابر جاری شدن) افزایش یافته و فراریت کاهش می‌یابد. اندازه مولکول‌های نفت کوره بیشتر از نفت سفید است؛ در نتیجه نفت کوره، گرانروی بیشتری نسبت به نفت سفید دارد و دیرتر جاری می‌شود. تصویر زیر، ویژگی‌های مختلف اجزای سازنده نفت خام را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:



۴ ابتدا نمک‌ها، اسید و آب را از نفت خام جدا کرده سپس نفت را پالایش می‌کنند. پالایش نفت خام با روش تقطیر جزء به جزء انجام می‌شود. در این حالت هیدروکربن‌های موجود در نفت به صورت مخلوط‌هایی با نقطه جوش نزدیک به هم، جدا خواهند شد.

گروه آموزشی ماز

۵۶- جدول زیر مقدار فراورده‌های حاصل از سوختن مقدار مشخصی از یک هیدروکربن را نشان می‌دهد. فرمول شیمیایی این هیدروکربن کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

فراورده	کربن دی‌اکسید	آب
مقدار (مول)	۰/۲	۰/۱۵

$C_{11}H_{18}$ (۴)

C_8H_{12} (۳)

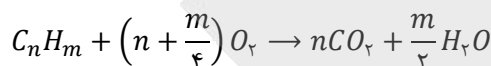
C_7H_6 (۲)

C_5H_8 (۱)

(متوسط - سوخت فسیلی - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

واکنش سوختن هیدروکربن‌ها به صورت زیر است:



راه حل مسئله

به کمک نسبت میان کربن دی‌اکسید و آب تولیدشده نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار اتم‌های هیدروژن را در ترکیب آلی به دست می‌آوریم و با گزینه‌ها مقایسه می‌کنیم.

در واکنش سوختن یک مول هیدروکربن، به تعداد اتم‌های کربن، گاز کربن دی‌اکسید و نصف تعداد اتم‌های هیدروژن، آب تولید می‌شود.

در واکنش مطرح‌شده به ازای تولید ۰/۲ مول کربن دی‌اکسید، ۰/۱۵ مول آب تولیدشده است. پس از نسبت میان گاز کربن دی‌اکسید و آب داریم:

$$\frac{\frac{n}{1}}{\frac{m}{2}} = \frac{0/2}{0/15} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{0/1}{0/15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

پس نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب مورد نظر باید برابر $\frac{2}{3}$ باشد. در میان گزینه‌ها تنها در C_8H_{12} ، نسبت یادشده صدق می‌کند. البته راه طولانی‌تر این است که محاسبه کنیم در کدام گزینه به ازای تولید ۰/۲ مول کربن دی‌اکسید، ۰/۱۵ مول آب در واکنش سوختن تولید می‌گردد. بر این اساس در ۴ گزینه به ترتیب به ازای تولید ۰/۲ مول کربن دی‌اکسید، ۰/۱۶، ۰/۱۳، ۰/۱۵ و ۰/۱۸ مول آب تولید می‌گردد. پس تنها در گزینه ۳ اطلاعات موجود در سؤال درست خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد تیتانیوم درست است؟

(۱) فلزی نرم بوده و در برابر خوردگی مقاوم است.

(۲) برخلاف آهن، واکنش‌پذیری آن از منیزیم بیشتر است.

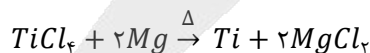
(۳) برای تولید آن در صنعت از ترکیب تیتانیوم (IV) کلرید استفاده می‌شود.

(۴) فلزی با چگالی بالا است و واکنش تولید آن در حضور گاز آرگون انجام می‌شود.

(آسان - واکنش‌پذیری - حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

تیتانیوم (Ti ، ۲۲)، دومین فلز واسطه است که در دوره چهارم و گروه چهارم قرار دارد. از واکنش فلز منیزیم با تیتانیوم (IV) کلرید برای تولید تیتانیوم در صنعت استفاده می‌شود که به صورت زیر انجام می‌گردد:

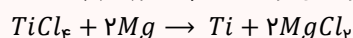


این واکنش به علت واکنش سریع گاز اکسیژن موجود در هوا با فلز منیزیم و از بین رفتن واکنش‌دهنده در هوا، باید به جای هوا در حضور آرگون انجام شود.

تیتانیوم

این فلز از عناصر واسطه دسته d بوده و در دوره و گروه چهارم قرار دارد. از ویژگی‌های منحصر به فرد تیتانیوم در مقابل سایر فلزها، چگالی کم، مقاوم در برابر خوردگی و محکم بودن را می‌توان مثال زد. این ویژگی‌ها، تیتانیوم را گزینه مناسبی برای تولید بدنه دوچرخه کرده‌اند.

یکی از واکنش‌هایی که منجر به تولید تیتانیوم می‌شود، واکنش تیتانیوم (IV) کلرید با فلز منیزیم است. با توجه به اینکه، واکنش‌پذیری منیزیم بیشتر از تیتانیوم است، فلز منیزیم می‌تواند فلز تیتانیوم را از ترکیبات آن خارج کند. معادله واکنش تولید تیتانیوم به صورت زیر است:



این واکنش در حضور گاز آرگون انجام می‌شود و اگر جو طبیعی (حاوی گاز اکسیژن) اطراف این واکنش وجود داشته باشد، به علت واکنش گاز اکسیژن با منیزیم، از انجام این واکنش ممانعت می‌شود.

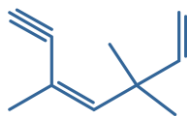
همچنین واکنش‌پذیری فلز تیتانیوم از فلز آهن بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- تیتانیوم فلزی محکم بوده و در برابر خوردگی مقاوم است.

۲ هم آهن و هم تیتانیوم از عناصر واسطه هستند. به طور کلی واکنش پذیری عناصر واسطه از فلزهای اصلی (مانند فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی) کمتر است.
 ۴ تیتانیوم چگالی کمی دارد و با توجه به استحکام بالا و مقاومت در برابر خوردگی، کاربردهای بسیاری دارد.

گروه آموزشی ماز



۵۸- چند مورد از مطالب زیر در مورد ترکیب مقابل درست است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

الف: هر مولکول این ماده، ۱۴ اتم هیدروژن در ساختار خود دارد.

ب: در ساختار آن سه اتم کربن به هیچ هیدروژنی متصل نیستند.

پ: هر گرم از این ماده به تقریب با ۶۰ میلی گرم هیدروژن واکنش می دهد.

ت: فراورده حاصل از واکنش آن با هیدروژن، ۳، ۳، ۵-تری متیل هپتان نام دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(خیلی سخت - سوخت فسیلی - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

هر چهار عبارت مطرح شده درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در این مولکول، ۱۰ اتم کربن، یک پیوند سه گانه و دو پیوند دوگانه وجود دارد. پس تعداد اتمهای هیدروژن در این ترکیب برابر است با:

$$\text{تعداد پیوند سه گانه} \times 4 - (\text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه}) \times 2 + 2n = \text{تعداد هیدروژنها}$$

$$\Rightarrow H = 2 \times 10 + 2 - 2 \times 2 - 1 \times 4 = 14$$

پس فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر $C_{10}H_{14}$ است.

«ب»: در ساختار این ماده، ۳ اتم کربن مشخص شده به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

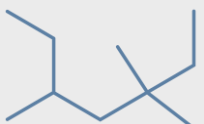


«پ»: هر مول از این ماده با ۴ مول گاز هیدروژن واکنش می دهد. پس مقدار گاز هیدروژنی را که با یک گرم از این ترکیب واکنش می دهد، مشخص می کنیم:

$$? \text{ mg } H_2 = 1 \text{ g } C_{10}H_{14} \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_{14}}{134 \text{ g } C_{10}H_{14}} \times \frac{4 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } C_{10}H_{14}} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = \frac{4000}{67} \approx 60 \text{ mg}$$

پس هر گرم از این ماده با ۶۰ میلی گرم گاز هیدروژن واکنش می دهد.

«ت»: اگر این ترکیب به طور کامل سیر شود، ترکیبی با ساختار زیر تولید می شود:



نام این ترکیب ۳، ۳، ۵-تری متیل هپتان است.

گروه آموزشی ماز

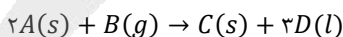
۵۹- در واکنش گرماده $2A(s) + B(g) \rightarrow C(s) + 3D(l)$ با تبدیل حالت ماده به مقدار گرمای مبادله شده در واکنش افزایش می یابد.

۱) جامد - B ۲) مایع - C ۳) گاز - D ۴) A - گاز

(آسان - گرما در واکنشهای شیمیایی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

معادله واکنش به صورت زیر است:



در یک واکنش گرماده، با افزایش سطح انرژی واکنش دهندهها یا کاهش سطح انرژی فرآوردهها، میزان گرمای مبادله شده افزایش می یابد. سطح انرژی یک ماده در حالت های فیزیکی مختلف، متفاوت است. سطح انرژی ماده در حالت گازی بیشتر از سطح انرژی در حالت مایع و آن هم بیشتر از سطح انرژی در حالت جامد است. پس تأثیر هر گزینه بر گرمای واکنش به صورت زیر است:

۱) جامد شود: در این حالت سطح انرژی واکنش دهنده کاهش می یابد که در فرایند گرماده موجب کاهش اختلاف سطح انرژی واکنش دهندهها و فرآوردهها می شود.

۲) مایع شود: در این حالت سطح انرژی فرآورده افزایش یافته که در فرایند گرماده موجب کاهش اختلاف سطح انرژی واکنش دهندهها و فرآوردهها می گردد.

۳) گاز شود: در این حالت سطح انرژی فرآورده افزایش می یابد که در فرایند گرماده موجب کاهش اختلاف سطح انرژی واکنش دهندهها و فرآوردهها می گردد.

۴) گاز شود: در این حالت سطح انرژی واکنش دهنده افزایش یافته که در فرایند گرماده موجب افزایش اختلاف سطح انرژی واکنش دهندهها و فرآوردهها می شود.

تأثیر حالت فیزیکی مواد بر گرمای واکنش

گرمای مبادله شده در یک واکنش علاوه بر ماهیت واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها به حالت فیزیکی این مواد نیز بستگی دارد. هرچه سطح انرژی واکنش دهنده‌ها بیشتر باشد، گرمای مبادله شده منفی‌تر و هر چه سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر باشد، گرمای مبادله شده مثبت‌تر می‌شود. سطح انرژی مواد در حالت‌های فیزیکی مختلف به صورت زیر است:



با توجه به توضیحات داده شده، واکنش‌های شیمیایی را به دو گروه زیر می‌توان دسته‌بندی کرد: در واکنش گرماده: حالتی با سطح انرژی بیشتر در سمت واکنش دهنده‌ها و یا حالتی با سطح انرژی کمتر در سمت فراورده‌ها منجر به افزایش گرمای آزاد شده می‌شود. همچنین کاهش سطح انرژی در واکنش دهنده‌ها و یا افزایش سطح انرژی در فراورده‌ها منجر به کاهش مقدار گرمای آزاد شده می‌گردد. در واکنش گرماگیر: حالتی با سطح انرژی کمتر در سمت واکنش دهنده‌ها و یا حالتی با سطح انرژی بیشتر در سمت فراورده‌ها منجر به افزایش گرمای گرفته شده از محیط می‌گردد. همچنین افزایش سطح انرژی در واکنش دهنده‌ها و یا کاهش سطح انرژی در فراورده‌ها منجر به کاهش مقدار گرمای مبادله شده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۰- آلکان A ، آلکن B و آلکین C تعداد هیدروژن برابری دارند. کدام یک از مقایسه‌های انجام شده زیر درست است؟

(۱) شمار پیوندهای $C - C$: $B < A$

(۲) شمار کل پیوندهای اشتراکی: $B < C$

(۳) درصد جرمی کربن: $A > C$

(۴) واکنش پذیری: $C < A$

(سخت - سوخت فسیلی - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

اگر تعداد اتم‌های هیدروژن هر سه هیدروکربن را $2x$ در نظر بگیریم، تعداد اتم‌های کربن هر سه ترکیب را مشخص می‌کنیم:

$$H: 2x \Rightarrow \begin{cases} A \text{ آلکان } (C_n H_{2n+2}): 2n + 2 = 2x \Rightarrow n = x - 1 \\ B \text{ آلکن } (C_n H_{2n}): 2n = 2x \Rightarrow n = x \\ C \text{ آلکین } (C_n H_{2n-2}): 2n - 2 = 2x \Rightarrow n = x + 1 \end{cases}$$

جدول زیر، تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، آلکن‌ها، آلکین‌ها و به‌طور کلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد.

کل پیوندها	پیوند $C - H$	پیوند میان اتم‌های کربن	پیوند $C - C$	هیدروکربن
$3n + 1$	$2n + 2$	$n - 1$	$n - 1$	آلکان
$3n$	$2n$	n	$n - 2$	آلکن
$3n - 1$	$2n - 2$	$n + 1$	$n - 2$	آلکین
$3n$	$2n$	n	n	سیکلوآلکان
$2n + \frac{m}{2}$	m	$2n - \frac{m}{2}$	-	$C_n H_m$

شمار پیوندهای اشتراکی در آلکن B برابر $3x$ و شمار پیوندهای کووالانسی در آلکین C برابر $2x + 2$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به جدول بالا، شمار پیوندهای $C - C$ در آلکان A و آلکن B برابر $x - 2$ است.

۳ شمار اتم‌های هیدروژن دو ترکیب برابر است، پس هر ترکیبی شمار اتم‌های کربن بیشتری داشته باشد، درصد جرمی کربن بیشتری نیز خواهد داشت. پس درصد جرمی کربن در آلکین C بیشتر از آلکان A است.

درصد جرمی کربن و هیدروژن در خانواده‌های مختلف هیدروکربن‌ها

درصد جرمی کربن در همه آلکان‌ها از آلکن‌ها یا همان $85/7$ درصد کمتر است. همچنین درصد جرمی کربن آلکین‌ها همواره از آلکن‌ها یا همان $85/7$ درصد بیشتر است. پس بدون در نظر گرفتن تعداد اتم‌های کربن داریم:

آلکین‌ها $< 85/7 =$ سیکلوآلکان‌ها = آلکن‌ها $<$ آلکان‌ها: درصد جرمی C

آلکان‌ها $< 14/3 =$ سیکلوآلکان‌ها = آلکن‌ها $<$ آلکین‌ها: درصد جرمی H

۴ واکنش پذیری آلکین‌ها از آلکن‌ها و واکنش پذیری آلکن‌ها از آلکان‌ها و سیکلوآلکان‌ها بیشتر بوده و به شمار کربن‌های آن هیدروکربن ارتباطی ندارد.

گروه آموزشی ماز

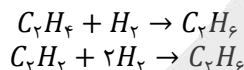
۶۱- در ظرفی مخلوطی به حجم ۳۳۶ لیتر از دو گاز اتن و اتین در شرایط STP در اختیار داریم. اگر این مخلوط گاز با ۲۴ مول گاز هیدروژن به طور کامل واکنش دهد، چند درصد از حجم مخلوط گازی اولیه را اتن تشکیل می‌دهد؟

۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

(متوسط - سوخت فسیلی - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

هنگام اضافه شدن گاز هیدروژن به محفظه، این گاز با دو گاز اتن و اتین وارد واکنش می‌شود و طبق دو واکنش زیر تبدیل به اتان که ترکیبی سیر شده است، می‌شوند.



راه حل مسئله

به کمک مجموع حجم دو گاز، مجموع مقدار دو گاز و سپس با توجه به تفاوت تعداد مولکول‌های هیدروژن مورد نیاز برای سیر کردن دو گاز مخلوط، مقدار آن‌ها و در نهایت نسبت مقدار آن‌ها را که معادل نسبت حجم آن‌ها است، به دست می‌آوریم.

حجم مخلوط گازی در شرایط استاندارد ۳۳۶ لیتر است. پس مجموع مقدار دو گاز برابر است با:

$$x + 2 \times (15 - x) = 24 \Rightarrow 30 - x = 24 \Rightarrow x = 6$$

بنابراین اگر مقدار گاز اتن را x مول در نظر بگیریم، مقدار اتین برابر $15 - x$ مول خواهد بود. هر مول اتن و اتین به ترتیب با یک و دو مول گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. پس از مقدار گاز هیدروژن مصرف شده در دو واکنش داریم:

$$x + 2 \times (15 - x) = 24 \Rightarrow 30 - x = 24 \Rightarrow x = 6$$

بنابراین در مخلوط مورد نظر ۶ مول اتن و ۹ مول اتین وجود دارد.

برای به دست آوردن درصد حجمی، باید به این نکته توجه کنیم که چون تمامی گازها در یک شرایط قرار دارند، نسبت حجمی گازها با نسبت مولی آن‌ها برابر است. تنها کافی است درصد مولی گاز اتن را محاسبه کنیم، بر این اساس داریم:

$$\text{درصد مولی گاز اتن} = \frac{\text{مقدار مول گاز اتن}}{\text{مقدار مول کل گازها}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{6}{15} \times 100 = 40\%$$

در نتیجه درصد حجمی گاز اتن در مخلوط اولیه، برابر ۴۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز

۶۲- چند مورد از مطالب زیر در مورد واکنش گرماگیر درست است؟

الف: در این واکنش علامت Q مثبت است.

ب: در معادله واکنش Q در سمت راست قرار می‌گیرد.

پ: در این واکنش گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود.

ت: سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

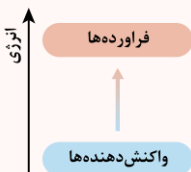
(متوسط - گرما در واکنش‌های شیمیایی - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش گرماگیر واکنشی است که در آن گرما مصرف می‌شود. عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

واکنش گرماگیر

به واکنشی که در حین انجام گرفتن، گرما مصرف کند، واکنش گرماگیر می‌گوییم. در این فرایند مجموع سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر از مجموع سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است. برای افزایش سطح انرژی باید گرما از محیط پیرامون سامانه واکنش دریافت شود، پس در این واکنش‌ها انتقال گرما از محیط به سامانه دیده می‌شود. با گرفتن گرما از محیط، میزان انرژی گرمایی محیط و در نتیجه آن دمای محیط کاهش می‌یابد. در این حالت علامت گرما (Q) مثبت است. از آنجا که سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها کمتر از فراورده‌ها است، واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فراورده‌ها هستند. به بیان دیگر فراورده‌ها واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند. نمودار زیر مربوط به واکنش گرماگیر است:



در رابطه با این واکنش‌ها داریم:

کاهش دما محیط

$Q > 0$

سطح انرژی: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

پایداری: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

بررسی موارد:

- «الف»: در واکنش‌های گرماگیر، سامانه از محیط گرما می‌گیرد و علامت گرما در این واکنش مثبت است.
- «ب»: چون در این واکنش گرما مصرف می‌شود، پس گرما در سمت چپ یا همان واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرد.
- «پ»: همان‌طور که از نام آن یعنی گرماگیر مشخص است، در این واکنش سامانه گرما می‌گیرد؛ بنابراین در فرایندهای گرماگیر، گرما از محیط به سامانه منتقل می‌شود.
- «ت»: در این فرایند، گرمای مصرف‌شده در واکنش، صرف افزایش سطح انرژی مواد می‌شود و می‌توان گفت سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

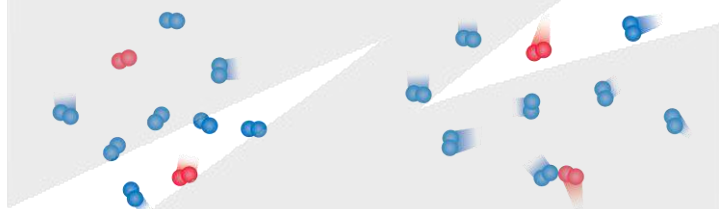
- ۱) اگر ظرفیت گرمایی یک مول از هر یک از گاز کلر و فلوئور برابر باشد، گرمای ویژه گاز فلوئور بیشتر است.
- ۲) به‌طور کلی فاصله و سرعت مولکول‌های اکسیژن و نیتروژن موجود در هوا در شب نسبت به ظهر بیشتر است.
- ۳) مقدار گرمای لازم برای افزایش دما یک نمونه آب به اندازه 50°C برابر با افزایش دما این نمونه به اندازه 50K است.
- ۴) اگر به دو نمونه آب و روغن زیتون با جرم‌های یکسان، مقدار گرمای برابری بدهیم، دمای روغن افزایش بیشتری می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - گرمای ویژه - مفهومی - ۱۱۰۲)

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) رابطه میان ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه به‌صورت $C = mc$ است. اگر ظرفیت گرمایی یک مول از هر یک از گازهای فلوئور و کلر برابر باشد، به علت آن که جرم یک مول گاز فلوئور کمتر از جرم یک مول گاز کلر است، باید گرمای ویژه گاز فلوئور بیشتر از گاز کلر باشد تا ظرفیت گرمایی این دو گاز یکسان شود.
- ۲) به علت بیشتر بودن دمای هوا در ظهر نسبت به شب، فاصله ذرات سازنده نمونه هوا در ظهر بیشتر است. همچنین دمای یک ماده نشان‌دهنده سرعت ذرات سازنده آن ماده می‌باشد و هر چه دما بیشتر باشد (ظهر)، سرعت ذرات سازنده بیشتر خواهد بود. شکل زیر دو هوای سرد و گرم را با هم مقایسه می‌کند:



شکل سمت راست هوای گرم و شکل سمت چپ هوای سرد را نشان می‌دهد.

- ۳) از آن‌جا که ارزش دمایی یک درجه سلسیوس برابر با یک کلوین است؛ پس مقدار تغییر دما در دو حالت یکسان بوده و با توجه به مشابه بودن ظرفیت گرمایی، گرمای لازم برای هر دو حالت برابر خواهد بود.
- ۴) با توجه به اینکه ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر از روغن زیتون است، در نتیجه در جرم یکسان از این دو نمونه، ظرفیت گرمایی آب بیشتر خواهد بود و در صورت دریافت مقدار گرمای مشابه، تغییر دمای کمتری خواهد داشت. (مقاومت بیشتری در برابر تغییر دما از خود نشان خواهد داد).

گروه آموزشی ماز

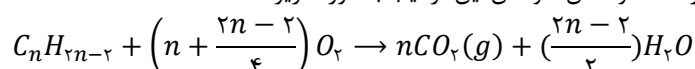
۶۴- اگر نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به جرم اکسیژن مصرف‌شده در سوختن آلکینی برابر ۱ باشد، این آلکین چند اتم هیدروژن در ساختار خود دارد؟ ($C = 12, O = 16; g. mol^{-1}$)

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

(متوسط - سوخت فسیلی - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

فرمول شیمیایی آلکین‌ها به‌صورت C_nH_{2n-2} است. در واکنش سوختن هیدروکربن‌ها به ازای مصرف یک مول هیدروکربن، برابر تعداد اتم‌های کربن، گاز کربن دی‌اکسید و برابر نصف تعداد اتم‌های هیدروژن، آب تولید می‌شود. همچنین در این بین به اندازه مجموع شمار اتم‌های کربن و ربع شمار اتم‌های هیدروژن گاز اکسیژن مصرف می‌شود. پس معادله موازنه‌شده واکنش سوختن این ترکیب به‌صورت زیر است:



راه حل مسئله

به کمک نسبت میان جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده و اکسیژن مصرف‌شده، مقدار n را که برابر تعداد اتم‌های کربن است، محاسبه می‌کنیم و با گزینه‌ها مقایسه می‌کنیم. البته می‌توانستیم واکنش سوختن C_nH_{2n-2} را به‌صورت ساده نیز موازنه کنیم؛ ولی روش بالا به مراتب سریع‌تر است.

حال از نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به اکسیژن مصرف‌شده داریم:

$$\frac{m_{CO_2}}{m_{O_2}} = \frac{n_{CO_2} \times M_{CO_2}}{n_{O_2} \times M_{O_2}} \Rightarrow 1 = \frac{n \times 44}{\left(n + \frac{2n-2}{4}\right) \times 32} \Rightarrow 1 = \frac{n \times 44}{\left(\frac{2n-1}{2}\right) \times 32} \Rightarrow 11n = 12n - 4 \Rightarrow n = 4$$

پس تعداد اتم‌های کربن این آلکین برابر ۴ بوده و بر همین اساس تعداد اتم‌های هیدروژن آن $6 = 4 \times 2 - 2$ است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

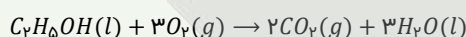
اگر جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده از سوختن ۵/۲۵ مول اتانول مطابق واکنش موازنه‌نشده $C_2H_5OH + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ ، برابر جرم نمونه‌ای از یک آلکن باشد، برای سوختن کامل این نمونه از آلکن، چند گرم اکسیژن مصرف و چند مول بخار آب تولید می‌شود؟

($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۱۰۵۶ - ۳۳ (۲) ۱۰۵۶ - ۴۹/۵ (۳) ۱۵۸۴ - ۴۹/۵ (۴) ۱۵۸۴ - ۳۳

پاسخ: گزینه ۴

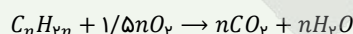
معادله موازنه‌شده سوختن اتانول به صورت زیر است:



ابتدا جرم کربن دی‌اکسید تولید شده در واکنش سوختن اتانول که برابر جرم نمونه آلکن مطرح شده است را محاسبه می‌کنیم:

$$? g CO_2 = 5/25 \text{ mol } C_2H_5OH \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 442 \text{ g } CO_2$$

بنابراین، جرم نمونه آلکن مطرح شده برابر ۴۴۲ گرم است. واکنش سوختن آلکن‌ها به صورت زیر است:



در انتها، جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن آلکن و مقدار بخار آب تولیدشده از این فرایند را به دست می‌آوریم:

$$? g O_2 = 442 \text{ g } C_nH_{2n} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n}}{14n \text{ g } C_nH_{2n}} \times \frac{1/2n \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_nH_{2n}} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 1584 \text{ g } O_2$$

$$? \text{ mol } H_2O = 442 \text{ g } C_nH_{2n} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n}}{14n \text{ g } C_nH_{2n}} \times \frac{n \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_nH_{2n}} = 33 \text{ mol}$$

پس در این واکنش ۱۵۸۴ گرم اکسیژن مصرف و ۳۳ مول آب تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- اگر مقدار مشخصی آب با دمای $20^\circ C$ را با ۳ لیتر آب با دمای $75^\circ C$ مخلوط کنیم، دمای آب به $45^\circ C$ می‌رسد. حجم نهایی آب چند لیتر است؟ (چگالی آب را ثابت و برابر یک گرم بر میلی‌لیتر در نظر بگیرید.)

- (۱) ۴/۵ (۲) ۵/۵ (۳) ۶/۶ (۴) ۷/۷

(آسان - گرمای ویژه - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

در تماس دو جسم غیر هم‌دم، گرما از جسمی با دمای بیشتر به جسمی با دمای کمتر منتقل شده و تا برابر شدن دمای دو جسم ادامه می‌یابد. در این حالت گرمایی که از جسم داغ گرفته می‌شود با گرمایی که به جسم سرد می‌رسد، برابر است.

تبادل گرمایی

هنگامی که دو جسم غیر هم‌دم را در تماس با یکدیگر قرار می‌دهیم، گرما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می‌شود تا دمای دو جسم یکسان شود. (پس هدف هم‌دم شدن دو جسم است.) با توجه به قانون پایستگی انرژی، گرمایی که جسم گرم از دست می‌دهد با گرمایی که جسم سرد دریافت می‌کند برابر است. از این رو، مقدار این دو انرژی با هم برابر است، اما به علت آن که جسم گرم، گرما از دست داده، علامت گرما و تغییرات دما منفی و چون جسم سرد گرما را دریافت کرده است، علامت گرما و تغییرات دما مثبت می‌باشد؛ بنابراین می‌توان گفت قدر مطلق‌های این دو گرما با یکدیگر برابر هستند، پس داریم:

$$\left| Q_{\text{جسم گرم}} \right| = \left| Q_{\text{جسم سرد}} \right| \Rightarrow \left| m_{\text{جسم سرد}} c_{\text{جسم سرد}} \Delta\theta_{\text{سرد}} \right| = \left| m_{\text{جسم گرم}} c_{\text{جسم گرم}} \Delta\theta_{\text{گرم}} \right|$$

جرم یک لیتر آب برابر یک کیلوگرم است. پس جرم آب گرم برابر ۳ کیلوگرم می‌باشد؛ بنابراین گرمای گرفته‌شده آب سرد را برابر گرمای از دست داده آب گرم قرار می‌دهیم و جرم آب سرد را پیدا می‌کنیم:

$$m_{\text{آب سرد}} = \frac{3 \times 30}{25} = 3/6 \text{ kg}$$

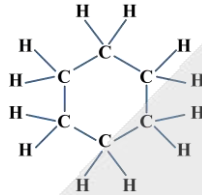
بنابراین جرم آب سرد برابر ۳/۶ کیلوگرم بود که با اضافه شدن ۳ کیلوگرم آب گرم به ۶/۶ کیلوگرم که معادل ۶/۶ لیتر است، رسید.

گروه آموزشی ماز

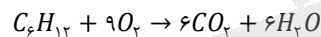
۶۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد سیکلوهگزان نادرست است؟

- برخلاف ۱-هگزن شمار پیوندهای $C-H$ آن ۲ برابر شمار پیوندهای $C-C$ است.
- تعداد اتم‌های کربن و تعداد اتم‌های هیدروژن متصل به هر اتم کربن برابر است.
- در واکنش سوختن آن، حجم بخار آب و کربن دی‌اکسید تولیدشده برابر است.
- واکنش‌پذیری و درصد جرمی هیدروژن این ترکیب از بنزن بیشتر است.

سیکلوآلکان‌ها همانند آلکان‌ها، سیر شده هستند و واکنش پذیری پایینی دارند. این در حالی است که بنزن، ۳ پیوند $C = C$ در ساختار خود دارد و واکنش پذیری بالایی دارد. شمار اتم‌های کربن دو ماده بنزن و سیگلوهگزان برابر و مساوی ۶ است؛ بنابراین هر کدام که شمار اتم‌های هیدروژن بیشتری دارد، درصد جرمی هیدروژن بیشتری خواهد داشت که از فرمول شیمیایی دو ترکیب مشخص است که این ویژگی مربوط به سیکلوهگزان است. ساختار سیکلوهگزان به صورت زیر می‌باشد:



- ۱- هگزن یک آلکن ۶ کربنه است. در آلکن ۶ کربنه، ۴ پیوند $C - C$ ، ۱ پیوند $C = C$ و ۱۲ پیوند $C - H$ وجود دارد. پس نسبت شمار $C - H$ به شمار $C - C$ برابر ۳ است در حالی که در سیکلوهگزان ۱۲ پیوند $C - H$ و ۶ پیوند $C - C$ دیده می‌شود و نسبت ذکر شده برای آن برابر ۲ است.
- ۲- این هیدروکربن، جزء آلکان‌های حلقوی به شمار می‌آید و ترکیبی سیر شده است. به هر اتم کربن در ساختار آن، ۲ اتم هیدروژن و ۲ اتم کربن متصل می‌شود.
- ۳- واکنش سوختن کامل سیکلوهگزان به صورت زیر است:



چون در واکنش سوختن، ضریب بخار آب و کربن دی‌اکسید برابر است، مقدار و حجم بخار آب و کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش برابر خواهد بود.

سیکلوآلکان‌ها

سیکلو (Cyclo) پیشوندی به معنای حلقوی است که برای نام‌گذاری برخی از ترکیبات آلی حلقوی به کار می‌رود. هیدروکربن‌های حلقوی مطرح شده در کتاب درسی شامل سیکلوآلکان‌ها و ترکیبات آروماتیک هستند. برای نام‌گذاری سیکلوآلکان‌ها از پیشوند سیکلو استفاده می‌شود. سیکلوپروپان ساده‌ترین سیکلوآلکان به شمار می‌رود. در جدول زیر فرمول ساختاری چهار عضو نخست سیکلوآلکان‌ها را مشاهده می‌کنیم:

فرمول مولکولی	نام	ساختار
C_3H_6	سیکلوپروپان	
C_4H_8	سیکلوپنتان	
C_5H_{10}	سیکلوپنتان	
C_6H_{12}	سیکلوهگزان	

گروه آموزشی ماز

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد انجماد آب درست است؟

- الف: در طی این فرایند سطح انرژی آب افزایش می‌یابد.
- ب: در طی آن فاصله میان مولکول‌های آب افزایش می‌یابد.
- پ: با انجام آن جنبش‌های نامنظم ذرات آب کاهش می‌یابد.
- ت: فرآورده این فرایند طی فرایند چگالش به بخار تبدیل می‌شود.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

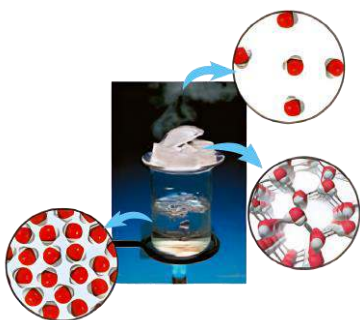
(۱) «الف» و «ب»

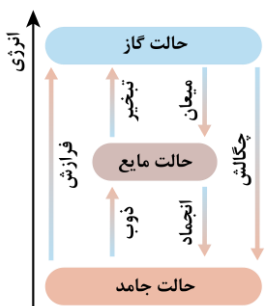
به تبدیل حالت مواد از مایع به جامد، انجماد گویند. عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

«الف»: در فرایند انجماد، فرآورده جامد و واکنش‌دهنده مایع است. می‌دانیم که سطح انرژی یک ماده در حالت گازی بیشترین و در حالت جامد کمترین است و انرژی در حالت مایع میان این دو سطح قرار می‌گیرد. پس در این تغییر حالت، ماده از سطحی با انرژی بالاتر (مایع) به سطحی با انرژی کمتر (جامد) منتقل می‌شود و سطح انرژی ماده کاهش می‌یابد.

«ب»: یک ویژگی منحصر به فرد آب این است که در فرایند انجماد، فاصله میان مولکول‌های آن افزایش می‌یابد که به چگونگی قرار گرفتن مولکول‌های آب در کنار یکدیگر بستگی دارد. به شکل روبه‌رو که حالت‌های مختلف آب را نشان می‌دهد توجه کنید.





در حالت مایع فاصله مولکول‌ها به کمترین حالت خود می‌رسد و با تبدیل حالت انجماد، فاصله بین مولکول‌ها افزایش می‌یابد. «پ»: جنبش‌های نامنظم ذرات سازنده یک ماده در تمام حالت‌ها و دماها وجود دارد. شدت این جنبش‌ها به حالت و دمای ماده بستگی دارد. با افزایش دما، شدت این جنبش‌ها افزایش می‌یابد. همچنین شدت این جنبش‌ها در حالت گاز بیشتر از مایع و در حالت مایع بیشتر از حالت جامد است. پس با انجماد که تبدیل شدن مایع به جامد است، جنبش‌های نامنظم کم می‌شود.

«ت»: فرایند چگالش، فرایند تبدیل گاز به جامد و فرایند فرازش، تبدیل جامد به گاز است. پس فرآورده این واکنش که جامد است نمی‌تواند در فرایند چگالش شرکت کند. جدول مقابل از کتاب درسی به بهترین شکل، تبدیل حالت‌ها را نمایش می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۶۸- اگر چگالی یک آلکن گازی در شرایط استاندارد برابر ۲/۵ گرم بر لیتر باشد، این آلکن چه نامی می‌تواند داشته باشد؟

$$(H = 1, C = 12: g \cdot mol^{-1})$$

(۴) اتن

(۳) پروپن

(۲) پنتن

(۱) بوتن

(آسان - سوخت فسیلی - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} بوده و جرم یک مول آن بر حسب گرم برابر $14n$ است. از طرفی یک مول گاز در شرایط استاندارد ۲۲/۴ لیتر حجم دارد. پس می‌توان چگالی آلکن‌های گازی را به کمک جرم و حجم یک مول از آن مشخص کرد و از آن رابطه داریم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 2/5 = \frac{14n}{22/4} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{2n}{3/2} \Rightarrow 16 = 4n \Rightarrow n = 4$$

پس آلکن مورد نظر ۴ کربنه است و تنها آلکن ۴ کربنه مطرح‌شده در گزینه‌ها ۱-بوتن است.

گروه آموزشی ماز

۶۹- از واکنش سوختن متان با معادله $CH_4(g) + 2O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O(g) + 800 kJ$ برای گرم کردن اتانول استفاده می‌کنیم. اگر ۲۰ درصد گرمای تولیدشده در این واکنش به اتانول برسد، برای رساندن دمای ۱۰ لیتر الکل $20^\circ C$ ، با چگالی $0.8 g \cdot mL^{-1}$ ، به نقطه جوش الکل ($80^\circ C$) به چند لیتر گاز متان با چگالی $0.64 g \cdot L^{-1}$ نیاز داریم؟ (گرمای ویژه الکل برابر $2/4 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ است. $(H = 1, C = 12: g \cdot mol^{-1})$)

(۴) ۲۲۵

(۳) ۱۵۰

(۲) ۱۸۰

(۱) ۲۷۰

(متوسط - گرما در واکنش‌های شیمیایی - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

۱۰ لیتر الکل معادل ۱۰۰۰۰ میلی‌لیتر است که بر اساس چگالی الکل، جرم آن برابر ۸۰۰۰ گرم است. ابتدا گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای الکل را حساب می‌کنیم.

رابطه گرما و دما

$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta$$

اگر مقدار Q بر حسب ژول (J) و مقدار تغییر دمای جسم بر حسب درجه سانتی‌گراد ($^\circ C$) و جرم جسم بر حسب گرم (g) باشد، یکای گرمای ویژه معادل با ژول بر گرم بر درجه سانتی‌گراد ($J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$) می‌شود. در نقطه‌ی مقابل، اگر مقدار تغییر دمای جسم بر حسب کلوین (K) بیان شود، یکای گرمای ویژه آن جسم معادل با ژول بر گرم بر کلوین ($J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$) می‌شود. توجه داریم که مقدار گرمای ویژه یک جسم، فقط به نوع ماده سازنده آن جسم بستگی دارد و جرم آن جسم، تأثیری در مقدار گرمای ویژه آن جسم ندارد.

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 8000 \times 2/4 \times (80 - 20) = 8000 \times 24 \times 6 = 6 \times 8 \times 24 \times 1000 J = 6 \times 8 \times 24 kJ$$

این مقدار انرژی معادل ۲۰ درصد گرمای تولیدشده در واکنشی با معادله زیر است:



بر این اساس حجم متان مصرف‌شده در این واکنش را مشخص می‌کنیم:

$$? L CH_4 = 6 \times 8 \times 24 kJ \text{ گرمای الکل} \times \frac{100 kJ \text{ گرمای واکنش}}{20 kJ \text{ گرمای الکل}} \times \frac{1 mol CH_4}{800 kJ} \times \frac{16 g CH_4}{1 mol CH_4} \times \frac{1 L CH_4}{0.64 g CH_4} = 180 L$$

پس برای تولید این مقدار گرما به ۱۸۰ لیتر متان نیاز است.

گروه آموزشی ماز



یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است.)

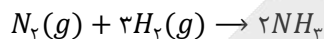
۷۰- در دما و فشار ثابت، واکنش موازنه‌نشده $N_2(g) + H_2(g) \rightarrow NH_3(g)$ انجام می‌شود. اگر حجم گاز هیدروژن مصرف‌شده دو برابر حجم گاز آمونیاک تولیدشده باشد، بازده درصدی این واکنش چقدر است؟

۷۵ (۱) ۶۶/۷ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴)

(آسان - درصد خلوص و بازده - مسئله - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



این واکنش در دما و فشار ثابت انجام می‌شود. پس حجم مولی گازها ثابت بوده و نسبت مقدار (مول) دو گاز برابر نسبت حجم این دو گاز است؛ بنابراین اگر در این واکنش x مول هیدروژن مصرف شود، به‌طور عملی $\frac{x}{3}$ مول آمونیاک تولید می‌شود. بر این اساس ابتدا مقدار فرآورده نظری تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } NH_3 = x \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ mol } NH_3}{3 \text{ mol } H_2} = \frac{2}{3} x \text{ mol}$$

پس بازده انجام این فرایند را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار فرآورده عملی}}{\text{مقدار فرآورده نظری}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{\frac{x}{3}}{\frac{2}{3}x} \times 100 = 75\%$$

بنابراین بازده این واکنش برابر ۷۵ درصد است.

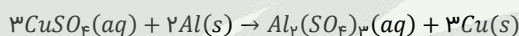
برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول مس(II) سولفات با یک نمونه ۳۰ گرمی آلومینیم ناخالص به‌طور کامل واکنش داده و محلول ۰/۸ مولار آلومینیم سولفات و رسوب مس ایجاد کند، درصد خلوص آلومینیم در این نمونه چقدر است و چند گرم فلز مس در این واکنش تولید شده است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی کنید. $Al = 27, Cu = 64: g \cdot mol^{-1}$)

۷۶/۸ - ۷۲ (۲) ۱۱۵/۲ - ۸۱ (۳) ۱۱۵/۲ - ۷۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار $Al_2(SO_4)_3$ تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0/8 = \frac{n}{500 \text{ ml} \times \frac{1L}{1000 \text{ ml}}} \Rightarrow n = 0/4 \text{ mol}$$

حال، جرم آلومینیم مصرف‌شده در این واکنش را حساب می‌کنیم.

$$? \text{ g } Al = 0/4 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{2 \text{ mol } Al}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{27 \text{ g } Al}{1 \text{ mol } Al} = 21/6 \text{ g}$$

پس درصد خلوص این نمونه آلومینیم برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } Al \text{ خالص}}{\text{جرم کل } Al} \times 100 \Rightarrow A = \frac{21/6}{30} \times 100 = 72 \text{ درصد}$$

و در انتها جرم فلز مس تولیدشده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } Cu = 0/4 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{3 \text{ mol } Cu}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{64 \text{ g } Cu}{1 \text{ mol } Cu} = 76/8 \text{ g}$$

پس در این واکنش ۷۶/۸ گرم فلز مس تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز