



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۰/۲۰

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



دفترچه شماره ۱

تسلط بر نیم سال اول



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دهم  
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۷

مدت پاسخگویی: ۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۳۰

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخگویی |
|------|--------------|------------|----------|----------|---------------|
| ۱    | ریاضیات      | ۳۰         | ۱        | ۳۰       | ۵۵ دقیقه      |

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



www.  
arefonline.ir



مرکز مشاوره عارف



## مک‌گمشاوره عالی‌شماره ۱

## ریاضی

مثلثات / توان‌های گویا و عبارت‌های جبری /  
معادله‌ها و نامعادله‌ها  
فصل ۲ از ابتدای روابط بین نسبت‌های مثلثاتی  
تا پایان فصل، فصل ۳ و فصل ۴  
تا پایان معادله درجه دوم  
و روش‌های مختلف حل آن  
صفحه‌های ۴۲ تا ۷۷

## شیمی

کیهان زادگاه عناصر / ردپای گازها در زندگی  
فصل ۱ از ابتدای آرایش الکترونی اتم  
تا پایان فصل و فصل ۲  
تا پایان رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی  
صفحه‌های ۳۰ تا ۶۱

## فیزیک

ویژگی‌های فیزیکی مواد / کار، انرژی و توان  
فصل ۲ از ابتدای شناوری تا پایان فصل  
و فصل ۳ تا پایان پایداری انرژی مکانیکی  
صفحه‌های ۴۰ تا ۷۰

## استراتژی و هدف‌گذاری با ماز

### اهداف کوتاه‌مدت:

- رسیدن به بودجه‌بندی و مباحث آزمون بعد

### اهداف میان‌مدت:

- پیشروی ۵۰ درصدی در نیم‌سال اول تا پایان آبان‌ماه
- پیشروی و جمع‌بندی کامل نیم‌سال اول تا پایان دی‌ماه
- پیشروی ۵۰ درصدی در نیم‌سال دوم تا پایان اسفندماه
- پیشروی و جمع‌بندی کامل نیم‌سال دوم تا پایان اردیبهشت‌ماه
- آزمون‌های ویژه جمع‌بندی و مرور در دی‌ماه، ایام نوروز و قبل از امتحان نهایی

### اهداف بلندمدت:

- تسلط کامل بر کتاب درسی برای ۲۰ شدن در امتحان نهایی + ساختن پایه‌ای قوی برای موفقیت در کنکور



۱- اگر  $\frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{2}{5}$  باشد، حاصل  $\frac{1-\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1-\cos x}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{2}{9}$  (۳)  $\frac{0}{4}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۲- اگر  $x$  زاویه‌ای حاده و  $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \tan x = \sqrt{5}$  باشد، مقدار  $\tan^2 x + \cot^2 x$  کدام است؟  
 (۱) ۴ (۲)  $\frac{4}{17}$  (۳)  $\frac{17}{4}$  (۴)  $\frac{25}{16}$

۳- حاصل عبارت  $\frac{(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2}{(\frac{1}{\sin^2 x} - 1)(\frac{1}{\cos^2 x} - 1)}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{2}$

۴- اگر  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  و  $\sin \alpha - \frac{6}{\sqrt{4+4\tan^2 \alpha}} = -1$  باشد، حاصل  $\tan \alpha$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۵- اگر  $\sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{5}{2}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\tan x - \cot x$  کدام است؟ (x در ناحیه اول واقع است)  
 (۱)  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۶- اگر  $3^a = 2$  و  $5^b = 3$  باشد، حاصل  $\frac{45^{ab}}{4^b}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴) ۴

۷- حاصل عبارت  $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)^4 (\sqrt[3]{4} - 1)^4 (\sqrt[3]{2} + 1)^4$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt[3]{4}$  (۴)  $\sqrt[3]{6}$

محل انجام محاسبات

۸- اگر  $a^2 - \sqrt{3}a - 1 = 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{\sqrt{7}-2}$  (۲)  $\sqrt{\sqrt{5}-2}$  (۳)  $\sqrt{\sqrt{5}+2}$  (۴)  $\sqrt{\sqrt{7}+2}$

۹- اگر  $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$  باشد، آن گاه  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + x + x^2 + x^3$  کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰

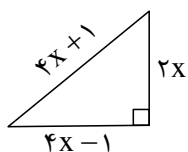
۱۰- حاصل  $\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$  (۴)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۱۱- حاصل عبارت  $A = \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{(\frac{1+x}{1-x}-1)(1-\frac{1}{1+x})}$  به ازای  $x = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$  کدام است؟

- (۱)  $1 + \sqrt[3]{3}$  (۲)  $\sqrt[3]{3} - 1$  (۳)  $2\sqrt[3]{3} - 2$  (۴)  $2 + 2\sqrt[3]{3}$

۱۲- اختلاف محیط و مساحت مثلث زیر کدام است؟



- (۱) ۱۹  
(۲) ۲۰  
(۳) ۱۸  
(۴) ۲۱

۱۳- در حل معادله  $3x^2 + 4x + 1 = 0$  به روشی مربع کامل کردن، به عبارت  $(x - \frac{2m}{3})^2 = \frac{2}{6n}$  رسیدیم. مقدار  $m + n$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- اگر دو برابر یک عدد مثبت، از ثلث مربع خود، ۹ واحد کمتر باشد، ریشه سوم آن عدد کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3^3}$  (۲)  $\frac{1}{3^3}$  (۳)  $\frac{2}{9^3}$  (۴)  $\frac{4}{9^3}$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر  $x_1 = -\frac{7}{4}$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $4x^2 + (m-3)x - 1 - m = 0$  باشند، حاصل  $m + x_2$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۶- معادله درجه دوم  $mx^2 + 2(m-1)x + (m+1) = 0$ ، دوجواب حقیقی و متمایز دارد. مجموعه مقادیر  $m$  کدام می‌تواند باشد؟ از من وی ای پی

- (۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, \frac{1}{3})$  (۳)  $(\frac{1}{3}, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 0)$

۱۷- اگر معادله  $4x^2 - (k+1)x + k - 2 = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۸- دو معادله  $x^2 + 3x - 7m = 0$  و  $x^2 + 2x - 5m = 0$  دارای یک ریشه مشترک و غیرصفر هستند. حاصل جمع ریشه‌های غیرمشترک این دو معادله کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) -۶ (۴) ۶

۱۹- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱)  $\sqrt[5]{\sin 22^\circ} < \sqrt[5]{\sin 22^\circ}$  (۲)  $\cos^5 29^\circ > \cos^3 29^\circ$   
(۳)  $\sqrt[3]{\tan 7^\circ} < \sqrt{\tan 7^\circ}$  (۴)  $\cot^2 40^\circ > \cot^4 40^\circ$

۲۰- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند، به ترتیب ۳ و ۶ واحد است. حاصل ضرب طول‌های اضلاع قائمه در این مثلث کدام است؟

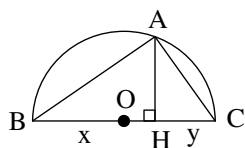
- (۱) ۲۷ (۲)  $27\sqrt{2}$  (۳) ۳۶ (۴)  $36\sqrt{3}$

۲۱- اندازه محیط‌های دو مثلث متشابه برابر ۹ و ۲۷ است. اگر اندازه کوچک‌ترین ضلع مثلث کوچک‌تر برابر ۲ و اندازه بزرگ‌ترین ضلع مثلث بزرگ‌تر برابر ۱۲ باشد، طول ضلع متوسط مثلث کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۷ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

محل انجام محاسبات

۲۲- در شکل زیر، نیم‌دایره‌ای به شعاع ۳ و به مرکز O رسم شده است. اگر  $BH = x$ ،  $CH = y$  و  $AH = 2\sqrt{2}$  باشد، حاصل  $x^2 + y^2$  کدام است؟



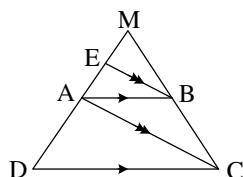
(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

(۴) ۲۴

۲۳- در شکل زیر،  $AB \parallel CD$  و  $AC \parallel BE$  است. اگر  $ME = 3$  و  $AD = 18$  باشد، اندازه پاره خط CD چند برابر اندازه پاره خط AB است؟



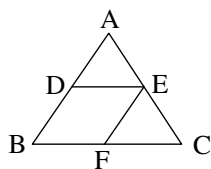
(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۴

۲۴- در شکل زیر، چهارضلعی BDEF لوزی است. اگر  $AD = 4$  و  $BC = 15$  باشد، آن گاه مساحت مثلث CEF چه کسری از مساحت لوزی است؟



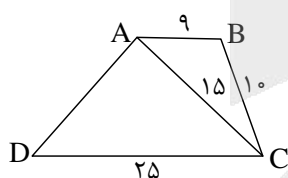
(۲)  $\frac{4}{9}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

۲۵- طول ضلع AD در ذوزنقه ABCD کدام است؟



(۲) ۱۵

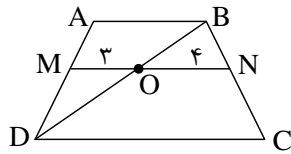
(۴) ۱۸

(۱)  $\frac{50}{3}$

(۳) ۲۰

محل انجام محاسبات

- ۲۶- در شکل زیر، قطر  $BD$  نیمساز زاویه  $D$  در دوزنقه متساوی الساقین  $ABCD$  است. اگر  $MN$  موازی قاعده‌های دوزنقه و  $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$  باشد، محیط دوزنقه کدام است؟



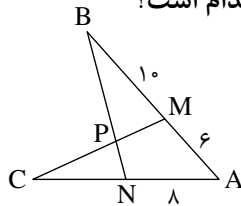
(۱) ۲۰

(۲) ۲۲/۵

(۳) ۲۵

(۴) ۳۰

- ۲۷- در شکل زیر، اگر  $\hat{B} = \hat{C}$  باشد، نسبت مساحت مثلث  $BMP$  به مساحت مثلث  $CNP$  کدام است؟



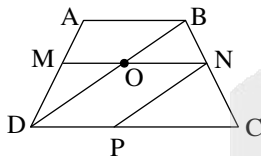
(۲)  $\frac{25}{9}$

(۴)  $\frac{25}{4}$

(۱) ۴

(۳)  $\frac{16}{9}$

- ۲۸- در دوزنقه  $ABCD$ ،  $AB=4$ ،  $CD=8$  و  $MN=5$  است. اگر  $MN$  موازی دو قاعده دوزنقه و  $NP \parallel BD$  باشد، طول پاره خط  $DP$  کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۲۵

(۳) ۲/۵

(۴) ۳

- ۲۹- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر و  $HM$  و  $HN$  به ترتیب نیمساز زوایای  $AHB$  و  $AHC$  هستند. اگر  $AH = \frac{3}{2}$  و  $BC = 2\sqrt{3}$  باشد، نسبت  $\frac{HM}{HN}$  کدام است؟ ( $AB < AC$ )

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

- ۳۰- حاصل  $(\sqrt{14-4\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}})^{-1} (\sqrt{3}\sqrt{3})^{-1}$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $2\sqrt{6}$

محل انجام محاسبات



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۰/۲۰

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

دفترچه شماره ۲

تسلط بر نیم سال اول



ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دهم  
آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۲

مدت پاسخگویی: ۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | زمان پاسخگویی |
|------|--------------|------------|----------|----------|---------------|
| ۱    | فیزیک        | ۲۰         | ۳۱       | ۵۰       | ۲۸ دقیقه      |
| ۲    | شیمی         | ۲۰         | ۵۱       | ۷۰       | ۲۲ دقیقه      |

برای شباهت حداکثری به کنکور، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های ماز، کاملاً یکسان با استاندارد دفترچه های کنکور در نظر گرفته می شود.

۳۱- یک مکعب چوبی به چگالی  $700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و یک مکعب فلزی به چگالی  $2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  را به آرامی، کاملاً داخل مایعی به چگالی  $1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  فرو برده و رها می‌کنیم. بلافاصله بعد از رها شدن، کدام گزینه توصیف مناسبی از نحوه حرکت

مکعب چوبی و مکعب فلزی به ترتیب از راست به چپ است؟

- (۱) بالا می‌رود، غوطه‌ور می‌شود  
(۲) غوطه‌ور می‌شود، پایین می‌رود  
(۳) بالا می‌رود، پایین می‌رود  
(۴) غوطه‌ور می‌شود، بالا می‌رود

۳۲- دو پوش‌برگ آلومینیومی، هر کدام به ابعاد  $20\text{cm} \times 20\text{cm}$  در اختیار داریم. یکی از پوش‌برگ‌ها را مچاله کرده و پوش‌برگ دیگر را ۶ بار روی هم تا کرده و هر دو را به آرامی بر سطح آب ظرفی ساکن قرار می‌دهیم. کدام گزینه در مورد وضعیت نهایی پوش‌برگ‌ها می‌تواند درست باشد؟

- (۱) هر دو بر سطح آب شناور می‌شوند.  
(۲) پوش‌برگ مچاله‌شده بر سطح آب شناور شده و پوش‌برگ تاشده در آب غوطه‌ور می‌شود.  
(۳) پوش‌برگ مچاله‌شده بر سطح آب شناور شده و پوش‌برگ تاشده در آب فرو رفته و ته‌نشین می‌شود.  
(۴) هر دو در آب غوطه‌ور می‌شوند.

۳۳- در شکل‌های نشان‌داده‌شده، شکل (۱) مربوط به ..... و شکل (۲) مربوط به ..... است.



شکل «۲»

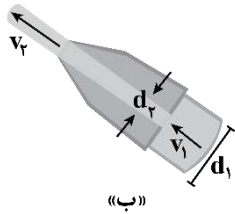


شکل «۱»

- (۱) کاربرد اصل برنولی - اصل برنولی  
(۲) کاربرد اصل برنولی - معادله پیوستگی  
(۳) معادله پیوستگی - اصل برنولی  
(۴) معادله پیوستگی - معادله پیوستگی

محل انجام محاسبات

۳۴- شکل «الف» آتش‌نشانی را در حال خاموش کردن آتش از فاصله نسبتاً دوری نشان می‌دهد. تصویر بزرگ‌شده از شیر بسته‌شده به انتهای لوله آتش‌نشانی در شکل «ب» نشان داده شده است. اگر قطر ورودی شیر،  $\frac{5}{4}$  برابر قطر قسمت خروجی آن باشد، انرژی جنبشی مقدار معینی آب در هنگام ورود به شیر چند برابر انرژی جنبشی همان مقدار آب در هنگام خروج از شیر است؟ (از اثر نیروهای مقاوم صرف‌نظر کنید.)



(۱)  $2/56 \times 10^{-2}$

(۲)  $1/6 \times 10^{-2}$

(۳)  $2/56 \times 10^{-3}$

(۴)  $1/6 \times 10^{-3}$

۳۵- جرم خودرویی به همراه راننده‌اش  $800 \text{ kg}$  است. خودرو با تندی ثابت چند کیلومتر بر ثانیه حرکت کند، تا انرژی جنبشی آن  $36 \text{ MJ}$  باشد؟

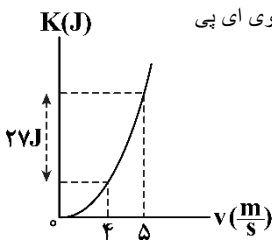
(۴)  $0/3$

(۳)  $0/03$

(۲) ۳

(۱) ۳۰

۳۶- نمودار انرژی جنبشی جسمی مطابق شکل است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ از منوی ای پی



(۱) ۹

(۲) ۸

(۳) ۶

(۴) ۴

۳۷- جسم (A) به جرم  $m$ ، اگر با تندی‌های ثابت  $v_1$  و  $v_2$  حرکت کند، به ترتیب دارای انرژی جنبشی  $K_1 = 40 \text{ J}$  و  $K_2 = 360 \text{ J}$  می‌شود. جسم (B) به جرم  $m'$  با تندی ثابت  $v_2 - v_1$  حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن در این حالت

برابر با  $K_2 + K_1$  می‌شود. نسبت  $\frac{m'}{m}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{9}{2}$

(۳)  $\frac{5}{4}$

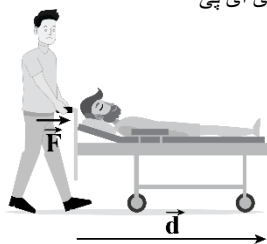
(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $\frac{5}{2}$

محل انجام محاسبات



۳۸- بیماری به جرم  $65\text{kg}$  روی تختی به جرم  $15\text{kg}$  دراز کشیده است. پرستاری مطابق شکل، این تخت را با نیروی ثابت و افقی  $\vec{F}$  روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز هل می‌دهد. اگر کار نیروی  $\vec{F}$  به ازای  $12\text{m}$  جابه‌جایی افقی تخت برابر با  $384\text{J}$  باشد، اندازه شتاب حرکت مجموعه تخت و بیمار چند واحد SI است؟ از من وی ای پی



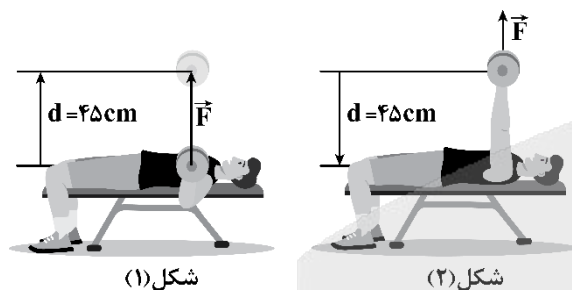
(۱)  $0/6$

(۲)  $0/5$

(۳)  $0/4$

(۴)  $0/3$

۳۹- مطابق شکل‌های زیر، ورزشکاری به جرم  $70\text{kg}$  وزنه‌ای به جرم  $90\text{kg}$  را در شکل (۱) به آرامی و به‌طور یکنواخت،  $45\text{cm}$  بالای سر خود برده و در شکل (۲) به اندازه  $45\text{cm}$  به آرامی و به‌طور یکنواخت پایین می‌آورد. اندازه اختلاف کاری که ورزشکار در این دو شکل روی وزنه انجام می‌دهد، چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



شکل (۱)

شکل (۲)

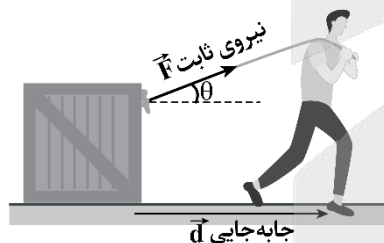
(۱) صفر

(۲)  $450$

(۳)  $630$

(۴)  $810$

۴۰- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که جعبه‌ای را با نیروی ثابتی به بزرگی  $F = 280\text{N}$  بر روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز به اندازه  $15\text{m}$  جابه‌جا می‌کند. زاویه طناب با سطح افقی ( $\theta$ ) چند درجه باشد تا کار انجام شده توسط شخص در این جابه‌جایی  $3822\text{J}$  باشد؟



|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| $\cos 10^\circ = 0/98$ | $\cos 15^\circ = 0/96$ |
| $\cos 25^\circ = 0/91$ | $\cos 30^\circ = 0/87$ |

(۱)  $30^\circ$

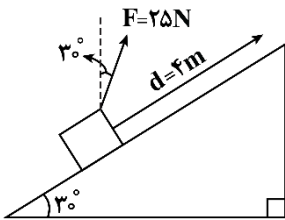
(۲)  $25^\circ$

(۳)  $15^\circ$

(۴)  $10^\circ$

محل انجام محاسبات

۴۱- مطابق شکل، جسمی تحت تأثیر نیروی ثابت  $\vec{F}$  که زاویه‌اش با راستای قائم  $30^\circ$  است، به اندازه  $4m$  بر روی سطح شیب‌دار در جهت نشان داده شده جابه‌جا می‌شود. کار نیروی  $\vec{F}$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟



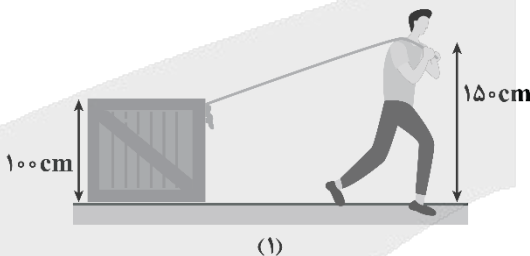
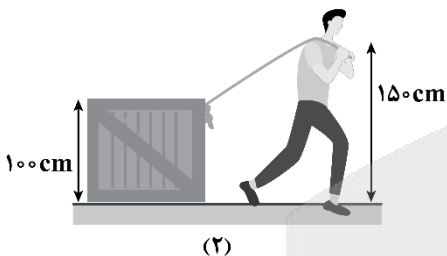
(۱)  $50\sqrt{3}$

(۲)  $50$

(۳)  $50\sqrt{2}$

(۴) صفر

۴۲- شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند به طول  $1m$  مطابق شکل (۱) و یک بار هم با طنابی کوتاه‌تر به طول  $62/5cm$  مطابق شکل (۲) بر روی سطحی هموار می‌کشد. اگر بزرگی نیروی شخص در هر دو حالت یکسان بوده و کار انجام شده توسط شخص در حالت (۲)،  $40\%$  درصد کم‌تر از حالت (۱) باشد، جابه‌جایی جسم در حالت (۱) چند برابر جابه‌جایی جسم در حالت (۲) است؟



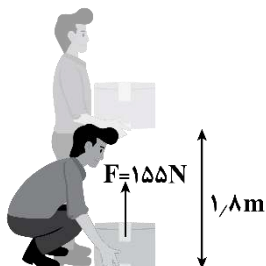
(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۳)  $\sqrt{3}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۴۳- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی قائم و ثابت  $F=155N$  جعبه‌ای به جرم  $15kg$  را در امتداد قائم به اندازه  $1/8m$  جابه‌جا می‌کند. انرژی جنبشی جعبه در این جابه‌جایی چند ژول تغییر می‌کند؟ ( $g=9/8 \frac{N}{kg}$ )



(۱)  $9$

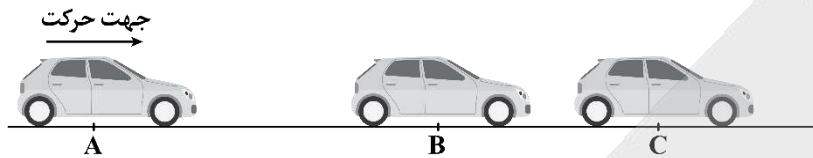
(۲)  $11/4$

(۳)  $12$

(۴)  $14/4$

محل انجام محاسبات

۴۴- مطابق شکل، خودرویی با تندی  $v$  در نقطه A در حال حرکت است. برای این که در جابه جایی از A تا B، تندی خودرو به  $2\sqrt{2}v$  برسد، باید کار کل  $W_f$  بر روی آن انجام شود. اگر در جابه جایی خودرو از B تا C، کار کل انجام شده  $0.68W_f$  باشد، آن گاه تندی خودرو در نقطه C نسبت به تندی خودرو در نقطه A، چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟ از مونی ای پی

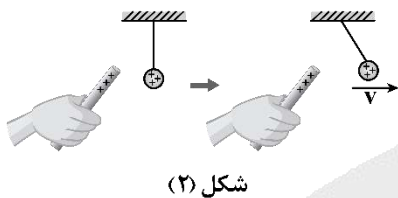


- (۱) ۲۰ درصد کاهش
- (۲) ۸۰ درصد افزایش
- (۳) ۸۰ درصد کاهش
- (۴) ۲۰ درصد افزایش

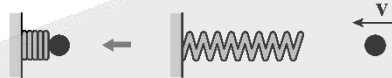
۴۵- کدام یک از عبارت های زیر، با توجه به شکل های نشان داده شده درست است؟

الف: در شکل (۱)، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر، به انرژی جنبشی جسم تبدیل می شود.

ب: در شکل (۲)، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار کاهش می یابد.



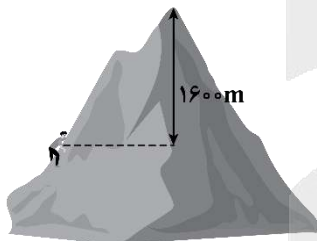
شکل (۲)



شکل (۱)

- (۱) فقط «ب»
- (۲) فقط «الف»
- (۳) «الف» و «ب»
- (۴) هیچ کدام

۴۶- شکل زیر، کوهنوردی به جرم  $75\text{kg}$  را نشان می دهد که در حال صعود به قله ای به ارتفاع  $4200\text{m}$  از سطح آزاد دریا است. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی کوهنورد در  $1600$  متری پایان ارتفاع صعود چند مگاژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



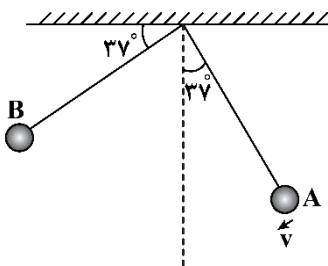
- (۱)  $1/6$
- (۲)  $1/6$
- (۳)  $1/2$
- (۴)  $1/2$

محل انجام محاسبات

۴۷- گلوله‌ای را در شرایط خلأ در راستای قائم از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر به‌ازای هر  $0.5\text{m}$  افزایش فاصله گلوله از سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله  $3\text{J}$  تغییر کند، جرم این گلوله چند کیلوگرم است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

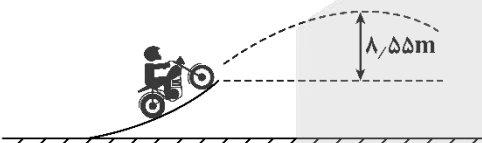
- (۱)  $0.3$  (۲)  $0.45$  (۳)  $0.6$  (۴)  $0.15$

۴۸- مطابق شکل زیر، آونگی به طول  $16\text{cm}$  با تندی  $v$  از نقطه  $A$  در جهت نشان‌داده‌شده عبور می‌کند. حداقل مقدار  $v$  چند متر بر ثانیه باشد تا آونگ بتواند به نقطه  $B$  برسد؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و  $\sin 37^\circ = 0.6$  و اثر نیروهای اتلافی ناچیز است.)



- (۱)  $0.4$   
(۲)  $0.6$   
(۳)  $0.8$   
(۴)  $1$

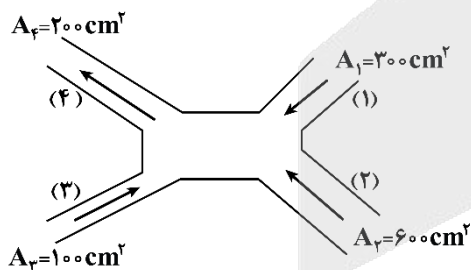
۴۹- موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل زیر پرشی را انجام می‌دهد. اگر انرژی جنبشی موتورسوار در بالاترین نقطه از مسیر حرکتش،  $19$  درصد کم‌تر از انرژی جنبشی او در انتهای سکوی پرتاب باشد، آن‌گاه تندی موتورسوار در بالاترین نقطه از مسیر حرکتش چند متر بر ثانیه بوده است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  و اصطکاک و مقاومت هوا در طول مسیر حرکت موتورسوار ناچیز است.)



- (۱)  $37$  (۲)  $15$   
(۳)  $17$  (۴)  $27$

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۵۰- در شکل زیر، جریانی لایه‌ای و یکنواخت از شارش آب در تمامی لوله‌ها برقرار است. اگر  $v_1 = v_3 = 2v_2 = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$



باشد، تندی خروج آب از لوله چهارم چند  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  است؟

- (۱)  $1$   
(۲)  $2$   
(۳)  $5$   
(۴)  $7$

محل انجام محاسبات



۵۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف: در اثر سوختن زغال سنگ، اکسیدهای سه اتمی گوگرد و کربن تولید می‌شود.  
 ب: با افزودن مقداری سدیم اکسید به محلول منیزیم اکسید،  $pH$  محلول افزایش می‌یابد.  
 پ: ترتیب جداسازی سه گاز فراوان هواکره در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، مطابق ترتیب فراوانی آن‌ها در هواکره است.  
 ت: هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه‌های آن، به میزان یکسان در میدان‌های گازی توزیع می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) ۴۰ درصد از اتم‌های موجود در سنگ معدن بوکسیت را، آلومینیم تشکیل داده است.  
 ۲) قرار دادن برگ گیاه در محلول هیدروکلریک اسید، باعث تغییر رنگ آن به قهوه‌ای می‌شود.  
 ۳) اکسید دو اتمی کربن همانند اکسید دو اتمی نیتروژن، دارای ۳ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.  
 ۴) حداقل و حداکثر نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی، در مولکولی با ساختار فضایی مقابل  
  
 به ترتیب برابر با  $\frac{3}{10}$  و  $\frac{3}{4}$  است.

۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف: آرایش الکترونی هیچ یونی به زیرلایه  $S^2$  ختم نمی‌شود.  
 ب: به هنگام تشکیل هر مول منیزیم اکسید، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.  
 پ: عنصر فلزی دوره چهارم که دارای ۶ الکترون ظرفیتی است، همانند عناصر گروه ۱، یک الکترون در آخرین لایه خود دارد.  
 ت: اگر آرایش الکترونی کاتیون حاصل از عنصری به زیرلایه  $p^6$  ختم شود، آن عنصر قطعاً از عناصر دسته S جدول دوره‌ای است.

۱) «الف» و «ب» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

۵۴- در ساختار مولکولی چه تعداد از ترکیب‌های زیر، پیوند سه‌گانه یافت می‌شود؟



۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵)

۵۵- در ساختار لوویس کدام یک از مولکول‌های زیر، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی، بزرگ‌تر است؟

۱)  $NH_3$  ۲)  $SiCl_4$  ۳)  $HCN$  ۴)  $SO_2F_2$

محل انجام محاسبات

۵۶- کدام یک از آرایش الکترونی‌های زیر مربوط به عنصری است که اکسید آن، می‌تواند  $pH$  محلولی از کلسیم اکسید را، به زیر ۷ برساند؟ از من وی ای پی

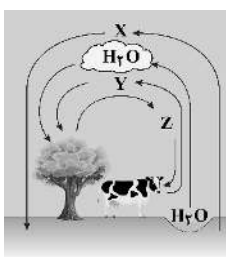


۵۷- در لایهٔ تروپوسفر، به ازای هر کیلومتر تغییر ارتفاع، دمای هوا  $6^\circ C$  تغییر می‌کند. اگر دما در وسط این لایه،  $-22^\circ C$  باشد، دمای هوا در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح زمین، به تقریب چند درجهٔ سانتی‌گراد است؟

(۱)  $-40$  (۲)  $-54$  (۳)  $-36$  (۴)  $-49$

۵۸- رنگ نور حاصل از سوختن کدام فلز درست است؟

(۱) آهن: سفید (۲) منیزیم: آبی (۳) گوگرد: زرد (۴) سدیم: زرد



۵۹- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) در سوختن ناقص، مقدار گاز  $Z$  در دسترس و گاز  $Y$  تولید شده کمتر است.
- (۲) مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی در عناصر موجود در گاز  $X$ ، برابر با ۱۲ است.
- (۳) گازهای  $X$  و  $Z$  به ترتیب فراوان‌ترین گازهای اتمسفر در هوای پاک و خشک هستند.
- (۴) با حل شدن گاز  $Y$  در محلول حاوی کلسیم اکسید، خاصیت اسیدی محلول افزایش می‌یابد.

۶۰- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) یون حاصل از عنصری از دورهٔ دوم که تنها ۱ الکترون تک در ساختار الکترون نقطه‌ای خود دارد، هیچ‌گاه به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.

(۲) اگر در یک ترکیب یونی، آرایش الکترونی کاتیون به آرایش گاز نجیب نرسد، عنصر مربوط به آن یون، قطعاً در عناصر دستهٔ  $d$  قرار دارد.

(۳) اگر همهٔ الکترون‌های عنصری در زیر لایه‌های  $s$  وجود داشته باشد، آن عنصر در ترکیبات خود، هشت‌تایی نمی‌شود.

(۴) اگر آلومینیم با عنصر کلر، ترکیب مولکولی آلومینیم تری کلرید را تشکیل دهد، اتم مرکزی آرایش هشت‌تایی دارد.

۶۱- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول تناوبی عناصر را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

| گروه \ دوره | ۱۴  | ۱۵  | ۱۶  | ۱۷  |
|-------------|-----|-----|-----|-----|
| ۲           | $L$ |     | $Q$ | $Z$ |
| ۳           |     | $M$ | $E$ |     |

الف: شمار پیوندهای اشتراکی  $EQ_2$  و  $MZ_3$  با هم برابر است. از من وی ای پی

ب: نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ترکیب مولکولی  $MZ_3$  برابر با  $\frac{1}{3}$  است.

پ: به هنگام نام‌گذاری ترکیب حاصل از  $L$  و  $E$ ، از پیشوندهای «مونو» و «دی» استفاده می‌شود.

ت: شمار الکترون‌های مبادله شده به هنگام تشکیل ترکیب یونی حاصل از  $Q$  و  $Na$ ، برابر با ترکیب یونی حاصل از  $Mg$  و  $Z$  است.

(۱) «پ» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ب» (۴) «الف» و «ت»

محل انجام محاسبات

۶۲- حداکثر شمار الکترون‌هایی با  $n + l = 6$  در کدام عنصر دیده می‌شود و گنجایش الکترونی هشتمین زیرلایه آن، کدام است؟

- (۱)  $Zn$  - ۱۰ (۲)  $Ba$  - ۵۶ (۳)  $Zn$  - ۶ (۴)  $Ba$  - ۵۶

۶۳- در جدول زیر، نقطه جوش سه گاز مشخص شده است. اگر دمای ظرف حاوی این گازها را به وسیله فشار، به‌طور پیوسته تا  $185^{\circ}C$  - کاهش دهیم، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

| گاز | نقطه جوش ( $^{\circ}C$ ) |
|-----|--------------------------|
| A   | -۱۶۰                     |
| B   | -۱۷۰                     |
| C   | -۱۸۰                     |

- (۱) در دمای  $93^{\circ}C$  کلین، ماده C در حال جدا شدن از مخلوط گازی است.  
 (۲) با افزایش دما ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به‌صورت  $A \leftarrow B \leftarrow C$  است.  
 (۳) به هنگام افزایش دما، در دمای  $175^{\circ}C$  - فقط ماده A به‌صورت مایع وجود دارد.  
 (۴) اگر ماده C به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای  $80^{\circ}C$  کلین، به‌صورت جامد است.

۶۴- اگر شمار یون‌ها در  $40/2$  گرم منیزیم فسفید،  $10^{23} \times 3/01$  واحد بیشتر از شمار یون‌ها در نمونه‌ای از روی اکسید باشد، جرم این نمونه کدام است؟ ( $Zn = 65, P = 31, O = 16, Mg = 24 : g. mol^{-1}$ )

- (۱) ۸۱ (۲) ۸۵ (۳)  $42/5$  (۴)  $40/5$

۶۵- در کدام یک از گزینه‌های زیر، شمار الکترون‌هایی با  $n + l = 5$  در گونه سمت راست، دو برابر گونه سمت چپ است؟

- (۱)  $28Ni^{2+} - 35Br^{-}$  (۲)  $25Mn^{3+} - 30Zn^{2+}$   
 (۳)  $29Cu - 56Ba$  (۴)  $31Ga^{3+} - 21Sc$

۶۶- اگر در ساختار لوویس مولکول  $XO_2$  که همه اتم‌های آن هشت تایی شده‌اند، ..... جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته باشد، عنصر X، ..... .

- (۱) ۶ - با عنصر Sn، هم‌گروه است.

- (۲) ۴ - همانند عنصر V، دارای ۵ الکترون ظرفیتی است.

- (۳) ۶ - در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود، ۳ الکترون جفت نشده دارد.

- (۴) ۴ - در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود، دارای بیشترین شمار الکترون جفت نشده نسبت به سایر عناصر هم‌دوره خود است.

۶۷- نمونه‌ای از نمک  $MnCl_x$  به جرم  $32/3$  گرم، دارای ۱۱ گرم کاتیون است. اختلاف شمار الکترون و نوترون در کاتیون  $Mn^{x+}$  کدام است؟

( $Cl = 35/5, Mn = 55 : g. mol^{-1}$ )

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۸

۶۸- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اکسیدهای کربن نادرست است؟

- (۱) اکسید حاصل از سوختن ناقص کربن، در حجم برابر، جرم بیشتری نسبت به هوای معمولی دارد.



- (۲) مدل فضا پرکن اکسیدی که شمار جفت الکترون ناپیوندی بیشتری دارد، به‌صورت روبه‌رو است.

- (۳) میل ترکیبی هموگلوبین خون با اکسید حاصل از سوختن ناقص کربن، بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است.

- (۴) اکسیدی که تعداد اتم بیشتری دارد، فراوان‌ترین مولکول دوتایی هواکره در هوای پاک و خشک، محسوب می‌شود.

محل انجام محاسبات

۶۹- نام چند مورد از ترکیب‌های زیر، نادرست نوشته شده است؟

- الف:  $ZnO$ : روی (II) اکسید  
 ب:  $ScN$ : اسکاندیم نیتريت  
 پ:  $CBr_4$ : مونوکربن تترابرمید  
 ت:  $Fe_2P_3$ : آهن (III) فسفید  
 ج:  $CuO$ : مس (I) اکسید  
 ث:  $K_2S$ : پتاسیم دی سولفید

۴ (۶)

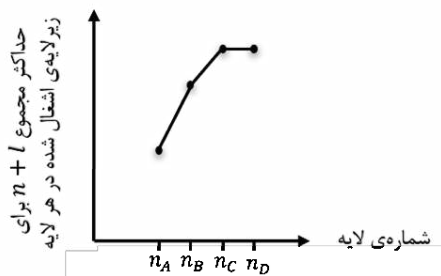
۳ (۵)

۲ (۴)

۱ (۲)

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون‌های گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۷۰- با توجه به زیرلایه‌های اشغال شده در اتم عناصر موجود در جدول دوره‌ای، نمودار حداکثر مقدار  $n + l$  برای زیرلایه



اشغال شده در هر لایه از اتم عنصری، برحسب شماره آن لایه، رسم شده

است. کدام یک از مطالب زیر، در مورد لایه‌های  $n_A$  تا  $n_D$  نادرست است؟

(۱) اختلاف گنجایش اولین زیرلایه لایه  $n_C$  با آخرین زیرلایه لایه  $n_B$  برابر با ۱۲ واحد است.

(۲) بر اساس قاعده آفبا، پس از پر شدن تمامی زیرلایه‌های لایه  $n_A$ ، لایه  $n_B$  شروع به پر شدن می‌کند.

(۳) با توجه به آرایش الکترونی عناصر جدول دوره‌ای، بخشی از گنجایش الکترونی لایه  $n_D$  خالی باقی می‌ماند.

(۴) در لایه  $n_B$ ، با افزایش فاصله زیرلایه‌ها از هسته، گنجایش الکترونی آن‌ها، ۴ واحد نسبت به زیرلایه ماقبل خود، افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



## بودجه بندی دروس آزمون بعد...

دوره نیم سال اول



### میزان پیشروی:

تاریخ برگزاری: ۲۷ دی

#### هندسه ۱

ترسیم های هندسی و استدلال /  
قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن  
فصل ۱ و فصل ۲  
صفحه های ۹ تا ۵۲

#### ریاضی

مجموعه، الگو و دنباله / مثلثات /  
توان های گویا و عبارت های جبری /  
معادله ها و نامعادله ها  
فصل ۱ تا فصل ۳ و فصل ۴  
تا پایان معادله درجه دوم  
و روش های مختلف حل آن  
صفحه های ۱ تا ۷۷

#### شیمی

کیهان زادگاه عناصر /  
ردپای گازها در زندگی  
فصل ۱ و فصل ۲  
تا پایان رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی  
صفحه های ۱ تا ۶۱

#### فیزیک

فیزیک و اندازه گیری /  
ویژگی های فیزیکی مواد /  
کار، انرژی و توان  
فصل ۱، ۲ و فصل ۳  
تا پایان پایداری انرژی مکانیکی  
صفحه های ۱ تا ۷۰

# آزمون



# کارنامه رتبه‌های برتر

رتبه‌های ۱ تا ۳۰۰۰



# جزوه



# فیلم



# مشاوره



[www.  
arefonline.ir](http://www.arefonline.ir)



مرکز مشاوره عارف





دفتر چه پاسخ

تسلط بر نیم سال اول



پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۰/۲۰



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون  
QRcode بالارو اسکن یا روی لینک زیر کلیک کن!

مشاهده پاسخنامه ویدئویی آزمون

## گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی - پایه دهم آزمون الکترونیکی ماز - مرحله ۷

| دروس    | مسئول درس                                      | طراحان                                                                                                                                                      | ویراستاران                                                      |
|---------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| ریاضیات | حسین شفیع زاده<br>سیدجواد نظری<br>مهرداد کیوان | حسین نادری - فرشاد حسن زاده - علی آزاد - سوگند روشنی<br>شاهین پروازی - جلیل احمد میربلوچ - سجاد داوطلب<br>حمیدرضا ولیپور - امیرحسین تقی زاده - حامد قاسمیان | محسن جواهری - فرزانه خاکپاش<br>حمیدرضا ولیپور - نوید ذکی        |
| فیزیک   | حسین عبدوی نژاد                                | حسین عبدوی نژاد                                                                                                                                             | نرجس تیمناک - حامد نبی منصور<br>علیرضا ملک حسینی - امیررضا صفری |
| شیمی    | مهسا بایمانی نژاد                              | مهسا بایمانی نژاد                                                                                                                                           | رامین رزمجو - سجاد سیفاللهی<br>علی اصغر رضایی سنگ تابی          |

مدیر آزمون: دکتر رسول خنجری

## سلام، دمت گرم که تلاشت رو ادامه میدی و با نتیجه آزمونت یادگیریت رو کامل میکنی!

خیال کن میخوای توی شب تاریک از یک جنگل عبور کنی و به مقصدی که اولین باره سمتش میری برسی. اگه توی این مسیر یک چراغ و یک مسیریاب داشته باشی خیالت راحت‌تره ولی قدم‌ها رو خودت باید برداری ما همراهت هستیم تا توی این مسیر که بارها با دانش‌آموزهای موفق دیگه طی کردیم، تو رو به سمت هدفت راهنمایی کنیم. امسال بیش از ۲۰۰ هزار نفر در آزمون‌های متوسطه دوم ماز شرکت می‌کنن و شما میتونی ارزیابی دقیقی از خودت داشته باشی و با این بازخورد از یک جامعه آماری بالا ساعت مطالعات رو بالا ببری و روش مطالعات رو اصلاح کنی و مرحله به مرحله خودت رو به هدفت نزدیک‌تر کنی. ما هم تلاشمون رو می‌کنیم که هرچی به عنوان چراغ و مسیریابی نیاز داری در اختیارت بذاریم تا با خیال راحت این مسیر رو طی کنی:

حالایک سری از کارهایی که به ویژگی‌های آزمون اضافه کردیم رو بهت میگم...



### بخشی از کارهایی که اخیراً برای ارتقای کیفیت و خدمات آزمون ماز انجام شده:

**برنامه مطالعاتی برای تمام رشته‌ها و تمام پایه‌ها:** می‌دونیم که برنامه‌ریزی و رسیدن به بودجه‌بندی آزمون کار سختیه و کلی انرژی باید صرف این برنامه‌ریزی بشه! پس ما بعد از هر آزمون، تمام لقمه‌های مطالعاتی + یک پلتفرم مطالعاتی (کاربرگ مطالعاتی) برای رسیدن به آزمون بعد در اختیارتون قرار می‌دیم تا با خیال راحت و بدون دغدغه، برنامه‌ریزی کنید و به آزمون بعد برسید.

**پاسخنامه ویدیویی:** با اینکه پاسخنامه آزمون رو سعی می‌کنیم به کامل‌ترین شکل ممکن براتون بنویسیم؛ اما باز هم اگه برای حل برخی سؤالات دچار ابهام شدین می‌تونید از پاسخنامه ویدیویی آزمون استفاده کنید. این پاسخنامه توسط اساتید کلاس آنلاین ماز و مؤلفان و طراحان آزمون ماز حاضر میشه.

**آزمون‌های تیک آبی برای جلوگیری از تقلب:** درسته که ما تبلیغات تلویزیونی آن چنانی نداریم، اما به لطف نظرات مثبت شما، جامعه آماری ماز خیلی زیاد شده و کسب رتبه واقعی در این جامعه آماری می‌تونه بهتون کمک کنه که رتبه واقعی‌تون در کنکور رو هم تخمین بزنید.

حالا برای اینکه شانس تقلب در آزمون به حداقل برسه، در برخی از آزمون‌های ماز برای یک درس، آزمون تیک آبی گرفته میشه (حدود ۱۰ تا ۱۵ سؤال) که این آزمون برای هر فرد متفاوت از بقیه افراد هست، تأثیری هم در درصد و کارنامه نداره، اما اگه تفاوت تراز یک نفر در این آزمون با همون درس در آزمون ماز، فاحش باشه، به این معنی هست که احتمالاً این فرد تقلب کرده و به این فرد رتبه داده نمیشه، تا کسانی که تقلب نکردن، رتبه واقعی خودشون رو ببینن. پس حتماً در آزمون تیک آبی شرکت کنید و به همه سؤالاتش پاسخ بدید.

**سرنخ برای درصد گرفتن در درس‌های دشوار:** بعضی درس‌ها ذاتاً دشوار هستن، نه فقط برای شما، برای همه! به طور مثال درس ریاضی برای خود من (رسول خنجری)، درس سختی بوده همیشه! اما توی کنکور خردم (کنکور ۹۲)، ریاضی رو تقریباً ۵۷ درصد زدم! چطوری؟ با پیدا کردن سؤال‌های آسون (به جای اتلاف وقت سر سؤال‌های سخت)! حالا برای یادگیری این استراتژی و درصد گرفتن در درس‌های دشوار، داخل بعضی از آزمون‌ها براتون سرنخ‌هایی گذاشتیم، مثلاً سرنخ سؤالات «مشابه تمرین کتاب درسی» در این آزمون! این سؤالات هم به درد امتحان نهایی‌تون میخورن، هم میتونن توی کنکور طرح بشن! و هم حل کردنشون براتون راحت‌تره! و باید یاد بگیرید این جنس سؤالات رو داخل هر آزمونی از جمله کنکور، پیدا کنید و اول اونارو حل کنید.

### کلام آخر:

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

**راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.**

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آنها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(مرحله ۱۸ آزمون‌های سالیانه - ریاضیات رشته ریاضی)

۳۹- حداقل چند عضو از مجموعه  $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$  انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - ریاضیات رشته ریاضی)



دانش‌آموزان عزیز مازی  
ما اومدیم با یکی دیگه از آزمون‌هامون  
توی این آزمون یه سری مباحث جدید بهمون اضافه شدن حالا اگه می‌خوای ببینی توی این آزمون چه خبره باهامون همراه باش...  
- آقا! + بله؟

- توی این آزمون دقیقا از چه قسمت‌هایی سوال طرح کردن؟  
مباحثی که توی این آزمون ارزش سوال اومده رو می‌تونن توی جدول پایینی ببینی...

| کتاب    | فصل       | مباحث                                    | تعداد سوال |
|---------|-----------|------------------------------------------|------------|
| ریاضی ۱ | فصل دوم   | روابط بین نسبت‌های مثلثاتی               | ۵          |
|         | فصل سوم   | ریشه $n$ ام                              | ۱          |
|         |           | توان‌های گویا                            | ۱          |
|         |           | عبارت‌های جبری                           | ۶          |
|         | فصل چهارم | معادلهٔ درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن   | ۷          |
| هندسه ۱ | فصل دوم   | قضیهٔ تالس                               | ۴          |
|         |           | تشابه مثلث‌ها                            | ۱          |
|         |           | روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه          | ۲          |
|         |           | کاربردهایی از قضیهٔ تالس و تشابه مثلث‌ها | ۳          |

- آقا! + بله؟

- از این مباحثی که گفتین، کدوما مهم‌ترن؟

خب همه مباحث اهمیت خاص خودشون رو دارن و می‌تونن به صورت مجزا و یا ترکیبی با بقیه مباحث توی کنکور مطرح بشن ولی اگه بخوام مهم‌ترها رو بگم، از بین همه این مباحث، قسمت‌های "روابط بین نسبت‌های مثلثاتی" و "معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن" در ریاضی دهم و همه مباحث مطرح شده در هندسه دهم، اهمیت زیادتری دارن.

حالا بزن بریم که آزمون رو با هم تحلیل کنیم...

حسین شفیع‌زاده - رتبه ۶ کنکور ۶۷ و مسئول درس ریاضی آزمون ماز

۱- اگر  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{2}{5}$  باشد، حاصل  $\frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$  کدام است؟

(۱) ۲/۵ (۲) ۲/۹ (۳) ۰/۴ (۴) ۱/۴

(آسان - مثلثات - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا ثابت می‌کنیم که تساوی  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$  برقرار است:

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \sin^2 x = (1 - \cos x)(1 + \cos x) = 1 - \cos^2 x$$

مزدوج

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{5}{2}$$

$$\text{خواسته مسئله: } \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10} = 2.9$$

از آن‌جا که به یک تساوی بدیهی رسیدیم، پس این رابطه همواره برقرار است (به جز  $x = 0^\circ$  و  $x = 180^\circ$ )

حال می‌توان نوشت:

در نتیجه داریم:



## دو اتحاد مثلثاتی ضروری

تساوی‌های زیر می‌تواند در حل مسائل مثلثاتی راهگشا باشد:

$$\begin{cases} \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} & (x \neq 0^\circ, x \neq 180^\circ) \\ \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} & (x \neq 90^\circ, x \neq 270^\circ) \end{cases}$$



توجه شود که هر دوی این اتحادها را می‌توان با طرفین وسطین دو طرف تساوی و رسیدن به یک تساوی بدیهی اثبات کرد.

### گروه آموزشی ماز

۲- اگر  $x$  زاویه‌ای حاده و  $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \tan x = \sqrt{5}$  باشد، مقدار  $\tan^2 x + \cot^2 x$  کدام است؟

(۴)  $\frac{25}{16}$

(۳)  $\frac{17}{4}$

(۲)  $\frac{4}{17}$

(۱) ۴

(سخت - مثلثات - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا عبارت زیر رادیکال را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم تا بتوانیم عبارت را از زیر رادیکال خارج کنیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x} &= \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x}} = \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{\cos^2 x}} \\ &= \frac{|1+\sin x|}{|\cos x|} \end{aligned}$$

چون  $x$  زاویه‌ای حاده است:  $\sin x > 0, \cos x > 0$

$$= \frac{1+\sin x}{\cos x}$$

در نتیجه می‌توان عبارت داده شده در صورت سوال را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \tan x &= \sqrt{5} \Rightarrow \frac{1+\sin x}{\cos x} - \tan x = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x} - \tan x = \sqrt{5} \\ \frac{\sin x}{\cos x} &= \tan x \Rightarrow \frac{1}{\cos x} + \tan x - \tan x = \sqrt{5} \\ \Rightarrow \frac{1}{\cos x} &= \sqrt{5} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

حال با رسم یک مثلث، سایر نسبت‌ها را به دست می‌آوریم:

$\tan x = 2$   
 $\cot x = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

هم‌چنین می‌توان از اتحاد  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  استفاده کرد:

$$1 + \tan^2 x = (\sqrt{5})^2 \Rightarrow 1 + \tan^2 x = 5 \Rightarrow \tan^2 x = 4 \Rightarrow \tan x = 2$$

و از آنجا  $\cot x = \frac{1}{2}$  به دست می‌آید، در نتیجه:

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

## اتحادهای مثلثاتی

•  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  نتیجه  $\begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases}$

•  $\begin{cases} \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} & (\cos x \neq 0) \\ \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} & (\sin x \neq 0) \end{cases}$  نتیجه  $\tan x \cdot \cot x = 1$

•  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ , ( $\cos \neq 0$ )

•  $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ , ( $\sin x \neq 0$ )



$$\sqrt{x^2} = |x|$$

### گروه آموزشی ماز

۳- حاصل عبارت  $\frac{(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2}{\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)}$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱)  $\frac{1}{2}$

(متوسط - مثلثات - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای صورت کسر را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{cases} (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x = 1 + 2 \sin x \cos x \\ (\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x = 1 - 2 \sin x \cos x \end{cases}$$

همچنین برای عبارت مخرج می‌توان از اتحادهای مثلثاتی استفاده کرد:

$$\begin{cases} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \tan^2 x \\ 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} - 1 = \cot^2 x \end{cases}$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2}{\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)} = \frac{1 + 2 \sin x \cos x + 1 - 2 \sin x \cos x}{\cot^2 x \cdot \tan^2 x} = \frac{2}{(\tan x \cdot \cot x)^2} = \frac{2}{1} = 2$$

### گروه آموزشی ماز

۴- اگر  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  و  $\sin \alpha - \frac{6}{\sqrt{4+4\tan^2 \alpha}} = -1$  باشد، حاصل  $\tan \alpha$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $-\frac{4}{3}$

(۱)  $\frac{4}{3}$

(متوسط - مثلثات - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sin \alpha - \frac{6}{\sqrt{4+4\tan^2 \alpha}} = \sin \alpha - \frac{6}{\sqrt{4(1+\tan^2 \alpha)}} = \sin \alpha - \frac{6}{2\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \sin \alpha - \frac{3}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}}$$

$$= \sin \alpha - \frac{3}{\left|\frac{1}{\cos \alpha}\right|} \Rightarrow \sin \alpha - 3|\cos \alpha| = -1$$

$$|\cos \alpha| = -\cos \alpha$$

$$\sin \alpha - 3|\cos \alpha| = -1 \Rightarrow \sin \alpha + 3\cos \alpha = -1$$

$$(\sin \alpha + 3\cos \alpha)^2 = (-1)^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha + 9\cos^2 \alpha + 6\sin \alpha \cos \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 8\cos^2 \alpha + 6\sin \alpha \cos \alpha = 1$$

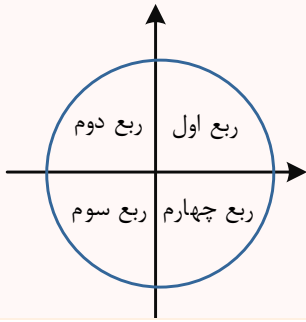
$$\Rightarrow 8\cos^2 \alpha + 6\sin \alpha \cos \alpha = 0 \Rightarrow 8\cos^2 \alpha = -6\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 8\cos \alpha = -6\sin \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-4}{3}$$

از آن‌جا که در ناحیه دوم  $\cos \alpha$  منفی است، پس:

در نتیجه:

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم، در نتیجه داریم:



|     | ربع اول | ربع دوم | ربع سوم | ربع چهارم |
|-----|---------|---------|---------|-----------|
| sin | +       | +       | -       | -         |
| cos | +       | -       | -       | +         |
| tan | +       | -       | +       | -         |
| cot | +       | -       | +       | -         |

## گروه آموزشی ماز

۵- اگر  $\sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{5}{2}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\tan x - \cot x$  کدام است؟ (x در ناحیه اول واقع است)

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{-3\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

(آسان - مثلثات - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

$$\sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times \sin x} \sin^2 x + 1 = \frac{5}{2} \sin x \xrightarrow{\times 2} 2\sin^2 x + 2 = 5\sin x \Rightarrow 2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

با ضرب عبارت  $2\sin^2 x - 5\sin x + 2$  در ۲ و کمک گرفتن از اتحاد جمله مشترک آن را تجزیه می‌کنیم:

$$4\sin^2 x - 10\sin x + 4 = 0 \Rightarrow (2\sin x)^2 - 5(2\sin x) + 4 = 0 \Rightarrow (2\sin x - 4)(2\sin x - 1) = 0$$

حال چون عبارت را در ۲ ضرب کرده بودیم تا بتوانیم آن را تجزیه کنیم باید عبارت تجزیه شده را بر ۲ قسمت کنیم. با کمی دقت متوجه می‌شویم که می‌توان عبارت  $2\sin x - 4$  را به صورت  $2(\sin x - 2)$  نوشت، سپس آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا نتیجه تجزیه نهایی عبارت (و متعاقباً معادله داده شده) به صورت زیر درآید:

$$(\sin x - 2)(2\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = 2 \quad \text{غ قق} \\ 2\sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \xrightarrow{x \text{ در ناحیه اول}} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \tan x - \cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \frac{1-3}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

## تجزیه با استفاده از اتحاد جمله مشترک

در تجزیه عباراتی مثل  $3x^2 - 5x + 2$  یا  $2x^2 + 7x + 5$  که در آن‌ها ضریب  $x^2$  مربع کامل نیست می‌توان عبارت را به کمک اتحاد جمله مشترک تجزیه کرد:

$$3x^2 - 5x + 2 \xrightarrow{\times 3} 9x^2 - 15x + 6 = (3x)^2 - 5(3x) + 6$$

$$= (3x - 3)(3x - 2) = 3(x - 1)(3x - 2) \xrightarrow{\div 3} (x - 1)(3x - 2)$$

$$2x^2 + 7x + 5 \xrightarrow{\times 2} 4x^2 + 14x + 10 = (2x)^2 + 7(2x) + 10$$

$$= (2x + 2)(2x + 5) = 2(x + 1)(2x + 5) \xrightarrow{\div 2} (x + 1)(2x + 5)$$

## گروه آموزشی ماز

۶- اگر  $3^a = 2$  و  $5^b = 3$  باشد، حاصل  $\frac{45^{ab}}{6^b}$  کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$



پاسخ: گزینه ۳

(آسان - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

$$\frac{4\Delta^{ab}}{r^b} = \frac{(9 \times \Delta)^{ab}}{r^b} = \frac{9^{ab} \times \Delta^{ab}}{r^b} = \frac{(3^2)^{ab} \times (\Delta^b)^a}{r^b} = \frac{(3^a)^{2b} \times 3^a}{r^b} = \frac{(3^2)^{2b} \times 3}{r^b} = \frac{(3^2)^b \times 3}{r^b} = \frac{3^b \times 3}{r^b} = 3$$

## گروه آموزشی ماز

۷- حاصل عبارت  $(\sqrt[3]{2}-1)^4(\sqrt[3]{2}+1)^4(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)^4$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt[3]{6}$

(۳)  $\sqrt[3]{4}$

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

با استفاده از اتحاد مزدوج می‌توان نوشت:

$$(\sqrt[3]{2}-1)^4(\sqrt[3]{2}+1)^4 = ((\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1))^4 = ((\sqrt[3]{2})^3 - 1)^4 = (2-1)^4$$

در نتیجه عبارت خواسته شده به صورت زیر درمی‌آید:

$$(\sqrt[3]{2}-1)^4(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)^4 = ((\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1))^4 = ((\sqrt[3]{2})^3 - 1)^4 = (2-1)^4 = 1$$

اتحاد چاق و لاغر

## اتحاد چاق و لاغر (فیل و فنجان)

$$\bullet (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

$$\bullet (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

## گروه آموزشی ماز

۸- اگر  $a^2 - \sqrt{3}a - 1 = 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{\sqrt{7}+2}$

(۳)  $\sqrt{\sqrt{5}+2}$

(۲)  $\sqrt{\sqrt{5}-2}$

(۱)  $\sqrt{\sqrt{7}-2}$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

طرفین تساوی داده شده را بر  $a$  تقسیم می‌کنیم:

$$a^2 - \sqrt{3}a - 1 = 0 \xrightarrow{\div a} a - \sqrt{3} - \frac{1}{a} = 0 \Rightarrow a - \frac{1}{a} = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 3 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 5 \quad (*)$$

اگر خواسته مسئله را برابر با متغیری مثل  $A$  قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$A = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} A^2 = a + \frac{1}{a} + 2 \Rightarrow A^2 - 2 = a + \frac{1}{a} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (A^2 - 2)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \xrightarrow{(*)} (A^2 - 2)^2 = 5 + 2 = 7 \Rightarrow A^2 - 2 = \pm\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow A^2 = 2 \pm \sqrt{7} \xrightarrow{A^2 > 0} A^2 = 2 + \sqrt{7} \Rightarrow A = \pm\sqrt{2+\sqrt{7}}$$

از آن‌جا که  $A = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$ ، پس باید  $A > 0$  باشد، در نتیجه:  $A = \sqrt{2+\sqrt{7}}$ 

## جرقه ذهنی

$$(x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \times x \times \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

## گروه آموزشی ماز

۹- اگر  $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$  باشد، آن‌گاه  $x + x^2 + x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$  کدام است؟

(۴) ۸۰

(۳) ۷۰

(۲) ۶۰

(۱) ۵۰

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

ابتدا  $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$  را گویا می‌کنیم:

$$x = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$$

همچنین داریم:

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

در نتیجه:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

همچنین می توان نوشت:

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \times \left(x + \frac{1}{x}\right) = 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$$

$$x + x^2 + x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 4 + 14 + 52 = 70$$

پس داریم:

### اتحاد مکعب دوجمله ای

$$\bullet (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\bullet (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

نتایج این اتحاد

$$\bullet (a+b)^3 = a^3 + 3ab(a+b) + b^3$$

$$\bullet (a-b)^3 = a^3 - 3ab(a-b) - b^3$$

$$\bullet a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

$$\bullet a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

### گروه آموزشی ماز

۱۰- حاصل  $\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}}$  کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{-2\sqrt{2}}{3} \quad (3)$$

صفر (2)

۱ (1)

(متوسط - توان های گویا و عبارت های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا حاصل کسر را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+2+2\sqrt{2}-3} = \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3} \end{aligned}$$

اکنون حاصل عبارت رادیکالی را محاسبه می کنیم:

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3+2-2\sqrt{3} \times \sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}-\sqrt{2}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$1+\sqrt{2}-\sqrt{3} + \sqrt{3}-\sqrt{2} = 1$$

حاصل عبارت رادیکالی حاصل کسر

در نتیجه حاصل عبارت داده شده به صورت مقابل به دست می آید:

### فرم رادیکال مرکب $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}}$

برای ساده کردن عبارت های رادیکالی به این فرم باید عبارت زیر رادیکال را به کمک اتحاد مربع دوجمله ای به صورت مربع کامل نوشته و آن را از زیر رادیکال خارج کنیم:

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = |\sqrt{x} \pm \sqrt{y}| \quad (x+y=A, \quad xy=B)$$

به عنوان مثال

$$\sqrt{7+2\sqrt{6}} = |\sqrt{6} + \sqrt{1}| = \sqrt{6} + 1$$

$$x+y=7, \quad xy=6 \Rightarrow x=6, \quad y=1$$

### گروه آموزشی ماز



۱۱- حاصل عبارت  $A = \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}$ ، به ازای  $x = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$  کدام است؟

(۴)  $2 + 2\sqrt[3]{3}$

(۳)  $2\sqrt[3]{3} - 2$

(۲)  $\sqrt[3]{3} - 1$

(۱)  $1 + \sqrt[3]{3}$

(متوسط - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1-x)(1+x)} = \frac{(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1)}{1-x^2} = \frac{4x}{1-x^2}$$

$$= \frac{4x}{1-x^2} \times \frac{1-x^2}{2x^2} = \frac{4x}{2x^2} = \frac{2}{x}$$

حال به جای x، مقدار  $x = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$  را جایگذاری کرده و مخرج آن را گویا می‌کنیم:

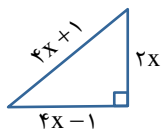
$$A = \frac{2}{x} = \frac{2}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{\sqrt[3]{3} - 1} = \frac{2(\sqrt[3]{3} - 1)}{3 - 1} = \sqrt[3]{3} - 1$$

### گویا کردن

**رادیکال‌های مزدوج‌خور:** اگر در مزدوج، یک رادیکال با فرجه زوج، با عدد یا رادیکالی دیگر با فرجه زوج، جمع یا تفریق شده بود، برای گویا کردن، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

**رادیکال‌های چاق و لاغرطلب:** اتحاد چاق و لاغر را در ذهنتان مجسم کنید. اگر در مخرج، قسمت چاق (یا لاغر) را دیدیم، برای گویا کردن، صورت و مخرج را در لاغر (یا چاق) آن عبارت ضرب می‌کنیم.

### گروه آموزشی ماز



۱۲- اختلاف محیط و مساحت مثلث زیر کدام است؟

(۱) ۱۹

(۲) ۲۰

(۳) ۱۸

(۴) ۲۱

(آسان - معادله‌ها و نامعادله‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا به کمک رابطه فیثاغورس، مقدار x و اضلاع مثلث را به دست می‌آوریم:

$$(2x)^2 + (4x-1)^2 = (4x+1)^2 \Rightarrow 4x^2 + 16x^2 - 8x + 1 = 16x^2 + 8x + 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x = 8x \Rightarrow 4x^2 - 16x = 0 \Rightarrow 4x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

اضلاع مثلث  $\Rightarrow$   $\Rightarrow$   $\begin{cases} \text{محیط} = 8 + 15 + 17 = 40 \\ \text{مساحت} = \frac{8 \times 15}{2} = 60 \end{cases}$

$$\Rightarrow \text{مساحت} - \text{محیط} = 60 - 40 = 20$$

### گروه آموزشی ماز

۱۳- در حل معادله  $3x^2 + 4x + 1 = 0$  به روشی مربع کامل کردن، به عبارت  $(x - \frac{2m}{3})^2 = \frac{2}{9n}$  رسیده‌ایم. مقدار  $m+n$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(آسان - معادله‌ها و نامعادله‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل کردن به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$3x^2 + 4x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{کل عبارت را بر ضریب } x^2 \text{ تقسیم می‌کنیم}} 3x^2 + 4x = -1 \xrightarrow{\text{عدد ثابت را به راست منتقل می‌کنیم}} 3x^2 + 4x = -1$$

$$\xrightarrow{\text{ضریب } x \text{ را نصف کرده و به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{نصف}} \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{4}{9}$$



عدد حاصل، یعنی  $\frac{4}{9}$  را، به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{طرف چپ اتحاد مربع دوجمله‌ای است}} (x + \frac{2}{3})^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow -2m = 2, \frac{2}{6n} = \frac{1}{9} \Rightarrow m = -1, n = 3 \Rightarrow m + n = 2$$

### روش مربع کامل در حل معادله درجه دوم

این روش را با یک مثال توضیح می‌دهیم:

برای حل معادله درجه دوم  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ ، به روش مربع کامل مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:  
(۱) عدد ثابت معادله را به طرف راست تساوی منتقل می‌کنیم.

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x = 3$$

(۲) اگر ضریب  $x^2$  عددی غیر از یک باشد، طرفین تساوی را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم.

$$2x^2 + 5x = 3 \xrightarrow{\div 2} x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2}$$

(۳) ضریب  $x$  را نصف کرده و حاصل را به توان دو می‌رسانیم و سپس آن را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم.

$$x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2} \xrightarrow{+(\frac{5}{4})^2} x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{3}{2} + \frac{25}{16}$$

(۴) عبارت سمت چپ تساوی را به صورت مربع کامل نوشته و عبارت سمت راست تساوی را به ساده‌ترین شکل می‌نویسیم.

$$\underbrace{x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16}}_{=(x + \frac{5}{4})^2} = \frac{3}{2} + \frac{25}{16} \Rightarrow (x + \frac{5}{4})^2 = \frac{49}{16}$$

(۵) در نهایت از طرفین تساوی جذر گرفته و معادله را حل می‌کنیم.

$$(x + \frac{5}{4})^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{5}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x + \frac{5}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow x = -\frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \end{cases}$$

### گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر دو برابر یک عدد مثبت، از ثلث مربع خود، ۹ واحد کمتر باشد، ریشه سوم آن عدد کدام است؟

$$\frac{4}{9^3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{9^3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3^3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3^3} \quad (۱)$$

(آسان - معادله‌ها و نامعادله‌ها - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا عبارت گفته شده را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$2x = \frac{1}{3}x^2 - 9 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 - 2x - 9 = 0 \xrightarrow{\times 3} x^2 - 6x - 27 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (x-9)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \checkmark \\ x = -3 \text{ غ قی} \end{cases}$$

$$9 \text{ ریشه سوم عدد } 9 = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$$

حال ریشه سوم آن را می‌نویسیم:



نکته

اگر  $A$  و  $B$  دو عبارت جبری بوده و  $AB = 0$  باشد، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت برابر صفر است، یعنی:

$$AB = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ \text{یا} \\ B = 0 \end{cases}$$



### روش تجزیه در حل معادله درجه دوم

با توجه به نکته گفته شده در بالا، برای حل یک معادله درجه دوم به روش تجزیه، ابتدا سعی می‌کنیم که معادله را به کمک فاکتورگیری، اتحاد مزدوج و یا اتحاد جمله مشترک به حاصل ضرب دو عبارت تبدیل کنیم و سپس از ویژگی فوق استفاده کرده و هر یک از عبارت‌ها را برابر صفر قرار داده و جواب‌های معادله را به دست آوریم.

#### گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر  $x_1 = -\frac{7}{4}$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $4x^2 + (m-3)x - 1 - m = 0$  باشند، حاصل  $m + x_2$  کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

(متوسط - معادله‌ها و نامعادله‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

از آن جا که  $x = -\frac{7}{4}$  یکی از ریشه‌های معادله می‌باشد، بنابراین در معادله صدق می‌کند:

$$4x^2 + (m-3)x - 1 - m = 0 \xrightarrow{x = -\frac{7}{4}} 4\left(-\frac{7}{4}\right)^2 + (m-3)\left(-\frac{7}{4}\right) - 1 - m = 0$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{49}{16}\right) - \frac{7}{4}m + \frac{21}{4} - 1 - m = 0 \Rightarrow \frac{49}{4} + \frac{21}{4} - 1 = m + \frac{7}{4}m$$

$$\Rightarrow \frac{66}{4} = \frac{11}{4}m \Rightarrow 11m = 66 \Rightarrow m = 6$$

حال به ازای  $m = 6$  معادله را بازنویسی کرده و ریشه دوم معادله را پیدا می‌کنیم:

$$4x^2 + (m-3)x - 1 - m = 0 \xrightarrow{m=6} 4x^2 + 3x - 7 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times (4) \times (-7) = 9 + 112 = 121$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{2 \times 4} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3-11}{8} = \frac{-14}{8} = -\frac{7}{4} \\ x_2 = \frac{-3+11}{8} = \frac{8}{8} = 1 \end{cases}$$

$$x_2 + m = 1 + 6 = 7$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده به صورت مقابل است:

### روش فرمول کلی (دلتا)

برای حل یک معادله درجه دوم به فرم  $ax^2 + bx + c = 0$  ;  $(a \neq 0)$  به روش فرمول کلی، ابتدا دلتای این معادله را به کمک رابطه  $\Delta = b^2 - 4ac$  به دست می‌آوریم که در این شرایط با سه حالت روبه رو می‌شویم:

| $\Delta < 0$            | $\Delta = 0$              | $\Delta > 0$                          | $\Delta = b^2 - 4ac$ |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------------------|----------------------|
| معادله ریشه حقیقی ندارد | معادله یک ریشه مضاعف دارد | معادله ۲ ریشه حقیقی و متمایز دارد     | تعداد ریشه‌ها        |
| _____                   | $x = \frac{-b}{2a}$       | $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ | ریشه‌ها              |

#### گروه آموزشی ماز

۱۶- معادله درجه دوم  $mx^2 + 2(m-1)x + (m+1) = 0$ ، دوجواب حقیقی و متمایز دارد. مجموعه مقادیر  $m$  کدام می‌تواند باشد؟

(۴)  $(-\infty, 0)$ (۳)  $(\frac{1}{3}, +\infty)$ (۲)  $(-\infty, \frac{1}{3})$ (۱)  $(0, +\infty)$ 

(متوسط - معادله‌ها و نامعادله‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

برای آن که معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، باید  $\Delta > 0$  باشد، پس داریم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (2(m-1))^2 - 4 \times m \times (m+1) > 0$$

$$4(m-1)^2 - 4m(m+1) > 0 \xrightarrow{\div 4} (m-1)^2 - m(m+1) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 - m > 0 \Rightarrow -3m + 1 > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{3}$$

از طرفی، چون معادله داده شده از درجه دوم است، پس ضریب  $x^2$  نباید صفر باشد و داریم:  $m \neq 0$

با توجه به آن چه گفته شده، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $m$  به صورت زیر است:

$$m \in (-\infty, \frac{1}{3}) - \{0\}$$

اما توجه داشته باشید که هر زیرمجموعه از جواب بالا نیز قابل قبول است که با توجه به گزینه‌ها، مجموعه  $(-\infty, 0)$  جواب مسئله می‌باشد.

### گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر معادله  $4x^2 - (k+1)x + k - 2 = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(آسان - معادله‌ها و نامعادله‌ها - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم شرط داشتن ریشه مضاعف برای معادله درجه دوم، آن است که  $\Delta = 0$  باشد، پس داریم:

$$4x^2 - (k+1)x + k - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -(k+1) \xrightarrow{\Delta=0} b^2 - 4ac = 0 \\ c = k - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-(k+1))^2 - 4 \times 4 \times (k-2) = 0 \Rightarrow k^2 + 2k + 1 - 16k + 32 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 14k + 33 = 0 \Rightarrow (k-11)(k-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 11 \\ k = 3 \end{cases}$$

$$k \text{ اختلاف مقادیر } 11 - 3 = 8$$

### گروه آموزشی ماز

۱۸- دو معادله  $x^2 + 3x - 7m = 0$  و  $x^2 + 2x - 5m = 0$  دارای یک ریشه مشترک و غیرصفر هستند. حاصل جمع ریشه‌های غیرمشترک این دو معادله کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

۵ (۲)

-۵ (۱)

(متوسط - معادله‌ها و نامعادله‌ها - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

از آن جا که این دو معادله یک ریشه مشترک غیرصفر دارند، پس آن‌ها را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 2x - 5m = x^2 + 3x - 7m \Rightarrow x = 2m$$

مقدار  $x = 2m$  را در یکی از معادلات قرار می‌دهیم:

$$4m^2 + 4m - 5m = 0 \Rightarrow 4m^2 - m = 0 \Rightarrow m(4m - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \xrightarrow{x \neq 0} \text{ غ ق ق} \\ 4m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4} \xrightarrow{x=2m} x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین ریشه مشترک معادله‌ها برابر  $x = \frac{1}{2}$  است. حال به ازای  $m = \frac{1}{4}$  ریشه‌های غیرمشترک را پیدا می‌کنیم:

$$x^2 + 2x - 5m = 0 \xrightarrow{m=\frac{1}{4}} x^2 + 2x - \frac{5}{4} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-\frac{5}{4}) = 4 + 5 = 9$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{9}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-2-3}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$x^2 + 3x - 7m = 0 \xrightarrow{m=\frac{1}{4}} x^2 + 3x - \frac{7}{4} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-\frac{7}{4}) = 9 + 7 = 16$$



$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2} \\ x_2 = \frac{-3-4}{2} = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

بنابراین  $x = -\frac{5}{2}$  و  $x = -\frac{7}{2}$  ریشه‌های غیرمشتک دو معادله هستند و مجموع آن‌ها  $-6$  است.

### گروه آموزشی ماز

۱۹- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$\cos^5 29^\circ > \cos^3 29^\circ \quad (2)$$

$$\cot^2 40^\circ > \cot^4 40^\circ \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{\sin 22^\circ} < \sqrt[5]{\sin 22^\circ} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{\tan 7^\circ} < \sqrt{\tan 7^\circ} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - توان‌های گویا و عبارتهای جبری - مفهومی - ۱۰۰۳)

### بررسی گزینه‌ها:

۱ می‌دانیم که انتهای زاویه  $22^\circ$  در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد و در این ناحیه  $\sin x < 0$  است، از طرفی، می‌دانیم که همواره  $-1 \leq \sin x \leq 1$  است، لذا  $-1 < \sin 22^\circ < 0$  می‌باشد، حال اگر  $\sin 22^\circ = a$  فرض کنیم خواهیم داشت:

گزینه ۱ نادرست است.  $\Rightarrow \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow -1 < a < 0$  طبق درسنامه

۲ می‌دانیم که انتهای زاویه  $29^\circ$  در ربع چهارم مثلثاتی قرار دارد و در این ناحیه  $\cos x > 0$  است، از طرفی، می‌دانیم که همواره  $-1 \leq \cos x \leq 1$  است، لذا  $0 < \cos 29^\circ < 1$  می‌باشد، حال اگر  $\cos 29^\circ = b$  فرض کنیم خواهیم داشت:

گزینه ۲ نادرست است  $\Rightarrow b^3 > b^5 \Rightarrow 0 < b < 1$  طبق درسنامه

۳ می‌دانیم که  $\tan 45^\circ = 1$  است، بنابراین  $\tan 7^\circ > 1$  است، حال اگر  $\tan 7^\circ = c$  فرض کنیم، داریم:

گزینه ۳ درست است  $\Rightarrow \sqrt{c} > \sqrt[3]{c} \Rightarrow c > 1$  طبق درسنامه

۴ می‌دانیم که  $30^\circ < 40^\circ < 45^\circ$  و نیز  $\cot 45^\circ = 1$  و  $\cot 30^\circ = \sqrt{3} \approx 1/7$ ، بنابراین  $\cot 40^\circ > 1$  است، لذا اگر  $\cot 40^\circ = d$  فرض کنیم، داریم:

گزینه ۴ نادرست است  $\Rightarrow d^4 > d^2 \Rightarrow d > 1$  طبق درسنامه

### الف) علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختصاتی

| ناحیه<br>نسبت | اول<br>$0^\circ < \alpha < 90^\circ$ | دوم<br>$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ | سوم<br>$180^\circ < \alpha < 270^\circ$ | چهارم<br>$270^\circ < \alpha < 360^\circ$ |
|---------------|--------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
| $\sin \alpha$ | +                                    | +                                      | -                                       | -                                         |
| $\cos \alpha$ | +                                    | -                                      | -                                       | +                                         |
| $\tan \alpha$ | +                                    | -                                      | +                                       | -                                         |
| $\cot \alpha$ | +                                    | -                                      | +                                       | -                                         |

### ب) مقایسه توان‌ها و ریشه‌های یک عدد

۱) اگر  $a > 1$  باشد:

$$1 < \dots < \sqrt[5]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < a^4 < a^5 < \dots$$

۲) اگر  $0 < a < 1$  باشد:

$$0 < \dots < a^5 < a^4 < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots < 1$$

۳) اگر  $-1 < a < 0$  باشد:

$$\begin{cases} -1 < \dots < \sqrt[5]{a} < \sqrt[4]{a} < a < a^3 < a^5 < \dots < 0 \\ 0 < \dots < a^6 < a^4 < a^2 < 1 \end{cases}$$

۴) اگر  $a < -1$  باشد:

$$\begin{cases} \dots < a^5 < a^3 < a < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots < -1 \\ 1 < a^2 < a^4 < a^6 < \dots \end{cases}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۰- در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند، به ترتیب ۳ و ۶ واحد است. حاصل ضرب طول های اضلاع قائمه در این مثلث کدام است؟

(۴)  $36\sqrt{3}$

(۳) ۳۶

(۲)  $27\sqrt{2}$

(۱) ۲۷

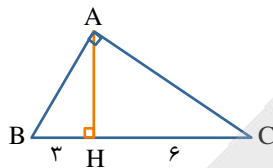
(آسان - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH = 3 \times 6 = 18 \Rightarrow AH = 3\sqrt{2}$$

$$AB \times AC = AH \times BC = 3\sqrt{2} \times 9 = 27\sqrt{2}$$



### روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

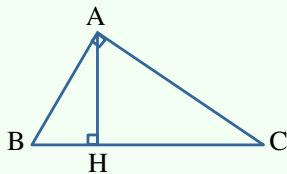
اگر AH ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه ABC باشد، آنگاه داریم:

۱)  $AH \times BC = AB \times AC$

۲)  $AH^2 = BH \times CH$

۳)  $AB^2 = BH \times BC$

۴)  $AC^2 = CH \times BC$



### گروه آموزشی ماز

۲۱- اندازه محیط های دو مثلث متشابه برابر ۹ و ۲۷ است. اگر اندازه کوچک ترین ضلع مثلث کوچک تر برابر ۲ و اندازه بزرگ ترین ضلع مثلث بزرگ تر برابر ۱۲ باشد، طول ضلع متوسط مثلث کوچک تر کدام است؟

(۴)  $3/5$

(۳) ۳

(۲)  $2/7$

(۱)  $2/5$

(آسان - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

فرض کنید اندازه اضلاع مثلث کوچک تر به ترتیب برابر a، b و c ( $a < b < c$ ) و اندازه اضلاع مثلث بزرگ تر به ترتیب برابر  $a'$ ،  $b'$ ،  $c'$  ( $a' < b' < c'$ ) باشند و محیط های دو مثلث را با P و P' نمایش دهیم. در این صورت داریم:

$$\frac{c}{c'} = \frac{P}{P'} \Rightarrow \frac{c}{12} = \frac{9}{27} \Rightarrow \frac{c}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow c = 4$$

از طرفی، محیط مثلث کوچک تر برابر ۹ است، پس داریم:

$$a + b + c = 9 \xrightarrow{a=2, c=4} 2 + b + 4 = 9 \Rightarrow b = 3$$

یعنی طول ضلع متوسط مثلث کوچک تر برابر ۳ است.

### گروه آموزشی ماز

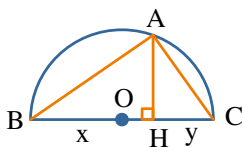
۲۲- در شکل زیر، نیم دایره ای به شعاع ۳ و به مرکز O رسم شده است. اگر  $BH = x$  و  $CH = y$  و  $AH = 2\sqrt{2}$  باشد، حاصل  $x^2 + y^2$  کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۲۰

(۴) ۲۴



(متوسط - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

زاویه A، زاویه محاطی روبه رو به قطر است، پس  $\hat{A} = 90^\circ$  و در نتیجه مثلث ABC قائم الزاویه است. طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = xy \Rightarrow xy = 8$$

از طرفی، طول قطر نیم دایره یعنی وتر مثلث قائم الزاویه برابر ۶ است، پس داریم:

$$BC = x + y = 6 \Rightarrow (x + y)^2 = 36 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 36 \xrightarrow{xy=8} x^2 + y^2 + 2 \times 8 = 36 \Rightarrow x^2 + y^2 = 20$$

### گروه آموزشی ماز

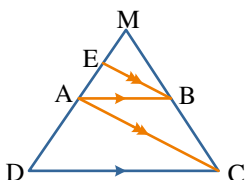
۲۳- در شکل زیر،  $AB \parallel CD$  و  $AC \parallel BE$  است. اگر  $ME = 3$  و  $AD = 18$  باشد، اندازه پاره خط CD چند برابر اندازه پاره خط AB است؟

(۱) ۲

(۲)  $2/5$

(۳) ۳

(۴) ۴



طبق قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle MAC : EB \parallel AC \Rightarrow \frac{ME}{EA} = \frac{MB}{BC} \\ \triangle MDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{EA} = \frac{MA}{AD}$$

بنابراین با فرض  $EA = x$  داریم:

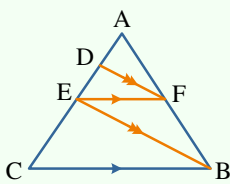
$$\frac{3}{x} = \frac{3+x}{18} \Rightarrow 3x + x^2 = 54 \Rightarrow x^2 + 3x - 54 = 0 \Rightarrow (x+9)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ غ قی} \\ x = 6 \end{cases}$$

حال طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\triangle MDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{MA}{MD} = \frac{3+6}{3+6+18} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 3$$

### 🎯 واسطه هندسی در مثلثها

در مثلث  $ABC$ ، اگر  $EF \parallel BC$  و  $DF \parallel EB$  باشد، آن گاه با دو بار استفاده از قضیه تالس می توان ثابت کرد:

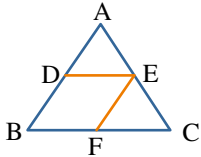


$$\frac{AD}{AE} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AE^2 = AD \times AC$$

به عبارت دیگر  $AE$  واسطه هندسی  $AD$  و  $AC$  است.

### گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل زیر، چهارضلعی  $BDEF$  لوزی است. اگر  $AD=4$  و  $BC=15$  باشد، آن گاه مساحت مثلث  $CEF$  چه کسری از مساحت لوزی است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{4}{9}$   
(۳)  $\frac{2}{3}$   
(۴)  $\frac{3}{4}$

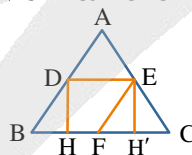
فرض کنید  $BD = x$  باشد، چون چهارضلعی  $BDEF$  لوزی است، پس  $DE = x$  و طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+x} = \frac{x}{15} \Rightarrow 4x + x^2 = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x+10)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \text{ غ قی} \\ x = 6 \end{cases}$$

$$CF = BC - BF = 15 - 6 = 9$$

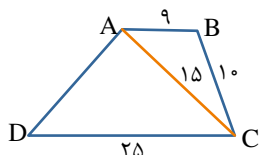
مطابق شکل از نقاط  $D$  و  $E$  عمودهایی بر ضلع  $BC$  رسم می کنیم. در این صورت داریم:



$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{BDEF}} = \frac{\frac{1}{2} EH' \times CF}{\frac{1}{2} DH \times BF} = \frac{\frac{1}{2} \times 9}{\frac{1}{2} \times 6} = \frac{3}{2}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۵- طول ضلع  $AD$  در دوزنقه  $ABCD$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{50}{3}$   
(۲) ۱۵  
(۳) ۲۰  
(۴) ۱۸

طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \angle BAC = \angle ACD$$

برای دو مثلث ABC و ADC داریم:

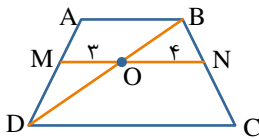
$$\left. \begin{array}{l} \hat{BAC} = \hat{ACD} \\ \frac{AB}{AC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \\ \frac{AC}{CD} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CAD$$

با نوشتن نسبت اضلاع متناظر در این دو مثلث داریم:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{10}{AD} = \frac{3}{5} \Rightarrow AD = \frac{50}{3}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۶- در شکل زیر، قطر BD نیمساز زاویه D در دوزنقه متساوی الساقین ABCD است. اگر MN موازی قاعده‌های دوزنقه و  $\frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$  باشد، محیط دوزنقه کدام است؟



- (۱) ۲۰  
(۲) ۲۲/۵  
(۳) ۲۵  
(۴) ۳۰

(سخت - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

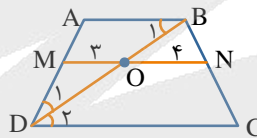
طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$AB \parallel CD \text{ و } BD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\triangle ABD} AB = AD$$

$$AB = AD = BC$$

با توجه به اینکه دوزنقه ABCD متساوی الساقین است، پس داریم:  
از طرفی، طبق قضیه تالس در دوزنقه:

$$MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = \frac{2}{3}$$

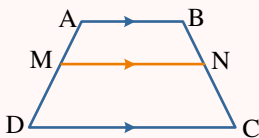


طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\triangle ABD: MO \parallel AB \Rightarrow \frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD} \Rightarrow \frac{3}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 5$$

$$\triangle BDC: ON \parallel DC \Rightarrow \frac{ON}{DC} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{4}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow DC = 10$$

$$ABCD \text{ دوزنقه محیط} = 3AB + DC = 3 \times 5 + 10 = 25$$



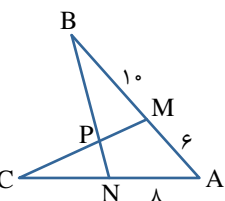
قضیه تالس در دوزنقه

اگر پاره‌خط MN موازی قاعده‌های دوزنقه رسم شود، آن‌گاه داریم:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۷- در شکل زیر، اگر  $\hat{B} = \hat{C}$  باشد، نسبت مساحت مثلث BMP به مساحت مثلث CNP کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۲۵/۹  
(۳) ۱۶/۹  
(۴) ۲۵/۴



برای دو مثلث ANB و AMC داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{B} = \hat{C} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ANB \sim \triangle AMC \Rightarrow \frac{AN}{AM} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{16}{AC} \Rightarrow AC = 12$$

$$CN = AC - AN = 12 - 8 = 4$$

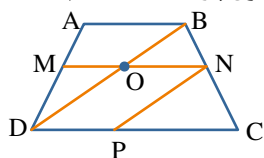
از طرفی، برای دو مثلث BMP و CNP داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{BPM} = \hat{CPN} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle BMP \sim \triangle CNP \Rightarrow \frac{S_{\triangle BMP}}{S_{\triangle CNP}} = \left(\frac{BM}{CN}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle BMP}}{S_{\triangle CNP}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

### گروه آموزشی ماز

۲۸- در دوزنقه ABCD، AB=4، CD=8 و MN=5 است. اگر MN موازی دو قاعده دوزنقه و NP||BD باشد، طول پاره خط DP کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۲/۲۵ (۲)
- ۲/۵ (۳)
- ۳ (۴)

فرض کنید  $OM = x$  و  $ON = y$  و  $\frac{MD}{AM} = k$  باشد، در این صورت طبق قضیه تالس در دوزنقه  $\frac{CN}{NB} = k$  و در نتیجه داریم:

$$\triangle DAB : MO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OM}{AB} = \frac{MD}{AD} \Rightarrow \frac{OM}{4} = \frac{k}{k+1} \quad (1)$$

$$\triangle BDC : ON \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{ON}{CD} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{8} = \frac{1}{k+1} \quad (2)$$

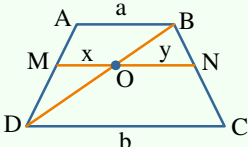
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{OM}{4} + \frac{ON}{8} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{k+1} \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{8} = 1 \xrightarrow{\times 8} 2x + y = 8$$

از طرفی،  $x + y = MN = 5$  است، پس داریم:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \xrightarrow{DONP \text{ متوازی اضلاع است}} DP = ON = y = 2$$

### نکته‌ای از دوزنقه

فرض کنید پاره خط MN موازی قاعده‌های دوزنقه ABCD رسم شده باشد و قطر BD مطابق شکل، پاره خط MN را در نقطه O قطع کرده باشد. در این صورت داریم:



$$\frac{MO}{AB} + \frac{ON}{DC} = 1 \text{ یا } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

### گروه آموزشی ماز

۲۹- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، ارتفاع وارد بر وتر و  $HM$  و  $HN$  به ترتیب نیمساز زوایای  $AHB$  و  $AHC$  هستند. اگر  $AH = \frac{3}{2}$  و

$BC = 2\sqrt{3}$  باشد، نسبت  $\frac{HM}{HN}$  کدام است؟ ( $AB < AC$ )

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

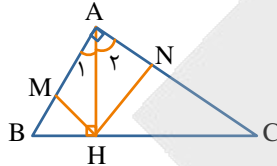
(سخت - قضیه تالس و تشابه - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا نشان می‌دهیم دو مثلث  $AHB$  و  $AHC$  متشابه‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}HB : \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{A}BC : \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{A}HB = \hat{A}HC = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}HB \sim \hat{C}HA$$



می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت نیمسازهای متناظر برابر نسبت تشابه دو مثلث است. به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{HM}{HN} = \frac{AB}{AC} \quad (*)$$

بنابراین لازم است طول اضلاع  $AB$  و  $AC$  را به دست آوریم. با توجه به روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AB \times AC = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{3\sqrt{3}}{AB}$$

$$AB^2 + AC^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12 \Rightarrow AB^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{AB}\right)^2 = 12$$

$$\Rightarrow AB^2 + \frac{27}{AB^2} = 12 \xrightarrow{\times AB^2} AB^4 + 27 = 12AB^2$$

$$\Rightarrow AB^4 - 12AB^2 + 27 = 0 \Rightarrow (AB^2 - 3)(AB^2 - 9) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 3 & \text{قق} \\ AB = 3 \Rightarrow AC = \sqrt{3} & \text{غ قق} \end{cases}$$

$$\frac{HM}{HN} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

بنابراین طبق رابطه (\*) داریم:



نسبت اجزای متناظر (نیمسازها، ارتفاع‌ها و میانه‌ها) در دو مثلث متشابه، برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

### گروه آموزشی ماز

یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون(های) گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۳۰- حاصل  $(\sqrt[3]{3\sqrt{3}})^{-1}(\sqrt{14-4\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}})$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۱

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $2\sqrt{6}$

(سخت - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

هر کدام از عبارت‌ها را به صورت زیر نام‌گذاری کرده و حاصل هر یک را به صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\underbrace{(\sqrt[3]{3\sqrt{3}})^{-1}}_A \underbrace{(\sqrt{14-4\sqrt{6}})}_B - \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}_C$$

$$A = (\sqrt[3]{3\sqrt{3}})^{-1} = (\sqrt[3]{\sqrt{3^2 \times 3}})^{-1} = (\sqrt[3]{3^3})^{-1} = (3^1)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$B = \sqrt{14 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{2(7 - \sqrt{6})} = \sqrt{2} \times \sqrt{7 - \sqrt{6}} = \sqrt{2} \times \underbrace{|\sqrt{6} - \sqrt{1}|}_{+} = \sqrt{2} \times (\sqrt{6} - 1) = \sqrt{12} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\underbrace{2 - 3}_{-1}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

در نتیجه حاصل عبارت خواسته شده به صورت زیر می باشد:

$$A(B - C) = \frac{\sqrt{3}}{3} \left( (2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \right) = \frac{\sqrt{3}}{3} (\sqrt{3}) = \frac{3}{3} = 1$$

### گویا کردن مخرج

**رادیکال‌های مزدوج خور:** اگر در مخرج، یک رادیکال با فرجه زوج، با عدد یا رادیکالی دیگر با فرجه زوج، جمع یا تفریق شده بود، برای گویا کردن، صورت و مخرج را در مزدوج ضرب می‌کنیم.

**رادیکال‌های چاق و لاغر طلب:** اتحاد چاق و لاغر را در ذهنتان مجسم کنید. اگر در مخرج، قسمت چاق (یا لاغر) را دیدیم، برای گویا کردن، صورت و مخرج را در لاغر (یا چاق) آن عبارت ضرب می‌کنیم.

● گروه آموزشی ماز ●

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۲۴۵ متری سطح زمین رها می‌شود. تندی متوسط گلوله در ۳

ثانیة آخر حرکتش چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۶۵ (۲)

۵۵ (۱)

(آزمون مرحله ۳ سالیانه - فیزیک)

۵۱- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیة

آخر حرکت، چند متر بر ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۵ (۲)

۳۰ (۱)

(کنکور تیر ۱۴۰۳ - فیزیک رشته ریاضی)



دانش‌آموزان عزیز ماز

رسیدیم به آزمون مرحله ۷؛ یک آزمون خیلی مهم که بودجه‌بندی اون در فیزیک شامل مباحث محاسباتی و مفهومی فصل **ویژگی‌های فیزیکی مواد** و همچنین مطالب و مفاهیم اولیه مطرح شده در فصل **کار و انرژی** هست. بخش مطرح شده از فصل ۲، همیشه پای ثابت کنکور بوده و از اهمیت ویژه‌ای برخورداره که با طراحی تست‌های متنوع از سطح کتاب درسی تا سطح کنکور سعی کردیم خیالتون رو هم از بابت امتحان نهایی و هم کنکور راحت کنیم. ایده بسیاری از تست‌های فصل ۲ از دل کتاب درسی و کنکورهای اخیر بوده که البته یکی‌دو مورد هم تست‌های جدید و خلاقانه براتون طرح کردیم تا همه‌فن‌حریف این مباحث از فصل ۲ بشین. در فصل ۳ (کار و انرژی) خیلی حواسمون بود که شما رو بیشتر به سمت ایده‌های درسی سوق بدیم تا استراتژی نحوه مطالعه کتاب درسی رو به دست بیارین و در کنارش چند تا تست جدید و مطابق کنکور هم طرح کردیم تا دید کنکوری خوبی نسبت به این مفاهیم و مباحث جدید به دست بیارین. راستی در ادامه مباحث فصل ۳ در آزمون‌های بعدی خواهید دید که تک‌تک مطالب این فصل مثل حلقه‌های زنجیر به هم وصل هستن و شما برای این‌که بتونین این فصل رو به سلامت به سرانجام برسونین حتماً باید در قسمت‌های اولیه که اتفاقاً در این آزمون، حسابی براش زمان صرف کردیم به مهارت بالایی برسین.

از ویژگی‌های خوب و درجه یک دفترچه‌های پاسخ‌نامه هم غافل نشین. حتی اگر تستی رو درست جواب دادین بازهم سراغ پاسخ‌نامه برید تا اولاً از ترفندها و دام‌ها و مشاوره‌ها حسابی لذت ببرید و دوماً هم که تست‌های کنکور مرتبط با اون رو برای خودتون حل کنین و از درس‌نامه‌ها و نکته‌های خفن دفترچه پاسخ‌نامه حسابی کیف کنین.

حسین عبدوی‌نژاد - مسئول درس فیزیک پایه دهم آزمون ماز

۳۱- یک مکعب چوبی به چگالی  $700 \frac{kg}{m^3}$  و یک مکعب فلزی به چگالی  $2700 \frac{kg}{m^3}$  را به آرامی، کاملاً داخل مایعی به چگالی  $1200 \frac{kg}{m^3}$  فرو برده و رها می‌کنیم. بلافاصله بعد از رها شدن، کدام گزینه توصیف مناسبی از نحوه حرکت مکعب چوبی و مکعب فلزی به ترتیب از راست به چپ است؟

- (۱) بالا می‌رود، غوطه‌ور می‌شود (۲) غوطه‌ور می‌شود، پایین می‌رود (۳) بالا می‌رود، پایین می‌رود (۴) غوطه‌ور می‌شود، بالا می‌رود

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

چگالی مکعب چوبی کمتر از چگالی آب است و بلافاصله بعد از رها شدن بالا می‌رود. از طرفی چون چگالی مکعب فلزی بیش‌تر از چگالی آب است، بلافاصله بعد از رها شدن پایین می‌رود.

ایده این تست مربوط به یکی از شکل‌های کتاب درسی است و برای امتحان نهایی می‌تونه نامزد خوبی باشه.

### گروه آموزشی ماز

۳۲- دو پوش‌برگ آلومینیومی، هرکدام به ابعاد  $20cm \times 20cm$  در اختیار داریم. یکی از پوش‌برگ‌ها را مچاله کرده و پوش‌برگ دیگر را ۶ بار روی هم تا کرده و هر دو را به آرامی بر سطح آب ظرفی ساکن قرار می‌دهیم. کدام گزینه در مورد وضعیت نهایی پوش‌برگ‌ها می‌تواند درست باشد؟

- (۱) هر دو بر سطح آب شناور می‌شوند.  
(۲) پوش‌برگ مچاله‌شده بر سطح آب شناور شده و پوش‌برگ تاشده در آب غوطه‌ور می‌شود.  
(۳) پوش‌برگ مچاله‌شده بر سطح آب شناور شده و پوش‌برگ تاشده در آب فرو رفته و ته‌نشین می‌شود.  
(۴) هر دو در آب غوطه‌ور می‌شوند.

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پوش‌برگ مچاله‌شده می‌تواند بر سطح آب شناور شود؛ زیرا اگر حجم هوای موجود در فضای خالی پوش‌برگ زیاد باشد، باعث می‌شود چگالی متوسط پوش‌برگ مچاله‌شده کمتر از چگالی آب شود. پوش‌برگ تاشده در آب فرو رفته و ته‌نشین می‌شود؛ زیرا تا کردن پوش‌برگ، هوای موجود در لابه‌لای آن را خارج کرده و باعث می‌شود چگالی پوش‌برگ بیش‌تر از چگالی آب باشد.

مشاوره

این تست براساس یکی از فعالیت‌های کتاب درسی طرح شده و خیلی واجبه که پاسخ تشریحی رو بخونی و تمام جوانب این فعالیت رو خوب یاد بگیری.

توجه!

این‌که گفتیم کدام گزینه می‌تواند درست باشد، دلیلش این است که اگر پوش‌برگ را طوری مچاله کنیم که حجم هوای داخل آن خیلی کم باشد، آن‌گاه چگالی متوسط پوش‌برگ بیش‌تر از آب شده و در آب فرو می‌رود.

### گروه آموزشی ماز



۳۳- در شکل‌های نشان داده شده، شکل (۱) مربوط به ..... و شکل (۲) مربوط به ..... است.



شکل «۲»

شکل «۱»

- (۱) کاربرد اصل برنولی - اصل برنولی
- (۲) کاربرد اصل برنولی - معادله پیوستگی
- (۳) معادله پیوستگی - اصل برنولی
- (۴) معادله پیوستگی - معادله پیوستگی

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

شکل (۱) مربوط به کاربردهایی از اصل برنولی است و شکل (۲) نیز مربوط به معادله پیوستگی است.

مشاوره

بلندر بگو: «من کتاب درسی را دوست دارم».

### گروه آموزشی ماز

۳۴- شکل «الف» آتش‌نشانی را در حال خاموش کردن آتش از فاصله نسبتاً دوری نشان می‌دهد. تصویر بزرگ شده از شیر بسته شده به انتهای لوله آتش‌نشانی در شکل «ب» نشان داده شده است. اگر قطر ورودی شیر،  $\frac{5}{4}$  برابر قطر قسمت خروجی آن باشد، انرژی جنبشی مقدار معینی آب در هنگام ورود به شیر چند برابر انرژی جنبشی همان مقدار آب در هنگام خروج از شیر است؟ (از اثر نیروهای مقاوم صرف نظر کنید).



- (۱)  $2/56 \times 10^{-2}$
- (۲)  $1/6 \times 10^{-2}$
- (۳)  $2/56 \times 10^{-3}$
- (۴)  $1/6 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

گام اول:

ابتدا به کمک معادله پیوستگی، نسبت تندی آب در قسمت ورودی و خروجی شیر را به دست می‌آوریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left( \frac{d_2}{\frac{5}{4} d_2} \right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{25} \quad (1)$$

گام آخر:

به کمک رابطه  $K = \frac{1}{2} m v^2$  برای انرژی جنبشی داریم:

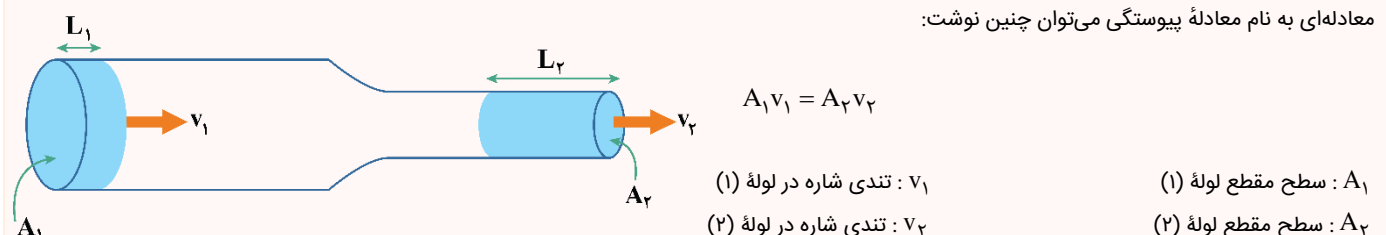
$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 \xrightarrow{\frac{m_1}{m_2} = 1, (1)} \frac{K_1}{K_2} = \left( \frac{4}{25} \right)^2 = \frac{16}{625} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2/56 \times 10^{-2}$$

مشاوره

در این سؤال اومدیم معادله پیوستگی و انرژی جنبشی رو باهم ترکیب کردیم تا نشون بدیم چطور می‌شه از این دو تا مبحث، سؤال ترکیبی طرح کرد. پس امیدواریم با دقت پاسخ‌نامه رو بخونی و حسابی بهش مسلط بشی چون می‌تونه در امتحان نهایی هم مطرح بشه.

معادله پیوستگی

چنانچه شاره تراکم‌ناپذیر، جریانی لایه‌ای داشته و فاقد اصطکاک با دیواره لوله باشد، آهنگ شارش حجمی در تمام قسمت‌های مختلف لوله یکسان و ثابت بوده و طبق معادله‌ای به نام معادله پیوستگی می‌توان چنین نوشت:



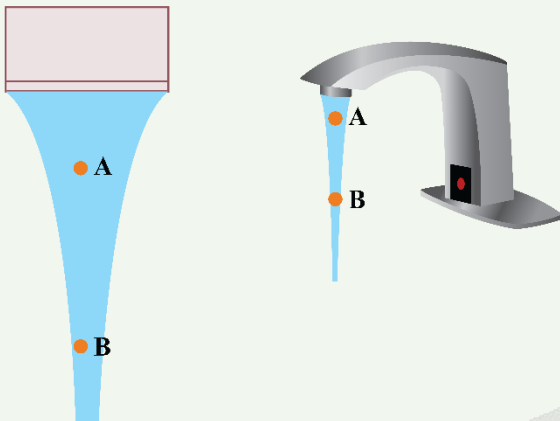
## اثبات

در شکل، شاره‌ای با جریان لایه‌ای در لوله‌ای با دو سطح مقطع متفاوت، در حرکت است. در حالت پایا (وقتی که آهنگ شارش شاره ثابت است) در مدت زمان معین، جرم یکسانی شاره، از هر سطح مقطع دلخواه لوله می‌گذرد. در نتیجه می‌توان معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر را به صورت زیر بیان کرد:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \xrightarrow{m=\rho V} \frac{\rho V_1}{\Delta t} = \frac{\rho V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t} \Rightarrow R_1 = R_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

## مثال ۱

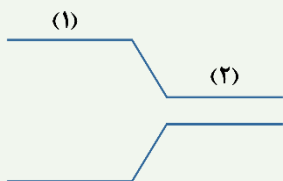
شیر آبی را کمی باز کنید و آب به آرامی جریان می‌یابد. باریکه آب با نزدیک‌تر شدن به زمین باریک‌تر می‌شود. هرچه آب خروجی به زمین نزدیک‌تر می‌شود تندی آن افزایش می‌یابد. لذا با توجه به معادله پیوستگی باید سطح مقطع آن نیز کاهش یابد.



در نقطه A: تندی کمتر، سطح مقطع بیشتر  
در نقطه B: تندی بیشتر، سطح مقطع کمتر

## مثال ۲

در شکل زیر، آب به طور پیوسته جاری است. اگر قطر قسمت (۱)، سه برابر قطر قسمت (۲) و تندی آب در قسمت (۲) معادل  $\frac{13}{5} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  باشد، تندی آب در قسمت (۱)



چند  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  خواهد بود؟

پاسخ:

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$\begin{aligned} A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} &\rightarrow \frac{\pi}{4} d_1^2 \times v_1 = \frac{\pi}{4} d_2^2 \times v_2 \\ d_1 = 3d_2 &\rightarrow (3d_2)^2 \times v_1 = d_2^2 \times \frac{13}{5} \\ \frac{d_1 = 3d_2}{v_2 = \frac{13}{5} \frac{\text{cm}}{\text{s}}} &\rightarrow 9v_1 = \frac{13}{5} \rightarrow v_1 = \frac{1}{5} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

## انرژی جنبشی

انرژی وابسته به حرکت یک جسم را انرژی حرکتی یا انرژی جنبشی می‌نامیم. برای جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $v$  حرکت می‌کند، انرژی جنبشی از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$m$ : جرم جسم برحسب کیلوگرم (kg)

$K$ : انرژی جنبشی جسم برحسب ژول (J)

$$J = \text{یکای انرژی} = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{N} \cdot \text{m}$$

$v$ : تندی جسم برحسب متر بر ثانیه  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

✓ انرژی جنبشی، یک کمیت نرده‌ای و نامنفی است که فاقد جهت می‌باشد. (انرژی جنبشی به جهت حرکت و یا جهت سرعت بستگی ندارد).



تبدیل یکاهای انرژی جنبشی

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{\div 3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \frac{\text{km}}{\text{s}} \xrightarrow{\times 10^3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \frac{\text{cm}}{\text{s}} \xrightarrow{\times 10^{-2}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{ton} \xrightarrow{\times 10^3} \text{kg} \quad \text{g} \xrightarrow{\times 10^{-3}} \text{kg}$$

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰

اگر شهاب‌سنگی به جرم  $2/1 \times 10^4 \text{ kg}$  با تندی  $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  به زمین برخورد کند، انرژی جنبشی آن در لحظه برخورد، معادل انرژی حاصل از انفجار چند تن TNT است؟  
(انرژی حاصل از انفجار هر تن TNT برابر  $4/2 \times 10^9 \text{ J}$  است.)

۳۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا انرژی جنبشی شهاب‌سنگ را برحسب ژول به‌دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} \times 2/1 \times 10^4 \times (8 \times 10^3)^2 \Rightarrow K = 2/1 \times 32 \times 10^9 \text{ J}$$

حالا با یک تناسب ساده، جرم TNT که می‌تواند این مقدار انرژی را ایجاد کند به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{4/2 \times 10^9 \text{ J}}{2/1 \times 32 \times 10^9 \text{ J}} \mid \frac{1 \text{ ton}}{m = ?} \Rightarrow m = \frac{2/1 \times 32 \times 10^9}{4/2 \times 10^9} = 160 \text{ ton}$$

پاسخ: گزینه ۳

عوامل مؤثر بر انرژی جنبشی

✓ انرژی جنبشی با جرم جسم و مجذور تندی جسم، رابطه مستقیم دارد.

۱- هرچه جرم جسم بیش‌تر باشد، انرژی جنبشی بیش‌تری دارد.

۲- هرچه جسمی تندتر حرکت کند، انرژی جنبشی بیش‌تری دارد.

مقایسه انرژی جنبشی دو متحرک:

$$K \propto m$$

$$K \propto v^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

✓ هنگامی‌که جسم، ساکن باشد، انرژی جنبشی آن صفر است.

کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

راننده کامیونی با حذف مقداری بار، ۲۵ درصد جرم کامیون را کم کرده و همچنین ۲۰ درصد بر تندی حرکت آن افزوده است. با این عمل، انرژی جنبشی کامیون ..... درصد ..... می‌یابد.

۸ (۴) - افزایش

۸ (۳) - کاهش

۵ (۲) - افزایش

۵ (۱) - کاهش

پاسخ تشریحی:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{75}{100} \times \left(\frac{120}{100}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{3}{4} \times \frac{144}{100} = \frac{108}{100} \rightarrow K_2 = \frac{108}{100} K_1$$

بنابراین انرژی جنبشی کامیون ۸ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

گروه آموزشی ماز

۳۵ - جرم خودرویی به‌همراه راننده‌اش  $800 \text{ kg}$  است. خودرو با تندی ثابت چند کیلومتر بر ثانیه حرکت کند، تا انرژی جنبشی آن  $36 \text{ MJ}$  باشد؟

۰/۳ (۴)

۰/۰۳ (۳)

۳ (۲)

۳۰ (۱)

می‌دانیم انرژی جنبشی جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $v$  در حال حرکت است از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K = 0.36 \text{ MJ} = 36 \times 10^4 \text{ J}}{m = 800 \text{ kg}} \rightarrow 36 \times 10^4 = \frac{1}{2} \times 800 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 900$$

$$\Rightarrow v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 30 \times 10^{-3} \frac{\text{km}}{\text{s}} \Rightarrow v = 0.03 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

### دام تستی

بعضی از بچه‌ها به قدری به یکاها بی‌دقت هستند که ممکنه همین سؤال ساده‌ای رو اشتباه بزنن و به خاطر عدم تبدیل یکا، در دام گزینه (۱) گرفتار بشن.

### کنکور سراسری تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۷۲- ماهواره‌ای به جرم  $200 \text{ kg}$  با تندی ثابت  $2/5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  به دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی این ماهواره چند مگاژول است؟

- (۱)  $6/25 \times 10^3$  (۲)  $6/25 \times 10^2$  (۳)  $6/25 \times 10^6$  (۴)  $6/25 \times 10^{-6}$

پاسخ تشریحی:

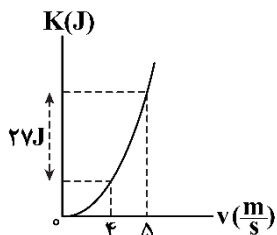
انرژی جنبشی ماهواره برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times \left(2/5 \times 10^3\right)^2 = 6/25 \times 10^8 \text{ J} \Rightarrow K = 6/25 \times 10^2 \text{ MJ}$$

پاسخ: گزینه ۲

### گروه آموزشی ماز

۳۶- نمودار انرژی جنبشی جسمی مطابق شکل است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟



- (۱) ۹  
(۲) ۸  
(۳) ۶  
(۴) ۴

می‌دانیم انرژی جنبشی جسمی به جرم  $m$  که با تندی  $v$  در حرکت است از رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  به دست می‌آید؛ بنابراین به کمک اطلاعات داده شده بر روی

نمودار داریم:

$$\left. \begin{aligned} v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \times 16 \Rightarrow K_1 = 8m \\ v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m \times 25 \Rightarrow K_2 = \frac{25}{2}m \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_2 - K_1 = \frac{25}{2}m - 8m = \frac{9}{2}m$$

$$\frac{K_2 - K_1 = 27 \text{ J}}{\frac{9}{2}m = 27} \rightarrow \frac{9}{2}m = 27 \Rightarrow m = 6 \text{ kg}$$

### مشاوره

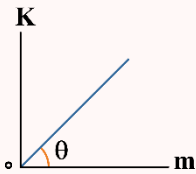
طرح سؤال از نمودار مربوط به رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  در حالت‌های مختلف، از قدیم‌الایام مورد توجه طراحان محترم هست. ما هم به نمونه سؤال از نمودارهای انرژی جنبشی رو برات آوردیم و مابقی رو هم در درس‌نامه اشاره کردیم. پس حسابی به این موضوع مسلط شو.



### نمودارهای انرژی جنبشی

#### ۱- نمودار انرژی جنبشی برحسب جرم:

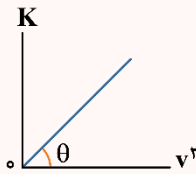
در این حالت، تندی جسم، ثابت ولی جرم جسم متغیر است.



$$\tan \theta = \frac{1}{2} v^2$$

#### ۲- نمودار انرژی جنبشی برحسب تندی:

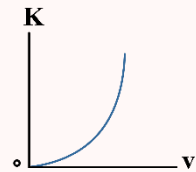
در این حالت، جرم جسم، ثابت ولی مربع تندی جسم متغیر است.



$$\tan \theta = \frac{1}{2} m$$

#### ۳- نمودار تغییرات انرژی جنبشی برحسب تندی:

در این حالت، جرم جسم، ثابت ولی تندی جسم متغیر است.



### گروه آموزشی ماز

۳۷- جسم (A) به جرم  $m$ ، اگر با تندی‌های ثابت  $v_1$  و  $v_2$  حرکت کند، به ترتیب دارای انرژی جنبشی  $K_1 = 40\text{ J}$  و  $K_2 = 360\text{ J}$  می‌شود. جسم (B) به

جرم  $m'$  با تندی ثابت  $v_2 - v_1$  حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن در این حالت برابر با  $K_2 + K_1$  می‌شود. نسبت  $\frac{m'}{m}$  کدام است؟

$$\frac{9}{2} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

### گام اول:

طبق رابطه  $K = \frac{1}{2} m v^2$  و نیز به‌خاطر ثابت بودن جرم جسم (A) داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{360}{40} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3 \Rightarrow v_2 = 3v_1 \quad (1)$$

### گام آخر:

حالا اگر جسم (B) با تندی ثابت  $v_3 = v_2 - v_1 = 2v_1$  حرکت کند و جرم آن برابر  $m'$  باشد، داریم:

$$\frac{K_3}{K_1} = \frac{m'}{m} \cdot \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_3 = K_1 + K_2 = 400\text{ J}} \frac{400}{40} = \frac{m'}{m} \times 4 \Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{5}{2}$$

### مشاوره

اگر نتوانستی این سؤال رو جواب بدی، به احتمال زیاد در نحوه ارتباط دادن حالت سوم به حالت‌های اول و دوم عملکرد مناسبی نداشتی. پس یک نفس عمیق بکش و روند حل این سؤال رو خوب یاد بگیر و حتماً یک بار دیگه خودت تا آخر، حلش کن.

### گروه آموزشی ماز

۳۸- بیماری به جرم  $65\text{ kg}$  روی تختی به جرم  $15\text{ kg}$  دراز کشیده است. پرستاری مطابق شکل، این تخت را با نیروی ثابت و افقی  $\vec{F}$  روی سطحی هموار و با

اصطکاک ناچیز هل می‌دهد. اگر کار نیروی  $\vec{F}$  به‌ازای  $12\text{ m}$  جابه‌جایی افقی تخت برابر با  $384\text{ J}$  باشد، اندازه شتاب حرکت مجموعه تخت و بیمار چند

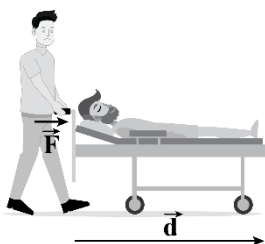
واحد SI است؟

$$0.6 \quad (1)$$

$$0.5 \quad (2)$$

$$0.4 \quad (3)$$

$$0.3 \quad (4)$$



چون نیروی  $\vec{F}$  و جابه‌جایی  $\vec{d}$  در یک جهت‌اند، بنابراین کار نیروی  $\vec{F}$  برابر است با:

$$W = Fd \Rightarrow 384 = F \times 12 \Rightarrow F = \frac{384}{12} = 32 \text{ N}$$

با توجه به این‌که جرم کل تخت و بیمار  $m = 65 + 15 = 80 \text{ kg}$  است، با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma \Rightarrow 32 = 80 \times a \Rightarrow a = \frac{32}{80} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

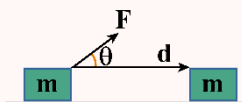
### دام تستی

اگر در محاسبه شتاب مجموعه، به اشتباه به جای جرم بیمار و تخت، فقط جرم بیمار رو در نظر بگیری با تقریب بسیار زیادی در دام گزینه (۲) گرفتار می‌شی.

### کار نیروی ثابت

«کار، روشی برای انتقال انرژی از جسمی به جسم دیگر است.»

اگر مطابق شکل بر جسمی نیروی  $F$  وارد شود و جسم را جابه‌جا کند، کار انجام‌شده توسط این نیرو از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$W_F = Fd \cos \theta$$

$F$ : اندازه نیرو (برحسب N)

$\theta$ : زاویه بین بردار نیرو و بردار جابه‌جایی

$W_F$ : کار نیروی  $F$  (برحسب J)

$d$ : اندازه جابه‌جایی (برحسب m)

### نکته

کار، کمیتی نرده‌ای و فرعی است که یکای آن در SI، ژول می‌باشد و داریم:

$$J = N \cdot m = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

### مثال

در چه صورتی می‌توان از رابطه  $W = Fd$  برای محاسبه کار استفاده کرد؟

پاسخ:

۱- نیروی ثابت وارد بر جسم باید با جابه‌جایی آن هم‌جهت باشد.

۲- باید بتوان جسم را مانند یک ذره فرض کرد.

### مثال

بیماری به جرم  $75 \text{ kg}$  روی تختی به جرم  $15 \text{ kg}$  دراز کشیده است. پرستاری این تخت را با نیروی ثابت و افقی  $\vec{F}$  روی سطحی هموار و بدون اصطکاک هل می‌دهد.

مجموعه تخت و بیمار با شتاب  $\frac{m}{s^2} = 0.6$  حرکت می‌کند. اگر تخت  $10 \text{ m}$  در جهت این نیرو جابه‌جا شود، کار انجام‌شده توسط نیروی  $\vec{F}$  چند ژول است؟

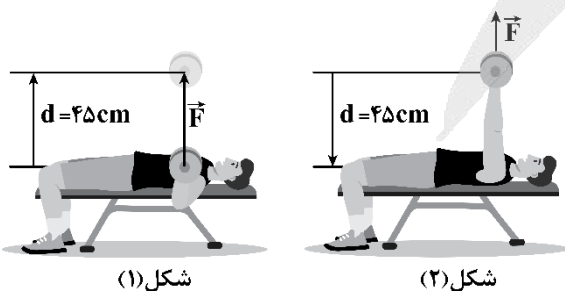
پاسخ:

$$F = ma = (75 + 15) \times (0.6) \rightarrow F = 54 \text{ N}$$

$$W = Fd = (54) \times (10) \rightarrow W = 540 \text{ J}$$

### گروه آموزشی ماز

۳۹- مطابق شکل‌های زیر، ورزشکاری به جرم  $70 \text{ kg}$  وزنه‌ای به جرم  $90 \text{ kg}$  را در شکل (۱) به آرامی و به‌طور یکنواخت،  $45 \text{ cm}$  بالای سر خود برده و در شکل (۲) به اندازه  $45 \text{ cm}$  به آرامی و به‌طور یکنواخت پایین می‌آورد. اندازه اختلاف کاری که ورزشکار در این دو شکل روی وزنه انجام می‌دهد، چند ژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



شکل (۱)

شکل (۲)

(۱) صفر

(۲) ۴۵۰

(۳) ۶۳۰

(۴) ۸۱۰



در شکل (۱) نیروی ورزشکار و جابه‌جایی وزنه، هر دو در جهت قائم رو به بالا بوده و  $\theta_1 = 0^\circ$  است. ولی در شکل (۲)، نیروی ورزشکار و جابه‌جایی وزنه در خلاف جهت هم هستند و  $\theta_2 = 180^\circ$  است. از طرفی نیز چون نیروی ورزشکار ثابت است، بنابراین به کمک رابطه  $W = Fd \cos \theta$  داریم:

$$W_1 = Fd \cos \theta_1 = Fd \cos 0^\circ = Fd$$

$$W_2 = Fd \cos \theta_2 = Fd \cos 180^\circ = -Fd$$

$$\Rightarrow |W_2 - W_1| = |-Fd - Fd| = 2Fd \quad (۱)$$

در شکل (۱) وزنه به‌طور یکنواخت بالا رفته و در شکل (۲) به آرامی پایین آمده که تعبیر این جملات این است که اندازه نیروی ورزشکار برابر با وزن وزنه است و داریم:

$$F = m_{\text{وزنه}} g = 90 \times 10 = 900 \text{ N} \xrightarrow{(۱)} |W_2 - W_1| = 2 \times 900 \times 0.45 = 810 \text{ J}$$

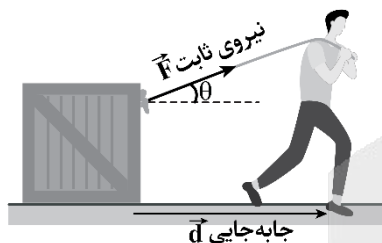
راستی بپه‌ها ۴ ورزشکار جزو داده‌های اضافی مسئله بود.

### دام تستی

اگر به تفاوت زاویه‌های دو حالت (۱) و (۲) دقت نکنی در دام گزینه (۱) می‌افتی و اگر به اشتباه، جرم ورزشکار رو به‌جای جرم وزنه استفاده کنی در دام گزینه (۳) می‌افتی.

### گروه آموزشی ماز

۴۰- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که جعبه‌ای را با نیروی ثابتی به بزرگی  $F = 280 \text{ N}$  بر روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز به اندازه  $15 \text{ m}$  جابه‌جا می‌کند. زاویه طناب با سطح افقی ( $\theta$ ) چند درجه باشد تا کار انجام‌شده توسط شخص در این جابه‌جایی  $3822 \text{ J}$  باشد؟



|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| $\cos 10^\circ = 0.98$ | $\cos 15^\circ = 0.96$ |
| $\cos 25^\circ = 0.91$ | $\cos 30^\circ = 0.87$ |

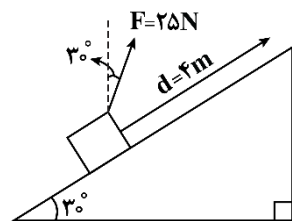
- (۱)  $30^\circ$   
(۲)  $25^\circ$   
(۳)  $15^\circ$   
(۴)  $10^\circ$

به کمک رابطه  $W = Fd \cos \theta$  داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow 3822 = 280 \times 15 \times \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{3822}{280 \times 15} = \frac{42 \times 91}{60 \times 70} = 0.91 \xrightarrow{\text{با توجه به جدول داده‌شده}} \theta = 25^\circ$$

### گروه آموزشی ماز

۴۱- مطابق شکل، جسمی تحت تأثیر نیروی ثابت  $\vec{F}$  که زاویه‌اش با راستای قائم  $30^\circ$  است، به اندازه  $4 \text{ m}$  بر روی سطح شیب‌دار در جهت نشان‌داده‌شده جابه‌جا می‌شود. کار نیروی  $\vec{F}$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

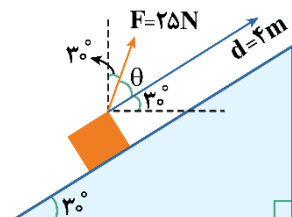


- (۱)  $50\sqrt{3}$   
(۲)  $50$   
(۳)  $50\sqrt{2}$   
(۴) صفر

ابتدا به کمک شکل مقابل، زاویه میان نیروی  $\vec{F}$  و جابه‌جایی  $\vec{d}$  را به‌دست می‌آوریم:

$$30^\circ + \theta + 30^\circ = 90^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$W_F = Fd \cos \theta = 25 \times 4 \times \cos 30^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ J}$$

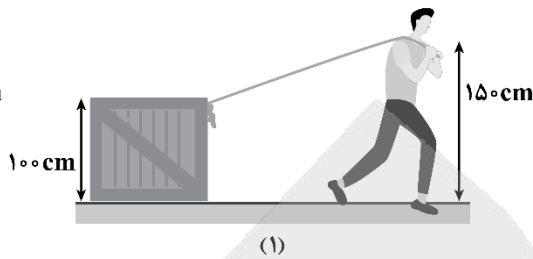
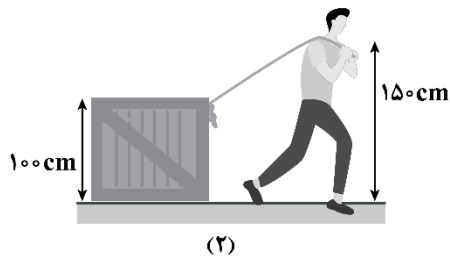


### دام تستی

اگر به اشتباه، زاویه میان نیرو و جابه‌جایی را  $60^\circ$  بگیرد به گزینه (۲) می‌رسید.

### گروه آموزشی ماز

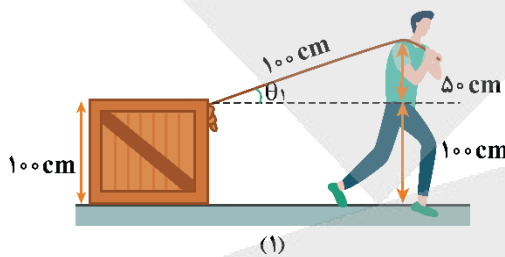
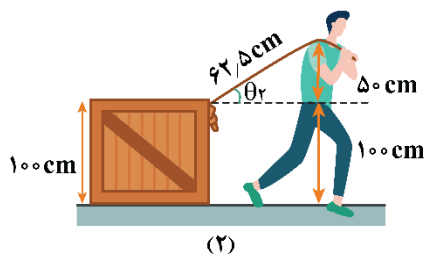
۴۲- شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند به طول ۱m مطابق شکل (۱) و یک بار هم با طنابی کوتاه‌تر به طول ۶۲/۵cm مطابق شکل (۲) بر روی سطحی هموار می‌کشد. اگر بزرگی نیروی شخص در هر دو حالت یکسان بوده و کار انجام‌شده توسط شخص در حالت (۲)، ۴۰ درصد کم‌تر از حالت (۱) باشد، جابه‌جایی جسم در حالت (۱) چند برابر جابه‌جایی جسم در حالت (۲) است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
(۳)  $\sqrt{3}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



با توجه به شکل مقابل، برای سادگی در تحلیل، ابتدا  $\sin \theta$  را به‌دست آورده و از روی آن،  $\cos \theta$  را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin \theta_1 = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{50}{62.5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{3}{5}$$

در ادامه به کمک رابطه  $W = Fd \cos \theta$  داریم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad \frac{W_2 = (1-0.4)W_1 = \frac{3}{5}W_1}{F_2 = F_1} \rightarrow \frac{3}{5} = 1 \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\frac{3}{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

دام تستی

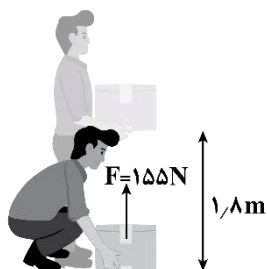
اگر به نسبت خواسته‌شده دقت نکنی و به‌اشتباه، نسبت  $\frac{d_2}{d_1}$  رو حساب کنی به گزینه (۱) می‌رسی. پس صورت سؤال رو دقیق بخون.

مشاوره

ایده طرح این تست مربوط به یکی از پرسش‌های کتاب درسی است که هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور سؤال بسیار مهمی محسوب می‌شه. حتماً به کمک پاسخ تشریحی، روند حل این سؤال رو کامل یاد بگیر. البته یه کوچولو مثلثات هم باید استفاده کنی که به‌طور کامل برات توضیح دادیم.

### گروه آموزشی ماز

۴۳- شکل زیر، شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی قائم و ثابت  $F = 155 \text{ N}$  جعبه‌ای به جرم  $15 \text{ kg}$  را در امتداد قائم به‌اندازه  $1/8 \text{ m}$  جابه‌جا می‌کند. انرژی جنبشی جعبه در این جابه‌جایی چند ژول تغییر می‌کند؟ ( $g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱) ۹  
(۲) ۱۱/۴  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۴/۴

جعبه در جهت نیروی شخص و در خلاف جهت نیروی وزنش به اندازه  $1/8m$  در امتداد قائم جابه‌جا شده است؛ بنابراین به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \Delta K = W_F + W_{mg} = Fd - mgd = (155)(1/8) - (15)(9/8)(1/8) \\ \Rightarrow \Delta K = 279 - 264/8 = 14/4 J$$

### دام تستی

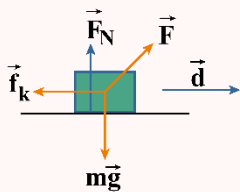
خیلی از بچه‌ها عادت کردن که بدون توجه به صورت سؤال و اطلاعات اون،  $g$  رو  $10$  فرض کنن که با این حساب در دام گزینه (۱) می‌افتن.

### روش‌های محاسبه کار کل

۱- **قضیه کار - انرژی جنبشی:** اگر در سؤال، تندی یا انرژی جنبشی را بدهند، برای محاسبه کار کل بهتر است از قضیه کار - انرژی جنبشی استفاده کنیم:

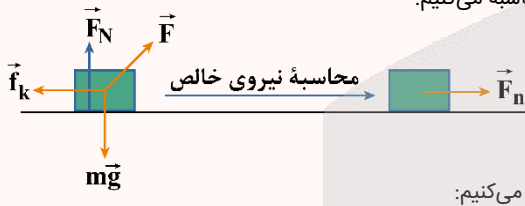
$$W_t = K_f - K_i \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} W_t = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

۲- کار تک‌تک نیروها را جداگانه به دست می‌آوریم و در نهایت همه آن‌ها را جمع جبری می‌کنیم:



$$W_t = W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_F + \dots$$

۳- ابتدا برابری نیروهای وارد بر جسم را به دست آورده و در نهایت کار نیروی برابری (نیروی خالص) را محاسبه می‌کنیم:



$$W_t = W_{F_{net}} \rightarrow W_t = F_{net}d \cos \theta$$

✓ اگر شتاب حرکت جسم را داشته باشیم برای محاسبه کار انجام شده بر روی جسم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

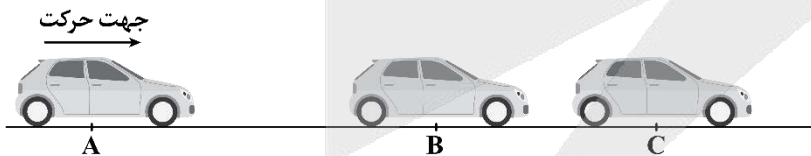
$$W_t = F_{net}d \cos \theta \xrightarrow{F_{net} = ma} W_t = mad \cos \theta$$

### نکته

در اکثر سؤالات نیاز است تا کار کل را از دو روش بالا به دست آورده و مساوی هم قرار دهیم تا مجهول مسئله محاسبه شود.

### گروه آموزشی ماز

۴۴- مطابق شکل، خودرویی با تندی  $v$  در نقطه A در حال حرکت است. برای این که در جابه‌جایی از A تا B، تندی خودرو به  $2\sqrt{2}v$  برسد، باید کار کل  $W_t$  بر روی آن انجام شود. اگر در جابه‌جایی خودرو از B تا C، کار کل انجام شده  $-0.68W_{t1}$  باشد، آنگاه تندی خودرو در نقطه C نسبت به تندی خودرو در نقطه A، چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟



- (۱) ۲۰ درصد کاهش
- (۲) ۸۰ درصد افزایش
- (۳) ۸۰ درصد کاهش
- (۴) ۲۰ درصد افزایش

می‌دانیم کار کل انجام شده، برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم است؛ بنابراین به کمک رابطه  $W_t = \Delta K$  داریم:

$$\frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} \xrightarrow{\Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)} \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)_{BC}}{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)_{AB}} \Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{(v_f^2 - v_i^2)_{BC}}{(v_f^2 - v_i^2)_{AB}} \\ \xrightarrow{W_{t_2} = -0.68W_{t_1} \rightarrow -0.68} \frac{v'^2 - (2\sqrt{2}v)^2}{(2\sqrt{2}v)^2 - v^2} = \frac{-17}{25} = \frac{v'^2 - 8v^2}{v^2} \Rightarrow -119v^2 = 25v'^2 - 200v^2 \\ \Rightarrow 25v'^2 = 81v^2 \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = \frac{81}{25} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{9}{5} = 1/8$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر تندی} = \left(\frac{v'}{v} - 1\right) \times 100 = (1/8 - 1) \times 100 = 80\%$$



تذکره!

ممکن است به هوای این که  $W_{t_2} < 0$  است فکر کنید گزینه‌های (۱) یا (۳) صحیح می‌شوند! درحالی‌که، با این که در مسیر BC تندی کاهش یافته ولی تندی در C با تندی در A مقایسه شده است که فقط به کمک محاسبات دقیق می‌توانیم پی به افزایش یا کاهش  $v_C$  نسبت به  $v_A$  ببریم.

### کنکور سراسری تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵۲- برای این که سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به  $v$  برسد، باید کار  $W_1$  روی آن انجام شود و برای این که سرعت این وزنه از  $v$  به  $3v$  برسد، باید کار  $W_2$  روی آن انجام شود، نسبت  $\frac{W_2}{W_1}$  چقدر است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ تشریحی:

با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{m((3v)^2 - v^2)}{m(v^2 - 0)} = \frac{8v^2}{v^2} = 8$$

پاسخ: گزینه ۳

### گروه آموزشی ماز

۴۵- کدام یک از عبارت‌های زیر، با توجه به شکل‌های نشان داده شده درست است؟

الف: در شکل (۱)، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر، به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود.

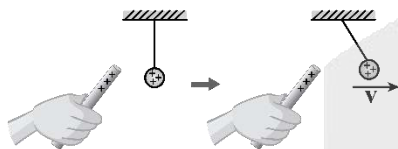
ب: در شکل (۲)، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار کاهش می‌یابد.

(۱) فقط «ب»

(۲) فقط «الف»

(۳) «الف» و «ب»

(۴) هیچ کدام



شکل (۲)



شکل (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

بررسی موارد:

الف در شکل (۱)، گلوله به فنر برخورد کرده و فنر را کاملاً فشرده کرده است. پس انرژی جنبشی گلوله به انرژی پتانسیل کشسانی سامانه گلوله - فنر تبدیل شده است. (×)

ب در شکل (۲)، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار کاهش یافته و به انرژی جنبشی آونگ (گلوله آویزان از نخ) تبدیل شده است. (✓)

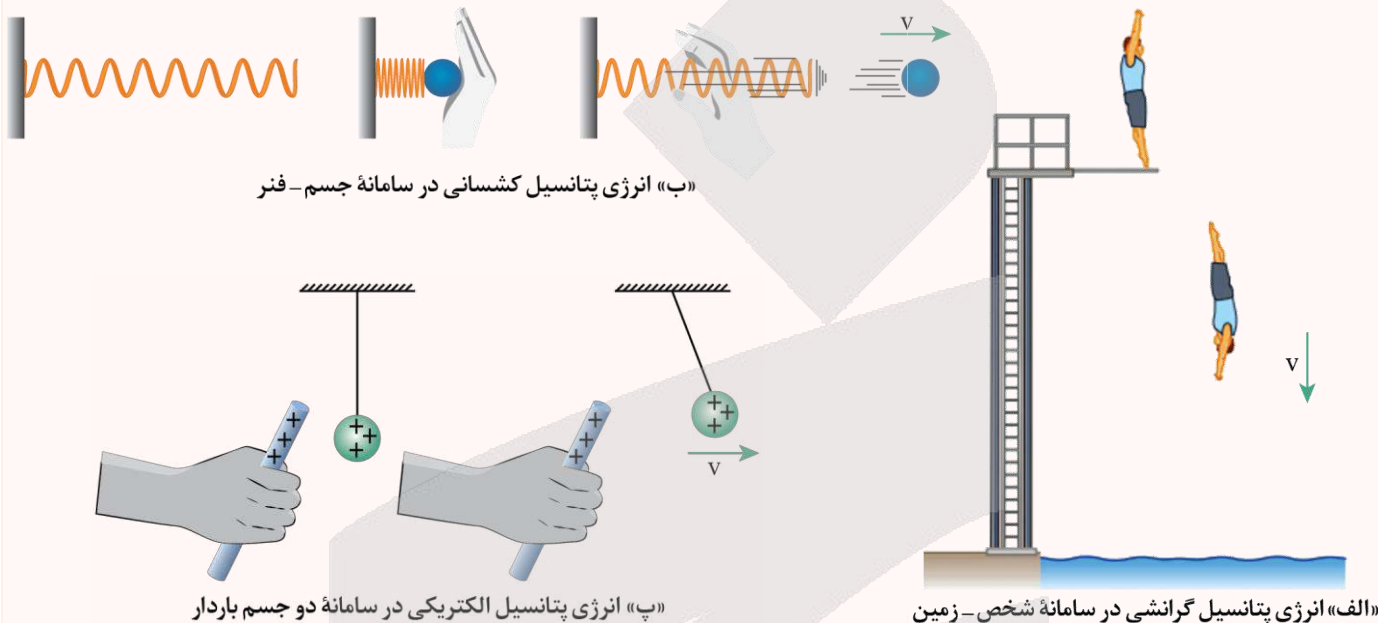
مشاوره

گاهی وقت‌ها یک بی‌دقتی کوچک کافی تا یک اشتباه بزرگ رخ بده. اگر حواستان به ترتیب شکل (۱) نباشد شاید در دام گزینه (۳) گرفتار شوید.



## انواع انرژی پتانسیل

در علوم هفتم با نوع دیگری از انرژی، به نام انرژی پتانسیل یا انرژی ذخیره‌ای آشنا شدید که می‌تواند به شکل‌های متنوعی مانند گرانشی، کشسانی و الکتریکی باشد. انرژی پتانسیل، برخلاف انرژی جنبشی که به حرکت یک جسم وابسته است، ویژگی یک سامانه (دستگاه) است تا ویژگی یک جسم منفرد؛ به عبارت دیگر، انرژی پتانسیل به مکان اجسام یک سامانه نسبت به یکدیگر بستگی دارد. وقتی انرژی پتانسیل یک سامانه کاهش می‌یابد، به شکل‌های دیگری از انرژی تبدیل می‌شود. برای مثال، وقتی شخصی از یک تخته پرش به درون استخری پر از آب شیرجه می‌زند، انرژی پتانسیل سامانه شخص - زمین به تدریج به انرژی جنبشی شخص تبدیل می‌شود و شخص با تندی نسبتاً زیادی با سطح آب برخورد می‌کند (شکل الف). یا هنگامی که فنی را توسط جسمی فشرده و رها می‌کنیم، انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم - فنر به انرژی جنبشی جسم تبدیل می‌شود و جسم با تندی زیادی پرتاب می‌شود (شکل ب). همچنین وقتی یک جسم باردار را به جسم باردار دیگر نزدیک‌تر می‌کنیم، بسته به نوع بار، اجسام، یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند. در این حالت انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار تغییر می‌کند (شکل پ). هر سامانه می‌تواند دست‌کم از دو جسم یا تعداد بسیار بیش‌تری از اجسام تشکیل شده باشد.



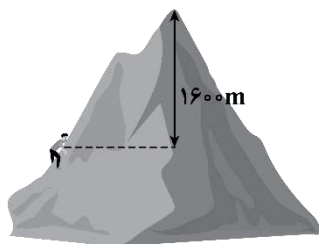
## نکته

اگر جسم متحرکی به یک فنر برخورد کرده و آن را کاملاً فشرده کند، آن‌گاه انرژی جنبشی سامانه کاهش یافته و تبدیل به انرژی پتانسیل کشسانی سامانه می‌شود.

## گروه آموزشی ماز

۴۶- شکل زیر، کوه‌نوردی به جرم  $75\text{ kg}$  را نشان می‌دهد که در حال صعود به قله‌ای به ارتفاع  $4200\text{ m}$  از سطح آزاد دریا است. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی

کوه‌نورد در  $1600$  متری پایان ارتفاع صعود چند مگاژول است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



- (۱)  $-1/6$
- (۲)  $1/6$
- (۳)  $1/2$
- (۴)  $-1/2$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم برای پیدا کردن تغییر انرژی پتانسیل گرانشی، می‌توانیم هر سطح دلخواهی را به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم؛ بنابراین اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در قله کوه فرض کنیم، داریم:

$$h_1 = -1600\text{ m}, h_2 = 0 \Rightarrow \Delta U = mg(h_2 - h_1) = 75 \times 10 \times (0 - (-1600)) = 1200000\text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = 1/2 \times 10^6\text{ J} \xrightarrow{1\text{ MJ} = 10^6\text{ J}} \Delta U = 1/2\text{ MJ}$$

## انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم  $m$  را با  $U_g$  نمایش می‌دهیم و از رابطه زیر به‌دست می‌آوریم:

$$U_g = mgh$$

در این رابطه،  $h$  ارتفاع عمودی نسبت به مبدأ پتانسیل گرانشی است. مبدأ پتانسیل گرانشی، سطحی است که به‌طور قراردادی مشخص می‌شود و انرژی پتانسیل گرانشی در آن صفر در نظر گرفته می‌شود.

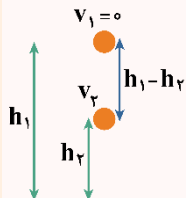


نکته

زمانی که مبدأ پتانسیل گرانشی مشخص شد، نقاط بالای آن دارای انرژی پتانسیل مثبت ( $U_g > 0$ )، نقاط زیر آن دارای انرژی پتانسیل منفی ( $U_g < 0$ ) و نقاط روی آن فاقد انرژی پتانسیل گرانشی ( $U_g = 0$ ) می‌شوند.

### پایستگی انرژی مکانیکی

فرض کنید جسمی به جرم  $m$  را در شرایط خلأ از ارتفاع  $h_1$  رها کنیم و مانند شکل زیر، جسم با تندی  $v_2$  از ارتفاع  $h_2$  عبور کند، با توجه به پایستگی انرژی، بین این دو نقطه می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\xrightarrow[\text{حذف } m]{v_1=0} gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2 \rightarrow v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) \rightarrow v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

در رابطه بالا،  $h_1 - h_2$ ، فاصله از نقطه رها شدن (قله حرکت) است. پس می‌توان گفت:



نکته

اگر جسمی به جرم  $m$  از ارتفاعی رها شود، تندی جسم در فاصله  $h$  از محل رها شدن برابر است با:

$$v = \sqrt{2gh}$$



مثال

گلوله‌ای به جرم  $2\text{ kg}$ ، از ارتفاعی رها می‌شود. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، تندی گلوله در فاصله  $4$  متری از نقطه رها شدن چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

$$2\sqrt{3} \text{ (4)}$$

$$3\sqrt{2} \text{ (3)}$$

$$4\sqrt{5} \text{ (2)}$$

$$2\sqrt{5} \text{ (1)}$$

پاسخ تشریحی:

کافی است در رابطه بالا عددگذاری کنیم:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 4} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پاسخ: گزینه ۲



تذکره!

همان‌طور که در اثبات رابطه بالا دیدید، در حالتی که انرژی، پایسته است، جرم جسم در تندی جسمی که از ارتفاعی رها شده است، تأثیری ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۴۷- گلوله‌ای را در شرایط خلأ در راستای قائم از سطح زمین رو به بالا پرتاب می‌کنیم. اگر به‌ازای هر  $\Delta h$  افزایش فاصله گلوله از سطح زمین، انرژی جنبشی

گلوله  $3\text{ J}$  تغییر کند، جرم این گلوله چند کیلوگرم است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

$$0.15 \text{ (4)}$$

$$0.6 \text{ (3)}$$

$$0.45 \text{ (2)}$$

$$0.3 \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

### روش اول:

بنا به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \xrightarrow{\Delta K = -3\text{ J}} \Delta U = +3\text{ J}$$

$$\xrightarrow[\Delta U = mg|\Delta h|]{\text{گلوله به سمت بالا می‌رود.}} mg|\Delta h| = 3\text{ J} \xrightarrow[g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}]{|\Delta h| = \frac{1}{2}\text{ m}} m \times 10 \times \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow m = 0.6\text{ kg}$$

### روش دوم:

می‌توانیم این مسئله را به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی نیز حل کنیم:

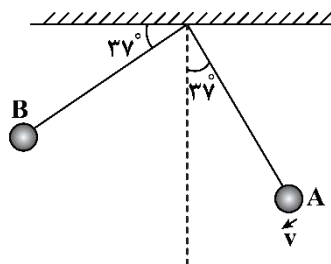
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = -3\text{ J} \xrightarrow[\text{گلوله به سمت بالا می‌رود.}]{W_{mg} = -mg|\Delta h|} -mg|\Delta h| = -3$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow m = 0.6\text{ kg}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۱۶cm با تندی v از نقطه A در جهت نشان داده شده عبور می کند. حداقل مقدار v چند متر بر ثانیه باشد تا آونگ بتواند

به نقطه B برسد؟ (  $g = 10 \frac{N}{kg}$  و  $\sin 37^\circ = 0.6$  و اثر نیروهای اتلافی ناچیز است.)



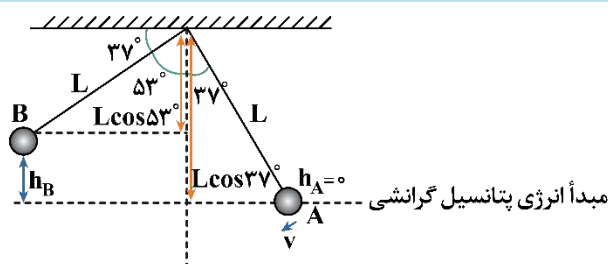
- (۱) ۰/۴  
(۲) ۰/۶  
(۳) ۰/۸  
(۴) ۱

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

### روش اول:

می دانیم برای تحلیل تغییر انرژی پتانسیل گرانشی، می توانیم مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را به دلخواه انتخاب کنیم. برای سادگی در تحلیل این سؤال، وضعیت گلوله در نقطه A را مبدأ انرژی پتانسیل گرفته و به کمک پایستگی انرژی مکانیکی به حل مسئله می پردازیم؛ بنابراین داریم:



$$h_B = L \cos 37^\circ - L \cos 53^\circ = 16(0.8 - 0.6) = 16 \times 0.2 = 3.2 \text{ cm} \Rightarrow h_B = 3.2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + mgh_B = 0 \Rightarrow \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + gh_B = 0 \Rightarrow \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} = -gh_B$$

$$\frac{1}{2} (-v^2) + 10 \times 3.2 \times 10^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = 0.32 \Rightarrow v^2 = 0.64 \Rightarrow v = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### روش دوم:



وقتی آونگی به طول L در شرایط خلأ از نقطه A با تندی  $v_A$  و با زاویه انحراف از راستای قائم  $\theta_A$  عبور کرده و در نقطه B دارای تندی  $v_B$  و زاویه انحراف از راستای قائم  $\theta_B$  می شود، داریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2Lg(\cos \theta_B - \cos \theta_A)$$

حالا به کمک نکته بالا، خیلی سریع به جواب می رسیم:

$$v^2 - v^2 = 2 \times 0.16 \times 10 (\cos 53^\circ - \cos 37^\circ) \Rightarrow v^2 = 3.2 \times (0.6 - 0.8) = 0.64 \Rightarrow v = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### مشاوره

آونگ و ارتباطش به کار و انرژی از قدیم الایام مورد توجه کنکور و طراحان محترم هست که از قضا اکثر بچه ها مشکلات اساسی در تحلیل اون دارن. ما اومدیم یک بار با روش فوق تشریحی و یک بار هم با روش فوق کنکوری این مسئله رو حل کردیم براتون. پس حواست خیلی به پاسخ نامه باشه.

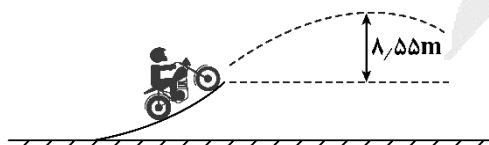
### تعبیر

وقتی گفته حداقل v چقدر باشه تا بتونه به نقطه B برسه یعنی  $v_B = 0$  است.

### گروه آموزشی ماز

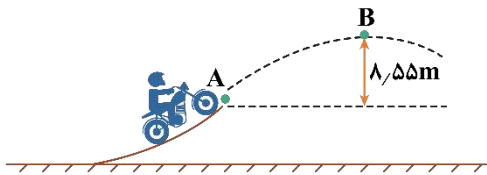
۴۹- موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل زیر پرشی را انجام می دهد. اگر انرژی جنبشی موتورسوار در بالاترین نقطه از مسیر حرکتش، ۱۹ درصد کم تر از انرژی جنبشی او در انتهای سکوی پرتاب باشد، آن گاه تندی موتورسوار در بالاترین نقطه از مسیر حرکتش چند متر بر ثانیه بوده است؟

(  $g = 10 \frac{N}{kg}$  و اصطکاک و مقاومت هوا در طول مسیر حرکت موتورسوار ناچیز است.)



- (۲) ۱۵  
(۴) ۲۷

- (۱) ۳۷  
(۳) ۱۷



اگر انتهای سکوی پرش را با نقطه A و بالاترین نقطه از مسیر حرکت را با نقطه B نشان دهیم، به کمک گام‌های زیر داریم:

**گام اول:**

با توجه به رابطه  $K = \frac{1}{2}mv^2$  برای انرژی جنبشی و نیز با توجه به ثابت بودن جرم موتورسوار و موتورسوار داریم:

$$K_B = (1 - 0.19)K_A \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 0.81 \Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = 0.81 \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 0.9 \Rightarrow v_A = \frac{10}{9}v_B \quad (1)$$

**گام آخر:**

چون نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا در مسیر حرکت موتورسوار ناچیز است، بنابراین انرژی مکانیکی پایسته بوده و داریم:

$$\begin{aligned} E_A &= E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow K_A - K_B = U_B - U_A \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m(v_A^2 - v_B^2) &= mgh_{AB} \Rightarrow v_A^2 - v_B^2 = 2gh_{AB} \xrightarrow{(1)} \left(\frac{10}{9}\right)^2 v_B^2 - v_B^2 = 2gh_{AB} \\ \Rightarrow \frac{19}{81}v_B^2 &= 2 \times 10 \times 8.55 \Rightarrow v_B^2 = \frac{171 \times 10}{19} = 90 \Rightarrow v_B = 30 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

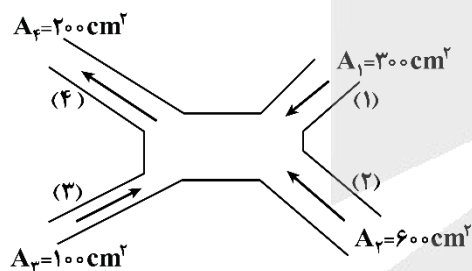
**راز طراح**

ما این‌جا پایستگی انرژی مکانیکی رو با مقایسه انرژی جنبشی اولیه و ثانویه ترکیب کردیم و یک تست بسیار قشنگ رو براتون طرح کردیم.

### گروه آموزشی ماز

**یادآوری و مرور** (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون‌های گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است)

۵۰- در شکل زیر، جریانی لایه‌ای و یکنواخت از شارش آب در تمامی لوله‌ها برقرار است. اگر  $v_1 = v_3 = v_4 = 2 \frac{cm}{s}$  باشد، تندی خروج آب از لوله چهارم



چند  $\frac{cm}{s}$  است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۵ (۳)
- ۷ (۴)

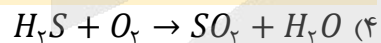
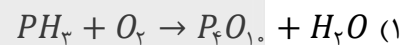
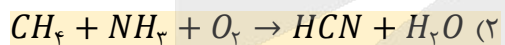
به‌خاطر پیوستگی جریان آب، مجموع آهنگ شارش جریان آب در لوله‌های (۱)، (۲) و (۳) برابر با آهنگ شارش جریان آب در لوله (۴) است؛ بنابراین داریم:

$$A_1 v_1 + A_2 v_2 + A_3 v_3 = A_4 v_4 \Rightarrow (300 \times 2) + (600 \times 1) + (100 \times 2) = 200 v_4$$

$$\Rightarrow 1400 = 200 v_4 \Rightarrow v_4 = 7 \frac{cm}{s}$$

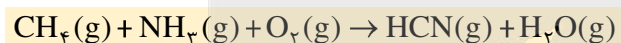
### گروه آموزشی ماز

۸۴- بر اثر سوختن اوره، گازهای کربن دی اکسید و نیتروژن به همراه بخار آب تولید می شود. ضریب آب در معادله موازنه شده سوختن اوره، با ضریب این ماده در معادله موازنه شده کدام یک از واکنش های زیر برابر است؟



(مرحله ۴ آزمون های سالیانه - شیمی رشته ریاضی)

۸۱- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش زیر، پس از موازنه معادله آن، کدام است؟



۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳ - شیمی رشته ریاضی)



دانش‌آموزان عزیز ماز

امیدوارم باتری‌تون فول شارژ باشه! یکی از مباحث مهمی که تا اینجا یاد گرفتیم، آرایش الکترونی عناصره و حالا قراره آرایش الکترونی یون‌های مختلف رو بررسی کنیم. همون‌طور که می‌بینید برای حضور قوی و مؤثر در هر آزمون، تسلط مرحله به مرحله روی مباحث، واجبه! همچنین قراره بیشتر روی ساختارهای لوویس کار کنیم؛ مبحثی که به شدت مهم و کاربردی. توی این مقطع از سال که به امتحانات میان ترم و آزمون جمع‌بندی نزدیک می‌شیم، صمیمانه توصیه میکنم که از هر گونه سطحی خوندن، حفظ کردن و هموار کردن مطالب روی هم برای شب امتحان و ... جداً خودداری کنید. خب دیگه وقت تحلیل آزمون!

مهسا بایمانی‌نژاد - رتبه ۳۵۱ کنکور ۹۶ و مسئول درس شیمی دهم آزمون ماز

۵۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- الف: در اثر سوختن زغال سنگ، اکسیدهای سه اتمی گوگرد و کربن تولید می‌شود.  
ب: با افزودن مقداری سدیم اکسید به محلول منیزیم اکسید،  $pH$  محلول افزایش می‌یابد.  
پ: ترتیب جداسازی سه گاز فراوان هواکره در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، مطابق ترتیب فراوانی آن‌ها در هواکره است.  
ت: هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه‌های آن، به میزان یکسان در میدان‌های گازی توزیع می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

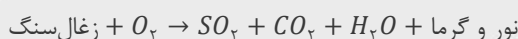
(متوسط - ترکیب اکسیژن - حفظی / مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

### بررسی موارد:

«الف»: سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن، یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به‌صورت گرما و نور آزاد می‌شود. علاوه بر برخی عناصرها، موادی از جمله سوخت‌های فسیلی نیز در شرایط مناسب می‌سوزند. برای نمونه، زغال سنگ در حضور اکسیژن می‌سوزد و افزون بر تولید گازهای  $SO_2$ ،  $CO_2$  و  $H_2O$ ، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کند:

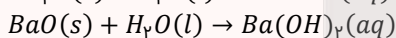
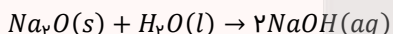


کربن ۲ نوع اکسید  $CO$  و  $CO_2$  را دارد. کربن دی‌اکسید، دارای ۳ اتم است. همچنین گوگرد دارای ۲ نوع اکسید  $SO_2$  و  $SO_3$  است. گوگرد دی‌اکسید نیز، اکسید ۳ اتمی محسوب می‌شود.

«ب»: به‌طور کلی اکسیدهای فلزی در آب، خاصیت بازی و اکسیدهای نافلزی در آب خاصیت اسیدی دارند. عناصر دسته  $s$  (به‌جز هلیوم و هیدروژن)، دسته  $d$  و برخی از عناصر دسته  $p$  (مانند آلومینیم) فلز و عمده عناصر دسته  $p$  نافلز هستند. سدیم و منیزیم در دسته  $s$  قرار داشته و فلز هستند. پس اکسید حاصل از آن‌ها یعنی  $Na_2O$  و  $MgO$  در واکنش با آب، خاصیت بازی پیدا می‌کنند.  $pH$  محلول‌های بازی بالای ۷ است. پس اگر یک اکسید بازی را به محلولی که بازی است  $pH$  آن بالای ۷ است، اضافه کنیم،  $pH$  افزایش پیدا کرده و محلول، بازی‌تر می‌شود.

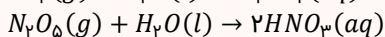
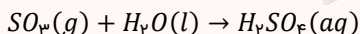
### رفتار اکسیدهای فلزی و نافلزی

به‌طور کلی اکسیدهای فلزی (مانند  $Li_2O$ ،  $Na_2O$ ،  $MgO$ ،  $CaO$ ،  $BaO$ ) در واکنش با آب، ماده‌ای با خاصیت بازی تولید می‌کنند؛ به همین دلیل به آن‌ها اکسیدهای بازی می‌گویند.



مواد  $NaOH$  و  $Ba(OH)_2$  خاصیت بازی دارند.

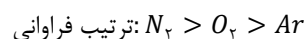
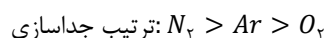
همچنین به‌طور کلی، اکسیدهای نافلزی (مانند  $CO_2$ ،  $NO_2$ ،  $SO_2$ ،  $SO_3$ ) در واکنش با آب، ماده‌ای با خاصیت اسیدی تولید می‌کنند؛ به همین دلیل به آن‌ها اکسیدهای اسیدی می‌گویند.



مواد  $H_2SO_4$  و  $HNO_3$  خاصیت اسیدی دارند.

برای سنجش میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول، از معیار  $pH$  استفاده می‌کنیم. محلول‌های بازی دارای  $pH$  بالای ۷ و محلول‌های اسیدی دارای  $pH$  زیر ۷ هستند. کاغذ  $pH$  در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ و در محلول‌های بازی به رنگ آبی در می‌آید.

«پ»: در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، ابتدا دما تا  $200^\circ C$  - کاهش یافته و سپس با افزایش دما، به‌ترتیب گاز نیتروژن، گاز آرگون و سپس گاز اکسیژن به‌صورت گاز جداسازی می‌شوند:



در حالی که ترتیب فراوانی این سه گاز در هواکره به‌صورت روبه‌رو است:

«ت»: هلیوم از واکنش‌های هسته‌ای در عمق زمین تشکیل شده و با نفوذ به لایه‌های آن، در میدان‌های گازی توزیع می‌شود اما مقدار آن در میدان‌های گازی گوناگون، متفاوت است.

## ۵۲- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) ۴۰ درصد از اتم‌های موجود در سنگ معدن بوکسیت را، آلومینیم تشکیل داده است.
- (۲) قرار دادن برگ گیاه در محلول هیدروکلریک اسید، باعث تغییر رنگ آن به قهوه‌ای می‌شود.
- (۳) اکسید دو اتمی کربن همانند اکسید دو اتمی نیتروژن، دارای ۳ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.



- (۴) حداقل و حداکثر نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی، در مولکولی با ساختار فضایی مقابل به ترتیب برابر با  $\frac{3}{10}$  و  $\frac{3}{4}$  است.

(آسان - ترکیب اکسیژن - حفظی / مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



قرار دادن برگ گیاه در محلول هیدروکلریک اسید، باعث تغییر رنگ آن به قهوه‌ای می‌شود.

### بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ فلز آلومینیم به صورت اکسید، در سنگ معدن بوکسیت ( $Al_2O_3$  به همراه ناخالصی) وجود دارد. اگر این سنگ کاملاً خالص بود، از هر ۵ اتم موجود در این اکسید، ۲ اتم مربوط به آلومینیم بوده و به عبارتی درصد آن برابر با  $\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$  می‌شد اما این سنگ معدن ناخالص است و کمتر از ۴۰٪ اتم‌های آن مربوط به اتم آلومینیم می‌باشد.

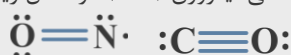


در سنگ‌کره، فلز آلومینیم به صورت سنگ معدن ناخالص و خاکی رنگ بوکسیت ( $Al_2O_3$  به همراه ناخالصی) و سیلیسیم به صورت بلور شفاف سیلیس دیده می‌شود.



۳

ساختار لوویس اکسید دو اتمی کربن ( $CO$ ) و اکسید دو اتمی نیتروژن ( $NO$ ) در شکل زیر رسم شده است:



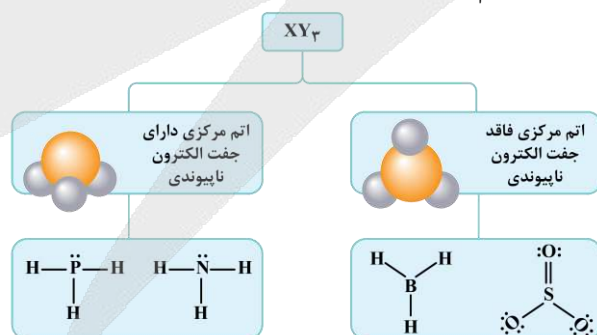
مولکول  $CO$  برخلاف  $NO$ ، دارای پیوند سه‌گانه است.

۴



مولکولی با ساختار فضایی مقابل، حداقل یک جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود دارد در غیر این صورت، ساختار آن مشابه  $SO_3$  به صورت مثلث مسطح می‌شد. پس در چنین ساختاری، اگر اتم‌های پیرامون اتم مرکزی فاقد جفت الکترون ناپیوندی باشند (مثل هیدروژن)، حداقل یک جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که روی اتم مرکزی قرار دارد. از آن جا که سه اتم پیرامون اتم مرکزی وجود

دارد، ۳ جفت الکترون پیوندی نیز داریم. پس حداکثر نسبت شمار جفت الکترون پیوندی به ناپیوندی، برابر با  $\frac{3}{10} = 3$  است. اگر اتم‌های پیرامون اتم مرکزی، از اتم‌های گروه ۱۷ باشند که هر کدام ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارند، مولکول دارای ۳ جفت الکترون پیوندی و ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی می‌شود؛ در این حالت نسبت خواسته شده برابر با  $\frac{3}{10}$  است.



### گروه آموزشی ماز

## ۵۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف: آرایش الکترونی هیچ یونی به زیرلایه  $5s^2$  ختم نمی‌شود.
- ب: به هنگام تشکیل هر مول منیزیم اکسید، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.
- پ: عنصر فلزی دوره چهارم که دارای ۶ الکترون ظرفیتی است، همانند عناصر گروه ۱، یک الکترون در آخرین لایه خود دارد.
- ت: اگر آرایش الکترونی کاتیون حاصل از عنصری به زیرلایه  $p^6$  ختم شود، آن عنصر قطعاً از عناصر دسته S جدول دوره‌ای است.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ» و «ت»

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

### بررسی موارد:

«الف»: آرایش الکترونی یون های  $H^-$  و  $Li^+$  به صورت  $2s^2$  است. به جز این دو یون، آرایش هیچ یونی به زیرلایه  $s$  ختم نمی شود. به جدول زیر دقت کنید:

| آخرین زیرلایه موجود در آرایش الکترونی | گونه مربوطه                      |
|---------------------------------------|----------------------------------|
| $s^1$                                 | اتم خنثی                         |
| $s^2$                                 | اتم خنثی، یون $Li^+$ ، یون $H^-$ |
| $d$                                   | کاتیون                           |
| $p^6$                                 | کاتیون، آنیون، اتم خنثی          |

«ب»: به هنگام تشکیل ترکیب یونی منیزیم اکسید، اتم منیزیم ۲ الکترون از دست داده و به یون  $Mg^{2+}$  تبدیل می شود. این دو الکترون را اتم اکسیژن دریافت کرده و به یون  $O^{2-}$  تبدیل می شود. پس در کل ۲ الکترون مبادله می شود. راه دیگر محاسبه تعداد الکترون مبادله شده این است که بار کاتیون را در زیروند آن ضرب کنیم در این جا  $Mg^{2+}$  دارای بار ۲ و زیروند ۱ است. پس حاصل ضرب آن ها برابر با ۲ می شود.

«پ»: در عناصر گروه های ۱ تا ۱۲، شمار الکترون های ظرفیتی برابر با شماره گروه است. پس عنصر فلزی دوره چهارم که دارای ۶ الکترون ظرفیتی است، در گروه ۶ قرار دارد و  $Cr$  ۲۴ است. آرایش الکترونی آن به صورت  $Cr: [Ar] 3d^5 4s^1$  است. پس در آخرین لایه خود، یعنی لایه چهارم، یک الکترون دارد. آرایش الکترونی عناصر گروه ۱ نیز، به زیرلایه  $s^1$  ختم می شود.

«ت»: اگر آرایش الکترونی کاتیون حاصل از عنصری به زیرلایه  $p^6$  ختم شود، آن عنصر الزاماً از عناصر دسته  $s$  جدول دوره های نیست. به عنوان مثال عنصر آلومینیم در دسته  $p$  قرار دارد اما آرایش الکترونی کاتیون آن یعنی  $Al^{3+}$  مشابه  $Ne$  بوده و به  $2p^6$  ختم می شود. هم چنین اسکندیم در دسته  $d$  قرار دارد اما آرایش یون  $Sc^{3+}$  مشابه  $Ar$  بوده و به  $3p^6$  ختم می شود.

### گروه آموزشی ماز

۵۴- در ساختار مولکولی چه تعداد از ترکیب های زیر، پیوند سه گانه یافت می شود؟



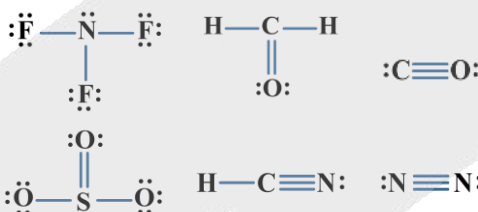
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

ساختار لوویس مولکول های داده شده به صورت زیر است:



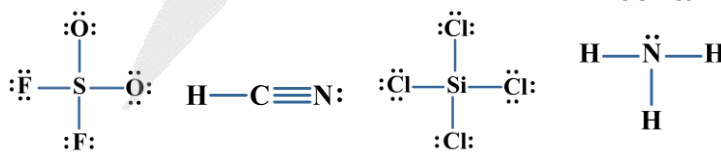
سه مولکول  $CO$ ،  $N_2$  و  $HCN$  دارای پیوند سه گانه هستند.

### گروه آموزشی ماز

۵۵- در ساختار لوویس کدام یک از مولکول های زیر، نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی، بزرگ تر است؟



ساختار لوویس مولکول های داده شده به صورت زیر است:



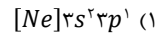
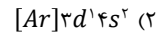
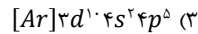
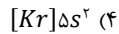
با توجه به ساختارهای رسم شده، نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی در مولکول های  $SiCl_4$ ،  $NH_3$ ،  $HCN$  و  $SO_2F_2$  به ترتیب

برابر با ۳، ۴،  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{3}$  است. پس بزرگ ترین نسبت مربوط به  $HCN$  است.

### گروه آموزشی ماز



۵۶- کدام یک از آرایش الکترونی‌های زیر مربوط به عنصری است که اکسید آن، می‌تواند  $pH$  محلولی از کلسیم اکسید را، به زیر ۷ برساند؟



(متوسط - ترکیب اکسیژن - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

محلول کلسیم اکسید خاصیت بازی دارد و  $pH$  آن بالای ۷ است. اگر بخواهیم  $pH$  را به زیر ۷ برسانیم، باید محلول را اسیدی کنیم؛ به عبارتی اکسیدی نافلز به آن بیافزاییم. از آنجا که نافلزات در دسته  $p$  جدول دوره‌ای قرار گرفته‌اند باید به دنبال عنصری که آرایش الکترونی آن به زیرلایه  $p$  ختم شود، باشیم. پس گزینه ۲ و ۴ رد می‌شود. البته دقت کنید که در میان عناصر دسته  $p$ ، فلز، شبه‌فلز و نافلز وجود دارد. عنصر آلومینیم که در دوره سوم و گروه ۱۳م جای دارد، عنصری فلزی است. پس گزینه ۱ نیز، رد می‌شود. آرایش الکترونی  $[Ar]3d^1 4s^2 4p^5$  مربوط به  $Br$  است که در گروه ۱۷ جای داشته و عنصری نافلز است.

| اکسید نافلزی | اکسید فلزی | نوع اکسید     |
|--------------|------------|---------------|
| اسیدی        | بازی       | خاصیت         |
| زیر ۷        | بالای ۷    | $pH$          |
| سرخ          | آبی        | رنگ کاغذ $pH$ |

### گروه آموزشی ماز

۵۷- در لایه تروپوسفر، به ازای هر کیلومتر تغییر ارتفاع، دمای هوا  $6^\circ C$  تغییر می‌کند. اگر دما در وسط این لایه،  $22^\circ C$  - باشد، دمای هوا در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح زمین، به تقریب چند درجه سانتی‌گراد است؟

$-49$  (۴)

$-36$  (۳)

$-54$  (۲)

$-40$  (۱)

(آسان - هواکره - مسئله - ۱۰۰۲)

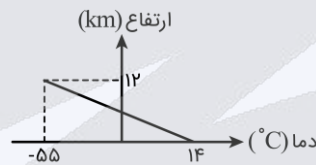
پاسخ: گزینه ۱

ارتفاع لایه تروپوسفر حدود ۱۲ کیلومتر است. اگر دما در وسط این لایه یعنی در ارتفاع ۶ کیلومتری،  $22^\circ C$  - باشد، با توجه به اینکه دما به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع  $6^\circ C$  کاهش می‌یابد، دما در ۳ کیلومتر بالاتر از آن، یعنی ارتفاع ۹ کیلومتری، برابر است با:

$-40 = -22 - (6 \times 3)$

### نمودار تغییرات دما

نمودار تغییرات دما برحسب ارتفاع در لایه اول را به صورت زیر می‌توان نشان داد.



$(ارتفاع) 6 - 14 = دما$

رابطه کلی دما و ارتفاع را می‌توان به صورت روبه‌رو نوشت:

### گروه آموزشی ماز

۵۸- رنگ نور حاصل از سوختن کدام فلز درست است؟

(۴) سدیم: زرد

(۳) گوگرد: زرد

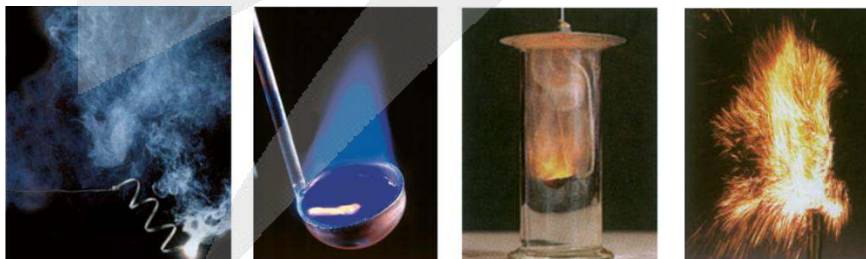
(۲) منیزیم: آبی

(۱) آهن: سفید

(آسان - ترکیب اکسیژن - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

رنگ نور حاصل از سوختن عناصر آهن، سدیم، گوگرد و منیزیم، به ترتیب نارنجی، زرد، آبی و سفید است. رنگ نور حاصل از سوختن این عناصر را، از راست به چپ در شکل زیر می‌بینید:



### گروه آموزشی ماز

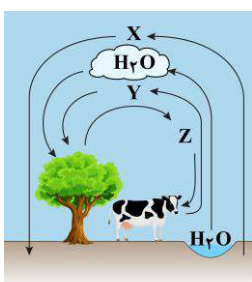
۵۹- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

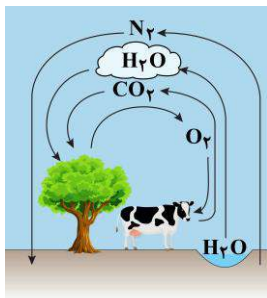
(۱) در سوختن ناقص، مقدار گاز  $Z$  در دسترس و گاز  $Y$  تولید شده کمتر است.

(۲) مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی در عناصر موجود در گاز  $X$  برابر با ۱۲ است.

(۳) گازهای  $X$  و  $Z$  به ترتیب فراوان‌ترین گازهای اتمسفر در هوای پاک و خشک هستند.

(۴) با حل شدن گاز  $Y$  در محلول حاوی کلسیم اکسید، خاصیت اسیدی محلول افزایش می‌یابد.





زندگی جانداران گوناگون در زیست کره با گازهای موجود در هوا، گره خورده است. گیاهان با بهره‌گیری از نور خورشید و مصرف کربن دی‌اکسید هواکره (که یکی از منابع تولید آن، هوای بازدمی جانوران است)، اکسیژن مورد نیاز جانداران را تولید می‌کنند. جانداران ذره‌بینی، گاز نیتروژن هواکره را برای مصرف گیاهان در خاک تثبیت می‌کنند. پس گازهای  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  به ترتیب گازهای نیتروژن، کربن دی‌اکسید و اکسیژن هستند.

### بررسی گزینه‌ها:

۱ نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد اما اگر مقدار اکسیژن ناکافی باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است.

پس در سوختن ناقص مقدار گاز اکسیژن در دسترس ناکافی است و گاز کربن دی‌اکسید تولید شده کمتر شده و گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود. ۲ در گاز نیتروژن ( $N_2$ ) دو اتم نیتروژن وجود دارد. از آن‌جا که این عنصر در گروه ۱۵ قرار دارد، ۵ الکترون ظرفیتی دارد. پس در مجموع ۱۰ الکترون ظرفیتی دارد.

۳ گاز نیتروژن با فراوانی تقریبی ۷۸ درصد و گاز اکسیژن با فراوانی تقریبی ۲۱ درصد، دو گاز فراوان هواکره هستند.

| نام گاز           | درصد گاز در هوا |
|-------------------|-----------------|
| نیتروژن           | ۷۸/۰۷۹          |
| اکسیژن            | ۲۰/۹۵۲          |
| آرگون             | ۰/۹۲۸           |
| کربن دی‌اکسید     | ۰/۰۳۸۵          |
| نئون              | ۰/۰۰۱۸          |
| هلیوم             | ۰/۰۰۰۵          |
| کریپتون           | ۰/۰۰۰۱          |
| زنون و دیگر گازها | ناچیز           |

۴ مرجان‌ها گروهی از کیسه‌تنان با اسکلت آهکی هستند. فرمول شیمیایی آهک به صورت  $CaO$  است. این جانداران با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید محلول در آب، از بین می‌روند؛ زیرا کربن دی‌اکسید، اکسید نافلزی است و خاصیت اسیدی آب را افزایش می‌دهد.

### گروه آموزشی ماز

۶۰ - کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) یون حاصل از عنصری از دوره دوم که تنها ۱ الکترون تک در ساختار الکترون نقطه‌ای خود دارد، هیچ‌گاه به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.
- ۲) اگر در یک ترکیب یونی، آرایش الکترونی کاتیون به آرایش گاز نجیب نرسد، عنصر مربوط به آن یون، قطعاً در عناصر دسته  $d$  قرار دارد.
- ۳) اگر همه الکترون‌های عنصری در زیر لایه‌های  $s$  وجود داشته باشد، آن عنصر در ترکیبات خود، هشت‌تایی نمی‌شود.
- ۴) اگر آلومینیم با عنصر کلر، ترکیب مولکولی آلومینیم تری کلرید را تشکیل دهد، اتم مرکزی آرایش هشت‌تایی دارد.

الکترون‌های چهار عنصر ابتدایی جدول دوره‌ای یعنی  $H$ ،  $He$ ،  $Li$  و  $Be$  در زیر لایه‌های  $s$  قرار دارند. این عناصر هیچ‌گاه در ترکیبات خود، هشت‌تایی نمی‌شوند.

یون‌های حاصل از عناصر نافلزی گروه ۱۵ تا ۱۷، عناصر گروه‌های ۱ و ۲، عنصر اسکاندیم در گروه ۳ و عنصر آلومینیم در گروه ۱۳، به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسند. در حالی که یون‌های حاصل از اغلب عناصر دسته  $d$  و اغلب عناصر فلزی دسته  $p$ ، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

عنصری که یون‌های حاصل از آن‌ها، به آرایش گاز نجیب می‌رسد:

- عناصر گروه اول و دوم
  - عنصر اسکاندیم در گروه ۳
  - عنصر آلومینیم در گروه ۱۳
  - عناصر نافلزی گروه ۱۵ تا ۱۷ (در گروه ۱۵ و ۱۶ عناصر فلزی نیز وجود دارند که کاتیون حاصل از آن‌ها به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد).
- مثال: آرایش الکترونی  $_{21}Sc$  به صورت  $[Ar] 3d^1 4s^2$  است. یون  $Sc^{3+}$ ، ۳ الکترون از دست داده و آرایش آن به صورت  $[Ar]$  شده‌است. عنصری که یون‌های حاصل از آن‌ها، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد:

- اغلب عناصر دسته  $d$
  - عناصر فلزی دسته  $p$  به جز آلومینیم
- مثال: آرایش الکترونی  $_{31}Ga$  به صورت  $[Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^1$  و یون  $Ga^{3+}$  نیز، به صورت  $[Ar] 3d^{10}$  است. پس آرایش الکترونی یون آن، به گاز نجیب ختم نمی‌شود. عنصری که قادر به تشکیل یون نیستند:
- عنصر نافلزی گروه ۱۴ (کربن)
  - برلیم و بور
  - شبه فلزات مانند سیلیسیم
  - گازهای نجیب (عناصر گروه ۱۸)



## بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ عنصری از دوره دوم که تنها ۱ الکترون تک در ساختار الکترون نقطه‌ای خود دارد، لیتیم است که آرایش الکترونی یون آن، مشابه آرایش گاز نجیب هلیوم می‌شود اما هشت‌تایی نمی‌شود.
- ۲ آرایش الکترونی اکثر عناصر دسته  $d$  (به جز عناصر گروه ۳) و فلزات دسته  $p$  (به جز آلومینیم) به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند. به عنوان مثال آرایش الکترونی یون  $Fe^{2+}$  به صورت  $[Ar]3d^6$  و آرایش الکترونی یون  $Ga^{3+}$  به صورت  $[Ar]3d^{10}$  است.
- ۳ آلومینیم دارای ۳ الکترون ظرفیتی است که پس از اشتراک الکترون با ۳ اتم کربن، دارای ۳ جفت الکترون می‌شود و هشت‌تایی نمی‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۶۱- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول تناوبی عناصر را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

| گروه \ دوره | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ |
|-------------|----|----|----|----|
| ۲           | L  |    | Q  | Z  |
| ۳           |    | M  | E  |    |

الف: شمار پیوندهای اشتراکی  $EQ_2$  و  $MZ_3$  با هم برابر است.

ب: نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در ترکیب مولکولی  $MZ_3$  برابر با  $\frac{1}{3}$  است.

پ: به هنگام نام‌گذاری ترکیب حاصل از L و E، از پیشوندهای «مونو» و «دی» استفاده می‌شود.

ت: شمار الکترون‌های مبادله شده به هنگام تشکیل ترکیب یونی حاصل از Na و Q، برابر با ترکیب یونی حاصل از Mg و Z است.

(۱) «پ» و «ت» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ب» (۴) «الف» و «ت»

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - ترکیب اکسیژن - مفهومی - ۱۰۰۲)

موارد (الف) و (ت) درست هستند. عناصر نشان داده شده به صورت زیر هستند:

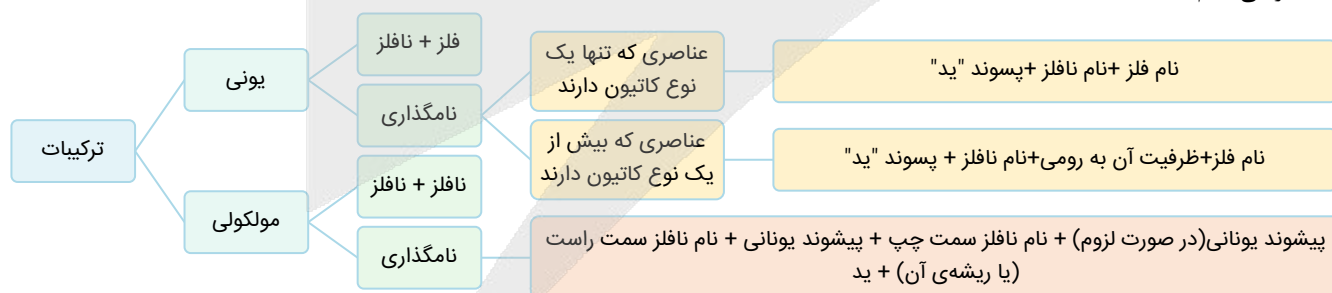
| گروه \ دوره | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ |
|-------------|----|----|----|----|
| ۲           | C  |    | O  | F  |
| ۳           |    | P  | S  |    |

## بررسی موارد:

«الف»: هر کدام از مولکول‌های  $SO_2$  و  $PF_3$ ، ۳ پیوند اشتراکی دارند.

«ب»: نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول  $PF_3$  برابر با  $\frac{3}{10}$  است.

«پ»: مولکول حاصل از کربن و گوگرد، کربن دی‌سولفید است. اگر تعداد اتم نافلز سمت چپ فرمول شیمیایی برابر با ۱ باشد، از به کار بردن پیشوند «مونو» صرف نظر می‌کنیم.



«ت»: به هنگام تشکیل ترکیب یونی  $Na_2O$  همانند  $MgF_2$ ، ۲ الکترون مبادله می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۶۲- حداکثر شمار الکترون‌هایی با  $n + l = 6$  در کدام عنصر دیده می‌شود و گنجایش الکترونی هشتمین زیرلایه آن، کدام است؟

(۴)  $Ba_{56} - 6$

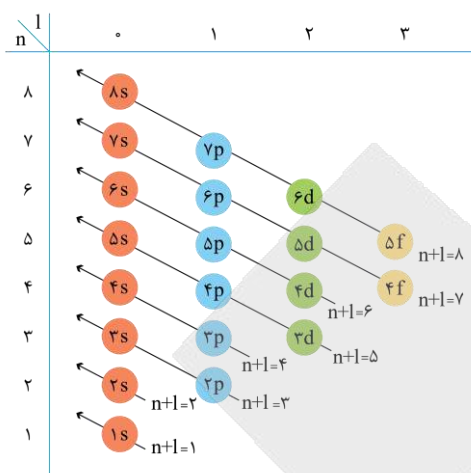
(۳)  $Zn_{30} - 6$

(۲)  $Ba_{56} - 10$

(۱)  $Zn_{30} - 10$



الکترون‌هایی با  $n + l = 6$  در زیرلایه‌های  $s$ ،  $p$  و  $d$  قرار دارند. ابتدا زیرلایه  $d$ ، سپس  $p$  و در نهایت زیرلایه  $s$  از الکترون پر می‌شوند.



زیرلایه  $s$  در عناصر دسته  $s$  دوره ششم تکمیل می‌شود. پس عنصر مورد نظر در گروه ۲ و دوره ۶ قرار دارد. عدد اتمی چنین عنصری برابر با ۵۶ است. برای یافتن هشتمین زیرلایه این عنصر می‌توان گفت که در لایه اول، ۱ زیرلایه، در لایه دوم، ۲ زیرلایه و در لایه سوم ۳ زیرلایه وجود دارد که در مجموع شامل ۶ زیرلایه می‌شود. دو زیرلایه بعدی در لایه چهارم قرار داشته که ابتدا  $s$  و سپس  $p$  پر می‌شوند؛ پس هشتمین زیرلایه، زیرلایه  $p$  با گنجایش ۶ الکترون است.

### گروه آموزشی ماز

۶۳- در جدول زیر، نقطه جوش سه گاز مشخص شده است. اگر دمای ظرف حاوی این گازها را به وسیله فشار، به‌طور پیوسته تا  $185^{\circ}\text{C}$  کاهش دهیم، کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

| گاز | نقطه جوش ( $^{\circ}\text{C}$ ) |
|-----|---------------------------------|
| A   | -۱۶۰                            |
| B   | -۱۷۰                            |
| C   | -۱۸۰                            |

- در دمای  $93\text{ K}$ ، ماده  $C$  در حال جدا شدن از مخلوط گازی است.
- با افزایش دما ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به‌صورت  $A \leftarrow B \leftarrow C$  است.
- به هنگام افزایش دما، در دمای  $175^{\circ}\text{C}$  فقط ماده  $A$  به‌صورت مایع وجود دارد.
- اگر ماده  $C$  به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای  $80\text{ K}$ ، به‌صورت جامد است.



به‌طور کلی مواد در پایین‌تر از نقطه جوش خود دارای حالت فیزیکی مایع و در بالاتر از آن به حالت گاز هستند (به‌جز کربن دی‌اکسید که حالت مایع ندارد و به جامد تبدیل می‌شود). به هنگام افزایش دما، در دمای  $175^{\circ}\text{C}$  فقط ماده  $C$  به‌صورت گاز جداسازی شده است و دو ماده دیگر حالت مایع دارند؛ زیرا این دما پایین‌تر از نقطه جوش دو ماده دیگر است و مواد در دماهای پایین‌تر از نقطه جوش خود، به حالت مایع هستند.

### بررسی گزینه‌ها:

- رابطه کلوین و درجه سانتی گراد به‌صورت  $K = 273 + \theta$  است. پس دمای  $93\text{ K}$  معادل  $180^{\circ}\text{C}$  است؛ با توجه به اینکه این دما نقطه جوش ماده  $C$  است، در این دما، این ماده در حال تغییر حالت و خروج از مخلوط است.
- با افزایش دما، گاز که نقطه جوش پایین‌تری دارد، زودتر از حالت مایع به حالت گاز تبدیل می‌شود؛ بنابراین ترتیب تبخیر گازهای مورد نظر، به‌صورت  $A \leftarrow B \leftarrow C$  است.
- اگر ماده  $C$  به فرم مایع در طبیعت وجود نداشته باشد، در دمای  $80\text{ K}$ ، معادل  $193^{\circ}\text{C}$  که زیر نقطه جوش آن است، به‌صورت جامد می‌باشد.

### گروه آموزشی ماز

۶۴- اگر شمار یون‌ها در  $40/2$  گرم منیزیم فسفید،  $3/01 \times 10^{23}$  واحد بیشتر از شمار یون‌ها در نمونه‌ای از روی اکسید باشد، جرم این نمونه کدام است؟ ( $Zn = 65, P = 31, O = 16, Mg = 24, g \cdot mol^{-1}$ )

۴۰/۵ (۴)

۴۲/۵ (۳)

۸۵ (۲)

۸۱ (۱)



فرمول شیمیایی منیزیم فسفید و روی اکسید به‌ترتیب به‌صورت  $Mg_3P_2$  و  $ZnO$  است. ابتدا اختلاف تعداد یون داده شده را به مول تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{3/01 \times 10^{23} \text{ یون}}{6/02 \times 10^{23} \text{ یون}} \times \frac{1 \text{ mol}}{3/01 \times 10^{23} \text{ یون}} = 0/5$$

پس منیزیم فسفید،  $۰/۵$  مول یون بیشتر از روی اکسید دارد. شمار یون‌ها در  $۴۰/۲$  گرم منیزیم فسفید برابر است با:

$$\text{یون } ۵ \text{ mol} \times \frac{۱ \text{ mol } Mg_3P_2}{۱۳۴ \text{ g } Mg_3P_2} \times \frac{۴۰/۲ \text{ g } Mg_3P_2}{۱ \text{ mol } Mg_3P_2} = ۱/۵$$

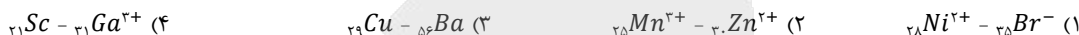
در نتیجه شمار مول یون‌ها در ترکیب روی اکسید برابر با  $۱ - ۰/۵ = ۱/۵$  است. در هر مول روی اکسید، دو مول یون وجود دارد. اکنون با استفاده از شمار یون‌ها، جرم روی اکسید را به دست می‌آوریم:

$$\text{یون } ۱ \text{ mol} \times \frac{۱ \text{ mol } ZnO}{۲ \text{ mol } \text{یون}} \times \frac{۸۱ \text{ g } ZnO}{۱ \text{ mol } ZnO} = ۴۰/۵ \text{ g } ZnO$$

جرم نمونه روی اکسید برابر با  $۴۰/۵$  است.

### گروه آموزشی ماز

۶۵- در کدام یک از گزینه‌های زیر، شمار الکترون‌هایی با  $n + l = ۵$  در گونه سمت راست، دو برابر گونه سمت چپ است؟



(متوسط - آرایش الکترونی عناصر - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

الکترون‌هایی با  $n + l = ۵$  در زیرلایه‌های  $۵s$ ،  $۴p$  و  $۳d$  قرار دارند. ابتدا زیرلایه  $۳d$ ، سپس  $۴p$  و در نهایت زیرلایه  $۵s$  از الکترون پر می‌شوند. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱)  $_{۳۵}Br^{-}$ ، زیرلایه‌های  $۳d$  و  $۴p$  خود را تکمیل کرده اما زیرلایه  $۵s$  آن، خالی است. پس دارای ۱۶ الکترون با  $n + l = ۵$  است.  $_{۲۸}Ni^{2+}$  دارای ۸ الکترون در زیرلایه  $۳d$  خود است و دو زیرلایه  $۵s$  و  $۴p$  آن خالی است. به عبارتی دارای ۸ الکترون با  $n + l = ۵$  است. پس گزینه مورد نظر ما همین گزینه است.

۲)  $_{۳۰}Zn^{2+}$  دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه  $۳d$  است در حالی که یون  $_{۲۵}Mn^{3+}$  دارای ۴ الکترون در این زیرلایه است. ۱۰ دو برابر ۴ نیست.

۳)  $_{۵۶}Ba$  هر سه زیرلایه  $۵s$ ،  $۴p$  و  $۳d$  خود را پر کرده است؛ یعنی دارای ۱۸ الکترون با  $n + l = ۵$  است اما  $_{۲۹}Cu$  دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه  $۳d$  است. ۱۸ دو برابر ۱۰ نیست.

۴)  $_{۳۱}Ga^{3+}$  دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه  $۳d$  است در حالی که  $_{۳۱}Sc$  دارای ۱ الکترون در این زیرلایه است.

### گروه آموزشی ماز

۶۶- اگر در ساختار لوویس مولکول  $XO_2$  که همه اتم‌های آن هشت‌تایی شده‌اند، ..... جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته باشد، عنصر  $X$  .....

(۱) ۶ - با عنصر  $Sn$  هم‌گروه است.

(۲) ۴ - همانند عنصر  $V$ ، دارای ۵ الکترون ظرفیتی است.

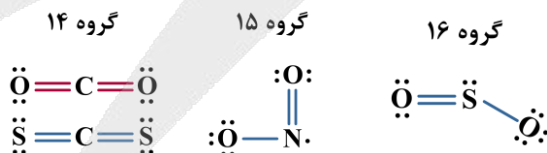
(۳) ۶ - در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود، ۳ الکترون جفت نشده دارد.

(۴) ۴ - در ساختار الکترون-نقطه‌ای خود، دارای بیشترین شمار الکترون جفت نشده نسبت به سایر عناصر هم‌دوره خود است.

(سخت - ترکیب اکسیژن - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

عناصر گروه ۱۴، ۱۵ و ۱۶ می‌توانند اکسیدی با فرمول شیمیایی  $XO_2$  تشکیل دهند. با توجه به شکل زیر، اگر عنصر  $X$  متعلق به گروه ۱۴ باشد، ساختار فضایی این مولکول به صورت خطی است و دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. اگر عنصر  $X$  متعلق به گروه ۱۵ باشد، اتم مرکزی دارای ۱ الکترون جفت نشده است و هشت‌تایی نمی‌شود و اگر عنصر  $X$  متعلق به گروه ۱۶ باشد، ساختار فضایی این مولکول به صورت خمیده است و دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی است.



بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر مولکول  $XO_2$  دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی باشد، عنصر  $X$  در گروه ۱۶ قرار داشته و با  $Sn$  هم‌گروه نیست.

۲) اگر مولکول  $XO_2$  دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی باشد، عنصر  $X$  در گروه ۱۴ قرار داشته و دارای ۴ الکترون ظرفیتی است.

۳) اگر مولکول  $XO_2$  دارای ۶ جفت الکترون ناپیوندی باشد، عنصر  $X$  در گروه ۱۶ قرار داشته و در ساختار الکترون نقطه‌ای خود دارای دو جفت الکترون و دو الکترون جفت نشده است.

۴) اگر مولکول  $XO_2$  دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی باشد، عنصر  $X$  در گروه ۱۴ قرار داشته و دارای ۴ الکترون ظرفیتی است که این مقدار، بیشترین شمار الکترون جفت نشده نسبت به سایر عناصر هم‌دوره خود است.

### گروه آموزشی ماز

۶۷- نمونه‌ای از نمک  $MnCl_x$  به جرم  $32/3$  گرم، دارای  $11$  گرم کاتیون است. اختلاف شمار الکترون و نوترون در کاتیون  $Mn^{x+}$  کدام است؟  
( $Cl = 35/5, Mn = 55 : g.mol^{-1}$ )

۸ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

(سخت - تبدیل اتم‌ها به یون‌ها - مسئله - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

هنگامی که جرم کل نمونه برابر با  $32/3$  گرم و جرم کاتیون برابر با  $11$  گرم است، جرم آنیون برابر است با:  
برای به‌دست آوردن مقدار  $x$  می‌توان نوشت:

$$21/3 g Cl^- = 32/3 g MnCl_x \times \frac{1 mol MnCl_x}{55 + 35/5x g MnCl_x} \times \frac{x mol Cl^-}{1 mol MnCl_x} \times \frac{35/5 g Cl^-}{1 mol Cl^-} \rightarrow x = 3$$

پس ترکیب مورد نظر به‌صورت  $MnCl_3$  بوده و به عبارتی منگنز به‌صورت یون  $Mn^{3+}$  در ترکیب وجود دارد.  $Mn^{3+}$  دارای  $30$  نوترون و  $22$  الکترون است؛ بنابراین اختلاف آن‌ها برابر با  $8$  است.

### گروه آموزشی ماز

۶۸- کدام یک از مطالب زیر، در مورد اکسیدهای کربن نادرست است؟



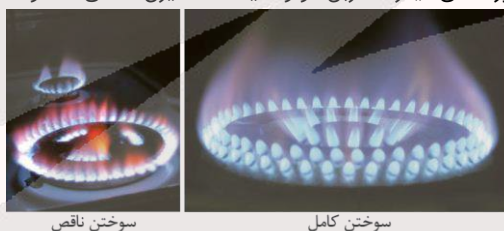
- (۱) اکسید حاصل از سوختن ناقص کربن، در حجم برابر، جرم بیشتری نسبت به هوای معمولی دارد.
- (۲) مدل فضا پرکن اکسیدی که شمار جفت الکترون ناپیوندی بیشتری دارد، به‌صورت روبه‌رو است.
- (۳) میل ترکیبی هموگلوبین خون با اکسید حاصل از سوختن ناقص کربن، بیش از  $200$  برابر گاز اکسیژن است.
- (۴) اکسیدی که تعداد اتم بیشتری دارد، فراوان‌ترین مولکول دوتایی هواکره در هوای پاک و خشک، محسوب می‌شود.

(متوسط - ترکیب اکسیژن - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد؛ اما اگر مقدار اکسیژن ناکافی باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است. رنگ زرد شعله، نشان‌دهنده سوختن ناقص است و رنگ آبی شعله، نشان می‌دهد که وسیله گازسوز به درستی کار می‌کند و اکسیژن کافی در محیط واکنش وجود دارد.

بخار آب + کربن دی‌اکسید  $\rightarrow$  اکسیژن کافی + سوخت  
فراورده‌های دیگر + کربن مونوکسید  $\rightarrow$  اکسیژن ناکافی + سوخت



کربن دارای دو نوع اکسید  $CO$  و  $CO_2$  است. کربن مونوکسید، گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است. چگالی این گاز کمتر از هوا است. چگالی برابر با نسبت جرم به حجم است. پس اگر حجم دو ماده با هم برابر باشد، ماده‌ای که جرم کمتری دارد، چگالی کمتری نیز دارد. قابلیت انتشار این گاز در محیط بسیار زیاد است؛ به طوری که به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

### بررسی سایر گزینه‌ها:



۲  $CO$  دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و  $CO_2$  دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی است. ساختار  $CO_2$  به‌صورت خطی است و مدل فضاپرکن به‌صورت روبه‌رو است:

۳ میل ترکیبی هموگلوبین با گاز  $CO$  بسیار زیاد و بیش از  $200$  برابر اکسیژن است؛ به همین دلیل مولکول‌های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت می‌شود و سامانه عصبی را فلج می‌کند؛ به طوری که قدرت هرگونه اقدامی را از فرد مسموم می‌گیرد و بدین ترتیب باعث مرگ می‌شود.

۴ اکسیدی که تعداد اتم بیشتری دارد،  $CO_2$  است که فراوان‌ترین مولکول دوتایی هواکره در هوای پاک و خشک، محسوب می‌شود؛ زیرا  $3$  گاز فراوان قبل از آن، یعنی  $O_2$ ،  $N_2$  و  $Ar$ ، تک عنصری هستند و دوتایی محسوب نمی‌شوند.

### گروه آموزشی ماز

۶۹- نام چند مورد از ترکیب‌های زیر، نادرست نوشته شده است؟

- |                                  |                                |
|----------------------------------|--------------------------------|
| الف: $ZnO$ روی (II) اکسید        | ب: $ScN$ : اسکاندیم نیتريت     |
| پ: $CBr_4$ : مونوکلرین تترابرمید | ت: $Fe_3P_2$ : آهن (III) فسفید |
| ث: $K_2S$ : پتاسیم دی سولفید     | ج: $CuO$ : مس (I) اکسید        |

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

### نام گذاری ترکیب های یونی

در نام گذاری ترکیب های یونی دوتایی ابتدا نام فلز و سپس نام نافلز را با پسوند «ید» می آوریم. برای نوشتن نام فلزات با دو دسته از آن ها مواجه هستیم:

- فلزاتی که تنها یک نوع بار الکتریکی دارند؛ مانند فلزات گروه اول و دوم و همچنین یون های  $Al^{3+}$ ,  $Zn^{2+}$ ,  $Sc^{3+}$ ,  $Ga^{3+}$  و  $Ag^{+}$  ...
- فلزاتی که بیش از یک نوع کاتیون تشکیل می دهند که در جدول زیر نشان داده شده اند.

| نام عنصر        | کروم                   | منگنز                  | آهن                    | کبالت                  | نیکل                   | مس                    | قلع                    | سرب                    |
|-----------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| انواع کاتیون ها | $Cr^{2+}$<br>$Cr^{3+}$ | $Mn^{2+}$<br>$Mn^{3+}$ | $Fe^{2+}$<br>$Fe^{3+}$ | $Co^{2+}$<br>$Co^{3+}$ | $Ni^{2+}$<br>$Ni^{3+}$ | $Cu^{+}$<br>$Cu^{2+}$ | $Sn^{2+}$<br>$Sn^{4+}$ | $Pb^{2+}$<br>$Pb^{4+}$ |

هنگام نوشتن نام این فلزات از اعداد رومی برای نشان دادن بار آن ها استفاده می شود.

**مثال:**  $CaO$ : کلسیم تنها یک نوع یون تشکیل می دهد؛ پس نام صحیح این ترکیب به صورت کلسیم اکسید است.

$CuO$ : مس دارای دو نوع کاتیون است؛ پس در نام گذاری آن باید از اعداد رومی برای بیان ظرفیت آن استفاده کنیم. نام صحیح این ترکیب مس (II) اکسید است.

به طور کلی همه عناصر دسته  $d$  دوره چهارم به جز اولین و آخرین عنصر آن، یعنی اسکاندیم و روی، بیش از یک نوع یون تشکیل می دهند.

### نام گذاری ترکیب های مولکولی

(پیشوند یونانی + نام عنصر سمت چپ) (پسوند یونانی + نام عنصر سمت راست + پسوند «ید»)

**مثال:**  $P_4O_{10}$ : تترافسفر دکا اکسید  $NO$ : نیتروژن مونواکسید

دقت کنید در صورتی که تعداد عنصر سمت چپ فقط یک عدد باشد، از به کار بردن پیشوند مونو برای آن پرهیز می کنیم. پس نام صحیح  $NO$ ، مونونیتروژن مونواکسید نیست و به صورت نیتروژن مونواکسید نام گذاری می شود.

نام همه ترکیبات داده شده نادرست است. نام گذاری صحیح آن ها در زیر آمده است:

«الف»:  $ZnO$ : روی اکسید؛ زیرا روی تنها یک نوع یون تشکیل می دهد و نیازی به نوشتن ظرفیت آن نیست.

«ب»:  $ScN$ : اسکاندیم نیتريد؛ یون نیتريت با یون نیتريد تفاوت دارد.

«پ»:  $CBr_4$ : کربن تترابرمید؛ پیشوند «مونو» در اول نام ترکیب نمی آید.

«ت»:  $Fe_3P_7$ : آهن (II) فسفید؛ آهن با یون  $Fe^{2+}$  در ترکیب شرکت کرده است.

«ث»:  $K_2S$ : پتاسیم سولفید؛ در نام گذاری ترکیبات یونی از پیشوند استفاده نمی کنیم.

«ج»:  $CuO$ : مس (II) اکسید؛ مس با یون  $Cu^{2+}$  در ترکیب شرکت کرده است.

### برای تمرین بیشتر مثال زیر را حل کنید.

عناصر  $A$ ,  $B$ ,  $C$  و  $D$  به ترتیب چهار عنصر متوالی دوره چهارم هستند (عنصر  $A$  دارای کمترین عدد اتمی میان چهار عنصر مذکور است). یون حاصل از عناصر  $A$  و  $D$  برخلاف یون حاصل از عناصر  $B$  و  $C$ ، به صورت  $3+$  وجود دارند. کدام یک از مطالب زیر در مورد این عناصر درست است؟

۱. همه این عناصر، بیش از یک نوع یون تشکیل می دهند.

۲. در نام گذاری سولفید حاصل از همه آن ها، از اعداد رومی استفاده می شود.

۳. از واکنش اکسیژن با این چهار عنصر، در مجموع ۶ نوع ترکیب یونی به دست می آید.

۴. در آرایش الکترونی فشرده یون حاصل از همه آن ها، بعد از نماد گاز نجیب، الکترون های ظرفیتی نوشته می شود.

پاسخ: گزینه ۳

عناصر فلزی گروه ۱ و ۲ و ۱۳ به ترتیب یون هایی با بار ۱، ۲ و ۳ بار مثبت تشکیل می دهند. انواع بار یون های حاصل از عناصر دسته  $d$  دوره چهارم نیز، در جدول زیر آمده است:

| عنصر    | Zn | Cu      | Ni      | Co      | Fe      | Mn      | Cr      | V       | Ti      | Sc |
|---------|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----|
| بار یون | ۲+ | ۱+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ و ۲+ | ۳+ |

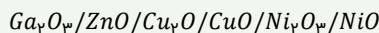
با توجه به بار یون ها، چهار عنصر مورد نظر به ترتیب  $Ni$ ,  $Cu$ ,  $Zn$  و  $Ga$  هستند؛ زیرا در میان این عناصر، مس و روی قادر به تشکیل یون سه بار مثبت نیستند.

### بررسی چهار عبارت:

۱. عناصر روی و گالیم فقط یک نوع یون تشکیل می دهد.

۲. از آن جا که روی و گالیم فقط یک نوع یون دارند، در نام گذاری ترکیبات حاصل از آن ها، از اعداد رومی استفاده نمی کنیم.

۳. گالیم و روی هر یک دارای یک نوع اکسید و دو عنصر دیگر هر یک دارای دو نوع اکسید هستند. پس مجموعاً ۶ نوع اکسید به دست می آید:



۴. در آرایش الکترونی فشرده یون حاصل از گالیم، بعد از نماد گاز نجیب، الکترون های ظرفیتی نوشته نمی شود؛ زیرا آرایش الکترونی  $Ga$  به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1 [Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^1$  و یون  $Ga^{3+}$  نیز، به صورت  $[Ar] 3d^{10}$  است. پس آرایش الکترونی یون آن، به گاز نجیب ختم نمی شود.



یادآوری و مرور (یک سؤال برگزیده و نکته‌دار آزمون‌های گذشته که نیازمند مرور و یادآوری است.)

۷۰- با توجه به زیرلایه‌های اشغال شده در اتم عناصر موجود در جدول دوره‌ای، نمودار حداکثر مقدار  $n + l$  برای زیرلایه اشغال شده در هر لایه از اتم

عنصری، برحسب شماره آن لایه، رسم شده است. کدامیک از مطالب زیر، در مورد لایه‌های  $n_A$  تا  $n_D$

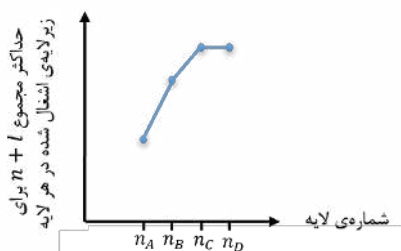
نادرست است؟

(۱) اختلاف گنجایش اولین زیرلایه  $n_C$  با آخرین زیرلایه  $n_B$  برابر با ۱۲ واحد است.

(۲) بر اساس قاعده آفبا، پس از پر شدن تمامی زیرلایه‌های لایه  $n_A$ ، لایه  $n_B$  شروع به پر شدن می‌کند.

(۳) با توجه به آرایش الکترونی عناصر جدول دوره‌ای، بخشی از گنجایش الکترونی لایه  $n_D$  خالی باقی می‌ماند.

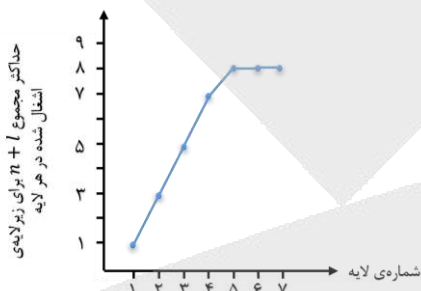
(۴) در لایه  $n_B$  با افزایش فاصله زیرلایه‌ها از هسته، گنجایش الکترونی آن‌ها، ۴ واحد نسبت به زیرلایه ماقبل خود، افزایش می‌یابد.



(سخت - آرایش الکترونی عناصر - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

نمودار حداکثر مجموع  $n + l$  برای زیرلایه‌های اشغال شده در هر لایه، برحسب شماره لایه، به‌صورت زیر است:



به‌عنوان مثال در لایه اول، زیرلایه  $1s$  وجود دارد. مقدار  $n + l$  برای این زیرلایه، برابر با ۱ است. همچنین لایه دوم، دارای ۲ زیرلایه است. حداکثر مقدار  $n + l$  در این لایه، مربوط به زیرلایه  $2p$  است که برابر با ۳ می‌باشد. به همین ترتیب، حداکثر مقدار  $n + l$  در لایه سوم، مربوط به زیرلایه  $3d$  است که برابر با ۵ است. در لایه چهارم نیز، حداکثر مقدار  $n + l$  برای زیرلایه  $4f$  و برابر با ۷ است. دقت کنید که در لایه ششم و هفتم، زیرلایه‌های  $6f$  و  $7f$  و  $7d$  فاقد الکترون هستند. در نتیجه حداکثر مقدار  $n + l$  در لایه ششم، مربوط به زیرلایه  $6d$  و برابر با ۸ و در لایه هفتم، مربوط به زیرلایه  $7p$  و برابر با ۸ است. با توجه به توضیحات داده شده، قسمتی از نمودار که در سؤال نشان داده شده است، مربوط به لایه‌های ۳ تا ۶ می‌باشد؛ بنابراین لایه‌های  $n_A$ ،  $n_B$ ،  $n_C$  و  $n_D$  به ترتیب لایه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ هستند.

بررسی گزینه‌ها:

۱ اولین زیرلایه لایه ۵،  $5s$  با گنجایش ۲ الکترون است. آخرین زیرلایه لایه ۴،  $4f$  با گنجایش ۱۴ الکترون است. اختلاف گنجایش این دو زیرلایه، برابر با ۱۲ الکترون است.

۲ زیرلایه  $4s$  در لایه ۴، زودتر از زیرلایه  $3d$  در لایه سوم، پر می‌شود.

۳ زیرلایه  $6f$  در لایه ششم، در عناصر موجود در جدول دوره‌ای، تکمیل نمی‌شود و بخشی از گنجایش این لایه، خالی باقی می‌ماند.

۴ لایه چهارم، دارای ۴ زیرلایه  $4s$ ،  $4p$ ،  $4d$  و  $4f$  است. گنجایش هر زیرلایه، نسبت به زیرلایه قبل از خود، ۴ واحد بیشتر است. به‌عنوان مثال گنجایش زیرلایه  $4p$  ۴ واحد بیشتر از زیرلایه  $4s$  و گنجایش زیرلایه  $4d$  ۴ واحد بیشتر از زیرلایه  $4p$  است.

گروه آموزشی ماز